E. CUSTODIO / M. R. LLAMAS

* HIDROLOGIA SUBTERRANEA

SEGUNDA EDICION

omega

Índice de materias

Capítulo 2.4

Selección de maquinaria de bombeo

Capítulo 2.5

Dimensionado de una impulsión

Capítulo 2.6

Dispositivos de aforo

Sección 3

NOCIONES DE ESTADÍSTICA APLICADA A LA HIDROLOGÍA

Capítulo 3.1

Definiciones y conceptos básicos

Capítulo 3.2

Distribuciones de probabilidad de una variable aleatoria

Capítulo 3.3

Correlación y regresión

Apéndice 3.1

Series cronológicas

Sección 4

PRINCIPIOS BÁSICOS DE QUÍMICA Y RADIOQUÍMICA DE AGUAS SUBTERRÁNEAS

Capítulo 4.1

Elementos de química del agua

Capítulo 4.2

Composición de las aguas subterráneas

Capítulo 4.3

Toma de muestras de agua subterránea

Capítulo 4.4

El análisis químico

Capítulo 4.5

Principios de radioquímica

Apéndice 4.1

Métodos de análisis químicos de aguas

Sección 5
CONCEPTOS BÁSICOS Y DEFINICIONES

Capítulo 5.1
Concepto de hidrogeología

Capítulo 5.2
Los acuíferos o embalses subterráneos

Capítulo 5.3
Situación y movimiento del agua en la hidrosfera

Sección 6
COMPONENTES PRIMARIOS DEL CICLO HIDROLÓGICO

Capítulo 6.1
Climatología aplicada de la hidrología

Capítulo 6.2

Elaboración de datos climáticos

Capítulo 6.3

El agua en el suelo

Capítulo 6.4

Evaporación y transpiración

Capítulo 6.5

Evapotranspiración

Capítulo 6.6

Infiltración

Sección 7

ELEMENTOS DE HIDROLOGÍA DE SUPERFICIE

Capítulo 7.1

Aforos en cursos de agua

Capítulo 7.2

Tratamientos de datos de aforo

Capítulo 7.3

Análisis de hidrogramas

Capítulo 7.4

Regulación

Capítulo 7.5

Aplicaciones de los computadores electrónicos a la hidrología

Apéndice 7.1

Práctica de aforos con molinete y químicos

Apéndice 7.2

Modelo matemático de simulación para el estudio de la planificación hidráulica de la cuenca del río Llobregat

Sección 8

TEORÍA ELEMENTAL DEL FLUJO DEL AGUA EN LOS MEDIOS POROSOS

Capítulo 8.1

Principios generales del movimiento del agua en medios porosos. Ley de Darcy

Capítulo 8.2

Valores y determinación de la porosidad y de la permeabilidad

Capítulo 8.3

Ecuaciones diferenciales del flujo subterráneo

Capítulo 8.4

Resolución de las ecuaciones diferenciales del flujo y problemas asociados

Capítulo 8.5

Propiedades y construcción de las redes de flujo

Capítulo 8.6

Oscilaciones de los niveles piezométricos del agua subterránea y sus causas

Capítulo 8.7

Superficies piezométricas

Capítulo 8.8

Capilaridad y flujo multifase

Capítulo 8.9

Movimiento del agua en los medios porosos no saturados y teoría de la infiltración

Capítulo 8.10

Movimiento del agua en los medios permeables por fisuración

Apéndice 8.1

Principios básicos sobre las ecuaciones diferenciales

Apéndice 8.2

Principios de teoría vectorial de campos

Apéndice 8.3

Funciones de variable compleja y métodos de la teoría de funciones

Sección 9

HIDRÁULICA DE CAPTACIONES DE AGUA SUBTERRÁNEA

Capítulo 9.1

Conceptos fundamentales de la hidráulica de captaciones de agua

Capítulo 9.2

Formulaciones elementales de la hidráulica de pozos completos a caudal constante

Capítulo 9.3

Aspectos prácticos de la teoría general de la hidráulica de pozos completos con caudal constante y en régimen estacionario

Capítulo 9.4

Aspectos prácticos de la teoría general de la hidráulica de pozos completos con caudal constante y en régimen no estacionario

Capítulo 9.5

Superposición de efectos e interferencia de pozos completos

Capítulo 9.6

Recuperación de niveles después del cese del bombeo en un pozo

Capítulo 9.7

Pozos en acuíferos limitados. Teoría de las imágenes

Capítulo 9.8
Efectos de drenaje diferido y problemas asociados a los acuíferos libres

Capítulo 9.9
Pozos incompletos

Capítulo 9.10
Acuíferos semiconfinados. Casos complejos

Capítulo 9.11
Pozos en acuíferos reales

Capítulo 9.12
Pozos en acuíferos con flujo natural

Capítulo 9.13

Bombeos en pozos de gran diámetro

Capítulo 9.14

Bombeos a caudal variable y discontinuo

Capítulo 9.15

Pozos reales. Eficiencia de un pozo y curvas características

Capítulo 9.16

Captaciones de agua horizontales. Drenes y galerías. Régimen estacionario

Capítulo 9.17

Captaciones de agua horizontales en régimen no permanente

Capítulo 9.18

Captaciones de drenes radiales y líneas de pozos puntuales

Capítulo 9.19

Introducción a la hidráulica de captaciones en medios fracturados y al análisis estadístico de datos de caudales de pozos

Capítulo 9.20

Preparación y ejecución de ensayos de bombeo

Capítulo 9.21

Valoración de ensayos de bombeo en pozos a caudal constante

Apéndice 9.1

Funciones matemáticas sencillas de uso frecuente en hidráulica de captaciones de agua

Apéndice 9.2

Tablas de las funciones de uso más frecuente en la hidráulica de captaciones de agua

Apéndice 9.3

Métodos especiales de análisis de datos de ensayos de bombeo en pozos completos

Apéndice 9.4
Demostración de la validez de la fórmula de Dupuit para el cálculo de los caudales

Apéndice 9.5
Método gráfico para analizar los datos de ensayos de bombeo escalonados

Apéndice 9.6
Determinación de la permeabilidad mediante ensayos en sondeos de pequeño diámetro y catas en el terreno

Apéndice 9.7
Determinación de la porosidad de un ensayo de bombeo

Apéndice 9.8
Consideraciones sobre la respuesta de los piezómetros

Apéndice 9.9
Sistemas de medición del nivel piezométrico en los sondeos y captaciones de agua

Sección 10
HIDROGEOQUÍMICA

Capítulo 10.1
Aporte de sales y fenómenos modificadores

Capítulo 10.2
Evolución geoquímica de las aguas en los acuíferos

Capítulo 10.3
Técnicas de estudio

Capítulo 10.4
Temperatura del agua. Aguas minerales y aguas termales

Apéndice 10.1
Datos geoquímicos

Apéndice 10.2
Flujo térmico en los acuíferos

Apéndice 10.3

Energía geotérmica

Sección 11

RELACIÓN ENTRE LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS Y LAS AGUAS SUPERFICIALES

Capítulo 11.1

Los manantiales

Capítulo 11.2

Relaciones entre las escorrentías superficial y subterránea

Capítulo 11.3

Modificaciones introducidas por la acción del hombre en las relaciones aguas superficiales-aguas subterráneas

Sección 1

Conceptos geológicos básicos de aplicación en Hidrología

ANDRES GALOFRE
Licenciado en C. Geológicas

Sumario

1.0 INTRODUCCIÓN GENERAL DE LA SECCIÓN

El hecho de incluir en esta obra una primera sección dedicada íntegramente a los conceptos geológicos que tienen una aplicación directa en Hidrología, en particular la subterránea, no es un hecho casual. Realmente, además del gran interés, especialmente económico, del estudio geológico de la parte más superficial de la corteza en cuanto a localización de minerales y/o sustancias útiles al hombre (carbón, arcillas, petróleo, uranio, etcétera) o en su aspecto de aplicación práctica, (la Geología en relación con las obras públicas: autopistas, presas, canales, etc.), todas las ramas del saber geológico, consideradas desde un punto de vista estrictamente científico, tienden a solucionar al hombre actual algunas de las innumerables incógnitas del mundo en que vivimos, que por una ausencia de reflexión o preocupación pasan totalmente desapercibidas a éste. Así por ejemplo, el origen o formación del propio planeta Tierra, la disposición o estructura interna de éste (¿cuál es la naturaleza de los materiales existentes bajo la superficie terrestre?, ¿qué existe en el propio centro del planeta?), su relación con los movimientos sísmicos, la diferente disposición de las capas del terreno en los distintos lugares de una región o país, la propia distribución geográfica de las zonas montañosas y de las llanuras, etc., son cuestiones a las cuales la Geología, o sus divisiones más importantes, pretende dar una explicación lógica y racional, es decir, que esté, de acuerdo con el resto de los procesos naturales que se realizan en el planeta.

En este amplio sentido, se podría definir a la Geología como la ciencia que estudia todos aquellos fenómenos naturales, excepto los de tipo biológico, así como su origen e interrelaciones mutuas, que se producen en el planeta Tierra, ya sea bajo la superficie terrestre, o en ella misma.

Esta definición origina una gran diversidad de disciplinas relacionadas en mayor o menor grado con la Geología, que obliga por lo tanto a una gran especialización del científico que se interesa por ella como pueden ser la Paleontología, Mineralogía, Geofísica, Tectónica, Biología, Astronomía, Petrología, Geomorfología, etc.

Entonces cabe preguntarse qué relación existe entre una ciencia tan profusamente relacionada con otras ramas del saber humano con la Hidrología subterránea. La explicación de esta cuestión se encuentra en la consideración de que el medio físico donde se realizan todos los fenómenos de la Hidrología subterránea son ambientes netamente geológicos, significando con ello que las aguas subterráneas se mueven en el interior de formaciones litológicas, o rocas, cuyo estudio geológico previo es fundamental para la adecuada comprensión de los problemas que se plantean en la fase posterior o de Hidrología subterránea propiamente dicha.

Desde otro punto de vista la propia significación etimológica del vocablo *acuífero* (del latín *aqua* = agua y *fero* = llevar) nos sugiere asimismo la idea de que aquéllos se localizan en masas rocosas que llevan o contienen agua, por lo cual parece asimismo racional tener unas ideas básicas sobre la estructura geológica de la región, así como de la naturaleza de los materiales en ellas existentes, antes de comenzar un estudio o trabajo hidrogeológico sobre dicha región.

Pero además, no solamente la geología es la base inicial del conocimiento de las aguas subterráneas de una zona sino que condiciona el funcionamiento de los acuíferos de la misma, en cuanto a la distribución de materiales permeables y/o impermeables, fallas, fracturas, afloramientos del zócalo, etc., ya que pueden influir

sobre el comportamiento del acuífero considerado. Así, por ejemplo, con un mapa de situación de los materiales permeables en superficie, se puede estimar siquiera muy a grosso modo la recarga directa que llega a dichos materiales procedentes de las precipitaciones. En otros casos, por ejemplo, en acuíferos de tipo aluvial bordeados por formaciones menos permeables, el conocimiento de la superficie piezométrica de los mismos se facilita, a su vez, con el conocimiento de las formaciones limitantes y sus características hidrológicas, ya que permitirá trazar las curvas isopiezas de una forma u otra.

Ahora bien, generalmente, no es necesario un conocimiento a fondo, profundo, muy detallado, sobre las características geológicas de una zona para realizar su estudio hidrogeológico, ya que no se trata de conocer la estratigrafía de la zona, distinguiendo capas de un metro o menos de espesor, ni de conocer por medio de un mapa geológico a escala 1/5000 la distribución de los materiales permeables e impermeables, ni de saber si el acuífero que se está investigando pertenece al luteciense medio, o al vindoboniense inferior. Por lo general, un conocimiento no demasiado detallado de los rasgos geológicos más importantes (estructura, litología de los terrenos) contenidos en mapas a escala 1/50 000 ó 1/25 000 suele ser suficiente, aunque, desde luego, existen ocasiones en que es preciso recurrir a mapas especiales o la cartografía muy detallada para resolver problemas delicados.

Así pues, y en este sentido, se podría hablar de una geología aplicada a las aguas subterráneas y de ahí que el título de la sección no sea simplemente «Geología», sino «Conceptos geológicos básicos de aplicación a la Hidrología».

Siguiendo pues los criterios anteriores, en los capítulos que integran la presente sección se da una visión general y simplificada de aquellos fenómenos geológicos que tienen gran trascendencia en la Hidrología subterránea, sin descender a detalles de importancia secundaria, que si bien son muy interesantes para el geólogo puro o especialista en cualquiera de sus ramas, el hidrogeólogo experimentado pasaría por alto. De esta forma el lector que desee profundizar en cualquiera de los temas aquí tratados hallará suficiente información en la bibliografía citada y en cualquier tratado de Geología especializada.

En este sentido, el lector de formación eminentemente geológica hallará muy simplista el contenido de los próximos capítulos, pero no así aquel cuya formación sea fundamentalmente físico-matemática.

La sección está dividida en cinco capítulos y un apéndice. Los dos primeros tratan de los materiales que forman la corteza terrestre desde el punto de vista estático (rocas plutónicas, volcánicas y metamórficas en el primero y rocas sedimentarias en el segundo). El tercero contiene unas ideas muy generales sobre los conceptos básicos de la Estratigrafía y Geología histórica, el cuarto menciona las modificaciones que sufren las formaciones geológicas debido a las fuerzas que actúan en la corteza (pliegues y fallas) y el quinto está dedicado a comentar los aspectos más importantes de los mapas geológicos. Finalmente, en el apéndice se comenta el empleo de la fotografía aérea como moderno auxiliar de la geología.

Capítulo 1.1

Los materiales: rocas plutónicas, volcánicas y metamórficas

1.1 LA CORTEZA TERRESTRE

El tercer planeta del sistema solar, en orden de distancia al Sol (150 millones de kilómetros, aproximadamente) es el denominado *Tierra,* siendo su forma casi esférica.

Sus características físicas principales son las siguientes:
(Emmons et al, 1963, pág. 14; Bellair y Pomerol, 1968, pág. 4 y Lvovitch, 1967, y Nace 1969)

Circunferencia media	40 009 km
Diámetro medio	12 742 km
Volumen	$1083 \cdot 10^9$ km^3
Superficie	$510 \cdot 10^6$ km^2
Masa o peso	$5{,}6 \cdot 10^{21}$ tm
Densidad media global	5,5 g/cm^3
Superficie de los continentes	$148{,}9 \cdot 10^6$ km^2
Superficie de los océanos	$361{,}1 \cdot 10^6$ km^2
Volumen de los océanos	$1{,}3722 \cdot 10^9$ km^3
Masa de los océanos	$1{,}422 \cdot 10^{17}$ tm
Masa de la atmósfera	$5{,}098 \cdot 10^{14}$ tm
Masa del hielo actual	$335 \cdot 10^{14}$ tm
Volumen del hielo actual	$36 \cdot 10^6$ km^3

Pero de este enorme globo terráqueo al hombre sólo le es dado conocer directamente la parte más externa de la misma, en un espesor de unos kilómetros (la perforación más profunda realizada hasta la fecha, alcanza unos 6879 metros de profundidad según Landes (1963, pág. 45). El resto, hasta los 6371 kilómetros que median entre el nivel del mar y el centro de la Tierra, sólo es conocido a través de informaciones sísmicas y deducciones de tipo geofísico y geoquímico.

Los movimientos sísmicos o terremotos son el resultado de la propagación de las ondas o vibraciones que se producen en el interior del globo terrestre como consecuencia de enormes tensiones que sobrepasan el límite de deformación elástica o plástica, produciendo bruscas roturas (Meléndez y Fúster, 1969, págs. 46 y siguientes).

El registro gráfico de estas ondas, o *sismogramas,* clasificadas en longitudinales, primarias u ondas «P» y transversales, secundarias u ondas «S» según sea su velocidad de propagación por el interior de la Tierra, y que se obtienen en aparatos especiales (sismógrafos) permite determinar el punto exacto donde se inició el movimiento sísmico, así como las velocidades de propagación de cada tipo en las diversas profundidades.

Con estos registros, se ha podido determinar que la Tierra es un planeta con una estructura zonal concéntrica, compuesta de tres capas principales: capa exterior o litosfera que también recibe el nombre de corteza, manto o capa intermedia y núcleo central (fig. 1.1). En dicha figura se aprecian perfectamente una serie de discontinuidades muy acusadas que ponen de relieve las zonas de contacto o tránsito de una capa a otra.

La más importante es la que se halla a menor profundidad llamada discontinuidad de Mohorovičic, situada a unos 50 km bajo la superficie terrestre, aunque esta profundidad varía según la distribución de océanos y masas continentales, que separa la corteza del manto intermedio. Hacia los 2900 km se halla ya la capa más externa del núcleo, determinada perfectamente por una gran disminución en la velocidad de las ondas «P» y por la ausencia de propagación de las ondas «S», discontinuidad llamada de Gutemberg o de Gutemberg-Wiechert por otros autores (Bellair y Pomerol, 1968, página 25).

No obstante, la existencia de otras discontinuidades de segundo orden, como la que parece existir a los 5100 km de profundidad que separaría el centro del núcleo (o nucleolo en la nomenclatura de algunos autores) del resto del mismo, pone de manifiesto que las

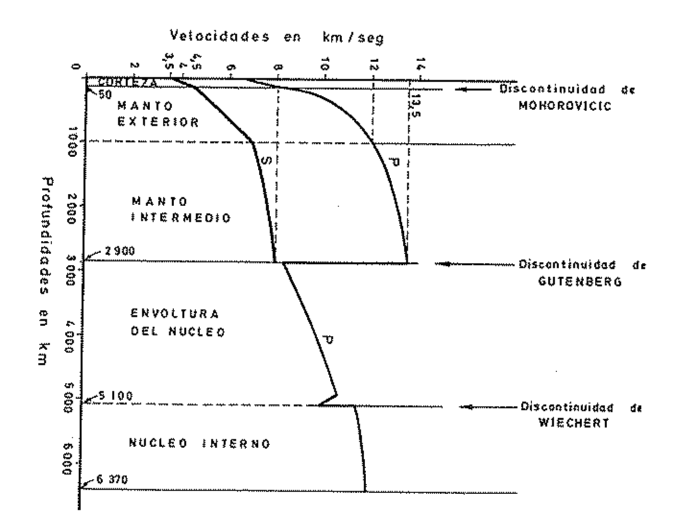


FIGURA 1.1

Velocidades de propagación de las ondas «P» y «S» en función de la profundidad y de la estructura interna de la tierra (según Bullen, en Meléndez y Fúster, 1973, pág. 48).

ideas actuales que se poseen sobre la constitución interna de la Tierra no son sino concepciones hipotéticas más o menos afirmadas en hechos reales, no aceptadas por la totalidad de los investigadores.

Este aspecto de la inseguridad de los conceptos actuales sobre la estructura del planeta Tierra, se acentúa si se considera la naturaleza físico-química de las capas que la forma. Cálculos basados en la densidad de los distintos materiales terrestres, en la variación de las condiciones ambientales (principalmente presión y temperatura), parecen tender hacia una naturaleza granítico-basáltica (sial-sima) de la corteza, un manto intermedio compuesto de peridotitas y/o eclogitas, en su parte externa y una zona formada por sulfuros y óxidos en su parte interna y un núcleo constituido principalmente por níquel y hierro (nife).

De todos modos, lo que sí parece cierto, y plenamente aceptado, por otra parte, es que existe una capa de naturaleza predominantemente granítica (sial), bastante gruesa en las masas continentales (hasta 60 km de profundidad) y muy delgada o inexistente en los océanos, apoyada sobre una capa basáltica (sima), que se apoyarían sobre la parte más externa del manto.

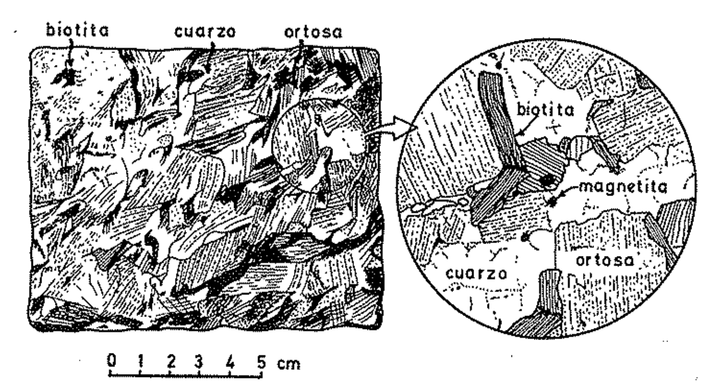


FIGURA 1.2

Cuarzo, feldespato (ortosa) y mica negra (biotita) como elementos minerales constituyentes del granito (tomado de Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 6).

1.2 MINERALES Y ROCAS COMO ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LA CORTEZA TERRESTRE

En el apartado anterior se han esbozado los aspectos más importantes que se poseen actualmente sobre la constitución de la Tierra. Pero desgraciadamente al hombre le está permitido solamente acceder a la capa más superficial de la corteza y hasta la fecha no ha llegado ni siquiera al denominado sima.

Esta corteza terrestre, en su parte visible y accesible al hombre está formada por una serie de formaciones rocosas, o simplemente rocas, que a su vez son el resultado de la yuxtaposición de una serie de elementos de categoría inferior, denominados minerales. En efecto: si se examina un pedazo de cualquier roca, preferentemente de grano grueso (granito, sienita, pórfido, arenisca grosera) para poder estudiarla a simple vista, o bien, en caso necesario se emplea una lupa adecuada o un microscopio, se observará que existen una serie de granos distintos por su color, transparencia, exfoliación, etcétera (fig. 1.2). Cada uno de estos granos es lo que se denomina un mineral, con una composición química homogénea y determinada, con una estructura cristalina fija, originado naturalmente en la corteza y con unas características físicas y químicas definidas, que suelen variar muy poco.

La unión de todos ellos hace que su conjunto se transforme en una roca, que puede considerarse como un agregado o asociación de granos minerales, ya sean iguales o distintos. Ello significa que cada roca estará definida por la presencia de unos ciertos minerales, en proporciones distintas dentro de cada tipo de roca. Si falta uno de éstos, se tratará de otro tipo de roca, o en

todo caso, de una variedad de la misma. Estos minerales se llaman, pues, esenciales, puesto que sin su presencia la roca considerada pertenecerá a otra clase. En el granito, por ejemplo, los minerales esenciales son el cuarzo, el feldespato ortosa y la mica negra o biotita. La ausencia de uno cualquiera de éstos, determina que la roca no puede ser considerada como un granito.

Existen otros minerales, llamados accesorios, que no modifican la naturaleza de la roca, y pueden faltar o estar presentes sin que por ello deba ser considerada como perteneciente a otro tipo. De este modo, y en ejemplo anterior, la existencia de magnetita o zircón no modifica la naturaleza granítica de la roca, aunque a veces sean útiles desde el punto de vista genético.

Las particularidades referentes al origen o formación de los minerales, su presentación en la naturaleza, su estructura interna, sus caracteres físicos, las técnicas para la determinación de los mismos, etc., pueden verse en textos especializados, y principalmente en Berry y Mason (1959) y en Lahee (1962) y no se reproducen aquí por no constituir parte importante dentro del contexto de esta obra.

1.3 CLASIFICACIÓN DE LAS ROCAS

El problema de clasificación de las rocas de acuerdo con unos criterios lógicos y racionales se ha planteado desde muy antiguo: se propusieron diversas normas (químicas, estructurales, mineralógicas, etc.) pero ninguno de ellos servía para clasificar de forma inequívoca todos los tipos de rocas existentes puesto que, por ejemplo, existen rocas de orígenes muy distintos cuya composición química es exactamente igual, de la misma forma que existen rocas cuya composición mineralógica es muy distinta pero sus orígenes o procesos de formación son muy semejantes.

Por ello, el criterio generalmente aceptado por la mayoría de autores es el genético-mineralógico, es decir, las rocas son clasificadas de acuerdo con su modo de formación u origen y posteriormente de acuerdo con los minerales que la forman en las divisiones sucesivas. Según este criterio, las rocas se dividen en tres grandes tipos o clases: eruptivas, sedimentarias y metamórficas, según se hayan formado por cristalización de magmas en profundidad o en la superficie, por acumulación y consolidación de restos de rocas preexistentes, o bien por medio de transformaciones de los dos tipos anteriores bajo la acción de los agentes físicos (temperatura, presión) o químicos (aportes de elementos químicos extraños a las mismas).

A su vez, las rocas eruptivas se clasifican en plutónicas, filonianas y volcánicas, según que el magma (ver apartado 1.3.1) que les dio origen cristalizara en profundidad, durante su ascensión hacia la superficie a través de grietas o fracturas o en ésta propiamente dicha.

Todas estas clases se discuten con mayor detalle en los párrafos y capítulos siguientes, donde se comentan la formación, estructura, clasificación y yacimientos de cada una de ellas.

1.3.1 Rocas eruptivas plutónicas

1.3.1.1 Formación. También denominadas, quizás impropiamente, endógenas, magmáticas, ígneas, etc., que se forman por la cristalización en profundidad de un magma, entendiendo por tal una mezcla fluida o pastosa (de ahí su nombre en griego) formada por soluciones complejas de materias disueltas y gases a elevada temperatura. Estos magmas proceden de la fusión de otras rocas preexistentes al alcanzar niveles profundos de la litosfera, o bien al elevarse la temperatura del interior de la misma debido a procesos tectónicos, volcánicos u otros todavía no demasiado esclarecidos. Como fácilmente se comprende, la importancia de la presión y temperatura existentes en el momento de la formación y/o cristalización de los magmas es capital.

Sin embargo, es necesario advertir que algunos autores califican a algunas de las rocas plutónicas como ultrametamórficas (ver más adelante) es decir, como el resultado de un muy profundo cambio en sus características fisico-químicas, o bien como consecuencia de fenómenos tectónicos especiales que darían lugar a una profunda alteración de la roca y posterior recristalización de la misma, sin pasar por el estado de magma.

Como según la teoría magmática el proceso de cristalización (o diferenciación magmática) es lento y existe un orden en la misma, primero cristalizan los minerales accesorios, luego los silicatos ferromagnésicos (olivino, biotita, anfíboles, etc.), luego los feldespatos (ortosa y plagioclasas), y finalmente, el cuarzo, pueden producirse variaciones en las condiciones ambientales o tener lugar aportes de nuevos elementos o compuestos orgánicos que vayan modificando paulatinamente el carácter de la roca, con lo que las dificultades en el conocimiento de su origen se incrementan.

1.3.1.2 Estructura. Hasta la fecha se ha designado indistintamente con la palabra «estructura» dos cosas muy diferentes: por un lado, la disposición de una roca o formación geológica, en el terreno, es decir, a escala

TABLA 1.1 *Clasificación de las rocas plutónicas según Bellair y Pomerol, 1968, pág. 88*

Minerales ferromagnésicos dominantes	Cuarzo libre		Sin cuarzo libre				Rocas sin feldespatos pero con feldespatoides	Rocas sin cuarzo, ni feldespatos ni feldespatoides
	Feldespato potásico dominante	Plagioclasa dominante	Feldespatos potásicos dominantes	Plagioclasas dominantes Ácidas	Plagioclasas dominantes Básicas	Feldespatos y/o feldespatoides		
Biotita Anfíboles	Granito	Gradiorita	Sienita	Diorita	Gabro	Sienita nefelínica		Hornblendita
Piroxenos Olivino							Ijolita	Piroxenita Dunita o Peridotita

macroscópica, y por otro, a la forma y disposición de los granos minerales dentro de la roca, es decir, a escala de la muestra o de la sección delgada para observación al microscopio petrográfico (Bellair y Pomerol, 1968, pág. 81), también llamada textura por otros autores. Sin embargo, en lo que sigue se dedicará la palabra estructura para la segunda de las anteriores acepciones, mientras que al hablar de yacimiento o modo de presentarse cada tipo de roca se hablará de la estructura de la misma en el terreno.

De acuerdo con estos conceptos, la estructura de las rocas eruptivas puede ser:

a) Granuda, en la cual todos los elementos mineralógicos poseen aproximadamente la misma dimensión y son visibles a simple vista.

b) Aplítica, es decir, aquella estructura petrográfica basada en infinidad de cristales muy pequeños, prácticamente invisibles a simple vista. Puede considerarse como una variedad de la anterior.

c) Porfídica, originada por la presencia de grandes cristales aislados de algunos minerales (fenocristales) inmersos en una especie de pasta cristalina formada por la aglomeración de cristales de tamaño mucho menor.

d) Microlítica, en la cual, además de los grandes fenocristales, como en el caso anterior, se advierte que el resto de la masa cristalina está formada por cristales de tamaño microscópico, generalmente alargados (microlitos).

e) Pegmatítica, estructura basada en la yuxtaposición de enormes cristales (del orden de decímetros incluso) de cuarzo y feldespato.

1.3.1.3 Clasificación y descripción de las más importantes. La división de las rocas plutónicas se hace generalmente en base a los componentes mineralógicos de las mismas según los contenidos en uno y otro tipo de minerales.

Para mayor claridad en la clasificación se reproduce un cuadro tomado de Bellair y Pomerol (1968), en la tabla 1.1.

GRANITOS. Roca de grano mediano o grueso de color claro, compuesta de cuarzo, feldespato potásico (ortosa) y mica negra (biotita) como elementos esenciales. Suele ser común la presencia de grandes manchas oscuras (gabarros) originadas por la acumulación de minerales ferromagnésicos (piroxenos, anfíboles). Existe una gran variedad de granitos, originada principalmente por estructuras que se apartan algo de la normal, que es la granuda, o por la abundancia de minerales accesorios que califican al granito en cada caso (hornbléndico si posee hornblenda, piroxénico si posee piroxenos, etc.). Es la roca más abundante en la corteza terrestre.

SIENITAS. Son rocas de estructura y aspecto análogo al granito diferenciándose de él en la ausencia del cuarzo, y en la presencia de anfíboles, lo que les da un tono más rosado.

DIORITAS. Roca granuda con feldespatos calcosódicos (albita, oligoclasa, andesina) y anfíbol, sin cuarzo libre, adquiriendo por ello colores oscuros.

GABROS. Rocas verdosas o gris oscuro, compuestas de feldespatos del tipo plagioclasas cálcicas (labradorita, bitownita, anortita) y piroxenos, aunque con frecuencia presentan también anfíboles, olivino y óxidos de hierro.

PERIDOTITAS. Son rocas sin minerales claros, muy pesadas, oscuras, compuestas esencialmente por olivino o peridoto, además de un piroxeno.

1.3.1.4 Yacimiento. Las rocas plutónicas suelen

presentarse en la naturaleza en forma de grandes masas o macizos, que rompen muchas veces la monotonía de las rocas circundantes, generalmente en muy poco espacio, formando los llamados batolitos (fig. 1.3) o lacolitos si están interestratificados entre las rocas circundantes.

1.3.2 Rocas eruptivas filonianas

Aunque dentro de la geología general ocupan un lugar bastante destacado, debido a los problemas que plantean en relación con su origen, relación con las rocas encajantes, transformaciones que originan en las mismas, etc., dentro del campo de la Hidrología subterránea, son muy poco importantes debido esencialmente a su poca extensión superficial, que las hace de muy difícil representación cartográfica como no sea a escalas muy pequeñas (1/5000 y aún mayores).

Esta dificultad en su representación se debe a que suelen presentarse en forma de diques de forma generalmente tabular, con una dimensión mucho más pequeña que las otras dos, que atraviesan anárquicamente formaciones anteriores.

A su vez, esta forma de presentarse tiene su razón de ser en el origen de estas rocas: como la cristalización del magma puede producirse algunas veces durante su más o menos rápida ascensión hacia la superficie terrestre, aprovechando fallas, fracturas o zonas de mayor debilidad estructural, el resultado final es una especie de filón relleno de esta roca, con un espesor que a veces llega a centenares de metros (aunque los más frecuentes son del orden de solamente algunos metros). Este origen condiciona asimismo, la propia estructura interna de la roca, originándose estructuras porfídicas, aplíticas, pegmatíticas, etc. de acuerdo con la secuencia de cristalización (función de las temperaturas de solidificación de los distintos componentes) y del tiempo de que disponen para ello.

Sin embargo, existen algunos casos de rocas filonianas en los que no es posible admitir este origen puesto que sus afloramientos poseen forma de huso no siendo posible aceptar un origen de cristalización cerca de la superficie de un magma ascendido hasta la misma. En algunos casos se ha invocado un origen hidrotermal para estas rocas.

En lo que hace referencia a su composición mineralógica puede aceptarse la misma que la de las rocas plutónicas (tabla 1.1) puesto que en definitiva el origen es el mismo, siendo solamente distinto el lugar de cristalización o enfriamiento. Desde este punto de vista su diferenciación sólo es posible atendiendo a su estructura microscópica. Así, se habla de pórfidos graníticos (roca filoniana con la misma composición que el granito, pero con estructura porfídica), de aplitas (roca filoniana de estructura aplítica, e idéntica composición que cualquiera de las rocas plutónicas.

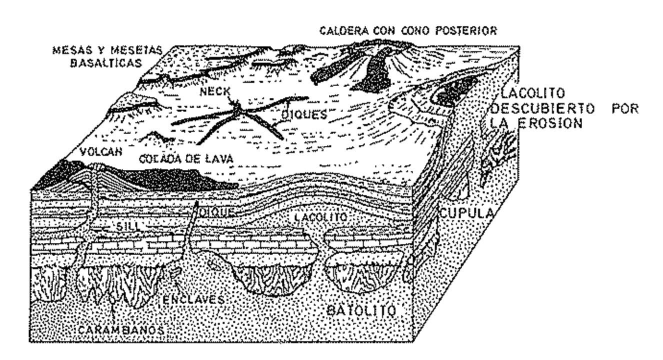


FIGURA 1.3
Formas de yacimiento de las rocas eruptivas plutónicas y volcánicas (tomado de Bellair y Pomerol, 1968, pág. 104).

1.3.3 Rocas volcánicas

1.3.3.1 Formación. Hasta ahora se ha hablado de cristalizaciones de magmas en profundidad o en su camino hacia la superficie terrestre. Si el foco magmático se halla a poca profundidad respecto de aquélla, es posible que el magma pueda salir, a través de una chimenea hasta el exterior, originando un fenómeno volcánico, o simplemente un volcán, si alcanza la superficie o partes más altas de la corteza. En este sentido, pues, la lava de los volcanes no es más que un magma que ha logrado salir a la superficie del terreno, donde solidificará con mayor o menor rapidez. Las rocas originadas gracias a este fenómeno se denominan rocas volcánicas, ya sean lavas, cenizas, bombas volcánicas, etcétera.

La manera de realizarse la propia erupción volcánica depende, en esencia de dos factores: la viscosidad del magma en las zonas próximas a la superficie y del contenido en productos volátiles o que están en disolución y pueden liberarse en forma de gases. Debido a la alta temperatura con que la lava sale del cráter (alrededor de los 1000 grados centígrados según Bellair y Pomerol, 1968, pág. 415), la viscosidad de ésta sólo depende de la composición química de la lava, ya que los magmas ácidos o intermedios (ricos o con apreciables proporciones de sílice libre) son muy viscosos y se solidifican rápidamente cerca del cráter, llegando incluso a poder

TABLA 1.2 *Clasificación de las rocas volcánicas según Bellair y Pomerol, 1968, pág. 88*

Estructura	Mineral coloreado dominante	Cuarzo libre		Sin cuarzo libre				Rocas sin cuarzo, sin feldespatos pero con feldespatoides	Rocas sin cuarzo, ni feldespatos ni feldespatoides
		Feldespato potásico dominante	Plagioclasa dominante	Feldespatos potásicos dominantes	Plagioclasas dominantes		Feldespatos y/o feldespatoides		
					Ácidas	Básicas			
Microlítica	Biotita Anfíbol Piroxeno Olivino	Riolita	Dacita	Traquita	Andesita	Labradorita Basalto	Fonolita	Nefelinita y Leucitas	Limburgita Kimberlita
Vítrea		Pechstein		Obsidiana		Traquilitas			

obstruir la boca o cráter del volcán, mientras que los básicos son muy fluidos, y se desplazan con rapidez hacia el exterior del mismo.

Finalmente, pueden originarse también depósitos volcánicos muy distintos, tales como las ignimbritas, nubes ardientes, aglomerados volcánicos, tobas, etc.

1.3.3.2 Estructura. Como se verá más adelante, las rocas volcánicas pueden presentarse bajo dos aspectos estructurales distintos:

a) Rocas volcánicas propiamente dichas, formadas al solidificarse la lava expulsada por el volcán. En este caso se pueden encontrar estructuras de tipo microlítico, fluidal (de aspecto semejante a una corriente de agua), vítrea (si la lava es amorfa y cristaliza sin una ordenación interna cristalina), vacuolar o escoriácea (si contenía gran cantidad de gases que han sido liberados dejando al descubierto grandes huecos o poros), etc.

b) Rocas piroclásticas, de carácter detrítico, formadas a expensas de la acumulación de materiales sólidos arrojados por el volcán. Se trata de partículas o cantos de formas y tamaños muy distintos, que van desde las típicas bombas volcánicas hasta las cenizas o lapilli acumulados por lo general en las cercanías del cráter con una estratificación muy marcada por las distintas capas, a menudo de distinto color, que corresponden a erupciones distintas, o a diferentes periodos dentro de cada una de ellas.

1.3.3.3 Clasificación y descripción de las más importantes. Al igual que se ha hecho con las rocas eruptivas plutónicas, la clasificación de las rocas volcánicas propiamente dichas se hace en base a criterios mineralógicos, excepto en aquellos casos en que la roca contiene parte vítrea o amorfa, en cuyo caso es preceptivo recurrir al análisis químico para conocer su composición. Es de notar que como se dijo antes, cada roca volcánica tiene su correspondiente elemento análogo en cuanto a composición mineralógica en las rocas eruptivas plutónicas, de acuerdo con su origen, asimismo, análogo, y por ello algunos autores las describen conjuntamente (Bellair y Pomerol, 1968, págs. 89 y siguientes).

Es preciso advertir, sin embargo, que existe toda una serie de nombres especiales para diversas formas de presentación de las lavas, muy comunes en la literatura científica (lavas tipo *a-a,* pahoehoe, lavas cordadas, pero que no corresponden a rocas volcánicas distintas).

a) ROCAS VOLCÁNICAS PROPIAMENTE DICHAS (tabla 1.2)

Ordenadas de mayor a menor acidez, pueden distinguirse:

Riolitas. Rocas volcánicas con estructura fluidal (de ahí el nombre) con fenocristales de cuarzo, ortosa (sanidina) y biotita sobre un fondo granudo de color claro.

Traquitas. Rocas grises o amarillentas, rugosas al tacto, con feldespato potásico, plagioclasas sódicas y anfíboles y/o piroxenos.

Andesitas. Más rugosas aún que las traquitas, de color gris o negro, formados por andesina, anfíboles y piroxenos.

Basaltos. En general son las rocas volcánicas propiamente dichas más abundantes, de color negro, muy densas, formadas principalmente por augita y olivino, con abundancia de magnetita.

Fonolitas. Caracterizadas por un contenido medio en sílice y hasta un 10 % en sodio. Los microlitos suelen estar alineados (estructura fluidal) y es sonora cuando se golpea.

b) Rocas volcánicas piroclásticas

Como ya se dijo anteriormente son fragmentos proyectados con violencia hacia el exterior desde el fenómeno volcánico y que se acumulan en los alrededores de éste.

Los bloques y bombas poseen un tamaño variable, pero suelen considerarse como pertenecientes a esta clase los superiores a 32 mm (Bellair y Pomerol, 1968, página 442).

Los lapilli están constituidos por fragmentos inferiores a 32 mm, de forma irregular, porosos, a veces vesiculares, mientras que los inferiores a 4 mm se clasifican como cenizas.

Estas formaciones son fácilmente erosionables, lo que les da un carácter muy temporal.

1.3.3.4 Yacimiento. En este tipo de rocas existe una gran variedad de formas de yacimiento (fig. 1.3), que van desde las conocidas coladas volcánicas, formadas por la consolidación de las corrientes de lava al deslizarse sobre las laderas del volcán hasta las mesas o mesetas volcánicas típicas de Brasil, pasando por cúpulas y espigones si la lava es muy viscosa, como la famosa cúpula de la Montaña Pelada que se formó en 1902 y alcanzó 417 m de altura (Bellair y Pomerol, 1968, pág. 432). Cabe advertir, sin embargo, que la forma adoptada por estas rocas, es en cierta manera función del relieve preexistente, puesto que los materiales volcánicos se disponen sobre la superficie del terreno, adaptándose al mismo, aunque a veces se acumulan espesores del orden de 1000 m de rocas volcánicas.

1.3.4 Rocas Metamórficas

1.3.4.1 Formación. Las rocas metamórficas son el resultado de profundas transformaciones de tipo físico, químico o físico-químico que actúan sobre rocas ya preexistentes de cualquier tipo. Estas transformaciones pueden tener lugar desde simplemente en la propia estructura de la roca preexistente, que se reajusta a las nuevas condiciones de presión, temperatura y posibles aportes químicos extraños, hasta cambios muy profundos en la misma, de forma que sea imposible el reconocimiento de su roca madre «inicial».

Todas estas transformaciones o modificaciones son debidas al llamado proceso de metamorfismo, que puede ser originado por cambios en la presión *(metamorfismo dinámico)*, en la temperatura *(metamorfismo térmico)*, en particular en el llamado de contacto, o bien mixto *(metamorfismo termodinámico o regional)*.

La naturaleza de todos estos procesos no está todavía suficientemente aclarada, debido principalmente a que se trata de estudiar un cambio que se produce en condiciones hipotéticas, o por lo menos supûestas, por lo que no se le dará mayor énfasis.

1.3.4.2 Estructura. Una característica importante de las rocas metamórficas es la existencia de estructuras muy típicas, consistentes en presentar algunos de sus componentes mineralógicos orientados de forma definida, debido a la actuación de una fuerte presión diferencial sobre ella, que obliga a algunos cristales a desplazarse o reorganizarse hasta conseguir una posición que ofrezca la mínima resistencia a dicha presión. Si la abundancia de estos minerales en la roca es grande (biotita y moscovita, por ejemplo, es decir, del tipo de las micas), la roca puede llegar a tomar una macroestructura esquistosa típica de las formaciones metamórficas. Otras veces los cristales se alinean más o menos regularmente dando una estructura nudolosa, como los gneis glandulares. Finalmente, si el fenómeno del metamorfismo es muy intenso se originan rocas compactas, duras, sin particularidades estructurales apreciables (cuarcitas, corneanas, etc.) que no conservan ningún resto de las rocas de las cuales proceden.

1.3.4.3 Clasificación y descripción de las más importantes. No existe por ahora una clasificación mineralógica de las rocas metamórficas. En efecto, la gran variedad de rocas «iniciales» sobre las que puede actuar el metamorfismo en muy diversos grados de intensidad, dentro de cada uno de los tipos anteriores ya mencionados, hace que el número de variedades de rocas «finales» sea muy grande y no se pueda establecer una clasificación clara y racional.

No obstante, sí se conocen algunas de las llamadas series metamórficas, originadas por los estados sucesivos que va alcanzando una roca al ser sometida a procesos metamórficos cada vez más intensos. Algunas de estas series se reproducen, a título de información, en la tabla 1.3 por lo que sólo a continuación se describen los grandes tipos generales de rocas metamórficas.

Es de advertir que, geológicamente hablando, el vocablo *pizarra* debe reservarse para una roca sedimentaria de naturaleza arcillosa que ha sufrido una fuerte compresión. Sin embargo, y vulgarmente, esta palabra se emplea para designar todo tipo de roca que posea una disyunción o exfoliación muy marcada a lo largo de planos paralelos, originando una evidente confusión.

Filitas. Rocas con laminillas de clorita y sericita, que provocan la aparición de la típica estructura cono-

TABLA 1.3 *Rocas metamórficas de diversas series en función de la intensidad del metamorfismo (según Bellair y Pomerol, 1968, pág. 175)*

	Rocas sedimentarias				Rocas plutónicas	
	Serie arcillosa	Serie arenosa	Serie calcárea	Serie calcáreo-arcillosa	Serie granítica	Serie gabro-diorítica
Roca inicial	Arcillas Filitas	Areniscas Cuarcitas	Calizas y dolomías Mármoles y cipolinos	Margas	Granito Protogino	Gabros
Intensidad creciente del metamorfismo	Sericitas y cloritas Micacitas de dos micas Gneis de dos micas Gneis con biotita	Leptinitas	Serpentinitas (si existe Mg)	Prasinitas Anfibolitas y piroxenitas	Ortogneis y ortoleptinitas	Anfibolitas, piroxenitas

cida como pizarrosidad. Al ser las primeras que aparecen en su serie conservan todavía parte de la composición original de la roca de la cual proceden. Una variedad son las filitas satinadas grises o azuladas.

Esquistos. Es un paso más avanzado en su serie, y como tal no presentan restos de materia orgánica ni fósiles, aunque el tránsito entre las anteriores y los esquistos es gradual.

Micacitas. Rocas metamórficas caracterizadas por la gran abundancia de micas (biotita y moscovita), por lo que son fácilmente distinguibles, aun a simple vista.

Gneis. Procedentes de las micacitas, en las cuales parte de la moscovita se transforma en feldespato ortosa, pasando entonces a ser un gneis, que además posee cuarzo. No se distinguen en ellas señales de esquistosidad ni de pizarrosidad, pero sí conserva cierta orientación en sus minerales.

Serpentinas. Rocas con estructura reticular, de color amarillo verdoso, compactas y resistentes. Proceden de la transformación de las peridotitas.

Mármoles. Son rocas predominantemente calcáreas procedentes del metamorfismo de las calizas. Son de color claro generalmente.

Cuarcitas. Son rocas muy duras, procedentes de la alteración metamórfica de las areniscas, y como tales, se llaman micáceas, turmaliníferas, etc.; si poseen micas, turmalina, etc.

1.3.4.4 Yacimiento. Todas estas rocas metamórficas suelen presentarse en los macizos geológicos más antiguos, lo cual es lógico si se tiene en cuenta su modo de formación, y como tales se hallan en los núcleos de las zonas montañosas, presentándose en enormes masas, algunas veces junto a rocas eruptivas y extendiéndose por grandes áreas, como por ejemplo, los afloramientos de rocas paleozoicas metamórficas del Tibidabo (Barcelona), la zona axial pirenaica, la zona granítica o gneísica de Galicia, etc.

Capítulo 1.2

Los materiales: sedimentos y rocas sedimentarias

2.1 CICLO GEOLÓGICO DE LOS MATERIALES DE LA CORTEZA TERRESTRE

De todos es conocido que los ríos, ya sea en sus tramos inferior, medio o superior, acarrean gran cantidad de materiales de distintos tamaños, que proceden de las rocas cercanas al río, a las cuales éste va desgastando o erosionando paulatinamente.

Pero no es este el único camino para la obtención de dichos materiales, puesto que también el agua, el viento, la acción de las olas en las regiones costeras, los componentes químicos de la atmósfera (especialmente, anhídrido carbónico), etc., ejercen una acción erosiva muy importante sobre la faz de la Tierra, de tal forma que se puede hablar de un ciclo geológico de los materiales de la corteza (fig. 1.4), en el sentido de que la misma se halla en un continuo proceso de transformación, ya sea en la propia superficie de ésta (ciclo geodinámico externo) o en su interior (ciclo geodinámico interno) (véase la fig. 1.4).

En efecto, el ataque lento, e imperceptible generalmente para el hombre, del conjunto de agentes erosivos (viento, lluvia, ríos y torrentes, glaciares y el mar) produce una serie de partículas de distinto tamaño arrancadas de la roca madre que son transportadas por otros agentes (generalmente el agua de los ríos o torrentes, y/o el viento o hielo, hasta su sedimentación o depósito, cuando éstos no poseen la suficiente energía para seguir transportándolos. En último término estos sedimentos, pues ahora ya reciben tal nombre, pueden llegar a las profundidades de las fosas marinas u oceánicas, acumulándose lentamente en estos lugares.

Mediante sucesivos aportes de materiales, dichos sedimentos, se van compactando y consolidando, creando un nuevo tipo de rocas (ver más adelante) que, debido a los movimientos orogénicos (creadores de nuevas montañas) pueden salir a la superficie terrestre, reiniciándose otra vez el ciclo.

2.2 SEDIMENTOS

Todos los procesos relacionados en el párrafo anterior actúan sobre sedimentos, entendiendo por ellos los fragmentos de las rocas preexistentes, y a veces muy lejanas, que han sufrido una movilización o transporte, por medio del agua o viento, hasta los lugares donde se han depositado.

Prescindiendo del tipo de agentes que realizan la erosión y su transporte posterior, que puede verse con notable detalle en Meléndez-Fúster, 1969, páginas 67 y siguientes, se estudian a continuación la granulometría de los sedimentos, sus tipos y los ambientes sedimentarios donde se pueden depositar.

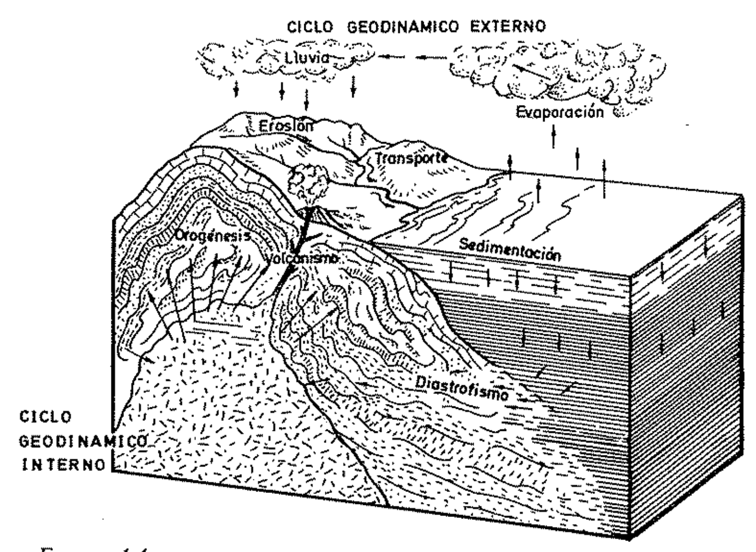


FIGURA 1.4
Ciclos geológicos de los materiales de la corteza (según Meléndez y Fúster, 1973, pág. 35).

2.2.1 Granulometría de las rocas sedimentarias incoherentes o no consolidadas

Aunque el vocablo «roca» sea sinónimo de masa rocosa, dura y compacta, geológicamente las arenas y gravas de un río o delta, o la arena de una duna litoral o de un desierto constituyen un tipo de roca sedimentaria no consolidada, es decir, a la cual le falta el cemento o aglomerante que la transformaría, si existiese, en una roca sedimentaria ya consolidada.

Dada pues, la coincidencia de significado real del vocablo «sedimento» (partícula depositada por los agentes geológicos externos) y la expresión «roca sedimentaria no consolidada», es por lo que se ha juzgado conveniente estudiar el significado de las dos expresiones en un mismo apartado.

Fácilmente se comprende que en los procesos erosivos se originan partículas de muy distinto tamaño, que, aunque ligeramente disminuido y redondeado por los roces y golpes, que se producen durante su transporte, puede variar desde los grandes bloques de los cursos altos de los ríos hasta los limos, légamos o arcillas de las desembocaduras de los mismos. En una palabra, existe pues una gradación de los sedimentos de acuerdo con sus dimensiones y se han propuesto por diversos autores varias escalas de tamaño y nomenclatura, pero hasta la fecha no se ha llegado a un acuerdo general.

Por ello, se incluye solamente una clasificación de las partículas, a guía de información, pero debe tenerse en cuenta que existen otras muchas que pueden no coincidir en algunos aspectos fundamentales. Esta clasificación es la de Wentwoorth y es ampliamente usada en los países anglosajones (Leet y Judson, 1961, y Lahee, 1962). En la figura 8.11 se da una representación gráfica de otras dos clasificaciones.

La determinación del tamaño de las partículas de los sedimentos (o en su caso, rocas sedimentarias no consolidadas) suele hacerse mediante el uso de tamices adecuados a cada tamaño, cuya luz o anchura de malla se corresponde con una serie de grupos o categorías previamente fijadas (granulometría por vía seca). Esta determinación presenta la dificultad de que para las partículas más finas (limo, arcilla) no existen mallas de luz suficientemente pequeña y debe recurrirse entonces a procesos de sedimentación en agua de acuerdo con la ley de Stokes (granulometría por vía húmeda).

La representación e interpretación de los resultados suele hacerse en forma de curvas granulométricas acumulativas, tal como puede verse en el capítulo 2 de la sección 8.

2.2.2 Tipos de sedimentos

Desde el punto de vista de su naturaleza los sedimentos pueden ser de tres clases distintas: terrígenos, químicos y orgánicos. Los primeros son los formados por partículas minerales o rocosas, los segundos por la acumulación de depósitos de precipitación química en el fondo de masas de agua suficientemente grandes, como es el caso de los lagos salados que pueden llegar a formar yacimientos de sal común, carnalita, yeso, etc. Finalmente los depósitos orgánicos están constituidos por la acumulación de restos de seres vivos (animales o plantas) que se sedimentan en el fondo de masas acuosas, tales como turberas, etc.

Intermedio entre los dos últimos tipos existen los denominados sedimentos bioquímicos, originados por la acumulación de restos, generalmente carbonatados o silícicos de animales y/o plantas marinas, conchas (en general, sólo las partes duras), etc., que se depositan en los fondos marinos formando los conocidos barros o fangos de globigerinas, radiolarios, foraminíferos, etc., que con el tiempo pueden formar incluso calizas zoógenas, es decir, formadas casi exclusivamente por restos de animales y plantas.

2.2.3 Tipos de ambientes sedimentarios

Tradicionalmente se vienen distinguiendo dos tipos principales de ambientes sedimentarios: el continental y el marino, subdivididos cada uno de ellos en varios subtipos (Meléndez y Fúster, 1969, págs. 203 y siguientes).

Se denominan ambientes continentales a todos aquellos lugares donde la sedimentación se produce dentro de las áreas continentales, como por ejemplo los ambientes glaciar, desértico, fluvial y lagunar. Los sedimentos glaciares son arrastrados por la corriente de hielo y se depositan conjuntamente en la morrena frontal, lateral o de fondo (la que precede a la propia lengua de hielo, la dejada a ambos lados del glaciar o en el fondo propiamente dicho respectivamente). Es característico del mismo la gran heterometría de los materiales, puesto que el glaciar lo arrastra todo a la vez, ya sean enormes bloques, gravillas o arenas finas.

En el ambiente desértico, el agente de transporte casi exclusivo es el viento, realizando una eficaz labor de calibrado puesto que la acción del viento es selectiva. Asimismo, la estratificación originada en este ambiente no es perfectamente paralela, sino que adopta lo que se denomina estratificación cruzada, tan característica de las dunas o barjanes.

En el ambiente fluvial, además de la erosión y transporte de tipo mecánico, interviene asimismo la destrucción química de las rocas por donde circula el agua del río. Ello lleva consigo que el río, además de las partículas sólidas, arrastre y deposite bajo ciertas condiciones, los productos que lleva en disolución o en suspensión.

Una de las características más importantes de los sedimentos depositados en este ambiente es la extraordinaria variabilidad, tanto en sentido horizontal como vertical de los aluviones depositados por el río. Ello se debe, por un lado, a la continua divagación lateral del río, y a sucesivos aportes de material sólido que se superponen a los ya existentes, originados en épocas anteriores de sedimentación.

Finalmente, en el ambiente lacustre y/o pantanoso, la característica más importante es que los sedimentos, además de partículas sólidas (arenas y arcillas) contienen gran cantidad de depósitos de tipo químico y orgánico, originándose acumulaciones de sales minerales (evaporitas), y en los pantanos, depósitos de tipo turba.

Dentro ya del ambiente netamente marino se distinguen tres grandes regiones donde puede producirse la sedimentación: nerítica, batial y abisal.

La región nerítica corresponde a la zona más cercana a la costa y alcanza hasta una profundidad de unos 200 m donde se sitúa generalmente el borde de la llamada plataforma continental. Aquí quedan depositados la mayor parte de los aportes continentales y es donde se desarrolla un mayor número de seres vivos que contribuyen a la formación de sedimentos de tipo orgánico, bioquímico o químico.

En general los sedimentos más gruesos se depositan antes que los más finos, que llegan a alcanzar grandes distancias (fig. 1.5).

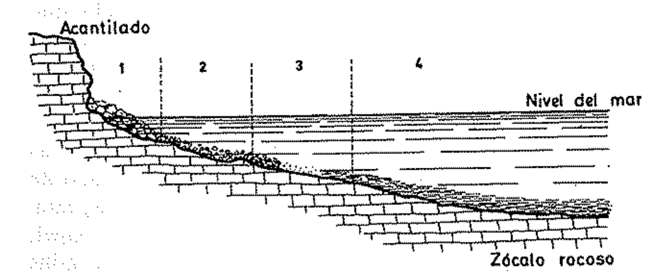


FIGURA 1.5
Distribución de los sedimentos en la región nerítica (según Meléndez-Fúster, 1973, pág. 208).
1. Bloques desprendidos del acantilado; 2. Gravas; 3. Arenas; 4. Limos y arcillas.

La zona batial, que incluye el talud que separa la plataforma continental de los grandes fondos marinos puede alcanzar desde los 200 m hasta los 2000 m de profundidad. Aquí se depositan junto con los materiales terrígenos más finos (arcillas, limos), los restos esqueléticos de innumerables organismos, dando lugar a los ya mencionados lodos o fangos de Globigerinas, Radiolarios, etc.

Finalmente, en la zona abisal, correspondiente a los grandes fondos marinos, a profundidades mayores de 2000 m, sólo se sedimentan materiales pulverulentos muy finos, arrastrados por el viento desde los lejanos continentes y los esqueletos silíceos de diversos organismos (Radiolarios, Diatomeas, etc.) ya que los de naturaleza calcárea se disuelven en el agua del mar antes de llegar al fondo del mismo.

2.3 CONSOLIDACIÓN O LITOGÉNESIS FACTORES DE LA MISMA

En cualquiera de los ambientes anteriores, los sedimentos llegados a ellos, forman un simple agregado suelto, muy poroso, con gran cantidad de agua en su interior. Como los aportes de nuevos materiales, se superponen unos encima de otros, los formados primeramente se quedan aislados del medio acuoso y se ven sometidos a presiones cada vez mayores.

Todas estas transformaciones, que, como es lógico, son extraordinariamente lentas (a escala humana, ya que se calcula que se necesitan varios siglos para depositarse un centímetro de sedimentos marinos), hasta que el antiguo material se transforma en una masa compacta, en una roca sedimentaria, se denominan *litogénesis,* o procesos litogenéticos, que pueden presentar diversas modalidades (Meléndez y Fúster, 1973, pág. 209):

a) *Compactación.* Conforme la presión va siendo cada vez mayor debido a nuevos aportes posteriores, el sedimento se ve obligado a perder agua, compactándose progresivamente. Es notoriamente importante en el caso de las arcillas, que en la superficie pueden contener cantidades superiores al 50 % o más de su volumen ocupado por agua (caso de los lodos o cienos de las desembocaduras de ríos, estuarios o deltas) mientras que a unos 2000 m de profundidad se ha reducido a un 2 %. Estas aguas sincrónicas con la formación de la roca (aguas congénitas) pueden ser muy importantes en las investigaciones geoquímicas y en el estudio de las migraciones de aguas.

b) *Cementación.* Puede darse el caso que los sedimentos se depositen en aguas cargadas de ciertas sus-

tancias que al precipitar traban o cementan el resto de material sólido, que en este caso, suelen ser aportes detríticos (gravas, arenas). Estas sustancias son generalmente, bicarbonatos cálcicos (que se transforman en carbonatos al precipitar), sílice o incluso arcilla.

c) *Diagénesis.* Se refiere al hecho de que algunas veces, los granos minerales, que integran los sedimentos no son estables bajo las nuevas condiciones y reaccionan entre sí y con el medio acuoso hasta lograr un posterior estado de equilibrio físico-químico, originando nuevos minerales que no han estado nunca en la superficie terrestre.

d) *Metasomatismo.* Finalmente, en algunos casos pueden producirse reacciones entre los sedimentos y el medio ambiente, reemplazándose átomo a átomo diversos iones y cambiando fundamentalmente la naturaleza de la roca, como se produce, por ejemplo, en el caso de la transformación de calizas en dolomías, originados por la sustitución de parte de los átomos de calcio por otros de magnesio de parecido volumen atómico.

Con lo dicho anteriormente, se comprende con facilidad cuales son los factores más importantes que influencian la actividad litogenética o de formación de rocas: los seres vivos, el agua, y procesos físicos, y químicos tales como la compresión, elevación de la temperatura (que producirá una desecación) y movimientos de la corteza que algunas veces originarán, además de un aumento en la presión, ciertas estructuras fijas que se superpondrán a la roca naciente (pizarrosidad, esquistosidad).

2.4 ROCAS SEDIMENTARIAS

Aunque las rocas sedimentarias, cuyo origen ha sido ampliamente comentado en los anteriores párrafos, sólo ocupan entre el 10 y el 20 % del volumen de la corteza (considerada hasta una profundidad de 15-16 km), en lo que respecta a la superficie total ocupada por ellas en todo el globo terráqueo ocupan el 75 % de las áreas emergidas (Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 422). Ello hace que para el geólogo tengan una gran importancia, y todavía mayor para el hidrólogo, si se tiene en cuenta que las rocas eruptivas (con exclusión de algunos tipos de rocas volcánicas) y metamórficas son prácticamente impermeables mientras que las sedimentarias suelen originar buenos acuíferos (areniscas, calizas, arenas, etc.).

En el capítulo siguiente se estudia una de las particularidades esenciales de las rocas sedimentarias (presentación en forma de estratos o capas horizontales o inclinadas), que las diferencian rápidamente del resto de las rocas, peculiaridad que las rocas plutónicas no presentan nunca, y las volcánicas sólo raras veces, y aún entonces no se puede hablar de «estratos» en sentido estricto.

2.4.1 Estructura

Además de esa característica anterior, las rocas sedimentarias detríticas pueden poseer otras características propias como son una estratificación cruzada (típica de algunas areniscas) gradada, paralela o bien son masivas (fig. 1.6).

Otras por el contrario, pueden poseer unas estructuras basadas en diminutos cristales (típicos en las evaporitas) inapreciables a simple vista, en numerosas esferas (estructuras oolítica, pisolítica o esferolítica), o restos de fósiles de animales que pueden llegar a constituir ellos solos la masa principal de la roca (rocas zoógenas).

2.4.2 Clasificación de las rocas sedimentarias coherentes

En este apartado se trata solamente, de la clasificación de las rocas sedimentarias coherentes, puesto que las no coherentes también llamadas agregados, han sido comentadas en el apartado 2.1 de este mismo capítulo.

En este sentido, desde el punto de vista de su origen pueden clasificarse en rocas detríticas, rocas de origen químico y rocas de origen orgánico.

2.4.2.1 Rocas detríticas. Si a un conjunto de partículas sólidas de tamaño determinado, se le agrega un cemento o sustancia aglutinante se obtienen las rocas detríticas, constituidas por lo tanto, por tres partes esenciales, los granos o cantos de grava y/o arena, que forman la fracción grosera, los de arena fina o arcilla, que forman la llamada matriz y el propio cemento, que como se dijo anteriormente, puede ser calcáreo, arcilloso o silíceo, así como una mezcla en proporciones variables de éstos.

Por lo tanto y de acuerdo con la tabla 1.4 las rocas detríticas son, ordenadas de mayor a menor tamaño de grano: conglomerados, areniscas, limos y arcillas, aunque esta división que parece tan clara sobre el papel, en la naturaleza no lo es tanto, sobre todo debido a las inevitables mezclas de partículas de distintos tamaños que, a veces origina el tener que hablar de areniscas conglomeráticas, arcillas arenosas, etc.

Conglomerados. Son las rocas detríticas cuyos fragmentos poseen mayor tamaño. A veces suelen presen-

TABLA 1.4 *Granulometría de los sedimentos según Wentwoorth, 1922, modificada por Leet and Judson, 1961*

Dimensiones en mm	Fragmentos individuales	Agregados no consolidados	Rocas consolidadas
⩾ 256	Cantos gruesos	Bloques	Conglomerado grueso
64-256	Cantos rodados	Cantos o guijarros	Conglomerado
4-64	Guijarros	Cascajo o grava	Pudinga
2-4	Grano o gravilla	Gravilla	Asperón
1-2	Grano de arena muy gruesa	Arena muy gruesa	Arenisca muy basta
1/2-1	Grano de arena gruesa	Arena gruesa	Arenisca basta
1/4-1/2	Grano de arena media	Arena media	Arenisca media
1/8-1/4	Grano de arena	Arena fina	Arenisca fina
1/16-1/8	Grano de arena muy fina	Arena muy fina	Arenisca muy fina
1/256-1/16	Partícula de limo	Limo	Limo compacto (limolita)
⩽ 1/256			Arcilla compacta (arcillita)

tarse con espesores muy notables (como es el caso de Montserrat, Barcelona; Riglos, Huesca; etc.) correspondiente a zonas especiales dentro de la paleogeografía de la región. Otras veces aparecen en la base de series sedimentarias importantes, indicadores de movimientos de elevación del nivel del mar o descenso de las tierras emergidas.

Si los cantos, en lugar de ser rodados son angulosos o subangulosos, entonces la roca se denomina una brecha, aunque a veces este nombre se usa para designar rocas muy fragmentadas originadas por procesos tectónicos (véase el cap. 1.4).

Areniscas. Son rocas sedimentarias muy abundantes, que ocupan grandes extensiones y espesores en casi todas las eras geológicas. Comúnmente admiten una gran diversidad de variedades de las cuales las más importantes son las grauwacas (con poco cuarzo, cemento arcilloso y grano poco rodado, con tonos primordialmente oscuros) y las arcosas con los granos constituidos por cuarzo y feldespato, con cemento calcáreo, y relacionadas, en su origen, con rocas graníticas y areniscas silíceas con lo que los granos son casi exclusivamente de cuarzo y el cemento es arcilloso o silíceo también.

Loess. Se trata de un depósito pulverulento, es decir de grano muy fino, de origen eólico, poco o nada cementado, de naturaleza sílico-margosa, y formado esencialmente por granos de cuarzo, feldespato, arcillas y micas, con algunas concreciones calcáreas de origen secundario (muñecas del loess).

Arcillas. Son las que poseen el tamaño de grano más fino, con una gran complejidad mineralógica, ya que la naturaleza de las partículas que las forman puede ser muy distinta, aun dentro del grupo de los minerales arcillosos (caolínicas, montmorilloníticas, illíticas, etc.), y por ello es de difícil estudio, agravado por la dificultad de observación directa de los granos que hace necesario recurrir a técnicas especiales e incluso al microscopio electrónico.

2.4.2.2 Rocas de origen químico. Se originan al precipitar diversos compuestos químicos en el interior del medio acuoso en el cual se hallaban disueltos. Como ejemplo de estas rocas, deben citarse, en primer lugar por su gran difusión, las calizas, formadas por carbonato de calcio (CO_3Ca) que puede llegar a ser muy puro y las dolomías formadas por carbonato de calcio y magnesio [$(CO_3)_2CaMg$].

Además de este primer tipo de rocas carbonatadas, existen unas rocas sedimentarias de origen salino, formados por la precipitación de cloruros, sulfatos, carbonatos, hidróxidos, óxidos, etc., de metales alcalinos y alcalinotérreos, y que se originan en los lagos salados, mares interiores, lagos con aportes de sales en disolución, etc.

No obstante, la importancia hidrogeológica de las primeras sobrepasa con mucho la de las rocas de tipo salino o evaporitas, por lo que sólo se describen a continuación las rocas carbonatadas. El lector interesado en el resto puede hallar amplia información en los tratados usuales de Geología.

Calizas. Ocupando un porcentaje muy considerable (aproximadamente, el 20 %) de todos los sedimentos que se encuentran en la superficie terrestre, las calizas pueden ser de dos tipos: calizas de origen químico propiamente dicho (precipitación de CO_3Ca) y calizas bioquímicas u organógenas, formadas por la acumulación de caparazones o partes duras de diversos organismos. Estas últimas son las más importantes, si se tiene en cuenta su origen oceánico. Poseen una gama muy extensa de variedades: creta (caliza formada por capara-

zones de foraminíferos), calizas conchíferas, o lumaquelas (con gran abundancia de conchas de moluscos, ostras, rudistos, etc.), calizas coralinas, (con restos de algas y corales de antiguos arrecifes, calizas travertínicas, travertinos o tobas (calizas formadas por las aguas continentales), etc. Muchas veces, estas rocas poseen infinidad de restos orgánicos, denominándose entonces calizas zoógenas o lumaquelas.

Dolomías. Bastante parecidas a las calizas se componen principalmente de dolomita $[(CO_3)_2Ca\,Mg]$ existiendo, al igual que en el caso anterior todos los pasos intermedios entre la caliza y la dolomía debido a la fácil sustitución de los átomos de Ca por los de Mg, que algunas veces es posterior a la formación de la caliza original (dolomitización secundaria) (ver a este respecto, los capítulos 1 y 2 de la sección 10).

Tanto las calizas como las dolomías son fácilmente identificables por su reacción con el ácido clorhídrico (producción de efervescencia de CO_2) con mayor facilidad en el ataque de la caliza que en el caso de la dolomía.

En la naturaleza suelen presentarse interestratificadas con otros materiales de los que destacan poderosamente por su mayor dureza (relieves calizos tabulares, en cuesta, etc.).

Margas. Intermedias entre las arcillas y las calizas propiamente dichas, presentan una gama extensísima desde las arcillas algo calcáreas hasta las calizas arcillosas con todos los pasos intermedios. Suelen presentarse bien estratificadas y suelen ser blandas si el porcentaje de arcilla es elevado.

2.4.2.3 Rocas de origen orgánico. Se incluyen bajo esta denominación aquellas rocas en las cuales han intervenido directamente los seres vivos en su formación y que están formadas por restos de su misma materia orgánica, más o menos transformados. Dentro de esta clasificación tienen cabida los carbones minerales y los hidrocarburos naturales (petróleo, asfalto, betunes, etc.). Aunque en la economía nacional e internacional juegan un papel de primordial importancia, dentro de la hidrología subterránea su importancia es mínima, por lo que no se les dedica mayor atención.

Capítulo 1.3

Estratigrafía y geología histórica

3.1 ESTRATOS: DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS MÁS IMPORTANTES

En el capítulo anterior se habla ampliamente de las rocas sedimentarias y se discuten sus particularidades más sobresalientes. Una de estas particularidades es de capital importancia en geología, ya que a su alrededor puede decirse que giran prácticamente todas las investigaciones geológicas, y forma además la unidad fundamental de la roca sedimentaria: es el estrato o capa de roca de una determinada naturaleza litológica.

En efecto, los estratos o capas constituyen la forma de presentación de las rocas sedimentarias, y de algún tipo de rocas volcánicas (coladas de lava, piroclastos, cineritas, etc.), aunque en este último caso no se puede hablar propiamente de estratos. Ello está en muy directa relación con el propio origen de las rocas sedimentarias, origen que se manifiesta incluso en la superficie, a pesar de haber sufrido, la mayoría de las veces, transformaciones o deformaciones que pueden alterar la primitiva ordenación en capas horizontales, en el seno del ambiente sedimentario donde se formaron (generalmente, las cuencas marinas y ciertas cuencas continentales).

Así pues, la presentación de las rocas sedimentarias en forma de capas o bandas más o menos paralelas, con unas ciertas dimensiones de espesor (ver más adelante), no es un hecho casual, sino que responde al propio concepto de roca sedimentaria.

3.1.1 Características sedimentarias. Facies

No debe creerse, sin embargo que los estratos son o deben ser capas o bandas rigurosamente paralelas, con un espesor constante a lo largo de toda su extensión. Nada más lejos de la realidad, puesto que los límites superior e inferior del mismo (véase apartado 1.2 de este capítulo) son, la inmensa mayoría de las veces, superficies irregulares, sin llegar a ser superficies planas, sino alabeadas, lo que se traduce en variaciones notables del espesor. Todas estas características son de extrema utilidad al geólogo estratigráfico, puesto que mediante el estudio de estos pequeños detalles como el descrito, puede llegar a reconstruir las condiciones ambientales en las que se depositaron dichos materiales.

Sin embargo, la Estratigrafía, en su aspecto más detallado, no es el objeto de estas páginas y solamente se da aquí y en los apartados siguientes una pequeña revisión de aquellos conceptos que son útiles o necesarios en la hidrología subterránea.

Así pues, las capas de los materiales que forman la corteza terrestre pueden presentar una serie de características propias, adquiridas durante la propia sedimentación de los productos que originarán posteriormente la roca futura.

Estas características son, entre las más importantes:

a) Rizaduras (ripple marks de los autores anglosajones) originadas por el movimiento ondulatorio del agua o por corrientes de agua o hielo. Son características de bastantes tipos de areniscas.

b) Señales de pequeños desprendimientos por gravedad (slump marks) sobre todo en depósitos de carácter fino (arenas finas, arcillas).

c) Grietas de desecación, referidas siempre a materiales finos (desde arenas muy finas hasta las arcillas) producidas por la retracción de éstos al ser secados por la acción del sol.

d) Huellas de lluvia y/o granizo, que pueden quedar indeleblemente marcados en sedimentos finos.

e) Pistas de animales, dejadas por éstos en su desplazamiento sobre el sedimento. En algunos casos pueden tener el mismo valor estratigráfico que el propio fósil (restos de animales o plantas petrificados, que se han conservado hasta nuestros días).

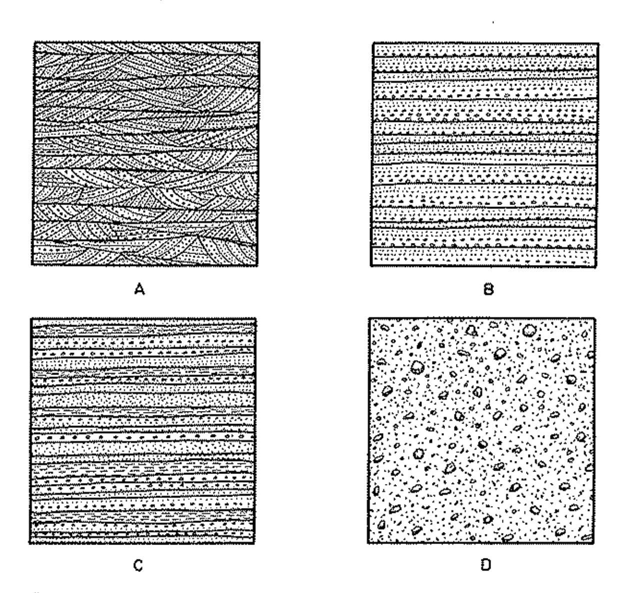


FIGURA 1.6

Variedades en la estratificación de las rocas sedimentarias detríticas (según Gilluly, Waters y Woodfords, 1964, pág. 427).
A. *Estratificación cruzada, en la que las láminas menores forman ángulos muy acusados con los planos principales de estratificación.* B. *Estratificación gradual, con los planos laminares paralelos a la estratificación principal, pero dentro de cada lámina hay una variación gradual de tamaño.* C. *Laminación paralela.* D. *Estratificación masiva, sin ordenación sistemática reconocible por el tamaño del grano.*

f) Características tan importantes como las denominadas estratificaciones gradada y cruzada (graddeb bedding y crossed bedding) respectivamente, son ya netamente estratigráficas y requieren conocimientos muy especializados para su interpretación (fig. 1.6).

Todo este conjunto de características sedimentarias, que pueden o no existir en los estratos, además de otros conceptos físicos y geológicos (color, compacidad, espesor), caracteres de la estratificación (en bandas pequeñas o gruesas, aborregadas, etc.), presencia de fósiles, minerales pesados, etc., recibe el nombre de *facies* y permite distinguir un estrato o grupo de ellos, si son muy semejantes o diferentes del resto de los que se hallan en una región.

3.1.2 Muro, techo y espesor de los estratos

Lógicamente cabe pensar que los estratos no son infinitos, sino que poseen un inicio y un fin. Estos extremos distales son conocidos geológicamente por muro y techo del estrato o más vulgarmente por base y techo del mismo (fig. 1.7).

Estos dos conceptos, que corresponden a sendas superficies aproximadamente paralelas y planas, son los llamados planos o juntas de estratificación y representan en la estratigrafía de la región, una interrupción temporal en el proceso sedimentario que posteriormente se reanuda con depósitos del mismo o distinto tipo. En este sentido, una capa muy potente de calizas, por ejemplo, representa una larga continuidad en la sedimentación, sin alteración de las condiciones ambientales, mientras que la misma caliza, finamente estratificada indica unos frecuentes cambios en la sedimentación. Así, en la figura 1.7.C cada capa de calizas, areniscas y margas representan unas ciertas condiciones ambientales en la estratificación, pero además en la parte superior de la misma, existen tres estratos superpuestos de calizas separados por dos planos de estratificación, indicando que se produjeron sendas interrupciones en la estratificación.

En este sentido, cada plano de estratificación (fig. 1.7) representa en realidad la base del estrato que posee encima, el cual a su vez es el techo del de debajo, por lo que ambos conceptos son relativos y si los estratos son verticales (caso B de la fig. 1.7), puesto que muchas veces, por alteraciones posteriores del terreno los estratos han quedado en posición vertical, es preciso conocer el orden de formación de la serie estratigráfica, para su

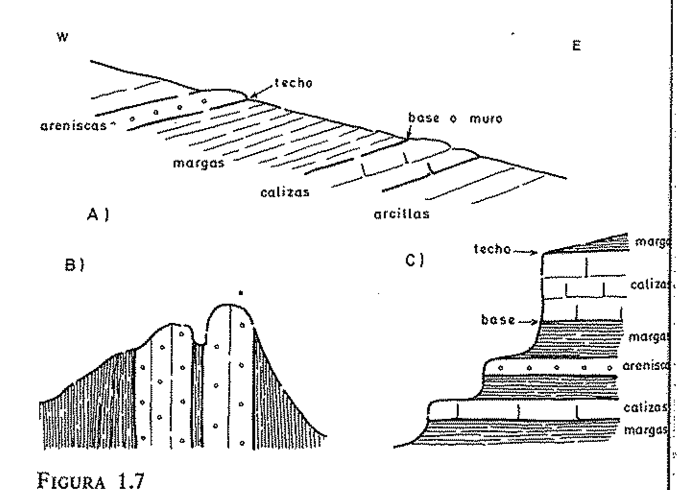


FIGURA 1.7

Base (o muro) y techo de los estratos.
En B, la determinación de la posición relativa del techo y la base de los estratos depende de la posición estratigráfica de los mismos (ver el texto).

identificación. Además, en la realidad se acostumbra a hablar de base y techo de formaciones geológicas, es decir, de un conjunto de estratos de características litológicas y sedimentarias muy parecidas (es decir, de facies análogas) prescindiendo de las individuales que corresponderían a cada estrato.

El espesor, o también potencia, de los mismos es otro concepto importante. Se define como la mínima distancia que existe entre el muro y el techo del estrato, o conjunto de ellos que le corresponde lógicamente a la distancia media perpendicularmente entre ambos. Ello es tanto más importante en los estratos ligeramente inclinados, cuya apreciación, desde la superficie puede dar lugar a errores de consideración, en relación con el espesor aparente de los mismos (fig. 1.8 A). Es por esto por lo que es preciso conocer el buzamiento o inclinación de las capas (véase el apartado 1.4 de este mismo capítulo) para su determinación precisa, aunque sobre el terreno y salvo casos especiales suelen hacerse estimaciones aproximadas del mismo.

En los estratos horizontales (fig. 1.8 B) no hay confusión posible puesto que el espesor coincide con la diferencia de cotas altimétricas entre el muro y el techo de la formación.

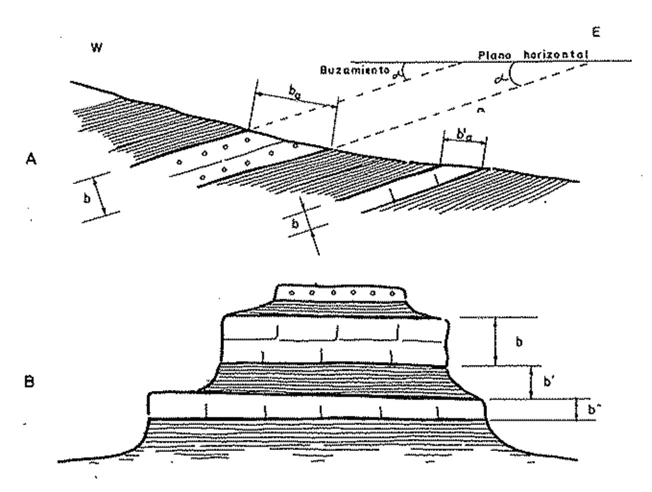


FIGURA 1.8

Buzamiento, dirección o rumbo y espesor de los estratos.
A. *Las capas buzan hacia el oeste* (W) *unos* 20° *y tienen por lo tanto una dirección* N-S. *Su notación sería* 20° W (ó N 180° 20° W ó N 180° E, 20° W).
B. *Estratos horizontales (con buzamiento nulo) en los que no procede hablar de dirección de los mismos.*
Tanto en A *como en* B, b, b′ y b″ *son los espesores reales de cada formación, y* b_a y b'_a *los espesores aparentes.*

3.1.3 Rumbo o dirección

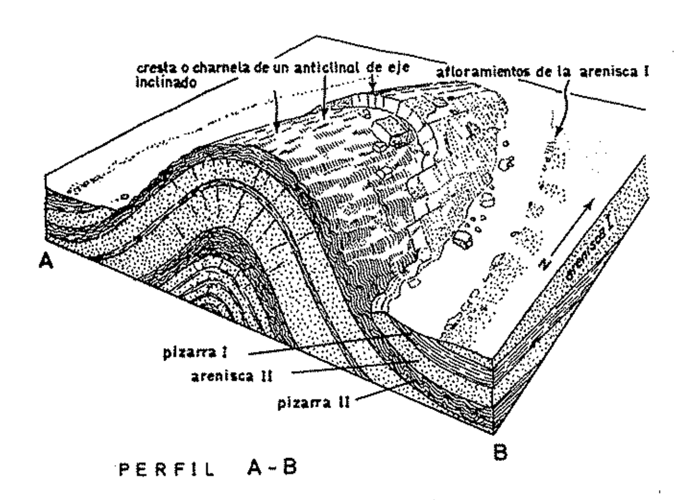
Se denomina rumbo o dirección de un estrato a la dirección geográfica que posee la intersección del estrato con un plano horizontal. Esta dirección se determina con una brújula especial, denominada brújula de geólogo (que suele poseer además un fácil sistema para medir la inclinación de los estratos) y se suele medir en grados, referidos siempre a la posición del norte magnético, siguiendo el sentido de rotación de las agujas del reloj (es decir, en una circunferencia completa de 360°, aunque algunos autores prefieren usar solamente 180°, indicando entonces si el rumbo es hacia el este o el oeste (E o W).

Como ejemplos, pueden considerarse las notaciones: N 20° (la capa forma un ángulo de 20° con el norte magnético, medido hacia el este, es decir equivale a N 20° E), N 27°, N 45° E (o N 45°), etc. En todos los casos de estratos inclinados, es posible siempre considerar y determinar una dirección geográfica que represente la dirección o rumbo del mismo. Solamente cuando los estratos son horizontales no tiene sentido hablar de dirección de los mismos, puesto que como fácilmente se comprende, pueden tomarse todas las posibles. En lo que hace referencia a su notación gráfica, en los planos o mapas geológicos se suelen usar los símbolos reproducidos en la figura 1.35, en la que se han representado asimismo los correspondientes al buzamiento, símbolos tectónicos, etc.

3.1.4 Buzamiento o inclinación de los estratos

Sin embargo, y a pesar de lo dicho en el apartado anterior los estratos no quedan unívocamente definidos en el espacio si no se conoce otro factor, que es el dominado buzamiento o inclinación de los mismos, y que expresa el valor del mayor ángulo diedro que se puede obtener entre la línea de máxima pendiente sita sobre la capa y un plano horizontal ideal (fig. 1.8 A). Al igual que el rumbo, se mide en grados y se usa la brújula de geólogo con clinómetro para determinarlo.

Según la definición, la dirección de la capa y la dirección hacia la cual se halla la máxima inclinación, deben ser perpendiculares, por lo que basta indicar el valor del ángulo de inclinación y la dirección de esa máxima pendiente para que la capa pueda ser fácilmente colocada en el espacio sin duda alguna. Por ello, es más lógico y sencillo usar las notaciones 15° E, 27° 125° E (ó 27°/125) que significan: la primera, una capa de dirección norte-sur (normal al este) se hunde con una



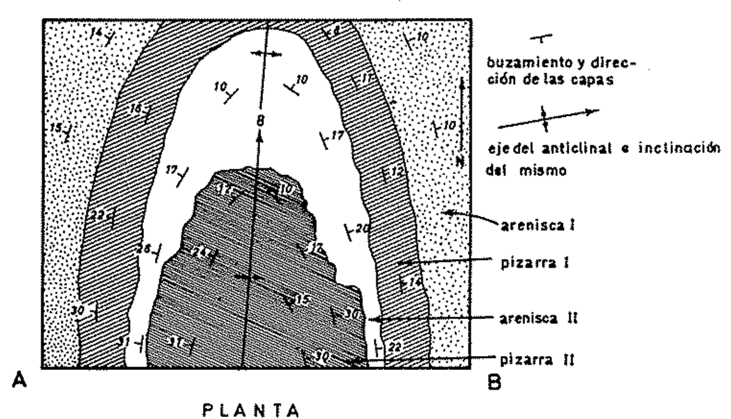


FIGURA 1.9
Utilidad del rumbo y buzamiento en una zona plegada para la interpretación de la estructura geológica de una región (tomado de Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 175). El perfil A-B *corresponde al borde inferior del esquema cartográfico.*

inclinación de 15° hacia el este y la segunda, una formación, cuya dirección es N 35° (o N 35° E) —dirección perpendicular a N 125°—, se inclina bajo un ángulo de 27° en una dirección N 125° (o N 125° E).

3.1.5 Utilidad del rumbo o dirección y buzamiento

El rumbo y el buzamiento de cada formación geológica dentro de una región dada poseen una gran utilidad, puesto que si se poseen suficientes valores de los mismos, se puede tener una rápida idea sobre la estructura geológica de la misma y permiten dibujar perfiles y/o bloques-diagrama que pongan de manifiesto dichas estructuras (figs. 1.9 y 1.10) que son esenciales para la comprensión de la geología del lugar.

Otras veces para determinar la profundidad a la cual se halla una determinada formación, es preciso acudir asimismo al buzamiento de la misma.

3.1.6 Asociación de estratos: series y columnas estratigráficas

Como fácilmente se comprende, los estratos o capas no se presentan nunca aislados individualmente sino formando parte de un conjunto de mayor o menor extensión y espesor que recibe el nombre de serie o columna estratigráfica, tal como la especificada seguidamente (Virgili, 1958, pág. 377) y que gráficamente se suelen representar en forma de columnas, como la de la figura 1.11.

Techo. Cretáceo concordante

Keuper

5 m Calizas y dolomías brechoides.
4 m Margas y carniolas muy arcillosas.
2 m Calizas duras cristalizadas.

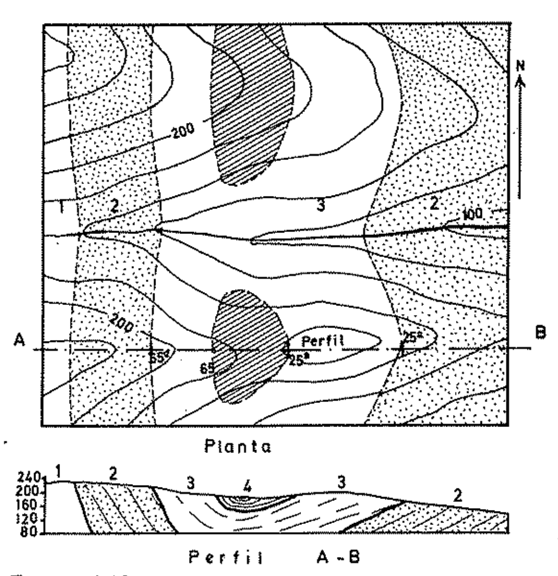


FIGURA 1.10
Utilidad del rumbo y buzamiento en la construcción de perfiles (tomado de Lahee, 1962, pág. 657).

20 m Calizas arcillosas algo dolomíticas y cavernosas, con niveles de carniolas en la parte basal.
6 m Margas irisadas con vetas rojizas. En la parte basal existen unas finas intercalaciones calcáreas que en Vallirana contienen *Myophoriopsis (Pseudocorbula) keuperina Quent.*
50-30 m Margas grises y amarillentas con intercalaciones de yeso cuya potencia varía entre pocos centímetros y más de 20 m.
5 m Margas grises y compactas con lechos de carniolas.

Muschelkalk Superior

5 m Calizas y dolomías blancas, arcillas y en finas lajas.
20 m Dolomías grises compactas, que en Montmany de Can Rafel (Cervelló) contienen restos de *Cassianella.*
10 m Calizas más o menos arcillosas según los niveles y con trazas de fucoides.
15 m Calizas dolomíticas en lajas finas. Color gris oscuro en fractura reciente pero con pátinas grisáceas. Es el nivel de *Daonella, Mannites* y *Protrachiceras* (Begues).
6 m Dolomías compactas y ligeramente cavernosas, en la parte basal pasando a carniolas.

Muschelkalk Medio

1 m Arcillas azuladas y grises.
3 m Arcillas rojas e irisadas.
7 m Arcillas rojas con intercalaciones de areniscas blanquecinas.
10 m Areniscas rojas muy arcillosas, con lechos de arcillitas, que pasan insensiblemente al nivel inferior.
15 m Areniscas rojas arcillosas.
10 m Arcilla roja e irisada.

Muschelkalk Inferior

3 m Calizas blancas pulverulentas.
20 m Dolomías grises con algún módulo de sílex (son muy escasos y pequeños).
8 m Calizas con fucoides, más compactas en la parte superior y más arcillosas en la base.
4 m Calizas arcillosas en lajas. La potencia de este nivel es muy variable, y muchas veces está completamente laminado.
20 m Calizas grises compactas con *Spiriferina mentzeli.*
5 m Calizas dolomíticas ligeramente cavernosas.

Buntsandstein

8 m Margas y arcillitas grises amarillentas con finas intercalaciones calcáreas en la parte superior.
8 m Arcillitas rojas y verdes en capas alternantes.
5 m Arcillitas rojas.
3 m Arenisca roja muy arcillosa.

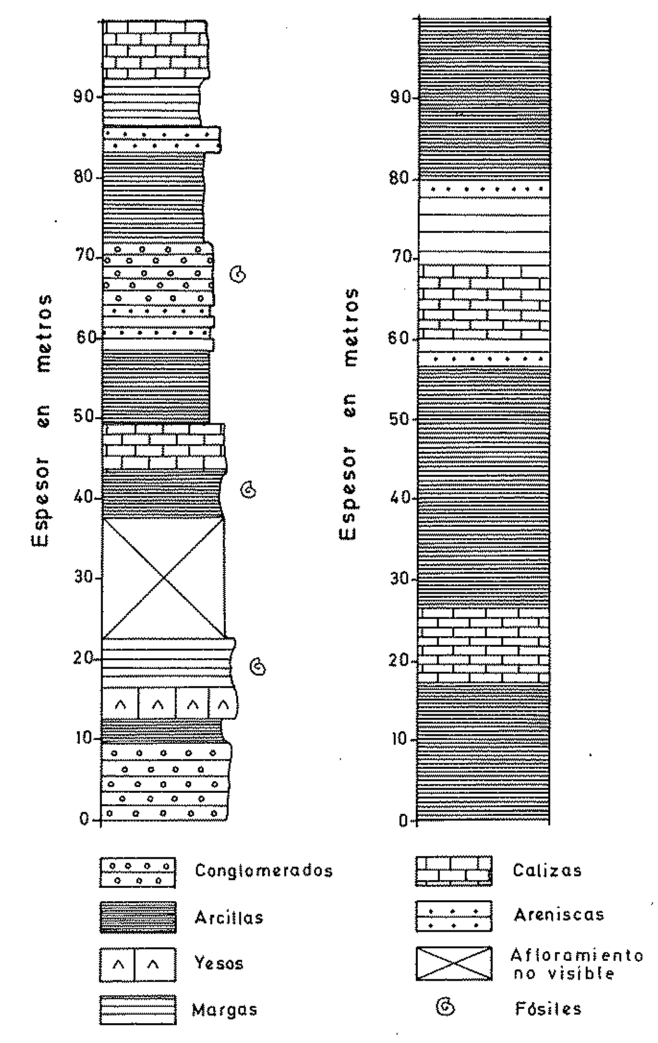


FIGURA 1.11
Representación gráfica de series estratigráficas.

5 m Conglomerados de elementos muy finos con intercalaciones arenosas.
5 m Areniscas rojas con finos lechos de conglomerados.
20 m Conglomerados y areniscas en capas alternantes.
80 m Conglomerados constituidos por elementos de cuarzo y cuarcita. Existen algunas intercalaciones arenosas.
3 m Conglomerados constituidos por cantos de origen local y subangulosos. Cemento arcilloso.
0,20 m Arcillitas blancas.

Yacente. — Paleozoico.

3.2 CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA ESTRATIGRAFÍA

Aun no siendo este un tratado de Geología, es preciso conocer algunos de los conceptos fundamentales en estratigrafía que son luego precisos cuando se trabaja en hidrología subterránea, y por ello se describen a continuación.

3.2.1 Transgresiones y regresiones

A lo largo de la historia geológica del planeta Tierra han tenido lugar varias transgresiones y regresiones, por las que debe entenderse un avance o retroceso, respectivamente, del nivel del mar, hacia el continente o alejándose de él (reconocido a veces por un hundimiento o levantamiento de la costa). Estos movimientos, cuyas causas todavía no son perfectamente claras se pueden detectar perfectamente por la secuencia en la sedimentación, de acuerdo con el orden relativo en que se depositan los materiales finos y gruesos (fig. 1.12), ya que en las transgresiones, las capas posteriores van teniendo cada vez mayor extensión, depositándose los materiales groseros cerca de la costa y los finos tanto más alejados cuanto menor sea su tamaño. En las regresiones por el contrario, la extensión superficial de los nuevos sedimentos va siendo cada vez menor y los materiales gruesos pueden depositarse sobre otros más finos correspondientes a estratos anteriormente depositados.

3.2.2 Lagunas estratigráficas

Se denominan lagunas estratigráficas a las ausencias, en una determinada formación geológica, de un estrato o conjunto de ellos. Para determinarlas, es preciso, obviamente, conocer la formación geológica completa en otros lugares para poderlas comparar con la que se sospecha que posee una laguna estratigráfica.

Así, por ejemplo si una formación posee los niveles A, B, C, D, E, F, G y H y otra análoga cercana contiene solamente términos A, B, C, G y H, se dice que existe una laguna estratigráfica que comprende desde el término D al F.

Este tipo de caracteres geológicos implica un hecho muy importante: durante la sedimentación de los materiales de la segunda serie del ejemplo anterior, hubo una falta de sedimentación o hiato, que alcanzó hasta el último término comprendido en la laguna, sea por una falta propia de sedimentación, sea por que fue erosionada (elevación del fondo del mar hasta la superficie del mismo, donde se estaba depositando la serie incompleta) que lleva consigo que en el lugar donde se sitúa ésta, no existan los términos correspondientes al hiato.

3.2.3 Concordancias y discordancias

Se dice que los estratos de una formación o serie estratigráfica son concordantes cuando se disponen en capas o niveles paralelos unos a otros, con la misma secuencia en que se depositaron y no existe ausencia de sedimentación entre ellos.

Ello no quiere decir que deban ser necesariamente horizontales, ya que si la serie luego de formada, fue sometida a acciones tectónicas (ver el capítulo siguiente), puede darse el caso de obtener una serie de estratos inclinados pero perfectamente concordantes entre sí (figs. 1.8 A y B).

Además, y como ya se ha dicho, para que exista una verdadera concordancia en la serie es preciso que no exista tampoco una laguna estratigráfica en la misma, puesto que ello implicaría la existencia de una superficie de erosión en el «muro» de la laguna, previa a la sedimentación del «techo» de la misma, fenómeno que se denomina discordancia erosiva, y los estratos ya no

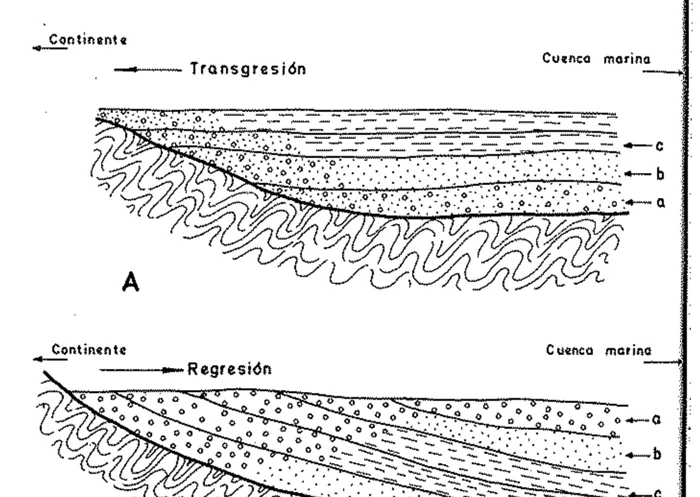


FIGURA 1.12
Efectos de las transgresiones y regresiones en las secuencias de la sedimentación (tomado de Meléndez-Fúster, 1973, pág. 470). a) *Conglomerados.* b) *Areniscas.* c) *Arcillas.*

serían correlativos unos a otros, con lo que perderían su condición de concordantes.

Sin embargo, no es éste el caso más frecuente ni el más importante entre las discordancias, cualidad que ostentan las denominadas discordancias angulares, cuyo proceso esquematizado de formación se indica en la figura 1.13, que implican un plegamiento, erosión (a veces hasta alcanzar el posterior estado de penillanura) y un hundimiento en alguna cuenca sedimentaria que lleva consigo la deposición de una nueva serie de materiales encima de los preexistentes.

3.2.4 Los fósiles

En el estudio de los terrenos de una región, se hallan muchas veces restos de animales o plantas incluidos en el interior de formaciones rocosas. Estos restos, llamados fósiles, que pueden ser desde partes del propio organismo (hueso, concha, diente, hoja, grano de polen) hasta a veces el organismo entero, o incluso señales o rastros de su actividad (pistas, pisadas, etc.) son de importancia capital en geología, puesto que permiten, además de datar o fechar la roca en la cual se encuentra (véase el apartado 3.3 de este capítulo), estimar las condiciones ambientales de la superficie terrestre en ese lugar durante la época en la cual vivía dicho organismo, así como efectuar correlaciones entre formaciones sincrónicas, pero muy alejadas geográficamente unas de otras.

Estos restos llegan hasta nuestros días mediante un proceso de conservación basado en la petrificación del resto del animal o planta, aunque en general, sólo se conservan las partes duras del mismo (conchas, dientes, huesos, etc.) debido a que la materia orgánica del mismo desaparece rápidamente después de su muerte antes de que pueda ser «petrificada» o «fosilizada».

El interés e importancia de los fósiles, de cuyo estudio se ocupa la Paleontología, reside en el hecho de que son muy distintos unos a otros, y no se repiten nunca en estratos de distintas edades geológicas, debido a la constante evolución biológica de las especies. Ello quiere decir que un fósil de la especie A sólo se encontrará en una serie de estratos de edad determinada pero no en los superiores e inferiores lo cual permite datar como de la misma edad todos aquellos terrenos que contengan la especie A (fósil o especie característica de esa edad), sean o no de la misma naturaleza geológica o estén muy separados geográficamente.

Al comentar las eras geológicas se mencionan algunos tipos generales de fósiles, con objeto de que el lector

Formación de la serie 1

1

Plegamiento

2

Erosión (fase I)

3

Erosión (fase II)

4

Hundimiento y sedimentación de la serie 2

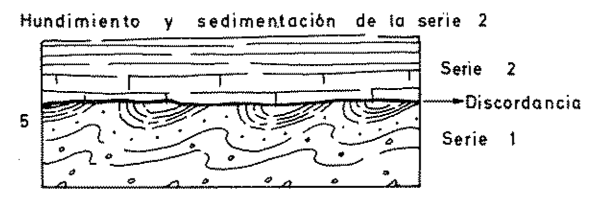


FIGURA 1.13
Formación de una discordancia angular (véase el texto).

tenga una cierta idea sobre los mismos. Sin embargo, el carácter de este libro y las lógicas limitaciones de espacio impiden considerar más a fondo el tema.

3.2.5 Principios fundamentales de la Geología Histórica

La Geología Histórica es aquella parte de la Geología que se ocupa del pasado de la Tierra, y como tal trata de establecer, de la mejor forma posible, todos los hechos geográficos, climáticos, biológicos, geológicos, etc., por los que atravesó el planeta durante dichos tiempos pretéritos.

Para ello, se admiten tres principios o axiomas fundamentales en los que se basan todas las teorías e interpretaciones sobre dicho pasado.

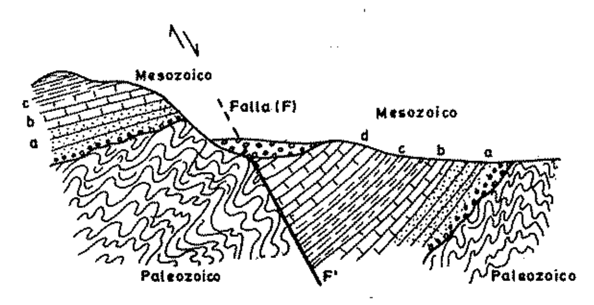


FIGURA 1.14
Reconstrucción de la historia geológica de una región (tomado de Meléndez-Fúster, 1973, pág. 468) (véase el texto).

Estos tres principios son: El principio del actualismo geológico, según el cual los procesos geológicos que ocurrieron hace tiempo lo hicieron de la misma forma en que acontecen en la actualidad. Es decir que si, por ejemplo, se halla un diente de tiburón en una serie de estratos, cabe deducir que dichos estratos se formaron en un ambiente marino, con unas características de salinidad y temperatura parecidas a las de las aguas donde aquellos viven actualmente.

Sin embargo, a pesar de parecer evidente, existen investigadores que no lo admiten por considerar que no hay suficientes evidencias reales para aceptarlo.

El segundo, y más importante de los principios mencionados, propugna que en una serie normal (es decir, que aparece a la vista del observador en el mismo orden en que depositaron los estratos), cada uno de los niveles o capas son posteriores a los que están debajo y anteriores a los situados por encima de los mismos. Este principio y el denominado de la cronología geológica relativa (un fenómeno geológico es siempre posterior a los terrenos a los cuales afecta y anterior a los que no han sido afectados por él), permiten reconstruir, siquiera a grandes trazos, la historia de los hechos geológicos acaecidos en una región. Así por ejemplo, en la figura 1.14, estos hechos debieron ser los siguientes (Meléndez y Fúster, 1969, pág. 468):

1) Sedimentación de arcillas en un mar profundo, durante la era paleozoica.

2) Plegamiento orogénico y consiguientes metamorfismos de los sedimentos arcillosos, originándose filitas o pizarras.

3) Emersión y formación de una cadena montañosa.

4) Ciclo erosivo y arrasamiento del macizo paleozoico, que llegaría a formar una penillanura.

5) Transgresión del mar mesozoico sobre el macizo paleozoico arrasado, sedimentación sucesiva de gravas y arenas (a), calizas (b), margas (c), nuevamente calizas (d).

6) Nuevo plegamiento orogénico, que afectó al mesozoico, emersión y constitución de un área continental.

7) Formación de una fractura o falla F—F′ que afectó a los terrenos paleozoicos y mesozoicos, con hundimiento de parte del macizo anteriormente formado.

8) Nuevo ciclo de erosión que da lugar a la superficie topográfica actual en la que aún se marca el desnivel producido por la falla.

9) Depósito de aluviones durante la era cuaternaria que cubren la falla F—F′, fosilizándola.

3.2.6 Correlaciones y cambios de facies

Cuando se estudia geológicamente un área determinada, el trabajo se realiza analizando las rocas de los afloramientos (lugares donde ésta está expuesta a la superficie terrestre) que son limitados en número y extensión. El problema surge cuando se quieren unir y/o comparar los resultados de un afloramiento o lugar a otro, ya que pueden ser rocas distintas o parecidas pero de edad diferente, etc.

El mismo problema se plantea cuando se quieren comparar los datos de los registros de perforaciones más o menos alejadas, que pueden alcanzar distinta profundidad y empezar en cotas topográficas del terreno distintas.

La solución de ambos problemas consiste en poder establecer unas buenas relaciones entre los datos de cada lugar intentando encontrar en todos ellos una misma capa (distinguible por su naturaleza geológica, por contener una determinada especie fósil, etc.) para asegurar que es la misma en todos los lugares. Ello se facilita grandemente comparando las series estratigráficas que representan en su orden respectivo los materiales de zona (fig. 1.15).

Si se trata de correlacionar sondeos, además de los métodos citados, puede usarse la correlación de los registros geofísicos de los mismos, técnica especialmente utilizada en perforaciones petrolíferas, debido a su gran interés económico, pero es muy poco utilizada en la exploración de aguas subterráneas (fig. 1.16).

Sin embargo, al geólogo se le plantea muchas veces el problema de los cambios laterales de facies, fenómeno muy frecuente y que consiste en una variación de la composición litológica de estratos de la misma edad geológica es decir, de estratos sincrónicos. Por lo tanto, es preciso conocer lo más perfectamente posible estos cambios de facies si se quiere conocer la estratigrafía

de conjunto de la zona. Así, por ejemplo, en la figura 1.17, se observa que las tres series estratigráficas designadas con A, B y C poseen el mismo espesor total de estratos, pertenecientes a la misma edad, pero su naturaleza litológica es muy distinta en cada una de ellas.

3.3 DATACIONES ABSOLUTA Y RELATIVA EN GEOLOGÍA

A lo largo de este capítulo se ha hablado ya varias veces de la edad de los materiales que componen la corteza terrestre. No es difícil comprender que si la Geología, y más especialmente la Estratigrafía y la Geología Histórica, intentan esclarecer el origen de todos los fenómenos ocurridos con anterioridad y establecer un orden cronológico para los mismos, el problema de la determinación del tiempo en Geología, debe ser considerado como muy importante, tanto más cuanto los conocimientos que se poseen sobre la historia de la Tierra, abarcan una muy pequeña parte de la edad total de la misma.

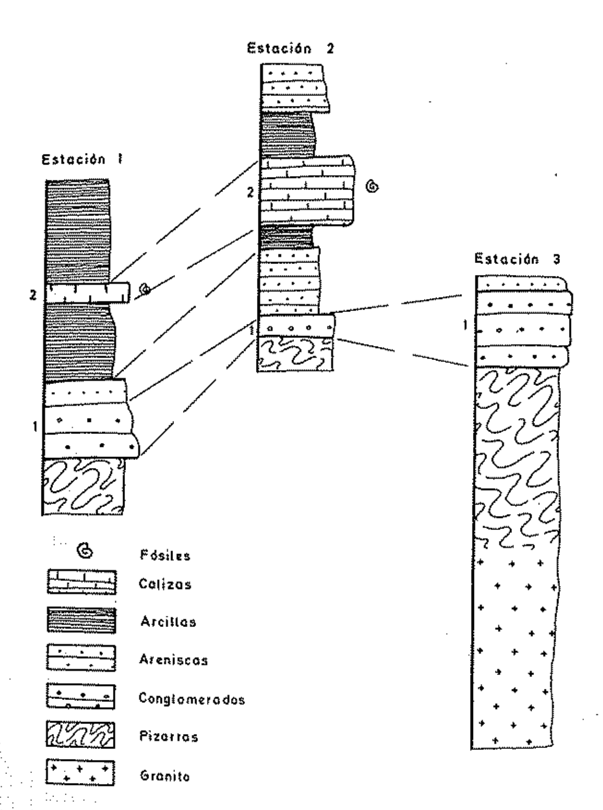
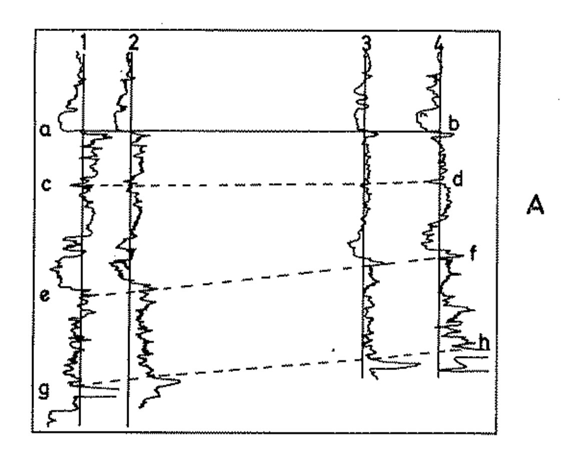


FIGURA 1.15
Ejemplos de correlación entre tres series estratigráficas de lugares distintos.



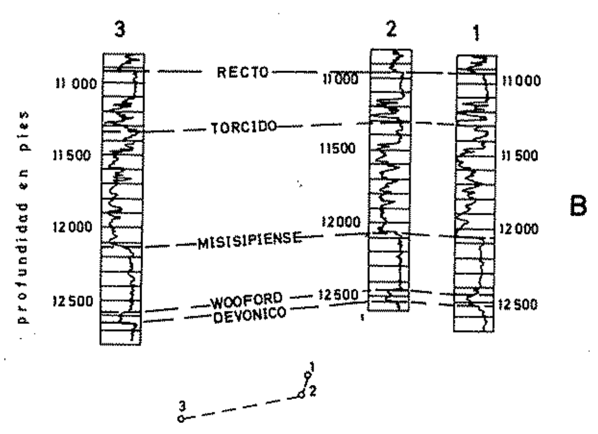


FIGURA 1.16
Correlación entre perfiles geofísicos de sondeos petrolíferos (tomado de Lahee, 1962, pág. 691).
A. *Registros de rayos gamma en cuatro pozos.*
B. *Registros de velocidad continua.*

3.3.1 Datación absoluta

Como su nombre indica, hace referencia a la determinación del número de años transcurridos desde que la Tierra puede ser considerada como planeta, o desde que ocurrió tal o cual fenómeno geológico (formación de una cuenca sedimentaria, fosilización de seres vivos,

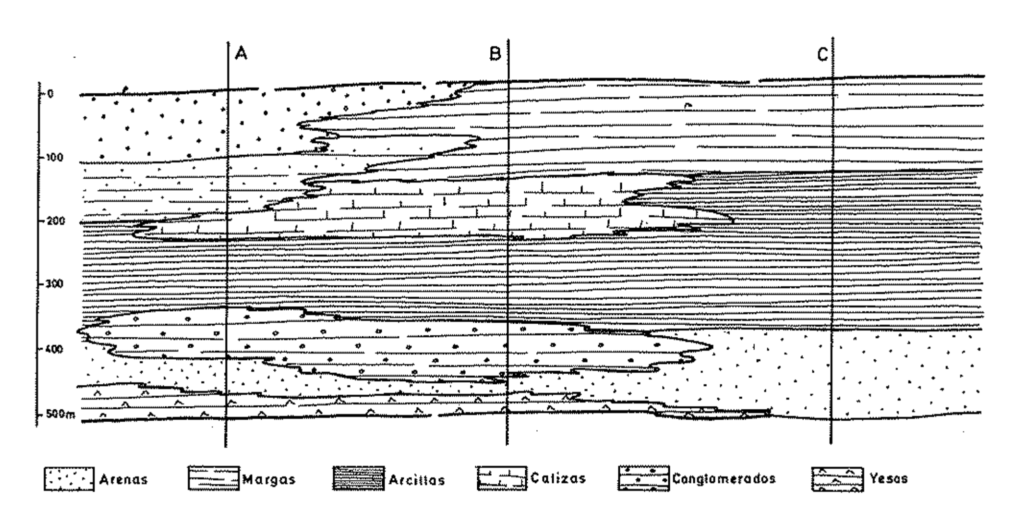


FIGURA 1.17
Cambios laterales de facies.
Obsérvese como a lo largo de las tres series estratigráficas A, B, C *la naturaleza de los materiales, así como sus espesores parciales son distintos.*

sedimentación de una serie o formación geológica, etc.).

Este problema fue abordado ya antiguamente por varios investigadores mediante el uso de diversos sistemas o «relojes» (Zeuner, 1956, págs. 338 y siguientes, cuya lectura se recomienda a los interesados en el tema) tales como la evolución orgánica de los seres vivos, ritmo de acumulación de sedimentos, aumento gradual de la salinidad de los océanos, el supuesto enfriamiento gradual de la Tierra, etc., pero hasta que no se obtuvieron los métodos basados en la radioactividad de minerales y rocas no se obtuvieron resultados de cierta garantía para datar directamente los hechos acaecidos en nuestro planeta.

TABLA 1.5 *Cronología absoluta de los periodos geológicos de la tierra (según Zeuner, 1956, pág. 370)*

Período	Número aproximado de millones de años transcurridos	Duración aproximada en millones de años
Pleistoceno	0-1	1
Plioceno	1-12	11
Mioceno	12-28	16
Oligoceno	28-40	12
Eoceno	40-60	20
Cretácico	60-130	70
Jurásico	130-155	25
Triásico	155-185	30
Pérmico	185-210	25
Carbonífero	210-265	55
Devónico	265-320	55
Silúrico	320-360	40
Ordovícico	360-440	80
Cámbrico	440-520	80
Precámbrico	550-2100	1500

Estos métodos se basan en calcular la cantidad total de elementos químicos procedentes de la radioactividad natural existentes en las rocas (generalmente, las rocas eruptivas, puesto que deben haber sufrido menos «contaminación») y procedentes de otros elementos, asimismo radioactivos y cuya cantidad se determina también.

Posteriormente, utilizando el llamado período de semidesintegración, puede calcularse cuántos años deben haber transcurrido para obtener las proporciones finales de ambos elementos que lógicamente van siempre apareados («familia» del uranio —radio— plomo, «familia» del potasio —argón, etc.), determinando la variación respecto al equilibrio secular de los mismos.

A pesar de todos los inconvenientes y dificultades que presenta este método se han podido establecer unos valores absolutos sobre la cronología de la Tierra, que reproducimos en la tabla 1.5, la cual debe tomarse como un esquema bastante simplificado de la misma.

Nótese en la tabla anterior como el periodo sobre el cual se posee información geológica suficiente (desde el precámbrico hasta la actualidad) abarca solamente unos 500 millones de años. Pero «antes» de este precámbrico existen otros periodos que llegan hasta el propio origen de la Tierra como tal, cuya duración

TABLA 1.6 *Eras de la historia de la tierra, con sus subdivisiones principales y características de la fauna y flora más importantes (tomada de Zeuner, 1956, págs. 340-341)*

Era	Millones de años	Período o sistema	Época, estadio o serie	Fauna	Flora
CUATERNARIA	0,01	CUATERNARIO	Holoceno Pleistoceno	H. Neanderthalensis. H. sapiens. H. Primitivo: Pithecanthropus, Sinanthropus, Eoanthropus, hombre de Heildelberg	
	1				
		Sup.	Plioceno Mioceno	Aumento de la fauna moderna: aves, insectos, peces, teleósteos, conchas hexacorales, foraminíferos	Los géneros presentes más modernos, pero con distribución geográfica diferente
CENOZOICA	30	TERCIARIO	Oligoceno	Primeros monos etcsimios	
		Inf.	Eoceno Paleoceno	Aumento de mamíferos, aparición de placentalianos. Dominando: carnívoros, roedores, caballos primitivos, elefantes, etc. Primeros Lémures	
		Sup.	Daniense Senoniense Turoniense Cenomaniense	Desaparición de la mayoría de los reptiles, órdenes como ictiosauros, dinosaurios, pterosauros, desaparición de los ammonites	Verdaderos helechos y cícadas muy reducidas Angiospermas muy incrementadas
		CRETÁCICO		Apogeo de esponjas Apogeo de dinosaurios, y reptiles voladores	
		Inf.	Albiense Aptiense Barremiense Hauteriviense Valanginiense		Como en el Jurásico, pero menos gingkos en auge Angiospermas en auge Apogeo de cícadas
MESOZOICA	127		Purbeckiense Portlandiense	Apogeo de ictiosauros Apogeo de cefalópodos, ammonoides y reptiles	
		Sup.	Kimmeridgiense	Primeras aves	Como en el Triásico, pero menos helechos de semilla, que desaparecen Primeras angiospermas Apogeo de gingkos
		JURÁSICO	Coraliense Oxforddiense		
		Med.	Oolites inferior		
		Inf.	Lias		
	152				
		Sup.	Rético Keuper		Verdaderos helechos: cicadas y gingkos abundan Florecen coníferas y helechos de semillas
		TRIÁSICO Med.	Muschelkalk	Primeros ictiosauros	
	182	Inf.	Bunter	Primeros hexacorales	

Tabla 1.6 *(Continuación)*

Era	Millones de años	Período o sistema	Época, estadio o serie	Fauna	Flora
		Pérmico Sup.	Zechstein	Desaparición de los tetracorales (Apogeo de anfibios)	Apogeo de colas de caballo Abundancia de gingkos Crecimiento de coníferas
		Inf.	Rotliegendes		
	203				
		Carbonífero Sup.	Stephaniense	Primeros insectos alados (Apogeo de escuálidos)	Primeras cícadas y gingkos (Apogeo de árboles camepitios; Apogeo de helechos de semilla)
			Westphaliense	Primeros reptiles	Apogeo de colas de caballo
			Namuriense	Desaparición de merostomos	
		Inf.	Visense	Primeras arañas	
			Turnaisiense	Desaparición de peces placodermos	Primeras coníferas
			Etroeungtiense		
	255				
		Devónico Sup.	Fammeniense	(Apogeo de placodermos y antrodiros)	
			Frasniense		
		Med.	Givetiense		
			Eifeliense		
		Inf.	Coblenziense		
			Siegeniense		
			Gedinniense		
Paleozoica	313				
		Silúrico	Downtoniense	Primeros escorpiones	
			Ludloviense	Primeros escualos armados y placodermos. Apogeo de braquiopodos, nautiloides, trilobites	Primeras plantas terrestres conocidas
			Wenlockiense		Psilofitos
			Llandoveriense	Desaparición de graptolites	
	350				
		Ordoviciense	Ashgilliense		
			Caradoriense	Primeros corales, erizo de mar	
			Llandeiliense	Primeros peces sin mandíbula	
			Llanvirniense	Apogeo de graptolites	
			Skiddaviense-Arenigiense		
	420				
		Cámbrico Sup.	Tremadociense	Primeros foraminíferos, graptolites crinoideos, pez estrella, caracoles y bivalvos con concha, cefalópodos braquiópodos, crustáceos y merostomos (arácnidos marinos parecidos al límulu)	
			Series Olenus		Algas marinas
		Med.	Series Paradoxides		
		Inf.	Series Orenellus		
Proterozoica	500	Precámbrico		Primeros radiolarios y gusanos	¿Algas?
Agnosto-zoica	5000	Algonquico		?	?

se ha evaluado entre los 2000 y los 4500 millones de años. De ahí se deduce que las épocas conocidas son una parte muy pequeña de la existencia de la Tierra.

Si, en el mismo sentido se prefiere compararlo con la época cuaternaria o actual y/o la propia aparición del hombre sobre la faz de la Tierra, la proporción es todavía menor, puesto que a la época cuaternaria se le asigna una duración de un millón de años y dentro de ella tuvo lugar la aparición del hombre sobre la Tierra, aun en sus versiones más primitivas (los homínidos) que probablemente data de unos 600 000-800 000 años.

3.3.2 Datación relativa

No obstante, el interés de los problemas planteados en los párrafos anteriores, al geólogo estratigráfico le preocupa más establecer una cronología relativa de los hechos acaecidos en la superficie terrestre, que determinar su edad absoluta, es decir, prefiere saber que la formación A es anterior a la formación B, antes que conocer que las edades de A y B son, por ejemplo, 500 y 100 millones de años.

Ello es una consecuencia lógica del hecho de que lo que pretende aquel es establecer una «secuencia» de los hechos geológicos ocurridos en una región dada, es decir, su historia geológica. La datación absoluta de los mismos puede hacerse a posteriori y ello no modificar a la propia secuencia obtenida.

Esta cronología relativa de unos hechos en relación a otros puede establecerse por métodos geológicos (véanse los apartados 3.2.1 a 3.2.6 de este capítulo), paleontológicos, etc., y se basan todos ellos en los tres principios fundamentales de la geología histórica, y básicamente, en el que se refiere a que un fenómeno geológico sólo afecta a los terrenos formados con anterioridad, y no a los posteriores, pudiendo por lo tanto quedar oculto o fosilizado por éstos. A este respecto, el análisis de la figura 1.14 puede ser muy ilustrativo, ya que permite distribuir el orden de los sucesos acaecidos hasta obtener la configuración actual del terreno.

3.3.3 Eras geológicas

Con estas ideas, la historia de la Tierra sobre la que se poseen datos se ha dividido en cuatro eras (paleozoica o primaria, mesozoica o secundaria, cenozoica o terciaria y cuaternaria o actual) además de la agnostozoica, anterior a la paleozoica, cada una de las cuales se subdivide a su vez en períodos o sistemas, éstos en pisos o épocas, etc.

Con objeto de no sobrecargar demasiado esta obra con nombres de difícil recordatorio (los cuales permanecen algunos todavía en la mesa de las discusiones internacionales) y hechos geológicos y/o paleontológicos que se escapan del contenido de este libro, se reproduce, a título de información, un complejo cuadro (tabla 1.6) de las eras y sus subdivisiones, con indicación de la flora y fauna dominantes en cada una de ellas, tomada de Zeuner (1956, págs. 340-341). Respecto a ella debe advertirse que existe una tendencia, cada vez más generalizada de nombrar las distintas formaciones geológicas con nombres procedentes de las localidades o lugares donde pueden ser perfectamente estudiadas, tales como calizas de El Far (Barcelona) en lugar de calizas luteciense.

Capítulo 1.4

La disposición de los materiales: tectónica

4.1 MODIFICACIONES DE LA CORTEZA TERRESTRE

Ya desde antiguo se sabía que la corteza terrestre no estaba en un estado de equilibrio total y estático, sino antes bien, en una especie de continuo desequilibrio dinámico, que originaba lentas (y algunas rápidas) transformaciones del aspecto exterior de la misma, tales como los procesos erosivos de los ríos y mares, movimientos relativos de ascenso y de descenso del nivel del mar, hallazgo a grandes profundidades (respecto a la superficie) de restos fósiles cuyos organismos, muy semejantes a los actuales o incluso idénticos, debieron vivir al aire libre o a poca profundidad, o bien otros de tipo marino recogidos por alpinistas en zonas cuya altitud alcanza varios miles de metros, los estados anterior y posterior de las zonas afectadas por los grandes terremotos, etc.

Todos estos ejemplos evidencian unas transformaciones que ha debido sufrir la corteza para que se ofrezca al observador tal como aparece en la actualidad, habida cuenta de los supuestos estadios iniciales de cada uno de dichos ejemplos, y de otros muchos que se podrían aducir.

En este capítulo, pues, se estudian, en primer lugar los distintos tipos de movimientos por los que puede atravesar la corteza, y se revisan luego, con más detenimiento, los efectos primarios originados por aquellos, de observación fácil y directa por el geólogo, por cuanto facilitan la comprensión de la estructura de la región.

4.1.1 Plasticidad de las rocas

Sin embargo, puede parecer dudoso que una formación geológica, compuesta por una o varias «rocas» en el sentido vulgar de la palabra, puede plegarse o romperse, siendo como son, en la mayoría de los casos, masas compactas y duras que originan relieves o elevaciones montañosas de gran importancia, debido, en gran parte a la resistencia que ofrecen a la erosión, sea ésta del tipo que sea.

No obstante, se ha demostrado en el laboratorio que las rocas pueden adoptar un estado de fluencia o fluidez, intermedio entre el plástico y el elástico, cuando son sometidas a grandes presiones de tipo diferencial. En estas condiciones la roca puede deformarse plásticamente y adoptar nuevas formas acordes con las nuevas condiciones físico-químicas ambientales. Así, el mármol, sometido a una presión unidireccional de 1300 kg/cm^2 se desmenuza en pequeños fragmentos, pero, en cambio si recibe una presión hidrostática superior a los 700 kg por cm^2, pierde su fragilidad y se hace plástico, y empieza a deformarse cuando además se sobreimpone una carga orientada superior a 2700 kg/cm^2. Todos estos hechos han sido comprobados en experiencias de laboratorio, y se admite generalmente el mismo mecanismo para el origen de las deformaciones de la corteza terrestre. Sobre los principios mecánicos y físicos de todos estos procesos puede verse un detallado estudio en Billings, 1960, págs. 7-32, y en De Sitter, 1962, páginas 11-84.

Se conocen variados ejemplos de todas estas transformaciones o deformaciones que pueden considerarse como pruebas o evidencias de la continua lucha de la corteza para adquirir un equilibrio total y estático.

En primer lugar, cabe pensar en los terremotos, movimientos sísmicos o simplemente sismos. Desde tiempos inmemoriales se producen en diversos lugares del planeta movimientos rápidos de la corteza que producen grietas con desplazamientos bastante apreciables de las capas superficiales de la corteza y que acostumbran a ir acompañados de destrucciones importantes si su in-

tensidad es suficientemente grande (fig. 1.18), tal como el famoso terremoto de San Francisco, originado por la falla de San Andrés, que acusó un desplazamiento horizontal de varios metros.

En otros casos, el movimiento producido por las fallas no se traduce en sismos cuyos efectos son destructores, sino en el desplazamiento de estructuras artificiales alineadas tales como carreteras, conducciones subterráneas o superficiales o incluso en pozos de petróleo, como en el caso del campo petrolífero de Buena Vista (California), Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 147) donde pueden verse otros ejemplos de levantamientos o hundimientos de la costa, con relación a cañones submarinos, arrecifes coralinos, etc.

En otros muchos casos, es evidente que los pliegues en los estratos que se observan en la superficie del terreno (ver apartado 2 de este mismo capítulo), se han originado a pesar de las condiciones aparentes de rigidez y compacidad de la roca, interviniendo de forma decisiva el tiempo durante el cual tiene lugar las condiciones de desequilibrio, así como las condiciones de humedad del medio donde se realizan estas deformaciones.

4.1.2 Movimientos epirogénicos

Ampliando un poco el esbozado concepto de movimientos relativos del nivel del mar respecto a la costa, cabe mencionar los ascensos y/o descensos en el nivel del mar (o lo que es equivalente, hundimientos o levantamientos de la costa), como el conocido caso del templo de Júpiter Serapis, en la costa cercana a Nápoles, cuyas columnas presentan pequeñas huellas de excavaciones originadas por moluscos litófagos, que indican claramente que dicha costa debió sumergirse en alguna época hasta una profundidad de 6 metros bajo el nivel del mar, pues es esta altura la alcanzada por dichas excavaciones (Gilluly, Waters y Woodford, 1964). Otro caso parecido puede observarse en la costa de Cádiz.

Asimismo, en las costas escandinavas, se observan movimientos ascendentes de la costa detectados por el hallazgo de conchas marinas en tierras de labor situadas cerca de la costa, y hasta se puede determinar aproximadamente el valor de la velocidad de elevación (1 a 1,25 m por siglo en el Báltico norte) (Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 149). Es de advertir que los movimientos de la costa escandinava parecen estar en relación directa con la existencia de los grandes casquetes de hielo que cubrieron gran parte de Europa durante la era cuaternaria (glaciaciones o épocas glaciales), como se puede ver más adelante.

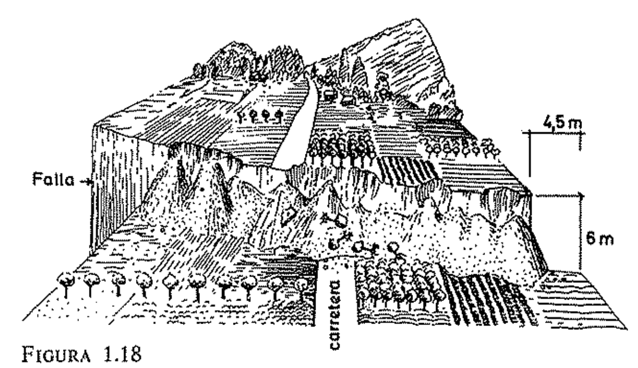


FIGURA 1.18
Desplazamientos horizontal y vertical en el terremoto de Mino-Owari (Japón). Tomado de Gilluly, Waters y Woodford (1964), pág. 143.

Muy directamente relacionados con estos movimientos epirogénicos citados, existe otro tipo de movimientos denominados eustáticos, o sea de ascenso o descenso del nivel del mar, originados simplemente por el aumento del volumen de agua contenido en los océanos, debido a alguna de estas tres causas (Brinkmann, 1964, página 157):

a) Oscilaciones del volumen total de las aguas continentales (incremento debido a las exhalaciones volcánicas, o disminución del gasto o consumo del agua en las combinaciones en donde ésta toma parte para constituir nuevos minerales, etc.).

b) Alteraciones en la distribución del agua entre las tierras y los mares (crecimiento y desaparición de glaciares y lagos).

c) Variaciones en la capacidad de las cuencas oceánicas (relleno por sedimentos, modificaciones tectónicas).

Uno de los ejemplos más claros que pueden aducirse en este sentido es el ejemplo anterior, constituido por las variaciones del nivel del mar durante la era cuaternaria, originada por la gran acumulación de hielo en los periodos fríos y húmedos (denominados glaciares) y la consiguiente fusión del mismo en los periodos cálidos y secos (denominados interglaciales)[1].

4.1.3 Movimientos orogénicos

Si se observan atentamente las cordilleras montañosas en el sentido geológico de la palabra, es decir, considerando como verdaderas «montañas» las «arrugas» de

[1] Sobre este tema de las glaciaciones cuaternarias, cuya importancia o influencia sobre el desarrollo de la vida sobre la Tierra fue decisiva, puede consultarse la excelente obra de Zeuner, 1956, páginas 124-146.

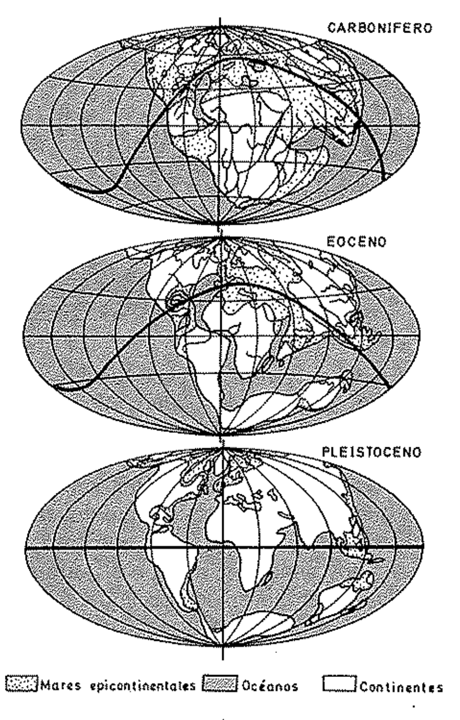


FIGURA 1.19
Esquema ilustrativo de la teoría de Wegener sobre las traslaciones continentales (tomado de Meléndez-Fúster, 1973, pág. 302).

las capas superficiales de la corteza y no las elevaciones topográficas producidas por la erosión diferencial, por procesos tectónicos, etc., se aprecia que las enormes masas de roca que la forman se han debido formar en el seno de las cuencas marinas, en lugares de gran profundidad, llamados geosinclinales, donde se acumula un enorme espesor de materiales procedentes de los aportes continentales, puesto que contienen restos de animales o plantas que debieron desarrollarse en ambientes marinos.

Por otro lado, se aprecian también en estas cordilleras intensos fenómenos de plegamiento y fracturación, a veces de gran importancia, que sugieren la existencia y actuación durante su formación, de grandes fuerzas de tipo tangencial (normales a los radios de la esfera terrestre).

Estos movimientos son los llamados orogénicos o simplemente orogenias y son los responsables de la formación de las cordilleras montañosas en el ya citado sentido geológico de la palabra.

Ahora bien, estos movimientos, cuyas causas u orígenes no están nada claros, se han sucedido varias veces a lo largo del pasado geológico de la Tierra. Ello se pone en evidencia estudiando las relaciones mutuas de grandes zonas, con lo que se ha llegado a definir hasta cuatro periodos orogénicos u orogenias principales (huroniana, caledoniana, herziniana y alpina), cada una de las cuales se divide a su vez en varios subperiodos o fases orogénicas.

4.1.3.1 Teorías sobre su origen. Se ha hablado ya de lo incierto de las teorías sobre el origen a causa de los movimientos orogénicos. En efecto, son varias las hipótesis que se han suscitado a este respecto, algunas de ellas bastante antiguas, pero ninguna satisface plenamente a todos los investigadores, puesto que siempre se han hallado extremos o detalles no explicables por las mismas. Se describen a continuación las más importantes de todas ellas.

a) *Teoría de la contracción*

Formulada en 1852 por Elie de Beaumont se basa en un enfriamiento continuado de la Tierra, que originaría una disminución progresiva del radio y perímetro terrestres, dando lugar a hundimientos de la corteza y movimientos tangenciales que al actuar sobre las áreas geosinclinales formarían las montañas.

Aunque fue aceptada por el gran geólogo austriaco Suess no es aceptada actualmente, puesto que se demostró que para la formación de los Alpes se precisaría una disminución de temperatura del orden de los 2000 °C, incompatible con los datos que se poseen sobre la vida de la Tierra en la época en la cual se originó dicha cordillera (Bellair y Pomerol, 1968, pág. 400).

b) *Teoría de los cráteres de levantamiento*

Sostenida por Leopoldo de Buch en el siglo pasado propugnaba que los macizos cristalinos enteros pueden producir importantes levantamientos al surgir súbitamente del interior de la corteza originando un «geotumor» y a partir de las fuerzas tangenciales creadas por dicho movimiento brusco se formarían las montañas.

Aunque abandonada actualmente en su conjunto, las ideas de levantamiento y la existencia de una componente vertical en las orogenias son generalmente aceptadas.

c) *Teoría de la deriva o traslaciones de los continentes*

En 1910 y 1912, Taylor y Wegener propusieron una teoría no exenta de atractivo: si se compara un simple

mapa geológico de Sudamérica y África, se observa que en primer lugar, la coincidencia del trazado de ambas costas, una a cada lado del océano Atlántico, es muy notable. Pero además, dicha coincidencia se advierte también en las formaciones geológicas de dichos continentes (rocas de la misma naturaleza de la misma edad y en disposición parecida, en especial las tillitas permocarboníferas) e incluso existen fenómenos paleontológicos, que parecen atestiguarlo (existencia de determinados fósiles en Sudamérica, cuyo origen evolutivo a partir de especies nativas de dicha región es imposible, y en cambio sí se explican a través de la evolución de especies africanas).

Con ello, Wegener supuso que en una primera fase, todas las masas continentales estarían unidas formando un solo continente siálico que flota sobre el sima. La rotación de la Tierra originaría un desplazamiento diferencial de estas masas hacia el oeste (sentido inverso al de aquélla), en especial del continente americano, que se vería «frenado» por la resistencia del sima sito debajo del actual océano Pacífico, creando los Andes y las Montañas Rocosas de Norteamérica (fig. 1.19). Sin embargo, no se acepta actualmente, puesto que sólo explicaría el origen de las cordilleras «alpinas», pero no el resto de las tres orogenias anteriores. Además, se ha calculado, por medios geofísicos y astronómicos que la energía necesaria para tales desplazamientos tendría que ser millones de veces superior a la que se calcula existe en la Tierra para actuar en la forma pretendida y sobre todo, para poder plegar las rocas.

d) *Teoría de la expansión del globo*

Fue expuesta en dos formas distintas por Matschinsky y Egyed en 1950 y 1959 respectivamente. El primero supone que una vez enfriada la corteza, el núcleo se recalienta al no poder eliminar el resto de energía térmica. Este calentamiento provoca una dilatación y ésta la rotura, formando grandes bloques que el equilibrio isostático se encargaría de reajustar, provocando la formación de montañas. El segundo supone que la Tierra se dilata debido a la disminución de la fuerza de la gravedad con el tiempo, ya que crearía un incremento negativo de la densidad de la materia al existir menor «presión» en el interior de la misma.

e) *Teoría de las corrientes de convección*

El americano Griggs en 1939 propuso otra teoría basada en las corrientes de convección que se originan en un recipiente con agua cuando se calienta, y que comprobó experimentalmente en una cubeta con glicerina en la parte inferior y serrín y aceite en la parte superior (fig. 1.20). Según él, el manto intermedio terrestre puede circular convectivamente debido a diferencias de temperatura y arrastrar en su movimiento a la corteza, originando las elevaciones montañosas y sus raíces. Sin embargo, el origen de la energía necesaria para poner en movimiento estas corrientes no está claro todavía.

f) Modernamente, se ha desarrollado una nueva teoría, basada en el desplazamiento de *placas corticales.*

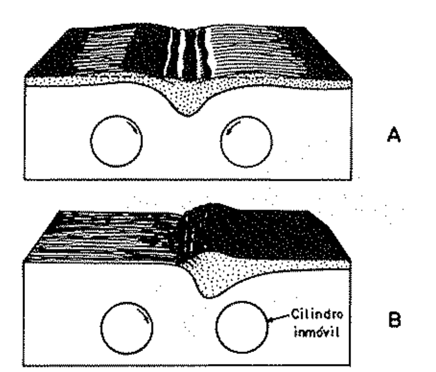


FIGURA 1.20
Diagramas ilustrativos de la teoría de la convección expuesta por Griggs. A) *Formación de «arrugas» en la capa superior de serrín y aceite debido al giro de dos cilindros (Bellair y Pomerol, 1968, pág. 403).*
B) *Si sólo funciona uno de los cilindros, las arrugas formadas son distintas y más altas.*

4.2 PLIEGUES

Cuando se observa la disposición de los estratos en la superficie terrestre, o rocas que no siendo sedimentarias, puedan presentar «alineaciones» en forma de minerales o bandas, es común apreciar que en muchos casos dichos estratos o alineaciones no están en una disposición horizontal, sino inclinadas en una cierta dirección y con una determinada intensidad (que se mide por la pendiente o ángulo de buzamiento) o incluso arrugados formando lo que en geología se denominan pliegues, que pueden muchas veces precisar, para su detección, mapas muy detallados o determinaciones muy precisas de la cota donde se halla una determinada formación geológica, en especial, si ésta se extiende sobre una amplia zona y el plegamiento de la misma es pequeño.

En este sentido cabe hablar de pliegues de tamaño

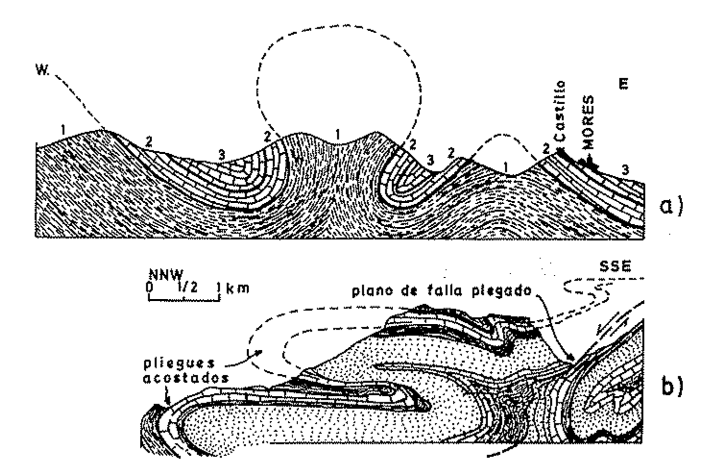


FIGURA 1.21

Ejemplos de pliegues. a) *Pliegues asociados en abanico (Meléndez-Fúster, 1973, pág. 325).* b) *Pliegues acostados de los Alpes Suizos (tomado de Gilluly, Waters y Woodford, 1964, pág. 181).*

microscópico hasta arcos o fosas de centenares de kilómetros de longitud (fig. 1.21).

4.2.1 Terminología de sus elementos

En todos los pliegues, sean del tipo que sean, es posible distinguir una serie de elementos básicos tales como los siguientes (fig. 1.22):

a) Plano axial o superficie que divide al pliegue en dos partes, tan simétricamente como sea posible. Como se verá en el apartado siguiente puede ser un plano o superficie vertical, inclinado y hasta horizontal.

b) El eje del pliegue es la intersección del plano o superficie axial con cualquier capa de las que integran el conjunto del pliegue. Puede ser asimismo, y por las razones anteriores, horizontal, inclinado o hasta vertical.

c) Los flancos, planos o ramas del pliegue están formados por cada una de las zonas situadas a ambos lados del plano o superficie axial, que se extienden desde éste hasta el correspondiente plano axial del pliegue siguiente en que los estratos adoptan una disposición horizontal.

d) Finalmente se denomina charnela a la zona donde los estratos cambian de buzamiento, es decir, corresponde a la «divisoria» del pliegue.

e) Se denomina vergencia al valor del ángulo diedro agudo que el plano axial forma con un plano horizontal (fig. 1.23).

4.2.2 Clasificación. Tipos más importantes

En toda la superficie terrestre aparecen gran variedad de pliegues, de distinta naturaleza y tipo que es preciso clasificar de algún modo. Generalmente, se suelen utilizar dos criterios distintos e independientes que se describen separadamente. Según el primero de ellos, que se basa en la posición relativa de las rocas más antiguas de las que forman el pliegue, estos pueden ser:

a) Anticlinales. Se llaman anticlinales aquellos pliegues en los que las rocas o formaciones geológicas más antiguas quedan en el centro del pliegue, y rodeadas por rocas más modernas. Es decir, se trata de pliegues en forma de bóveda (fig. 1.22 A donde las calizas de edad más moderna encierran las areniscas más antiguas).

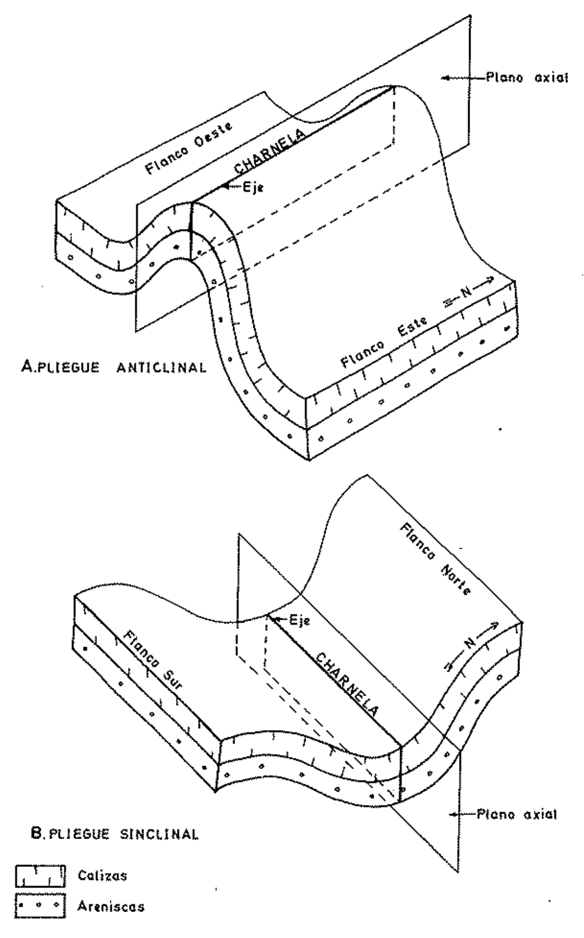


FIGURA 1.22

Elementos principales de un pliegue.

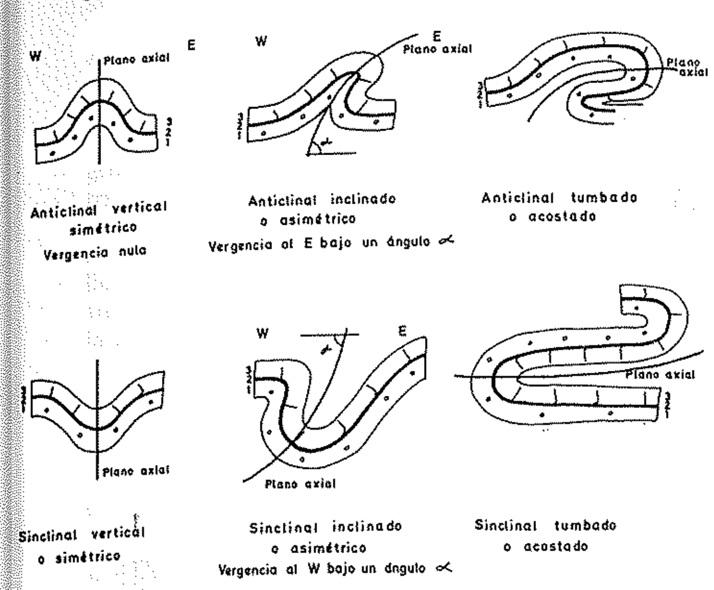


FIGURA 1.23
Diversos tipos de pliegues según la posición del plano axial. La posición relativa de las capas 1, 2 y 3 (depositadas en este orden) permite identificarlos fácilmente.

b) Sinclinales. Se llaman sinclinales a aquellos pliegues en los que las rocas o formaciones geológicas más antiguas quedan hacia la parte exterior del pliegue, y rodeando a capas más modernas (fig. 1.22 B donde las areniscas más antiguas encierran a las calizas más modernas).

Según la posición en el espacio del plano axial pueden ser:

a) Pliegues simétricos, que son los que poseen el plano axial vertical.

b) Pliegues asimétricos, cuyo plano axial está inclinado completamente horizontal, o incluso invertido. Estas dos últimas variedades son bastante abundantes en las grandes cordilleras europeas especialmente en los Alpes.

En la figura 1.23 se han representado esquemáticamente diversas secciones normales a los planos axiales que representan pliegues de los tipos anteriores.

Dentro ya de los tipos más o menos individualizados, puede hablarse de pliegues isoclinales a aquellos en que los flancos buzan bajo un mismo ángulo y en la misma dirección, como los representados en la figura 1.24, y de pliegues monoclinales o simples flexiones a aquellos en que los «flancos» son relativamente horizontales, pero una parte del pliegue adopta una mayor inclinación (fig. 1.24).

Los pliegues en abanico son aquellos en que ambos flancos están invertidos, como los representados en la figura 1.21 A, característicos de muchas zonas arcillosas blandas.

En particular, si los pliegues adoptan una estructura esférica, con buzamientos, radiales hacia el exterior del

Pliegues isoclinales verticales

Pliegues inclinados isoclinales

Planos axiales

Planos axiales

Pliegues isoclinales acostados o tumbados

Pliegue monoclinal

Planos axiales

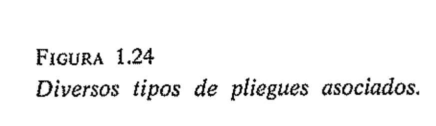


FIGURA 1.24
Diversos tipos de pliegues asociados.

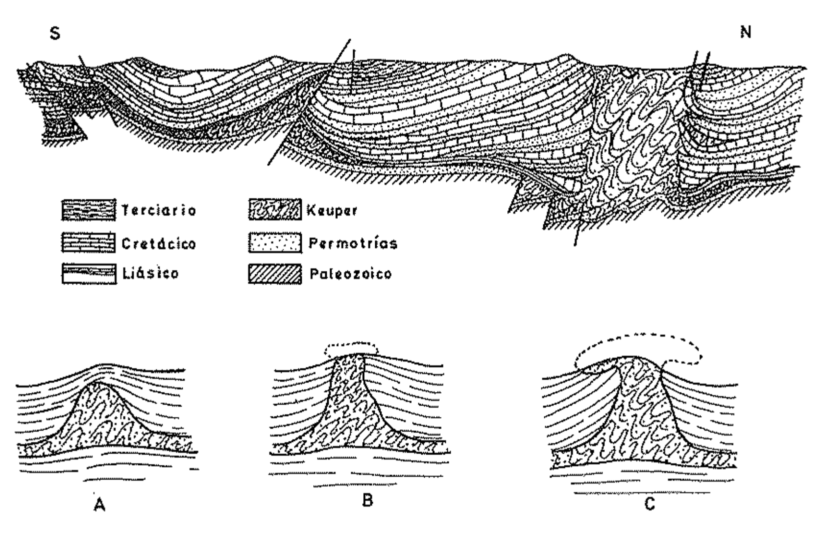
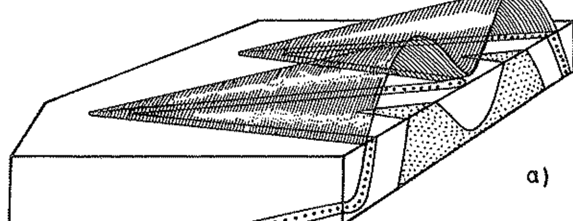


FIGURA 1.25
Plegamiento disarmónico (diapiro en D) como consecuencia del distinto comportamiento mecánico frente a las fuerzas orogénicas. (Tomado de Meléndez y Fúster, 1973, pág. 330). El nivel salino Keuper es muy plástico y se repliega intensamente, al contrario del resto de las formaciones. A, B, C, *son tres estados ideales consecutivos de la formación de un diapiro.*



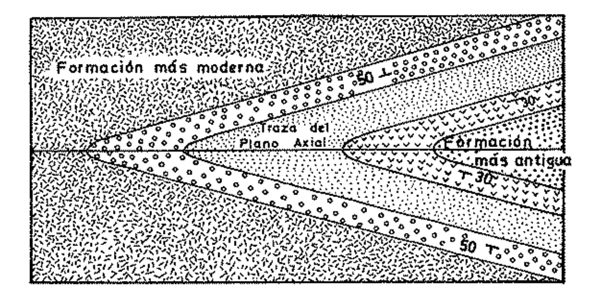


FIGURA 1.26
Pliegues inclinados (a) *y su representación cartográfica plana. (Modificado de Billings, 1960, pág. 48).*

pliegue o hacia dentro del mismo, se habla de branquianticlinales y/o braquisinclinales, aunque los primeros suelen ser más conocidos con el nombre de domos.

Existe además otro tipo de pliegues más complejos denominados diapiros originados por la existencia de rocas cuyas características mecánicas, frente a las fuerzas que originan los plegamientos, son muy distintas como por ejemplo, calizas rígidas y rocas evaporíticas (yesos, sal común, anhidrita, etc.) todas ellas extraordinariamente plásticas.

En este caso, y frente al empuje orogénico las rocas rígidas responden arqueándose o fracturándose, mientras que las plásticas se acumulan en las zonas de menor resistencia, fluyendo plásticamente hacia arriba, llegando a desaparecer de los flancos (fig. 1.25). Finalmente, es preciso no olvidar también los llamados pliegues inclinados, cuyo eje se inclina hacia el interior del terreno («plunging folds», en la literatura anglosajona), constituidos por cualquier tipo de los ya mencionados, pero cuyo eje está inclinado mediante un cierto ángulo con la horizontal (fig. 1.26), formando los llamados en español pliegues buzantes, de cabeceo o soterrados.

Es evidente que todos los pliegues si no están cortados por fallas u otros accidentes tectónicos especiales deben acabar en forma de pliegues inclinados (o en forma periclinal), puesto que no pueden extenderse indefinidamente. Lo que ocurre es que se suelen considerar pliegues muy alargados y sólo se tienen en cuenta las zonas centrales de los mismos, pero lógicamente deben tener sus extremos en dicha forma semicircular o periclinal.

4.3 FALLAS. NATURALEZA

En los apartados anteriores, se habla de los pliegues como accidentes tectónicos originados al comprimir, en general tangencialmente, los estratos de la corteza terrestre. Sin embargo, si esta compresión u otro tipo de fuerzas actúan con suficiente intensidad pueden originarse fracturas o roturas de los estratos, que además llevan aparejado un desplazamiento relativo, de puntos anteriormente unidos en cada una de ambas partes de la rotura o falla.

Asimismo, y al igual que en caso de los pliegues, pueden observarse desde fallas de tamaño muy reducido (verdaderas microfallas con longitudes de algunos decímetros y desplazamientos de milímetros) hasta fracturas de dimensiones extraordinarias, con longitudes de miles de kilómetros y desplazamientos de miles de metros.

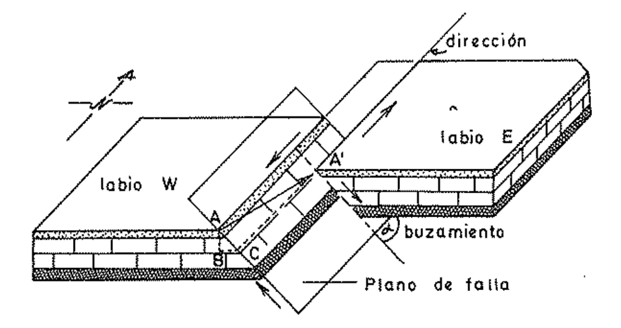


FIGURA 1.27

Elementos de las fallas (modificado de Meléndez y Fúster, 1973, pág. 334). AA′ = *Desplazamiento lateral y real.* α = *Buzamiento del plano de falla.* AC = *Escarpe de falla.* AB = *Salto de falla.*

4.3.1 Terminología de sus elementos

Al igual que los pliegues, las fallas poseen unos elementos típicos que se repiten en todas ellas (Meléndez y Fúster, 1973, pág. 334) (fig. 1.27):

a) Plano de falla, o superficie a lo largo de la cual se ha producido la fractura y se ha realizado el desplazamiento relativo de ambas partes. Este plano o mejor superficie, puede adoptar cualquier posición en el espacio, y por ello, se habla también de dirección del plano de falla (o simplemente, dirección de la falla) y buzamiento de la misma, nombres cuyo significado se corresponden a análogos conceptos que los referidos a los estratos (véase los apartados 1.3 y 1.4). Frecuentemente al ser ésta una zona de fricción intensa suele aparecer pulida (llamándose entonces «espejo» de falla) o bien con las rocas intensamente trituradas, milonitizadas o brechificadas (milonitas o brechas de falla).

b) Labios o flancos de la falla, refiriéndose a los dos bloques sitos a cada lado y que han sido desplazados mutuamente. Siempre existe un bloque levantado sobre otro hundido, pero esto es sólo el resultado final de la fractura, lo cual no quiere decir que sólo se haya movido uno o los dos a la vez o uno más que el otro. De ahí el concepto de relatividad del desplazamiento de ambos bloques.

El desnivel altimétrico que se produce entre ambos bloques es el escarpe de falla, a menudo tapado total o parcialmente por la erosión y el desplazamiento real o total (puesto que algunas veces, éste es la resultante de un movimiento en las tres direcciones del espacio), hace referencia a la separación total entre puntos homólogos situados en ambas partes.

4.3.2 Clasificación. Tipos más importantes

Aunque pueden usarse dos criterios distintos para clasificar las fallas o fracturas, como son su propia geometría o su génesis (Billings, 1960, pág. 140) en los párrafos siguientes se usa una clasificación geométrica basada en la posición del plano de falla con respecto a los labios hundido y levantado, que constituye una clasificación bastante sencilla e intuitiva:

a) Fallas normales o directas. Son aquéllas en las que el labio hundido se sitúa en el mismo lado hacia donde buza el plano de falla (fig. 1.28 A). El caso de fallas verticales constituye un caso particular de éstas y se denominan así a aquellas cuyo plano de falla es vertical y el desplazamiento se produce asimismo verticalmente (fig. 1.28 B).

b) Fallas de desplazamiento horizontal (o «decrochement» de la literatura tectónica francesa) en las que sólo existe desplazamiento horizontal (fig. 1.28 C).

c) Fallas rotacionales o en tijera, en las cuales se produce un giro de un cierto ángulo en uno de los bloques alrededor de un eje (fig. 1.28 D).

d) Fallas inversas, que son aquellas cuyo plano de falla buza hacia el labio levantado (fig. 1.28 E). En estas últimas si éste está en una posición sensiblemente horizontal se suelen denominar cabalgamiento (fig. 1.28 F) y son muy típicas de las grandes estructuras tectónicas recientes, llegando a originar los mantos de corrimiento, de los cuales son famosos los de los Alpes.

e) Finalmente cabe mencionar también los deslizamientos o corrimientos de tierras, originados por diversas causas y que pueden considerarse asimismo como fracturas o fallas.

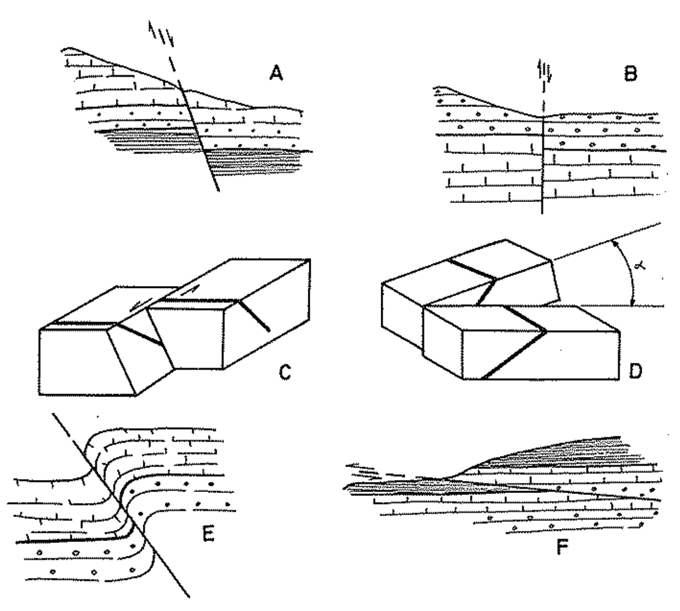


FIGURA 1.28

Tipos de fallas. A. *Falla directa inclinada.* B. *Falla directa vertical.* C. *Falla de desgarre o de desplazamiento horizontal.* D. *Falla rotacional o en tijera, con α = ángulo de giro.* E. *Falla inversa.* F. *Falla inversa con el plano de falla muy tendido (cabalgamiento).*

4.4 ASOCIACIONES DE PLIEGUES Y FALLAS. ESTILOS TECNOLÓGICOS GENERALES

En general los accidentes tectónicos que han sido comentados no se presentan aislados o individualmente sino que suelen observarse en conjuntos, asociados unos con otros, originando de esta forma la llamada estructura geológica de cada zona determinada. De esta forma, cuando varios pliegues (anticlinales y sinclinales) se asocian para dar lugar a una unidad de categoría superior que a su vez tenga un carácter de anticlinal, se dice que se forma un anticlinorio, en el cual los planos axiales de todos ellos convergen hacia abajo y un sinclinorio si el pliegue de categoría superior adopta la forma de un sinclinal y los respectivos planos axiales buzan ahora hacia arriba.

Asimismo, las fallas pueden asociarse unas con otras, en forma paralela o subparalela la mayoría de las veces, originando dos tipos de estructuras geológicas muy sencillas, pero de gran frecuencia en la corteza terrestre. En efecto, las *fosas tectónicas* (graben) y los *«horst» o pilares* están ampliamente repartidos sobre la faz de la Tierra. Las fosas tectónicas son depresiones alargadas limitadas por grandes fallas a ambos lados y rellenadas con sedimentos posteriores que muchas veces impiden la observación directa de las mismas (figura 1.29 A). Pueden citarse como ejemplo, la fosa del Rhin, la del mar Muerto (que se prolonga hasta la región de los grandes lagos africanos), y en España la del Tajo, Guadalquivir, Vallés-Penedés, etc. En cambio, los horst o pilares son elementos positivos de la topografía, ya que la zona central destaca sobre sus bordes, debido a que éstos han quedado hundidos como consecuencia de las fallas limítrofes (fig. 1.29 A), como la Cordillera Central española, la Cordillera Litoral a su paso por Barcelona, etc.).

4.4.1 Estilos tectónicos generales

Finalmente, si se asocian los pliegues y/o las fallas entre sí en una región dada, en relación con la potencia de los estratos, su antigüedad, su rigidez, etc., se originan los llamados estilos tectónicos, que son los tipos fundamentales de estructuras geológicas generales.

a) Germánico. Clásicamente basado en la existencia de fosas y horst aproximadamente paralelos, con fallas verticales o subverticales que separan cada unidad, como por ejemplo, la Cordillera Central española (figura 1.30 A). En esta modalidad, suelen faltar los pliegues, o si existen, se limitan a simples flexiones.

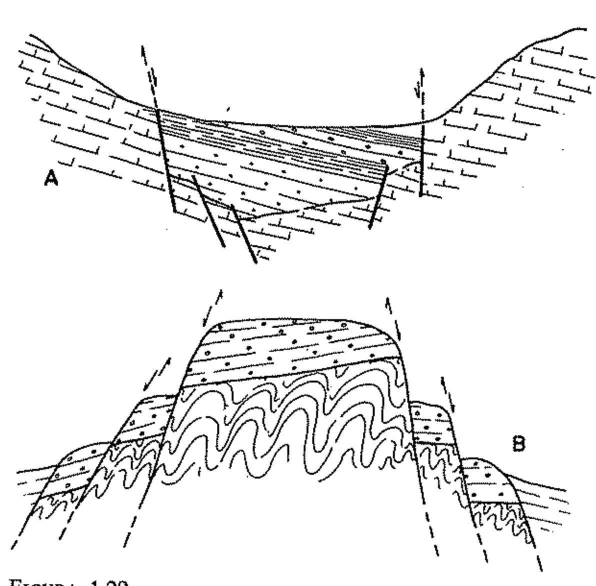


FIGURA 1.29

Asociaciones de fallas. A. *Fosa tectónica o graben.* B. *Horst o pilar.*

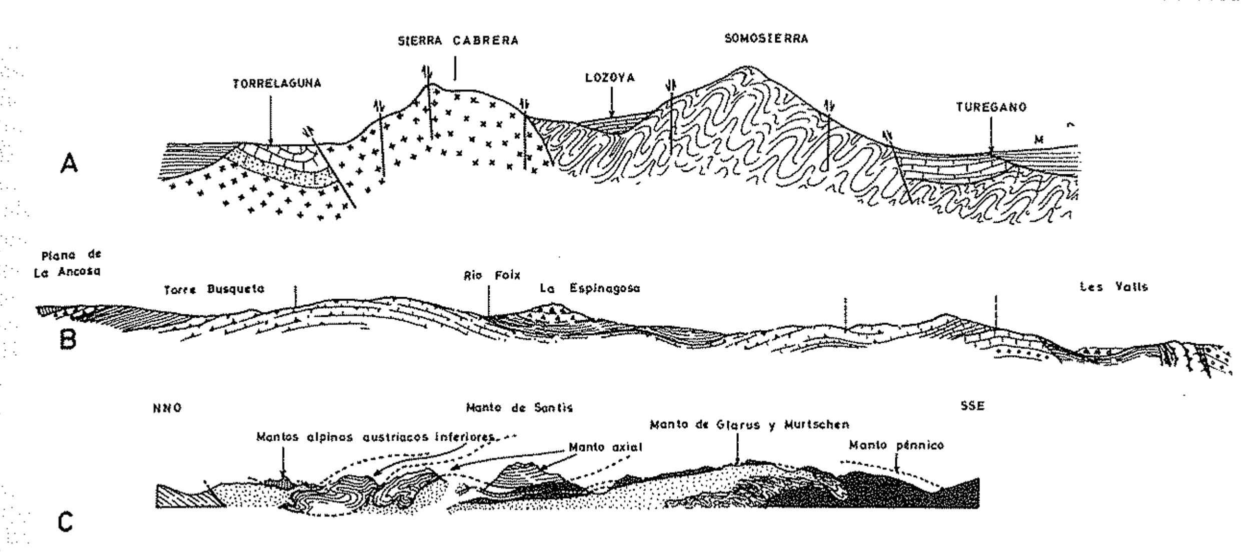


FIGURA 1.30
Estilos tectónicos generales. A) *Germánico (según Meléndez-Fúster, 1973, pág. 334),* B) *Jurásico (según Virgili, 1957, pág. 264)* y C) *Alpino (según Brinkmann, 1964, pág. 178).*

b) Jurásico, caracterizado por la presencia de pliegues suaves, paralelos, regulares y simétricos con una casi perfecta concordancia entre la estructura geológica y la geomorfología (fig. 1.30 B). En España cabe citar como ejemplo, las montañas del sistema Ibérico.

c) Alpino, que se caracteriza, por la existencia de grandes cabalgamientos y series estratigráficas invertidas, con pliegues imbricados muy importantes, que originan grandes mantos de corrimiento (fig. 1.30 C). Son, como la procedencia de su nombre indica, típicos de los Alpes.

4.5 DIACLASAS. NATURALEZA

Finalmente, es preciso describir un tipo de accidentes tectónicos que si bien no tienen importancia o influencia en la estructura geológica, sin embargo, sí condicionan muchas veces el comportamiento hidrológico de una roca.

Estos accidentes son las diaclasas, que pueden definirse como fracturas o superficies de discontinuidad que parten la roca en bloques más pequeños y a lo largo de las cuales no hay desplazamiento, puesto que de lo contrario sería preciso conceptuarlo como fallas.

Al ser asimismo planos o superficies de discontinuidad, se usa también la normativa citada para los estratos y las fallas, o sea la dirección y el buzamiento, para designarlos fácilmente.

Una característica importante de la misma consiste en que nunca se presentan aisladas, sino asociadas en haces o sistemas aproximadamente paralelos o subparalelos, con una separación que depende de varios factores (tipo de roca, esfuerzo a que se vé sometida, rigidez de la misma, etc.). Si se presentan dos sistemas de diaclasas con direcciones distintas puede darse el caso de que la roca quede multipartida en numerosos bloques más o menos regulares, dando lugar a morfologías típicas.

4.5.1 Origen y significación

El problema del origen de las diaclasas no parece estar totalmente resuelto, puesto que aunque en algunos tipos, su formación es bastante clara, en otros casos, sigue siendo problemático. Uno de los tipos más comunes son las diaclasas producidas por fenómenos de retracción debido a procesos de enfriamiento o desecación, tales como los que dan lugar a las columnatas prismáticas de muchas rocas volcánicas o a las grietas de desecación de las arcillas.

Otro tipo importante lo constituyen las diaclasas producidas por fenómenos de tensión (compresión o descompresión), especialmente en los lugares de tectónica accidentada (fallas, pliegues) en los cuales no suelen faltar casi nunca[1].

[1] Un excelente estudio de las mismas puede verse en Billings, 1960, págs. 106-124.

Capítulo 1.5

Mapas geológicos

5.1 INTRODUCCIÓN

Al atravesar una región de cualquier país, es fácil observar que el aspecto del terreno, es decir, el paisaje, no es el mismo en todos los sitios; se suceden ininterrumpidamente zonas muy abruptas, con predominio de cantiles rocosos y desfiladeros, con alturas topográficas elevadas, mientras que más adelante, el paisaje puede ser muy llano, con características casi desérticas en cuanto a la vegetación, sólo cortado algunas veces por pequeñas elevaciones montañosas originadas por niveles rocosos más duros o algún cono volcánico, hasta llegar a los alrededores de un gran río, con vegetación exuberante que se sucede sobre una serie de escalones colocados a distinta altura sobre el mismo.

Estas características geomorfológicas son, pues, fácilmente apreciables, incluso para el profano en geología. Inmediatamente acude a la mente la idea de representar gráficamente dichas características con mayor o menor detalle en un mapa, delimitando la extensión y la forma de las zonas montañosas, las zonas llanas y esteparias y las zonas aluviales, correspondiente todos ellos a distintos tipos de rocas. Cuando se ha realizado, diferenciando cada tipo de roca, las fallas, etc., se obtiene lo que se denomina un mapa geológico de la región atravesada.

Realmente, éstos pueden ser de muy distintos tipos, adecuados cada uno de ellos a las necesidades para las cuales se ha confeccionado, pero prescindiendo ahora de los detalles que se verán más adelante (apartados 2 a 5 de este mismo capítulo), los mapas geológicos, por el solo hecho de representar la naturaleza y distribución de los materiales que forman la corteza terrestre, son muy útiles. Piénsese por ejemplo, que constituyen importantes instrumentos en la investigación de recursos minerales (petróleo, hierro, cobre, uranio, hulla, etc.) que pueden estar ocultos bajo la superficie, pero cuya posición en el espacio puede ser revelada por uno de estos mapas. Pueden jugar un importante papel en el trazado de túneles, carreteras y canales no sólo en cuanto a su definición sobre el terreno, sino a la hora de conseguir ciertos materiales para su construcción (grava, arenas, bloques de granito, etc.).

Finalmente y como ya se dijo en los párrafos iniciales de esta sección, la geología de una zona dada, que acostumbra generalmente a expresarse en forma de mapas geológicos de la misma, es quizá la primera pieza a estudiar cuando se quiere trabajar o conocer la hidrología subterránea de una región, puesto que no en vano los acuíferos no son más que capas geológicas «portadoras de agua». De esta forma, el conocimiento de éstas, su naturaleza, inclinación, plegamiento, fracturación, etcétera, revisten capital importancia cuando se estudia la hidrogeología de una región. Por estas razones, en este capítulo se revisan los detalles y características más importantes de los mapas geológicos en cuanto a representación gráfica de la geología, en la forma que pueden ser útiles al hidrogeólogo y/o hidrólogo. Realmente, se pueden escribir obras enteras dedicadas a este aspecto de la geología, pero la falta de espacio obliga a sintetizar gran número de detalles que el lector de espíritu inquieto puede encontrar en la bibliografía citada en cada caso.

5.2 COMPONENTES DE LOS MAPAS GEOLÓGICOS

5.2.1 Escala

Como se cita anteriormente, los mapas geológicos son representaciones gráficas de los fenómenos geológicos de una determinada región. Como tales, el primer aspec-

to interesante que se presenta es la escala del mapa, puesto que de ella dependerá, por ejemplo la profundidad de los estudios y reconocimientos precisos para la realización del mismo.

De hecho, existen desde mapas geológicos a escala nacional, internacional y aun mundiales (1/1 000 000 e inferiores) hasta otros muy detallados para obras de ingeniería (puentes, autopistas y presas) que pueden llegar hasta 1/1000 y aun 1/500. Ahora bien en geología pura y aplicada (hidrogeología, investigaciones generales) suelen usarse desde los mapas a escala 1/100 000 ó 1/200 000 para reconocimientos hasta los 1/25 000 ó 1/10 000 como detallados, muy útiles para estudios de tipo local, donde se precisa una notable riqueza de detalles.

Este concepto de riqueza de detalles trae consigo un aspecto muy importante en estos mapas (al igual que en los hidrogeológicos, tal como se expone en el capítulo 15.10). No todas las informaciones que se poseen sobre una zona dada son fácilmente representables en un mapa dado, ya que puede darse el caso de que la abundancia de las mismas sea tal que haga materialmente imposible la representación en aquél. Además habrá muchos de ellos que, por sus dimensiones, tampoco sean representables de acuerdo con la escala, ya que por ejemplo, un afloramiento de 1 km² de extensión cabe perfectamente en una representación a escala 1/100 000 y 1/200 000 pero si ésta es 1/500 000 o menor, prácticamente no será visible.

Tampoco debe olvidarse que el mapa debe ser totalmente explícito y que permita obtener una idea clara y concisa de la geología de la región, adaptada a la escala del mismo, y de ahí que muchos de esos detalles, para no afectar a los caracteres más importantes de aquélla, no sea conveniente representarlos.

5.2.2 Datos de base

Aunque hay algunos mapas que representan solamente los datos geológicos de la zona cartografiada, la mayoría de ellos incluyen como fondo geográfico una representación topográfica y planimétrica de los accidentes de la misma. Es decir, la distribución de llanuras y cordilleras, valles fluviales, cuencas endorreicas, núcleos urbanos, vías de comunicación, etc., son detalles que además de ayudar en el reconocimiento del mapa, permiten establecer mejor las relaciones mutuas entre los datos geológicos, al hablar por ejemplo de los yesos de la formación de Molina de Aragón, o de las calizas cretácicas de Garraf, etc.

Ni que decir tiene que aquí también la escala del mapa condiciona la riqueza de los detalles de base, particularmente en lo que hace referencia a la equidistancia de las curvas de nivel.

5.2.3 Datos geológicos

Evidentemente, constituyen el objetivo de los mapas geológicos: La representación de la naturaleza litológica de las rocas que constituyen la región estudiada, (calizas, areniscas, granitos, lavas, etc.) sus relaciones mutuas tales como contactos, buzamientos, fallas, pliegues, discordancias, su edad o posición estratigráfica, los yacimientos de fósiles, la existencia de canteras o excavaciones que permitan estudiar tal o cual formación, etc., son los datos más importantes a representar teniendo en cuenta como se dijo anteriormente, la importancia de la escala cuando se trata de representar detalles cuyas dimensiones puedan presentar problemas de legibilidad.

En general, se suele adoptar el color negro para diferenciar los símbolos geológicos lineales (contactos, fallas, ejes de los pliegues, etc.) o pequeños símbolos (buzamientos, yacimientos de fósiles, canteras, etc.) mientras que la litología se representa por símbolos adecuados a cada unidad de las rocas existentes (calizas, granitos, arcillas, yesos, etc.), que se señalan en un color que se corresponde con la edad o posición estratigráfica de la formación correspondiente.

Aun a riesgo de adelantar alguna idea, es preciso reconocer aquí, que al contrario de lo que ocurre con los mapas hidrogeológicos, en las representaciones a emplear en estas líneas no existe una normativa clara sobre los símbolos y colores a tratar que sea aceptada universalmente ni aun a escala nacional, puesto que cada centro de investigación y aun cada autor, usa los símbolos que le parecen más correctos y sencillos, sin preocuparse de si existe o no dicha normativa.

5.3 DEFINICIÓN Y PRESENTACIÓN DE LOS MAPAS GEOLÓGICOS

Anteriormente se han esbozado algunas de las particularidades de los mapas geológicos. A pesar, empero, de ser solamente algunas de éstas las reseñadas, se comprende que la variedad de combinaciones entre los conceptos involucrados (y otros que se podrían añadir), origina un amplio espectro de tipos y clases de mapas geológicos que dificultan su definición.

Sentadas estas premisas, se puede decir que los mapas geológicos son representaciones gráficas, a una cierta

escala, de una serie de fenómenos y características relativos a la geología de una región dada.

Generalmente, suelen ir acompañados de una memoria explicativa en la que se exponen y comentan resultados detallados de las investigaciones llevadas a cabo para la confección del mismo, las hipótesis estratigráficas o tectónicas de que se ha partido, los antecedentes existentes sobre la zona, etc., y se justifican los criterios adoptados en el mismo. De este modo y como ayuda para la interpretación de éstos, pueden incluirse en la memoria varios cortes generales (que abarquen la totalidad del mapa) y otros detallados que pongan de manifiesto estructuras especiales, o series estratigráficas muy concretas, etc., así como fotografías de afloramientos, pliegues, fósiles hallados en la zona, etc. Un ejemplo clásico de estas memorias anejas a cada mapa lo constituyen los mapas (y memorias explicativas) a escala 1/50 000 del Instituto Geológico y Minero de España.

En algunos casos, los cortes generales añadidos para mejor comprensión de la estructura se incluyen en el propio formato del mapa con objeto de no tener que recurrir a la memoria constantemente.

Muchas veces, además, se representan otras características cuyos objetivos pueden calificarse de especiales; espesor de tal o cual formación carbonífera, profundidad bajo el suelo de un horizonte petrolífero, etc. (ver apartado 4.2.3 de este capítulo). En este caso, suele adoptarse una disposición mixta que consiste en representar en el centro del formato, el mapa base, con todas las indicaciones geológicas generales concernientes a la zona estudiada, y en los lados una serie de mapas esquemáticos, a menor escala, conteniendo cada uno de ellos una de las características anteriores.

Otras veces, por el contrario se adopta una disposición basada en hojas transparentes superponibles al mapa base, con lo que consigue una identificación rápida de cada uno de los caracteres buscados con los datos de la Geología general.

5.4 CLASIFICACIÓN

Si difícil es llegar a establecer una definición de los mapas geológicos, no debe extrañar que las mismas dificultades y todavía más acrecentadas surjan a la hora de establecer una clasificación lógica de los mismos. De esta forma, existen varios criterios que permiten distintas clasificaciones que, lejos de excluirse, se complementan entre sí. De entre estos criterios los más importantes son los relativos a la escala y a los objetivos o finalidades de los mismos.

5.4.1 Clasificación por su escala

Se pueden establecer tres categorías esenciales: mapas con una escala menor de 1/400 000, mapas con una escala comprendida entre 1/400 000 y 1/100 000 y mapas a escala mayor de 1/100 000.

a) Mapas a escala menor de 1/400 000. Obviamente hacen referencia a grandes regiones, países (1/1 000 000) e incluso continentes (1/5 000 000), con lo que solamente pueden expresar los rasgos más principales a dicha escala. Suelen usarse como mapas de reconocimiento muy general, que facilitan la planificación de trabajos más detallados.

b) Mapas a escala comprendida entre 1/400 000 y 1/100 000. Bastante más detallados que los anteriores, permiten obtener rápidamente las características notables de amplias regiones de un solo mapa. Su escala más utilizada suele ser la 1/200 000 (como las hojas del mapa geológico nacional español a dicha escala) o a veces la 1/250 000. En otras ocasiones, resumen sintéticamente el resultado de amplios trabajos realizados sobre grandes unidades geológicas.

c) Mapas a escala mayor de 1/100 000. Son los más interesantes desde el punto de vista del geólogo, no sólo porque su escala permite incluir gran cantidad de datos, sino porque muchas veces son el resultado directo de sus observaciones sobre el terreno, las cuales traslada al mismo a medida que las va recogiendo.

En esta categoría, las escalas más ampliamente utilizadas son las 1/50 000 y 1/25 000, sin despreciar las 1/10 000 y 1/5000 (y aún mayores) para trabajos especiales (reconocimientos geológicos para canteras o autopistas, presas, conducciones, etc.).

Naturalmente, es fácil comprender que en esta categoría es donde la preparación y obtención de los datos precisos para la confección del mapa presenta una mayor dificultad y esfuerzo, puesto que deben reflejarse detalles e informaciones que a, otra escala, serían improcedentes. Ello se traduce en una duración mayor del trabajo de campo y también de gabinete, con un encarecimiento de la labor originada por la confección del mismo.

5.4.2 Clasificación por sus objetivos

Se ha esbozado anteriormente el concepto de finalidad y objetivos de los mapas geológicos. No es lo mismo realizar uno de éstos para una exploración petrolífera, donde la estructura de un determinado nivel jugará un papel preponderante, que para la construcción de una autopista, donde lo que interesa es saber qué tipo de

rocas habrá que demoler con explosivos, qué otras deberán ser compactadas y cuáles pueden explanarse con medios mecánicos corrientes. De acuerdo con esta idea, tenemos, además de los mapas geológicos generales, que ofrecen una visión de conjunto sobre las particularidades de una zona, los llamados mapas litológicos, estructurales y una variedad de los llamados mapas especiales.

5.4.2.1 Mapas litológicos. Como su nombre indica, se refieren a las representaciones gráficas que ponen de manifiesto la naturaleza de las formaciones rocosas visibles en superficie, sin hacer mención de su disposición en el espacio, ni de su edad. Como es lógico, son especialmente útiles en trabajos de edafología, ingeniería civil, irrigación, hidrogeología, etc., en los que la estructura juega un papel secundario. Una variedad de éstos consiste en aquellos mapas que representan la litología del substrato rocoso, supuesto que se haya quitado el nivel de alteración del mismo, o los depósitos cuaternarios que puedan haber encima.

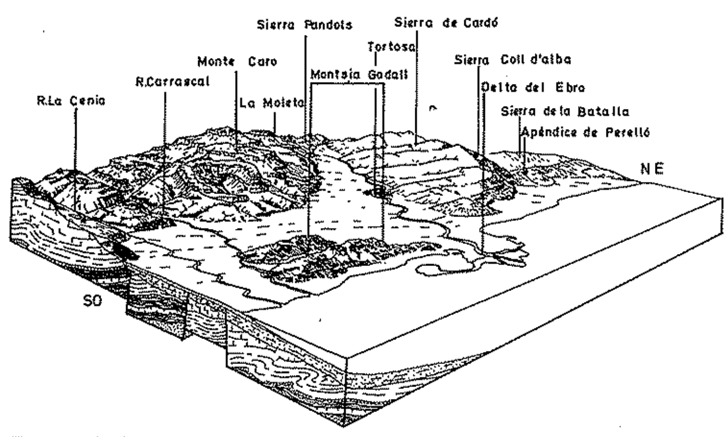


FIGURA 1.32
Bloque diagrama de la desembocadura del Ebro (según Llopis, 1947, pág. 125).

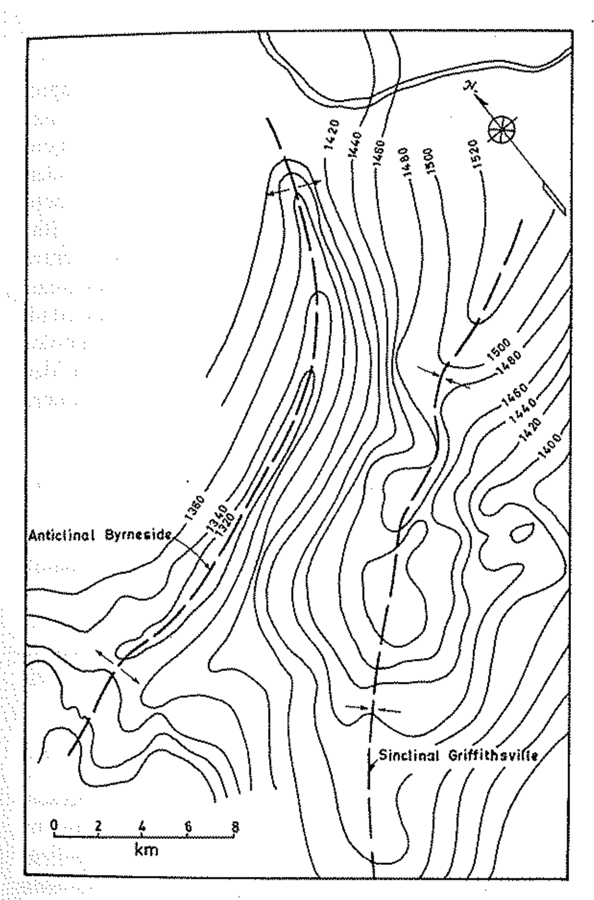


FIGURA 1.31
Mapa estructural de la arenisca Besea en Virginia (USA) (tomado de Landes, 1962, pág. 296).
El mapa representa las curvas de nivel del techo de la arenisca Besea, en metros, por debajo del nivel del mar.

5.4.2.2 Mapas estructurales. Constituyen uno de los extremos opuestos del caso anterior. En éstos, lo que interesa es poner de relieve la estructura y disposición en el espacio de los estratos, es decir los pliegues, fallas, etcétera. Son especialmente usados en aquellos trabajos que precisan de la máxima precisión, por depender de ellos dispendios económicos importantes (exploraciones petrolíferas, mineras, etc.). Un ejemplo es el representado en la figura 1.31, donde se ha representado la topografía de la parte superior o techo de la arenisca Besea de Virginia (USA).

5.4.2.3 Mapas especiales. En este último apartado, se pueden incluir todos aquellos mapas que no tienen cabida en los anteriores, por expresar detalles muy concretos, como por ejemplo:

a) Mapas paleogeológicos que muestran la geología de la superficie en un periodo dado de la historia de la Tierra (Landes, pág. 134). Son especialmente usados en la investigación petrolífera.

b) Mapas de isopacas, es decir, que expresa los lugares de igual espesor de una determinada formación.

c) Mapas de isobasas o sea, reflejando los puntos

de igual profundidad de una formación dada, con respecto a un plano de referencia también dado.

d) Mapas de facies (litofacies y biofacies), que expresan los distintos porcentajes de las facies de cada formación y permiten seguir la evolución sedimentaria de los estratos.

e) Aunque propiamente no son mapas, se pueden mencionar aquí los bloques-diagrama, diagrama de armazón, etc., que reflejan en tres dimensiones la estructura geológica de una región dada, como el representado en la figura 1.32, correspondiente al valle inferior del Ebro.

5.5 LEYENDAS DE LOS MAPAS GEOLÓGICOS

Siendo los mapas geológicos representaciones gráficas de los fenómenos y accidentes de aquel carácter, y dada la gran variedad de los mismos, es fácilmente comprensible que cada mapa deba ir acompañado de una leyenda donde se especifique el significado de cada uno de los símbolos utilizados en el mapa.

Ahora bien, en párrafos anteriores se ha comentado ya, que no existe, desgraciadamente, una normativa universal ni siquiera internacional sobre estos símbolos. Bien es verdad que suelen diferir muy poco unos de otros, pero no existe una unidad absoluta en las mismas. Con todo, en los párrafos que siguen, se describe como ejemplo un tipo de ellos, por otro lado muy utilizado, sin pretender que éste sea el más adecuado.

Desde este punto de vista, si en la leyenda se especifica bien lo que significa cada uno de los símbolos o signos utilizados en el mapa, no existe inconveniente alguno en utilizar cualesquiera, sobre todo cuando la variedad de rocas es muy grande, siempre que desde luego se atengan a la tónica general de forma que se da en el resto de mapas de un país.

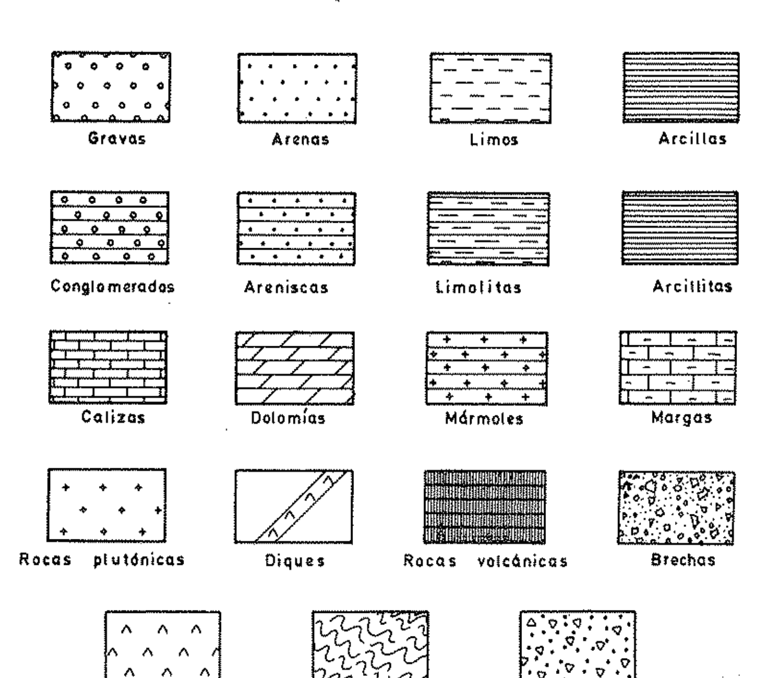


FIGURA 1.33
Símbolos litológicos más usados en los mapas geológicos.

5.5.1 Símbolos litológicos

Son los que hacen referencia al tipo de roca representado. En general suelen usarse dibujos o esquemas que recuerden el tipo de roca considerado, con objeto de facilitar su reconocimiento. De todos modos, suelen llevar además un símbolo gráfico (letra del alfabeto romano o griego, o bien números) con objeto de evitar las posibles confusiones que se pueden producir entre rocas, al existir varias y distintas formaciones calcáreas, o arenosas, que pueden tener la misma o distinta edad.

En la figura 1.33 se han representado los símbolos litológicos más comunes. De nuevo se insiste en la idea de que éstos no son universales ni aceptados siquiera por todos los investigadores de un mismo país.

5.5.2 Símbolos tectónicos

Se refieren a la disposición de los estratos en el espacio, y como tales corresponden a los de buzamiento, contactos, fallas, pliegues, etc.

En la figura 1.34 se representan éstos a modo de orientación, para los que asimismo se puede decir lo repetido en el párrafo anterior, respecto a su universalidad.

5.5.3 Símbolos estratigráficos

Al principio de este capítulo se habló de la representación de la edad relativa de los materiales de una región. En los mapas geológicos se acostumbra a indicar ésta mediante colores, de forma que a cada tonalidad corresponda un determinado periodo estratigráfico.

Al contrario de los símbolos, en general estos colores sí están más normalizados, incluso internacionalmente, correspondiendo los anaranjados y amarillos a los terrenos terciarios, por ejemplo.

Ante la imposibilidad de reproducir aquí exactamente los colores que se asignan a cada periodo, se remite al lector a los mapas modernos del Instituto Geológico y Minero de España, donde se hallan reproducidos en sus diversas tonalidades, y solamente como una simple guía, se describen estos a continuación.

Era	Período	Color
Cuaternaria o Neozoica	Holoceno	Gris (en algunos casos, blanco)
	Pleistoceno	Gris
Terciaria o Cenozoica	Plioceno	Amarillo pálido
	Mioceno	Amarillo yema
	Oligoceno	Amarillo claro con puntos anaranjados
	Eoceno	Anaranjado
Secundaria o Mesozoica	Cretácico Superior (o neocretácico)	Verde azulado
	Cretácico Inferior (o eocretácico)	Verde claro
	Jurásico	Azul
	Triásico	Violeta claro
Primaria o Paleozoica	Pérmico y Permotrias	Anaranjado con puntos negros
	Carbonífero	Violeta
	Devónico	Rosa violeta
	Silúrico	Azul verdoso pálido
	Ordovícico	Azul verdoso intenso
	Cámbrico	Verde fuerte
	Precámbrico	Rosa pálido
	Terrenos azoicos y cristalinos de edad indeterminada	Rosa intenso

5.6 CONFECCIÓN E INTERPRETACIÓN DE MAPAS GEOLÓGICOS

Como es natural, los mapas geológicos deben hacerse principalmente en el campo, significando con ello que aun con la moderna ayuda de la foto aérea (ver el apéndice 1 de esta sección), es preciso ir muchas veces sobre el terreno, para comprobar puntos oscuros, o que no son bien apreciados en aquella. Además y hasta hace pocos años, el sistema tradicional de levantamiento de mapas geológicos ha sido siempre el consistente en recorrer la zona por medio de itinerarios previamente escogidos, anotando todas las observaciones que se hagan sobre la geología de la región, recogiendo muestras de rocas para su posterior estudio en el laboratorio, ejemplares fósiles, etc. Con lo dicho sólo en estas líneas se aprecia ya que la técnica del levantamiento de un mapa geológico a pesar de ser sencillo, requiere cierta experiencia y abundantes conocimientos de las ciencias íntimamente ligadas a la geología general, como son la estratigrafía, tectónica, peleontología, y demás, dotes de observación, buena condición física y amor a la naturaleza.

Aun así, el levantamiento de un mapa geológico o cartografía de la zona no es fácil, puesto que muchas veces las rocas del subsuelo no son visibles por estar recubiertas de espesos campos de labor, o en barrancos profundos, o a media altura de un cantil cuya pendiente impide su acceso. Además, el geólogo sólo «ve» la super-

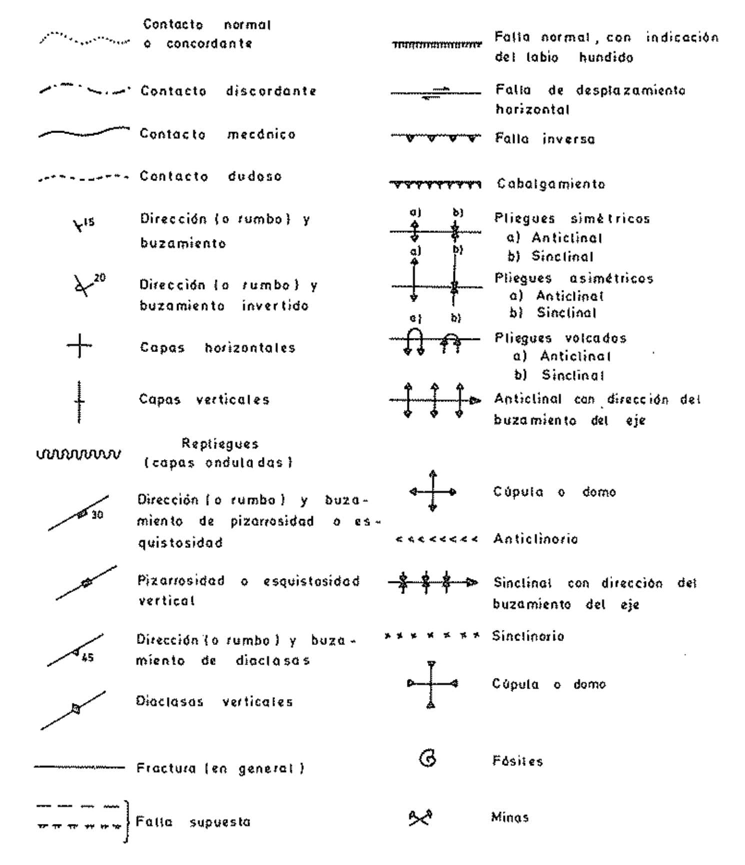


FIGURA 1.34

Símbolos tectónicos más usados en los mapas geológicos.

ficie y trata de deducir la estructura del subsuelo de acuerdo con los datos que va poseyendo y elaborando, con lo que el estudio de los perfiles geológicos de las perforaciones existentes en la zona puede serle muy útil, por cuanto le permitirá comprobar si sus suposiciones eran ciertas o no.

Tampoco cabe explicar en esta obra, ni siquiera sucintamente, las técnicas utilizadas en el levantamiento de los mapas geológicos, puesto que se puede afirmar que cada geólogo tiene su propio sistema. Lo que sí se puede decir es que las observaciones y mediciones que éste hace en el campo debe anotarlas con el máximo de fidelidad y riqueza de datos en su libreta de campo. Así, por ejemplo, en los afloramientos de rocas (que es lo que se cartografía, principalmente), debe anotarse la clasificación de la roca, su inclinación, existencia de diaclasas, fósiles, rocas entre las cuales está incluida, y una serie de propiedades físicas (color, presentación, olor —calizas fétidas—, foliación, etc.), procurando no olvidar nada ni confiarlo a la memoria (Department of Agriculture, 1968, págs. 3-6 a 3-9).

Finalmente, el geólogo de campo debe comprobar si las suposiciones e hipótesis que ha hecho al realizar el mapa son acordes unas con otras y no se contradicen, aspecto que puede comprobarse fácilmente construyendo una serie de cortes y/o perfiles geológicos con los datos del mapa y viendo en su propia construcción si es factible, puesto que de no ser así indicará que existe algún detalle que ha pasado desapercibido, o que tal o cual hipótesis no es viable, etc.

Apéndice 1.1

Fotogeología

A.1.1.1 Introducción

Ya en el siglo pasado se utilizaron fotografías aéreas con fines militares y para levantamientos topográficos (Raisz, 1959, pág. 232), pero ha sido en estos últimos veinte o treinta años cuando la fotografía aérea ha prestado inigualables servicios a la geología y a otras muchas ciencias tales como la topografía, hidrología, arqueología, etc. Realmente el estudio por expertos de la fotografía aérea de una región permite obtener en un breve espacio de tiempo conocimientos muy avanzados sobre los múltiples aspectos de la misma, que de otro modo se verían precisados a realizar sobre el terreno las mismas observaciones, con la consiguiente pérdida de tiempo. Ello no quiere decir que cuando se trabaja con estas fotografías se excluyan totalmente las salidas al campo, puesto que en general muchas veces hay que comprobar puntos oscuros cuya interpretación no está suficientemente clara, pero con todo, se logra un gran ahorro de tiempo.

Dejando a un lado la enorme ventaja que supone utilizar mapas procedentes de la restitución fotogramétrica, que por su perfección son muy superiores a los mapas topográficos convencionales, y la gran utilización que de ella se hace en muchos sectores de la actividad humana, en su uso para la Geología, mediante pares estereoscópicos, supone una serie de ventajas nada despreciables: 1) Permite adquirir rápidamente, sin necesidad de salir al campo, una idea bastante aproximada sobre la estructura geológica de la región, es decir, darse cuenta de las zonas falladas, plegadas o con afloramiento de rocas eruptivas, por ejemplo. 2) Permite observar la zona desde un punto de vista tridimensional, cosa que desde la superficie es prácticamente imposible, a no ser que se ascienda a miradores muy elevados sobre el resto del terreno. 3) La interpretación fotogeológica de una determinada formación permite muchas veces distinguir tipos distintos de la misma, inapreciables a simple vista, es decir en el campo, como pueden ser pequeñas variaciones mineralógicas de la misma que se hacen visibles al estudiar la fotografía. En este mismo caso se hallan en algunas ocasiones redes o sistemas de fracturación muy pequeños que pueden influir poderosamente en la existencia de ciertos minerales útiles (López Vergara, 1971, pág. 97). 4) Permite separar las zonas cultivadas donde posiblemente existirán muy pocos afloramientos del subsuelo. 5) Permite «llegar» a lugares que, por los medios normales, serían de acceso muy difícil e incluso imposible, tales como cimas muy elevadas, cantiles verticales, etc. 6) Finalmente, como se trata de verdaderas fotografías de la superficie terrestre, constituyen el mejor mapa posible, donde quedan representados, aunque a veces con dimensiones muy reducidas, todos los detalles de la misma, por nimios que éstos sean.

Así, pues, en este apéndice se comentarán los pormenores más importantes de la fotografía aérea, su obtención y algunas normas sobre su utilización en su interpretación con fines geológicos, sin pretender abarcar las amplísimas posibilidades de la misma que sólo se van descubriendo con la experiencia. Para el lector interesado en este campo recomendamos la lectura del reciente Manual de Fotogeología (López Vergara, 1971).

A.1.1.2 Fotografías aéreas. Su obtención y presentación

Las fotografías aéreas, son como, su nombre indica, fotografías tomadas desde el aire, a partir de aviones (y actualmente también de satélites artificiales) de pedazos de la superficie terrestre.

Pueden ser de dos tipos principales, verticales u oblicuas, que se diferencian en la posición del eje de la cámara fotográfica con respecto a la superficie del suelo.

TABLA A.1.1 *Interpretación de las características geomorfológicas y geológicas a partir de la fotografía aérea (tomado del Department of Agriculture, 1968, págs. 3-10 a 3-13)*

Características observadas	Fotointerpretación
En el terreno	
1. Llano o suavemente ondulado.	*a)* Rocas sedimentarias horizontales o subhorizontales, formando llanuras costeras, «mesas», etc. *b)* Penillanura en rocas homogéneas ígneas o metamórficas.
2. Suave a moderadamente ondulado, uniformemente redondeado.	*a)* Pizarras aflorantes en un clima húmedo. *b)* Rocas antiguas, ígneas o metamórficas, con un profundo suelo saprofítico.
3. Suave a moderadamente ondulado, con cimas de las colinas llanas o redondeadas con alturas acordes.	*a)* Rocas sedimentarias horizontales en un clima húmedo. *b)* Penillanuras erosionadas de rocas homogéneas, ígneas y metamórficas.
4. Moderadamente ondulado a montañoso, con variaciones en el relieve.	*a)* Rocas ígneas o metamórficas, con variaciones en el relieve causadas por rocas homogéneas o cambios en la estructura.
5. Relieve bajo o alto, con los valles y divisiones paralelos.	*a)* Rocas sedimentarias plegadas y falladas.
Red de drenaje	*Interpretación*
1. Dendrítico.	*a)* Rocas sedimentarias horizontales o subhorizontales. *b)* Rocas homogéneas con ausencia de estructura que la influencie.
2. Subdendrítico.	*a)* Rocas homogéneas en superficie encima de rocas no homogéneas.

TABLA A.1.1 *(Continuación)*

Características observadas	Fotointerpretación
3. En enrejado.	*a)* Rocas sedimentarias buzando notablemente; menos comúnmente, resultando de una fracturación del terreno.
4. Angular.	*a)* Rocas ígneas o metamórficas fuertemente diaclasadas o falladas.
5. Anular o circular.	*a)* Rocas sedimentarias en zonas de domos o cuencas estructurales. *b)* Diques circulares en regiones de actividad ígnea.
6. Transtornada, modificada.	*a)* Depósitos glaciares recientes, corrimientos de tierras.
Textura del drenaje	*Interpretación*
1. Fina.	*a)* Pizarras, limolitas, rocas impermeables (el loess es una excepción a causa del tamaño fino de sus partículas).
2. Grosera o gruesa.	*a)* Areniscas, conglomerados, rocas permeables.
3. Ausente.	*a)* Materiales con buen drenaje (gravas de una terraza, arenas eólicas) llanuras de inundación de los ríos, terrazas de aluviones.
4. Karst.	*a)* Calizas, dolomías, posiblemente, yeso o sal común.
Tonos fotográficos	*Interpretación*
1. Claros.	*a)* Areniscas, limolitas, pizarras meteorizadas, calizas, dolomías, cretas, yeso, rocas ígneas ácidas.

TABLA A.1.1 *(Continuación)*

Características observadas	Fotointerpretación
2. Oscuros.	*a)* Areniscas rojas, grauwacka, pizarras, calizas y dolomías grises, rocas ígneas básicas.
Detalles del afloramiento	*Interpretación*
1. Masivo.	*a)* Conglomerados, calizas, dolomías, yesos, cretas, cuarcitas, plutones ígneos.
2. Estratificado.	*a)* Areniscas, limolitas, pizarras, calizas precipitadas (tobas), series de coladas sucesivas de lava.
3. Bandeado.	*a)* Areniscas, limolitas, calizas, dolomías, rocas metamórficas.
4. Foliado (dirección alineada dominante).	*a)* Esquistos, pizarras.
5. Otras características lineales (pudiendo o no estar subrayadas por la vegetación).	*a)* Fallas, diaclasas. *b)* Diques. *c)* Muescas o surcos glaciales.
Otras características	*Interpretación*
1. Distribución tabular de la vegetación en los alrededores de un cono volcánico.	*a)* Áreas de flujo de lava.
2. Curvatura similar de los ríos en áreas de rocas sedimentarias buzando suavemente.	*a)* Indica la posición de los ejes estructurales. *b)* La convexidad indica la dirección del buzamiento de los ejes estructurales.
3. Drenaje dendrítico modificado con los valles de las cabeceras en forma de cucharón.	*a)* Loess erosionado.

TABLA A.1.1 *(Continuación)*

Características observadas	Fotointerpretación
4. Forma de los barrancos u hondonadas. *a)* Largos ligeramente redondeados. *b)* En forma de u. *c)* En forma de v.	Cerca de la superficie los materiales son: *a)* Arcillas. *b)* Limos. *c)* Arenas y gravas.
5. Suelos moteados en una llanura formada por acumulación de materiales transportados («drift plain»).	*a)* Las áreas claras corresponden generalmente a zona con drenaje mejor y ligeramente mayor que en las áreas oscuras en las que se acumulan materiales arcillosos y humus. Una apariencia lineal de las zonas claras puede representar algunas morrenas en recesión.
6. Delimitación de los límites entre los suelos claros y oscuros. *a)* Distinto. *b)* En forma de pelusa.	Propiedades del suelo: *a)* Granulometría gruesa, bien drenado. *b)* Textura fina, con drenaje pobre.
7. Topografía redondeada, complicados canales de drenaje y fuerte vegetación.	Probablemente suelos profundos.
8. Canales de drenaje agudos, escarpados y controlados por la roca.	*a)* Área de suelos poco potentes.
9. Escarpe con topografía irregular abajo y localmente tabulada, cuencas sin drenaje.	*a)* Corrimientos de tierra.
10. Divisorias sinuosas, superficie ligeramente ondulada, barrancos cortos pero empinados, muy poca vegetación, tonos gris oscuro.	*a)* Afloramiento de serpentina.

Las fotografías se toman automáticamente con un mecanismo de relojería que abre el obturador del objetivo a intervalos fijos, de acuerdo con la velocidad del avión y la altura a que vuela, y la escala que se desea obtener, ya que ésta y la distancia focal de la cámara fotográfica condicionan la escala de la foto, de forma que elegidos dos de esos factores, el tercero, generalmente la altura del avión, queda determinada automáticamente.

Las «pasadas» suelen hacerse en dirección este-oeste para que el norte quede siempre hacia la parte superior de la fotografía y éstas se van sucediendo solapándose mutuamente en un 60 % en sentido lateral y un 25 % en el sentido transversal con objeto de que sea posible observarlas estereoscópicamente (ver más adelante).

Solamente poseen dos tipos de defectos, uno de los cuales ya está subsanado: las distorsiones, tanto mayores cuanto mayor es la altura del vuelo del avión, muy especialmente si la zona en cuestión es muy accidentada topográficamente.

El segundo de dichos defectos consiste en que hasta la fecha sólo se ha comercializado la fotografía aérea en blanco y negro, con lo que la interpretación de las mismas en algunos casos es algo más difícil que si fueran en color.

Estas fotografías se presentan en forma de fotogramas en papel mate, semimate o brillante, obtenidos por contacto de los negativos, con unas dimensiones, en España, de 23 × 23 cm ó 18 × 18 cm. En los lados de la misma se especifican los detalles de la foto, tales como la fecha del vuelo, número de la fotografía, altura de vuelo, hora exacta de la toma de la misma, distancia focal de la cámara, tripulación del avión, etc.

A.1.1.3 Estudio de las mismas por estereoscopía

Ahora bien, las fotografías aéreas o cualquier tipo de ellas por separado proporcionan solamente una visión plana del terreno, sin mostrar el relieve. Sin embargo, si se toman fotografías de un mismo objeto desde puntos de vista ligeramente distintos de forma que las dos imágenes aparezcan superpuestas, el efecto obtenido será el relieve del objeto. Este efecto de la estereoscopía es el fundamento de la interpretación de tales fotogramas.

Así pues, con instrumentos adecuados, denominados estereoscopios, cuya única misión es la de separar las visuales de los ojos del observador hacia cada una de las fotografías (par estereoscópico o estéreo) se puede observar el relieve de la zona considerada, apareciendo los valles y depresiones como zonas bajas y las montañas y cordilleras como zonas elevadas. Si además los estereoscopios llevan lentes de aumento, su ventaja se acrecienta enormemente puesto que permiten observar la superficie del terreno a una escala bastante mayor.

Sin embargo, a pesar de ser un instrumento muy útil, la fotografía aérea posee un pequeño inconveniente: la sensación de relieve que se aprecia al estudiar las fotografías aéreas es muy exagerada, es decir, los picos o cimas de las montañas aparecen como verdaderos conos o pirámides de vértices muy agudos y los valles encajados o depresiones fuertes como profundas fosas de paredes casi verticales.

Esta exageración del relieve es función de la altura de vuelo del avión y de la distancia interpupilar de la persona que intepreta la fotografía (López Vergara, 1971, página 38).

A.1.1.4 Fotointerpretación

Se denomina fotointerpretación al conjunto de procesos deductivos por los cuales se deducen los rasgos geológicos, humanos, geográficos, etc., de una zona dada a partir de unas fotografías aéreas de la misma. Sin embargo, y en sentido estricto, cuando se habla de fotointerpretación suele entenderse como un proceso de deducción de la geología de la zona considerada, o fotogeología.

El experto que realiza esta interpretación debe conocer, o aprender a conocer, carreteras, ferrocarriles, construcciones, masas de agua (corriente o no), vegetación, pendientes, etc., en la forma como aparecen en las fotografías.

La mayoría de las carreteras suelen ser muy irregulares o trazadas de acuerdo con una pauta rectangular. Las de primer orden aparecerán muy bien trazadas, pero en las restantes presentarán curvas bruscas y cambios rápidos de pendiente, etc. Por el contrario, los ferrocarriles son fácilmente distinguibles por sus amplias curvas y sus pequeños desniveles.

Las casas, edificios, torres, árboles y algunas colinas muy empinadas suelen reconocerse por la sombra que proyectan, que es preciso no confundir con la sombra de las nubes, si existen.

Las aguas estancadas, tales como las de los lagos y/o mares aparecen negras o gris oscuro si están encalmadas, pero si están rizadas aparecerán blancas o gris claro, mientras que las aguas superficiales aparecerán con sus ramificaciones hacia aguas arriba, lo cual da la pauta para el conocimiento de la pendiente natural del terreno.

TABLA A.1.2 *Reconocimiento fotogeológico de anticlinales y sinclinales (López Vergara, 1971, pág. 125)*

ANTICLINAL	Simétrico	Eje horizontal	Charnela intacta	Da lugar a cimas redondeadas con vértices de igual pendiente.
			Charnela erosionada	Da lugar a un valle encuadrado por sierras paralelas homoclinales buzando hacia fuera.
		Eje con ángulo de inmersión	Charnela intacta	Montes de cima redondeada que se van estrechando y decreciendo en altura hacia el sentido de buzamiento del anticlinal.
			Charnela erosionada	Sierras homoclinales buzando en sentido contrario al eje, convergentes en el sentido del buzamiento del anticlinal, pudiendo verse en bastantes casos el cierre con terminación periclinal.
		Eje con doble ángulo de inmersión	Charnela intacta	Monte de cima redondeada que se estrecha y decrece en ambos extremos.
			Charnela erosionada	Sierras de buzamiento en sentido contrario al eje, convergentes en ambos extremos, pudiéndose ver a menudo el doble cierre periclinal.
	Asimétrico		Charnela intacta	Todos los casos serán semejantes a los anteriores con la diferencia de que el plano axial buzará en el sentido de la vertiente más suave.
			Charnela erosionada	Las disposiciones serán también semejantes a las anteriores, pero los buzamientos serán distintos en las sierras situadas a ambos lados del valle principal. El plano axial buzará en el mismo sentido que el flanco cuyo buzamiento sea más bajo.
SINCLINAL	Simétrico	Eje horizontal	Grado de erosión bajo	Vertientes generalmente escarpadas en las que se ven los estratos buzando hacia el interior.
			Grado de erosión alto	Sierras paralelas homoclinales encuadrando al valle principal. Los buzamientos estarán situados mirando hacia éste.
		Eje con ángulo de inmersión		Pueden dar lugar a valles sinclinales. Las sierras homoclinales convergen en sentido contrario al del buzamiento del eje, pudiendo verse con frecuencia la terminación periclinal.
		Eje con doble ángulo de inmersión		También suelen dar lugar a valles sinclinales enmarcados por sierras que convergen en ambas direcciones. A veces se observa la doble terminación periclinal.
	Asimétrico			Son semejantes a los anteriores siendo distintos los buzamientos de las sierras a ambos lados del eje. El plano axial buzará en el mismo sentido que las sierras de buzamiento más bajo.

TABLA A.1.3 *Reconocimiento fotogeológico de las fracturas (López Vergara, 1971, pág. 130)*

CRITERIOS PARA EL RECONOCIMIENTO DE FRACTURAS EN FOTOGEOLOGÍA	Alineación de varios arroyos. Tramo de río o arroyo que corre en línea recta durante un cierto trecho. Angularidad de la red fluvial. Alineación de la vegetación. Alineación de formas de disolución. Franja estrecha y alargada, con una humedad superior al resto. Se caracteriza por su tono más oscuro. Línea recta y neta, generalmente de tono más oscuro, que atraviesa la roca.

TABLA A.1.4 *Reconocimiento fotogeológico de fallas (López Vergara, 1971, pág. 136)*

CRITERIOS PARA EL RECONOCIMIENTO DE FALLAS	Discontinuidad de estructuras. Discontinuidad en la alineación de colinas, cerros, etc. Desplazamiento de los estratos a ambos lados de una fractura. Desplazamiento de diques a ambos lados de una fractura. Desplazamiento de fracturas a ambos lados de otra. Cambio acusado de buzamiento, marcado por una línea neta. Escarpe de falla. Escarpe de línea de falla. Contacto brusco lineal y anormal entre dos materiales distintos. Alineación anormal de una costa. Contacto neto entre un macizo antiguo y su borde sedimentario. Repetición u omisión de tramos de las series estratigráficas sedimentarias.

TABLA A.1.5 *Caracteres fotogeológicos de las areniscas (López Vergara, 1971, pág. 129)*

Caracteres generales	Morfología
ARENISCAS ESTRATIFICADAS (CARACTERES GENERALES)	No suelen formar grandes extensiones (como ocurre con cuarcitas y pizarras) sino más bien aparecen intercaladas entre otros materiales como calizas, pizarras, conglomerados, margas, etc. No es frecuente encontrar bancos muy potentes, aunque lo sea el resto de la formación. Presentan una estratificación clara, fácil de ver en la fotografía. El borde de los estratos no suele ser continuo, sino dentado y anguloso. Este es uno de los criterios principales en la identificación de las areniscas. Cuando aparecen intercalados entre otros materiales, los estratos de areniscas suelen resaltar el resto de la formación, por dar lugar a un pequeño escarpe.
ARENISCAS PLEGADAS	Las estructuras que forman suelen ser fáciles de estudiar en fotogeología.
ARENISCAS HORIZONTALES	Relieves tabulares. Formación de cañones en climas áridos.
ARENISCAS MASIVAS	El contacto con otro tipo de materiales suele hacerse con escarpe. Abundante acumulación de derrubios en las vertientes.

TABLA A.1.6 *Caracteres fotogeológicos de las lavas (López Vergara, 1971, pág. 267)*

Composición	Características	Formas que originan
LAVAS ÁCIDAS (riolíticas, traquíticas, etc.)	Viscosas	No suelen tener mucha extensión, solidificándose en gruesas lenguas cerca del punto de emisión, siendo fácil delimitar sus contactos en fotogeología.
LAVAS BÁSICAS (Basaltos)	Muy fluidas	Pueden dar lugar a grandes mesetas o llanuras volcánicas, variando su extensión con la intensidad de la emisión y la topografía preexistente a ésta.

Por su modo de solidificarse y las superficies que forman, las lavas se pueden dividir en:

Tipos de lavas	Características
Lavas escoriáceas o en bloques	Dan lugar a la acumulación de bloques formando unas superficies muy rugosas y ásperas.
Lavas cordadas	Forman superficies arrugadas en forma de sogas, siendo fácil en fotogeología el estudio de la dirección y sentido de las coladas.

La vegetación puede aparecer con distinta tonalidad en las fotografías aéreas: la época del año, la posición del Sol en el momento de la fotografía, el tipo de vegetación, grado de humedad del suelo, etc., puede llevar a notables confusiones debido a los cambios de color en el follaje, que se traducen en distintos tonos de gris oscuro o casi negro en la fotografía.

Si las rocas existentes en la zona son horizontales o subhorizontales, el estudio de la fotografía aérea, permitirá al fotointerpretador «trazar» sobre la propia fotografía el afloramiento de cada formación, trazado que se facilita enormemente cuando se trata de una alternancia de capas duras y blandas. Con ello, se evitará el ir al campo y recorrer una a una, o por sucesivos conjuntos, todas las formaciones existentes en la zona.

En zonas ampliamente plegadas, se pueden apreciar perfectamente los buzamientos no demasiado elevados (hasta unos 40-45°) puesto que por encima de estas cifras la exageración de la escala vertical que produce la fotografía puede inducir a interpretaciones demasiado erróneas en la magnitud del buzamiento, y que precisen de técnicas muy especiales para su estudio. Sin embargo, si bien ocurre esto con los buzamientos, con los pliegues no es así, puesto que aún exagerados en la escala vertical, son perfectamente visibles, y no solamente pequeñas porciones de los mismos, sino la mayoría de las veces se aprecian enteros, o en gran parte por lo menos, según la escala de la foto.

Las fallas y las diaclasas pueden distinguirse perfectamente si el interpretador está experimentado, pues aparecen como líneas rectas o ligeramente curvadas, con las estructuras dislocadas a ambos lados de la misma.

Como colofón, se insertan unas tablas de equivalencias entre las imágenes de la foto y su interpretación, así como tablas para el reconocimiento de ciertos accidentes geológicos, tomadas de una publicación del Department of Agriculture de los Estados Unidos (1968, páginas 3-10 a 3-13) y de López Vergara (1971), que pueden servir solamente a modo de guía, ya que para poder reconocer rápidamente por medio de la fotografía aérea estructuras geológicas, tipos de rocas, vegetación, etcétera, se precisa una experiencia nada despreciable, que sólo se consigue con numerosas horas de observación de fotografías aéreas.

Bibliografía

BELLAIR, P. y POMEROL, CH.: *Tratado de Geología.* 1.ª ed., Editorial Vicens-Vives, Barcelona, 1968, 546 págs.

BERRY, L. G. and MASON, B.: *Mineralogy.* W. H. Freeman and Company, San Francisco-Londres, 1959, 630 págs.

BILLINGS, M. P.: *Structural Geology.* 7.ª ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1960.

BRINKMANN, R.: *Compendio de Geología General.* Labor, Barcelona, 1964, 351 págs.

DEPARTMENT OF AGRICULTURE: «Ground Water», en *National Engineering Handbook,* section 18, Soil Conservation Service, Washington, 1968.

DE SITTER, L. U.: *Geología Estructural.* 2.ª ed. Ediciones Omega, Barcelona, 1970, 521 págs.

EMMONS, W. H., ALLISON, I. S. STAUFFER, C. R. y THIEL, G. A.: *Geología: Principios y Procesos.* 5.ª ed., Ediciones del Castillo, Madrid, 1963, 489 págs.

GILLULY, J., WATERS, A. C. y WOODFORD, A. O.: *Principios de Geología.* Aguilar, Bilbao, 1964, 692 págs.

LAHEE, F. H.: *Geología Práctica.* 3.ª ed., Ediciones Omega, Barcelona, 1970, 895 págs.

LANDES, K. K.: *Geología del petróleo.* 2.ª ed. Ediciones Omega, Barcelona, 1972, 463 págs.

LEET, L. D. y JUDSON, S.: *Physical Geology.* 5.ª ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1961, 502 págs.

LÓPEZ VERGARA, M. L.: *Manual de Fotogeología.* Publicaciones de la Junta de Energía Nuclear, Madrid, 1971, 287 páginas.

LVOVITCH, M. I.: *Water Resources of the World and Their Future.* General Assembly of Bern, Pub. no. 76. Intern. Assoc., Scien. Hydrol., 1967, págs. 317-322.

LLOPIS, N.: *Contribución al conocimiento de la morfoestructura de los Catalánides.* Cons. Sup. Inv. Cient., Madrid, 1947, 372 págs.

LLOPIS, N.: *Fundamentos de Hidrogeología cárstica.* Editorial Blume, Madrid, 1970, 269 págs.

MASON, B.: *Principios de Geoquímica.* 1.ª ed., Ediciones Omega, Barcelona, 1960, 333 págs.

MELÉNDEZ, B. y FÚSTER, J. M.ª: *Geología.* 2.ª ed., Editorial Paraninfo, Madrid, 1973, 702 págs.

NACE, R. L.: «World Water Inventory and Control», en *Water, Earth and Man* editor R. J. Charles Methuen and Co. Ltd. London, 1969.

RAISZ, E.: *Cartografía.* 4.ª ed. Ediciones Omega, Barcelona, 1972, 436 págs.

VIRGILI, C.: *El Triásico de los Catalánides.* Bol. Ins. Geol. y Min. de España, tomo LXIX, Madrid, 1958, 856 págs.

WENTWORTH, C. K.: «A Scale of Grade and Class Terms for Clastic Sediments». *The Journal of Geology,* vol. 30 páginas. 381 University Chicago Press. Chicago, 1922.

ZEUNER, F. E.: *Geocronología.* Ediciones Omega, Barcelona, 1956, 524 págs.

Sección 2

Elementos de hidromecánica

FRANCISCO VILARÓ
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Capítulos 1 y 6)

FRANCISCO JAVIER ISAMAT
Doctor Ingeniero Industrial
(Capítulos 2, 3, 4 y 5)

Sumario

Símbolos

a	área
C	constante
CGS	sistema cegesimal
c	velocidad de propagación, velocidad absoluta
D, d	diámetro
div	divergencia
E	módulo de elasticidad, energía
E_c	energía cinética, de movimiento
E_p	energía de presión, piezométrica
E_z	energía de posición
F	fuerza, dimensión
Fr	número de Froude
f	factor de fricción
g	aceleración de la gravedad
H, h	altura, altura piezométrica
I	intensidad eléctrica
J	pérdida de carga
K	constante
L	longitud, dimensión
l	longitud
M	masa, dimensión; momento
m	masa
N, n	número de revoluciones por minuto
P	potencia
Pu	potencia útil
p	peso, presión
Q, q	caudal
R	radio hidráulico
Re	número de Reynolds
r	radio
S	sección, área
s	longitud en el sentido del movimiento
T	trabajo
t	tiempo
U, u	velocidad media
u, v, w	componentes de la velocidad
V	volumen, potencial eléctrico, voltaje
v	velocidad
W	dimensión
w	componente de la velocidad
X, x	coordenada según el movimiento
Y, y	coordenada normal al movimiento
Z, z	coordenada vertical
Z	pérdida de carga piezométrica
α	coeficiente, ángulo
γ	peso específico
Δ	incremento
δ	densidad
φ	ángulo de desfase eléctrico
λ	razón de semejanza
μ	viscosidad dinámica
ν	viscosidad cinemática
π	número pi
ρ	masa específica
Σ	sumatorio
σ	tensión superficial
η	rendimiento
θ	ángulo, razón de semejanza
ω	velocidad angular

Capítulo 2.1

Principios básicos

1.1 INTRODUCCIÓN

La parte de la mecánica de fluidos que estudia el comportamiento del agua, se denomina hidromecánica.

El objeto de este capítulo es el estudio de los principios básicos que gobiernan el comportamiento mecánico del agua, en cuanto a su aplicación directa a la Hidrología y como caso particular a la Hidrología subterránea.

Dado el sentido práctico que se pretende dar a este texto, no nos detendremos en aquellos principios básicos que son aplicables a la hidrología de medios porosos, sino que estudiaremos de una forma más amplia los relacionados indirectamente con la actividad profesional del hidrólogo, como son el dimensionamiento de tuberías, sistemas de aforo, bombas, etc.

1.2 PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS

Los fluidos deben su comportamiento mecánico a sus características físicas, las que a su vez dependen de sus características moleculares como son: peso, polaridad, atracción y actividad molecular.

Para definir las propiedades físicas de forma cuantitativa debemos adoptar un sistema de unidades.

1.2.1 Sistema de unidades

Todo sistema de unidades lo podemos definir partiendo de tres unidades fundamentales.

Los sistemas utilizados habitualmente son del tipo F L T y M L T donde las unidades fundamentales son: fuerza, longitud y tiempo en el primero y masa, longitud y tiempo en el segundo.

Utilizaremos aquí el sistema técnico (kilogramo-fuerza, metro, segundo) o bien el CGS (gramo-masa centímetro, segundo).

La tabla 2.1 expresa la relación de las unidades con sus dimensiones fundamentales para cada sistema de unidades. Esta relación entre uno y otro sistema se basa en la ecuación fundamental de Newton:

$$F = M\,L\,T^{-2} \quad (\text{fuerza} = \text{masa} \times \text{aceleración})$$

1.2.2 Peso y masa

Masa es una característica de la cantidad de materia que contiene un fluido, esto es, de la inercia que ofrece al movimiento o al reposo.

Peso de un cuerpo es la acción que sobre el mismo ejerce la gravedad.

Dado que la gravedad es prácticamente constante, tendremos que según la ley de Newton:

$$p = m \cdot g$$

siendo p el peso, m la masa y g la aceleración debida a la gravedad.

La unidad de fuerza en el sistema F L T es el kilogramo-fuerza.

En el sistema M L T (C G S) la unidad fundamental es la de masa y se llama gramo-masa. En dicho sistema la unidad de fuerza tendrá la dimensión $M\,L\,T^{-2}$ o sea $gr \cdot cm/seg^2$ y se denomina dina.

La equivalencia entre las unidades de fuerza en ambos sistemas es:

$$1\ kg = 981 \cdot 10^3\ dinas$$

Otros conceptos habituales en física y por tanto en hidromecánica son los de peso específico (peso por unidad de volumen) y masa específica (masa por uni-

TABLA 2.1 *Sistemas de unidades*

	Sistema F L T (técnico)		Sistema M L T (CGS)		Equivalencias	Símbolo
	Dimensión	Unidad	Dimensión	Unidad		
Longitud	L	m	L	cm	1 m = 100 cm	l, d
Superficie	L^2	m^2	L^2	cm^2	1 m^2 = 100^2 cm^2	S, A
Volumen	L^3	m^3	L^3	cm^3	1 m^3 = 100^3 cm^3	V
Tiempo	T	seg	T	seg		t
Masa	$F L^{-1} T^2$	kg · seg^2/m	M	gramo-masa		m
Fuerza	F	kg	$M L T^{-2}$	g · cm/seg^2	1 kg = 981 · 10^3 dinas	F
Velocidad	$L T^{-1}$	m/seg	$L T^{-1}$	cm/seg	1 m/seg = 100 cm/seg	v, U
Aceleración	$L T^{-2}$	m/seg^2	$L T^{-2}$	cm/seg^2	1 m/seg^2 = 100 cm/seg^2	(1)
Caudal	$L^3 T^{-1}$	m^3/seg	$L^3 T^{-1}$	cm^3/seg	1 m^3/seg = 10^6 cm^3/seg	Q
Masa específica	$F L^{-4} T^2$	kg · seg^2/m^4	$M L^{-3}$	g/cm^3	1 g/cm^3 = 102 kg · seg^2/m^4	ρ
Peso específico	$F L^{-3}$	kg/m^3	$M L^{-2} T^{-2}$	g/$cm^2$$seg^2$	1 kg/m^3 = 0,981 dina/cm^3	γ
Viscosidad dinámica	$F L^{-2} T$	kg · seg/m^2	$M L^{-1} T^{-1}$	g/cm · seg	1 poise (g/cm · seg = = dina · seg/cm^2) = = 0,0102 kg · seg/m^2	μ
Viscosidad cinemática	$L^2 T^{-1}$	m^2/seg	$L^2 T^{-1}$	cm^2/seg	1 stoke (cm^2/seg)	ν
Tensión superficial	$F L^{-1}$	kg/m	$M T^{-2}$	g/seg^2	1 kg/m = 981 · 10 dina/cm	σ
Presión	$F L^{-2}$	kg/m^2	$M L^{-1} T^{-2}$	g/cm · seg^2	1 kg/m^2 = 98,1 g/cm · seg^2	p

(1) g simboliza la aceleración de la gravedad.

dad de volumen). La relación entre ambos es, naturalmente, la gravedad:

$$\gamma = \rho g$$

γ = peso específico
ρ = masa específica

Para soslayar el posible confusionismo existente se emplea el concepto de densidad, valor adimensional, que representa la relación entre el peso (masa) de un volumen de un determinado cuerpo y el peso (masa) del mismo volumen de agua.

Diversos aparatos llamados densímetros, miden directamente la densidad de los líquidos (alcoholímetros, sacarómetros, salinómetros, etc.).

El agua en condiciones normales tiene:

ρ = masa específica = 1 g/cm^3 (C G S) = = 102 kg m^{-4} seg^2 (sistema técnico)

γ = peso específico = 1000 kg/m^3 (sistema técnico) = = 981 dina/cm^3 (C G S)

δ = densidad = 1

Algunos autores (Becerril 1960), llaman a la densidad tal como la hemos definido aquí, densidad relativa, mientras que emplean densidad o densidad absoluta, como sinónimo de masa específica.

TABLA 2.2 *Peso específico y densidad del agua dulce en función de la temperatura (según Becerril, 1960)*

Temperatura en °C	kg/m^3	kg . seg^2/m^4
4	1000,00	101,936
10	999,73	101,909
12	999,53	101,888
14	999,27	101,862
15	999,13	101,848
16	998,97	101,831
18	998,62	101,796
20	998,23	101,756
22	997,80	101,712
24	997,32	101,663
26	996,81	101,611
28	996,26	101,555
30	995,67	101,495

1.2.3 Compresibilidad

Se llama así a la medida del cambio de volumen de un fluido sometido a fuerzas externas, cuando desaparecidas dichas fuerzas vuelve a su volumen primitivo.

Se expresa por el módulo de elasticidad medido en kg/m^2 (sistema técnico).

El valor del módulo de elasticidad puede expresarse así:

$$E = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

siendo p = presión o fuerza/superficie. Si se pasa de un estado (ρ_0, p_0) a un estado $(\rho_1\ p_1)$ tendremos:

$$p_1 - p_0 = E \ln \frac{\rho_1}{\rho_0}$$

El valor de E para el agua es:

$$E = 2{,}08 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^2$$

Ello significa que si queremos disminuir el volumen, o lo que es lo mismo aumentar su densidad en 1 % será:

$$p_1 - p_0 = 2{,}08 \cdot 10^8 \ln (1{,}01) = 2{,}08 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2$$

o sea, que tendremos que aumentar la presión en más de 200 atmósferas ($1 \text{ atm} \simeq 1 \text{ kg/cm}^2 = 10^4 \text{ kg/m}^2$).

La compresibilidad del agua es despreciable, y salvo en algunos estudios específicos como los de transmisión de ondas elásticas, golpe de ariete, etc., la consideraremos como incompresible.

La velocidad de propagación de una variación de presión en un fluido se mide por:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

1.2.4 Viscosidad

Es la propiedad por la cual el fluido resiste al movimiento relativo interno o roza con las paredes del conducto, originando unas tensiones tangenciales.

Dichas tensiones son debidas a la cohesión entre las moléculas cuando se trata de un líquido.

Según Newton la tensión cortante t en un punto es proporcional al gradiente de la velocidad en aquel punto.

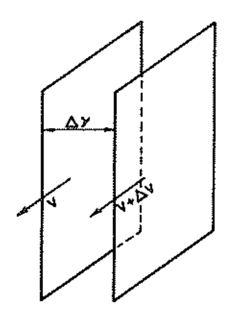


FIGURA 2.1
Elementos para definir la viscosidad.

De acuerdo con esto, si consideramos dos láminas de un líquido que se mueven a una velocidad v y $v + \Delta v$ respectivamente y su separación vale Δy y es muy pequeña, la fuerza necesaria para vencer su cohesión será (fig. 2.1):

$$F = \mu S \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

cuando estos incrementos se hacen infinitesimales tendremos:

$$F = \mu S \frac{dv}{dy}$$

μ es lo que llamaremos viscosidad dinámica y su dimensión es (sistema técnico):

$$(\mu) = (F L^{-2} T)$$

Su unidad sería el $kg \cdot seg/m^2$, sin embargo, esta unidad es muy grande para los valores que debe medir y por ello se utiliza el sistema C G S. La unidad en este sistema se denomina poise.

$$1 \text{ poise} = \text{dina} \cdot \text{seg/cm}^2$$

La equivalencia entre las unidades de los dos sistemas es:

$$1 \text{ kg} \cdot \text{seg/m}^2 = 98{,}1 \text{ poises}$$

Habitualmente se utiliza como unidad el centipoise o centésima parte del poise.

Dividiendo la viscosidad dinámica por la masa espe-

cífica se tiene un nuevo concepto, el de viscosidad cinemática, en el que se ha suprimido de esta forma la dimensión de masa:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$(\nu) = (M\,L^{-1}\,T^{-1})/(M\,L^{-3}) = L^2\,T^{-1}$$

La unidad de viscosidad cinemática es el stoke:

1 stoke = 1 cm^2/seg

Igualmente se emplea de modo habitual el centistoke o centésima parte del stoke.

El agua es un líquido poco viscoso y su viscosidad es función de la temperatura.

Según la fórmula de Poiseuille:

$$\mu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337\ t + 0{,}0002\ t^2}\ \text{poises}$$

TABLA 2.3 *Coeficiente de viscosidad cinemática del agua dulce y salada en función de la temperatura (según Becerril, 1960)*

Temperatura en °C	Agua dulce 10^{-6} m^2/seg	Agua salada 10^{-6} m^2/seg (salinidad 35 ‰)
5	1,519	1,607
6	1,472	1,561
7	1,428	1,516
8	1,386	1,474
9	1,346	1,434
10	1,308	1,395
11	1,272	1,357
12	1,237	1,321
13	1,204	1,287
14	1,172	1,254
15	1,141	1,223
16	1,112	1,192
17	1,084	1,163
18	1,057	1,135
19	1,031	1,108
20	1,007	1,082
21	0,983	1,057
22	0,960	1,033
23	0,938	1,009
24	0,917	0,988
25	0,896	0,967
26	0,876	0,964

La tabla 2.3 da los valores de la viscosidad dinámica del agua dulce y del agua salada.

Comercialmente la viscosidad de ciertos líquidos se suele referir al aparato que se emplea para medir; así en Europa donde se emplea el viscosímetro Engler se utilizan grados Engler, mientras en América se usa normalmente el viscosímetro Saybolt Universal para viscosidades medias y Saybolt Furol para las altas.

1.2.5 Tensión superficial

La acción de cohesión y adhesión entre las moléculas de un líquido, produce la propiedad denominada tensión superficial.

Cuando una molécula líquida se halla completamente sumergida, y sin contacto con las paredes o con el recipiente, las acciones de las otras moléculas sobre ella, producidas durante un tiempo no infinitesimal, se equilibran, pero cuando esta molécula está en la superficie o en contacto con el recipiente, existe una componente normal a la superficie de contacto.

Este fenómeno causa la forma esférica de las gotas de agua, como si existiera una membrana tensa en la superficie del líquido, de ello el nombre de tensión superficial.

Por efecto del mismo fenómeno se produce la subida de un líquido por un tubo capilar.

Dicha subida viene dada por la fórmula:

$$h = \frac{2\,\sigma}{\gamma\,r}\cos\theta$$

donde h es la sobreelevación o descenso, r es el radio del tubo y θ el ángulo de contacto entre el líquido y la pared del tubo, y σ es el factor de tensión superficial del fluido en cuestión. Sus dimensiones son:

$$(\sigma) = (F\,L^{-1})\ \text{(sistema técnico)}$$

por lo que su unidad será el kg/m, o bien, en el sistema C G S la dina/cm.

La tabla 2.4 da los valores referidos al agua para distintas temperaturas.

1.2.6 Parámetros adimensionales

El teorema general del análisis dimensional permite la formulación de unos parámetros de gran interés práctico en la teoría de la mecánica de fluidos.

Estos parámetros adimensionales permiten aplicar los

TABLA 2.4 *Propiedades mecánicas del agua a la presión atmosférica (según Becerril, 1960)*

Temperatura	Viscosidad dinámica en centipoises	Tensión superficial dinas/cm	Tensión de vapor en milímetros de Hg	Módulo de elasticidad 10^3 kg/cm²
0	1,7921	75,6	4,579	20,32
5	1,5188	74,9	6,543	20,86
10	1,3077	74,22	9,209	21,45
15	1,1404	73,49	12,788	21,89
20	1,0050	72,75	17,535	22,32
25	0,8937	71,97	23,756	22,72
30	0,8007	71,18	31,824	23,02
35	0,7225	70,37	42,175	23,20
40	0,6560	69,56	55,324	23,32
45	0,5988	68,73	71,880	23,38
50	0,5494	67,91	92,510	23,41
55	0,5064	67,04	118,040	23,35
60	0,4688	66,18	149,380	23,23
65	0,4355	65,29	187,540	23,06
70	0,4061	64,40	233,700	22,86
75	0,3799	63,50	289,100	22,66
80	0,3565	62,60	355,100	22,43
85	0,3355	61,67	433,600	22,37
90	0,3165	60,75	525,760	21,90
95	0,2994	59,82	633,900	21,60
100	0,2838	58,90	760,000	21,30

resultados de unas experiencias a otros casos en que las características físicas son distintas, determinando por el valor del parámetro las características de un determinado fenómeno físico.

No es objeto de este texto entrar en el detalle de la demostración ni siquiera del enunciado del teorema general. Expondremos solamente los parámetros adimensionales más utilizados y su función es la hidromecánica.

El número de Reynolds se expresa por:

$$Re = \rho \frac{v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad ; \quad L = \text{longitud representativa}$$

expresa la relación de las fuerzas de inercia a las fuerzas de viscosidad, e interviene en los fenómenos en que estas son preponderantes, tales como el movimiento de un fluido a través, o alrededor de objetos. Tal es el caso de circulación en conductos a presión, o circulación a través de un medio poroso.

Veremos más adelante que el valor del número de Reynolds nos indica la existencia de movimiento laminar o turbulento. El valor crítico del número de Reynolds es aquel para el cual el régimen cambia de laminar a turbulento.

El número de Froude:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{\gamma L/\rho}}$$

relaciona las fuerzas de inercia con la de gravedad y es importante para clasificar movimientos de un fluido dominado por la acción de la gravedad tales como oleaje, flujo en canales e interfacies agua dulce-agua salada en estuarios.

1.3 ESTÁTICA DE FLUIDOS

La estática de fluidos, denominada hidrostática cuando hace referencia al agua, estudia el equilibrio de un volumen de fluido.

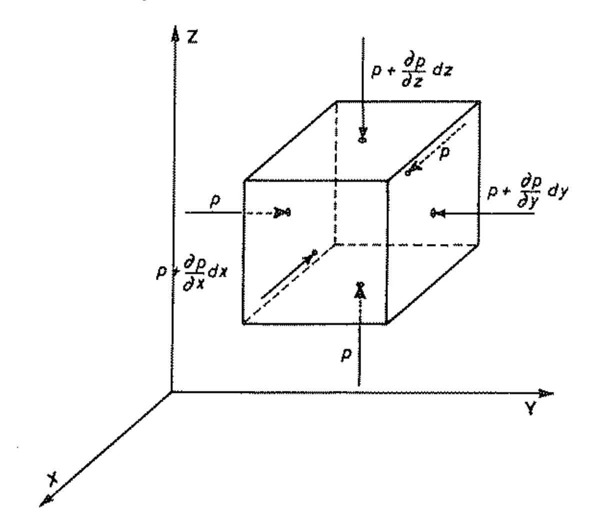


FIGURA 2.2
Presiones en un elemento de volumen.

1.3.1 Ecuaciones fundamentales

Estudiaremos las relaciones entre las fuerzas que producen el equilibrio de un elemento de la masa de un líquido en reposo.

Al estar en reposo no existen fuerzas tangenciales a las caras de dicho elemento que como vimos, estaban producidas por la viscosidad en un líquido en movimiento, por ello podemos decir que las fuerzas internas son perpendiculares a las caras del elemento líquido, y también los elementos líquidos en contacto con el recipiente que lo contienen, darán lugar a fuerzas perpendiculares a las caras del mismo.

Dichas fuerzas por unidad de superficie que actúan en un punto, se denominan presiones.

Sea la figura 2.2 un elemento líquido sometido a unas determinadas presiones en sus caras y sea F la resultante de las fuerzas exteriores, aplicada a la unidad de masa.

Para expresar el equilibrio del elemento debe ser nula la resultante de las fuerzas exteriores.

Dado que las componentes de F según los ejes son X, Y, Z; la proyección de la resultante sobre el eje X es

$$p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz + \rho X\,dx\,dy\,dz = 0$$

lo que significa que:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X$$

análogamente:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

Esto puede expresarse vectorialmente escribiéndolo en la forma:

$$\rho \vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}}\ p$$

Si las fuerzas exteriores derivan de un potencial, proyectando estas fuerzas sobre un elemento de longitud cualquiera tendremos:

$$\rho \vec{F} \cdot ds = \overrightarrow{\text{grad}}\ p \cdot ds$$

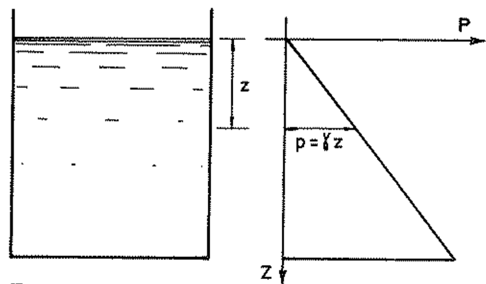


FIGURA 2.3
Representación gráfica de la presión relativa en un líquido.

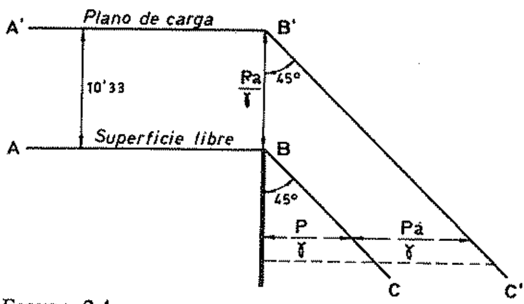


FIGURA 2.4
Representación gráfica de la presión absoluta.

67 En todas las superficies isobaras, o sea aquellas en las cuales la presión es constante, el vector grad p es perpendicular al vector ds y por tanto:

$$\rho \vec{F} \cdot \vec{ds} = \overrightarrow{grad}\ p \cdot \vec{ds} = 0$$

de donde:

$$\vec{F} \cdot \vec{ds} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$$

que representa por tanto la ecuación diferencial de las superficies isobaras.

1.3.2 Equilibrio de un fluido sometido a la acción de la gravedad

Tratándose del campo gravitatorio terrestre las componentes de las fuerzas exteriores son:

$$X = 0 \qquad Y = 0 \qquad Z = -g\rho$$

de aquí resulta:

$$dp = -\rho g\,dz \quad ; \quad \frac{p - p_0}{\gamma} = -(z - z_0)$$

o sea, que las isobaras son planos horizontales.

Si trabajamos con presiones relativas, o sea, partiendo como cero la presión atmosférica, la superficie libre del agua corresponde a presión relativa nula $p_o/\gamma = 0$ y tomándola como plano de referencia $z_0 = 0$ tendremos:

$$p/\gamma = -z \qquad \text{o bien} \qquad p = -\gamma z$$

La presión relativa en el seno de un líquido varía linealmente con la profundidad, y es igual a ésta multiplicada por el peso específico, o sea, que es equivalente al peso de la columna líquida que tiene encima (figura 2.3).

Si consideramos presiones absolutas sería:

$$p = -\gamma z + p_a$$

(y si hacemos $h = -z$ o sea, que h es la profundidad en valor absoluto, y teniendo en cuenta que $\frac{p_a}{\gamma} = 10{,}33$ m de columna de agua) se puede poner:

$$p/\gamma = h + 10{,}33 \text{ m}$$

que expresa la presión absoluta (fig. 2.4).

Supongamos el caso de dos líquidos no miscibles contenidos en un mismo recipiente. Sean γ_1 y γ_2 sus pesos específicos. Las presiones relativas serían como hemos visto equivalentes al peso de la columna líquida, por tanto (fig. 2.5):

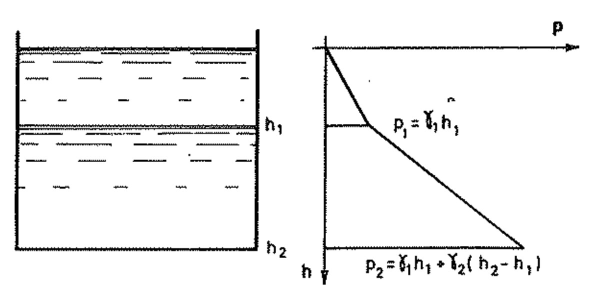


FIGURA 2.5
Presión en líquidos de distinta densidad.

si $h < h_1$	$p = \gamma_1 h$
si $h_2 > h > h_1$	$p = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 (h - h_1)$

1.3.3 Medición de presiones

El elemento más sencillo para medir presiones es lo que denominamos tubo piezométrico (fig. 2.6). Consiste en un tubo conectado por un extremo al recipiente, mientras el otro se mantiene abierto a la presión atmosférica.

La altura h mide la presión en el punto a que está conectado ya que $p = \gamma \cdot h$.

Para medir presiones grandes puede utilizarse un líquido cuyo peso específico γ' sea mayor que el del líquido contenido en el recipiente.

Para ello es útil utilizar el tubo en U (fig. 2.7), donde se verifica:

$$p + \gamma b = \gamma' h$$

de donde:

$$p = \gamma' h - \gamma b$$

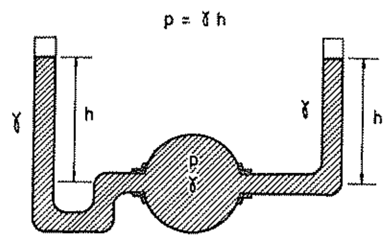


FIGURA 2.6
Tubos piezométricos.

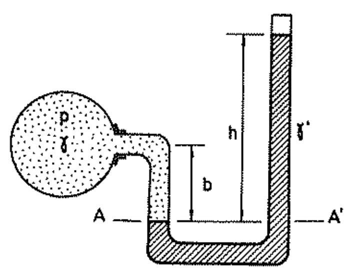


FIGURA 2.7
Manómetro en U.

1.4 CINEMÁTICA DE FLUIDOS

Es la parte de la mecánica de fluidos que estudia el movimiento de los mismos independientemente de las causas que lo producen.

1.4.1 Partícula líquida

Definiremos como partícula líquida un volumen elemental indivisible cuyo movimiento vamos a estudiar.

1.4.2 Trayectoria y línea de corriente

Denominaremos trayectoria, el lugar geométrico de las posiciones sucesivas que ocupa una misma partícula líquida en movimiento. Para mejor comprensión, imaginemos una partícula determinada que forma parte de la masa de un líquido en movimiento, si en sucesivos instantes fotografiamos la posición de dicha partícula, tendremos los puntos de la trayectoria.

Línea de corriente es la envolvente geométrica de los vectores-velocidad de las diversas partículas que forman una masa líquida, en un instante determinado. Dicho de otra manera, imaginemos una fotografía instantánea del movimiento de un líquido, y dibujemos en sus partículas el vector velocidad; la curva a la cual estos vectores son tangentes se denomina línea de corriente.

1.4.3 Movimiento permanente y movimiento variable

Se llama movimiento permanente aquel en que las líneas de corriente coinciden con la trayectoria de las partículas elementales, o sea, dicho en otras palabras cuando las dos fotografías del movimiento realizadas en distinto momento dan lugar a líneas de corriente coincidentes.

Cuando las líneas de corriente son diferentes en ca instante, o sea que no coinciden con la trayectoria las partículas el movimiento se llama variable.

1.4.4 Movimiento uniforme

Si un movimiento es permanente en una sección terminada y sus características se mantienen en tod las secciones se denomina movimiento uniforme.

1.4.5 Movimiento laminar y movimiento tu bulento

Se llama movimiento laminar o viscoso, aquel que cada partícula describe una trayectoria con velo dad paralela a la corriente.

Si cada partícula, además de una componente de velocidad en el sentido de la corriente, está animada una componente transversal, su movimiento se deno na turbulento.

1.4.6 Tubo de flujo

Una propiedad importante de las líneas de corrien es que no pueden cortarse, ya que ello supondría q en un instante dado la partícula situada en la interse ción, tiene dos velocidades distintas, por tanto, un h de líneas de corriente que se apoyan en otra línea q no lo sea, constituirá un contorno, que será tangente las velocidades del fluido en todos sus puntos.

Si la línea que define el haz es una línea cerrad la superficie formada por las líneas de corriente que apoyan en ella se denomina tubo de flujo (fig. 2.8).

1.5 DINÁMICA DE FLUIDOS

La dinámica de fluidos es la parte de la mecánica fluidos que estudia las acciones que actúan sobre fluido determinando su estado de movimiento o repos En nuestro caso, en que el fluido estudiado es el ag será más propio denominarlo hidrodinámica.

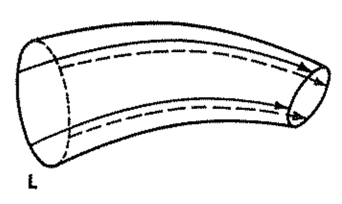


FIGURA 2.8
Tubo de flujo.

1.5.1 Elementos de una sección

Empezaremos por definir los elementos geométricos característicos de una sección.

Sección mojada es la sección ocupada por el fluido.

Perímetro mojado es el perímetro de la sección en contacto con el fluido.

Radio hidráulico es el cociente de dividir la sección mojada por el perímetro mojado. En una tubería llena el radio hidráulico es la mitad del radio geométrico de la tubería.

$$R = \frac{\text{sup.}}{\text{per.}} = \frac{\pi r^2}{2 \pi r} = \frac{r}{2}$$

Otra característica de una sección es la velocidad.

Velocidad instantánea en un punto, es la velocidad que existe en este punto de la sección en un instante determinado.

Velocidad media en la sección es el valor medio de las velocidades instantáneas.

Isotacas de una sección son las líneas del lugar geométrico de los puntos de igual velocidad instantánea.

Caudal es el volumen de líquido que pasa a través de una sección por unidad de tiempo.

Si llamamos S a la sección, v a la velocidad instantánea en un punto, U a la velocidad media de la sección y ds a un elemento diferencial de la misma, tendremos la relación:

$$Q = \int v\, ds = U \cdot S$$

1.5.2 Energía

En mecánica se denomina energía o trabajo, al producto de una fuerza por una longitud y sus dimensiones son $F \cdot L$.

Dado que en hidrodinámica la fuerza actuante es la debida al campo gravitatorio o sea su peso podemos referir la energía a la unidad de peso y entonces su dimensión será L.

En un punto de una determinada sección a través de la cual se mueve un líquido distinguimos tres tipos de energía.

Energía cinética: $Ec = v^2/2\,g$, es la debida a la velocidad del movimiento.

Energía de presión o altura piezométrica: $Ep = p/\gamma$ es la debida a la presión.

Energía de posición o altura geométrica: $Ez = z$, es debida a la altura sobre un plano de referencia.

Para determinar la energía cinética de una sección, se suele utilizar la velocidad media en la misma con un coeficiente de corrección α que se denomina coeficiente de Coriolis. Resulta entonces:

$$Ec = \frac{\alpha U^2}{2\,g}$$

La energía total en una sección viene dada por la suma:

$$E = \frac{\alpha U^2}{2\,g} + \frac{p}{\gamma} + z$$

1.5.3 Ecuaciones fundamentales de la hidrodinámica

De las leyes fundamentales nos referimos únicamente a las ecuaciones de continuidad y conservación de la energía, que son las más interesantes para el objetivo propuesto.

La ecuación de continuidad debe traducir el principio de conservación de la masa, o sea, que el aumento de masa durante un cierto tiempo del fluido contenido en un determinado volumen es igual a la diferencia entre las masas entrantes y salientes.

Esto se expresa matemáticamente en la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = \Sigma Q \cdot \rho/V$$

o bien:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \cdot v) = \Sigma Q \cdot \rho/V$$

donde u, v, w representan las componentes del vector velocidad y $\Sigma Q \cdot \rho/V$ representa la suma algebraica de los caudales Q entrantes y salientes en el volumen elemental V.

Esta es la ecuación general válida en todos los casos, que no se va a demostrar aquí.

miento permanente de un líquido incompresible cuya masa permanece constante a lo largo de un tubo de flujo. Entonces la masa que entra por la sección S_1 con velocidad v_1 debe ser igual a la que sale por S_2 con velocidad v_2 en cuyo caso:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

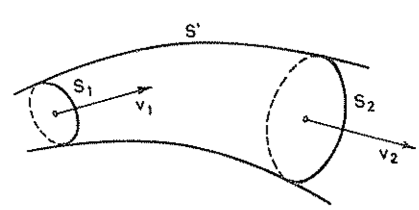


FIGURA 2.9
Velocidad en un tubo de flujo.

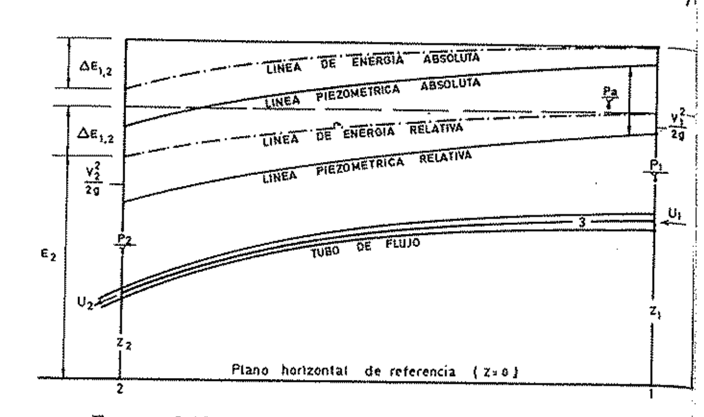
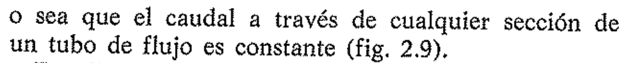


FIGURA 2.10
Representación gráfica del teorema de Bernoulli.



o sea que el caudal a través de cualquier sección de un tubo de flujo es constante (fig. 2.9).

Estudiemos ahora la conservación de la energía en un régimen permanente (fig. 2.10).

Consideremos un tubo de flujo de forma tal que entre las secciones S_1 y S_2 existe una pérdida de energía ΔE_{12} debido a fricción entre partículas y con las paredes. Se verificará:

$$E_1 = E_2 + \Delta E_{12}$$

y teniendo en cuenta las expresiones de las diversa[s] componentes de la energía será:

$$\frac{\alpha v^2_1}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z_1 = \frac{\alpha v^2_2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta E_{12}$$

Esta es la expresión analítica del teorema de Bernou[l]lli en régimen permanente.

Capítulo 2.2

Teoría de máquinas de bombeo

2.1 ELEVACIÓN DE LÍQUIDOS. BOMBAS VOLUMÉTRICAS DE ÉMBOLO, ROTATIVAS, DE ENGRANAJES. ARIETE HIDRÁULICO. ELEVADORES DE AGUA POR AIRE.

La elevación de líquidos ha sido un problema acuciante de nuestros predecesores y ocupa un amplio campo en la técnica de los ingenieros actuales.

Extraer el agua de los pozos, o petróleo, almacenarlo en la superficie, impulsarlo a cotas convenientes, en una palabra: transportar un líquido de un nivel inferior a otro superior, es el objeto y fin de las bombas.

Para ello, la bomba debe realizar un trabajo. Es decir, elevar un peso F a una altura H, y debe disponer de una potencia si este trabajo se efectúa en unidad de tiempo.

$$T = F \cdot H \quad \text{y} \quad P = \frac{F \cdot H}{t}$$

Esta potencia, potencia útil de la bomba, toma la forma siguiente haciendo intervenir el caudal elevado Q en m^3/seg, H en metros, V volumen elevado en m^3 y el peso específico del líquido, γ en kg/m^3

$$Pu = \frac{\gamma \cdot V \cdot H}{t} = \gamma \cdot Q \cdot H \text{ (kgm/seg)}$$

$$Pu = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{75} \text{ (CV)}$$

fórmula básica en cualquier tipo de bombas.

La potencia necesaria para accionar la bomba en cuestión, potencia en el eje de la misma, será

$$P = \frac{Pu}{\eta} = \frac{\gamma\, Q\, H}{75 \cdot \eta} \text{ (CV)}$$

ya que el rendimiento de la bomba se expresa como cociente entre la potencia útil, (suministrada por la bomba) y la potencia necesaria para accionarla.

Clasificación

Quizá la clasificación más lógica y racional y al mismo tiempo más completa de bombas es la que sigue:

Alternativas	de émbolo de diafragma
Rotativas	de engranajes de paletas de tornillos de levas
Centrífugas (1 ó varias fases)	radiales semiaxiales axiales
Especiales	de aire comprimido ariete hidráulico ...

El campo de aplicación aproximado de cada tipo de bomba, en especial refiriéndonos a las bombas centrífugas, se puede ver en la figura 2.11. Como puede comprenderse esta diferenciación, no es taxativa, frecuentemente hay superposición de campos, pero puede orientar sobre la elección del tipo de bombeo preciso. Véase más adelante la elección a través del número de vueltas característico.

BOMBAS DE ÉMBOLO

Las bombas alternativas de desplazamiento positivo (émbolo) son máquinas aún en uso, en especial para

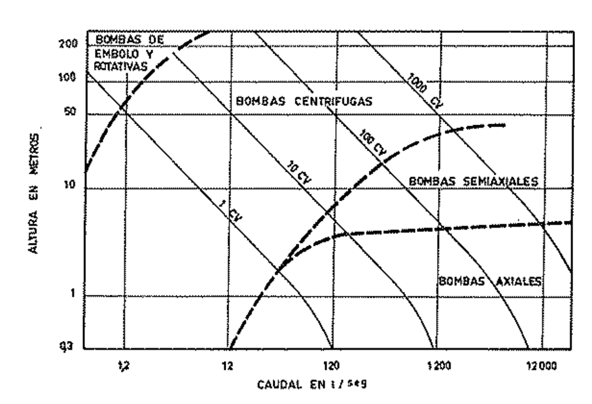


FIGURA 2.11
Campo de aplicación de diversos tipos de bombas.

pequeños caudales e importantes alturas de elevación, y muy concretamente para líquidos de viscosidad elevada. Su funcionamiento es simple y conocido (fig. 2.12). Un movimiento alternativo, rectilíneo del pistón, que en su carrera empuja materialmente el líquido a la cámara de alta presión. Por medio de un mecanismo especial de biela-manivela, el movimiento rotativo del motor eléctrico es transformado en rectilíneo, accionando el pistón. Se observa de inmediato que el movimiento relativamente rápido de un motor eléctrico de inducción, no concuerda con el movimiento forzosamente lento, por obvias razones mecánicas, del émbolo. Entre ambos, pues, deberá colocarse un mecanismo reductor de engranajes, o proyectar un acoplamiento por correas. Todo ello encarece el conjunto, ocupa un notable espacio y produce más averías.

Teóricamente el cálculo y diseño de una bomba de émbolo, no ofrece dificultades. En cada recorrido del pistón, apoyándose en el juego de las válvulas de admisión y descarga, eleva un volumen constante de líquido (descontando las fugas o deslizamiento del líquido a través de los huelgos inevitables) a la altura obligada por las características de la conducción, altura limitada únicamente por el diseño mecánico de la propia bomba, resistencia de la tubería o la potencia del motor eléctrico en su caso.

El caudal elevado puede expresarse simplemente por,

$$Q = \frac{S \cdot s \cdot n}{60} \quad (l/min)$$

siendo, S la sección del émbolo en dm^2, s la carrera en dm, y n las revoluciones por minuto.

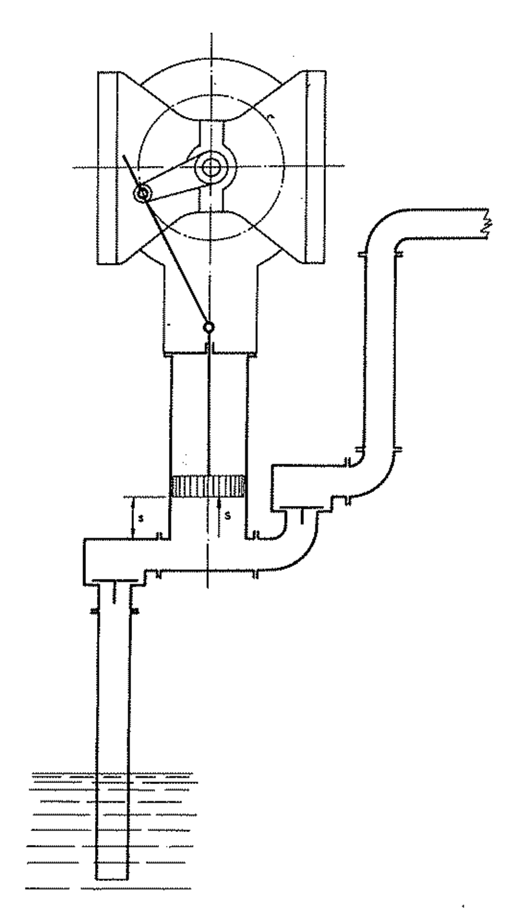


FIGURA 2.12
Esquema bomba de émbolo.

Bástenos decir aquí, que el líquido en este tipo de bombas debe tener siempre salida, que la presión en cada punto del sistema es pulsatoria, y no pueden funcionar a caudal nulo, por elevación incontrolable de la presión (fig. 2.13). Para atenuar esta pulsación se usan calderines de aire, bombas de doble o triple efecto, etc.

Son en cambio, bombas que ajustadas cuidadosamente pueden tener un rendimiento muy elevado (rendimiento volumétrico superior a 0,95 en bombas grandes), permiten una importante altura de aspiración (requieren poca N P S H[1]) y no precisan el encebado previo para su puesta en marcha.

La curva característica caudal-altura, que como se verá en las bombas centrífugas es de tipo parabólico, en

[1] Ver apartado 4.3.

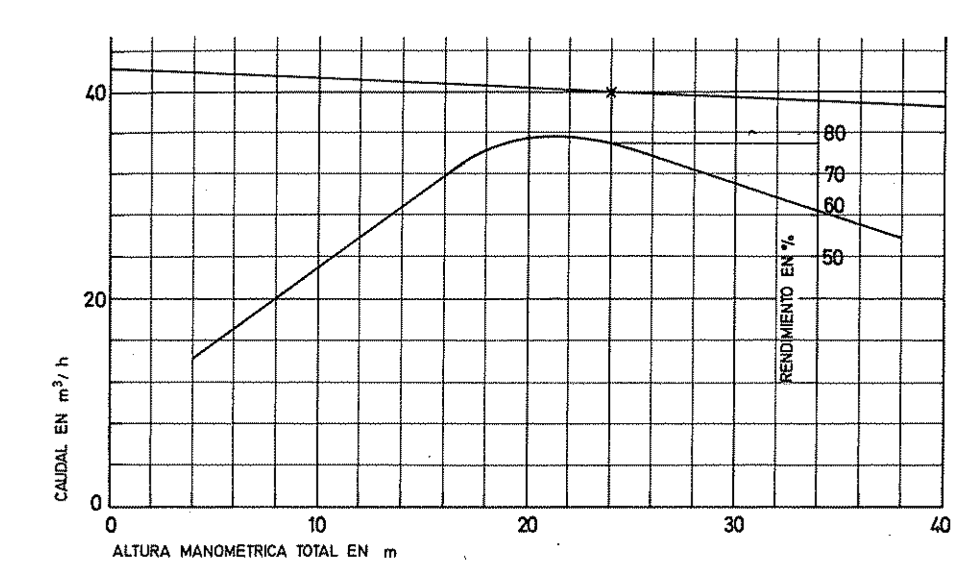
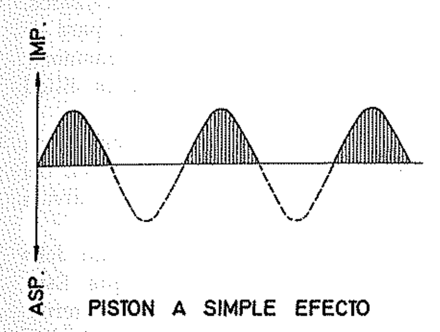


FIGURA 2.14
Curva característica de una bomba de émbolo.



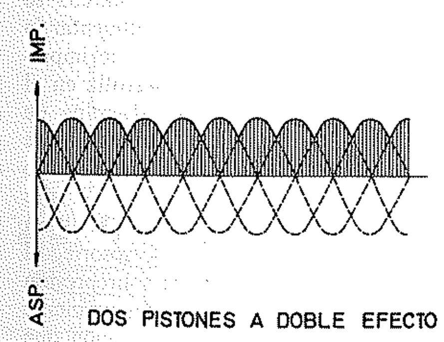


FIGURA 2.13
Émbolo de simple y doble efecto.

las de émbolo es una recta, paralela, teóricamente, al eje de alturas manométricas. Con todo, esta recta «cae» ligeramente, en función de la altura total de elevación (menor caudal elevado al aumentar las fugas internas) y es función asimismo de la viscosidad del líquido en cuestión (fig. 2.14).

Resumiendo, las bombas de émbolo se usan en casos muy concretos en la hidrología y por otra parte sustituyen en ventaja a las centrífugas en la elevación de líquidos viscosos.

BOMBAS ROTATIVAS

Son igualmente volumétricas, de desplazamiento positivo (fig. 2.15). Hidráulicamente funcionan de una forma similar a una bomba de émbolo, siendo su curva característica caudal-altura paralela en teoría al eje de alturas.

Tienen estas bombas, como aquéllas, las mismas ventajas hidráulicas y similares inconvenientes. Con todo, nótese que su funcionamiento les permite suministrar el caudal de una forma continuada y regular.

Hay que tener en cuenta, que a menor viscosidad del líquido a elevar, el rendimiento de la bomba, es menor ya que la baja viscosidad facilita la fuga del líquido por las tolerancias entre el rotor y la parte fija. Este «deslizamiento» o diferencia entre el desplazamien-

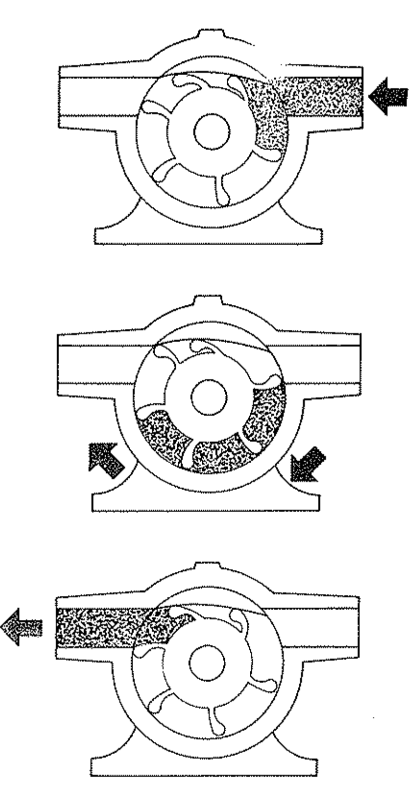


FIGURA 2.15
Esquema funcional de bomba rotativa.

to teórico y la capacidad real de elevación, es llamado por algunos autores «slip». Depende del huelgo entre parte fija y móvil, es decir del reflujo de la impulsión a la aspiración, pérdidas que en parte se producen de un modo continuo (independientemente de si el rotor gira o no, cosa que puede limitar la velocidad mínima de una bomba) y en parte del número de vueltas que dé la bomba en unidad de tiempo. En términos generales, mayor rendimiento a mayor velocidad de rotación según,

$$\eta_v = \frac{Q_c}{Q} = \frac{Q - P}{Q} = 1 - \frac{60 \cdot P}{V \cdot n}$$

fórmula en la que se da el rendimiento volumétrico (η_v) en función, del reflujo o pérdida (P), del volumen teórico elevado en una vuelta (V) y del número de vueltas por minuto (n). Q y Q_c son los caudales teórico y real.

Las bombas rotativas pueden ser de engranajes (de uno, dos o tres ejes), de paletas, de paletas flexibles, de levas, de husillos, etc., todas ellas englobadas en un solo grupo hidráulico.

Hay que tener en cuenta, según lo dicho, la importancia que tiene el huelgo para determinar el rendimiento de una bomba de esta clase. Las arenas, impurezas, etcétera, tan frecuentes en elevaciones de agua, actúan como abrasivos y en poco tiempo la bomba deja de funcionar en algunos casos correctamente.

Se usan preferentemente para transporte de líquidos pastosos (en depuración de aguas para fangos residuales) circulación de aceites, alimentación de calderas, bombas de vacío, bombas para industria petrolífera, en sistemas oleohidráulicos, etc.

ARIETE HIDRÁULICO

Consiste en un curioso dispositivo diseñado en 1792 por Montgolfier, en el que se utiliza la fuerza viva de la propia agua con el fin de elevar una parte de ella a mayor altura, aprovechando el golpe de ariete que la detención súbita de la masa de agua proporciona.

Puede ser interesante su aplicación en algunos casos, especialmente por no precisar energía externa para su funcionamiento, es decir su explotación es sumamente económica, y útil en emplazamientos donde es difícil llevar líneas eléctricas.

El aparato consta de un cuerpo de fundición, una campana de aire con su dispositivo de renovación del mismo, una clapeta o válvula de retención y una válvula de resorte (fig. 2.16).

Su funcionamiento es el siguiente: El aparato debe instalarse aguas abajo de una corriente de agua. Ésta, toma por gravedad una velocidad de régimen determinada y se escapa por la válvula de retención al nivel de descarga, válvula, que en la puesta en marcha se abre y cierra repetidas veces a mano, para aumentar la presión en la cámara de aire hasta la altura de impulsión deseada. Al cerrarse el clapet, se desarrolla en el aparato una brusca sobrepresión debida al golpe de ariete, que a su vez tiene el efecto de presionar sobre la válvula de resorte, que al abrirse, permite el paso de una cierta cantidad de agua a la campana. El aire contenido en ésta, reacciona elevando el agua a la altura deseada, y cerrando a su vez la válvula de resorte. El ciclo se completa al retroceder la onda de sobrepresión y producirse a un lado del clapet la depresión suficiente para que automáticamente éste se cierre, situación que origina de nuevo aquella sobrepresión debida al golpe de ariete.

Como datos para su aplicación en una gran mayoría de los casos, puede escribirse que,

$$Q_h = \eta \cdot \frac{Q \cdot H}{h}$$

siendo,

Q_h = Caudal a sobreelevar
Q = Caudal total del agua que pasa por el ariete
h = Altura a sobreelevar
H = Altura del salto del curso de agua
η = Rendimiento

El rendimiento es máximo para valores de la razón $\frac{h}{H}$ entre 5 y 10. Este cociente tiene un límite inferior igual a 3 es decir, $h > 3\,H$ y el ariete hidráulico no funciona correctamente para valores de H inferiores a 0,80 m. Siendo L la longitud de conducción en m

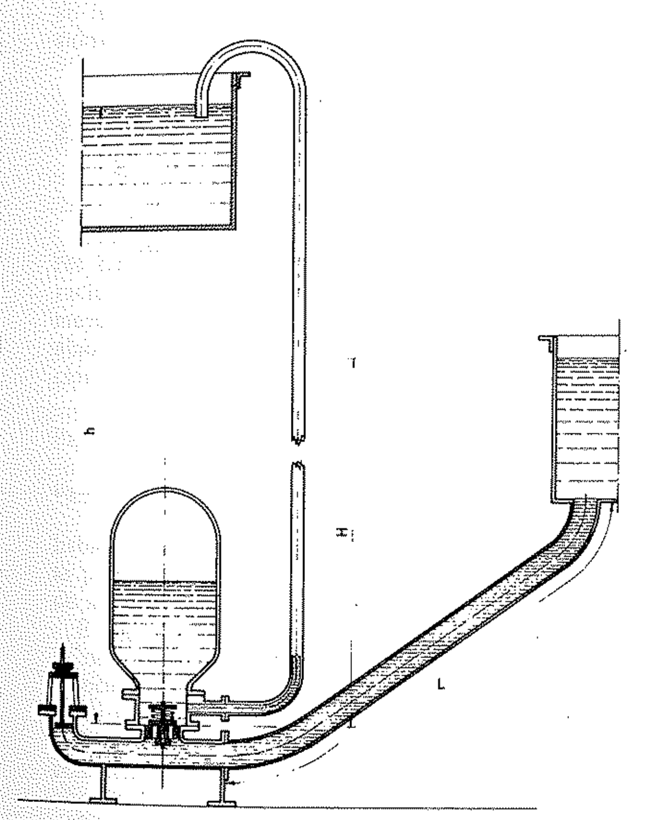


FIGURA 2.16
Ariete hidráulico.

y c la velocidad en m/seg de la onda sonora, el período de la onda de sobrepresión vale 2 L/c; es interesante disponer de una longitud de tubería adecuada, puesto que si ésta es corta evidentemente presupondría una incapacidad de sobreelevación a la altura conveniente. En la práctica se toma L comprendido entre 5 y 15 veces la altura del salto motriz.

ELEVADORES DE AGUA POR AIRE

El funcionamiento es muy simple y útil en casos concretos (pozos sin desarrollar, dragados, etc.). Consiste en mezclar aire con líquido que quiere elevarse consiguiendo un conjunto de menor densidad que por la diferencia de pesos específicos eleva al líquido o agua al nivel deseado.

Consta de un tubo por cuyo interior ascenderá la mezcla aire-agua, sumergido en parte en el agua que se eleva. La longitud del mencionado tubo constará de la parte sumergida y la altura de elevación h. Consta de un tubo de aire por el que se conduce éste desde el compresor hasta la boquilla de entrada del agua, situada en la parte baja del tubo de ascenso.

El aire comprimido al salir del tubo de aire, y mezclarse con el agua en la boquilla forma burbujas que ascienden a mayor velocidad que el agua que arrastran y es importante conocer el consumo de aire comprimido con relación al agua elevada, y la relación profundidad de inmersión-altura de elevación. Experimentalmente se ha comprobado que esta última proporción debe oscilar entre 1 y 3,5. Siendo para estos valores extremos, necesario un peso de aire por segundo de 0,02 kg para elevar 2,5 kg de agua por segundo (razón entre inmersión y altura elevada = 1) y 0,02 kg de aire consiguiéndose elevar 9 kg de agua por segundo (razón entre inmersión y altura elevada = 3,5). Evidentemente hay que tender a que la relación aire/agua sea lo más pequeña posible para economizar la energía suministrada por el compresor.

Las bombas Mammut que se basan en este principio han dado el nombre genérico a los elevadores de agua por aire.

2.2 BOMBAS CENTRÍFUGAS AXIALES Y SEMIAXIALES

Las ventajas de las bombas centrífugas son importantes y su uso en la actualidad abarca casi exclusivamente todo el campo de la elevación de aguas.

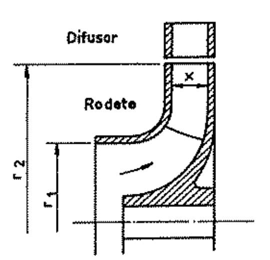


FIGURA 2.17
Corte de un rodete radial cerrado.

Dan caudal muy constante y una presión uniforme (en contraposición a las de émbolo o engranajes, como ya se ha indicado).

Una vez, calculadas y proyectadas con la preparación subsiguiente de plantillas y modelos, son de construcción sencilla y de mantenimiento fácil y económico.

Con una bomba centrífuga no se tienen preocupaciones de puesta en marcha (si están encebadas) ya que pueden funcionar sin inconvenientes eléctricos o mecánicos a válvula de impulsión cerrada (caudal nulo).

Quizás el único inconveniente importante, es que precisan un encebado previo, por lo que se acostumbran a situar por debajo del nivel de carga de los depósitos de aspiración.

La bomba centrífuga se compone principalmente de un rodete impulsor y de unos órganos o cuerpos fijos llamados difusores, volutas o colimazones (figs. 2.17 y 2.18). Una bomba centrífuga, según su rodete puede ser radial, semiaxial o axial y éste a su vez, por su forma es abierto, cerrado o semiabierto. Por su disposición una bomba centrífuga puede ser horizontal y vertical y por su construcción, de una o varias fases (multi-

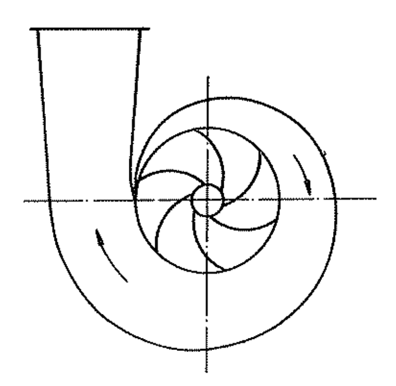


FIGURA 2.18
Esquema de rodete y voluta.

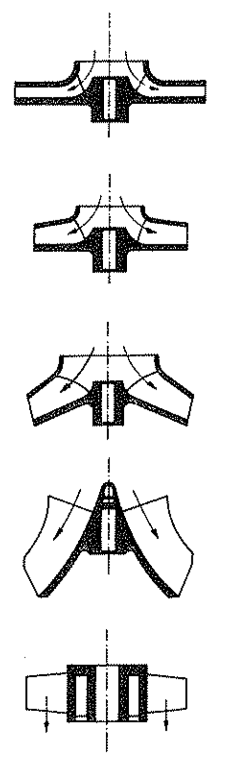


FIGURA 2.19
Cortes de rodetes radiales, semiaxiales y axiales.

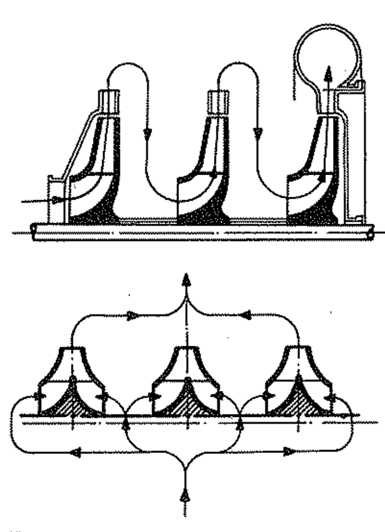


FIGURA 2.20
Rodetes en serie y de doble aspiración.

celulares), de voluta, de difusor, de simple o doble aspiración, de cámara partida, etc. (figs. 2.19 y 2.20). El rodete está formado de álabes cuya concavidad está dirigida en sentido opuesto al de rotación. Un rodete se caracteriza por sus diámetros de entrada y salida, por el número de álabes, por la longitud de los mismos, por el ángulo de entrada y salida del agua y naturalmente por el ancho del rodete y el número de revoluciones por minuto a que lo hacemos girar.

El funcionamiento de una bomba centrífuga es como sigue: el cuerpo de la bomba se «enceba» —se llena de agua por gravedad— procedente de los conductos de aspiración. El agua penetra por la región axial y es despedida al girar el rodete accionado por el motor, hacia la periferia del mismo. Produce en la parte central una depresión (ya que el agua tiende a escaparse de ella) lo que provoca la entrada de nuevas venas de agua y por tanto se produce un movimiento continuo, ya que el agua despedida hacia el exterior del rodete, se recoge en la voluta y es dirigida a los conductos de «impulsión».

2.3 PRINCIPIOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADOS A LAS TURBO-MÁQUINAS Y REVERSIBILIDAD

Consideremos el álabe de un rodete cualquiera (figuras 2.21 y 2.22). La circunferencia de entrada tiene un radio, r_1, y la de salida, extremo del álabe, un radio mayor r_2. Las velocidades tangenciales en la base del álabe y en el extremo del mismo a velocidades de rotación ω conocidas, serán:

$$u_1 = \omega r_1$$

$$u_2 = \omega r_2$$

habiéndose tomado según DIN la nomenclatura siguiente para velocidades: c velocidad absoluta, u velocidad de arrastre, w velocidad relativa.

El agua, animada de una velocidad de rotación que la despide hacia el exterior por los álabes, tiene una velocidad relativa w_1 y w_2 respecto al rodete, tangencial a los álabes que la conducen.

Ambas velocidades, de arrastre del rodete y relativa, compuestas vectorialmente, deben dar las velocidades absolutas en el espacio c_1 y c_2.

Se han representado en la figura estas velocidades en dos puntos de entrada y salida respectivamente de la misma partícula (en la misma figura se ha dibujado con línea de trazos la trayectoria real de la propia partícula). E igualmente podemos ver sobre un solo plano los mismos triángulos con las proyecciones de las velocidades.

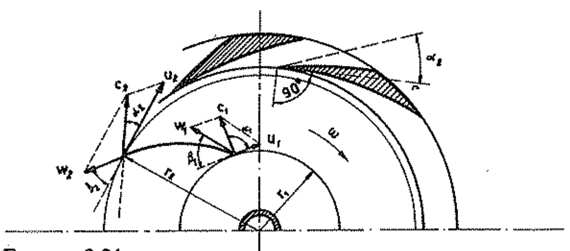


FIGURA 2.21
Distribución de velocidades en un rodete centrífugo.

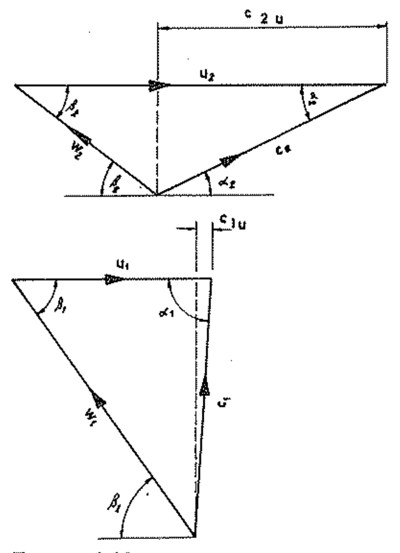


FIGURA 2.22
Diagrama de velocidades.

Apliquemos ahora el teorema del momento de la cantidad de movimiento (M) a la masa líquida correspondiente a la vena líquida real, y se obtendrá:

$$C = m \cdot V$$

$$M \text{ de } C = m \cdot \text{proyec. de } V \cdot \text{radio}$$

Expresemos ahora la variación de los momentos de la cantidad de movimiento (M) de una partícula dm (diferencial de masa) que recorre un canal de rodete desde la entrada a la salida del mismo:

$$dM = dm\ (c_{2u}\, r_2 - c_{1u}\, r_1)$$

recordando que la cantidad de movimiento corresponde al producto de masa por velocidad, y el momento al producto de la velocidad tangencial de un móvil por su radio de giro. Integrando:

$$M = \rho Q (c_{2u} r_2 - c_{1u} r_1)$$

siendo Q = caudal total ; ρ = masa específica

En las bombas centrífugas la velocidad absoluta de entrada c_1 es prácticamente normal a la de arrastre u_1 (se ha comprobado que la colocación de difusores direccionales fijos en la entrada, no reporta ventaja importante). Por tanto, la expresión del momento queda:

$$M = \rho Q c_{2u} r_2$$

Recordemos que la potencia, P (en kilográmetros por segundo) es igual al momento (metros kilos) por la velocidad angular, ω (radianes/segundos). Por tanto:

$$P = \rho Q c_{2u} r_2 \omega = \rho Q c_{2u} u_2$$

La potencia por otra parte es igual a:

$$P = \gamma Q H$$

siendo:

γ = peso específico
H = altura engendrada por el rodete

de donde,

$$\gamma Q H = \rho Q c_{2u} u_2$$

$$H = \frac{1}{g} u_2 c_{2u}$$

(Obsérvese que es una relación estrictamente cinemática).

M, P y H representan las tres fórmulas fundamentales de la teoría de las turbo-máquinas.

Al profundizar un poco más, se observa que según el triángulo de velocidades,

$$w^2_2 = u^2_2 + c^2_2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2$$

y por tanto,

$$P = 1000 \frac{Q}{2 g} (c^2_2 + u^2_2 - w^2_2)$$

Sumando y restando c^2_1, resulta para el agua:

$$P = 1000 Q \left(\frac{c^2_2 - c^2_1}{2 g} + \frac{c^2_1 + u^2_2 - w^2_2}{2 g} \right)$$

El primer término es claramente un aumento, entre entrada y salida del rodete, de la energía cinética. El segundo es un aumento de presión, según se explica a continuación. Aplicando el teorema de Bernoulli a los puntos 1 y 2 del sistema,

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w^2_1 - u^2_1}{2 g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w^2_2 - u^2_2}{2 g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{w^2_1 - w^2_2 + u^2_2 - u^2_1}{2 g} = \frac{c^2_1 + u^2_2 - w^2_2}{2 g}$$

demostrando que el segundo término de la ecuación de la potencia es un aumento de energía, un aumento de presión, disponible inmediatamente a la salida del rodete. No sucede lo mismo, en cambio con el aumento de energía cinética expresado por el primer término, energía de velocidad que la debemos transformar en energía de presión con la ayuda del difusor, de las palas del mismo, de su abocinamiento, etc., es decir, dando paso a una disminución de velocidad hasta retornar a la velocidad de entrada, con un mínimo de pérdidas por frotamiento.

De nuevo volvamos a Bernoulli entre los puntos 2 (salida del rodete y entrada al difusor) y 3 (salida del difusor):

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{c^2_2}{2 g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{c^2_3}{2 g}$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{p_3 - p_2}{\gamma} = \frac{c^2_2 - c^2_3}{2 g}$$

Los canales de retorno a la fase siguiente, de sección constante, no harán variar la velocidad ni transformar la energía.

A propósito, se ha indicado «turbo-máquinas» ya que la teoría expuesta es válida al invertir el sentido. Es decir, si el agua impulsa al rodete convirtiéndose entonces en una turbina. A este aspecto se le llama principio de reversibilidad.

A propósito de lo anterior, conviene tener en cuenta que si por fallo en el suministro de energía eléctrica y la consiguiente detención del grupo motobomba, la instalación no estuviera protegida por una válvula de retención, la bomba actuaría como turbina, y posiblemente «embalándose» con el consiguiente peligro para los elementos mecánicos del grupo, cuyos desperfectos pueden ser a menudo graves.

2.4 PÉRDIDAS EN LAS BOMBAS. RENDIMIENTO MANOMÉTRICO, VOLUMÉTRICO Y MECÁNICO. RENDIMIENTO TOTAL

En la bomba centrífuga, la altura total engendrada H_t que es también el trabajo que el rodete comunica a 1 kg de agua, no puede recogerse íntegramente a la salida de la bomba, porque una parte se pierde dentro de los conductos de la misma, por el efecto combinado de la viscosidad del fluido y la rugosidad de las paredes (pérdidas de carga de circulación y por cambios de sección y de dirección); sea h la pérdida y H la altura real recogida a la salida de la bomba

$$H_t = H + h$$

Rendimiento manométrico es la relación,

$$\eta_m = \frac{H}{H_t}$$

Si Q es el caudal saliente de la bomba, el entrante será algo mayor, porque a la salida del rodete una parte del agua (q), que ya ha recibido la energía comunicada por el rodete, vuelve a la aspiración, a través del juego inevitable que hay que dejar entre el rodete y la parte fija.

Rendimiento volumétrico es la relación

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q}$$

Si designamos por P la potencia total recibida por la bomba y por Z_m el conjunto de las pérdidas mecánicas (también en kgm/seg), que comprende las pérdidas por frotamiento en la transmisión y estopada (Z_c) y las debidas al frotamiento del rodete con el agua que lo baña exteriormente (Z_r)

$$Z_m = Z_c + Z_r$$

se llama rendimiento mecánico a la relación

$$\eta_m = \frac{P - Z_m}{P}$$

La potencia en kgm por segundo que se pierde en la bomba a causa de la pérdida manométrica h será:

$$P_h = \gamma\,(Q + q)\,h \qquad (\gamma \text{ peso específico})$$

y la que se pierde por causa de la pérdida volumétrica:

$$P_v = \gamma\, q\, H$$

y la potencia total recibida por la bomba es igual a la potencia útil recogida a su salida incrementada en todas las pérdidas,

$$P = \gamma\, Q\, H + \gamma\,(Q + q)\,h + \gamma\, q\, H + Z_m = \\ = \gamma\,(Q + q)\,H_t + Z_m$$

El rendimiento global de la bomba es la potencia útil dividida por la potencia total, o sea,

$$\eta = \frac{\gamma\, Q\, H}{\gamma\,(Q + q)\,H_t + Z_m}$$

el cual como fácilmente puede comprobarse resulta igual al producto de los tres rendimientos parciales

$$\eta = \eta_h\, \eta_v\, \eta_m$$

Las bombas de émbolo y rotativas tienen como las centrífugas pérdidas manométricas, pérdida volumétrica y pérdida mecánica, cuyos conceptos son similares, y el rendimiento total es igualmente al producto de los tres parciales.

Una bomba centrífuga de mediana potencia (100 a 500 CV) de características correspondientes a la zona óptima de su campo de utilización, puede alcanzar rendimientos de 82-85 % en tal hipótesis el reparto de pérdidas correspondería aproximadamente a los siguientes rendimientos parciales

$$\begin{array}{ccccccc} 0{,}82 & = & 0{,}91 & \times & 0{,}98 & \times & 0{,}92 \\ \eta & = & \eta_h & & \eta_v & & \eta_m \end{array}$$

Las bombas de émbolo bien construidas pueden tener rendimientos siempre superiores al 80 %, y las de potencia elevada pueden incluso sobrepasar 85 % a 90 %.

2.5 RELACIONES DE SEMEJANZA EN LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS

Prescindamos de la viscosidad, puesto que se trata de un texto de Hidrología. Por de pronto, la altura engendrada por el rodete, es una relación de velocidades, lo mismo que el rendimiento manométrico (que es una relación de alturas), según se ha visto anteriormente.

Supongamos dos bombas geométricamente semejantes. Ambas tendrán el mismo rendimiento manométrico si se cumple que:

$$\frac{D}{d} = \lambda \text{ (razón de semejanza geométrica)}$$

$$\frac{N}{n} = \theta^{-1} \text{ (razón de tiempos)}$$

$$\lambda\, \theta^{-1} = \frac{D \cdot N}{d \cdot n} = \frac{U}{u} \text{ (razón de velocidades)}$$

Las alturas manométricas valen

$$H = \frac{1}{g} U_2\, c_{2u}$$

$$h = \frac{1}{g} u_2\, c_{2u}$$

sustituyendo y dividiendo

$$\frac{H}{h} = \lambda^2 \left(\frac{N}{n}\right)^2$$

La relación de los caudales (sección por velocidad) tendrá la siguiente relación de semejanza:

$$\frac{Q}{q} = \lambda^2 \quad ; \quad \lambda\, \theta^{-1} = \lambda^3 \frac{N}{n}$$

Las potencias, proporcionales al producto Q H serán,

$$\frac{P}{p} = \lambda^5 \left(\frac{N}{n}\right)^3$$

y los momentos (potencia/velocidad angular)

$$\frac{M}{m} = \lambda^5 \left(\frac{N}{n}\right)^2$$

Los dos casos más frecuentes que en la práctica pueden encontrarse son los siguientes:

1) Dos bombas geométricamente semejantes funcionando a la misma velocidad, es decir $N/n = \theta^{-1} = 1$

$$\frac{H}{h} = \lambda^2 \quad ; \quad \frac{Q}{q} = \lambda^3 \quad ;$$

$$\frac{P}{p} = \lambda^5 \quad ; \quad \frac{M}{m} = \lambda^5$$

siendo, como siempre

$$\lambda = \frac{D}{d}$$

En resumen

$$\frac{P}{p} = \frac{M}{m} = \left(\frac{H}{h}\right)^{5/2} = \left(\frac{Q}{q}\right)^{5/3} = \left(\frac{D}{d}\right)^5$$

Este es el caso, por ejemplo, cuando se «recorta» un rodete disminuyéndolo de diámetro, o para estudiar una familia de rodetes, de distintos tamaños, pero de las mismas características geométricas (forma de las palas, ángulos de entrada y salida, etc.).

2) Una misma bomba, funcionando a velocidades distintas, es decir $D/d = \lambda = 1$

$$\frac{H}{h} = \theta^{-2} \qquad \frac{Q}{q} = \theta^{-1}$$

$$\frac{P}{p} = \theta^{-3} \qquad \frac{M}{m} = \theta^{-2}$$

siendo, evidentemente

$$\frac{N}{n} = \theta^{-1}$$

Es decir, en este caso el número de revoluciones influye importantísimamente en las características de la bomba. En resumen:

$$\frac{P}{p} = \left(\frac{H}{h}\right)^{3/2} = \left(\frac{Q}{q}\right)^3 = \left(\frac{N}{n}\right)^3$$

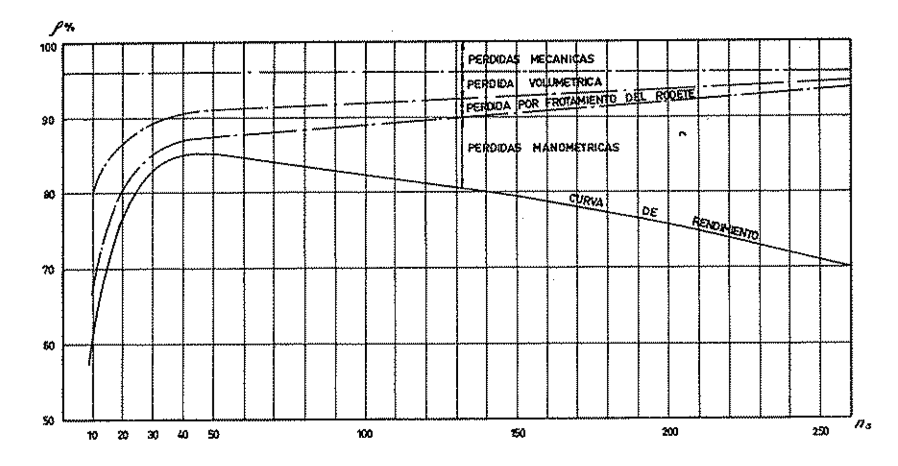


FIGURA 2.23
Rendimiento de bombas en función del número de vueltas específico.

Es el caso de una bomba accionada por un motor de origen americano de 60 períodos y que se le hace funcionar en España a 50 períodos, o simplemente un grupo previsto para girar a un cierto número de rpm, se sustituye el motor de accionamiento (con reservas), por otro cuya velocidad de giro es superior.

2.6 NÚMERO DE VUELTAS CARACTERÍSTICO

Se define como «el número de vueltas de una bomba geométricamente semejante a la considerada pero dimensionada para una altura de elevación de 1 metro y un caudal de 1 m³/seg».

Recordemos que:

$$\frac{H}{h} = \lambda^2 \left(\frac{N}{n}\right)^2 \quad ; \quad \frac{Q}{q} = \lambda^3 \frac{N}{n}$$

Haciendo como se dice en la definición $h = 1$ m, y $q = 1$ m³/seg se puede eliminar llamando n_q al número de vueltas de la bomba pequeña (número específico, a su vez de la bomba considerada) queda:

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Como puede verse este número característico viene referido al caudal de 1 m³/seg. Hasta hace poco se ha venido usando otro número característico n_s que es la velocidad a que debería girar la bomba que tuviera la potencia de 1 CV y la altura manométrica de 1 metro. Deduciríamos igualmente la fórmula, que es:

$$n_s = N \frac{\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

y entre ambos la relación (para agua) $3{,}65\ n_q = n^5$

Ejemplo:

Una bomba que gira a 1480 rpm con un caudal de 900 litros por segundo a una altura de elevación de 20 metros, tiene el siguiente número de vueltas específico:

$$n_q = 1480 \frac{\sqrt{0{,}9}}{20^{3/4}} = 149$$

(como veremos luego, corresponde a un rodete semiaxial).
Ejemplo:

Rodetes en serie

Es muy frecuente la colocación de varios rodetes en serie, en los que la impulsión del primero es aspiración

del segundo, y así sucesivamente. La altura engendrada por un rodete es igual a la altura total dividida por el número de rodetes (i), y la fórmula anterior queda:

$$n_q = N \frac{\sqrt{Q}}{\left(\frac{H}{i}\right)^{3/4}}$$

2.7 CLASIFICACIÓN POR EL NÚMERO DE VUELTAS CARACTERÍSTICO

A continuación se indican los campos de utilización de las distintas clases de bombas en relación con los dos números de vueltas característicos usados corrientemente.

nq	*ns*	*Bomba*	*Turbina*
0 - 10	0 - 40	Émbolo	Pelton
10 - 38	40 - 140	Centrífuga lenta o multicelular	Pelton
38 - 80	140 - 300	Centrífuga rápida	Francis
80 - 160	300 - 600	Helicoidal o semiaxial	Francis
160 - 400	365 - 1800	Axial o hélice	Hélice

Se elige el número de vueltas característico de cada bomba según la figura 2.23, para obtener el máximo rendimiento del rodete.

Capítulo 2.3

Cálculo de conductos

3.1 DEFINICIONES

Repaso de nociones de Hidráulica. Por el concepto de tuberías forzadas entendemos cualquier conducto por el que circula agua a presión mayor que la atmosférica, es decir, el agua moja toda la sección del conducto. Por tanto diferenciamos con esta definición, las tuberías propiamente dichas de los canales, por los que circula el agua sin llenarlos completamente, es decir, canal abierto.

La forma de las fórmulas, que rigen las pérdidas de carga para ambos casos, debe ser la misma, ya que aquellas fórmulas no dependen de la presión que en realidad es lo que diferencia los dos tipos de conducciones. Los coeficientes estudiados empíricamente, empero, varían al tratar un tipo u otro de tubería o de canal, dependiendo de la forma del mismo, del tipo de construcción de las paredes, del material de los tubos, etcétera.

Unos coeficientes son más aconsejables para tuberías de poco diámetro, y en cambio se ha demostrado ser más adecuado a la realidad el uso de otros coeficientes para diámetros superiores a 500 mm o a 1000 mm etc. Por ello, es importante la elección de la fórmula a usar en cada caso.

Recordemos la noción de radio hidráulico, como cociente entre la sección mojada y el perímetro mojado. En un círculo lleno,

$$r = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{2 \pi d} = \frac{d}{4}$$

Por ello, en los canales se estudian fórmulas en razón a su radio hidráulico y en tuberías forzadas simplemente en relación al diámetro.

Recordemos también el teorema de Bernoulli. Las energías en dos puntos distintos de un régimen permanente pueden escribirse

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v^2_1}{2 g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v^2_2}{2 g} = \text{cte. para}$$

a) Fluidos perfectos
b) Fluidos incompresibles
c) Movimiento permanente
d) Movimiento en el campo gravitatorio terrestre

Cuando hay pérdida de energía o pérdida de carga, es decir $E_1 = E_2 + E_{12}$, ésta es debido a fricciones, bien entre filetes líquidos entre sí (viscosidad cinemática) bien entre el líquido y las paredes de la conducción (rugosidad de las paredes) y disipada térmicamente.

Aplicando Bernoulli entre dos puntos separados dl, de cotas z, y z + dz, y restando quedará

$$\frac{dp_1}{\gamma} + dz_1 = E_{12} = \lambda \frac{v^2}{2 g} dl$$

es decir función de un coeficiente λ de resistencia de la conducción y de frotamiento del líquido entre sí y de un elemento longitudinal de la conducción. El estudio de esta pérdida de carga y de este coeficiente λ, es el propio estudio de las tuberías forzadas.

3.2 RÉGIMEN LAMINAR. NÚMERO DE REYNOLDS

Profundicemos sobre el concepto de viscosidad. Un líquido en movimiento cuyos filetes o venas líquidas tienen esfuerzos tangenciales entre sí, decimos que es viscoso. Para mejor comprensión supongamos que dos

placas de superficie S separadas entre sí una distancia d x y una velocidad relativa entre ambas placas d v, precisan una fuerza tangencial para separarlas F, no igual en todos los líquidos (véase el apartado 1.2.4.).

$$F = \mu S \frac{dv}{dy}$$

Al coeficiente μ que limita la magnitud de la fuerza de separación, se le llama coeficiente de viscosidad dinámica.

$$\mu = \frac{F}{S} \frac{dx}{dy} \quad ; \quad (\mu) = (F L^{-2} T)$$

μ se mide en poises = dina cm^{-2} seg en el sistema CGS y en kg m^{-2} seg en el sistema técnico.

El líquido perfecto de que antes hablábamos, tiene viscosidad 0.

En lugar del coeficiente de viscosidad dinámica, es más usado el coeficiente de viscosidad cinemática, que no es más que el anterior referido a su masa específica.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad ; \quad (\nu) = (L^2 T^{-1})$$

Se mide en stokes ($cm^2 \cdot seg^{-1}$) en el sistema CGS y en $m^2 \cdot seg^{-1}$ en el sistema técnico.

El parámetro adimensional de Reynolds nos sitúa, al hablar de líquidos comparándolos según las características intrínsecas de cada uno, en unas condiciones determinadas. Es decir, para una conducción dada, y a una velocidad dada, para un mismo líquido, a temperatura constante y a presión constante el número de Reynolds es siempre el mismo.

$$Re = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{\text{Velocidad} \cdot \text{diámetro}}{\text{Viscosidad cinemática}}$$

Para conducciones circulares, d representa el diámetro. Para conducciones elípticas o similares, d se toma a 4 veces el radio hidráulico.

ν para agua a 15 °C es $1{,}22 \cdot 10^{-6}$ m^2 seg^{-1}
$1{,}22 \cdot 10^{-2}$ stoke

Se llama régimen laminar cuando los filetes o venas líquidas adyacentes del fluido se desplazan paralelas entre sí y no hay velocidades transversales de la corriente.

El régimen turbulento se caracteriza por la presencia de aquellas velocidades transversales, que originan trayectorias en torbellino y por tanto remolinos de agua en la conducción.

Una corriente laminar o turbulenta se puede apreciar perfectamente en conducciones de material transparente y habiendo inyectado al fluido un colorante.

El número de Reynolds debe tenerse en cuenta para prever si la corriente será laminar o turbulenta.

$Re < 2000$ significa flujo laminar
$2000 < Re < 4000$ significa flujo de transición
$4000 < Re$ se trata de régimen turbulento

El número de Reynolds igual a 2000 para agua a 15° C representa una velocidad de 2 mm/seg aproximadamente en tubería de 1 metro de Ø[1].

Por tanto, en casi todos los casos, en el estudio de conducciones forzadas nos encontramos con corrientes turbulentas. En cambio, en tubos capilares, en conducciones de aceites de gran viscosidad y a pequeña velocidad, nos encontramos con movimientos laminares.

En este caso (régimen laminar) la velocidad media es exactamente la mitad de la velocidad máxima. Ésta se encuentra en el eje de la tubería y la distribución de velocidades es un paraboloide de revolución.

3.3 FÓRMULAS DE PÉRDIDA DE CARGA. FÓRMULA DE POUISELLE

Se dedujo en el siglo XIX, independientemente por Hagen y Pouiselle, la fórmula general de la pérdida de carga en régimen laminar, directamente proporcional a la velocidad, a la viscosidad cinemática, y a la longitud, e inversamente proporcional al diámetro al cuadrado.

$$J = \frac{32}{g} \cdot \nu \cdot \frac{v}{d^2} \cdot l$$

siendo: l = longitud, J = pérdida de carga, ν = viscosidad cinemática, v = velocidad, d = diámetro. Esta fórmula es conocida como fórmula de Pouiselle.

Esta fórmula, sustituyendo $v = \dfrac{Q}{\pi d^2/4}$

[1] El signo Ø significa diámetro de una tubería circular.

puede expresarse por:

$$J = 41{,}5 \frac{\nu \cdot Q}{d^4 \cdot g} \quad ; \quad \text{siendo Q el caudal}$$

que en realidad es la fórmula para circulación laminar en conductos circulares.

En esta fórmula la pérdida de carga es independiente de la rugosidad de la tubería y depende únicamente de la viscosidad cinemática del fluido.

La explicación de este fenómeno la dio posteriormente Prandlt, que demostró la existencia de una subcapa laminar de suficiente espesor junto a las paredes de la conducción, en este régimen de poca velocidad naturalmente, que hace que el tubo «parezca» completamente liso. Es decir, para fluidos de poca viscosidad, el efecto del rozamiento interno en el fluido es apreciable solamente en una pequeña región junto a los límites del fluido.

3.4 RÉGIMEN TURBULENTO. RUGOSIDAD ABSOLUTA Y RELATIVA. TUBO LISO Y RUGOSO

Hemos hablado ya de la definición de régimen turbulento y su diferencia con el régimen laminar. En el turbulento evidentemente la distribución de velocidades no puede ser uniforme como el laminar, variando en cada punto y en cada momento. Por ello, sólo hablamos de una velocidad media. La velocidad máxima y la velocidad media están evidentemente más cerca. La diferencia entre ellas es menor, ya que la turbulenta tiende a unificar velocidades.

Antes de iniciar el estudio de las fórmulas de conducciones en este tipo de movimiento, debemos distinguir entre tubo liso y rugoso, rugosidad absoluta y relativa.

Rugosidad absoluta es el espesor de las asperezas o discontinuidades del tubo.

Rugosidad relativa es el cociente entre la absoluta y el diámetro.

La rugosidad absoluta depende del tipo de material de conducción, del tipo y frecuencia de las juntas, y sobre todo de la edad de la conducción.

Habiendo hablado en el régimen laminar, de la subcapa laminar, podemos definir los tubos lisos como los que no tienen interiormente asperezas apreciables (vidrio, plástico pulido) o mejor como los que tienen asperezas de menor espesor que el de la subcapa laminar, que por tanto las cubre. Entonces las asperezas no pueden influir sobre el movimiento.

Son tubos rugosos aquellos cuyas asperezas influyen, aumentando la turbulencia, aumentando la pérdida de carga y disipando mayor cantidad de energía irreversiblemente.

Si la fórmula del régimen laminar deducida teóricamente

$$J = 32 \frac{\nu \cdot v}{g\, d^2} = \frac{64}{Re} \; \frac{1}{d} \; \frac{\nu \cdot v^2}{2\, g}$$

se le hace intervenir un coeficiente de frotamiento f[1] inversamente proporcional al número de Reynolds, y a su vez dependiente directamente de las asperezas del tubo, pasamos por simple deducción a la fórmula fundamental de la pérdida de carga en el régimen turbulento.

$$J = f \frac{1}{d} \; \frac{v^2}{2\, g}$$

o mejor:

$$J = K^2 \frac{Q^2}{d^5}$$

3.5 RESUMEN HISTÓRICO DE LAS FÓRMULAS DE PÉRDIDA DE CARGA: DARCY, MANNING, BAZIN, HAZEN Y WILLIAMS, SCIMEMI, VON KARMAN, NIKURADSE, COLEBROOK

Parece que fue Couplet que en 1732 en las Memorias de la Academia de París, el que se ocupó en primer lugar de la pérdida de carga en las conducciones. Todo ello a través de experiencias efectuadas sobre 5 tuberías instaladas en Versalles.

Las primeras fórmulas dependían únicamente de la velocidad y del diámetro.

a) Coeficiente de fricción constante

$$J = 0{,}00124 \frac{v^{1,75}}{d} \quad \text{(Dubuat)}$$

Fueron experimentando y ajustando el coeficiente, Woltman, Eytelwein, Prony (fórmula binómica emplea-

[1] El coeficiente de frotamiento f en régimen laminar vale f=64/Re.

da en Francia durante mucho tiempo) Weisbach y Dupuit. Todas estas fórmulas, se ha demostrado, que sólo se ajustan a la realidad en casos muy particulares, aunque unas últimas experiencias de Weisbach, le permitieron deducir fórmulas más completas.

b) Coeficiente función de d y de las asperezas

Fue Darcy el primero que introdujo el concepto de rugosidad en las tuberías. Es decir, el coeficiente de frotamiento f, constante en los autores precedentes, pasaba ahora a convertirse en función del diámetro.

$$J = \left(0{,}00164 + \frac{0{,}000042}{d} \right) \frac{Q^2}{d^5} \text{ (Darcy)}$$

Da valores muy aceptables para valores de d hasta 500 mm.

Siguieron a Darcy, Levy (complementando sus teorías y experiencias), Dupuit (muy sencilla $Q = 20 \sqrt{Q^5} \cdot J$), Reynolds que introduce un exponente variable según la mayor o menor aspereza de los tubos, Flamant, Manning, éste especialmente importante en el cálculo de la velocidad en un canal.

$$v = \frac{1}{n} \sqrt{R}\sqrt{R\,I}$$

R = radio hidráulico, I = pendiente, n = coeficiente de rugosidad de las paredes.

Son aún usadas en la actualidad las fórmulas de Lang, Bazin y especialmente la de Williams y Hazen de principios de siglo. Esta última viene dada por:

$$J = 10{,}65 \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85}\, d^{4,78}}$$

siendo C un coeficiente que depende de las paredes del tubo. Para:

Fundición nueva	C = 130
Fundición a los 5 años	C = 119
Fundición a los 10 años	C = 110
Hormigón	C = 120/140
Hormigón centrifugado	C = 135
Acero nuevo	C = 119

El Dr. Scimemi dio unas fórmulas, variando el coeficiente según el material constructivo de la conducción.

Fórmula exponencial del tipo,

$$Q = 48{,}3\, D^{2,68}\, J^{0,56}$$

para URALITA (en general fibrocemento) en tuberías nu vas. Las tablas del Dr. Scimemi son las más usadas e este tipo de material y se encuentran en el propio M nual de Uralita. Su aplicación, empero, debe ser med tada, ya que en algunos casos dan pérdidas de carg inferiores a las reales.

Dentro de este grupo deben considerarse las num rosas y extraordinarias experiencias de Nikuradse, qu no sólo aceptó la influencia de las paredes de la co ducción, sino que provocó artificialmente con granos d arena adheridos a las tuberías, asperezas de espeso variable. Tuvo en cuenta la viscosidad de los fluido pero sólo hasta ciertos límites del número de Reynold

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{e}{3{,}7\, d}$$

c) Fórmulas dependientes de la naturaleza del líquid

Modernamente las fórmulas se hacen depender de l naturaleza del líquido, es decir de la viscosidad, en un palabra, del número de Reynolds.

El coeficiente de fricción f, considerado según est concepto en 1911 por Blasius como:

$$f = \frac{0{,}316}{Re^{0,25}}$$

es realmente apropiado y ajustado a la realidad.

Von Karman, aprovechando los estudios de Nikurad se e intensificando la importancia de la viscosidad d dujo la que se llama ecuación Von Karman-Prandtl apt para valores de $Re > 10^5$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log (Re \sqrt{f}) - 0{,}8$$

o bien

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{2{,}51}{Re \sqrt{f}}$$

En la mayoría de los casos prácticos, es obvio qu la importancia de las asperezas de la conducción, as como la influencia de la viscosidad del propio fluido se reparten por un igual.

d) Fórmula conjunta

Colebrook, ya después de la segunda guerra mundia tuvo el acierto de plasmar en una misma fórmula la experiencias y fórmulas de Nikuradse sobre la rugosi dad y las fórmulas de Von Karman sobre la base d Reynolds.

TABLA 2.5 *Pérdida de carga, J, en la entrada de las tuberías (valores en m)*

Condición o forma de la entrada	Velocidad en metros por segundo														
	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	7,5	9,0
Sobresaliente en el interior	0,015	0,033	0,058	0,091	0,134	0,180	0,240	0,369	0,533	0,725	0,945	1,20	1,48	2,31	3,32
De borde vivo o agudo	0,009	0,021	0,036	0,058	0,085	0,116	0,152	0,240	0,341	0,464	0,607	0,768	0,948	1,48	2,13
Borde ligeramente redondeado	0,003	0,009	0,018	0,027	0,040	0,055	0,070	0,110	0,155	0,21	0,281	0,354	0,436	0,683	0,982
En campana	0,000	0,003	0,003	0,006	0,006	0,009	0,012	0,018	0,027	0,037	0,049	0,061	0,076	0,119	0,152

TABLA 2.6 *Valores de K_1 para determinar la pérdida de carga en la entrada de las tuberías, por la fórmula* $J = K(v^2/2g)$

Condición o forma de la entrada	K_1
Sobresaliente en el interior	0,78
De borde vivo o agudo	0,50
Borde ligeramente redondeado	0,23
En campana	0,04

La fórmula de Colebrook es universalmente usada hoy día y recomendada en el Congreso de Aguas de París (1952) y tiene la forma:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -\log\left(\frac{e}{3{,}7\,d} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

Como puede verse, la similitud de estas fórmulas con las de Von Karman y Nikuradse es evidente, pasándose a ellas bien haciendo el espesor de las asperezas $e = 0$, o haciendo Re suficientemente grande para poder despreciar el segundo término.

3.6 PÉRDIDAS DE CARGA SECUNDARIAS, CODOS, CAMBIOS DE SECCIÓN, VÁLVULAS, ETC.

a) Entrada de una tubería

Sabemos por hidrostática la fórmula del gasto

$$v = C\sqrt{2gh} \text{ ó sea } h = \frac{1}{C^2}\,\frac{v^2}{2g}$$

siendo C coeficiente de gasto igual al producto de los coeficientes de velocidad y de contracción.

No variando las alturas de posición y de presión, la carga total h es igual a la suma de la carga de velocidad más la pérdida de carga.

$$h = \frac{1}{C^2}\,\frac{v^2}{2g} = J + \frac{v^2}{2g}$$

$$J = \frac{1}{C^2}\,\frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} =$$

$$= \left(\frac{1}{C^2} - 1\right)\frac{v^2}{2g} = K_1\,\frac{v^2}{2g}$$

Introduciendo,

$$K_1 = \frac{1}{C^2} - 1$$

Experimentalmente se han dado valores de C según sean las características de los rebordes de entrada (véanse tablas 2.5 y 2.6).

b) Por aumento de sección

Borda dedujo igualmente que en el caso anterior, que la pérdida debida a la velocidad en un ensanchamiento súbito puede representarse por:

$$J = \frac{\gamma Q_1 \cdot \gamma Q_2}{\gamma Q_1 + \gamma Q_2}\cdot\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = K_2\,\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

aplicando las leyes del choque de cuerpos inelásticos, que retocada por Archer según propias experiencias, queda

$$J = 0{,}0508\,(v_1 - v_2)^{1{,}919}$$

TABLA 2.7 *Pérdida de carga, J, debida a ensanchamiento súbito en las tuberías,* en m
d_2/d_1 = relación del diámetro mayor al menor
v = velocidad en la tubería de diámetro menor

d_2/d_1	Velocidad, v, en metros por segundo											
	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	3,0	3,6	4,5	6,0	9,0	12,0
1,2	0,003	0,003	0,006	0,012	0,018	0,021	0,031	0,043	0,064	0,098	0,168	0,366	0,63
1,4	0,006	0,012	0,018	0,031	0,043	0,055	0,070	0,110	0,155	0,238	0,415	0,903	1,57
1,6	0,006	0,015	0,027	0,043	0,061	0,085	0,110	0,168	0,238	0,363	0,631	1,37	2,39
1,8	0,009	0,021	0,037	0,055	0,079	0,107	0,137	0,214	0,302	0,464	0,805	1,75	3,04
2,0	0,012	0,024	0,043	0,067	0,095	0,125	0,162	0,247	0,354	0,540	0,939	2,05	3,55
2,5	0,015	0,031	0,052	0,082	0,116	0,155	0,201	0,308	0,439	0,671	1,17	2,54	4,42
3,0	0015	0,034	0,058	0,092	0,128	0,174	0,226	0,345	0,488	0,750	1,30	2,83	4,92
4,0	0,018	0,037	0,067	0,101	0,143	0,192	0,250	0,381	0,543	0,842	1,44	3,14	5,46
5,0	0,018	0,040	0,070	0,107	0,149	0,201	0,259	0,400	0,567	0,869	1,51	3,29	5,71
10,0	0,018	0,043	0,073	0,113	0,159	0,214	0,278	0,424	0,601	0,903	1,60	3,49	6,06
∞	0,018	0,043	0,073	0,113	0,162	0,216	0,281	0,433	0,613	0,942	1,63	3,56	6,18

TABLA 2.8 *Valores de* K_2 *para determinar la pérdida de carga debida a ensanchamiento súbito de las tuberías, por medio de la fórmula* $J = K_2(v^2/2g)$
d_2/d_1 = relación del diámetro mayor al menor de la tubería
v = velocidad en la tubería de diámetro menor

d_2/d_1	Velocidad, v, en metros por segundo											
	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	3,0	3,6	4,5	6,0	9,0	12,0
1,2	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
1,4	0,26	0,26	0,25	0,24	0,24	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,22	0,21	0,20
1,6	0,40	0,39	0,38	0,37	0,37	0,36	0,36	0,35	0,35	0,34	0,33	0,32	0,32
1,8	0,51	0,49	0,48	0,47	0,47	0,46	0,46	0,45	0,44	0,43	0,42	0,41	0,40
2,0	0,60	0,58	0,56	0,55	0,55	0,54	0,53	0,52	0,52	0,51	0,50	0,48	0,47
2,5	0,74	0,72	0,70	0,69	0,68	0,67	0,66	0,65	0,64	0,63	0,62	0,60	0,58
3,0	0,83	0,80	0,78	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,70	0,69	0,67	0,65
4,0	0,92	0,89	0,87	0,85	0,84	0,83	0,82	0,80	0,79	0,78	0,76	0,74	0,72
5,0	0,96	0,93	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,84	0,83	0,82	0,80	0,77	0,75
10,0	1,00	0,99	0,96	095	0,93	0,92	0,91	0,89	0,88	0,86	0,84	0,82	0,80
∞	1,00	1,00	0,98	0,96	0,95	0,94	0,93	0,91	0,90	0,88	0,86	0,83	0,81

Esta fórmula puede deducirse igualmente por el teorema Bernoulli (véanse tablas 2.7, 2.8). Para el ensanchamiento gradual ver la tabla 2.8 bis.

c) Por contracción de sección

La siguiente fórmula permite el cálculo de la pérdida de carga debida a una contracción brusca de sección.

$$J = \frac{0,7\,(v_1 - v_2)^2}{2\,g}$$

útil especialmente para pérdidas de carga no demasiado elevadas.

Las tablas adjuntas modificadas y ajustadas en la zona de pérdidas grandes, permite el cálculo muy aproximado de estos casos (tablas 2.9 y 2.10).

TABLA 2.8 bis *Valores de K_2 para determinar la pérdida de carga debida a ensanchamientos graduales de las tuberías, por medio de la fórmula* $J = K_2(v^2/2g)$
d_2/d_1 = relación del diámetro mayor al menor. El ángulo del cono es igual al doble del ángulo formado por su eje y la generatriz de su superficie lateral

d_2/d_1	Ángulo del cono													
	2°	4°	6°	8°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°
1,1	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,13	0,16	0,18	0,19	0,20	0,21	0,23
1,2	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,09	0,16	0,21	0,25	0,29	0,31	0,33	0,35	0,37
1,4	0,02	0,03	0,03	0,04	0,06	0,12	0,23	0,30	0,36	0,41	0,44	0,47	0,50	0,53
1,6	0,03	0,03	0,04	0,05	0,07	0,14	0,26	0,35	0,42	0,47	0,51	0,54	0,57	0,61
1,8	0,03	0,04	0,04	0,05	0,07	0,15	0,28	0,37	0,44	0,50	0,54	0,58	0,61	0,65
2,0	0,03	0,04	0,04	0,05	0,07	0,16	0,29	0,38	0,46	0,52	0,56	0,60	0,63	0,68
2,5	0,03	0,04	0,04	0,05	0,08	0,16	0,30	0,39	0,48	0,54	0,58	0,62	0,65	0,70
3,0	0,03	0,04	0,04	0,05	0,08	0,16	0,31	0,40	0,48	0,55	0,59	0,63	0,66	0,71
∞	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,16	0,31	0,40	0,49	0,56	0,60	0,64	0,76	0,72

TABLA 2.9 *Pérdida de carga, J, debida a contracción súbita, en m*
d_2/d_1 = relación del diámetro mayor al menor de la tubería
v = velocidad en la tubería de diámetro menor

d_2/d_1	Velocidad, v, en metros por segundo												
	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	3,0	3,6	4,5	6,0	9,0	12,0
1,1	0,000	0,000	0,003	0,003	0,006	0,009	0,012	0,018	0,027	0,046	0,088	0,229	0,454
1,2	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,018	0,021	0,037	0,055	0,085	0,165	0,421	0,836
1,4	0,003	0,006	0,012	0,021	0,031	0,040	0,052	0,082	0,122	0,198	0,348	0,817	1,52
1,6	0,006	0,012	0,018	0,031	0,043	0,061	0,079	0,122	0,204	0,271	0,476	1,05	1,82
1,8	0,006	0,015	0,024	0,040	0,058	0,076	0,101	0,156	0,223	0,342	0,586	1,24	2,05
2,0	0,006	0,015	0,027	0,043	0,064	0,085	0,110	0,168	0,241	0,363	0,628	1,31	2,16
2,2	0,006	0,018	0,031	0,046	0,067	0,092	0,116	0,180	0,256	0,390	0,671	1,39	2,26
2,5	0,009	0,018	0,031	0,049	0,070	0,095	0,122	0,189	0,268	0,409	0,702	1,45	2,35
3,0	0,009	0,018	0,034	0,052	0,073	0,098	0,128	0,198	0,281	0,427	0,735	1,62	2,47
4,0	0,009	0,018	0,037	0,055	0,076	0,104	0,134	0,210	0,296	0,451	0,772	1,60	2,59
5,0	0,009	0,021	0,037	0,055	0,079	0,107	0,140	0,214	0,305	0,464	0,793	1,63	2,64
10,0	0,009	0,021	0,037	0,058	0,082	0,110	0,143	0,220	0,311	0,476	0,817	1,70	2,76
∞	0,009	0,021	0,037	0,058	0,082	0,110	0,143	0,220	0,314	0,482	0,827	1,73	2,85

d) Pérdidas de carga debida a válvulas de compuerta

Los valores de K_4 en $J = K_4 \dfrac{v^2}{2\,g}$ se han encontrado experimentalmente, y se hallan en la tabla 2.11.

e) Pérdida debida a codos

Se debe a la variación en la distribución de velocidades y a la aparición de esfuerzos tangenciales adicionales. No vuelve a restablecerse la distribución primitiva de velocidades hasta 25 diámetros más allá del codo.

$$J = K_5 \frac{v^2}{2\,g}$$

TABLA 2.10 *Valores de K_2 para determinar la pérdida de carga debida a contracción súbita, por medio de la fórmula $J = K_2(v^2/2g)$*
d_2/d_1 = relación del diámetro mayor al menor de la tubería
v = velocidad en la tubería de diámetro menor

$\frac{d_2}{d_1}$	Velocidad, v, en metros por segundo											
	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80	2,10	2,40	3,0	3,6	4,5	6,0	9,0	1
1,1	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0
1,2	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,08	0,08	0,08	0,09	0,10	0
1,4	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0
1,6	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,25	0,25	0,25	0
1,8	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,32	0,32	0,31	0,29	0
2,0	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,35	0,34	0,33	0,31	0
2,2	0,40	0,40	0,40	0,39	0,39	0,39	0,39	0,38	0,37	0,37	0,35	0,33	0
2,5	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41	0,41	0,40	0,40	0,39	0,38	0,37	0,34	0
3,0	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,43	0,42	0,42	0,41	0,40	0,39	0,36	0
4,0	0,47	0,46	0,46	0,46	0,45	0,45	0,45	0,44	0,43	0,42	0,41	0,37	0
5,0	0,48	0,48	0,47	0,47	0,47	0,46	0,46	0,45	0,45	0,44	0,42	0,38	0
10,0	0,49	0,48	0,48	0,48	0,48	0,47	0,47	0,46	0,46	0,45	0,43	0,40	0
∞	0,49	0,49	0,48	0,48	0,48	0,47	0,47	0,47	0,46	0,45	0,44	0,41	0

TABLA 2.11

Pulg.	cm	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1
½	1,27	450	60	22	11	2,2	1,0
¾	1,90	310	40	12	5,5	1,1	0,28
1	2,54	230	32	9,0	4,2	0,90	0,23
1 ½	3,81	170	23	7,2	3,3	0,75	0,18
2	5,08	14	20	6,5	3,0	0,68	0,16
4	10,16	91	16	5,6	2,6	0,55	0,14
6	15,24	74	14	5,3	2,4	0,49	0,12
8	20,32	66	13	5,2	2,3	0,47	0,10
12	30,48	56	12	5,1	2,2	0,47	0,07

dándose K_5 en función de la relación R/d (radio codo/radio de la tubería).

K_5	0,2	0,18	0,28	0,34	0,39	0,41
R/d	2	4	8	12	16	20

3.7 LONGITUDES EQUIVALENTES. ÁBACO SIMPLIFICADO

Quizá más usado que las fórmulas y tablas parciales dadas anteriormente, y evidentemente más cóm do, es el sistema de longitudes equivalentes. Es deci añadiendo a la tubería recta a calcular, longitudes s plementarias por cada obstrucción o fricción secundar intercalada.

Las longitudes ficticias a añadir dependen del diám tro de la conducción y se conocen a través del ábac que se incluye en la figura 2.24. Dicho ábaco fue p blicado por la Crane Company de Chicago.

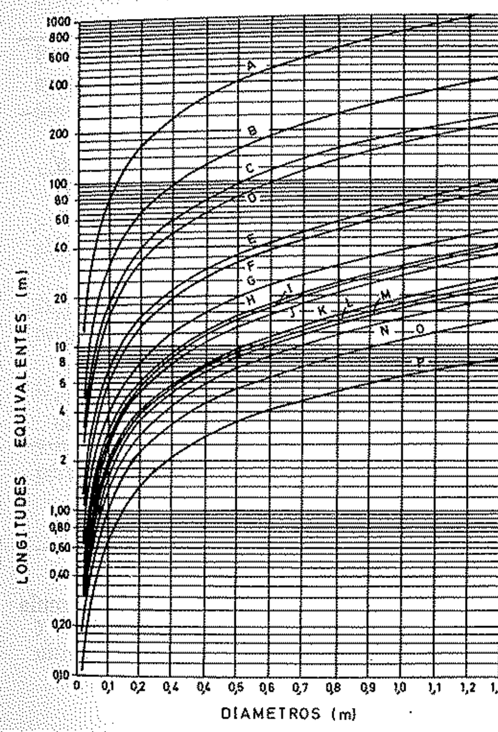
91

3.8 PERFIL PIEZOMÉTRICO. TUBOS DE SECCIONES VARIAS. TUBOS EN PARALELO. UNIDADES DE CAUDAL.

Se llama perfil piezométrico de una conducción, a la línea que une los puntos resultantes de la suma $z + p/\gamma$, es decir energía de posición más energía de presión.

Si a estos puntos añadimos la función de velocidad $v^2/2g$ (en general únicamente unos cm) obtenemos la línea de cargas totales (fig. 2.25).

Es interesante el problema de cálculo de una tubería que debe trasladar un caudal determinado de un depósito a un punto de cota inferior. La diferencia entre las dos cotas, nos dará la pérdida de carga total y el cociente entre la diferencia de cotas y la longitud prevista de la conducción, presupone la pérdida de carga unitaria. Ello permitirá determinar el diámetro de la conducción entrando en las tablas de Scimemi o similares.



DIAMETROS (m)

A = Válvula de compuerta: 1/4 abierta
B = Válvula esférica: abierta
C = Válvula de compuerta: 1/2 abierta
D = Válvula de codo: abierta
E = Doble curva de 180°
F = Codo o derivación de 90°
G = Válvula de compuerta: 3/4 abierta
H = Curva de 90°; ensanche d_1/d_2 = 0,25
I = Tubo entrante de Borda
J = Reducción brusca a 3/4
K = Curva de 90° de radio grande
L = Ensanche d_1/d_2 = 0,5
M = Embocadura de tubería de aristas vivas
N = Curva de 45°; estrechamiento d_1/d_2 = 4
O = Estrechamiento d_1/d_2 = 2
P = Válvula de compuerta totalmente abierta; ensanche d_1/d_2 = 0,75

FIGURA 2.24

Longitudes de cañería equivalentes, en cuanto a pérdida de carga, a diversas piezas especiales.

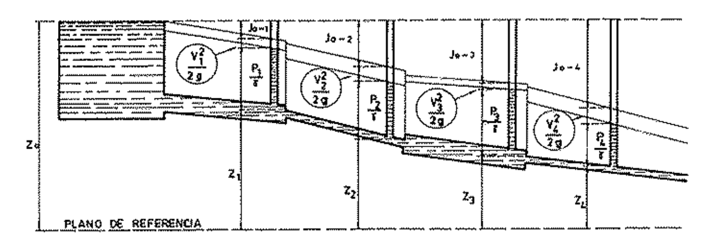


FIGURA 2.25

Perfil piezométrico y línea de cargas totales.

Con todo, debe notarse que una velocidad demasiado elevada hace aumentar el temido golpe de ariete, y una velocidad demasiado débil puede favorecer los depósitos, incrustaciones, etc. Conviene elegir, si es posible, o económicamente viable, velocidades entre 60 y 110 centímetros/segundo, para este tipo de conducciones.

Ejemplo

Caudal que interesa conducir: 25 l/seg
Depósito (nivel de agua) situado en la cota 120 m
Depósito inferior en la cota 102 m
Distancia entre ambos 1500 m
Pérdida de carga total 18 m

Pérdida de carga unitaria $\frac{18}{1500} = 0{,}12$; es decir 12 m por kilómetro.

Según Scimemi, este valor y para el caudal prefijado corresponde a tubería de 150 mm ∅. Con este diámetro, la velocidad sería quizás excesivamente alta (1,40 m por segundo), por lo que podríamos aconsejar la instalación de una tubería de diámetro 175 mm, regulando naturalmente el caudal a su valor deseado por medio de una válvula compuerta, que a su vez conviene se maniobre muy lentamente para reducir el golpe de ariete.

Tuberías de sección variable

Diámetros d_1 d_2 d_3 y longitudes l_1 l_2 l_3.

Ello significa que puede sustituirse la tubería compuesta por una tubería equivalente en la que se cumpla que circulando por ella el caudal único de salida Q, su longitud sea igual a la suma de las longitudes precedentes y la pérdida de carga de la nueva conducción sea igual a la suma de las pérdidas de los tramos parciales.

$$J = K \frac{Q^2}{d^5} \cdot l = K Q^2 \left(\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{l_2}{d_2^5} + \frac{l_3}{d_3^5} \right)$$

Se suponen valores de K idénticos

$$\frac{l}{d^5} = \frac{l_1}{d^5_1} + \frac{l_2}{d^5_2} + \frac{l_3}{d^5_3}$$

$$l = l_1 + l_2 + l_3$$

De donde podemos despejar d equivalente y por tanto la pérdida de carga total equivalente conociendo K.

Tuberías en paralelo

Entre el nudo inicial y el nudo final, hay una pérdida de carga única. En este caso se reparte el caudal según los diámetros de las tuberías y puede sustituirse el haz. de tuberías por una tubería única equivalente en la que

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$J = J_1 = J_2 = J_3$$

$$Q = \sqrt{\frac{D^5 \cdot J}{L\,K}} \qquad Q_1 = \sqrt{\frac{d^5_1 \cdot J}{l_1\,K}}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{d^5_2 \cdot J}{l_2\,K}} \qquad Q_3 = \sqrt{\frac{d^5_3 \cdot J}{l_3\,K}}$$

$$\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sqrt{\frac{d^5_1}{l_1}} + \sqrt{\frac{d^5_2}{l_2}} + \sqrt{\frac{d^5_3}{l_3}}$$

Conocido K, se determinan los valores del diámetro y longitud equivalentes.

Ejemplo:

Dos conducciones en paralelo, una de 200 mm de Ø y otra de 350 mm de Ø fluyen de un depósito y conjuntamente conducen 310 l/seg.

a) ¿Por qué tubería única pueden reemplazarse los dos tubos?

b) ¿Cuál es el caudal parcial por cada tubería?

a) Para 200 mm de Ø corresponden 66 u. de c.
Para 350 mm de Ø corresponden 305 u. de c.

371 u. de c.

371 u. de c. corresponden a una tubería equivalente de 400 mm de Ø.

b) 371 u. de c. corresponden a 300 l/seg

66 u. de c. corresponderán

$$\frac{66 \cdot 300}{371} = 53 \text{ l/seg (para Ø 200)}$$

305 u. de c. corresponderán

$$\frac{305 \cdot 300}{371} = 274 \text{ l/seg (para Ø 350)}$$

Unidades de caudal

La tabla de Thiem siguiente, muy usada por su comodidad, permite hallar, para diferentes diámetros, el valor relativo de los caudales que engendran pérdidas de carga idénticas.

d (mm)	Unidades de caudal (relativo)	Unidades de caudal (relativo)	d (mm)
40	0,8	400	441
50	1,5	450	606
60	2,5	500	805
80	5,4	600	1331
100	10	700	2029
125	18	800	2921
150	30	900	4027
175	46	1000	5370
200	66	1100	6966
250	122	1200	8827
300	201	1350	9785
350	305	1500	16240

3.9 DIÁMETRO MÁS ECONÓMICO.

En primera aproximación, debe aplicarse la fórmula de Bress.

$$d = 1{,}5\sqrt{Q} \quad ; \quad d\,(m) \quad ; \quad Q\,(m^3/seg)$$

Vibert inició una serie de estudios con tubos de fundición incorporando el valor del kwh para determinar para aquellos conductos el valor más económico del diámetro en función de las horas anuales de marcha.

En esta línea está el estudio de don Luis Thió (196 (exprofesor encargado de la cátedra de Elementos Máquinas de la Escuela Superior de Ingenieros Ind

93

triales de Barcelona) presentado en el Segundo Coloquio de Investigaciones sobre el agua de Pamplona.

Parte de la fórmula,

$$J = 0{,}0018\, Q^2\, d^{-5} \cdot l$$

$Q\,(m^3/seg)$; $d\,(m)$; $l\,(m)$

Elevación de 1 m³ a 1 metro de altura

$$\frac{1000 \text{ kg} \times 1 \times 9{,}81}{3600 \times 1000} = 0{,}002725 \text{ kwh}$$

(rendimiento 100 %)

Si este valor *se supone* diario, en un año será:

$$0{,}002725 \times 365 \simeq 1$$

Por tanto, resumiendo, elevando diariamente 1 m³ de agua a 1 m de altura representa 1 kwh anual, y por tanto

$$\frac{U \cdot J}{\rho} = \text{kwh anuales}$$

siendo U = cantidad de agua elevada, ρ = rendimiento

Introduciendo n (número de horas al día de funcionamiento)

$$U = 3600 \cdot n \cdot Q\,(m^3)$$

y la energía anual necesaria para salvar por bombeo la pérdida de carga de la tubería de impulsión

$$\frac{3600 \cdot n \cdot Q \cdot 0{,}0018 \cdot Q^2 \cdot d^5 \cdot l}{\rho} = \frac{6{,}5}{\rho} Q^3\, d^{-5}\, l$$

y multiplicado por el precio del kwh (s) queda en definitiva

a)

$$\frac{6{,}5 \cdot n}{\rho} Q^3 \cdot d^{-5}\, l \cdot s \qquad \text{ptas. de gasto anual}$$

Por otra parte la carga financiera anual debida al primer establecimiento, es decir designado por p el precio de la tubería montada por centímetro de diámetro y por metro de longitud, y por r el rédito en tanto por uno,

b)

$$100\ p \cdot d \cdot l \cdot r \qquad \text{ptas. anuales}$$

Por ambos conceptos *a)* y *b)* el gasto anual es:

$$\frac{6{,}5\, n}{\rho} Q^3\, d^{-5} \cdot l \cdot s + 100\ p \cdot d \cdot l \cdot r$$

Para que este gasto sea mínimo, derivando respecto a d e igualando a cero la expresión anterior

$$-5 \cdot \frac{6{,}5\, n}{\rho} Q^3\, d^{-6}\, s + 100\ p \cdot r = 0$$

Introduciendo la velocidad función de Q y d queda

$$v = 1{,}85 \sqrt[3]{\frac{p \cdot r \cdot \rho}{n \cdot s}}$$

siendo v = velocidad más económica en m/seg
r = anualidad de interés y amortización en tanto por uno
p = precio de la tubería en ptas. por cm y m
ρ = rendimiento de los grupos
n = horas de bombeo diarias
s = precio en ptas. del kwh[1].

[1] Puede emplearse cualquier unidad monetaria si es la misma para p y s.

Capítulo 2.4

Selección de maquinaria de bombeo

4.1 CURVAS CARACTERÍSTICAS. CAUDAL-ALTURA, CAUDAL-RENDIMIENTO, CAUDAL-POTENCIA. INESTABILIDAD

Las curvas representativas de la calidad de una bomba y que la definen, pára una velocidad de rotación dada, son tres (fig. 2.26):

Curva caudal-altura (curva «altura manométrica total» en la figura) que expresa las variaciones de las alturas manométricas de la bomba en función del caudal. En el sistema de coordenadas de la figura se acostumbra a escribir en ordenadas la altura manométrica (aspiración e impulsión) en metros de columna de agua y en abscisas el caudal. En bombas centrífugas esta curva se aproxima a una parábola, más o menos «vertical» según las características constructivas en especial del rodete. En bombas axiales o helicoidales, suele tener la curva, una rama ascendente característica, para pequeños caudales.

Curva de rendimiento. Presenta un máximo para un caudal dado. La bomba debe proyectarse para que pueda funcionar perfectamente a este caudal o muy próximo al mismo. Evidentemente, esta curva pasa por el origen ya que a caudal nulo, el rendimiento es cero. Gráficamente acostumbra a ponerse el rendimiento en ordenadas.

Curva caudal-potencia. Curva que relaciona la potencia absorbida en kw por el motor de accionamiento (en ordenadas) con el caudal variable (en abscisas). Obsérvese la figura. En bombas centrífugas es conveniente, como en este caso, que la curva presente un máximo, aproximadamente en la zona de funcionamiento del grupo. Es evidente, que si por cualquier circunstancia, varían las condiciones de caudal-altura, el motor elegido, nunca podrá sobrecargarse. En cambio, para bombas cuyos rodetes tengan un número de vueltas específico grande (por ejemplo bombas axiales), la curva de potencia absorbida es siempre descendente, significa ello que a caudal nulo o muy pequeño (válvula de impulsión casi cerrada, por ejemplo) la potencia necesaria, para accionar la bomba es muy superior a la potencia absorbida en funcionamiento normal.

Hay una zona de algunas curvas características de caudal-altura en la que el funcionamiento de la bomba es inestable. Es la zona por encima de la horizontal HH′ de la figura 2.27, zona en la que para la misma altura corresponden dos caudales, en otras palabras, la bomba funcionando a una altura fija por encima de HH′, da un caudal no determinado, y representa dificultades en la puesta en marcha y en conseguir que el punto de funcionamiento se desplace al punto elegido. De todas formas, los constructores procuran, dando un trazado adecuado a los álabes del rodete, que la curva característica tenga su máximo, prácticamente junto al eje de ordenadas, y por tanto sea la bomba estable en todos los puntos de la curva.

Una bomba inestable dificulta la puesta en marcha en

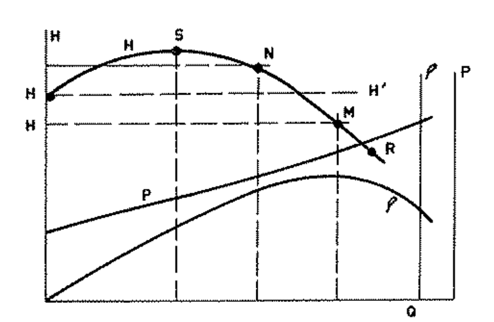


FIGURA 2.26

Curvas caudal-altura, rendimiento y potencia.

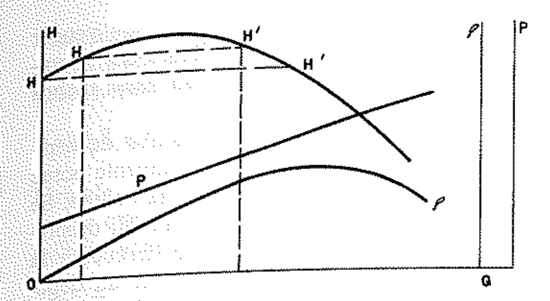


FIGURA 2.27
Curva característica inestable.

paralelo con otras similares. Es interesante hacer notar, que una bomba de característica inestable, a veces, para conseguir su puesta en marcha, no hay otra solución que abrir provisionalmente una descarga que permita aumentar el caudal y desplazar el punto de funcionamiento a la derecha de la curva.

4.2 CURVA CARACTERÍSTICA DE LA TUBERÍA DE IMPULSIÓN. FUNCIONAMIENTO DE BOMBAS EN SERIE Y EN PARALELO SOBRE UNA MISMA TUBERÍA

Comprobamos en la lección correspondiente a pérdidas de carga de conducciones, que estas eran proporcionales en orden de magnitud, al cuadrado del caudal. Por tanto, para una tubería de diámetro dado, su curva característica H_1A (fig. 2.28) vendrá dada por una parábola aproximada, que parte del punto H_1. La ordenada OH_1 representa el desnivel geométrico y M, punto de intersección con la curva característica de la bomba, será lógicamente el punto de funcionamiento de la bomba, y naturalmente conviene que este punto corresponda al de máximo rendimiento de la misma.

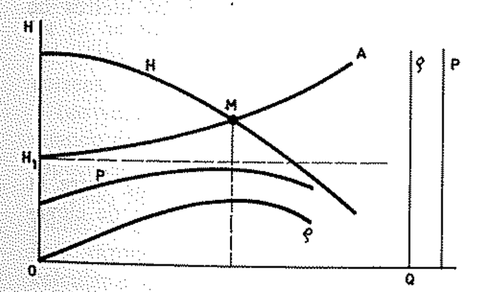


FIGURA 2.28
Curva característica y curva tubería de impulsión.

Primer caso. Bombas en serie. Evidentemente hay que tener en cuenta que la suma de las alturas manométricas de cada grupo, representa la altura total. El caudal es el mismo en toda la conducción, ya que el agua impulsada por la primera bomba llega a la aspiración de la segunda.

Segundo caso. Bombas en paralelo (fig. 2.29). Las impulsiones de cada bomba se reúnen en un colector común. Hay pues que pensar, que para una altura determinada el caudal circulante por la tubería única de impulsión, será suma de los caudales suministrados por cada una de las bombas. Hay que tener en cuenta, empero, que el grupo que a caudal nulo dé menos altura (H_2M_2) no empezará a dar caudal hasta que la altura de funcionamiento sea inferior a su característica altura de caudal nulo. La curva será pues H_1M inflexionándose en aquel punto indicado. Cualquier punto de la curva definitiva se halla pues sumando horizontalmente los caudales de cada bomba para cada altura.

Este acoplamiento, en especial el caso particular de varias bombas idénticas en paralelo, se usa muy frecuentemente para elevar diferentes caudales de agua a una altura constante.

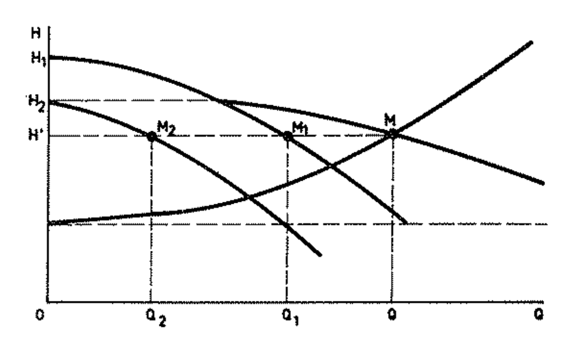


FIGURA 2.29
Bombas en paralelo.

4.3 TIPOS DE BOMBAS CENTRÍFUGAS. GRADO DE VACÍO ADMISIBLE EN LA ASPIRACIÓN. CAVITACIÓN

Bombas de eje horizontal y de eje vertical. Ambas disposiciones son usadas y dependen de las necesidades del proyecto. Generalmente las horizontales son más económicas y ambas pueden ser mono o multicelulares.

Las verticales se usan preferentemente en sondeos o pozos y pueden alcanzar grandes profundidades.

Consisten en una bomba propiamente dicha, sumergida, una transmisión con un eje o árbol guiado por diversos cojinetes, tubo de la transmisión que conduce el agua al nivel deseado y el motor que accionará el árbol que a su vez transmite el movimiento de rotación a los rodetes que en general ya hemos dicho, van sumergidos, principalmente para evitar la operación de encebado siempre molesta.

Las bombas horizontales pueden proyectarse sumergidas (es decir, con carga de agua en la aspiración) o aspirando (instaladas a nivel superior de la superficie de toma del agua). En este último caso, precisarán de encebado.

Grupos totalmente sumergidos. Se refieren a los grupos motobomba sumergidos, incluso el motor. Son grupos realmente económicos ya que no precisan árbol de transmisión, puesto que el motor se acopla directamente a la bomba y ambos quedan sumergidos en el agua.

Se consideran dos tipos de motores sumergibles: los que, por medio de unos cierres de estanqueidad especiales, el agua no penetra dentro del motor, que en general está inmerso en aceite aislante y en cambio, en otro sistema, el agua penetra en el motor, en sus entrehierros y espacios huecos, refrigerándolo a su vez. Naturalmente el cobre va protegido e impregnado convenientemente para evitar averías.

Cavitación. Se entiende por cavitación el fenómeno que se produce cuando la presión en la abertura de aspiración de la bomba es inferior a la presión de vapor. En este punto, el vapor se desprenderá, se formarán burbujas, bolsas o «cavidades» de vapor que son arrastradas por la corriente a través de los árboles del rodete a zonas de máxima presión, en donde y por este motivo desaparecen bruscamente, condensándose. Estos choques de condensación verdaderas micro-explosiones, producen ruidos y vibraciones características y deterioros («picados») en los álabes del rodete, con la consiguiente pérdida de caudal y rendimiento de la bomba.

Para poder calcular si una bomba puede o no «cavitar», deben conocerse, además de los datos constructivos que debe suministrar el proyectista de la bomba y que dependen del rodete en términos generales, es preciso conocer la «Altura neta positiva de aspiración requerida» y la «Altura neta positiva de aspiración disponible».

N.P.S.H. requerida («Net positive suction head») o Altura neta positiva de aspiración requerida, es la energía del líquido que una bomba precisa para que su funcionamiento sea correcto.

Es decir, la energía en metros de columna de agua (o de líquido en general) que se necesita para vencer las pérdidas, desde la admisión a los álabes del impulsor, y para conseguir la velocidad precisa hasta dichos álabes.

N.P.S.H. disponible o Altura neta positiva de aspiración disponible que es la energía que realmente posee el líquido en la abertura de aspiración de la bomba. Se calcula aprovechando el teorema de Bernoulli, despreciando la altura de velocidad y teniendo en cuenta la presión de vaporización y las pérdidas desde un depósito, o punto de presión conocida (punto 1) hasta el orificio de aspiración. En este caso podemos escribir que:

$$Z_1 + \frac{p_1 - p_v}{\gamma} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + J$$

fórmula en la que los puntos 1 y 2 representan el plano o nivel libre del agua en la aspiración, y la entrada de la bomba respectivamente, p_v la tensión de vapor y J la pérdida de carga entre ambos puntos. De la anterior fórmula se sigue

$$\frac{p_2}{\gamma} = N\,P\,S\,H_d = Z_1 - Z_2 + \frac{p_1 - p_r}{\gamma} - J$$

y haciendo $Z_1 - Z_2 = Z$ (diferencia de cotas entre el nivel de aspiración y la entrada de la bomba con su signo), y expresando la altura de presión en metros, queda

$$N\,P\,S\,H_d = \pm Z + \frac{p_1 - p_r}{\gamma} \cdot 10 - J$$

fórmula que aún puede simplificarse si tenemos en cuenta que para bombeos de aguas subterráneas la tensión de vapor es despreciable, y que p_1 representa la presión atmosférica es decir $p_1/\gamma = 10$ metros de columna de agua. En definitiva:

$$N\,P\,S\,H_d = 10 \pm Z - J \text{ (en metros)}$$

Por otra parte hay una relación constante entre la N P S H requerida por la bomba y la altura de elevación total. Esta relación

$$\sigma = \frac{N\,P\,S\,H_r}{H}$$

denominada constante de cavitación, varía a su vez con n_q (número de vueltas específico) y según Stephanoff (1961), vale:

$$\sigma = 1{,}2\ n_q^{4/3}\ 10^{-3}$$

fórmula por demás interesante, en especial en los casos en los que se presume peligro de cavitación puesto que ésta no aparecerá si

$$10 \pm Z - J > 1{,}2\ n_q^{4/3} \cdot 10^{-3} \cdot H$$

lo que permite calcular n_q y prefijar el número real de rpm (revoluciones por minuto) de la bomba que se precisa.

Como normas que se deben conocer para no caer en la práctica en peligro de cavitaciones, mencionaremos que a mayor número de vueltas específico, mayor es el peligro de cavitación. Una bomba hélice puede cavitar si no está notablemente sumergida y en cambio una bomba centrífuga normal, puede funcionar correctamente sustituyendo a aquella. Debe proyectarse previendo que no sean excesivas las pérdidas en la aspiración, en especial si hay poca altura estática de aspiración. Debe tenerse muy en cuenta también la temperatura y la viscosidad del líquido a bombear, pues dichos factores influyen en la presión de vaporización.

4.4 ACCIONAMIENTO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS. CARACTERÍSTICAS DE LOS MOTORES. TRANSFORMADOR. FORMAS DE ARRANQUE. ENERGÍA REACTIVA

Las bombas centrífugas o axiales en general, son accionadas por motores eléctricos de 1, 2 ó 3 pares de polos es decir, de 3000, 1500 y 1000 rpm (menos el deslizamiento) a la frecuencia de 50 Hz. Las de émbolo, ya se ha indicado, se accionan también con motores eléctricos, con su reducción de engranajes y poleas con correas.

Las velocidades lentas, se usan en elevación de aguas cuando éstas no son completamente limpias, o en casos especiales.

Como ya se ha indicado en otro lugar, es muy conveniente, una vez elegido el número de vueltas del motor (por razones de economía, de ruidos, de repuestos...) calcular el número de vueltas característico para conocer dentro de qué campo caen y qué rendimientos podemos esperar de la bomba.

• A medida que aumenta la potencia necesaria del motor, hay que tener en cuenta que difícilmente podrá hacerse girar a 3000 rpm por razones mecánicas. En cambio para grandes potencias, es más económico alimentarlo a tensiones elevadas 1000, 3000 ó 60000 volts. La sección del cobre del bobinado del motor, es así mucho menor y el rendimiento y factor de potencia pueden ser elevados. Con todo, las tensiones normales son de 220, 380, 440 volts. El arranque de estos motores es casi siempre del tipo estrella-triángulo. Para potencias pequeñas (inferiores a 10 CV como norma) puede instalarse un contactor de arranque directo, y a grandes potencias (superiores a 700 CV) es necesario un arranque gradual, por ejemplo por resistencia rotórica hidráulica. Evitamos de esta forma caídas de tensión apreciables en la red de distribución.

Es interesante hacer notar, que lógicamente un motor a 3000 rpm refrigerado con aire, produce un silbido característico superior a un motor similar que gire a 1500 rpm o a 1000 rpm. Hay que tener ello en cuenta al proyectar una instalación, en especial si ésta debe ir ubicada en un núcleo urbano compacto.

La potencia del motor se calcula por:

$$P_t = \frac{T}{s \cdot \rho} = \frac{U}{s} \cdot \frac{h}{\rho} = \frac{Q \cdot h}{\rho}\ \text{kgm/seg} =$$

$$\frac{Q \cdot H}{75 \cdot \rho}\ (\text{CV})$$

siendo,

ρ = rendimiento de la bomba
T = trabajo
U = volumen de agua elevado
P_t = potencia teórica
t = tiempo
h = altura manométrica
Q = caudal.

El motor así calculado tendrá el funcionamiento a plena carga. Es recomendable, aunque no necesario, que funcione a un 80 ó 90 % de plena carga, para evitar envejecimientos prematuros del aislante, calentamientos, etcétera.

$$P_p = \frac{P_t}{0{,}9}$$

siendo, P_p = potencia en la práctica

(para motores pequeños, puede aumentarse el margen de seguridad)

Potencia absorbida de la red. Un motor de P_t (CV) así calculado, tiene que dar esta potencia en el árbol de accionamiento, aunque nosotros debemos suministrarle algo más de potencia para compensar las pérdidas propias del motor a plena carga (pérdidas en el cobre, en el hierro, mecánicas y adicionales).

Ello se expresa así:

$$P_s = \frac{P_t}{\rho_m} \text{(CV)}$$

siendo ρ_m = rendimiento motor (en general alrededor de 0,9)

En kilowatios será $P_s \times 0{,}736$.

Potencia del transformador. Esta potencia $P_s \times 0{,}736$ (kilowatios), es la que debe suministrar el transformador. Teóricamente hay que tener en cuenta que el transformador suministrará kva es decir, energía activa y reactiva conjuntamente. Siendo el cos φ de una instalación transformador-motor aproximadamente de 0,85 habrá que dividir el producto $P_s \times 0{,}736$ por 0,85. Teóricamente esta será la potencia en kva necesaria del transformador aunque, igualmente a lo que se hizo con el motor acostumbra a darse un ligero aumento de margen, redondeando cifras comerciales y en especial para compensar por lo menos en parte, la punta de corriente muy elevada, que el grupo necesita en el arranque.

Hay que tener en cuenta el punto importante de la energía reactiva. Un transformador en vacío, o únicamente alimentando varios fluorescentes o una pequeña carga secundaria (es decir, cuando el grupo motobomba está detenido) generará por decirlo así, energía reactiva. Si a fin de mes el cos φ de la instalación ha sido inferior en conjunto a 0,85 deberemos abonar a la empresa suministradora de energía eléctrica un importe adicional por este concepto. Es obvio, pues, que si es posible, habrá que desconectar el transformador, si los periodos de detención del grupo son prolongados, o bien proyectar la instalación de condensadores estáticos para mejorar el factor de potencia. Es conveniente un tanteo económico sobre estos puntos. Motores de una cierta importancia con factores de potencia inferiores a 0,85 deben desecharse.

El cálculo simplificado de cables eléctricos puede hacerse teniendo en cuenta que,

$$P_t = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos \varphi$$

de donde se ha calculado la potencia necesaria, y se ha elegido la tensión de funcionamiento. El factor de potencia a varias cargas, lo dará el constructor del motor, pero en primera aproximación puede tomarse 0,85.

Por tanto de la fórmula anterior, deducimos

$$I = \frac{P_t}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi}$$

Teniendo en cuenta que por mm² de cable de cobre, pueden hacerse pasar aproximadamente de 2 a 10 amp, puede de ahí deducirse la sección del cable trifásico que debe alimentar al motor. (Téngase en cuenta que a menor diámetro, más amperios por mm², es decir más densidad de corriente, ya que los de poca sección disipan mejor el calor.) Se suponen longitudes de cable cortas.

Si las longitudes de cable son considerables, hay que rehacer los cables convenientemente, dimensionando aquellos, para que la caída de tensión desde la alimentación a cuadro, o a bornes de motor, no sea superior a un 6 %. Para el cálculo de la caída de tensión se usa la fórmula siguiente:

$$\Delta V = \sqrt{3} \cdot I \cdot \rho \cdot 1/S \cos \varphi$$

siendo:

ρ = resistividad en Ω mm²/m (para el cobre es igual a 0,0173 y para el aluminio 0,0275)
l = longitud en metros
S = sección en mm²
I = intensidad máxima en amperios.

Capítulo 2.5

Dimensionado de una impulsión

5.1 CONSIDERACIONES GENERALES

Junto a los datos actuales que deben conocerse para proyectar una elevación y conducción, deben preverse también los datos de habitantes y dotación a 5 y orientativamente a 10 años. Estos datos se estudian según curvas de crecimiento de la población (se entiende población habitual más la población flotante veraniega) y otras consideraciones como tipo de viviendas, zonas industriales o comerciales, etc.

La dotación por habitante y día aumenta también, al aumentar la cultura y necesidades de los usuarios. El Plan Nacional de Abastecimiento y Saneamiento establecido en 1966 por el Ministerio de Obras Públicas del Gobierno Español, adopta unas dotaciones medias según el nivel urbanístico de la siguiente forma:

Dotaciones por habitante y día en 1966:

Nivel urbanístico Miles de habitantes	Uso doméstico *	Uso industrial **	Servicio municipal	Fugas y varios	Total
menos de 1	60	5	10	25	100
1 a 6	70	30	25	25	150
6 a 12	80	40	30	25	175
12 a 50	90	50	35	25	200
50 a 250	125	100	50	25	300
mayor que 250	165	150	60	25	400

* Son mayores en núcleos urbanos turísticos o de recreo.
** Pueden ser muy superiores en caso de centros típicamente industriales.

Para calcular las dotaciones crecientes con el progreso y aumento del nivel de vida se toman los factores:

a) Núcleos con crecimiento inferior al 0,5 % anual

Factor para 1985: 1,45
Factor para 2010: 2,13

b) Núcleos con crecimiento superior al 0,5 % anual

Factor para 1985: 1,64
Factor para 2010: 2,69

Debe hacerse notar, que no interesa por ningún concepto calcular la maquinaria elevadora, para un tiempo superior a los 5 ó 6 años; una maquinaria de superior potencia capaz para suministrar agua durante 10 años por ejemplo, funcionaría en los primeros años a un bajo rendimiento técnico-económico. Es preferible como se verá luego renovar en su día el equipo, sustituyéndolo por otro de máximo rendimiento. Naturalmente, esta consideración se refiere a este tipo particular de problemas como el que nos ocupa, y no se refiere a elementos cuyo coste de primera instalación sea elevada, y su sustitución difícil, como por ejemplo la tubería de impulsión.

No hay inconveniente técnico en hacer trabajar el equipo elevador de una forma continuada. El rendimiento del equipo es, en este caso, óptimo, y las averías, aunque frecuentemente se crea lo contrario, son mínimas. El automatismo que se prevé en la instalación, permite que la vigilancia del equipo sea mínima y por descontado no continuada.

El depósito y la tubería de impulsión, así como el recipiente de aire que se proyecte para amortiguar el golpe de ariete, deben aconsejarse para ser amortizados en periodos más largos (15 ó 20 años).

Para la elección de la capacidad de almacenamiento de la instalación, deben tenerse en cuenta factores varios:

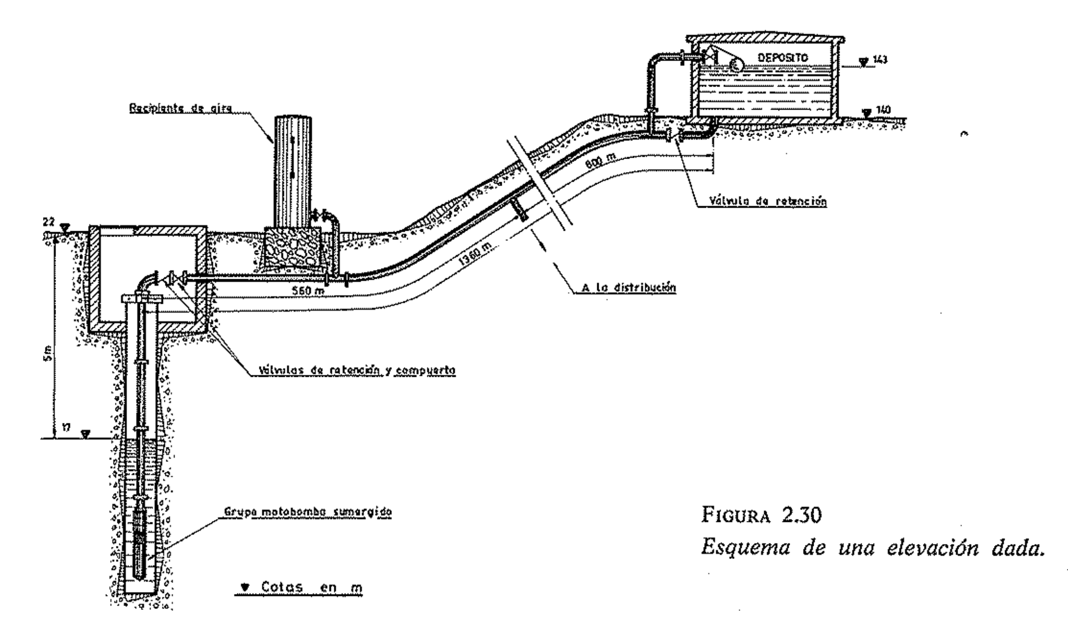


FIGURA 2.30
Esquema de una elevación dada.

a) Curva de variación del consumo durante las 24 horas.

b) Reserva para incendios.

c) Reserva para prevenir detenciones del grupo elevador por falta de energía eléctrica.

d) Factores que dependen del tipo de consumo (industrial, doméstico, etc.).

La tubería de impulsión desde el pozo o central elevadora al depósito de distribución, conviene preveerla de forma que funcione al mismo tiempo como tubería de distribución. Con ello se evita durante las horas de consumo una pérdida de carga innecesaria (léase consumo innecesario de energía), ya que un cierto caudal por este método, se distribuye antes. Ello obliga al cálculo de diámetros escalonados, ya que la distribución de caudales no es uniforme.

5.2 PLANTEAMIENTO DE DATOS ACTUALES Y PREVISIONES FUTURAS. (EJEMPLO)

Una vez hechas las anteriores consideraciones generales previas, conviene centrar un problema real, comentado, para una comprensión mejor.

El problema puede consistir en calcular los elementos de una elevación desde un pozo de captación de un cierto acuífero, a una población cuyas características de situación, crecimiento urbanístico y consumos de agua potable, vienen dados.

Datos actuales:

Habitantes	2000 habitantes
Dotación	160 l/hab/día
Cota terreno destinado a depósito . .	140 metros
Cota terreno pozo	22 metros
Distancia del terreno al nivel de agua.	5 metros
Distancia del pozo al depósito . . .	1360 metros
Calado de agua en el depósito . . .	3 metros

Junto a estos datos, se disponen los suficientes datos estadísticos de crecimiento de la población, posibilidades de urbanizaciones, límites de expansión, etc.

Se conoce que el pozo de captación es capaz para suministrar 80 000 l/h de una forma continua, con un descenso no superior a los 8 m.

Según los planos esquemáticos de la elevación antedicha, la tubería de impulsión constará de dos tramos completamente diferenciados en serie, cuyas longitudes y caudales se especifican (fig. 2.30).

Datos previstos para 1985:

Habitantes	3300 habitantes
Dotación	200 l/hab/día

Distribución de caudales para 1985:

Primer tramo (longitud real 560 m). .	7,6 l/seg
Segundo tramo (longitud real 800 m) .	5,8 l/seg

Datos previstos para 1990:

Habitantes	4000 habitantes
Dotación	225 l/hab/día

Datos constructivos:

Primer tramo
- 3 Válvulas compuerta abierta
- 1 Válvula retención
- 1 Derivación en T
- 5 Codos a 90°
- 1 Curva de 90° radio grande
- 8 Curvas de 45°
- 1 Ensanchamiento

Segundo tramo
- 4 Válvulas compuerta abierta
- 4 Curvas de 45°
- 4 Codos a 90°
- 2 Curvas de 90° radio grande

Otros datos para el cálculo:

a) Funcionamiento continuo.
b) Rédito del capital a invertir 0,1.
c) Precio de kwh 1,40 ptas.
d) Precio de la tubería de fibrocemento instalada 18 pesetas cm/m.
e) Rendimiento del grupo 0,56.
f) Rendimiento de la bomba 0,68.

5.3 DISCUSIÓN DE SOLUCIONES. (EJEMPLO)

Para resolver un problema o anteproyecto de esta naturaleza se determina en primer lugar, la capacidad del depósito principal de distribución.

Hay diversas formas de fijar su capacidad. La más usada es quizá, integrando la curva de consumo prevista en un día. Como anteproyecto, empero, elegimos un depósito equivalente al 50 % del consumo máximo diario. Posiblemente a partir de 1985 deberá pensarse en construir un nuevo depósito que funcione en paralelo con el actual.

Según los datos del proyecto, para 1985 el consumo máximo diario será de:

$3300 \text{ (hab)} \cdot 200 \text{ (l/hab/día)} = 660 \text{ m}^3\text{/día}$

y el consumo horario uniformemente repartido,

$660 \text{ (m}^3\text{)}/24 \text{ (horas/día)} = 27{,}5 \text{ m}^3\text{/h}$

Capacidad del depósito elegido $= 300 \text{ m}^3$

Para el cálculo del diámetro más económico de la tubería de impulsión, se usa la fórmula de Bresse,

$d = K\sqrt{Q}$ (K varía entre 1 y 1,5)

o mejor la fórmula justificada en el capítulo 3.

$$v = 1{,}85\sqrt{\frac{p \cdot r \cdot \rho}{n \cdot s}}$$

según la cual, y para los datos de base, nos da una velocidad más económica de 0,65 m/seg.

Según la distribución de caudales dados en el enunciado del problema, y atendiendo la velocidad más económica encontrada, podemos elegir los diámetros más económicos, 125 mm para el primer tramo y 100 mm para el segundo.

La longitud real del primer tramo es de 560 m y 800 m la del segundo. Para determinar la longitud equivalente puede utilizarse el gráfico dado en el mismo capítulo 3, cuyas curvas, una para cada pieza especial (codo, válvula, etc.) permiten determinar los metros de longitud equivalente de tubería recta que daría igual pérdida de carga que la pieza considerada, en función del diámetro.

Por tanto, según los datos del enunciado puede escribirse el siguiente cuadro; en el que se incluye la pérdida de carga para la longitud equivalente y el caudal dado, según la fórmula o tablas de Scimemi.

$Q = 48{,}3\, D^{2{,}68}\, J^{0{,}56}$

Tramo	Longitud real	Longitud equivalente	Caudal	Diámetro económico	Pérdida de carga
1	560	640	7,6	125	2,3
2	800	834	6	100	5,5
				Total. . . .	7,8 ≃ 8 m

Altura manométrica del grupo a instalar

Cota del depósito, más calado (140 + 3) . .	+ 143 m
Cota del terreno del pozo menos distancia media al agua (5 m)	– 17 m
Pérdida de carga total	+ 8 m
Altura total . . .	134 m

Elección de grupo elevador

Las características de la bomba serán pues, las siguientes:

Caudal	27 500 l/h
Altura manométrica	134 m

Los constructores de bombas con estos datos, y aquellos otros necesarios que habrán servido para rellenar el cuestionario que se adjunta como orientación, u otro similar, deben ofrecer grupos de máximo rendimiento, datos que a su vez, hay que exigir al constructor.

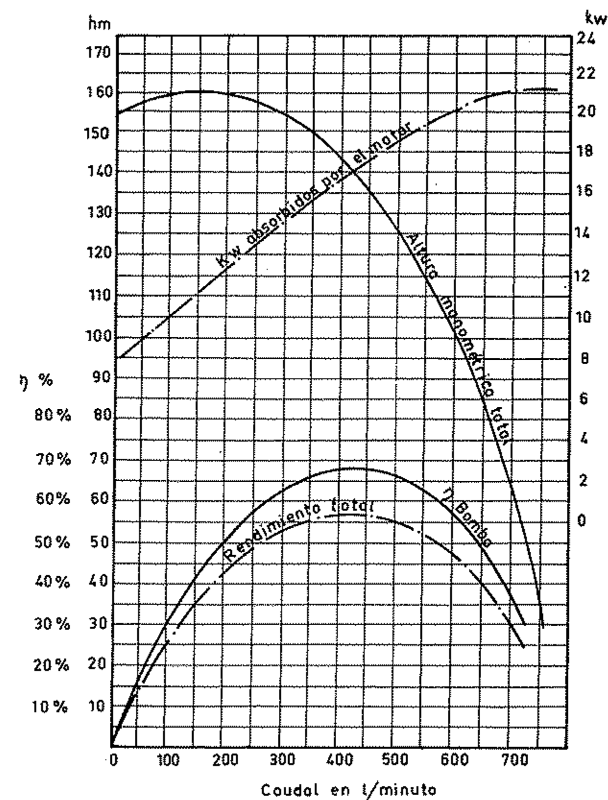


FIGURA 2.31
Curvas características del problema del texto.

Para conocer el número de fases de la bomba que deben ofrecernos con una garantía cierta, partimos de:

$$n_q = N \frac{\sqrt[3]{Q}}{H^{3/4}} \quad ; \quad H^{3/4} = \frac{h^{3/4}}{i^{3/4}}$$

en las que n_q = número de vueltas característico
N = número de vueltas de la bomba
Q = caudal en m^3/s
H = altura de cada fase
h = altura manométrica total
i = número de rodetes

En el caso presente, y tomando en principio N = 3000 rpm ya que no hay razón para no elegir esta velocidad, que comercialmente es la más económica, se deduce:

$$n_q = 3000 \frac{\sqrt{0{,}0076}}{134^{3/4}} \cdot i^{3/4}$$

tomando para n_q un valor de 40 de máximo rendimiento, se obtiene i = 11,3 es decir, bomba de 11 fases.

En la figura de las curvas características del grupo motobomba elegido, obsérvese que en el punto normal de funcionamiento de la bomba (450 l/min a 134 m) la curva de rendimiento está en un máximo (fig. 2.31).

Al disminuir la altura manométrica (como ya se ha dicho, durante las horas punta el consumo total se distribuirá en la propia red, disminuyendo la pérdida de carga) el caudal aumentará a cerca de 30 m^3/h y la potencia absorbida (curva de kw absorbidos) aumentará ligeramente, por lo que se tendrá en cuenta en la elección del motor.

La potencia en el árbol de la bomba se deduce:

$$N_{cv} = \frac{Q \cdot h}{75 \cdot \rho} = \frac{1 \cdot \frac{27\,500}{3600} \cdot 134}{75 \cdot 0{,}68} = 20 \text{ cv}$$

en donde 1 = peso específico del agua, y ρ = rendimiento de la bomba = 0,68 según el gráfico.

El motor, en la práctica elegido, será de,

$$\frac{20 \text{ cv}}{0{,}80} = 25 \text{ cv}$$

La potencia absorbida de la red:

$$N'_{cv} = \frac{N_{cv}}{\rho_m} = \frac{20}{0{,}83} = 24 \text{ cv}$$

equivalente a 17,7 kw siendo ρ_m el rendimiento del motor.

El constructor colocará pues, un motor de serie probablemente de 25 cv, que favorece la posibilidad de poder aumentar el caudal y la potencia absorbida según se dijo.

El coste de energía será pues,

$$kw \cdot t \cdot p = 17{,}7 \cdot 24 \cdot 5{,}90 \text{ (precio especial)} = 2506 \text{ ptas/día}$$

El consumo anual representará un gasto por este concepto de 915 000 ptas.

Suponiendo por un momento que utilizamos una bomba de inferior rendimiento (60 % en lugar de 68 %) el gasto de energía eléctrica ascendería a 1 037 000 ptas. anuales, es decir, un incremento de 122 000 ptas. como mínimo, sobre el valor previamente hallado. Capitalizado al 6 % este valor, representa una cantidad en 10 años de 1 608 000 ptas. Teniendo presente que el grupo que en principio desea adquirirse no sobrepasa las 505 000 ptas., es evidente que debemos inclinarnos por esta última solución, es decir la adquisición del grupo previsto, aunque se nos ofreciera una bomba del 60 % de rendimiento, a título completamente gratuito.

El transformador a utilizar en este problema sería de,

$$\frac{kw}{\cos \varphi} = \frac{17{,}7}{0{,}85} = 20 \text{ kva}$$

y una tensión en baja de 220 v ó 380 v, aunque probablemente elegiríamos un transformador de superior potencia (24 kva por ejemplo) ya que en el momento del arranque estrella-triángulo del grupo, la potencia necesaria es mayor, aunque evidentemente en un corto lapso de tiempo.

El valor cos $\varphi = 0{,}85$ es el límite que puede tener una instalación para no tener que satisfacer recargo por energía reactiva.

Energía reactiva. Si una instalación resulta con factores de potencia menores de 0,85, conviene proyectar la instalación de condensadores electrostáticos para evitar las penalidades. La tabla siguiente da el número de kvar (kilovolts-ampers-reactivos) precisos para pasar de cos $\varphi = 0{,}7$ ó 0,8 a cos $\varphi = 0{,}85$:

kw	kva_r cos $\varphi = 0{,}7$	kva_r cos $\varphi = 0{,}8$
25	10	6,75
50	20	13,50
100	40	27,00
150	60	40,50
200	80	54,00
250	100	67,50
300	120	81,00

El arranque normal para grupos de la potencia que se ha calculado (25 cv) es del tipo «estrella-triángulo» (en algunos casos especiales, puede permitirse el arranque directo).

Los cables que alimentan el grupo (del transformador al cuadro de arranque, y de este al motor) se calcularán deduciendo la intensidad de corriente, en función de la tensión adoptada.

$$kw = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$17\,700 \text{ watts} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0{,}85 \cdot I$$

de donde,

$$I = 55 \text{ ampers}$$

Previendo una densidad de corriente de 4 ampers por fase y por mm², resultan cables de serie de 3×16 mm². La densidad de corriente acostumbra a elegirse entre 2 y 10 A/mm², dependiendo en especial de la longitud del cable para evitar caídas de tensión apreciables, sobre todo en el arranque.

Elementos mecánicos accesorios. En el esquema que acompaña al problema se detalla la forma de instalar la válvula compuerta, válvula de retención y en especial el recipiente de aire encargado de amortiguar el golpe de ariete. Este, en primera aproximación, puede calcularse conociendo que la energía cinética del agua en movimiento, debe disiparse en el momento de la detención brusca mediante la variación de volumen de aire en el recipiente. Ello no es exacto, ya que además habría de tenerse en cuenta el trabajo debido a la gravedad, a la expansión y compresión adiabática, al rozamiento, etc., es decir, proceder a un balance de energías en cada tiempo en que podemos subdividir la onda de presión.

En el sistema simplificado, la energía cinética de toda la masa de agua en movimiento debe quedar absorbida en el momento de la detención, por la compresión de un volumen de aire V, que se reduce a un volumen V', transformación realizada a una presión absoluta media entre la de régimen y la máxima presión admisible por el timbraje de la tubería.

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{p + p'}{2} (V - V') \qquad (1)$$

Suponiendo una transformación isotérmica

$$V p = V' p' \qquad (2)$$

se resuelven las dos ecuaciones (1) y (2), de las que se conocen

m = masa de agua en movimiento en kg
v = velocidad del agua en m/seg
p = presión absoluta en kg/m²

y se fija

p' = presión máxima admisible en kg/m².

En nuestro caso

$$p = 12{,}6 \text{ kg/cm}^2 + 1 \text{ kg/cm}^2 = 13\,600 \text{ kg/m}^2$$
$$p' = 15 \text{ kg/cm}^2 + 1 \text{ kg/cm}^2 = 16\,000 \text{ kg/m}^2$$

Sustituyendo, la ecuación (1) queda de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5600}{9{,}81} \cdot \frac{\pi \cdot 1{,}25^2}{4} \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{7{,}6}{\frac{\pi \cdot 1{,}25^2}{4}} \right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{8000}{9{,}81} \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{6}{\frac{\pi \cdot 1^2}{4}} \right)^2 =$$

$$= 209{,}9 + 186{,}95 \text{ m} \cdot \text{kg}$$

$$209{,}9 + 186{,}95 = \frac{136\,000 + 160\,000}{2} (V - V')$$

$$136\,000 \, V = 160\,000 \, V'$$

de donde

$$V = 15 \text{ l de aire}$$

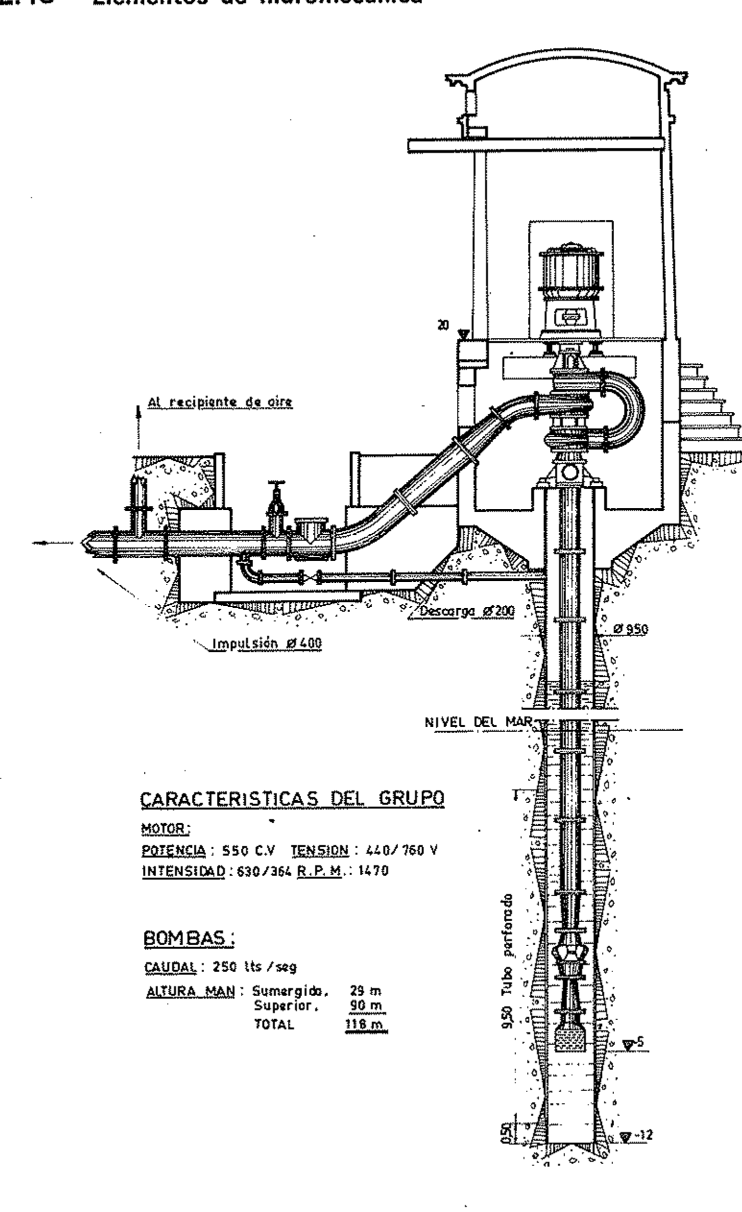


FIGURA 2.32
Montaje esquemático de un grupo elevador cualquiera de un pozo.

Es decir el recipiente debe tener 15 l de aire y un volumen total aproximado de 50 l.

Para un cálculo más exacto del volumen de aire de un recipiente amortiguador del golpe de ariete, debe seguirse el método gráfico de Bergeron o efectuar un balance exacto de energías como ya se ha indicado al comienzo de este apartado.

El aire se inyecta por medio de un compresor adecuado a la presión, debiendo añadirse aire periódicamente, (aproximadamente cada 15 días dependiendo ésta frecuencia de reposición en especial de la calidad química del agua y de la presión de servicio).

Otros sistemas empleados para amortiguar el golpe de ariete son los de colocar dos o más válvulas de retención intermedias, válvulas de retención contrapesadas o con freno hidráulico, chimeneas de expansión, válvulas de descarga automáticas, volantes de inercia, etc.

Doble tarifa. Es importante para este tipo de problemas tener en cuenta (dado que durante los primeros años y en especial en los periodos no estivales en que el grupo motobomba no funciona de una forma continua) un estudio económico sobre la doble tarifa. Es decir, en las horas punta (2 horas en verano y 4 en invierno al día) la energía se cobrará con un sobrecargo del 25 %; con el contador de doble tarifa, y evitando el funcionamiento del grupo en estas horas, se consigue un ahorro notable en la facturación de energía eléctrica.

Montaje. En los esquemas, puede verse la forma correcta del montaje de un grupo de las características estudiadas, soportes, bridas, macizos, etc. (fig. 2.32).

5.4 ESPECIFICACIONES PARA LA OFERTA DE BOMBAS

a) ESQUEMA ACOTADO DE LA INSTALACIÓN, O EN SU DEFECTO LOS DATOS DEL CONJUNTO:

1) Aspiración máxima y distancia al punto de toma.
2) Altura estática y longitud, de la impulsión.
3) Diámetros de las tuberías previstas y pérdidas de carga totales en los casos más desfavorables.
4) Variaciones máximas y previsibles en las alturas de aspiración e impulsión.
5) Diámetro del pozo.

6) Cota sobre nivel del mar del punto de ubicación de la bomba.

b) Disposición del grupo motobomba

1) Indicar si interesa grupo motobomba sumergido, grupo horizontal o grupo vertical con bomba sumergida.
2) Indíquese si funcionarán otros grupos en paralelo o en serie.

c) Líquido a elevar

1) Agua limpia, agua con posibilidad de arrastres de arena, agua turbia; peso específico o viscosidad si se suponen anormales.
2) Temperatura máxima, mínima y normal.
3) Características químicas especiales, sobre todo si es agua salada, o dulce, acidulada o alcalina, pH, aire u otros gases disueltos, dureza.
4) Indicar si es inadmisible cualquier ataque del metal, o se prefiere reponer los elementos atacados periódicamente.

d) Caudal deseado

1) Caudal, a la altura manométrica normal, en litros por segundo.
2) Indíquese si se desea una curva característica de caudal-altura que sea especial (muy plana...).

e) Naturaleza del servicio

1) Continuo, a intermitencias frecuentes o espaciadas. Otras observaciones.
2) Alguna observación especial sobre, si se desea marcha silenciosa del grupo o es indiferente.

f) Accionamiento de la bomba

1) Energía eléctrica alterna o continua, tensión, fases, ciclos.
2) Tipo de arranque que podrá disponerse, estrella-triángulo, reostato, directo...
3) Accionamiento por vapor. Se desea turbina o máquina de pistón. Presión del vapor disponible.
4) Sentido de rotación.

Nota

En la mayoría de los casos, no serán necesarios al constructor, todos los datos especificados; de todas formas conviene dárselos indicando los que realmente son esenciales.

A la recepción de la oferta, deben exigirse características técnicas del grupo, materiales constructivos de la bomba, curvas características, etc. En especial si la bomba es de alguna importancia y de funcionamiento prácticamente continuo.

Capítulo 2.6

Dispositivos de aforo

6.1 INTRODUCCIÓN

Dentro del estudio de la Hidrología, en general, y también en el caso particular de la Hidrología subterránea se presenta la necesidad de determinar el caudal que circula por una tubería o por un cauce, o que mana por un manantial.

Sabemos que el caudal es el producto de la sección por la velocidad media y veremos más adelante la forma de determinar la velocidad media de una sección cualquiera por métodos directos. Sin embargo la hidráulica da métodos técnicos para determinar la velocidad para secciones bien definidas en función del calado de la lámina de agua, o de la presión a que circula por un conducto cerrado. Estas fórmulas son las que vamos a estudiar en el presente capítulo.

La mayoría de ellos tienen coeficientes determinados empíricamente en ensayos de laboratorio, sin embargo, dan lugar a fórmulas suficientemente experimentadas para los fines deseados a la vez que proporcionan un sistema de medición del caudal fácil y cómodo siempre que se aplique el sistema más adecuado en cada caso para la amplitud de caudales que se pretendan medir.

Distinguiremos dos casos: dispositivos para lámina libre y dispositivos para conductos a presión.

6.2 DISPOSITIVOS PARA LÁMINA LIBRE

Entre las secciones típicas que permiten la medición del caudal en lámina libre distinguiremos orificios, compuertas y vertederos.

Un orificio es una abertura en la pared de un recipiente, cuya forma puede ser cualquiera. Una compuerta es una estructura hidráulica que permite regular la abertura de un orificio, y por tanto, es un caso particular del primero. El vertedero también podemos considerarlo como un caso particular en que el labio superior del orificio ha desaparecido.

6.2.1 Ecuación fundamental

Considerando un orificio en pared delgada, situado en el fondo de un recipiente (fig. 2.33) y aplicando el teorema de Bernoulli, entre dos puntos situados el primero en el interior del depósito y el segundo en el chorro:

$$\frac{v^2_1}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v^2_2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

Ahora bien, si el depósito es tan grande que podemos considerar $v_1 = 0$ y dado que:

$$p_1/\gamma + h_1 = h + \delta \text{ y } p_2/\gamma = 0$$

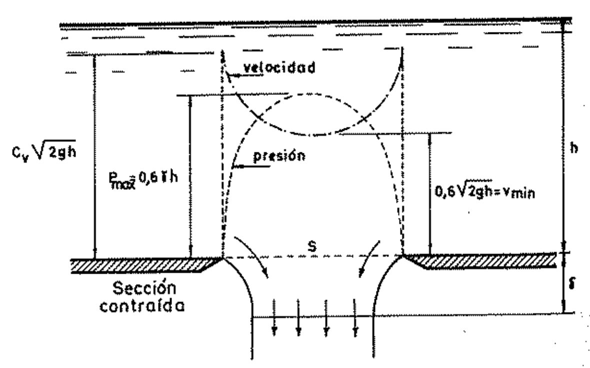


FIGURA 2.33
Desagüe por un orificio de fondo.

dado que el chorro está a la presión atmosférica, se tiene que:

$$v_2 = \sqrt{2\,g\,(h + \delta)} \quad \text{(velocidad teórica)}$$

La velocidad real vendrá afectada por un coeficiente de velocidad C_v.

$$v = C_v\,\sqrt{2\,g\,(h + \delta)} \quad \text{(velocidad real)}$$

Si pretendemos conocer el caudal, tendremos que multiplicar por la sección contraída que será producto de un coeficiente de contracción C_c por la sección del orificio que denominamos S:

$$Q = C_v\,C_c\,S\,\sqrt{2\,g\,(h + \delta)}$$

Esta fórmula es poco práctica puesto que además de dos coeficientes experimentales, tiene un valor δ variable según la forma del orificio. Para orificios circulares $\delta = r$. Para valores h muy grandes δ es despreciable.

Para dar una forma más práctica a la fórmula general se engloban los coeficientes y variables dependientes en un solo coeficiente denominado coeficiente de desagüe:

$$\mu = C_v\,C_c\,\sqrt{\frac{h + \delta}{h}}$$

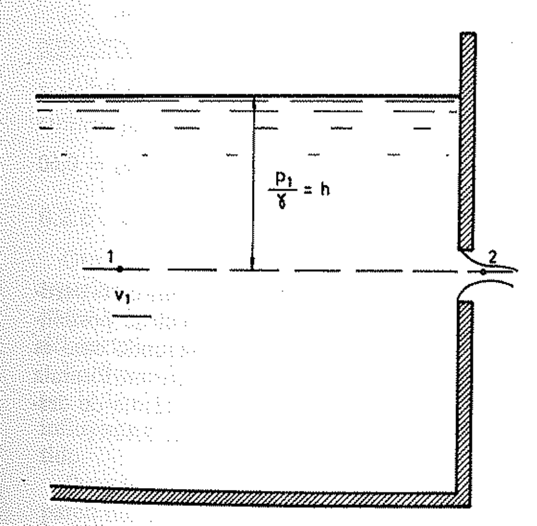


FIGURA 2.34
Desagüe por un orificio lateral.

Con este artificio obtenemos la fórmula general de desagüe por orificios en pared delgada.

$$Q = \mu\,S\,\sqrt{2\,g\,h}$$

El coeficiente μ varía entre 0,63 y 0,59 según la forma y dimensiones del orificio, aunque se suele tomar como aceptable el valor 0,6. Pueden consultarse tablas para obtener valores más aproximados (Coutinho de Lencastre, 1962; King-Brater, 1962).

La fórmula es válida siempre que se trate de depósitos de nivel constante y con velocidad de llegada nula, aunque se trate de orificios en paredes laterales (figura 2.34). Siempre que el orificio sea de pequeña altura con respecto a la profundidad h, a que se halla situado.

En el caso de existir velocidad es válida, pero en dicho caso hay que considerar h como suma de la energía potencial más la energía cinética en cuyo caso sería:

$$H = h + v^2/2\,g$$

y la fórmula se convertiría en:

$$Q = \mu\,S\,\sqrt{2\,g\,(h + v^2/2\,g)}$$

6.2.2 Orificio de grandes dimensiones

Sea el caso de la figura 2.35, en que la altura del orificio no es despreciable con respecto a su profundidad.

FIGURA 2.35
Desagüe por un orificio grande.

Será:

$$Q = \mu l \int_{H_1}^{H_2} dH \sqrt{2gH} =$$

$$= \frac{2}{3} \mu l \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2})$$

donde l es la anchura del orificio

En el caso de que no exista velocidad de llegada H es simplemente el calado de los labios superior e inferior del orificio, pero, como se vio anteriormente, en el caso que exista velocidad de llegada:

$$H = h + \frac{v^2}{2g}$$

En la práctica también se utiliza para este tipo de orificios la fórmula general tomando como h la profundidad del centro de gravedad del orificio, ya que el coeficiente de desagüe determinado experimentalmente, corrige los errores que supone tal simplificación.

6.2.3 Otros tipos de orificios

La figura 2.36 muestra el caso de un orificio de contracción parcialmente suprimida al estar el labio inferior muy próximo al fondo del recipiente.

Si la contracción se ha suprimido parcialmente en el fondo y en ambos lados el coeficiente de desagüe aumenta alcanzando valores de 0,63 a 0,70.

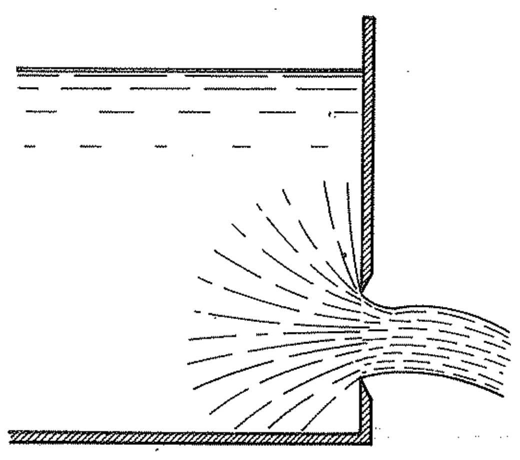


FIGURA 2.36
Orificio con contracción en el fondo suprimida parcialmente.

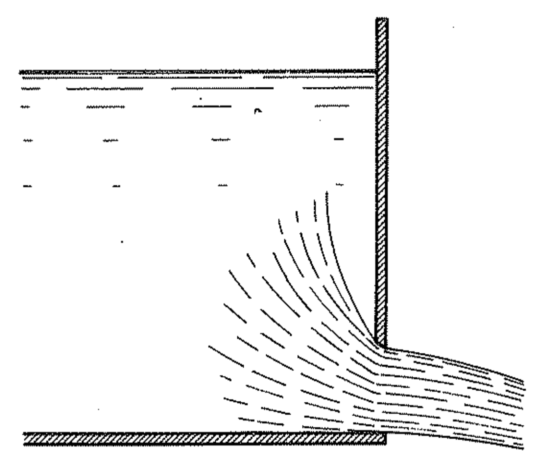


FIGURA 2.37
Orificio con contracción en el fondo suprimida completamente.

En el caso de quedar suprimida totalmente (fig ra 2.37) el coeficiente de desagüe puede llegar a 0,9

Las figuras 2.38 y 2.39, presentan el caso de orifici total o parcialmente sumergidos respectivamente. En primer caso es aplicable la fórmula general en el ca de que las velocidades a ambos lados v_1 y v_2 sean de preciables. El caso de orificio semisumergido puede tr tarse como compuesto de dos partes, un orificio libre otro sumergido.

La fórmula aplicable a este último caso sería:

$$Q = \mu_1 l (h_3 - h_2) \sqrt{2 g h_2} + \frac{2}{3} \mu_2 l \sqrt{2g} (h_2^{3/2} - h_1^{3/2})$$

Los valores de μ pueden considerarse $\mu_1 = \mu_2 = 0,6$

6.2.4 Compuertas

Las compuertas pueden tratarse como un caso part cular de orificio. Debe distinguirse también la posibil dad de descarga libre o sumergida. El segundo caso el más frecuente y se suele emplear la misma fórmu de descarga libre haciendo variar el coeficiente de de agüe en función del nivel aguas abajo (fig. 2.40).

Así la fórmula queda:

$$Q = \mu b l \sqrt{2gh}$$

μ varía entre 0 y 0,70.

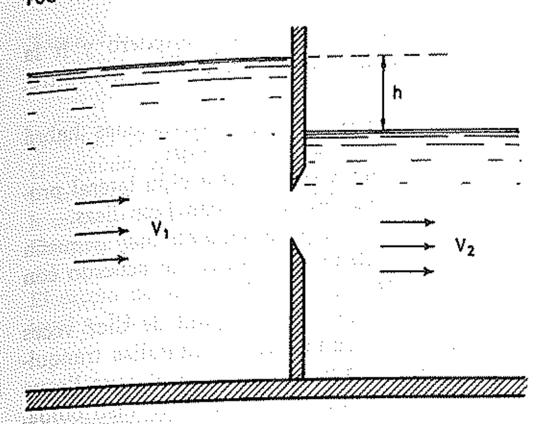


FIGURA 2.38
Orificio totalmente anegado.

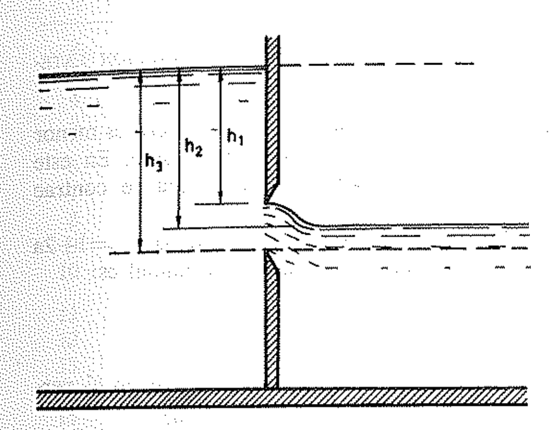


FIGURA 2.39
Orificio parcialmente anegado.

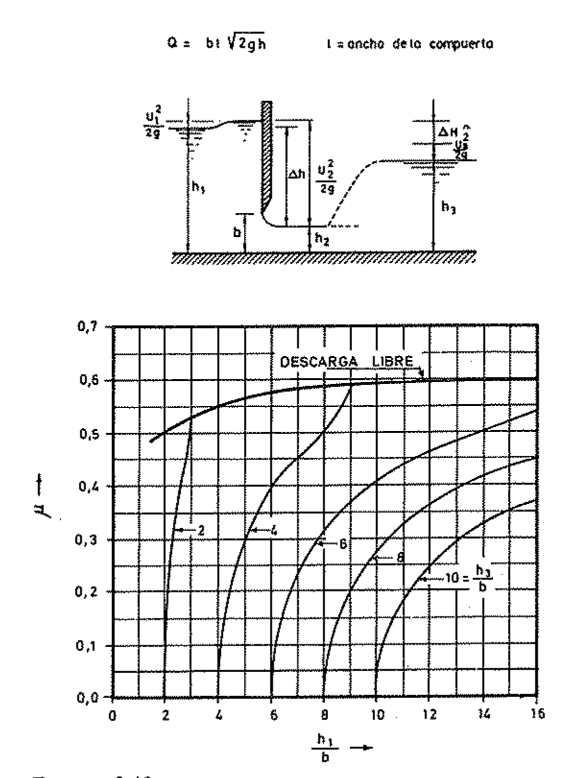


FIGURA 2.40
Coeficiente de desagüe en compuertas planas y verticales (Según Coutinho de Lencastre).

6.2.5 Vertederos en pared delgada

Otro caso particular de orificio al que le falta el labio superior es el vertedero. Consideremos los casos de pared delgada o pared gruesa según el espesor del labio del vertedero en relación con la lámina vertiente.

La figura 2.41 representa las formas que puede adoptar la lámina vertiente con respecto al vertedero y que influyen en la fórmula que da el valor del caudal vertido.

Cuando la lámina por falta de aireación se pega a la pared del vertedero se llama lámina adherente, y recibe el nombre de lámina deprimida si se pega sólo parcialmente porque la aireación es insuficiente. Se llama lámina libre cuando el aire circula fácilmente entre la lámina y la pared del vertedero, dando lugar a que quede completamente despegada; para este caso son válidas las fórmulas usuales de que vamos a tratar. Finalmente puede darse el caso de que el nivel de aguas abajo impida el vertido libre de la lámina, produciéndose el caso de vertedero anegado en el cual el caudal viene influido además de la carga aguas arriba por la altura y aguas abajo y también por la altura de la pared del vertedero.

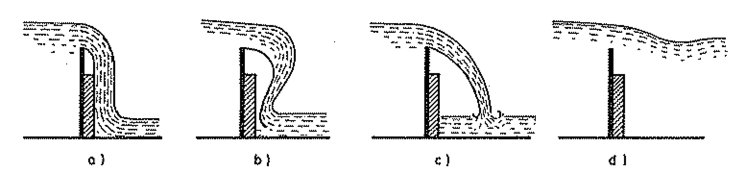


FIGURA 2.41
Diversas formas de lámina vertiente.

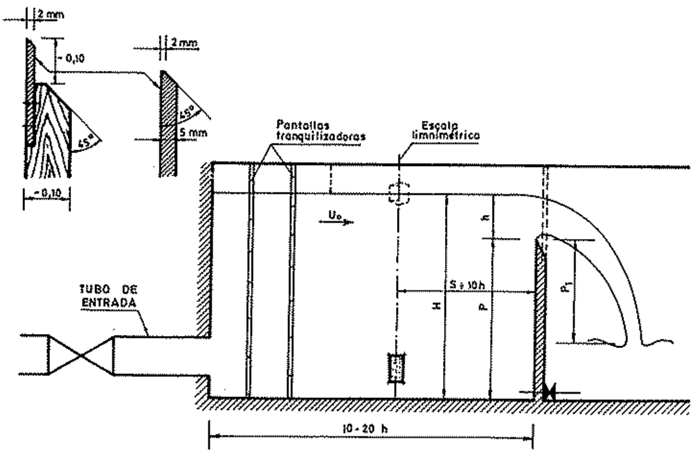


FIGURA 2.42
Esquema constructivo de un vertedero en pared delgada.

Los tipos más usuales de vertedero son:

a) VERTEDERO DE BAZIN, SIN CONTRACCIÓN LATERAL

Se trata de un vertedero, sin contracción lateral, o sea que el ancho de la lámina vertiente es la misma que la del canal.

Llamamos «carga» a la altura de agua h, por encima del labio del vertedero y medida lo suficientemente aguas arriba para que dicha altura no esté influida por la depresión que sufre la lámina al llegar a las proximidades del vertedero (fig. 2.42).

La fórmula que da el caudal es:

$$Q = \frac{2}{3} \mu' l \sqrt{2g}\, h^{3/2}$$

fórmula análoga a las de desagüe por orificios en que $\mu' = 0,6$, pero que se puede transformar en:

$$Q = \mu\, l\, h \sqrt{2gh}$$

donde μ oscila entre 0,45 y 0,41 en función de las condiciones geométricas del vertedero. Normalmente se toma 0,40.

En el caso de considerar una determinada velocidad de llegada había que sustituir h por $h + v^2/2g$.

El valor de μ suele darse en la fórmula de Bazin así:

$$\mu = \frac{2}{3}\left(0,6075 + \frac{0,0045}{h}\right) \cdot \left[1 + 0,55\left(\frac{h}{h+p}\right)^2\right]$$

siendo p la altura de la pared del vertedero y h carga ambos medidos en metros (Coutinho de Lencast 1962).

Para obtener precisión en las observaciones ha que tener en cuenta los siguientes puntos:

1) Eliminar por completo la contracción lateral p curando que las paredes del canal sean bien lisas.

2) La altura del umbral p no debe ser muy peque ($p \simeq l$) y el vertedero debe construirse de acuerdo c lo que se indica en la figura 2.42.

3) El canal debe tener una longitud de diez ve la carga de agua, procurando poner pantallas tranq lizadoras de madera o ladrillo para que el agua lleg al vertedero con velocidad uniformemente distribui

4) Ventilación completa de la lámina.

5) La lectura de la carga debe hacerse a distan del vertedero por lo menos cinco veces mayor que di carga.

b) VERTEDERO RECTANGULAR CON CONTRACCIÓN LA RAL

En el caso en que la anchura del vertedero es me que la anchura del canal anterior al mismo. En e caso al pasar por el vertedero la lámina se cont lateralmente.

Si llamamos l a la anchura del vertedero y L=l+ es la anchura del canal la fórmula del caudal es:

$$Q = \mu\, l\, h \sqrt{2gh}$$

donde μ, lógicamente, será algo menor que en el v tedero sin contracción lateral.

Habitualmente se utiliza la fórmula de Francis:

$$Q = 1,83\,(l - 0,2\,h)\,h^{3/2}$$

Q = caudal en m^3/seg
l = ancho del vertedero en m
h = carga en m

En cuanto a precauciones de construcción deben s análogas a las del vertedero de Bazin, salvo la prime de ellas y en cambio hay que tener en cuenta que exceso de anchura del canal debe ser por lo menos igu a tres veces la carga máxima.

La tabla 2.12 da los caudales para este tipo de v tedero.

c) VERTEDERO TRIANGULAR

Uno de los tipos más usados para medir con precisi

TABLA 2.12 *Vertedero rectangular con contracción lateral. Fórmula de Francis*

$Q = 1{,}83\ (l - 0{,}2\ h)\ h^{3/2}$
Q = caudal en m^3/seg
l = ancho del vertedero, en m
h = carga sobre el umbral del vertedero, en m
La carga debe medirse, por lo menos, a 2 m aguas arriba del vertedero
El exceso de anchura, a, del canal debe ser, por lo menos igual a 3 h

CAUDAL EN LITROS POR SEGUNDO

h cm	l=0,5 m	l=1,0 m	l=1,5 m	Caudal adicional por cada 0,5 m más de ancho
2	2,5	5,1	7,6	2,5
3	4,7	9,4	14,2	4,8
4	7,2	14,5	21,8	7,3
5	10,0	20,3	30,5	10,2
6	13,1	26,6	40,0	13,4
7	16,5	33,4	50,4	17,0
8	20,0	40,7	61,4	20,7
9	23,8	48,5	73,2	24,7
10	27,7	56,5	85,5	28,9
11	31,9	65,3	98,7	33,4
12	36,2	74,2	112,3	38,0
13	40,7	83,6	126,5	42,9
14	45,3	93,2	141,2	48,0
15	50,0	103,1	156,3	53,2
16	54,8	113,4	171,9	58,5
17	59,8	123,9	188,1	64,2
18	64,9	134,8	204,7	69,9
19	70,0	145,7	221,5	75,8
20	75,3	157,1	238,9	81,8
21	80,6	168,6	256,6	88,0
22	86,1	180,6	275,0	94,4
23	91,6	192,5	293,4	100,9
24	97,3	204,9	312,5	107,6
25	103,0	217,4	331,8	114,4
26	108,7	230,1	351,4	121,3
27	114,5	242,8	371,2	128,4
28	120,4	256,0	391,6	135,6
29	126,3	269,2	412,2	144,9
30	132,2	282,7	433,0	150,3

(sigue)

CAUDAL EN LITROS POR SEGUNDO

h cm	l=0,5 m	l=1,0 m	l=1,5 m	Caudal adicional por cada 0,5 m más de ancho
31	138,4	296,3	454,3	158,0
32	144,4	310,0	475,6	165,6
33	150,6	324,1	497,6	173,5
34	156,8	338,2	519,7	181,5
35	163,0	352,5	542,0	180,5
36	169,2	366,8	564,5	197,7
37	175,5	381,4	587,4	206,0
38	181,7	396,0	610,3	214,3
39	188,1	411,0	638,9	222,9
40	194,5	426,0	657,5	231,5
41	200,8	441,0	681,2	240,2
42	207,2	456,3	705,3	249,0
43	213,7	471,7	729,8	258,1
44	220,1	487,2	754,3	267,1
45	226,5	502,8	779,0	276,2
46	233,0	518,5	804,0	285,5
47	239,4	534,2	829,0	293,8
48	245,8	550,1	854,3	304,2
49	252,3	566,,0	880,2	313,8
50	258,8	582,4	905,9	323,5

caudales pequeños es el vertedero triangular, pues aun para variaciones pequeñas de caudal, la altura de la lámina varía en forma fácilmente apreciable.

La fórmula más utilizada es la de Gourley y Crimp:

$$Q\ (m^3/seg) = 1{,}32\ \text{tg}\ \frac{\alpha}{2}\ h^{2{,}47} \qquad (h \text{ en metros})$$

para $\alpha = \pi/2$ que es el tipo más usual la fórmula será:

$$Q\ (m^3/seg) = 1{,}32\ h^{2{,}47} \qquad (h \text{ en metros})$$

La tabla 2.13 da los valores del caudal en el vertedero triangular.

d) VERTEDERO TRAPECIAL

También se utiliza con frecuencia este tipo de vertedero denominado vertedero Cipolletti, que tiene un valor μ prácticamente constante con la carga.

TABLA 2.13 *Vertedero triangular*

FÓRMULA DE GOURLEY

$Q = 1{,}32 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} h^{2{,}47}$

Q = caudal, en m³/seg

h = carga sobre el vértice en m

α = ángulo del vértice

$\alpha = 90°$; $Q = 1{,}32\ H^{2{,}47}$

$\alpha = 60°$; $Q = 0{,}73\ H^{2{,}47}$

$\alpha = 45°$; $Q = 0{,}55\ H^{2{,}47}$

El exceso de anchura, a, debe ser por lo menos, igual a 3/4 l

Carga h cm	Caudal Q en l/seg			Carga h cm	Caudal Q en l/seg		
	α=90°	α=60°	α=45°		α=90°	α=60°	α=45°
2,0	0,08	0,05	0,04	20	24,8	14,3	10,3
2,5	0,15	0,08	0,06	21	28,0	16,1	11,7
3,0	0,23	0,13	0,10	22	31,4	18,1	13,1
3,5	0,33	0,19	0,14	23	35,0	20,2	14,6
4,0	0,47	0,27	0,19	24	38,9	27,4	16,2
4,5	0,62	0,36	0,26	25	43,0	24,8	17,9
5,0	0,81	0,46	0,34	26	47,4	27,3	19,7
5,5	1,02	0,59	0,43	27	52,0	29,9	24,7
6,0	1,27	0,73	0,53	28	56,9	32,7	23,7
6,5	1,54	0,89	0,64	29	62,1	35,7	25,9
7,0	1,86	1,07	0,77	30	67,5	38,9	28,1
7,5	2,20	1,27	0,92	32	79,1	45,6	33,0
8,0	2,56	1,48	1,07	34	88,9	52,9	38,3
8,5	3,00	1,73	1,25	36	105,8	60,0	44,1
9,0	3,45	1,98	1,44	38	120,9	69,6	59,4
10,0	4,48	2,58	1,86	40	137,0	79,0	57,2
11,0	5,66	3,26	2,36	42	155,0	89,2	64,5
12,0	7,02	4,04	2,92	44	173,0	100,0	72,4
13,0	8,55	4,92	3,56	46	194,0	112,0	80,7
14,0	10,28	5,92	4,28	48	215,0	124,0	89,8
15,0	12,18	7,24	5,07	50	238,0	137,0	99,3
16,0	14,28	8,22	5,95	52	262,0	151,0	109,0
17,0	16,58	9,55	6,91	54	288,0	166,0	120,0
18,0	19,10	11,00	7,96	56	315,0	181,0	131,0
19,0	21,85	12,58	9,10	58	343,0	198,0	143,0

Para ello debe construirse con una inclinación de los lados 1/4 (horizontal/vertical) y su fórmula es:

$$Q = 0{,}415\, l\, h \sqrt{2 g h}$$

siendo l la base menor en m; h la carga en m y Q el caudal en m³/seg (fig. 2.43).

6.2.6 Elección del tipo de vertedero

Una de las razones fundamentales en la elección de un vertedero es determinar la sensibilidad a los caudales que se quieren medir. Así por ejemplo si el error de medida de la carga h es de 3 mm, según el tipo de vertedero que se utilice este error puede representar un

variación del caudal tan grande que resulte un porcentaje inadmisible.

Una vez determinada la variación de caudales que pretendemos medir hay que considerar los siguientes puntos:

1) Los vertederos de Bazin y triangulares están más experimentados que los otros tipos.

2) La carga mínima debe ser de 6 cm.

3) La longitud del vertedero rectangular debe ser tres veces la carga máxima.

4) La carga sobre el vertedero no será mayor de 60 cm.

5) El mínimo error se consigue utilizando el vertedero con la carga máxima.

La tabla 2.14 da los errores a que conducen los errores de medida en los distintos tipos de vertedero.

6.2.7 Vertederos en pared gruesa

Para grandes caudales en ríos y canales, se pueden utilizar vertederos en pared gruesa, construidos expresamente con este fin o frecuentemente construidos con

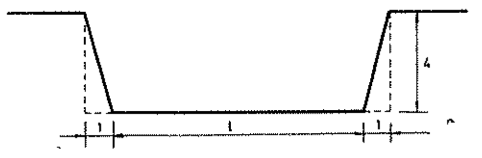


FIGURA 2.43
Vertedero trapecial.

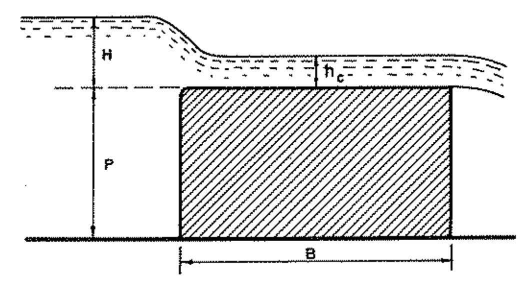


FIGURA 2.44
Vertedero de pared gruesa y sección rectangular.

FIG. 2.45
Medidor Parshall.

TABLA 2.14 *Elección de un vertedero de medida*

Caudal l/seg	Error al medir la carga cm	Vertedero aconsejado y error en % para el caudal				
		Tipo Bazin			Triangular con $\alpha=\pi/2$	
		Ancho m	Carga aproximada cm	% de error en el caudal	Carga aproximada cm	% de error en el caudal
1,4	0,03 0,15 0,30				6	1,2 6,1 12,2
2,8	0,03 0,15 0,30				8	0,9 4,6 9,1
14	0,03 0,15 0,30 1,50	0,30	8	0,5 2,7 5,5 27,3	16	0,5 2,4 4,8 23,8
28	0,03 0,15 0,30 1,50	0,60	8	0,5 2,7 5,5 27,3	21	0,4 1,8 3,6 18,0
70	0,03 0,15 0,30 1,50	0,60 (1)	16	0,3 1,5 3,0 14,7	30	0,3 1,2 2,5 12,4
140	0,03 0,15 0,30 1,50	1,5 (1)	13	0,3 1,7 3,4 17,0	40	0,2 0,9 1,9 9,3
280	0,03 0,15 0,30 1,50	1,5 (1)	21	0,2 1,1 2,1 10,6	53	0,1 0,7 1,5 7,3
700	0,03 0,15 0,30 1,50	1,5 (1)	40	0,1 0,6 1,1 5,6	— — — —	— — — —

(1) Sería igualmente aconsejable un vertedero de ancho doble.

TABLA 2.15 *Valores de μ en la fórmula* $Q = \mu l h^{3/2}$ *para vertedero de pared gruesa*

Carga medida en m h	Ancho de la cresta del vertedero, en metros										
	0,15	0,225	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,20	1,50	3,00	4,50
0,06	1,54	1,52	1,48	1,44	1,40	1,37	1,35	1,31	1,29	1,37	1,48
0,12	1,61	1,54	1,50	1,46	1,44	1,43	1,42	1,40	1,38	1,41	1,49
0,18	1,70	1,59	1,52	1,46	1,44	1,43	1,48	1,48	1,49	1,49	1,49
0,24	1,82	1,68	1,57	1,48	1,43	1,43	1,47	1,48	1,48	1,48	1,46
0,30	1,83	1,73	1,64	1,52	1,47	1,46	1,46	1,47	1,48	1,48	1,46
0,36	1,83	1,76	1,70	1,58	1,49	1,46	1,46	1,47	1,47	1,48	1,46
0,42	1,83	1,80	1,76	1,61	1,53	1,48	1,46	1,46	1,46	1,47	1,46
0,48	1,83	1,81	1,81	1,69	1,59	1,52	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45
0,54	1,83	1,83	1,83	1,69	1,59	1,51	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45
0,60	1,83	1,83	1,82	1,67	1,57	1,52	1,50	1,48	1,46	1,46	1,45
0,75	1,83	1,83	1,83	1,81	1,69	1,59	1,55	1,50	1,47	1,46	1,45
0,90	1,83	1,83	1,83	1,83	1,76	1,68	1,61	1,51	1,47	1,46	1,45
1,05	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,76	1,64	1,52	1,48	1,46	1,45
1,20	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,69	1,54	1,48	1,46	1,45
1,35	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,59	1,51	1,46	1,45
1,50	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,69	1,54	1,46	1,45
1,65	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,83	1,59	1,46	1,45

otros fines pero utilizados para medición de caudales, por ello es interesante referirnos a los casos más usuales.

En los vertederos en pared gruesa pueden presentarse muy diversas formas que en cada caso deben experimentarse para obtener coeficientes de desagüe adecuados.

La fórmula general viene dada por:

$$Q = \mu \, l \, h^{3/2}$$

siendo l su anchura y h la carga medida a una distancia por lo menos 2,5 h del vertedero.

Las secciones más usuales son la rectangular o trapecial y los coeficientes de desagüe varían de 1,50 a 2,00 (fig. 2.44).

Para valores más aproximados pueden utilizarse tablas resultantes de las experiencias realizadas y expuestas en la tabla 2.15.

6.2.8 Aforador Parshall

Para la medida de caudales en aguas turbias, el vertedero presenta el inconveniente de los aterramientos que se producen aguas arriba del mismo. Para evitar este inconveniente es preciso un aforador que no produzca remanso como en el aforador Parshall, que es un perfeccionamiento de la denominada canaleta de Venturi.

Es muy utilizado para aforo en los canales de riego. Consta de 3 partes (fig. 2.45).

1) Una sección convergente, aguas arriba, con solera sin pendiente.

2) Una sección estrecha, o garganta con solera inclinada a favor de la corriente.

3) Una sección divergente, aguas abajo, con solera ascendente.

El caudal se mide en función de la diferencia de nivel a la entrada de la sección convergente de área a_1 y en la sección media o garganta de área a_2. Si llamamos h a esta diferencia de altura, el caudal viene dado por:

$$Q = \frac{C \, a_2 \sqrt{2 g h}}{\sqrt{1 - (a_2/a_1)^2}}$$

Siendo C el coeficiente de desagüe comprendido generalmente entre 0,95 y 1. Se puede tomar normalmente 0,98 si las superficies están bien construidas, son lisas con aristas bien redondeadas, y se procura que el resalto que se forma en la sección divergente no anegue la garganta.

Existen formularios y normas para el perfecto funcionamiento de este tipo de aforadores en la literatura especializada (García Lozano, 1968).

TABLA 2.16 *Dimensiones y capacidades de los medidores Parshall según ancho W de la sección contraída (fig. 2.44)*

Ancho	A	B	C	D	E	F	G	K	N	X	Y	Caudal (l/seg) Mínimo	Máxim
Pequeños													
25,4	0,242	0,356	0,093	0,167	0,229	0,076	0,203	0,019	0,029	0,008	0,013	0,283	5,
50,8	0,276	0,406	0,135	0,214	0,254	0,114	0,254	0,022	0,043	0,016	0,025	0,566	14,
76,2	0,306	0,457	0,178	0,259	0,457	0,152	0,305	0,025	0,057	0,025	0,038	0,849	28,
Intermed.													
0,152	0,415	0,610	0,394	0,397	0,610	0,305	0,610	0,076	0,144	0,051	0,076	1,416	110,
0,229	0,588	0,864	0,381	0,575	0,762	0,305	0,457	0,076	0,144	0,051	0,076	2,548	252,
0,305	0,914	1,343	0,610	0,845	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	3,155	455,
0,457	0,965	1,419	0,762	1,025	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	4,247	696,
0,610	1,016	1,495	0,914	1,206	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	11,893	937,
0,914	1,118	1,645	1,219	1,572	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	17,273	1427,
1,219	1,219	1,794	1,524	1,937	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	36,812	1922,
1,524	1,321	1,943	1,829	2,302	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	45,307	2423,
1,829	1,422	2,093	2,134	2,667	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	73,624	2930,
2,134	1,524	2,242	2,438	3,032	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	84,951	3437,
2,438	1,626	2,391	2,743	3,397	0,914	0,610	0,914	0,076	0,229	0,051	0,076	99,109	3950,
Grandes													
3,048	1,829	4,267	3,658	4,756	1,219	0,914	1,829	0,152	0,343	0,305	0,229	169,90	5663,
3,658	2,032	4,877	4,470	5,607	1,524	0,914	2,438	0,152	0,343	0,305	0,229	226,54	9910,
4,572	2,337	7,620	5,588	7,620	1,829	1,219	3,048	0,229	0,457	0,305	0,229	226,54	16 990,
6,096	2,845	7,620	7,315	9,144	2,134	1,829	3,658	0,305	0,686	0,305	0,229	283,17	28 317,

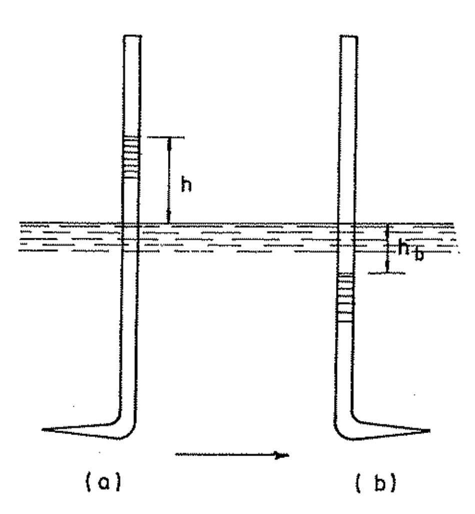


FIG. 2.46
Tubo de Pitot.

Cuando las medidas son las recomendadas (tab 2.16), la fórmula utilizada para W > 30 cm y lámi libre (no anegada) es:

$$Q = 0{,}374\ W\,(3{,}3\ H_a)^{1{,}56\ W^{0{,}026}}$$

donde Q se mide en m³/seg, W y H_a en m (Linsl y otros, 1949).

Cuando H_b alcanza 0,7 H_a se considera que la lámin aguas abajo está anegada y hay que aplicar coeficient correctores.

Ordinariamente una vez elegido un determinado tip de medidor Parshall, (tabla 2.16) es recomendable hac un ábaco para tener la curva de gastos en funció de H_a y H_b.

6.2.9 Tubo de Pitot

Es un procedimiento para medir la velocidad de l corriente en lámina libre.

Fig. 2.47
Tubo de Darcy.

En su forma simplificada consiste en un tubo, abierto en sus dos extremos y doblado en uno de ellos (figura 2.46). Cuando el extremo doblado se sostiene contra la corriente, el nivel del agua h, por encima de la lámina libre, alcanza un valor $v^2/2\,g$. Si se sitúa la abertura en dirección de la corriente, se crea una depresión cuyo valor es $0{,}43\ v^2/2\,g$.

El tubo de Pitot en su forma simple es difícil de manejar puesto que hay que hacer la lectura con el tubo introducido en el agua y en forma incómoda. Para evitar este inconveniente se utiliza el tubo de Darcy (figura 2.47).

Consiste en dos tubos de Pitot enlazados con las patas dirigidas en sentido contrario; en la parte superior de los tubos existe una bomba para enrarecer el aire y que el agua fluya bien dentro de los tubos, una vez hecho esto se cierra una válvula que mantiene el nivel h_1 y h_2 y se puede sacar el tubo del agua para hacer la lectura.

Entonces: $v = 0{,}84\ \sqrt{2\,g\ (h_1 - h_2)}$

6.3 DISPOSITIVOS PARA CONDUCTOS A PRESIÓN

Uno de los problemas que se presentan al especialista en hidrología subterránea es la medición del caudal que circula por un tubo, o que vierte en el extremo del mismo.

6.3.1 Medición con recipientes tarados

El procedimiento más sencillo es el de medir el tiempo que se tarda en llenar un recipiente de volumen conocido.

El error que se puede cometer en la medición del tiempo, a lo sumo, es de 1 segundo, por tanto si el error máximo que se desea es el 5 % el recipiente a emplear no se debe llenar antes de 20 segundos por el caudal a medir.

Así tenemos:
Cubos de 20 litros hasta caudales de 1 litro/seg
Barriles de 200 litros hasta caudales de 10 litros/seg

6.3.2 Método de California

Sirve para medir el caudal a través del extremo de un tubo horizontal parcialmente lleno. El método fue experimentado por Van Leer.

La figura 2.48 muestra el dispositivo empleado. El tubo de descarga, situado horizontalmente debe tener por lo menos una longitud de 6 diámetros. Para que el agua entre sin velocidad en el tubo horizontal de descarga debe disponerse un tubo vertical, que puede ser corto y abierto en su parte superior para que permita la libre circulación de aire por el tubo horizontal.

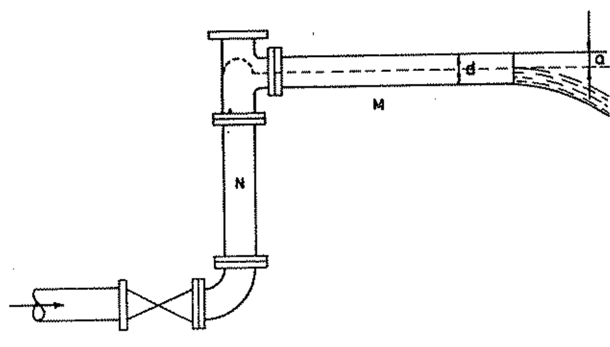


Fig. 2.48
Método de California.

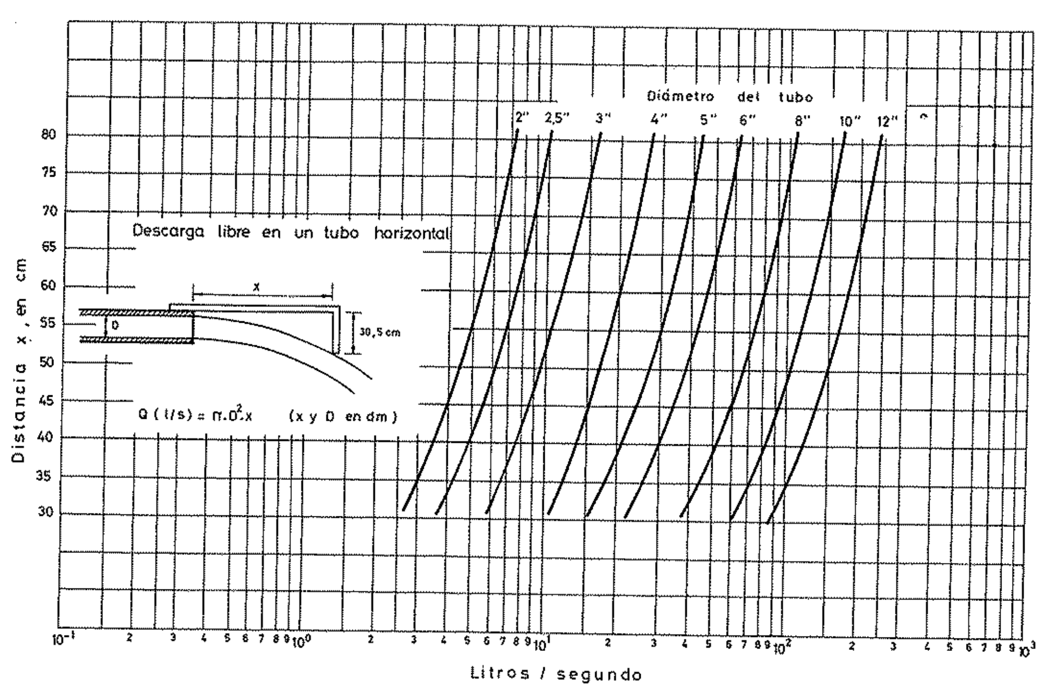


FIG. 2.49
Descarga libre por un tubo horizontal.

La fórmula del caudal es:

$$Q\ (m^3/seg) = 4{,}685\ (1 - a/d)^{1,88}\ d^{2,48}$$

a y d medidos en metros.

6.3.3 Vertido por un tubo lleno

La forma de la parábola que describe el chorro de salida del tubo es función de la velocidad de salida y por tanto, dicha forma nos puede dar el caudal que sale a través del tubo.

La ecuación de la parábola es:

$$x = v\,t \quad ; \quad y = -1/2\,g\,t^2$$

para $y = 3{,}05$ dm es $x = 0{,}25\ v$

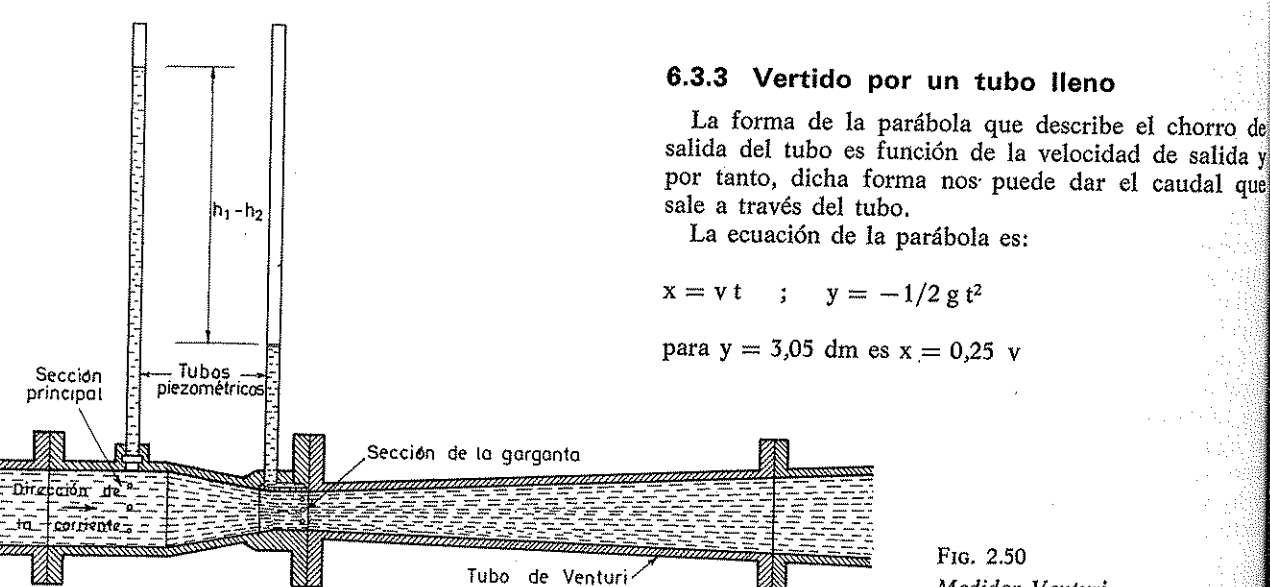


FIG. 2.50
Medidor Venturi.

de donde:

$$Q\ (l/seg) = \pi\, d^2\, x \qquad (x \text{ y } d \text{ en dm})$$

d es el diámetro del tubo.

La figura 2.49 da la forma del dispositivo de medida y los caudales en función de x y del diámetro d interior del tubo.

6.3.4 Medidores Venturi

Se emplean para medir el caudal a través de un tubo a presión.

Se compone de una sección cónica (21° de ángulo total) que conduce a una garganta o estrechamiento cilíndrico de diámetro d_2 bien calibrado comprendido entre la mitad y la cuarta parte del diámetro del conducto primero d_1. La tercera sección es un cono de salida o difusor con ángulo de cono suave (5° a 7°). En la primera sección y en la garganta se colocan sendos tubos piezométricos o bien un manómetro diferencial (fig. 2.50).

Para determinar el caudal aplicaremos el teorema de Bernoulli. Sean p_1, v_1, d_1 y p_2, v_2, d_2, la presión, velocidad media, y diámetro de las secciones donde existe el piezómetro.

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + \Delta E$$

siendo ΔE la pérdida de energía entre ambas secciones.

Dado que el caudal es el mismo en ambas secciones:

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

luego:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g\,(p_1/\gamma - p_2/\gamma - \Delta E)}{1 - (d_2/d_1)^4}}$$

Normalmente y dado que ΔE es una incógnita se utiliza la fórmula en la forma siguiente:

$$Q = c\,\pi\,\frac{d_2^2}{4}\sqrt{\frac{2g\,(h_1 - h_2)}{1 - (d_2/d_1)^4}}$$

donde $h_1 - h_2$ es la diferencia de nivel en los tubos piezométricos. Los valores de c varían entre 0,93 y 0,98.

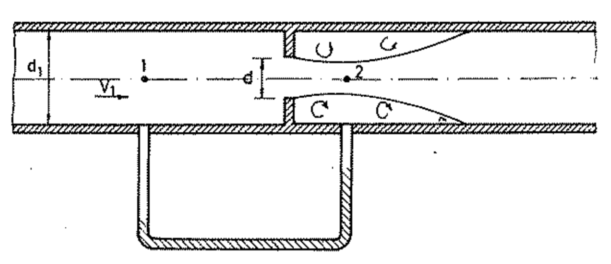


FIG. 2.51
Orificio en tubo.

6.3.5 Orificios en tuberías

Consisten en un estrangulamiento de la tubería, al introducir en ella una chapa con un orificio de menos diámetro (fig. 2.51). La velocidad en la zona contraída 2, viene dada por el Teorema de Bernoulli, sustituyendo la pérdida de carga por un coeficiente de desagüe.

Se obtiene:

$$Q = c\,a_2\sqrt{\frac{2g\,(p_1/\gamma - p_2/\gamma)}{1 - c^2\,(a_2/a_1)^2}}$$

Un caso particular es cuando el estrangulamiento se sitúa a la salida del tubo. Entonces $p_2/\gamma = 0$ y si $p_1/\gamma = h$ se obtiene

$$Q = c\,a_2\sqrt{\frac{2gh}{1 - c^2\,(a_2/a_1)^2}} = c\,\frac{\pi d_2^2}{4}\sqrt{\frac{2gh}{1 - c^2\,(d_2/d_1)^4}}$$

El valor de c varía entre 0,65 y 0,60 para valores del número de Reynolds mayores de 2000, o sea en régimen turbulento. La figura 2.52 da los valores de caudal en función del diámetro del tubo y del de la boquilla.

6.3.6 Contadores

El contador es un aparato muy empleado en distribución de agua, y sirve para registrar numéricamente los volúmenes de agua que pasan por una tubería, acumulados a lo largo del tiempo.

Pueden utilizarse para control de las extracciones en un pozo, y también para ensayos de bombeo, midiendo

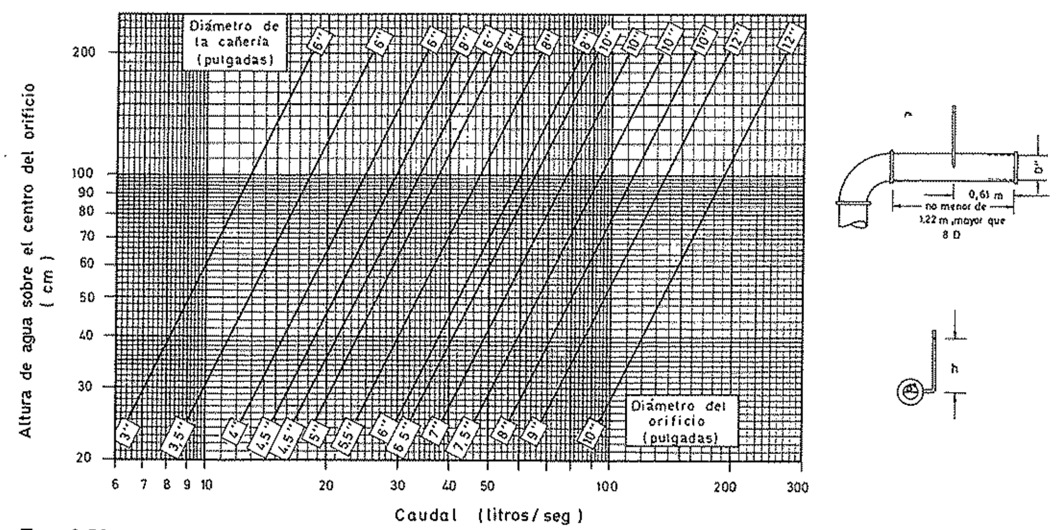


FIG. 2.52
Caudal a través de un orificio circular en una tubería horizontal.

con un cronómetro el tiempo entre dos lecturas del contador para tener el caudal medio.

El contador (fig. 2.53) se compone de una hélice o rueda de paletas que el paso del agua hace girar y que mueve un contador numérico que marca volúmenes acumulados.

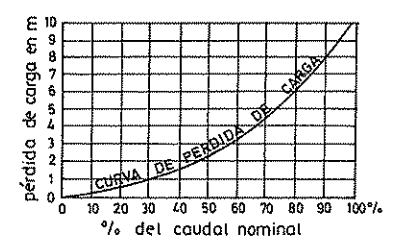
En el empleo de contadores hay que tener en cuenta algunas consideraciones importantes:

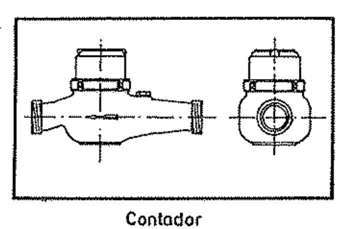
1) En general, el caudal nominal del contador es el máximo admisible y produce una pérdida de carga de 10 metros. Sólo puede funcionar con este caudal un tiempo muy corto menor de una hora.

2) Con un caudal 35 % del nominal se produce una pérdida de carga de 1 metro y puede funcionar hasta 10 horas sin interrupción.

3) Para funcionar de forma continua el caudal no puede ser mayor del 25 % del nominal.

4) El error de medición puede ser de ± 2 % excepto si trabaja para caudales menores del 5 % del nominal, en cuyo caso crecen los errores y el contador casi no acusa el paso del agua.





Contador

FIG. 2.53
Contador y curva de pérdida de carga.

Bibliografía

BALLOFFET, A., GOTELLI, L. M., MEOLI, G. A.: *Hidráulica.* 2.ª ed., vols. I y II, Ediar, S. A. Editores, Buenos Aires, 1952-1955.

BECERRIL: *Hidromecánica.* Ed. Dossat, Madrid, 1960, páginas 5-33.

BERGERON, L.: *Étude des variations de régime dans les conduites d'eau.* Revue Général de l'Hydraulique n.º 1 Janvier-Fébrier 1935, n.º 2 Mars-Avril 1935.

COLEBROOK, C. F.: *Turbulent flow in pipes.* Journal I.C.E. n.º 11.133, 1939.

COLOMET: *Mecanique experimentale des fluides.* Tomo I, Ed. Masson et Cie., París, 1961, págs. 12-18, 54-57.

COUTINHO DE LENCASTRE, A.: *Hidráulica práctica.* 1.ª ed., Editorial Dossat, S. A., Madrid, 1962, 394 págs.

DA COSTA y FALCÓN: *Manual de métodos cuantitativos en el estudio del agua subterránea.* U. S. Geological Survey. Phenix, Arizona, 1963.

DUCROS, L.: *Pompes Hidrauliques et appareils Elevatoires.* 1.ª ed., Dunod, París, 1967.

DUPONT, A.: *Hydraulique Urbaine.* 1.ª ed., Editions Eyrolles, París, 1965.

FORCHHEIMER, P.: *Tratado de Hidráulica.* 3.ª ed., Editorial Labor, Barcelona, 1935.

FUCHSLOCHER-SCHULZ: *Bombas.* 10.ª ed., Editorial Labor, Barcelona, 1964.

GARCÍA LOZANO y GÓMEZ ESPADAS: *Medidores Parshall y su empleo en las conducciones de riego.* Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1968.

KING, H. W., BRATER, E. F.: *Manual de Hidráulica.* 1.ª ed., UTEHA, Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, Barcelona, 1962.

LANA SARRATE, I., ALBRECHT. K.: *Hidráulica, Motores Hidráulicos, Bombas.* 3.ª ed., vol. V, Escuela del Técnico Mecánico, Editorial Labor, Barcelona, 1966.

LINSLEY, R. K. et al.: *Applied Hydrology.* McGraw-Hill. New York, 1949, 689 págs.

PFLEIREDER, C.: *Bombas centrífugas y Turbo compresores.* 4.ª ed., Editorial Labor, Barcelona, 1960.

STEPANOFF, A. J.: *Centrifugal and Axial Flow Pumps.* John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.

STEPANOFF, A. J.: *Pompes centrifuges et pompes hélices.* 1961, pág. 270.

Uralita, Manual General. Ed. Dossat, Madrid, 1956-1957.

THIÓ RODÉS, L.: *Diámetro económico de las tuberías forzadas.* Documentos de Investigación Hidrológica, n.º 6. Coloquio de Pamplona, 1969, pág. 95.

VEN TE CHOW: *Hanbook of applied Hydrology.* McGraw-Hill, New York, 1964, págs. 7.1-7.12.

VIBERT, A.: *L'écoulement des fluides en régime turbulent. La formule de Colebrook.* Le Génie Civil. 15 Dic. 1947.

Sección 3

Nociones de estadística aplicada a la hidrología

MANUEL MARTÍN ARNÁIZ
Doctor Ingeniero de Montes
Licenciado en Derecho
(Capítulo 1)

JUAN MANUEL ARAGONÉS
Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Capítulo 2)

LUIS LÓPEZ GARCÍA
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Licenciado en C. Geológicas
(Capítulo 3 y Apéndice 1)

Coordinador

MANUEL MARTÍN ARNÁIZ

Sumario

Símbolos

$\bar{x}$; x_m	media aritmética
x_g	media geométrica
x_a	media armónica
$x_i, x_j \dots x_k$	valores observados
D	desviación media
α_3, C_a	coeficiente de asimetría absoluta
σ	desviación tipo
σ^2	varianza
M_r	momento central de orden r
N_r	momento respecto al origen de orden r
$\rho(A)$	probabilidad del suceso A
$E(\hat{A})$	esperanza matemática del estimador de A
f	frecuencia
S_{xy}	covarianza de x, y
r	coeficiente de correlación

0.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

Es muy frecuente en Hidrología, al igual que en las demás ciencias relacionadas con la naturaleza, la necesidad de predecir el comportamiento futuro de una determinada variable, a partir del conocimiento, en parte, de su evolución pasada. Es preciso también habilitar sistemas que permitan reunir esa información sobre la evolución pasada de una forma sintética que permita su fácil manejo.

La estadística cubre ambas necesidades. Su desarrollo matemático teórico, es en ocasiones muy complejo, pero en la práctica bastará con tener unos conceptos básicos claros y «poder aplicar» aquellos métodos más complicados con la ayuda de tablas y ejemplos.

Este es en definitiva el objeto de esta sección, que se compone de tres capítulos:

En el primero —conceptos básicos y definiciones— se sientan éstas y aquéllos. Los otros dos capítulos describen de forma práctica y eludiendo en lo posible engorrosas demostraciones matemáticas, los métodos más corrientes aplicables a problemas hidrológicos.

Capítulo 3.1

Definiciones y conceptos básicos

1.1 INTRODUCCIÓN

En el campo de la investigación científica es común la inquietud por intentar expresar la evolución de un determinado fenómeno, mediante una serie de medidas, que la traduzcan al lenguaje de los números.

Al transcurrir el tiempo, el investigador tropieza con la dificultad de encontrarse en posesión de una gran cantidad de datos, que, perdida su actualidad, si no se someten a un tratamiento adecuado le servirán de muy poco.

La estadística, es un arma de que se dispone para efectuar este tratamiento a fin de obtener la máxima información posible a partir de los datos recogidos.

1.2 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Y ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

Son numerosas las definiciones de Estadística, y se elude aquí el presentar una larga lista de ellas y aun el elegir una, idónea.

Sí en cambio conviene distinguir dos ramas que han evolucionado de forma separada:

a) *Estadística descriptiva.* Que intenta obtener toda la información posible de los datos recogidos, mediante su adecuada ordenación.

Son producto de ella las clasificaciones de datos en forma de tablas, fichas perforadas, etc.

b) *Estadística matemática.* Pretende ir más lejos, basándose en comparaciones del fenómeno, con modelos probabilísticos teóricos, a fin de obtener una información que no resulta evidente con la simple ordenación de los datos.

En este campo se ha desarrollado una teoría matemática, a veces muy compleja, basada en la Teoría de Probabilidades, de la que puede considerarse como una aplicación práctica.

1.3 LA OBSERVACIÓN DE LOS SUCESOS

Un primer paso en la labor estadística es la obtención de datos a partir de una observación imparcial u objetiva de los sucesos.

Se puede definir *suceso* como un hecho acontecido. En un suceso es posible observar una o más cualidades que podrán o no ser expresadas cuantitativamente. El punto sobre el que recaen las observaciones recibe el nombre de *carácter.* El objeto singular sometido a observación se llama *individuo.*

Así, por ejemplo, la lluvia caída durante un año en un lugar, es un suceso. De él pueden interesarnos diversos caracteres: intensidad máxima instantánea diaria, cantidad total de lluvia diaria recogida, etc. La lluvia de un día concreto, sometida a observación es un individuo.

A la idea de carácter cuantitativo se asocia la de *variable estadística* o simplemente *variable,* de forma que habrá tantas variables como caracteres observados. Las variables son continuas, cuando el carácter observado puede tomar cualquier valor comprendido en un intérvalo finito, infinito o indefinido. Por ejemplo el nivel del agua en un pozo.

Variable *discontinua* o *discreta* será la que corresponde a un carácter que solamente puede tomar valores determinados de un intervalo. El número de días de lluvia en un mes debe ser entero y por tanto es una variable discreta.

El total de individuos a considerar se llama *población,*

universo o *colectivo*. Se puede hablar de *población finita* si el número de sus individuos es finito, *población infinita* si el número de individuos que la forman es infinito, *población real* si sus individuos son concretos y *población hipotética* si consideramos el conjunto de todos los modos imaginables en que puede ocurrir un suceso.

En hidrología se trabaja muchas veces con poblaciones infinitas e hipotéticas.

1.4 LA PRODUCCIÓN DE LOS SUCESOS

Un suceso puede ocurrir de forma natural o provocado artificialmente. Como consecuencia de esta distinción se clasifican los datos cuantitativos en dos categorías:

Datos históricos: Recogidos del fenómeno natural. Tienen la particularidad de que pueden haber sido observados una sola vez y no volver a ocurrir más.

Datos experimentales: Procedentes de la medida de experimentos es decir provocando artificialmente la ocurrencia del suceso. En teoría pueden ser obtenidos repetidas veces sin más que hacer idénticas las condiciones iniciales.

Es corriente en hidrología trabajar con datos históricos.

1.5 OBTENCIÓN DE DATOS

Al estudiar una población estadística, la información total sobre ella se obtendría apreciando el carácter que se observa, en todos y cada uno de los individuos que la componen. Pero es evidente que tal procedimiento, cuando la población es muy numerosa, resulta imposible en la práctica.

Será pues necesario conformarse con la información parcial que se obtiene al hacer una selección de individuos. Esta selección se llama *muestra* y la técnica empleada para su obtención *muestreo.*

Está generalizada la idea de que, si bien a partir de una muestra no obtendremos una información total sobre la población de la cual procede, sí podemos inferir algunas de sus características y estimar a partir de ciertos valores de la muestra valores análogos de la población. Al número n de individuos que componen una muestra se le denomina *tamaño de la muestra.* Las técnicas de muestreo se pueden clasificar en:

a) *Muestreo al azar.* Cuando la elección de los individuos que componen la muestra se hace totalmente al azar, es decir de forma imparcial. Teniendo en cuenta que el operador, inconscientemente, suele estar cond cionado por ciertas preferencias en la elección, se ha ideado diversos sistemas para que el muestreo sea rea mente al azar: lotería, tablas de números aleatorios, etc

b) *Muestreo regulado.* En el que previamente a s elección, el individuo debe cumplir determinadas co diciones.

c) *Muestreo mixto.* Es una combinación de los do métodos anteriores.

Por otra parte según se conserve o no el tamañ de la población se distingue:

a) *Muestreo exhaustivo.* Cuando no se repone e individuo en la población después de realizar la extrac ción.

b) *Muestreo no exhaustivo.* Cuando se repone e individuo en la población después de realizada la extrac ción y antes de realizar la siguiente, de manera qu la población conserva su tamaño.

1.6 ESTUDIO PREVIO DE LOS DATOS PRIMARIOS

Será una pérdida lamentable de tiempo el aplica métodos estadísticos complejos a unos datos que desd un principio parezcan sospechosos de error o alteración

Es, pues, necesario el convencimiento de que los dato son fidedignos y representativos de la población consi derada. En otras palabras deben ser imparciales, inde pendientes y homogéneos, y tales circunstancias han d comprobarse previamente a cualquier trabajo estadís tico.

La dependencia de los datos puede ser debida al espa cio o al tiempo. Por ejemplo: dos pluviómetros exce sivamente cercanos pueden alterar la lluvia media d la cuenca al dar doble peso a un solo punto, práctica mente, en ella. Dos pozos que bombean el mismo acu fero, situados muy próximos, tendrán influencia mutu en sus respectivos niveles. Ambos son casos de depen dencia debida al espacio. Tendremos dependencia debid al tiempo al considerar dos caudales máximos instan táneos de avenida en un río, ocurridos en un interval muy corto de tiempo. La falta de homogeneidad signi fica que los datos son obtenidos de dos poblacione diferentes. Por ejemplo al tomar temperaturas dentr de la misma cuenca, con dos termómetros situados un a pleno sol y el otro protegido de éste.

Respecto a la fiabilidad de los datos debe señalars que su medida y publicación están sujetas a error instrumentales o humanos, que en principio se clasifica en accidentales y sistemáticos, si bien, en ocasione

es difícil distinguir entre ambos y muchos errores son una combinación de las dos clases.

Los errores accidentales, son generalmente debidos al observador. Otras veces a la naturaleza poco definida del instrumento de medida. Tienen carácter aleatorio o de azar.

Los errores sistemáticos, pueden proceder del observador, del instrumento, de la técnica de observación o de otras causas. No son aleatorios y pueden ser constantes provocando una tendencia, o variar regularmente dando lugar a una periodicidad.

1.7 ELABORACIÓN DE LOS DATOS

Una vez obtenidos y seleccionados los datos primarios, es preciso iniciar el proceso de condensación que permita a la mente humana sintetizar una imagen representada por ellos. Al proceder así se sacrifica evidentemente una parte de la información, pero es posible que esta pérdida sea compensada con creces por la claridad y la facilidad comparativa que nos brinda tal reducción.

Las distribuciones estadísticas son el producto de esta forma de operar.

1.8 DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE UNA VARIABLE

Sea una sola variable o carácter, observado en los individuos de una población. A continuación se considera solamente el caso, más corriente en Hidrología, de que dicha variable pueda expresarse cuantitativamente.

1.8.1 Tablas de presentación. Frecuencia

Los valores observados se ordenan, en general, agrupando los individuos que tienen un carácter idéntico de manera que a ese carácter se hace corresponder el número que expresa los individuos que lo poseen. Tal procedimiento no presenta ningún problema en el caso de variable discreta. En cambio si la variable es continua será necesario suponer idénticos los valores de la variable comprendidos en ciertos intervalos, llamados *intervalos de clase,* y asignar al punto medio del intervalo de clase, llamado *marca de clase* la frecuencia correspondiente. Los intervalos de clase deben cubrir completamente el campo de variación de la variable de forma que cualquier valor que tome ésta se pueda incluir en un intervalo de clase y sólo en uno. *Límites de clase* son los dos extremos del intervalo de clase y es necesario definir «a priori», a qué clase pertenecen los valores que coinciden con ellos.

Esta ordenación da lugar a una *tabla de presentación.*

Ejemplo 1

a) *Caso de variable discreta*

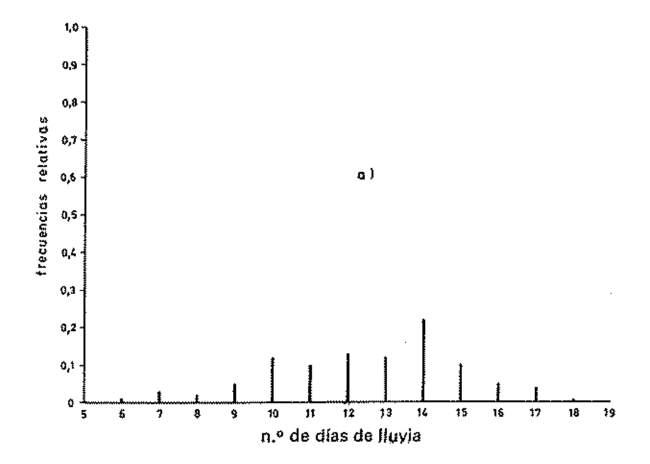
Tabla de presentación del número de días de lluvia durante el mes de abril en una estación pluviométrica. Periodo de observación: 100 años.

Número de días de lluvia	Número de años de observación
$\leqslant 5$	0
6	1
7	3
8	2
9	5
10	12
11	10
12	13
13	12
14	22
15	10
16	5
17	4
18	1
$\geqslant 19$	0
Total	100

b) *Caso de variable continua*

Tabla de presentación de los niveles diarios medidos en un pozo de observación durante dos años. Días de observación: 730.

Nivel (metros)	Número de días de observación
$\leqslant 2$	0
2,1-2,3	2
2,4-2,6	41
2,7-2,9	153
3,0-3,2	160
3,3-3,5	242
3,6-3,8	101
3,9-4,1	20
4,2-4,4	11
$\geqslant 4,5$	0
Total	730



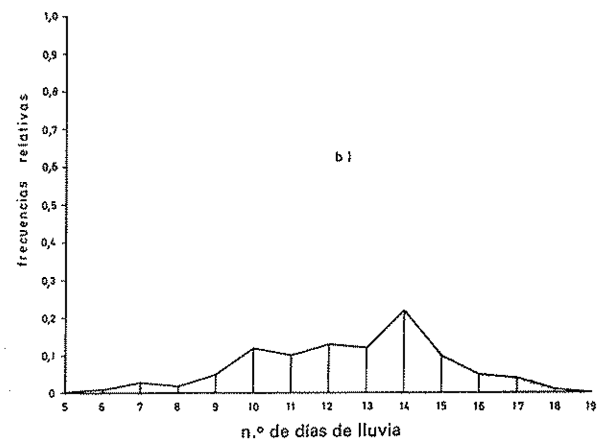


FIGURA 3.1

Representaciones gráficas para una variable discreta

a) Diagrama de barras representativo del ejemplo 1 a.

b) Polígono de frecuencias correspondiente al ejemplo 1 a.

Es corriente una presentación como la que se indica en la tabla, en la que ha habido una agrupación de datos, pero los límites reales de clase no son los que figuran en ella sino los valores: $\leqslant 2{,}05$; 2,35; 2,65; 2,95; 3,25; 3,55; 3,85; 4,15 y $\geqslant 4{,}45$, que son los que realmente cubren toda la posible variación de niveles.

Las tablas del Ejemplo 1 expresan el número absoluto de observaciones que corresponde a un determinado suceso. Este número recibe el nombre de *frecuencia absoluta* y en la práctica se usa menos que la *frecuencia relativa* que es más representativa y cuyo valor se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta por el número total de observaciones o *frecuencia total.*

Así en el Ejemplo 1 a) la frecuencia relativa correpondiente a un mes de abril con 15 días de lluvia e

$$\frac{10}{100} = 0{,}1$$

En el ejemplo 1 b) la frecuencia relativa correspodiente a un nivel de agua comprendido en el interva de clase (3,55 — 3,85) será:

$$\frac{101}{730} = 0{,}14 \text{ aproximadamente.}$$

La suma de todas las frecuencias relativas es evidenmente igual a la unidad.

1.8.2 Representaciones gráficas

Una idea visual más inmediata que la dada por l tablas de presentación la proporcionan las represenciones gráficas.

En el caso de variable discreta para representar gr ficamente la distribución estadística basta situar sob unos ejes de coordenadas, en abscisas los valores la variable y en ordenadas las frecuencias, absolut o relativas, correspondientes. Se tiene así un *diagram de barras* (fig. 3.1 a). Si se unen los puntos representad por las coordenadas anteriores mediante segmentos rec líneos se obtendrá *un polígono de frecuencias* (fig. 3.1 b

Para variables continuas se marcan en abscisas l límites reales de clase y a cada clase se hace corre ponder un rectángulo de área igual a la frecuenc absoluta o relativa, de las observaciones que le corre ponden. La figura resultante recibe el nombre de *hist grama* (fig. 3.2).

Al hacer corresponder áreas se evita el problema que los intervalos de clase sean desiguales.

Una abstracción muy importante en Estadística ma mática se obtiene al imaginar cada vez menores l intervalos de clase y aumentar el número de obser ciones, de forma que en cada intervalo haya un núme finito de ellas. La figura límite es una curva que encier sobre el eje de abscisas el área límite del histogram Esta curva y = f(x) se denomina *función de frecuenc* (fig. 3.3). El área rayada en la figura 3.3, es un núme proporcional al de observaciones de valores de la vari ble comprendidos entre las abscisas extremas x_1 y

Finalmente si se representa la frecuencia, absoluta relativa, de los valores inferiores o superiores a u dado resulta *un diagrama acumulativo* (fig. 3.4). Sup

niendo como antes que los intervalos van haciéndose cada vez más pequeños, en el límite se tiene una curva $y = F(x)$, llamada *función de distribución*, cuyas ordenadas son los valores del área que encierra la función de frecuencias $y = f(x)$ hasta el valor $x = x_1$ fijado.

Matemáticamente lo anterior, si se supone que el campo de variación de la variable es todo el campo real, se expresa así:

$$F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)\, dx$$

1.9 PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE LAS MUESTRAS

Hay una serie de parámetros deducidos de las distribuciones estadísticas, que pretenden dar una imagen reducida de ellas.

Si estos parámetros se obtienen a partir de los datos muestrales, se denominan *estadísticos*.

Se pueden clasificar en: medidas de posición o ten-

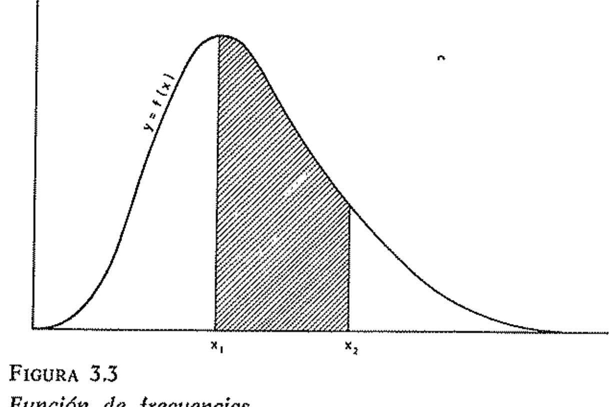


FIGURA 3.3
Función de frecuencias.

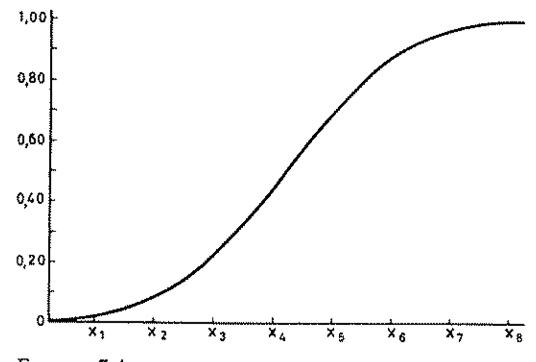


FIGURA 3.4
Diagrama acumulativo de frecuencias.

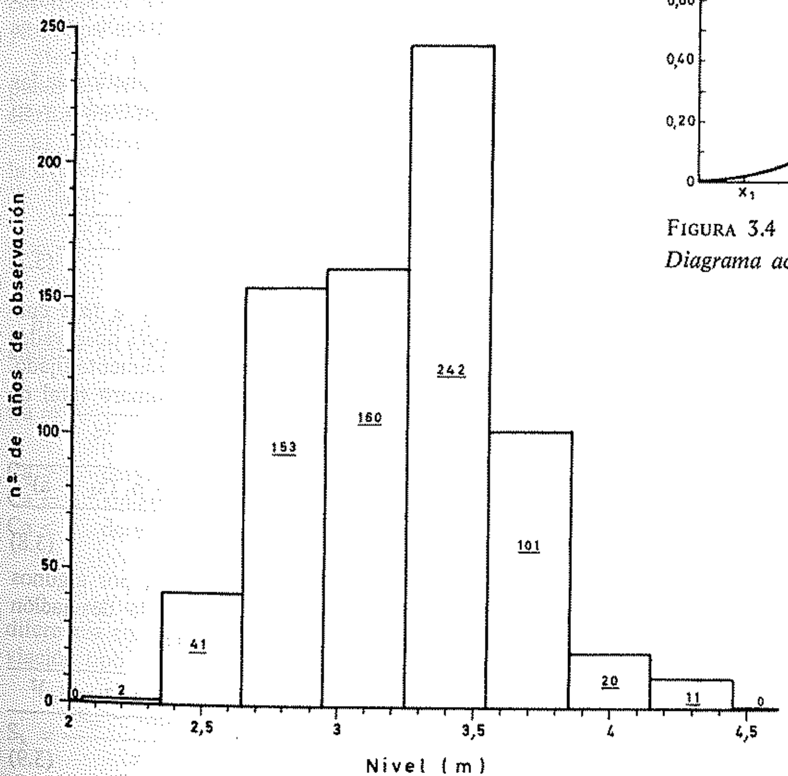


FIGURA 3.2
Histograma correspondiente al ejemplo 1 b.

dencia central, medidas de dispersión o variabilidad y medidas de desviación o asimetría.

Para definir los distintos parámetros se usará la siguiente notación:

$x_i, x_j, \ldots, x_k$; son valores observados.
$n_i, n_j, \ldots, n_k$; sus respectivas frecuencias absolutas.
n; el número total de observaciones o frecuencia total.
n_i/n; es la frecuencia relativa.

Se verifica:

$$n_i + n_j + \ldots + n_k = n \tag{3.2}$$

1.9.1 Medidas de posición o tendencia central

Se denominan también *promedios* y son ciertos valores de la variable —alcanzados por ella o no— que, por tanto, tienen sus mismas dimensiones. Los más usados son:

a) *Media aritmética.* Es la suma de todos los valores observados, dividida por el número total de observaciones. Es decir

$$x = x_m = \frac{n_i x_i + n_j x_j + \ldots + n_k x_k}{n_i + n_j + \ldots + n_k} \tag{3.3}$$

b) *Media geométrica.* Es la raíz de índice el número total de observaciones, del producto de todos los valores observados. Así pues:

$$x_g = \sqrt[n]{x_i^{n_i} \cdot x_j^{n_j} \cdot \ldots \cdot x_k^{n_k}} \tag{3.4}$$

Tomando logaritmos en (3.4) se tiene:

$$\log x_g = \frac{n_i \log x_i + n_j \log x_j + \ldots + n_k \log x_k}{n_i + n_j + \ldots + n_k} \tag{3.5}$$

por tanto el logaritmo de la media geométrica es la media aritmética de los logaritmos de los valores observados.

c) *Media armónica.* Es el número inverso de la media aritmética de los inversos de los valores observados.

$$x_a = \frac{n}{\dfrac{n_i}{x_i} + \dfrac{n_j}{x_j} + \ldots + \dfrac{n_k}{x_k}} \tag{3.6}$$

d) *Mediana.* Es un valor tal que la frecuencia d los valores que la superan es igual a la frecuencia de lo valores inferiores a él, es decir, su frecuencia relativ es el 50 %.

Esta definición puede dar lugar, en la práctica, a un indecisión respecto a tomar un valor único para la me diana y en estos casos será preciso añadir un nuevo con venio a la definición. Por ejemplo, tomar el valor medi de dos que la cumplen.

Geométricamente, en el caso de variable continua, e el valor de la abscisa correspondiente a una vertical qu divida al histograma en dos áreas iguales. En la prác tica, la mediana, tiene un gran interés.

e) *Moda.* Es el valor de la variable que se h observado con mayor frecuencia. Puede no ser únic y en este caso la distribución se llama multimodal.

1.9.2 Medidas de dispersión o variabilidad

Miden el grado de extensión, de los valores observa dos, alrededor de un promedio.

Todos los parámetros que se definen a continuación tienen la misma dimensión que la variable observada excepto la varianza que tiene la dimensión de la varia ble al cuadrado y el coeficiente de variación que e adimensional.

a) *Desviación media.* Es la media aritmética de la diferencias absolutas entre los valores observados y s media aritmética.

$$D = \frac{n_i |x_i - x_m| + n_j |x_j - x_m| + n_k |x_k - x_m|}{n_i + n_j + \ldots + n_k} \tag{3.7}$$

b) *Desviación cuadrática general.* Es la raíz cua drada de la suma de diferencias entre valores observado y un valor cualquiera *a* de la variable previamente fijado elevadas al cuadrado, dividida por el número total d observaciones.

$$S = \sqrt{\frac{n_i (x_i - a)^2 + n_j (x_j - a)^2 + \ldots + n_k (x_k - a)^2}{n_i + n_j + \ldots + n_k}} \tag{3.8}$$

c) *Desviación tipo.* También llamada por algunos autores desviación típica o standard, es la desviación cuadrática respecto a la media aritmética.

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_i(x_i - x_m)^2 + n_j(x_j - x_m)^2 + \ldots + n_k(x_k - x_m)^2}{n_i + n_j + \ldots + n_k}} \tag{3.9}$$

d) *Varianza.* Llamada también variancia o fluctuación es el cuadrado de la desviación tipo.

$$\sigma^2 = \frac{n_i(x_i-x_m)^2+n_j(x_j-x_m)^2+\ldots+n_k(x_k-x_m)^2}{n_i+n_j+\ldots+n_k} \quad (3.10)$$

e) *Amplitud.* Es la traducción correcta de la palabra inglesa «range» y no rango como se lee en algunos textos. Se define como la diferencia entre el mayor y el menor de los valores observados.

f) *Coeficiente de variación.* Con el fin de dar una medida adimensional de la variación, Karl Pearson propuso:

$$Cv = \frac{\sigma}{x_m} \quad (3.11)$$

1.9.3 Medidas de desviación o asimetría

Como se verá más adelante, algunas distribuciones de probabilidad, y en particular la distribución normal, muy importante en estadística matemática, son simétricas respecto a un eje vertical. Por el contrario, la mayoría son asimétricas.

Medir el grado de desviación respecto a la simetría, puede ser interesante en ocasiones. Para ello se definen ciertos parámetros como los que siguen:

a) *Disimetría o asimetría absoluta.* Viene dada por la expresión:

$$\alpha = \frac{n_i(x_i-x_m)^3+n_j(x_j-x_m)^3+\ldots+n_k(x_k-x_m)^3}{n_i+n_j+\ldots+n_k} \quad (3.12)$$

b) *Coeficiente de asimetría relativa.* Es la expresión anterior dividida por el cubo de desviación tipo.

$$Ca = \frac{\alpha}{\sigma^3}$$

$Ca > 0$ desviación a la derecha
$Ca = 0$ simetría
$Ca < 0$ desviación a la izquierda

(3.13)

c) *Coeficiente de asimetría de Karl Pearson.* Es la diferencia entre la media y la moda dividida por la desviación tipo.

$$S_k = \frac{x_m - \text{moda}}{\sigma} \quad (3.14)$$

También se conoce a esta expresión con el nombre de primer coeficiente de sesgo.

Si la distribución tiene una rama más larga a la derecha del máximo central que a la izquierda, se dice que tiene sesgo positivo, y en caso contrario, sesgo negativo.

Ejemplo 2

En la distribución estadística de variable discreta presentada en el ejemplo 1 a) calcular los valores de: media aritmética, mediana, moda, varianza, desviación tipo, coeficiente de variación y coeficiente de asimetría de Pearson.

Media aritmética. Aplicando la fórmula (3.3):

$$x_m = (1 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 12 \cdot 10 + 10 \cdot 11 + 13 \cdot 12 + 12 \cdot 13 + 22 \cdot 14 + 10 \cdot 15 + 5 \cdot 16 + 4 \cdot 17 + 1 \cdot 18)/100 = 1254/100 = 12{,}54$$

Un método que simplifica las operaciones consiste en elegir intuitivamente un origen próximo a la media aritmética y efectuar el cambio de variables.

Así, eligiendo el punto de abscisa 12 como origen, será:

$$x' = x - 12$$

Luego:

$$x'_m = [1(6-12) + 3(7-12) + 2(8-12) + 5(9-12) + 12(10-12) + \ldots + 1(18-12)]/100 = 54/100 = 0{,}54$$

y por tanto

$$x'_m = x_m - 12$$

es decir

$$x_m = 12 + 0{,}54 = 12{,}54$$

Conviene observar que este valor no puede tomarlo la variable discreta por no ser entero y por tanto la traducción del resultado será decir que el número de días de lluvia en el mes de abril está, como media, comprendido entre 12 y 13.

Mediana. El número acumulado de años de observación igual a la mitad del total, es decir 50, alcanza a 1+3+2+5+12+10+13+4 = 50, o sea al cuarto valor de los 12 que corresponden a 13 días de lluvia.

La mediana es por tanto el mes de abril con 13 días de lluvia.

Moda. El mayor número de años de observación correspondiente a un determinado número de días de lluvia es 22 años, en los que el mes de abril ha tenido 14 días de lluvia.

La moda es por tanto, mes de abril con 14 días de lluvia.

Varianza según la fórmula (3.10)

$$\sigma^2 = [1(6 - 12{,}54)^2 + 3(7 - 12{,}54)^2 + \ldots + 4(17 - 12{,}54)^2 + 1(18 - 12{,}54)^2]/100 = 622{,}84/100 = 6{,}2284$$

Desviación tipo. Por la fórmula (3.9)

$$\sigma = \sqrt{6{,}2284} = 2{,}49$$

Coeficiente de variación. Fórmula (3.11)

$$C_v = \frac{2{,}49}{12{,}54} = 0{,}198$$

Coeficiente de asimetría de Pearson. Fórmula (3.14)

$$S_k = \frac{12{,}54 - 14}{2{,}49} = -0{,}586$$

La distribución tiene sesgo negativo, es decir a la izquierda.

Ejemplo 3

Calcular la media aritmética, mediana y moda de la distribución estadística de variable continua, presentada en el ejemplo 1 b).

Media aritmética. Tomando como marcas de clase los puntos medios de los respectivos intervalos:

$$x_m = (2{,}2 \cdot 2 + 2{,}5 \cdot 41 + 2{,}8 \cdot 153 + 3{,}1 \cdot 160 + 3{,}4 \cdot 242 + 3{,}7 \cdot 101 + 4{,}0 \cdot 20 + 4{,}3 \cdot 11)/730 = 3{,}23$$

Nivel medio = 3,23 m

Mediana. Es el valor de x tal que una vertical por él divida el área del histograma (fig. 2) en dos partes iguales. Así pues:

$$0{,}30(2 + 41 + 153) + (0{,}30 - x)242 =$$

$$= 242\,x + 0{,}30(101 + 20 + 11)$$

x = 0,19, aproximadamente

Luego la mediana corresponde a m = 3,55 − 0,19 = 3,36

Nivel de mediana = 3,36 m

Moda. Son los valores presentados más frecuentemente.

Moda = niveles comprendidos entre 3,25 m y 3,55 m.

1.10 MOMENTOS DE LAS MUESTRAS

A partir de los datos observados se pueden calcular unos valores que tienen cierta analogía con los momentos definidos en física teórica. La unidad de medida es el número total de observaciones. Estos valores se denominan, también, momentos y tienen gran importancia en estadística matemática.

Alguno de ellos ya ha aparecido en (1.9) como expresión matemática de determinados parámetros estadísticos. Por ejemplo, la varianza, es el momento central de segundo orden; la asimetría absoluta es el momento central de tercer orden.

Se definen así:

1.10.1 Momentos respecto al origen

El momento de orden r respecto al origen viene dado por la expresión:

$$N_r = \frac{n_i\, x_i^r + n_j\, x_j^r + \ldots + n_k\, x_k^r}{n_i + n_j + \ldots + n_k} \qquad (3.15)$$

1.10.2 Momentos centrales

Se llaman así los momentos respecto a la media aritmética x_m.

El momento central de orden r tiene, por tanto, la siguiente expresión:

$$M_r = \frac{n_i(x_i - x_m)^r + n_j(x_j - x_m)^r + \ldots + n_k(x_k - x_m)^r}{n_i + n_j + \ldots + n_k} \qquad (3.16)$$

No es corriente en hidrología el uso de momentos de orden superior al tercero.

1.10.3 Relaciones entre los momentos respecto al origen y los momentos centrales

Se demuestran fácilmente las siguientes relaciones:

$$M_1 = 0$$
$$M_2 = N_2 - N_1^2 = \sigma^2 \qquad (3.17)$$
$$M_3 = N_3 - 3\,N_2N_1 + 2\,N_1^3$$

y también:

$$N_1 = x_m$$
$$N_2 = M_2 + N_1^2 = \sigma^2 + x_m^2 \qquad (3.18)$$
$$N_3 = M_3 + 3\,M_2N_1 + N_1^3$$

Mediante fórmulas similares se expresan los momentos respecto a un punto cualquiera en función de los momentos respecto a otro punto.

1.11 PROBABILIDAD MATEMÁTICA DE UN SUCESO

Un determinado experimento recibe el nombre de *aleatorio* cuando es imposible predecir un resultado de entre un número de ellos considerados posibles. Suponiendo una simetría recíproca en estos, la definición clásica de probabilidad dice así: «La probabilidad de que se presente determinado suceso A, es igual al cociente del número de casos favorables a este suceso, por el número total de casos posibles».

Es decir:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables a la ocurrencia de A}}{\text{casos posibles}} = \frac{F}{N} \qquad (3.19)$$

En (1.8.1) se definió frecuencia relativa de un suceso. Si el experimento que da lugar a este suceso es aleatorio, es clara la similitud entre las expresiones de probabilidad y frecuencia relativa. Por eso, parece lógico considerar la frecuencia relativa como una medida experimental de la probabilidad y admitir, con Bernoulli, que el valor de la frecuencia relativa tiende al verdadero valor de la probabilidad al crecer el número total de observaciones. En esta consideración se basan muchos razonamientos de estadística matemática.

Se enuncian a continuación las reglas fundamentales que rigen el cálculo de probabilidades.

1.11.1 Valores frontera de la probabilidad

a) La probabilidad de un suceso cierto es igual a 1.

b) La probabilidad de un suceso imposible es igual a 0.

c) La probabilidad de un suceso, en un experimento aleatorio cualquiera, es un número comprendido en el intervalo abierto (0, 1).

1.11.2 Probabilidad condicional

a) Se llama así a la probabilidad de que ocurra un suceso que está condicionado a la ocurrencia de otro suceso A. Se escribe P(B/A).

b) Cuando P(B/A) = P(B) se dice que los sucesos A y B son independientes.

c) Un suceso compuesto es el que consta de la ocurrencia de varios. En el caso de suceso compuesto de dos se escribe:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) \qquad (3.20)$$

1.11.3 Probabilidad de sucesos mutuamente excluyentes

a) Si A + B expresa el suceso de que ocurra A o B o ambos se tiene:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) \qquad (3.21)$$

b) Cuando la ocurrencia de A imposibilita la de B se dice que A y B son mutuamente excluyentes. Entonces P(AB) = 0 y se tiene:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) \qquad (3.22)$$

1.12 VARIABLES ALEATORIAS

Una cantidad variable, que expresa cuantitativamente el resultado de un experimento aleatorio se denomina variable aleatoria.

La variable aleatoria se llama *discreta* si solamente puede tomar ciertos valores de un determinado intervalo, y *continua* en el caso de que pueda tomar cualquier valor de los comprendidos en un determinado intervalo.

1.13 FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

Si se establece la correspondencia entre los valores de una variable aleatoria discreta y las probabilidades que tiene, de tomar esos valores se habrán definido las llamadas funciones de distribución de probabilidad en

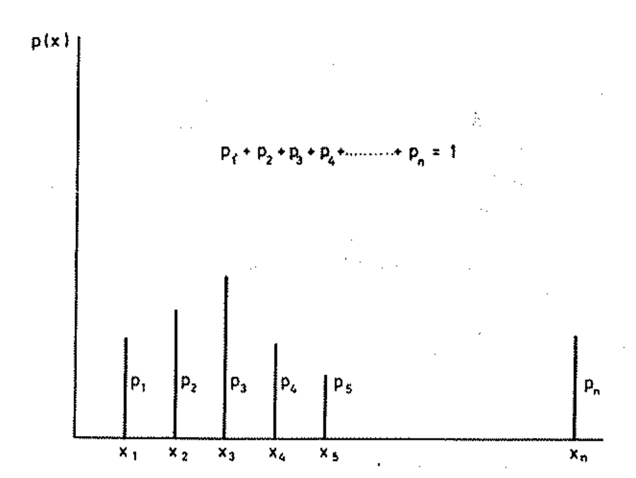


FIGURA 3.5
Función de probabilidad de una variable discreta.

todo análogas a las funciones de distribución de frecuencias relativas enunciadas en el apartado (1.8).

Se distinguen:

1.13.1 Función de probabilidad

Se obtiene haciendo corresponder a cada valor de la variable su probabilidad de alcanzarlo (fig. 3.5).

1.13.2 Función de distribución de probabilidades totales

También llamada simplemente *función de distribución* es la que hace corresponder a cada valor de la variable, la probabilidad de que tome un valor igual o menor al considerado (fig. 3.6). La ordenada en cada punto será la suma de las ordenadas de la función de probabilidad. La ordenada del valor máximo de la variable será 1.

1.14 FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

La probabilidad de que una variable aleatoria continua tome un valor determinado cualquiera, es nula, al ser infinito el denominador de la expresión (3.19). Se utiliza, por tanto, el artificio de convertir la variable aleatoria continua en discreta, dividiendo el intervalo de variación, en un número finito de intervalos, tan pequeños como se quiera, y asignando a cada uno, la probabilidad media de que la variable aleatoria esté comprendida en él.

Así se definen:

1.14.1 Función de densidad de probabilidad

Si la probabilidad de que la variable aleatoria continua X esté comprendida entre los valores x y x + dx se denomina p(x)dx, la función y = p(x) se conoce con el nombre de función de densidad de probabilidad. Para calcular la probabilidad de que X esté comprendida entre dos valores determinados x_1 y x_2 se hallará el valor de:

$$P(x_1 \le X \le x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x)dx \qquad (3.23)$$

Cuando el campo de variabilidad es todo el campo real, es condición necesaria que:

$$P(-\infty \le X \le +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1 \qquad (3.24)$$

1.14.2 Función de distribución de probabilidades

Hace corresponder a cada valor de la variable, la probabilidad de que ésta no le supere.

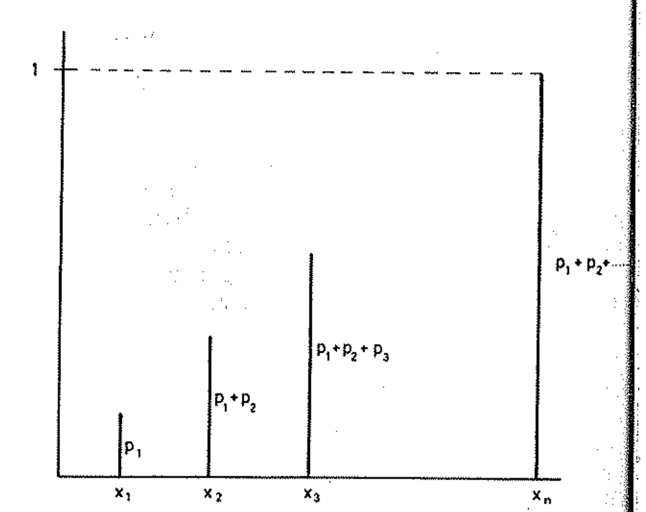


FIGURA 3.6
Función de distribución de probabilidades totales para una variable discreta.

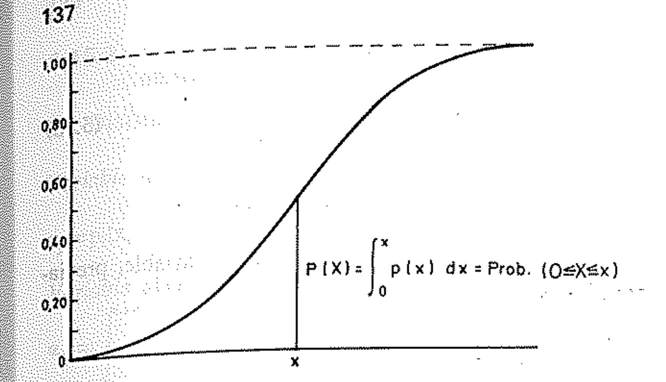


FIGURA 3.7
Función de distribución de probabilidades para una variable continua.

Suponiendo, de nuevo, que el campo de variabilidad es todo el campo real, la función de distribución de probabilidades $y = P(X)$ representada en la figura 3.7, tiene la siguiente expresión:

$$P(X) = \int_{-\infty}^{x} p(x)dx \qquad (3.25)$$

Recíprocamente se verifica:

$$\frac{d}{dX} P(X) = p(x) \qquad (3.26)$$

1.15 PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE UNA POBLACIÓN FORMADA POR TODOS LOS VALORES POSIBLES DE UNA VARIABLE ALEATORIA CON FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES CONOCIDA

Conocida la función de distribución de probabilidades (1.14.2), de una variable aleatoria, es también conocida la función de densidad de probabilidad (1.14.1) en el caso de que la variable sea continua.

Para definir los parámetros estadísticos de la población, se usará la siguiente notación:

a) CASO DE VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

$x_i, x_j, \ldots, x_k$ son valores que puede tomar la variable aleatoria.
$p_i, p_j, \ldots, p_k$ son las respectivas probabilidades de alcanzar estos valores.

Se verifica:

$$p_i + p_j + \ldots + p_k = 1$$

b) CASO DE VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

x es un valor cualquiera del campo de variabilidad de la variable.
p(x) es la función de densidad de probabilidad.
P(x) es la función de distribución de probabilidades.

Mientras no se indique lo contrario, el campo de variabilidad será todo el campo real $(-\infty, +\infty)$.

Según (3.24) se verifica:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1$$

Según (3.26):

$$\frac{d}{dx} P(x) = p(x)$$

1.15.1 Parámetros de posición o tendencia central

a) VALOR MEDIO O ESPERANZA MATEMÁTICA

Variable aleatoria discreta

$$x_{mp} = x_i p_i + x_j p_j + \ldots + x_k p_k \qquad (3.27)$$

Variable aleatoria continua

$$x_{mp} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \qquad (3.28)$$

b) MEDIA GEOMÉTRICA

Variable aleatoria discreta

$$x_{gp} = x_i^{p_i} \cdot x_j^{p_j} \ldots x_k^{p_k} \qquad (3.29)$$

Variable aleatoria continua

Se deduce de la expresión:

$$\log x_{gp} = \int_{-\infty}^{+\infty} \log x \cdot p(x)dx \qquad (3.30)$$

c) MEDIA ARMÓNICA

Variable aleatoria discreta

$$x_{ap} = \frac{1}{\frac{p_i}{x_i} + \frac{p_j}{x_j} + \ldots + \frac{p_k}{x_k}} \qquad (3.31)$$

Variable aleatoria continua

Se deduce de la expresión:

$$\frac{1}{x_{ap}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x}\, p(x)dx \qquad (3.32)$$

d) MEDIANA

Variable aleatoria discreta

Es un valor de la variable tal que la probabilidad de ser superado es igual a la probabilidad de no ser superado.

Variable aleatoria continua

Es el valor de x que satisface a la ecuación:

$$\int_{-\infty}^{x} p(x)dx = \int_{x}^{+\infty} p(x)dx \qquad (3.33)$$

e) MODA

Variable aleatoria discreta

Es el valor de la variable que tiene mayor probabilidad de ser alcanzado.

Variable aleatoria continua

Es el valor o valores de x que satisface a la ecuación:

$$\frac{d}{dx}\, p(x) = 0 \qquad (3.34)$$

1.15.2 Parámetros de dispersión o variabilidad

a) DESVIACIÓN MEDIA

Variable aleatoria discreta

$$D_p = p_i|x_i - x_{mp}| + p_j|x_j - x_{mp}| \ldots + \ldots + p_k|x_k - x_{mp}| \qquad (3.35)$$

Variable aleatoria continua

$$D_p = \int_{-\infty}^{+\infty} |x - x_{mp}|\, p(x)dx \qquad (3.$$

b) DESVIACIÓN CUADRÁTICA GENERAL

Siendo a un valor cualquiera de la variable, pre mente fijado:

Variable aleatoria discreta

$$S_p = \sqrt{p_i(x_i - a)^2 + p_j(x_j - a)^2 + \ldots + p_k(x_k - a)^2} \qquad (3.$$

Variable aleatoria continua

$$S_p = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - a)^2 p(x)dx \qquad (3.$$

c) DESVIACIÓN TIPO O DESVIACIÓN «STANDARD»

Es la desviación cuadrática respecto al valor me de la población, y se designará por σ_p.

Su expresión matemática se obtiene sustituyendo (3.37) y (3.38) el valor a por el valor x_{mp}.

d) VARIANZA

Es el cuadrado de la desviación tipo.

Variable aleatoria discreta

$$\sigma_p{}^2 = p_i(x_i - x_{mp})^2 + p_j(x_j - x_{mp})^2 + \ldots + p_k(x_k - x_{mp})^2 \qquad (3.$$

Variable aleatoria continua

$$\sigma_p{}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_{mp})^2 p(x)dx \qquad (3.$$

e) AMPLITUD

Es la extensión del campo de variabilidad de la riable aleatoria.

f) COEFICIENTE DE VARIACIÓN

Karl Pearson propuso la medida siguiente:

$$C_{vp} = \frac{\sigma_p}{x_{mp}} \qquad (3.$$

1.15.3 Parámetros de desviación o asimetría

a) Disimetría o asimetría absoluta

Variable aleatoria discreta

$$\alpha_p = p_i(x_i - x_{mp})^3 + p_j(x_j - x_{mp})^3 + \ldots + p_k(x_k - x_{mp})^3 \quad (3.42)$$

Variable aleatoria continua

$$\alpha_p = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_{mp})^3 p(x)dx \quad (3.43)$$

b) Coeficiente de asimetría relativa

Es el coeficiente de asimetría absoluta dividido por el cubo de la desviación tipo:

$$C_{ap} = \frac{\alpha_p}{\sigma_p{}^3}$$

c) Coeficiente de asimetría de Karl Pearson

Es la diferencia entre la media y la moda, dividida por la desviación tipo:

$$S_{kp} = \frac{x_{mp} - \text{moda}}{\sigma_p} \quad (3.45)$$

1.16 MOMENTOS DE UNA POBLACIÓN

Se definen como sigue:

1.16.1 Momentos respecto al origen

La expresión del momento de orden r es:

Variable aleatoria discreta

$$N_{rp} = p_i x_i^r + p_j x_j^r + \ldots + p_k x_k^r \quad (3.46)$$

Variable aleatoria continua

$$N_{rp} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r p(x)dx \quad (3.47)$$

1.16.2 Momentos centrales

Son los momentos respecto al valor medio de la población. El de orden r se define así:

Variable aleatoria discreta

$$M_{rp} = p_i(x_i - x_{mp})^r + p_j(x_j - x_{mp})^r + \ldots + p_k(x_k - x_{mp})^r \quad (3.48)$$

Variable aleatoria continua

$$M_{rp} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_{mp})^r p(x)dx \quad (3.49)$$

Las expresiones (3.17) y (3.18) son aplicables a los momentos de una población.

1.17 LA ESTIMACIÓN ESTADÍSTICA

En 1.5 se apuntaba la idea de que una muestra podía considerarse como imagen reducida de la población madre.

Al definir en 1.15 y 1.16 los parámetros de una población, se han presentado las expresiones que conducen a su cálculo, de forma semejante a las que en 1.9 y 1.10 sirven para el cálculo de los estadísticos análogos de una muestra.

Finalmente, al definir en 1.11 la probabilidad matemática, se consideró la frecuencia relativa de un suceso, deducida de una muestra como una medida experimental de la probabilidad de presencia de ese suceso en la población estudiada.

Este paralelismo entre la población y una muestra extraída de ella, es el que sirve de base a los procedimientos de inferencia estadística. El problema fundamental de la teoría de muestras es inducir de las propiedades de éstas, las de la población. El problema es muy complejo y su exposición teórica desborda el alcance de este tema, pero a continuación se exponen algunas consideraciones útiles desde el punto de vista práctico.

1.17.1 Estimación de parámetros poblacionales

El cálculo de un estadístico π cualquiera de una muestra, se ha visto en (1.9) que es una función de los valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ que la componen.

Si de la misma población se extraen varias muestras y se calcula el estadístico π de cada una, los valores obtenidos serán en general diferentes y no previsibles «a priori». Resulta, pues, que el estadístico π de una muestra cualquiera de una población, es una variable aleatoria, que tendrá una cierta función de distribución de probabilidad de la que se deduce la probabilidad de que el estadístico calculado a partir de una muestra dada, difiera del parámetro poblacional análogo en

menos de una cantidad determinada, es decir sirva para estimarlo con un cierto intervalo de confianza.

Determinar esta función de distribución es el problema general de la estimación. En la práctica el objetivo final es formar una función de los valores que componen la muestra que pueda razonablemente servir para estimar un cierto parámetro de la población.

Un estimador se llama *centrado* o *insesgado* si el valor medio de su distribución de probabilidades coincide con el valor del parámetro poblacional buscado.

Es decir, llamando $E(\pi p)$ a la esperanza matemática (1.15.1) del estimador del parámetro poblacional πp, para que el estimador sea insesgado debe verificarse:

$$E(\pi p) = \pi p \qquad (3.50)$$

Cuando esto no se verifica el estimador es *sesgado*.

Comparando dos estimadores insesgados de un mismo parámetro poblacional πp, será *más eficiente* aquel que tenga menor dispersión.

La expresión:

$$\frac{E(\hat{\pi}p_1 - \pi p)^2}{E(\hat{\pi}p_2 - \pi p)^2} \qquad (3.51)$$

se llama *eficiencia relativa*, e indicará mayor eficiencia de $\hat{\pi}p_1$, respecto a $\hat{\pi}p_2$ si es menor que 1 y viceversa.

Así un buen estimador, deberá ser insesgado y tener la menor dispersión posible. Por ejemplo las distribuciones muestrales de la media y de la mediana tienen la misma esperanza matemática que coincide con la media poblacional, es decir son estimadores insesgados de ésta, pero la varianza de las medias es menor que la varianza de las medianas y por eso es más eficiente como estimador de la media poblacional, la media muestral.

A modo de recetas y eludiendo su demostración, se pueden enunciar las siguientes cuestiones:

a) Siempre que el tamaño de la muestra de una población infinita sea $n \leq 30$, se considerará muestra pequeña.

b) Al crecer el tamaño de la muestra crece la precisión de la estimación de un parámetro poblacional a partir de su análogo en la muestra.

c) Cualquiera que sea el tamaño de la muestra, el estimador insesgado más eficiente de la media de la población (momento central de primer orden) es la media de la muestra, es decir de acuerdo con las fórmulas (3.2) y (3.3):

$$\hat{x}_{mp} = x_m = \frac{n_i x_i + n_j x_j + \ldots + n_k x_k}{n} \qquad (3.52)$$

d) Un estimador insesgado de la varianza poblac nal (momento central de segundo orden) deducido los valores muestrales es, teniendo en cuenta la f mula (3.10):

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{n\,\sigma^2}{n-1} =$$

$$= \frac{n_i(x_i - x_m)^2 + n_j(x_j - x_m)^2 + \ldots + n_k(x_k - x_m)^2}{n-1} \qquad (3.5$$

f) Si conociésemos el verdadero valor x_{mp} de la m dia poblacional, y no —como ocurre generalmente— estimado $x_m = x_{\widehat{mp}}$, la desviación cuadrática de valores muestrales respecto a esa media, elevada al cu drado, sería un estimador insesgado de la varianza p blacional, es decir:

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{n_i(x_i - x_{mp})^2 + n_j(x_j - x_{mp})^2 + \ldots + n_k(x_k - x_{mp})^2}{n} \qquad (3.5$$

g) Un estimador insesgado de la asimetría absolu (momento central de tercer orden) viene dado por:

$$\hat{\alpha}_p = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \left[(n_i(x_i - x_m)^3 + n_j(x_j - x_m)^3 + \ldots + n_k(x_k - x_m)^3\right] \qquad (3.5$$

1.17.2 Intervalos de confianza

La estimación de parámetros poblacionales defini en el apartado anterior (1.17.1) se denomina *estimació puntual* y da un valor único para el parámetro s aludir a la confianza que merece tal estimación.

La *estimación por intervalos* consiste en encontrar d valores, funciones de los datos muestrales, tales que probabilidad de que el parámetro poblacional per nezca al intervalo definido por ellos, tenga un valor dado previamente. A ese intervalo se le denomina *inte valo de confianza* del parámetro poblacional para probabilidad P.

En el apartado 2.5 se trata más ampliamente es cuestión.

Capítulo 3.2

Distribuciones de probabilidad de una variable aleatoria

2.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo fundamental de la teoría estadística consiste en investigar la posibilidad de extraer de los datos estadísticos inferencias válidas, elaborando los métodos mediante los cuales puedan obtenerse dichas inferencias. Una característica fundamental de los experimentos aleatorios es que, a pesar de la irregularidad de los resultados promedios, en largas sucesiones de experimentos, muestran una sorprendente regularidad. Este hecho ha dado lugar al establecimiento de una teoría matemática que puede ser considerada como el modelo matemático del conjunto de hechos empíricos que constituyen los datos. De ella, en el apartado 2.2 se resumen las distribuciones de probabilidad más usuales en Hidrología.

Frecuentemente se plantea el problema de conocer la concordancia entre la distribución de un conjunto de valores muestrales obtenidos experimentalmente y una distribución teórica de probabilidad. La comprobación de esta hipótesis se realiza de forma general mediante los llamados tests de bondad del ajuste; en el apartado 2.3 se describen los más utilizados.

En otro tipo de problemas de análisis estadísticos se necesita emplear un conjunto de valores muestrales para formar estimaciones de varias características o parámetros de la población de la cual se supone que procede la muestra, y obtener una idea de la precisión de tales estimaciones. Algunos aspectos de este tipo de problemas, que constituyen el objeto de la teoría de la estimación, figuran en los apartados 2.4 y 2.5.

2.2 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD MÁS USUALES

2.2.1 Distribución binomial

Se trata de una distribución discreta en la que se supone que la población no cambia, es decir, hay reemplazamiento después de cada experimento. Los experimentos son independientes entre sí y sólo pueden presentarse dos resultados: éxito y fallo.

Sea la probabilidad de éxito p, y la probabilidad de fallo q. Por consiguiente $q = 1 - p$.

En n repeticiones independientes del experimento, la probabilidad de obtener x éxitos viene dado por:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \tag{3.56}$$

donde

$x = 1, 2, 3, \ldots, n$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots 2 \cdot 1$

$0! = 1$ por definición

$q = 1 - p$ como ya se ha dicho.

Existen pues dos parámetros independientes, que son: p y n. La representación gráfica de la función de densidad p(x) es del tipo mostrado en la figura 3.8.

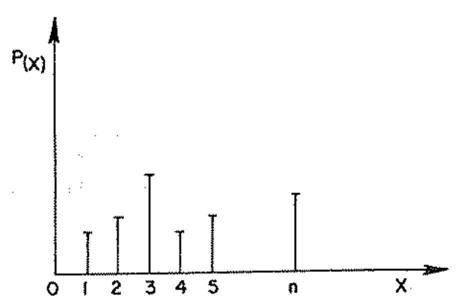


FIGURA 3.8
Función de densidad de una distribución binomial.

Los parámetros estadísticos son:

Media $x_m = np$
Varianza $\sigma^2 = npq$
Desviación típica $\sigma = \sqrt{npq}$
Coeficiente de asimetría absoluta o de sesgo

$$\alpha_3 = \frac{q - p}{\sqrt{npq}}$$

Si $p < ½$; $\alpha_3 > 0$;
luego la distribución tiene sesgo positivo
Si $p > ½$; $\alpha_3 < 0$;
luego la distribución tiene sesgo negativo
Si $p = ½$; $\alpha_3 = 0$;
luego la distribución es simétrica

2.2.2 Distribución de Poisson

Si en una distribución binomial, n es muy grande y p muy pequeño, de forma que $np = \lambda$ es un número positivo, la probabilidad p(x) será

$$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \qquad (3.57)$$

Se pasa, por consiguiente, de una distribución binomial a una distribución límite discreta, en la que la variable aleatoria puede tomar los valores 0, 1, 2, ..., x con probabilidades p(x) y que se llama distribución de Poisson o ley de pequeños números. Es la más utilizada cuando no se conocen ni n ni p, pero su producto np es dado o puede ser estimado.

La función p(x) está tabulada (tabla 3.1).

Los parámetros estadísticos son:

Media $= x_m = \lambda$;
Varianza $\sigma^2 = \lambda$;
Desviación típica $\sigma = \sqrt{\lambda}$;
Coeficiente de asimetría absoluta $\alpha_3 = \sqrt{\lambda}$.

La distribución de Poisson se utiliza cuando un fenómeno ocurre al azar a lo largo del tiempo y las probabilidades son muy pequeñas, como es el caso de valores extremos de precipitación, temperatura, etc.

2.2.3 Distribución normal

Una distribución simétrica respecto al valor medio x_m, continua y de forma acampanada, es la distribución normal o distribución de Gauss, cuya función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_m)^2/2\sigma^2} \qquad (3.58)$$

donde x es la variable aleatoria, x_m es la media y σ es la desviación típica.

El área total limitada por la curva f(x) y el eje de abscisas es 1.

En esta distribución la media, la mediana y la moda coinciden.

Cuando la variable x viene expresada en unidades de desviación

$$Z = \frac{x - x_m}{\sigma}$$

la ecuación queda tipificada y tiene la forma:

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} \qquad (3.59)$$

En este caso se dice que Z se distribuye normalmente con media cero y varianza 1. Un gráfico de esta curva normal tipificada se muestra en la figura 3.9. En ella se han indicado las áreas incluidas entre $Z = -1$ y $+1$, $Z = -2$ y $+2$, $Z = -3$ y $+3$ que son, respectivamente el 68,26 %, 95,44 % y 99,74 % del área total que vale 1.

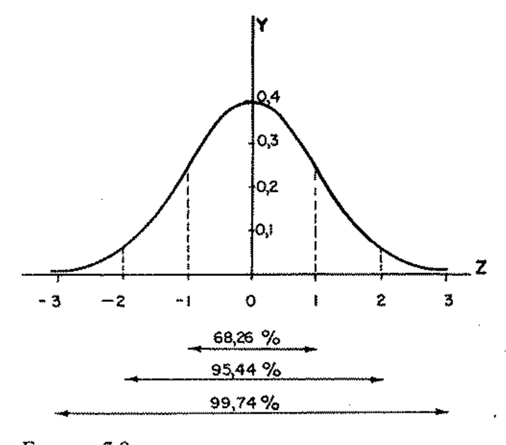


FIGURA 3.9
Función de densidad de una distribución normal tipificada

TABLA A.3.1 *Distribución de Poisson* $p(x) = \dfrac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$

λ \ x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,1	0,9048	0,0905	0,0045	0,0002	0,0000								
0,2	0,8187	0,1637	0,0164	0,0011	0,0001	0,0000							
0,3	0,7408	0,2222	0,0333	0,0033	0,0002	0,0000							
0,4	0,6703	0,2681	0,0536	0,0072	0,0007	0,0001	0,0000						
0,5	0,6065	0,3033	0,0758	0,0126	0,0016	0,0002	0,0000						
0,0	0,5488	0,3203	0,0988	0,0198	0,0030	0,0004	0,0000						
0,7	0,4966	0,3476	0,1217	0,0284	0,0050	0,0007	0,0001	0,0000					
0,8	0,4493	0,3595	0,1438	0,0383	0,0077	0,0012	0,0002	0,0000					
0,9	0,4066	0,3659	0,1647	0,0494	0,0111	0,0020	0,0003	0,0000					
1,0	0,3679	0,3679	0,1839	0,0613	0,0153	0,0031	0,0005	0,0001	0,0000				
1,1	0,3329	0,3662	0,2014	0,0738	0,0203	0,0045	0,0008	0,0001	0,0000				
1,2	0,3012	0,3614	0,2169	0,0867	0,0260	0,0062	0,0012	0,0002	0,0000				
1,3	0,2725	0,3543	0,2303	0,0998	0,0324	0,0084	0,0018	0,0003	0,0001	0,0000			
1,4	0,2400	0,3452	0,2417	0,1128	0,0395	0,0111	0,0026	0,0005	0,0001	0,0000			
1,5	0,2231	0,3347	0,2510	0,1255	0,0471	0,0141	0,0035	0,0008	0,0001	0,0000			
1,6	0,2019	0,3230	0,2584	0,1378	0,0551	0,0176	0,0047	0,0011	0,0002	0,0000			
1,7	0,1827	0,3106	0,2640	0,1496	0,0636	0,0216	0,0061	0,0015	0,0003	0,0001	0,0000		
1,8	0,1853	0,2975	0,2678	0,1607	0,0723	0,0260	0,0078	0,0020	0,0005	0,0001	0,0000		
1,9	0,1496	0,2842	0,2700	0,1710	0,0812	0,0309	0,0098	0,0027	0,0006	0,0001	0,0000		
2,0	0,1353	0,2707	0,2707	0,1804	0,0902	0,0361	0,0120	0,0034	0,0009	0,0002	0,0000		
2,2	0,1108	0,2438	0,2681	0,1966	0,1082	0,0476	0,0174	0,0055	0,0015	0,0004	0,0001	0,0000	
2,4	0,0907	0,2177	0,2613	0,2090	0,1254	0,0602	0,0241	0,0083	0,0025	0,0007	0,0002	0,0000	
2,6	0,0743	0,1931	0,2510	0,2176	0,1414	0,0735	0,0319	0,0118	0,0038	0,0011	0,0003	0,0001	0,0000
2,8	0,0608	0,1703	0,2384	0,2225	0,1557	0,0872	0,0407	0,0163	0,0057	0,0018	0,0005	0,0001	0,0000
3,0	0,0498	0,1494	0,2240	0,2240	0,1680	0,1008	0,0504	0,0216	0,0081	0,0027	0,0008	0,0002	0,0001
3,2	0,0408	0,1304	0,2087	0,2226	0,1781	0,1140	0,0608	0,0278	0,0111	0,0040	0,0013	0,0004	0,0001
3,4	0,0334	0,1135	0,1929	0,2186	0,1858	0,1264	0,0716	0,0348	0,0148	0,0056	0,0019	0,0006	0,0002
3,6	0,0273	0,0984	0,1771	0,2125	0,1912	0,1377	0,0826	0,0425	0,0191	0,0076	0,0028	0,0009	0,0003
3,8	0,0224	0,0850	0,1615	0,2046	0,1944	0,1477	0,0936	0,0508	0,0241	0,0102	0,0039	0,0012	0,0004
4,0	0,0183	0,0733	0,1465	0,1954	0,1954	0,1563	0,1042	0,0595	0,0298	0,0132	0,0053	0,0019	0,0006
5,0	0,0067	0,0337	0,0842	0,1404	0,1755	0,1755	0,1462	0,1044	0,0653	0,0363	0,0181	0,0082	0,0034
6,0	0,0025	0,0140	0,0446	0,0892	0,1339	0,1606	0,1606	0,1377	0,1033	0,0688	0,0413	0,0225	0,0113
7,0	0,0009	0,0064	0,0223	0,0521	0,0912	0,1277	0,1490	0,1490	0,1304	0,1014	0,0710	0,0452	0,0264
8,0	0,0003	0,0027	0,0107	0,0286	0,0573	0,0916	0,1221	0,1396	0,1396	0,1241	0,0993	0,0722	0,0481
9,0	0,0001	0,0011	0,0050	0,0150	0,0337	0,0607	0,0911	0,1171	0,1318	0,1318	0,1186	0,0970	0,0728
10,0	0,0000	0,0005	0,0023	0,0076	0,0189	0,0378	0,0831	0,0901	0,1126	0,1251	0,1251	0,1137	0,0948

λ \ x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
5,0	0,0013	0,0013	0,0002									
6,0	0,0052	0,0022	0,0009	0,0003	0,0001							
7,0	0,0142	0,0071	0,0033	0,0014	0,0006	0,0002	0,0001					
8,0	0,0296	0,0109	0,0090	0,0045	0,0021	0,0009	0,0004	0,0002	0,0001			
9,0	0,0504	0,0324	0,0194	0,0109	0,0058	0,0029	0,0014	0,0006	0,0003	0,0001		
10,0	0,0729	0,0521	0,0347	0,0217	0,0128	0,0071	0,0037	0,0019	0,0009	0,0004	0,0002	0,0001

TABLA A.3.2 *Función de densidad de la variable normal tipificada* $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323					
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1756
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

TABLA A.3.3 *Función de distribución de la variable normal tipificada*

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}\, dz$$

Para $x < 0$, pueden hallarse los valores correspondientes por medio de la relación $F(-x) = 1 - F(x)$

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,9389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8551	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

La función de distribución que da la probabilidad para un valor de la variable menor o igual que Z es

$$F(Z) = \int_{-\infty}^{Z} f(Z)dZ \tag{3.60}$$

Los valores de f(Z) se encuentran tabulados para los distintos valores de Z (tabla A.3.2). En la tabla A.3.3 figuran los valores de F(Z) para cada valor de Z.

El coeficiente de asimetría absoluta α_3 es igual a 0.

Una propiedad muy importante de las distribuciones normales es que la suma de variables normales independientes es también normal, cuya media es la suma de las medias y cuya varianza es la suma de las varianzas, es decir, si se tienen n variables normales e independientes: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ la función $y = \Sigma_1^m x_i$ tiene una distribución normal cuya media es $y_m = \Sigma_1^m x_{mi}$ y cuya varianza es $\sigma_y^2 = \Sigma_1^m \sigma_{xi}^2$.

Una distribución normal está definida si se conocen su media y su desviación típica. Es corriente la expresión: distribución normal (m, σ) para referirse a la media m y desviación típica σ. Una forma práctica de estimar estos parámetros es mediante un ajuste gráfico.

Representando una función de distribución normal F(x) en función de la variable x (fig. 3.10), se obtiene una curva. Mediante una transformación en el eje de F(x) se consigue que la curva se convierta en una recta. La recta pasará por el valor (x_m, 50 %), cada valor $F(x_1)$ se hace corresponder con la ordenada $F(x_1)$. Un papel en que figura F(x) en función de la variable x se denomina papel probabilístico normal. La escala F(x) será simétrica respecto al valor 50 % y siempre que se represente una función de distribución normal en unos ejes F(x) — x, se obtiene una recta.

El valor de x correspondiente al 50 % será la media de la distribución, y el doble de la desviación típica vendrá dado por la diferencia entre los valores de x correspondientes a 15,87 % y 84,13 % (fig. 3.11).

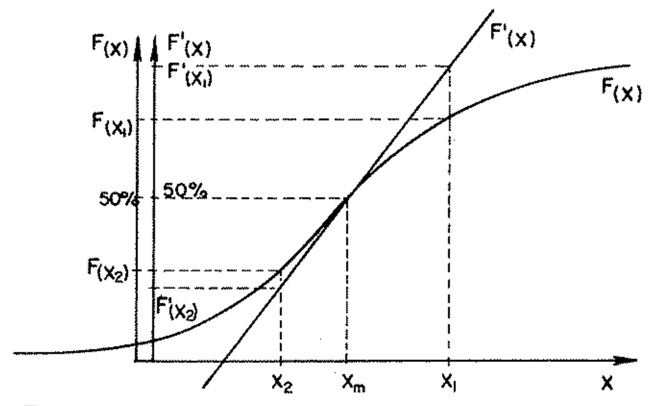


FIGURA 3.10
Obtención del papel probabilístico normal.

2.2.4 Distribución logarítmico-normal

Dada una variable aleatoria x, si la función $y = \ln x$ tiene una distribución normal, se dice que los valores de x presentan una distribución logarítmico-normal.

Entonces:

$$f(x)\,|dx| = \varphi(\ln x) \cdot |d(\ln x)|$$

$$f(x)\,|dx| = \varphi(\ln x) \cdot \left|\frac{dx}{x}\right|$$

$$f(x) = \frac{\varphi(\ln x)}{x}$$

y como $\varphi(\ln x)$ es normal, queda en definitiva:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_n\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - y_m}{\sigma_n}\right)^2} \quad \text{para } x \geq 0 \tag{3.61}$$

$$f(x) = 0, \text{ para } x < 0$$

que es la función de densidad de la distribución logarítmico-normal, donde y_m y σ_n son la media y la desviación típica de la distribución logarítmico-normal. Por lo tanto, si se conoce la distribución de ln x puede conocerse también f(x), es decir, la distribución de x.

La media es

$$y_m = \frac{\Sigma_1^N \ln x_i}{N}$$

la desviación tipica es

$$\sigma_n = \sqrt{\Sigma_1^N \frac{(\ln x_i - y_m)^2}{N}}$$

la media geométrica de x es: $x_g = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_N)^{1/N}$ y tomando logaritmos:

$$\ln x_g = \frac{\Sigma_1^N \ln x_i}{N} = y_m$$

FIGURA 3.11
Método gráfico de cálculo de la media y la desviación típica de una distribución normal.

luego la media aritmética de los logaritmos de una variable es igual al logaritmo de la media geométrica de la variable.

La distribución logarítmico normal es acampanada y de sesgo positivo (fig. 3.12).

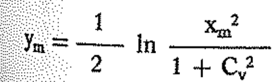
Los puntos de inflexión de f(x) vienen dados por:

$$x_1, x_2 = y_m - \frac{3\,\sigma_n^2}{2} \pm \frac{\sigma_n}{2}\sqrt{4 + \sigma_n^2}$$

La media es

$$x_m = e^{\,y_m + 1/2\,\sigma_n^2}$$

por tanto:



$$y_m = \frac{1}{2}\ \ln\ \frac{x_m^2}{1 + C_v^2}$$

FIGURA 3.12
Distribución logarítmico-normal. Comparación de los valores de la media (x_m), *de la mediana* (M) *y de la moda* (m).

La varianza es

$$\sigma^2 = x_m^2(e^{\sigma_n^2} - 1)$$

El coeficiente de variación

$$C_v = \frac{\sigma}{x_m} = \sqrt{e^{\sigma_n^2} - 1}$$

El cociente entre la mediana y la moda es:

$$\frac{M}{m} = 1 + C_v^2 = e^{\sigma_n^2}$$

por lo tanto $M > m$ (fig. 3.12).

Como la distribución de ln x es una distribución normal, la representación de F(x) en un papel probabilístico-logarítmico, es decir, cuyas ordenadas estén en escala logarítmica, será una recta. De esta representación gráfica se deduce y_m y σ_n como se vio en 2.2.3.

2.2.5 Distribución gamma

La función de densidad de esta distribución es:

$$f(x) = \frac{e^{-x}x^{a-1}}{\Gamma(a)} \tag{3.62}$$

Por definición:

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty e^{-x}x^{a-1}dx$$

que para $a > 0$ converge hacia un valor finito.

$\Gamma(1) = 1$
$\Gamma(a) = (a-1)\cdot\Gamma(a-1)$ y por lo tanto, si $a > 0$;
$\Gamma(a) = (a-1)!$
$\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$

Según los valores de a existen tres tipos de distribución (fig. 3.13) a es por lo tanto un parámetro de forma.

Los parámetros estadísticos son:

Media $x_m = a$
Varianza $\sigma^2 = a$
Desviación típica $\sigma = \sqrt{a}$
Coeficiente de asimetría absoluta $\alpha_3 = \frac{2}{\sqrt{a}}$

Para valores de a muy grandes, $\alpha_3 \rightarrow 0$ y la distribución Γ tiende a una distribución normal.

La distribución gamma con un solo parámetro es poco flexible y no se usa, generalmente, en Hidrología.

La distribución gamma con 2 parámetros es de la forma:

$$p(x) = \frac{m^a}{\Gamma(a)} x^{a-1}e^{-mx} \tag{3.63}$$

Los parámetros son a y m.

En este caso a es el parámetro de forma y m es la escala.

La media $x_m = \frac{a}{m}$; la varianza $\sigma^2 = \frac{a}{m^2}$ y el coeficiente de asimetría absoluta $\alpha_3 = \frac{2}{\sqrt{a}}$.

La distribución gamma con 3 parámetros puede escribirse de diferentes formas; una de ellas es:

$$p(x;\ a,\ m,\ b) = \frac{m^a}{\Gamma(a)}(x-b)^{a-1}e^{-m(x-b)} \tag{3.64}$$

en la que el nuevo parámetro b hace moverse la curva. Valores de $b < 0$ hacen moverse la curva hacia la izquierda del eje de ordenadas, ya que siempre ocurre que $p(x;\ a,\ m,\ b) = 0$ si $x - b \leq 0$.

La tabla A.9.8 de la sección 9, da valores de $\Gamma(p)$.

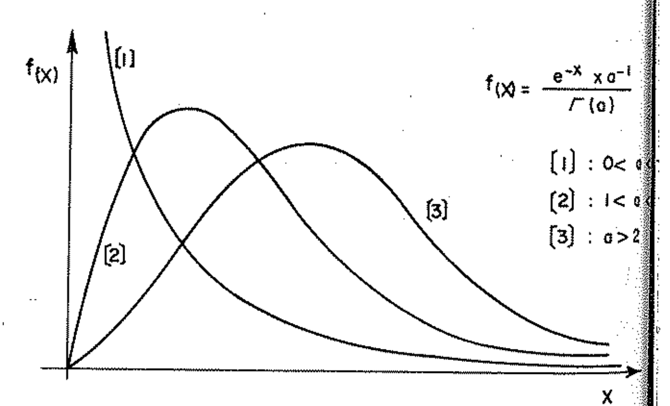


FIGURA 3.13
Funciones de densidad de la distribución (gamma).

2.2.6 Distribuciones extremas

Se trata del estudio de la distribución de los valores más altos, o más bajos, de entre los m valores contenidos en cada una de N muestras y que llega a tener forma asintótica a medida que m crece indefinidamente. Según la forma de la distribución inicial de los $N \cdot m$ valores se tienen tres tipos de distribuciones extremas de tipo asintótico.

A continuación se exponen los tipos I y III que son los que se usan en Hidrología.

Tipo I. Se la llama también distribución de Gumbel. Esta distribución se deriva de otras de tipo exponencial que convergen hacia una función exponencial a medida que x crece. Ejemplos de las distribuciones iniciales pueden ser la normal, la χ^2, y la logarítmico-normal. La función de densidad de esta distribución de tipo I es:

$$p(x) = \alpha\, e^{-e^{-\alpha(x-\beta)}} \cdot e^{-\alpha(x-\beta)} \qquad (3.65)$$

donde $-\infty < x < \infty$ y α y β son parámetros.

La función de distribución es:

$$P(X \leq x) = e^{-e^{-\alpha(x-\beta)}}$$

La media de la distribución es:

$$x_m = \beta + \frac{0{,}5772}{\alpha}$$

La mediana:

$$M = \beta + \frac{0{,}3665}{\alpha}$$

La desviación típica:

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6} \cdot \alpha} = \frac{1{,}282}{\alpha}$$

El coeficiente de sesgo o de asimetría absoluta: $\alpha_3 = 1{,}29857$ que es constante.

Por consiguiente

$\beta = x_m - 0{,}450\ \sigma$

β es un parámetro de localización

$$\alpha = \frac{1{,}281}{\sigma}$$

α es un parámetro de concentración

Tipo III. Se deduce de una distribución inicial en que x está limitada por $x \leq \gamma$. La función de distribución es:

$$P(X \leq x) = e^{-(x-\gamma/\alpha-\gamma)^{\beta}} \qquad (3.66)$$

donde $-\infty < x \leq \gamma$; el parámetro β es del orden del más pequeño valor de la función de probabilidad; α es el mayor valor esperado.

Para $x = \alpha$; $P(\alpha) = e^{-1} = 0{,}3679 = 36{,}8\ \%$; por definición, el valor de α es la moda.

La mediana $M = \gamma + \alpha(\ln\ 2)^{1/\beta}$

Para $\gamma = 0$:

$P(\alpha) = 0{,}368$
$P(M) = 0{,}50$

Conocidos α y M se puede hallar β.

Las distribuciones extremas se pueden dibujar en papel llamado de Gumbel donde si $\gamma = 0$, representan una recta.

2.2.7 Distribución χ^2

Sean $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, N variables aleatorias independientes, cada una de las cuales es normal (0,1). Consideremos la variable $\chi^2 = \Sigma_1^N x_i^2$.

Su función de densidad es:

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n/2-1} e^{-x/2} \qquad \text{para } x > 0 \qquad (3.67)$$

$$f(\chi^2) = 0 \qquad \text{para } x \leq 0$$

siendo $\chi^2 = x$

n = número de grados de libertad de la distribución.

Esta distribución recibe el nombre de χ^2 y tiene una importante aplicación para comprobar la bondad de un ajuste de una muestra a una distribución, como luego veremos y en general, a toda la teoría de pequeñas muestras.

Para $n \leq 2$ la función de densidad $f(\chi^2)$ decrece monótonamente, mientras que para $n > 2$ existe un máximo único en el punto $x = n - 2$.

La media de la distribución es $x_m = n$.

La varianza de la distribución es $\sigma^2 = 2\,n$.

La distribución χ^2 está tabulada (tabla A.3.4). En muchas aplicaciones es importante hallar la probabilidad P de que la variable χ^2 tome un valor que exceda a una cantidad dada χ_0^2. Esta probabilidad es igual al área de la rama de la curva de densidad situada a la derecha de una ordenada que pase por el punto $x = \chi_0^2$; por tanto:

$$P = P(\chi^2 > \chi_0^2) = \int_{\chi_0^2}^{\infty} f(\chi^2)d\chi = 1 - \int_0^{\chi_0^2} f(\chi^2)d\chi \qquad (3.68)$$

2.2.8 Distribución t de Student

Sean dos variables aleatorias independientes ξ y η, la primera con una distribución normal (0,1) y la segunda con una distribución χ^2 con n grados de libertad. Se demuestra que la variable

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\xi}{\sqrt{\eta}}$$

tiene como función de densidad:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\eta\pi}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-n+1/2} \qquad (3.69)$$

que define la distribución t de Student (tabla 3.5).

Esta distribución es simétrica y para grandes valores de n las curvas f(t) se aproximan estrechamente a la curva normal tipificada

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-t_{1/2}}$$

La media de la distribución $t_m = 0$

La varianza de la distribución $\sigma^2 = \dfrac{n}{n-2}$

2.2.9 Distribución de Kolmogorof

Sea F(x) la función de distribución de una población y sea $F_n(x)$ la distribución estadística de n valores observados. Si

$D_n = \sup |F(x) - F_n(x)|$
[mayor diferencia en valor absoluto entre F(x) y $F_n(x)$]

y se considera la función $\varphi_n(z) = P(\sqrt{n} \cdot D_n \leq z)$ es decir, probabilidad de que $\sqrt{n} \cdot D_n$ sea menor o igual que z, Kolmogorof ha demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \varphi_n(z) = K(z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^K e^{-2K^2Z^2} \qquad (3.70)$$

que es una distribución asintótica tabulada (tabla A.3.6) de la que se hará uso más adelante.

2.3 TESTS DE BONDAD DEL AJUSTE DE UNA MUESTRA A UNA DISTRIBUCIÓN

En la práctica se tienen que tomar a menudo, decisiones sobre problemas partiendo de la información obtenida de una o varias muestras de esas poblaciones. Para ello, conviene hacer determinados supuestos o hipótesis estadísticos acerca de las poblaciones que se estudian. Si en el supuesto de que una hipótesis determinada es cierta, se encuentra que los resultados observados en una muestra tomada al azar, difieren significativamente de los que cabría esperar de la hipótesis supuesta, se estaría en condiciones de rechazarla o de no aceptarla.

Si se rechaza una hipótesis cuando debería ser aceptada, se dice que se comete un error del tipo I. Si por el contrario, se acepta una hipótesis que debería ser rechazada, se dice que se comete un error del tipo II. Lógicamente, se debe tender a minimizar ambos tipos de error, pero ello no es siempre posible.

Se llama *nivel de significación* de un ensayo a la probabilidad máxima de que en el mismo se pueda cometer un error del tipo I. En la práctica se acostumbra utilizar niveles de significación de 0,05. En estos casos, se tiene un 95 % de confianza de que se toma la decisión adecuada.

Hay que tener en cuenta que el minimizar errores del tipo I lleva normalmente a aumentar los del tipo II, por lo que, si el nivel de significación es muy pequeño (< 0,01), existe la posibilidad de que se acepte una hipótesis que debería ser rechazada (error del tipo II).

Para calcular un parámetro estadístico es necesario

TABLA A.3.4 *Porcentajes de la distribución* χ^2 *con* n *grados de libertad. (Representan las áreas situadas a la izquierda del valor de* χ^2*)*

n	$\chi^2_{0,995}$	$\chi^2_{0,99}$	$\chi^2_{0,975}$	$\chi^2_{0,95}$	$\chi^2_{0,90}$	$\chi^2_{0,75}$	$\chi^2_{0,50}$	$\chi^2_{0,25}$	$\chi^2_{0,10}$	$\chi^2_{0,05}$	$\chi^2_{0,025}$	$\chi^2_{0,01}$	$\chi^2_{0,005}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,0158	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103	0,0506	0,0201	0,0100
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,40	6,35	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,989
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57	3,82	3,05	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,5	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,59	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,5	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,6	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,3	13,6	12,5
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	33,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	166,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1	65,6	61,8	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3

TABLA A.3.5 *Distribución* t *de Student*

Para un porcentaje p, el valor t_p de la distribución t, se define por la condición:

$$P(|t| > t_p) = \frac{p}{100}$$

Por consiguiente, la probabilidad de que t difiera de su media en ambos sentidos en más de t_p es igual a p %.

	t_p en función de n y p												
n \ p	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5	2	1	0,1
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,073	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,388	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,589
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,567
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,196	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,581	3,055	4,316
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,303	0,537	0,692	0,868	1,070	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,865	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,009	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,564	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,555	2,878	3,022
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,060	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,598	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,231	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,558	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,090
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,059
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,388	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

TABLA A.3.6 *Distribución de Kolmogorof*

$$\text{Valores de } K(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2z^2}$$

z	K(z)	z	K(z)	z	K(z)	z	K(z)	z	K(z)
0,32	0,0000	0,72	0,3223	1,12	0,8374	1,52	0,9803	1,92	0,8897
0,33	0,0001	0,73	0,3391	1,13	0,8445	1,53	0,9815	1,93	0,9988
0,34	0,0002	0,74	0,3560	1,14	0,8514	1,54	0,9826	1,94	0,9989
0,35	0,0003	0,75	0,3728	1,15	0,8580	1,55	0,9836	1,95	0,9990
0,36	0,0005	0,76	0,3896	1,16	0,8644	1,56	0,9846	1,96	0,9991
0,37	0,0008	0,77	0,4064	1,17	0,8706	1,57	0,9855	1,97	0,9991
0,38	0,0013	0,78	0,4230	1,18	0,8765	1,58	0,9864	1,98	0,9992
0,39	0,0019	0,79	0,4395	1,19	0,8823	1,59	0,9873	1,99	0,9993
0,40	0,0028	0,80	0,4559	1,20	0,8877	1,60	0,9880	2,00	0,9993
0,41	0,0040	0,81	0,4720	1,21	0,8930	1,61	0,9888	2,01	0,9994
0,42	0,0055	0,82	0,4880	1,22	0,8981	1,62	0,9895	2,02	0,9994
0,43	0,0074	0,83	0,5038	1,23	0,9030	1,63	0,9902	2,03	0,9995
0,44	0,0097	0,84	0,5194	1,24	0,9076	1,64	0,9908	2,04	0,9995
0,45	0,0126	0,85	0,5347	1,25	0,9121	1,65	0,9914	2,05	0,9996
0,46	0,0160	0,86	0,5497	1,26	0,9164	1,66	0,9919	2,06	0,9996
0,47	0,0200	0,87	0,5645	1,27		1,67	0,9924	2,07	0,9996
0,48	0,0247	0,88	0,5791	1,28	0,9245	1,68	0,9929	2,08	0,9996
0,49	0,0300	0,89	0,5933	1,29	0,9283	1,69	0,9934	2,09	0,9997
0,50	0,0361	0,90	0,6073	1,30	0,9319	1,70	0,9938	2,10	0,9997
0,51	0,0428	0,91	0,6209	1,31	0,9354	1,71	0,9942	2,11	0,9997
0,52	0,0503	0,92	0,6343	1,32	0,9387	1,72	0,9946	2,12	0,9997
0,53	0,0585	0,93	0,6473	1,33	0,9418	1,82	0,9973	2,13	0,9998
0,54	0,0675	0,94	0,6601	1,34	0,9449	1,83	0,9975	2,14	0,9998
0,55	0,0772	0,95	0,6725	1,35	0,9478	1,84	0,9977	2,15	0,9998
0,56	0,0876	0,96	0,6846	1,36	0,9505	1,85	0,9979	2,16	0,9998
0,57	0,0987	0,97	0,6964	1,37	0,9531	1,86	0,9980	2,17	0,9998
0,58	0,1104	0,98	0,7079	1,38	0,9556	1,87	0,9981	2,18	0,9999
0,59	0,1228	0,99	0,7191	1,39	0,9580	1,88	0,9983	2,19	0,9999
0,60	0,1357	1,00	0,7300	1,40	0,9003	1,89	0,9984	2,20	0,9999
0,61	0,1492	1,01	0,7406	1,41	0,9625	1,90	0,9985	2,21	0,9999
0,62	0,1662	1,02	0,7508	1,42	0,9646	1,91	0,9986	2,22	0,9999
0,63	0,1778	1,03	0,7608	1,43	0,9665	1,73	0,9950	2,23	0,9999
0,64	0,1927	1,04	0,7704	1,44	0,9684	1,74	0,9953	2,24	0,9999
0,65	0,2080	1,05	0,7798	1,45	0,9702	1,75	0,9956	2,25	0,9999
0,66	0,2236	1,06	0,7889	1,46	0,9718	1,76	0,9959	2,26	0,9999
0,67	0,2396	1,07	0,7976	1,47	0,9734	1,77	0,9962	2,27	0,9999
0,68	0,2558	1,08	0,8061	1,48	0,9750	1,78	0,9965	2,28	0,9999
0,69	0,2722	1,09	0,8143	1,49	0,9764	1,79	0,9967	2,29	0,9999
0,70	0,2888	1,10	0,8223	1,50	0,9778	1,80	0,9969	2,30	0,9999
0,71	0,3055	1,11	0,8299	1,51	0,9791	1,81	0,9971	2,31	1,0000

basarse en los datos obtenidos de las muestras y en ciertos parámetros de la población. El *número de grados de libertad* de un estadístico se define como el número N de observaciones independientes en la muestra (es decir, el tamaño natural) menos el número K de parámetros de la población que han sido estimados a partir de las observaciones de la muestra. Es decir, n = N − k.

Frecuentemente, los resultados obtenidos de las muestras no concuerdan exactamente con los resultados teóricos esperados. Seguidamente se analizan dos métodos para contrastar la hipótesis del ajuste de una muestra a una distribución, métodos que se denominan generalmente Tests de Bondad de un Ajuste.

2.3.1 Test χ^2

Una medida de la discrepancia entre las frecuencias 0_i observadas en una determinada muestra y las frecuencias e_i esperadas, es decir, las que deberían ocurrir si se tratara de una distribución teórica, es suministrada por el estadístico χ^2 (léase chi-cuadrado), dado por:

$$\chi^2 = \frac{(0_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(0_2 - e_2)^2}{e_2} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{(0_N - e_N)^2}{e_N} = \sum_1^N \frac{(0_j - e_j)^2}{e_j};$$

$$\Sigma\, 0_i = N$$
$$\Sigma\, e_i = N \qquad (3.71)$$

donde N es el número total de frecuencias o el número de intervalos de clase en el caso de que los datos estuvieran agrupados en intervalos. 0_i son las frecuencias absolutas observadas, bien de cada suceso o bien de cada intervalo de clase

$$e_i = \int_{L_i}^{L_s} N \cdot f(x) \cdot dx$$

donde L_s y L_i son los límites superior e inferior del intervalo de clase y f(x) es la función de densidad de la distribución teórica a la que se supone pertenece la muestra.

La distribución muestral de χ^2 se aproxima muy estrechamente a la distribución χ^2 estudiada en 2.2.7.

El número de grados de libertad es $N - 1 - \nu = n$. Donde N es el número de intervalo de clase y ν es

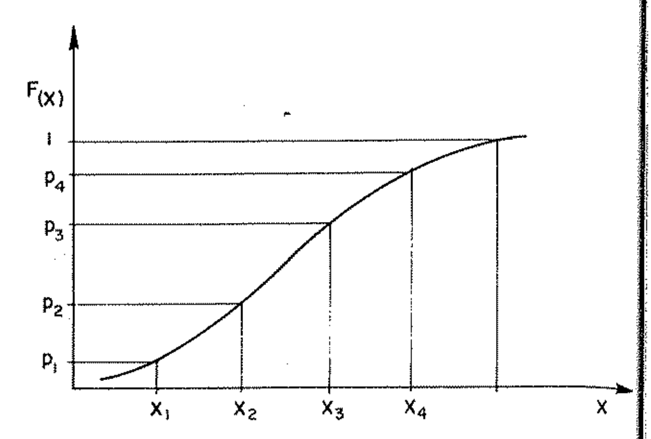


FIGURA 3.14
Empleo de intervalos de clase iguales para obtener las frecuencias relativas observadas en un test χ^2. Las frecuencias relativas esperadas son diferentes.

el número de parámetros de la población que hay que estimar a partir de las estadísticas muestrales para calcular las frecuencias e_i esperadas.

Si se utilizan frecuencias relativas:

$$e_i = \int_{L_i}^{L_s} f(x)dx$$

Se pueden utilizar intervalos de clase iguales, con lo que las frecuencias relativas o probabilidades esperadas de cada uno de ellos serán, en general, diferentes. Por ejemplo, sea una distribución normal y se toman 5 intervalos de clase iguales; la probabilidad de cada uno de ellos será distinta (fig. 3.14).

Para el primero será P_1.

Para el segundo $P_2 - P_1$.

Para el quinto $P_5 - P_4 = 1 - P_4$.

Las diferencias relativas observadas serán las que correspondan a cada uno de esos intervalos de clase iguales.

Otra forma de aplicar el test es establecer que cada intervalo de clase tiene la misma frecuencia relativa esperada. Por ejemplo, si se hacen cinco intervalos, la frecuencia relativa esperada de cada uno de ellos será

$$\frac{1}{5} = 0{,}2.$$

En este caso las frecuencias relativas observadas serán las que correspondan a cada intervalo de clase definido

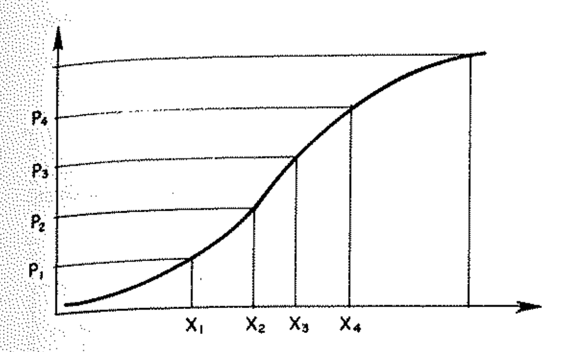


FIGURA 3.15
Empleo de funciones relativas esperadas iguales en un test χ^2. Los intervalos de clase obtenidos son diferentes.

al hacer que su frecuencia relativa esperada fuese 0,2, es decir, las frecuencias relativas observadas entre 0 y x_1, entre x_1 y x_2, etc. (fig. 3.15).

Normalmente, el mínimo número de intervalos de clase a emplear oscila entre 5 y 9, y a tamaños de la muestra mayores, menor número de intervalos de clase.

Una vez conocidos 0_i y e_i se halla el valor de

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \frac{(0_j - e_j)^2}{e_j}$$

A continuación, y teniendo en cuenta el número de parámetros de la distribución estimados, se calcula el número de grados de libertad.

Para obtener un porcentaje de confianza C %, es decir, para comprobar nuestra hipótesis con un nivel de significación S % = 100 − C, se entra en la tabla A.3.4 con el nivel de confianza C deseado y con el número de grados de libertad; se obtiene así un valor χ_c^2.

Si $\chi^2 < \chi_c^2$ el ajuste es bueno para un nivel de confianza C %.

Si $\chi^2 \geq \chi_c^2$ el ajuste no es bueno para el nivel de confianza C %.

En general, en los casos en que el número de frecuencias observado sea grande, se representan gráficamente, se adapta a ellas una distribución teórica, y se aplica al test χ^2.

2.3.2 Test de Kolmogorof

Representando la curva de frecuencias relativas observadas y la función de distribución de una población, se quiere comprobar la bondad del ajuste entre ambas curvas.

$\Delta = \max |F_i - F|$, el valor mayor de las diferencias entre las frecuencias observadas y las esperadas es el estadístico al que se aplica la distribución asintótica de Kolmogorof (2.2.9).

Los valores correspondientes a los límites de aceptación para $\sqrt{n} \cdot \Delta$ son:

95 % $z_1 = 1{,}36$
99 % $z_2 = 1{,}63$
99,5 % $z_3 = 1{,}95$

Si $\Delta < \dfrac{z}{\sqrt{n}}$ se acepta la hipótesis, de lo contrario, se rechaza.

Para el estadístico de Kolmogorof las distribuciones están definidas como se ha visto, pero, en general, este test es menos eficiente que el χ^2.

Ejemplo 4

Se dispone de los datos de 18 pozos pertenecientes al acuífero mioceno de la zona de Manzanares (Ciudad Real), recogidos en la tabla siguiente:

Pozo	Penetración en el acuífero (m)	Caudal (l/seg)	Descenso (m)	Caudal específico por m de penetración (l/seg/m²)
1	80	118	5,04	0,292
2	92	108	11,35	0,103
3	165	102	12,35	0,050
4	109	54	7,00	0,071
5	85	12,5	10,75	0,014
6	103	18	15,00	0,012
7	120	49	2,3	0,178
8	145	80	5,00	0,110
9	150	67	1,15	0,388
10	150	72,6	6,54	0,074
11	80	43	9,9	0,054
12	81	18	15,00	0,015
13	170	13	2,30	0,033
14	145	80	4,20	0,131
15	97	45	5,60	0,083
16	96	66	10,00	0,069
17	100	120	5,49	0,219
18	124	93	1,26	0,595

La suma de los caudales específicos por metro de penetración en el acuífero de los 18 pozos es $\Sigma x_i = 2{,}491$.

A. Se desea saber:

1) Media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación de los caudales específicos por metro de penetración en el acuífero.

2) Aplicando la fórmula de Gumbel para probabilidad acumulada $\frac{m}{N+1}$; m = número de orden; N = número total de elementos de la muestra), dibujar en papel probabilístico logarítmico-normal la distribución observada, e intentar ajustar a estima la distribución logarítmico normal teórica, es decir, de la población.

3) Realizar otro ajuste considerando que la media y la desviación típica de la población son iguales a la media y la desviación típica de la muestra.

4) Comprobar los ajustes realizados mediante el test χ^2, dividiendo los datos en cinco intervalos de clase de igual probabilidad, para un nivel de confianza del 90 %.

5) Calcular la media y la desviación típica de la población a partir de la recta A ajustada.

B. Teniendo en cuenta las dos rectas ajustadas, hallar en cada una de ellas la probabilidad de obtener más de 50 litros por segundo, con un pozo de 100 m de penetración en el acuífero y 10 m de descenso.

Comentar la diferencia de resultados obtenidos, en relación con la pendiente de ambas rectas.

Solución:

A 1. La media de la muestra es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} = \frac{2{,}491}{18} = 0{,}1384$$

La desviación típica es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_1^n x_i^2}{n} + \frac{\sum_1^n (\bar{x})^2}{n} - \frac{2\,\bar{x}\sum_1^n x_i}{n}} =$$

$$= \sqrt{\bar{x^2} + (\bar{x})^2 - 2\,\bar{x}\cdot\bar{x}} = \sqrt{\bar{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$(\bar{x})^2 = 0{,}1384^2 = 0{,}0192$$

$$\sum_1^n x_i^2 = 0{,}7386$$

$$\frac{\Sigma x_i^2}{n} = \bar{x^2}\,\frac{0{,}7386}{18} = 0{,}0410$$

Por lo tanto:

$$S = \sqrt{0{,}0410 - 0{,}0192} = 0{,}148$$

El coeficiente de variación es:

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} = 1{,}07$$

A 2. Ordenando la muestra de mayor a menor y calculando la probabilidad acumulada, según la fórmula de Gumbel, se obtiene el siguiente cuadro:

Número de orden	Caudal específico por metro de penetración	Probabilidad acumulada (m/N+1)
1	0,595	0,0526
2	0,388	0,105
3	0,292	0,158
4	0,219	0,211
5	0,178	0,263
6	0,131	0,316
7	0,110	0,368
8	0,103	0,421
9	0,083	0,474
10	0,074	0,526
11	0,071	0,579
12	0,069	0,632
13	0,054	0,684
14	0,050	0,737
15	0,033	0,789
16	0,015	0,842
17	0,014	0,895
18	0,012	0,947

Representando estos puntos en papel probabilístico logarítmico normal, en abscisas figuran las probabilidades acumuladas en % y en ordenadas los caudales específicos a escala logarítmica. Se ajusta a estima una recta a los puntos obtenidos. Así se dibuja la recta A (fig. 3.16).

A 3. Se supone que $x_m = \bar{x}$ y $\sigma = S$. La media de la distribución logarítmica normal es (ver 2.2.4):

$$= y_m \frac{1}{2} \ln \frac{(\bar{x})^2}{1 + C_v^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}0192}{1 + 1{,}07^2} = -2{,}358$$

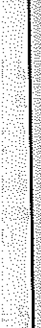
Por lo tanto $P(x) = 50\ \% = X_{50} = e^{-2{,}358} = 0{,}095$

Por consiguiente, un punto de la recta será (50 %, 0,095).

La pendiente se halla calculando la desviación típica:

$$e^{\sigma_n^2} = 1 + C_v^2 = 2{,}14$$





CAUDALES ESPECIFICOS POR METRO DE PENETRACION EN l/seg/m2

B A

A' B' PROBABILIDAD





FIGURA 3.16
Ejemplo 4.

$\sigma_n^{2\prime} = \ln 2{,}14 = 0{,}763$

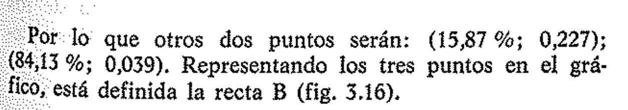
$\sigma_n = 0{,}874$

Como $\ln x_{15,87} = y_m + \sigma_n$; $\ln x_{84,13} = y_m - \sigma_n$

$\ln x_{15,87} = -2{,}358 + 0{,}874 = -1{,}484$; $x_{15,87} = 0{,}227$

$\ln x_{84,13} = -2{,}358 - 0{,}874 = -3{,}232$; $x_{84,13} = 0{,}039$





Por lo que otros dos puntos serán: (15,87 %; 0,227); (84,13 %; 0,039). Representando los tres puntos en el gráfico, está definida la recta B (fig. 3.16).

3.4. Ajuste de la recta A a la muestra.

Intervalo de clase % de probabilidad	Intervalo correspondiente de caudales específicos	f	fi	fi−f	(fi−f)²
0-20	> 0,24	3,6	3	0,6	0,36
20-40	0,24-0,115	3,6	3	0,6	0,36
40-60	0,115-0,062	3,6	6	2,4	5,76
60-80	0,062-0,030	3,6	3	0,6	0,36
80-100	< 0,030	3,6	3	0,6	0,36

$$f = \text{frecuencia esperada} = \frac{\text{n.° de puntos}}{\text{n.° de intervalos}} = \frac{18}{5} = 3{,}6$$

fi = frecuencia observada = número de puntos existentes en cada intervalo de caudales específicos.

$$\chi^2 = \frac{(fi - f)^2}{f} = \frac{7{,}20}{3{,}6} = 2$$

Como no se ha estimado ningún parámetro, el número de grados de libertad es 5 − 1 = 4.

Para 4 grados de libertad en la tabla A.3.4, se obtiene que $\chi_{90}^2 = 7{,}78$.

Como $\chi^2 = 2$ es menor que $\chi_{90}^2 = 7{,}78$, el ajuste es bueno para el nivel 90 %.

Ajuste de la recta B a la muestra.

Intervalo de clase % de probabilidad	Intervalo correspondiente de caudales específicos	f	fi	fi−f	(fi−f)²
0-20	> 0,193	3,6	4	0,4	0,16
20-40	0,193-0,115	3,6	2	1,6	2,56
40-60	0,115-0,075	3,6	3	0,6	0,36
60-80	0,075-0,045	3,6	5	1,4	1,96
80-100	< 0,045	3,6	4	0,4	0,16

$$\chi^2 = \frac{(fi - f)^2}{f} = \frac{5{,}20}{3{,}6} = 1{,}444$$

Como se han estimado 2 parámetros ($x_m = x$ y $\sigma = S$) el número de grados de libertad es: 5 − 1 − 2 = 2.

Para 2 grados de libertad se obtiene en la tabla A.3.4, $\chi^2_{90} = 4{,}61$.

Como $\chi^2 = 1{,}45$ es menor que $\chi^2_{90} = 4{,}61$, el ajuste es bueno para el nivel 90 %. No obstante y pese al resultado obtenido, debe advertirse que la hipótesis de estimación de estadísticos del enunciado no es adecuada.

A 5. Para calcular la desviación típica de la distribución representada por la recta A, se sabe que:

$$y_m = \ln x_{50};\ 2\sigma_n = \ln x_{15,87} - \ln x_{84,13};\ x_m = e^{y_m + \sigma_n^2/2}$$

$$S^2 = x_m(e^{\sigma_n^2} - 1)$$

los valores x_{50}, $x_{15,87}$ y $x_{84,13}$ se deducen de la recta A y son los siguientes:

$x_{50} = 0{,}084$; $x_{15,87} = 0{,}292$; $x_{84,13} = 0{,}0248$, luego:

$$y_m = \ln 0{,}084 = -2{,}48$$

$$\sigma_n = \frac{\ln 0{,}292 - \ln 0{,}0248}{2} = \frac{-1{,}231 - (-3{,}697)}{2} =$$

= 1,233, y por lo tanto:

$$x_m = e^{-2{,}48 + 1/2(1{,}233)} = e^{1{,}863} = 0{,}155$$

$$\sigma = 0{,}155\sqrt{e^{1{,}233^2} - 1} = 0{,}293$$

Así pues, la desviación típica de la distribución de la población estimada a partir de la recta A ajustada a la muestra, difiere de la desviación típica de la muestra y es mayor que ella.

B. Un caudal de 50 l/seg en un pozo de 100 m de penetración y 10 m de descenso, equivale a un caudal específico q en l/seg/m²

$$q = \frac{50}{10 \times 100} = 0{,}05 \text{ l/seg/m}^2$$

Entrando con este valor en la distribución representada gráficamente por la recta A, se tiene:

$P(q \geqslant 0{,}05) = 68\ \%$

y en la distribución representada por la recta B:

$P(q \geqslant 0{,}05) = 78{,}5\ \%$

La pendiente de las rectas es función de la desviación típica. Al ser ésta menor para la recta B, su pendiente es menor, lo que representa que da probabilidades mayores para valores de $q < 0{,}12$ l/seg/m² y mayores si $q > 0{,}12$ l/seg/m² que los proporcionados por la recta A.

2.4 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE UNA DISTRIBUCIÓN

En el apartado 1.17.1 se han expuesto los conceptos básicos de la teoría de estimación estadística y el planteamiento general del problema de estimación de los parámetros de una población.

Existen diversos métodos para la estimación de los parámetros de una población, a partir de los datos obtenidos de la muestra. Seguidamente se describen según un orden de precisión decreciente en la estimación.

2.4.1 Método de la máxima verosimilitud

Es el método general más importante desde el punto de vista teórico y ha sido desarrollado fundamentalmente por Fisher a partir de 1912.

Sea una variable aleatoria en una población, cuya función de distribución es $F(x; \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$, que depende de K parámetros, y sean:

ξ_1 una variable aleatoria representativa del primer valor muestral
ξ_2 una variable aleatoria representativa del segundo valor muestral
ξ_n una variable aleatoria representativa del n-simo valor muestral

La probabilidad de que estas variables estén contenidas en el recinto de n dimensiones

$(x_1, x_1 + dx_1;\ x_2, x_2 + dx_2;\ \ldots;\ x_n, x_n + dx_n)$ es:

$$P(x_1 < \xi_1 \leq x_1 + dx_1;\ x_2 < \xi_2 \leq x_2 + dx_2; \ldots$$

$$\ldots;\ x_n < \xi_n \leq x_n + dx_n) =$$

$$= [\text{función de densidad conjunta}]$$

$$dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3 \cdot \ldots \cdot dx_n$$

Si las variables aleatorias son independientes, la función de densidad conjunta es el producto de las funciones de densidad, luego:

$$[\text{función de densidad conjunta}] =$$

$$= f(x_1; \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) \cdot f(x_2; \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) \cdot \ldots$$

$$\ldots \cdot f(x_n; \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) \qquad (3.72)$$

A esta función de densidad conjunta, producto de las funciones de densidad individuales, se la llama función de verosimilitud V.

Tomando valores convenientes de β_i se conseguirá que la probabilidad P sea máxima. Para hallar el máximo de V respecto a las β_i se tienen las K ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial V}{\partial \beta_1} = 0;\ \frac{\partial V}{\partial \beta_2} = 0;\ \ldots;\ \frac{\partial V}{\partial \beta_k} = 0 \qquad (3.73)$$

La solución del sistema de ecuaciones da los valores:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \beta_2 &= \beta_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ &\vdots \\ \beta_k &= \beta_x(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{aligned}$$

que son los parámetros buscados. Las funciones β_i son los estimadores.

En algunas ocasiones, por el carácter exponencial de $f(x_i, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$ puede ser más conveniente hallar el máximo de la función $\ln V$ con lo que el sistema de ecuaciones sería:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial \beta_1} = 0;\ \frac{\partial \ln V}{\partial \beta_2} = 0;\ \ldots;\ \frac{\partial \ln V}{\partial \beta_k} = 0 \qquad (3.74)$$

Ejemplo 5

Hallar los estimadores máximo-verosímiles de x_m y σ en una población normal.

La función de densidad de una distribución normal es (3.58):

$$f(x;\ x_m, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_m}{\sigma}\right)^2}$$

La función de verosimilitud para n valores de la muestra es:

$$f(x_1;\ x_m, \sigma) \cdot f(x_2;\ x_m, \sigma) \ldots$$

$$\ldots f(x_n;\ x_m, \sigma) = V = \frac{1}{\sigma^n(\sqrt{2\pi})^n}\ e^{-\frac{1}{2}\sum_1^n\left(\frac{x - x_m}{\sigma}\right)^2}$$

tomando logaritmos:

$$\ln V = -n \ln(\sigma\sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2}\sum_1^n \left(\frac{x_i - x_m}{\sigma}\right)^2$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial x_m} = \frac{-1}{\sigma^2}\sum_1^n (x_i - x_m) = 0$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3}\sum_1^n (x_i - x_m)^2 = 0$$

Por lo tanto:

$$x_m = \bar{x}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_1^n (x_i - x)^2 = S^2$$

2.4.2 Método de los momentos o de Pearson

Consiste en igualar tantos momentos respecto al origen en la población a los correspondientes momentos de la muestra, como parámetros haya que estimar.

$$M_1(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) = m_1 = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$

$$M_2(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) = m_2 = \frac{\sum_1^n x_i^2}{n}$$

$$\vdots$$

$$M_k(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) = m_k = \frac{\sum_1^n x_i^k}{n}$$

De donde obtenemos:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \beta_2 &= \beta_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ &\vdots \\ \beta_k &= \beta_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{aligned} \qquad (3.75)$$

Los estimadores β_i son, en general, distintos de los obtenidos en 2.4.1.

Ejemplo 6

Hallar los estimadores de x_m y σ en una población normal por el método de Pearson.

Al igualar el primer momento se tiene:

$$x_m = \bar{x}$$

Al igualar el segundo:

$\widehat{M}_2 = m_2$, o sea: $\hat{\sigma}^2 + \widehat{x_m}^2 = S^2 + \bar{x}^2$

de donde:

$$\hat{\sigma}^2 = S^2$$

2.4.3 Método de los mínimos cuadrados

Consiste en representar gráficamente los puntos de la muestra y ajustar a esta nube de puntos una curva por mínimos cuadrados.

Suponiendo que los errores cometidos en el ajuste son aleatorios. Si estos errores son $\delta_i = Y$ curva $- Y$ puntos, siendo la curva $Y_p = \varphi(x)$ la distribución de la población, que puede ser, por ejemplo del tipo

$$Y = a + bx + cx^2$$

se tiene:

$$\delta_i^2 = (a + bx + cx^2 - Y_{puntos})_i^2$$

El método consiste en encontrar los valores de a, b y c para los cuales $\sum_1^N \delta_i^2$ sea mínimo.

Para ello, se establecen las ecuaciones:

$$\frac{\partial \sum_1^N \delta_i^2}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \sum_1^N \delta_i^2}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial \sum_1^N \delta_i^2}{\partial c} = 0 \qquad (3.76)$$

La ecuación:

$$\frac{\partial \sum_1^N \delta_i^2}{\partial c} = 2(a \sum_1^N x^2 + b \sum_1^N x^3 + c \sum_1^N x^4 - \sum_1^N x^2 Y_p) = 0$$

es una de las 3 ecuaciones a resolver. Nótese que son ecuaciones lineales en a, b y c.

En este método debe tenerse muy en cuenta que no deben redondearse las cifras, es decir, debe operarse siempre con todas las cifras significativas, de lo contrario pueden cometerse grandes errores.

2.4.4 Método gráfico

Consiste en representar los valores muestrales, ajustar a ellos una función de distribución de la población del tipo al cual se supone pertenece la muestra, y obtener de la representación gráfica de la función de distribución, los parámetros que se desee estimar.

El ajuste se puede realizar estimando 0, 1, 2, ..., ν parámetros de la población en función de los estadísticos muestrales, es decir, con $N-1$, $N-2$, ..., $N-1-\nu$ grados de libertad, lo cual influye al aplicar cualquier test de bondad del ajuste, por ejemplo, el test χ^2 (ver 2.3.1).

Este método de ajuste gráfico es el que menos precisión tiene para la estimación de parámetros, pero puede ser útil en muchos casos prácticos.

2.4.5 Distribución de los parámetros estimados

Los parámetros estimados $\hat{\alpha}$ son variables aleatorias, ya que para cada muestra se obtendrá un valor de $\hat{\alpha}$ distinto. La distribución de los parámetros $\hat{\alpha}$ estimados se rige por los siguientes postulados:

Primer postulado. Si el tamaño de la muestra crece,

a, b

(3.76)

= 0

e son

ıe no
ırarse
con-

justar
n del
tener
distri-

..., y
tadís-
-1—y
lquier
² (ver

preci-
puede

orias,
de $\hat{\alpha}$
nados

crece,

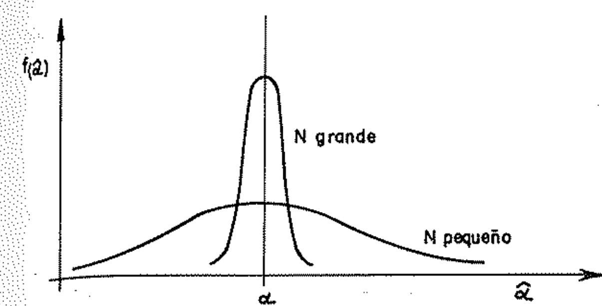


FIGURA 3.17
Variación de la función de densidad de la distribución del parámetro estimado $\hat{\alpha}$ respecto al verdadero valor de α en función del tamaño de la muestra N.

la varianza de α respecto al verdadero valor de la población, α, decrece.

Si $N \to \infty$, $\sigma^2 \to 0$ (fig. 3.17).

Segundo postulado. Para un tamaño N de la muestra, dado, cuanto más varían los valores de x alrededor de la media, más varían los parámetros $\hat{\alpha}$ estimados, por lo que la precisión es menor. Es decir, la variación de $\hat{\alpha}$ es proporcional al cociente entre la variación de x y el tamaño de la muestra N.

$$\text{var. } \hat{\alpha} \simeq \frac{\text{var. } x}{N}$$

Por lo tanto, ya que la variación de x es inherente al fenómeno, solamente se puede actuar sobre N para que disminuya la variación de $\hat{\alpha}$.

Para obtener la distribución de los parámetros se puede seguir un método teórico o analítico, en cuyo caso la distribución obtenida puede ser comprobada mediante una generación aleatoria de muestras. Veamos algunos ejemplos de este método teórico:

Distribución de la media muestral de una población normal

Sea una población normal (x_m, σ) de la que se extrae una muestra de tamaño n: $x_1, x_2, \ldots, x_n$. La media muestral será:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Cada una de las observaciones x_i puede considerarse como una variable aleatoria normal (x_m, σ). Las variables $\frac{x_i}{n}$ serán también normales $\left(\frac{x_m}{n}, \frac{\sigma}{n}\right)$ ya que se verifica que

$$E\left(\frac{\xi_i}{n}\right) = \frac{1}{n} E(\xi_i) = \frac{x_m}{n}$$

$$D^2\left(\frac{\xi_i}{n}\right) = \frac{1}{n^2} D^2(\xi_i) = \frac{\sigma^2}{n^2}$$

La suma $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ será también normal con una media y varianza:

$$\bar{x}_m = \frac{x_m}{n} + \frac{x_m}{n} + \ldots + \frac{x_m}{n} = x_m$$

$$S^2 = \frac{\sigma^2}{n^2} + \frac{\sigma^2}{n^2} + \ldots + \frac{\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n^2}$$

Es decir, la media muestral $\bar{x}$ de una población normal tiene una distribución normal de media x_m y desviación típica $\sigma/\sqrt{n}$.

Distribución de la varianza muestral de una población normal

La varianza muestral será:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Se demuestra (Suárez, 1966) que la variable nS^2/σ^2 tiene una distribución χ^2 con $n - 1$ grados de libertad y que las variables $\bar{x}$ y S^2 son independientes.

Otro método consiste en ajustar a la distribución de los parámetros alguna de las distribuciones teóricas que por experiencia se sabe que pueden adoptar los parámetros estimados, tales como la distribución normal, la distribución χ^2 y la distribución t de Student.

2.5 INTERVALOS DE CONFIANZA

En el apartado 1.17.2 se han definido los intervalos de confianza. En el apartado anterior (2.4) se exponen

algunos métodos de estimación puntual de parámetros sin referencia a la confianza que merecen los resultados. Se conocen además las distribuciones en el muestreo de las estimaciones, de modo que pueden calcularse las medias, varianzas, etc., respectivas. Se trata ahora de la posibilidad de asignar dos límites (intervalo) a un cierto parámetro y afirmar que, con una cierta probabilidad especificada (nivel de confianza), el verdadero valor del parámetro estará situado entre estos dos límites. Algunos casos son:

Intervalo de confianza para la media de una población normal (x_m, σ)

Hemos visto en 2.4.5 que la media muestral $\bar{x}$ de una población normal tiene una distribución normal $(x_m, \sigma/\sqrt{n})$, mientras que la varianza nS^2/σ^2 tiene una distribución χ^2 con $n-1$ grados de libertad. De acuerdo con 2.2.8 la variable

$$t = \sqrt{n-1}\,\frac{\dfrac{\bar{x}-x_m}{\sigma/\sqrt{n}}}{\dfrac{\sqrt{n}\cdot S}{\sigma}} = \sqrt{n-1}\,\frac{\bar{x}-x_m}{S}$$

tendrá una distribución de Student con $n-1$ grados de libertad. Es decir, fijada una probabilidad o nivel de confianza C % se verificará:

$$P\left(-t_p < \sqrt{n-1}\,\frac{\bar{x}-x_m}{S} \leq t_p\right) = \frac{C}{100}$$

o lo que es lo mismo:

$$P\left(\bar{x} - t_p\,\frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq x_m < \bar{x} + t_p\,\frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) = \frac{C}{100}$$

El valor de t_p correspondiente da, por lo tanto, el intervalo de confianza $\bar{x} - t_p\dfrac{S}{\sqrt{n-1}}, \bar{x} + t_p\dfrac{S}{\sqrt{n-1}}$ que merece la estimación $\hat{x}_m = \bar{x}$ al nivel C % (figura 3.18).

El valor de t_p en la tabla A.3.5 se halla para t_{100-C}, siendo C el nivel de confianza, para $n-1$ grados de libertad.

Ejemplo 7

De una población normal se han observado los valores: 128, 136, 138, 142, 143, 150, 152, 155. Hallar un intervalo para la media con un 95 % de confianza.

La media muestral

$$\bar{x} = \frac{128+136+138+142+143+150+152+155}{8} = 143$$

La desviación típica

$$S = \sqrt{\frac{(128-143)^2+(136-143)^2+\ldots+(155-143)^2}{8}} = 8{,}10$$

El valor de $t_{0,05}$ para $8-1=7$ grados libertad es 2,365 (tabla A.3.5), con lo que:

$$t_{100\text{-}C}\,\frac{S}{n-1} = 2{,}365\,\frac{8{,}10}{7} = 2{,}74$$

y el intervalo de confianza al 95 % será $(143-2{,}7) = 140{,}3$; $143 + 2{,}7 = 145{,}7 = (140{,}7,\ 145{,}7)$.

Intervalo de confianza para la varianza de una población normal (x_m, σ)

Se vio en 2.4.5 que la variable nS^2/σ^2 tiene una distribución χ^2 con $n-1$ grados de libertad. Se verificará por lo tanto

$$P\left(\chi^2_p < \frac{nS^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{p'}\right) = \frac{C}{100}$$

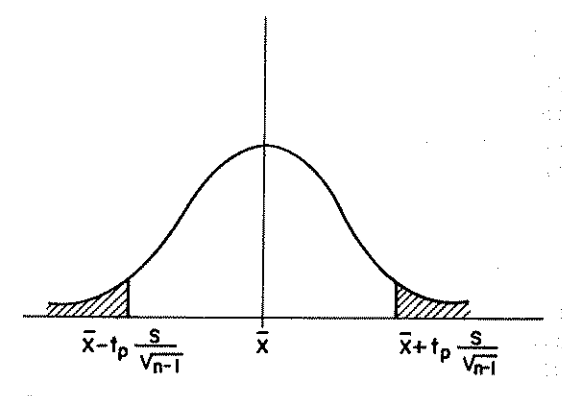


FIGURA 3.18
Intervalo de confianza para la media de una población normal.



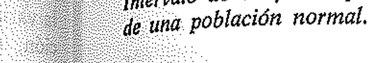


FIGURA 3.19
Intervalo de confianza para la varianza de una población normal.

es decir

$$P\left(\frac{nS^2}{\chi^2_{p'}} < \sigma^2 \leq \frac{nS^2}{\chi^2_p}\right) = \frac{C}{100}$$

con lo que los valores de $\chi^2_{p'}$ y $\chi^2_{p'}$ determinan el intervalo de confianza

$$\left(\frac{\sqrt{n}\cdot S}{\chi_{p'}}, \frac{\sqrt{n}\cdot S}{\chi_p}\right)$$

de la desviación típica σ (fig. 3.19).

No es posible en este caso escoger un intervalo centrado. Lo que suele hacerse es determinar χ^2_p y $\chi^2_{p'}$ tales que cada uno deje a su izquierda o derecha, respectivamente, la mitad del nivel de significación. Por ejemplo si el nivel de confianza es el 95 %, el nivel de significación es 0,05 y en este caso buscaríamos en las tablas $\chi^2_{0,025}$ y $\chi^2_{99,975}$.

Ejemplo 8

Hallar un intervalo de confianza del 90 % para la varianza del ejemplo anterior.

Los valores de $\chi^2_{100\text{-}5}$ y $\chi^2_{100\text{-}95}$ son para 7 grados de libertad (tabla A.3.4)

$$\chi^2_{95} = 14{,}1 \quad ; \quad \chi^2_5 = 2{,}17$$

con lo que el intervalo para σ^2 será:

$$\frac{n\cdot S^2}{\chi^2_{95}} = \frac{8\cdot 8{,}1^2}{14{,}1} = 37{,}2$$

$$\frac{n\cdot S^2}{\chi^2_5} = \frac{8\cdot 8{,}1^2}{2{,}17} = 241{,}9$$

y para la desviación típica σ será:

$$\sqrt{\frac{n\cdot S^2}{\chi^2_{95}}} = 6{,}10 \quad ; \quad \sqrt{\frac{n\cdot S^2}{\chi^2_5}} = 15{,}6$$

Capítulo 3.3

Correlación y regresión

3.1 INTRODUCCIÓN

En la mayor parte de los estudios estadísticos se presenta el problema de predecir los valores que puede tomar una determinada variable. Es el problema de la inferencia estadística o estadística inductiva. El planteamiento del método de solución puede realizarse de varias formas. Unas veces se trata de completar una serie de datos de la variable problema a partir de series de datos de una o más variables que estén relacionadas con aquella de alguna manera. Otras veces se trata simplemente de conseguir un cierto conocimiento sobre los factores que influyen en el valor de la variable problema, con el fin de poder realizar hipótesis adecuadas sobre sus valores desconocidos.

Estos aspectos son tratados por la regresión y la correlación, respectivamente. Es importante destacar el hecho de que la aplicación de los métodos de la correlación y regresión, no proporciona por sí misma ninguna información del tipo causa-efecto, ya que los resultados expresan únicamente relaciones numéricas entre las variables estudiadas. Sin embargo, a partir de estas relaciones se puede llegar a conclusiones de este tipo. Por tanto la finalidad primordial de estos métodos es averiguar los grupos de variables que deben estudiarse conjuntamente. En otras palabras, si se supone que una variable x es influida por un conjunto de variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$, el análisis correlacional obtendrá una serie de factores que en resumen vendrán a expresar la proporción de la varianza de x que debe atribuirse a cada una de las variables x_i. De este modo se puede decidir el subconjunto de las variables que no influyen de forma significativa en el valor de x (fig. 3.20).

La diferencia entre regresión y correlación es muy clara. Un problema de regresión considera la distribución de frecuencias de una variable, o variable dependiente, cuando otra u otras variables, o variables independientes, se suponen conocidas. Por otra parte, un problema de correlación considera la variación conjunta de dos variables sin que se apliquen restricciones a ninguna de ellas. Por tanto la correlación obtiene el grado de asociación entre dos variables, representado numéricamente por el coeficiente de correlación, mientras que la regresión obtiene una ecuación que permite calcular valores de la variable dependiente a partir de la independiente.

3.2 REGRESIÓN Y CORRELACIÓN LINEAL

Es la teoría que estudia la relación lineal que existe entre dos variables, despreciando toda posible influencia de otras variables distintas.

3.2.1 Rectas de regresión

Dado un conjunto de pares de valores correspondientes a dos variables x e y, se define como recta de regre-

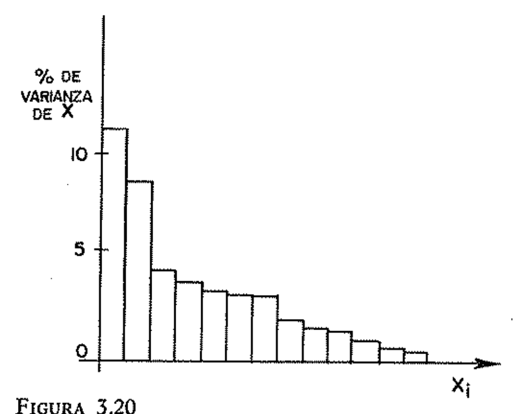
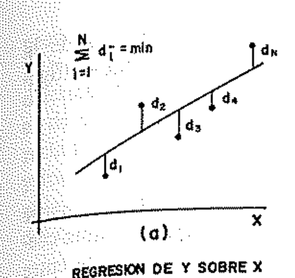


FIGURA 3.20
Porcentaje de la varianza total de x explicada por cada x_i.



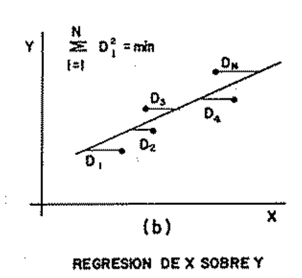


FIGURA 3.21
Rectas de regresión.

sión de y sobre x a una recta tal que la suma de los cuadrados de las desviaciones de cada punto, en dirección y, con respecto a la recta es mínima (fig. 3.21 a). La recta de regresión de x sobre y se define de la misma manera, aunque considerando las desviaciones en dirección x (fig. 3.21 b).

De esta definición se deduce que se trata de un ajuste por mínimos cuadrados, ya que este método obtiene la curva tal que la suma de los cuadrados de la distancia de cada punto de la muestra a dicha curva sea mínima, curva que en la regresión lineal es una recta. En el caso de la regresión de y sobre x se considera x como variable independiente, y por tanto la recta obtenida se puede emplear para completar series de valores de y a partir de series equivalentes completas de x. Lo contrario ocurre en la regresión de x sobre y.

Las rectas de regresión se definen de la forma siguiente:

A) De y sobre x

$$y = a + bx \qquad (3.77)$$

$$b = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} =$$

$$= \frac{\text{covarianza de } (x, y)}{\text{varianza de } x} \qquad (3.78)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \qquad (3.79)$$

siendo:

N = número de pares de valores
$\bar{x}$ = media de la muestra de x
$\bar{y}$ = media de la muestra de y

B) De x sobre y

$$x = a' + b'y \qquad (3.80)$$

$$b' = \frac{S_{xy}}{S_y^2} \qquad (3.81)$$

$$a' = \bar{x} - b'\bar{y} \qquad (3.82)$$

Las dos rectas de regresión se cortan por tanto en el punto $(\bar{x}, \bar{y})$.

Algunas veces se emplea la llamada recta de regresión ortogonal, en la que se toman las desviaciones perpendicularmente a la recta. La situación relativa de las tres rectas de regresión puede apreciarse en la figura 3.22.

Un punto que hay que destacar es que las ecuaciones indicadas corresponden a las rectas de regresión de la muestra. Las correspondientes a la población, deben incluir una cantidad aleatoria que representa el error producido por el hecho de que las dos variables no estarán relacionadas necesariamente por una línea recta. Por otra parte, la pendiente y la ordenada en el origen deben calcularse con la media, varianza y covarianza de la población. Por tanto la ecuación que debe emplearse a efectos de predicción, tomando x como variable independiente, es la siguiente:

$$y = \alpha + \beta + \varepsilon_i$$

$$\beta = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \qquad (3.83)$$

$$\alpha = \mu_x - \beta\mu_y$$

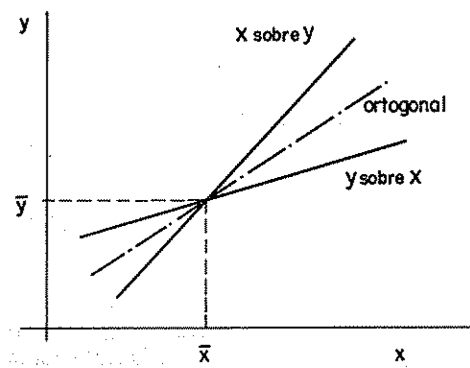


FIGURA 3.22
Situación relativa de las rectas de regresión.

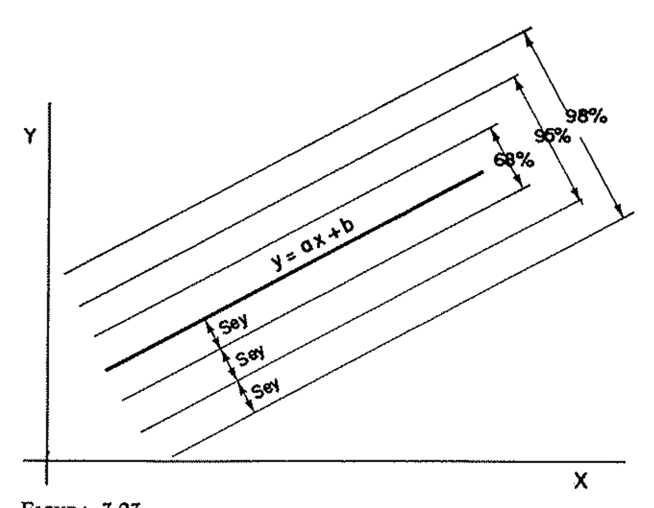


FIGURA 3.23
Intervalos de confianza en la regresión.

El valor de ε_i se puede calcular de la forma siguiente:

1. Cálculo de $\varepsilon_i = y_i - y$ para los valores de la muestra, donde y es el valor teórico deducido de la aplicación de la ecuación (3.83) sin incluir el término aleatorio para cada x_i.
2. El estudio de la distribución de ε_i.
3. Generación de una serie aleatoria de valores que sigan la distribución obtenida en 2 (ver apéndice A.3.1.3). Estos valores se introducen sucesivamente en la ecuación (3.83).

A partir de los valores de ε_i obtenidos en 1 puede también calcularse el llamado error standard de estimación, que se define como la desviación típica de ε_i. Para la regresión de y sobre x este error vale:

$$S_{ey} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y - y_i)^2} \qquad (3.84)$$

puesto que la media de las desviaciones ε_i es nula, como puede comprobarse calculando la expresión:

$$\varepsilon = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[y_i - (a + bx_i)] \qquad (3.85)$$

La distribución de ε_i se puede suponer normal en la mayoría de los casos. Entonces, por definición de distribución normal, se cumplirá, para un N suficientemente grande, que trazando a ambos lados de la recta de regresión líneas paralelas a ella y a distancias S_{ey}, 2 S_{ey} y 3 S_{ey}, el 68 %, 95 % y 99,7 % de los puntos de la muestra se encontrarán entre cada par de líneas (figura 3.23).

3.2.2 Coeficiente de correlación

El coeficiente de correlación se puede definir a partir del llamado coeficiente de determinación. Se llama coeficiente de determinación a la relación que existe entre la varianza explicada por la curva teórica ajustada y la varianza total de la muestra. Esta definición es válida para correlaciones no lineales. Coeficiente de correlación es la raíz cuadrada del coeficiente de determinación, y por tanto, su expresión matemática es:

$$r = \pm\sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(y_j - \bar{y})^2}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad (3.86)$$

donde

y_j = valores teóricos obtenidos mediante la recta o curva de regresión.
y_i = valores de la muestra.

Para una regresión lineal de y sobre x la fórmula se transforma en:

$$r = \pm\sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(a + bx_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - y)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}b^2(x_i - \bar{x})^2}{S_y^2}} = \pm\frac{S_{xy}}{S_xS_y} \qquad (3.87)$$

y por tanto,

$$r = \sqrt{bb'} \qquad (3.88)$$

por lo cual basta con calcular dos de los tres parámetros r, b y b'. También:

$$S_{ey} = (1 - r^2)S_y^2 \qquad (3.89)$$

De la definición de coeficiente de determinación se deduce que, si todos los puntos de la muestra están ali-

neados, la correlación es perfecta y toda la varianza de la muestra es explicada. En este caso el coeficiente de determinación vale 1, es decir, el 100 %, mientras que el de correlación vale ±1. Si no existe correlación la recta no explica ninguna proporción de la varianza total, y los coeficientes de determinación y correlación serán nulos. En otras palabras, los límites del valor absoluto del coeficiente de correlación son 0 y 1.

Ejemplo 9

Correlación y regresión lineal simple.

Se dispone de los siguientes datos de aportación y precipitación en una cuenca expresados en porcentaje de las medias respectivas; Riggs (1968)

Año	Aportación λ	Precipitación x
1928	125	110
1929	67	73
1930	68	74
1931	71	91
1932	118	108
1933	144	130
1934	169	152
1935	138	134
1936	102	98
1937	91	90
1938	125	119
1939	87	77
1940	84	100
1941	58	84
1942	79	85
1943	124	115
1944	62	70
1945	87	91
Total	1799	1801
Media	99,44	100,06

Operando con estos valores resulta:

$$\Sigma xy = 192\,042$$
$$\Sigma x^2 = 189\,291$$
$$\Sigma y^2 = 197\,373$$

La pendiente de la recta de regresión de y sobre x, por la fórmula (3.78) es:

$$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{\Sigma xy - N\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - N\bar{x}^2} =$$

$$= \frac{192\,042 - \dfrac{1801 \times 1799}{18}}{189\,291 - \dfrac{1801^2}{18}} = 1{,}325$$

y la ordenada en el origen, según (3.79),

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x} = 99{,}44 - 1{,}325 \times 100{,}06 = -33{,}14$$

luego la recta de regresión de y sobre x es:

$$y = -33{,}14 + 1{,}325\,x$$

Las varianzas centradas de x e y son:

$$S_x^2 = \frac{\Sigma x^2 - N\bar{x}^2}{N-1} = \frac{189\,291 - \dfrac{1801^2}{18}}{17} = 534{,}76$$

$$S_y^2 = \frac{\Sigma y^2 - N\bar{y}^2}{N-1} = \frac{197\,373 - \dfrac{1799^2}{18}}{17} = 1033{,}70$$

El error standard de estimación, desarrollando (3.89) es:

$$S_{ey}^2 = \frac{N-1}{N-2}(S_y^2 - b^2 S_x^2) =$$

$$= \frac{17}{16}(1033{,}70 - 1{,}325^2 \times 534{,}76) = 100{,}8$$

$$S_{ey} = 10{,}0$$

El coeficiente de correlación, de (3.87) y (3.88)

$$r = \frac{b\,S_x}{S_y} = 1{,}325\,\frac{534{,}76}{1033{,}70} = 0{,}95$$

Los datos y la recta de regresión se representan en la figura 3.24.

Conocida la recta de regresión de y sobre x sería posible predecir los valores de las aportaciones correspondientes a una serie de precipitaciones. Esta serie puede ser medida, como podría ocurrir en el caso de que la estación de aforos hubiera desaparecido en 1945 y se deseara completar la serie. También puede emplearse una serie supuesta de precipitaciones calculándose las aportaciones correspondientes a esa serie ideal.

Hay que hacer notar que el coeficiente de correlación es muy alto, 0,95, lo cual da una gran confianza a los valores calculados. Esta confianza se refleja en el error standard de

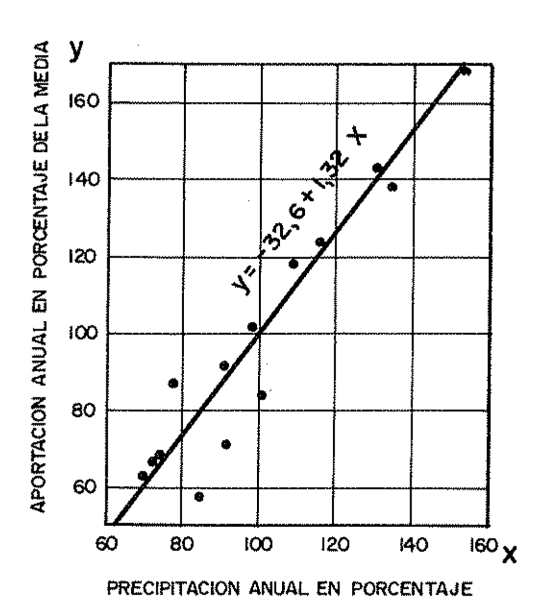


FIGURA 3.24

Representación gráfica de la muestra y la recta de regresión de y *sobre* x.

estimación S_{ey}, cuyo valor es 10,0. Esto quiere decir que si se considera que los errores están distribuidos normalmente, se tiene un 68,27 % de probabilidad de que el valor real tenga un error de ±10,0 respecto al calculado, un 95,45 % de que tenga ±20,0 y un 99,73 % de que tenga ±30,0 %. La razón es que el error standard es la desviación típica de la distribución de los errores y según las tablas de la distribución normal, las áreas comprendidas entre la media más y menos una, dos o tres veces la desviación típica son las indicadas.

3.3 REGRESIÓN Y CORRELACIÓN NO LINEALES

Los conceptos desarrollados en los apartados anteriores son perfectamente aplicables al caso de que la relación entre las variables sea no lineal. Debe tenerse en cuenta que el hecho de que un coeficiente de correlación de una regresión lineal sea bajo, no implica la falta de relación entre las variables. Puede darse el caso de que existan funciones no lineales que arrojen un buen coeficiente de correlación.

El valor del coeficiente de correlación es el expresado en la fórmula (3.86) ya que como se dijo, es la raíz cuadrada del cociente entre la varianza explicada y la varianza total.

En cuanto a la regresión no lineal se habla de las curvas de regresión de $\bar{y}$ sobre x y de x sobre y. Estas curvas se suelen calcular por mínimos cuadrados, aunque hay métodos de tipo iterativo para la utilización de ordenadores, y otros basados en desarrollos en serie de la curva de regresión elegida. Otro método, de aplicación sencilla, consiste en elegir un sistema de coordenadas tal que la función se transforma en una recta (W. T. Chow, 1964, cap. 8-II).

3.4 REGRESIÓN Y CORRELACIÓN MÚLTIPLE

En general, puede hacerse la hipótesis de que la correlación para una determinada variable dependiente es simple, esto es, que sólo hay una variable independiente que está significativamente relacionada con aquella. Sin embargo, puede haber casos en que esto no ocurra, y entonces debe plantearse un problema de regresión y correlación múltiple del tipo

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m) \quad (3.89)$$

donde las variables independientes $x_1, x_2, \ldots, x_m$ no deben estar relacionadas entre sí. Para comprobarlo basta calcular los coeficientes de correlación r_{ij} entre cada dos variables x_i y x_j, y comprobar que sus valores no difieren significativamente de cero.

La relación puede ser lineal, en cuyo caso se calcula por mínimos cuadrados el plano de regresión, o puede ser no lineal, calculándose entonces una superficie de regresión. La elección del número de variables independientes, m, es importante, no sólo porque al aumentar, aumenta también la dificultad de cálculo, sino porque llega un momento en que se comienza a perder información (fig. 3.25). Esto se debe a que se puede conseguir una curva que pase por todos los puntos, y de este modo no se obtiene ninguna información. A este punto se llega cuando el número de puntos observados, N, es igual al de variables m. Se puede indicar que m debe ser bastante menor que N.

Los métodos de cálculo de las superficies de regresión son iterativos, por mínimos cuadrados, por desarrollos en serie de la función elegida, o por transformaciones de la ecuación no lineal en lineal.

La dificultad de tratamiento de funciones no lineales estriba en que al intentar sacar conclusiones estadísticas, los parámetros no están distribuidos normalmente y se complican los cálculos.

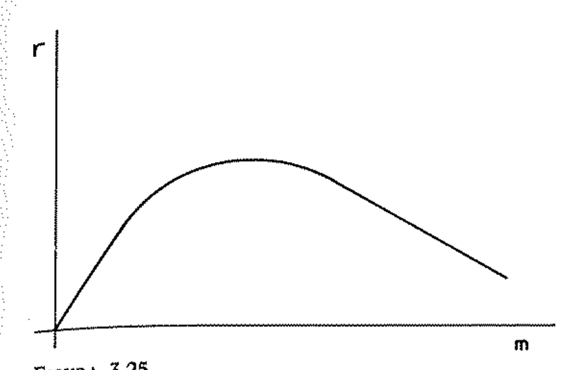


FIGURA 3.25
Variación del coeficiente de correlación en función del número de variables independientes m.

3.5 TRATAMIENTO DE MUESTRAS INTERDEPENDIENTES

Al hablar de funciones de distribución se ha considerado implícitamente que los valores de una variable son independientes entre sí. Sin embargo es frecuente el caso de que en funciones relacionadas con el tiempo haya una relación entre los diversos valores. Por ejemplo, si un verano se presenta seco, no debe esperarse que a un caudal inferior a la media en el mes de julio, vaya a seguir un caudal muy superior a la media en el mes de agosto. Aunque esto pueda ocurrir, la probabilidad es pequeña, ya que hay una relación entre los caudales de ambos meses. La expresión matemática de esta relación es el llamado coeficiente de correlación serial. Se define como coeficiente de correlación serial de primero, segundo, etc., orden de una serie ordenada cronológicamente al coeficiente de correlación obtenido al considerar los pares de puntos formados por cada valor y el situado uno, dos, etc., intervalos de tiempo después.

Si la muestra es $x_1, x_2, \ldots, x_n$, el coeficiente de correlación serial de primer orden se obtendría con los $n - 1$ pares

$$(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), \ldots, (x_{n-1}, x_n)$$

El de segundo orden con los $n - 2$ pares

$$(x_1, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_5), \ldots, (x_{n-2}, x_n)$$

y así sucesivamente.

Para poder aplicar las funciones teóricas de distribución en la hipótesis de independencia es preciso comprobar que los coeficientes de correlación serial no son significativamente distintos de cero. Por ejemplo, al operar con aportaciones anuales de un río, en general serán independientes. Sin embargo en el caso de que la cuenca tenga amplias zonas permeables comunicadas hidráulicamente con el río, es probable que no pueda hacerse la hipótesis de independencia pues la inercia introducida por los acuíferos dará lugar a una relación entre caudales anuales sucesivos.

Apéndice 3.1

Series cronológicas

A.3.1.1 Introducción

Un aspecto importante dentro de los estudios estadísticos de series hidrológicas es el tratamiento de las series cronológicas. Se define como serie cronológica a un conjunto de valores ordenados con respecto al tiempo, que puede definirse mediante una serie de parámetros estadísticos.

Desde el punto de vista práctico las series cronológicas pueden ser *discretas,* cuando provienen de una serie de medidas periódicas y *continuas,* cuando son el resultado de aparatos registradores de carácter continuo (fig. A.3.1).

Esta clasificación no supone una limitación, ya que mediante un digitalizador se puede transformar una serie continua en discreta, y mediante un ordenador analógico, se puede pasar de discreta a continua.

Esencialmente las series cronológicas se dividen en dos categorías:

Deterministas. Son las series cuyo valor en cualquier instante se puede determinar con certeza. Pueden ser periódicas, semiperiódicas o presentar tendencias o saltos bruscos.

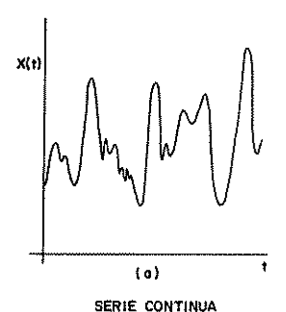
Estocásticas. Sus valores en cualquier instante sólo pueden definirse por una función de distribución, es decir, en términos de probabilidad.

Estas pueden ser:

Estacionarias y no estacionarias, según que sus valores sean o no independientes del tiempo (estacionarias de primer orden). Si la media varianza y covarianza no dependen del tiempo son de segundo orden. Si los momentos de orden n, no dependen del tiempo son estacionarias de orden n.

Ergódicas, si los valores de la serie convergen hacia un mismo valor.

Un punto importante es observar que toda serie cronológica de datos hidrológicos consta de dos partes. Una de ellas es la componente aleatoria y la otra la determinista. Intuitivamente, la primera representa la variabilidad intrínseca a todo fenómeno natural, que depende de tal número de variables que su valor es aleatorio. La segunda reúne la parte previsible del valor del fenómeno. Matemáticamente la distinción es que las componentes aleatorias en el instante t y en el $t + n\Delta t$ son independientes, o sea que el coeficiente de correlación serial de orden n es significativamente igual a cero. En la componente determinista ocurre lo contrario.



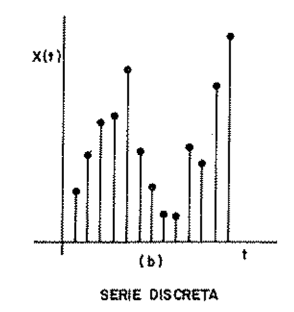


FIGURA A.3.1
Tipos de series cronológicas.

A.3.1.2 Metodología empleada en el estudio de series cronológicas

Hay varios métodos de los que se pueden citar los cinco siguientes:

A.3.1.2.1. Autocorrelación. Si la serie es estacionaria, y se obtienen los coeficientes de correlación serial (o autocorrelación) de orden 1, 2, ..., k, se puede dibujar

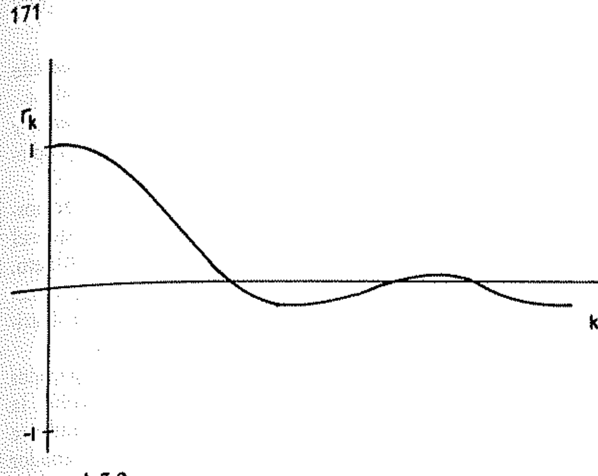


FIGURA A.3.2
Correlograma.

el correlograma, que es la gráfica de la variación de aquellos coeficientes en función de su número de orden (fig. A.3.2).

Series continuas dan correlogramas continuos, y series discretas, correlogramas discretos. La forma del correlograma está estrechamente ligada al carácter de la serie. Si una serie es periódica su correlograma también lo es, pasando de $+1$ a -1 en un período igual al de la serie. Una serie lineal da un correlograma lineal, y una serie de valores independientes da un correlograma como el de la figura A.3.3.

El correlograma de una serie, y por tanto la propia serie, puede reproducirse combinando varias funciones que responden a diferentes características de la serie.

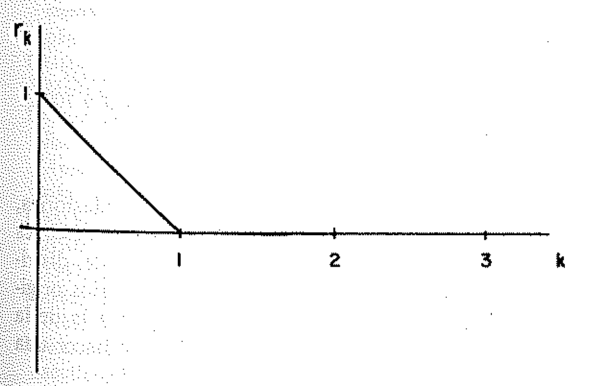


FIGURA A.3.3
Correlograma de series de valores independientes.

Por ejemplo, se puede combinar una función cíclica con cierto número de armónicos y una función que representa la tendencia. Son estudios bastante complejos, pues se trata no sólo de reproducir una función complicada sino de decidir hasta que grado de precisión es económicamente factible reproducirla, en comparación con la información obtenida.

A.3.1.2.2. Análisis espectral. Es un método de tipo matemático similar al estudio de la autocorrelación, y conectado estrechamente con éste. Se trata de estudiar el llamado espectro de densidad, que es la relación entre cada intervalo de frecuencias y la varianza explicada por dicho intervalo se cumple que el área encerrada por la curva es igual a la varianza total. En el caso de series periódicas amortiguadas, se presenta una serie de armónicos. Con el análisis de varianza o densidad espectral se puede decidir, a un cierto nivel de confianza, cuales son los armónicos que influyen significativamente. Hay una relación muy clara entre el correlograma y la densidad espectral de una serie (fig. A.3.4).

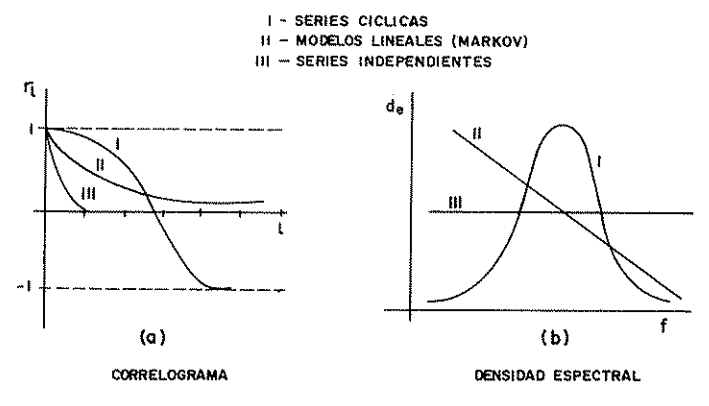


FIGURA A.3.4
Relación entre correlograma y densidad espectral.

A.3.1.2.3. Amplitud de variación (Range). Consiste en el estudio de las desviaciones acumuladas con respecto a la media. De este modo se obtienen los déficits o excesos acumulados. Existe toda una teoría estadística dedicada a estudiar este fenómeno que resulta muy útil en problemas de almacenamiento y regulación de sistemas de recursos hidráulicos.

A.3.1.2.4. Conjuntos de características parecidas (Runs). Es una teoría desarrollada para el estudio

de sistemas de recursos hidráulicos en que se estudia estadísticamente la aparición de series secas o húmedas. Se considera como variable este carácter, es decir, si se trata de un período seco (inferior a la media), o húmedo (superior a la media), sin entrar en demasiados detalles cuantitativos.

A.3.1.2.5. Análisis de tendencias. Algunas series cronológicas tienen sus propiedades enmascaradas por la existencia de una tendencia general a aumentar o disminuir los valores observados. Si se consigue definir esta tendencia, se puede restar a cada valor observado el valor de aquella en el instante correspondiente, y analizar con más facilidad las características de la serie.

Un método muy empleado en el análisis de tendencias es el de las medias móviles, cuya finalidad es suavizar la serie original mediante la sustitución de cada valor por la media ponderada de varios valores adyacentes. Si la serie original tiene, por valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ puede realizarse el siguiente cambio de variables:

$$y_2 = \frac{b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3}{3}$$

$$y_3 = \frac{b_1x_2 + b_2x_3 + b_3x_4}{3}$$

$$\vdots \qquad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$y_{n-1} = \frac{b_1x_{n-2} + b_2x_{n-1} + b_3x_n}{3}$$

que sería un ejemplo de medias móviles de orden 3, debiéndose cumplir que $b_1 + b_2 + b_3 = 3$, y teniendo en cuenta que la serie queda reducida en dos valores. Realizando tanteos con medias móviles de distinto orden, puede llegar a obtenerse la tendencia, a la que si es necesario puede asignarse una expresión matemática, Chow (1964).

A.3.1.3 Métodos de generación de series

Los métodos de generación de series consisten en la creación de series sintéticas en las que se conservan ciertas características estadísticas de la muestra. Para ello hay que definir la ley que sigue la componente no aleatoria y añadirle valores aleatorios con una determinada distribución. La formulación que expresa matemáticamente esta operación se suele llamar modelo de la serie cronológica del fenómeno.

Para generar los valores aleatorios hay que acudir al uso de los números aleatorios, que tienen las propiedades siguientes:

1. Son independientes en secuencia. Para demostrarlo hay que comprobar mediante un test χ^2 que el correlograma no es significativamente distinto de cero.
2. Su distribución original es uniforme, aunque mediante una transformación se puede pasar a otra distribución sin que por eso dejen de ser aleatorios.
3. Si para obtenerlos se usan las rutinas preparadas para el empleo de ordenadores, hay que comprobar la persistencia de su carácter aleatorio, ya que cuando se han generado 100 000 ó 200 000 números, el ordenador comienza a repetirlos y dejan de ser aleatorios.
4. Sus valores máximos y mínimos deben ser suficientemente grandes y pequeños, ya que el ordenador comete errores de truncadura.

Para obtenerlos pueden emplearse tablas de números aleatorios publicadas (Rand Corporation: un millón de números aleatorios), rutinas de ordenador, generadores de ruidos aleatorios, etc.

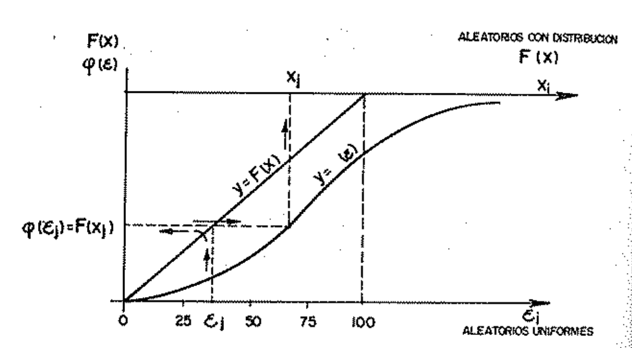


FIGURA A.3.5

Transformación de una serie E_j *de números aleatorios con distribución uniforme y comprendido entre 0 y 100 en otra serie* x_j *con distribución* $y = F(x)$.

Una vez conseguida la serie de números aleatorios, la transformación en la distribución que se desee es inmediata. Basta representar las funciones de distribución correspondientes a los números aleatorios originales (uniforme, equivalente a una recta), y a la de la serie que se desea (de ecuación conocida) y hacer una transformación punto por punto (fig. A.3.5).

Como se ve en la figura, se trata sencillamente de hallar el valor transformado cuya probabilidad $F(x_j)$

es la misma que la del valor aleatorio uniforme que se acaba de obtener $\varphi(\varepsilon_j)$.

Esta transformación se puede hacer matemáticamente sin necesidad de acudir al método gráfico.

Dentro de los modelos empleados en Hidrología hay que destacar los modelos de Markov, que establecen una relación lineal entre las variables. La ecuación empleada es del tipo:

$$x_i = \rho_1 x_{i-1} + \rho_2 x_{i-2} + \ldots + \rho_n x_{i-n} + \varepsilon_i \qquad \text{(A.3.1)}$$

ρ_j = coeficiente de correlación serial de orden n.

Este es el modelo de orden n, pero el más empleado es el de primer orden:

$$x_i = \rho_1 x_{i-1} + \varepsilon_i \qquad \text{(A.3.2.)}$$

También puede complicarse la ecuación básica con el fin de reproducir mayor número de parámetros de la serie original. Es interesante el modelo empleado por Thomas y Fiering, recogido en Maass (1962), para generar aportaciones mensuales en un río:

$$x_i = \bar{x}_j + R_{j-1}(x_{i-1} - \bar{x}_{j-1}) + S_j(1 - \rho^2_{j-1})^{1/2} \cdot \varepsilon_i \qquad \text{(A.3.3)}$$

x_i, x_{i-1} = caudales generados en los lugares i e i − 1 de la muestra, correspondientes a los meses j y j − 1 del año.

$\bar{x}_j$, $\bar{x}_{j-1}$ = caudales medios de los meses j y j − 1.

R_j = coeficiente de regresión para estimar caudales en el mes j a partir de los del mes j − 1.

S_j = desviación típica de los caudales en el mes j.

ρ_j = coeficiente de correlación serial entre los caudales de los meses j y j − 1.

ε_i = valor aleatorio distribuido normalmente con media cero y varianza unidad.

Además de éstos, se puede comprender que hay gran número de modelos adaptados a cada caso particular, que pueden encontrarse en la literatura especializada, Chow (1964).

Bibliografía

ARNÁIZ, LEAL, J.: *Problemas de Estadística,* Editorial Albine, Madrid, 1968.

BURINGTON, R. S.: *Statistics: Handbook of Mathematical Tables and Formulas,* 4.ª ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1965, págs. 163-176.

CRAMER, H.: *Elementos de la teoría de probabilidades y alguna de sus aplicaciones,* 3.ª ed., Aguilar, Madrid, 1963, págs. 15-36; 57-115; 131-139; 178-202.

CRAMER, H.: *Métodos matemáticos de Estadística,* Aguilar, Madrid, 1967.

DAWDY, Dr., MATALAS, N. C.: Section 8-III. Part. III. «Analisis of variance, covariance and time series» *Handbook of Applied Hydrology,* McGraw-Hill, Inc. New York, 1964, págs. 8-78/8-99.

LINSLEY, R. K., KOHLER, M. A., PAULUS, J. L. H.: *Applied Hydrology,* McGraw-Hill Book Company Inc, New York, 1949, págs. 544-572.

MAASS, A.: *Desing of water-resource systems.* Harvard, Univ. Press. Cambridge Mass., 1962.

MONTALBÁN, F.: «Análisis factorial de las oscilaciones del acuífero profundo del delta del río Llobregat». *Revista Agua.* Suplemento Científico n.° 6. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua, Barcelona, 1969.

MOTHES, J.: *Estadística aplicada a la Ingeniería.* Editorial Ariel, Barcelona, 1960, págs. 9-110.

RIGGS, H. C.: *Some statistical tools in hydrology, Tech. of Water resources invest.* Book 4 Chap A.1 U.S. Geological Survey, 1968.

ROCHE, M.: «Introduction», *Hydrologie de surface.* Gauthier Villars Editeur, Paris, 1963, págs. 17-52.

SÁNCHEZ CRESPO, J. L.: *Diseño de encuestas por muestreo probabilístico.* Instituto Nacional de Estadística, Madrid, 1967, págs. 1-21.

SUÁREZ, J.: *Apuntes de Estadística Matemática.* Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1966.

VEN TÉ CHOW: «Section 8-I: Statistical and Probability Analysis of Hydrology Data. Part I. Frequency Analysis». McGraw-Hill. *Handbook of applied Hydrology.* Inc. New York, 1964, págs. 8/1-8/37.

YEVDJEVICH, V. M.: «Section 8-II, Part. II, Regression and Correlation Analysis» *Handbook of applied Hydrology.* McGraw-Hill Inc. New York, 1964, págs. 8-43/8-67.

YEVDJEVICH, V. M.: *Probability and Statistics in Hydrology.* Water Resources Publications. Fort Collins, Colorado, 1972.

Sección 4

Principios básicos de química y radioquímica de aguas subterráneas

EMILIO CUSTODIO
Doctor Ingeniero Industrial

Sumario

Símbolos

A	radioactividad, total de CO_2 disuelto
A_o	radioactividad inicial
B O D	ver D B O
cte	constante
C	conductividad eléctrica, concentración
C M P	concentración máxima permisible
C O D	ver D Q O
D	dureza
D_c	dureza carbonatada
D_p	dureza permanente
D B O	demanda bioquímica de oxígeno
D O	demanda de oxígeno
D Q O	demanda química de oxígeno
e	electrón; número e = 2,7172
e^-	electrón; negatrón
e^+	positrón
E B R	efecto biológico relativo
E C	captura electrónica
E_h	potencial redox
E_o	potencial de electrodo de referencia
E_{max}	energía máxima del espectro beta
f	coeficiente de actividad
F	fondo
K_s	producto de solubilidad
K	constante de equilibrio
log	logaritmo decimal
M	suma de aniones o de cationes
M O	materia orgánica
N	número de núcleos
N_o	número de núcleos iniciales
p	presión
R	constante de los gases
R_s	residuo seco
S	solubilidad
S_d	sólidos disueltos
t	tiempo
T	período radioactivo, temperatura absoluta
T H	grado hidrotimétrico, dureza
^mX_n	isótopo de masa m y número atómico n
Z_i	carga iónica del ion i
α	emisión alfa, actividad química, coeficente de absorción de gases
β	emisión beta
γ	emisión gamma
Δ	incremento
λ	constante de desintegración, solubilidad de un gas
μ	fuerza iónica
π	presión osmótica
Π	producto
ρ	resistividad, densidad
Σ	suma
θ	temperatura
$< >$	actividad molar o molal
[ ]	concentración molar o molal

Abreviaturas y unidades

°A	grado alemán de dureza
atm	atmósfera
c	curio
cal	caloría
cc	centímetro cúbico
°C	grado centígrado
epm	equivalente por millón
eV	electrón voltio
°F	grado francés de dureza; grado Farenheit
g	gramo
kg	kilogramo
l	litro
meq/l	miliequivalente por litro
mg/l	miligramo por litro
MeV	megaelectrónvoltio
ppm	parte por millón
v	(delante de un símbolo químico) valor en meq/l
R	roentgen
S	siemens = mohs
U T	unidad de tritio
μc	microcurio = 10^{-6} c
$\mu\mu$c	micromicrocurio = 10^{-12} c
μS/cm	microsiemens por cm = M mhos/cm
Ω	ohnnio
Ω^{-1}	mhos = siemens

0.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

El objetivo fundamental de esta sección es dar los principios básicos de química del agua aplicados a las aguas subterráneas y a la valoración de los análisis químicos. Se supone que el lector posee ya los conocimientos de química general mínimos requeridos en una carrera técnica superior o universitaria, por lo cual no se entrará en el detalle ni se concretarán definiciones. Con frecuencia se designarán las substancias por su símbolo químico, sin más aclaraciones.

La aplicación de los aspectos químicos del agua subterránea al estudio de las interacciones agua terreno y al estudio del movimiento de la misma se desarrollará en las secciones 10, «Geohidroquímica» y 12 «Trazadores y Técnicas Nucleares en Hidrología subterránea», y los relativos a los usos del agua, en la sección 18, «Calidad del Agua».

En el capítulo quinto se dan los principios básicos de radioquímica que servirán de base al estudio del empleo de los trazadores radioactivos y de datación en Hidrología Subterránea.

No se hablará con detalle de técnicas de análisis, pero sí se darán en el apéndice A.4 indicaciones sobre algunas determinaciones sencillas de gran interés en estudios de aguas subterráneas. En el capítulo tercero se darán normas y criterios a seguir en el muestreo de agua.

Toda la presente sección está fundamentalmente dirigida hacia las aguas subterráneas aunque no se indique expresamente tal dedicación. Por lo tanto no deben sorprender al lector ciertas aparentes visiones parciales de los aspectos químicos. Los criterios y limitaciones expresadas no tienen porqué ser aplicables sin modificaciones a otras aguas tales como aguas fluviales, residuales, lacustres, o incluso aguas subterráneas en circunstancias excepcionales.

0.2 BOSQUEJO HISTÓRICO

La química del agua empezó a desarrollarse cuando se establecieron las bases del análisis químico cuantitativo en el siglo XIX, no siendo frecuente hallar datos de confianza sobre aguas naturales anteriores a 1900, y siendo escasos los datos anteriores al último cuarto de siglo. Los primeros datos de aguas subterráneas corresponden en gran proporción a aguas minerales y termominerales. A partir de 1900 y especialmente a partir de 1902 los datos ya son abundantes y fiables, apoyados en nuevas técnicas de análisis más sencillas y rápidas, algunas de ellas adaptables a los trabajos de campo, que desplazan a los lentos análisis gravimétricos o a otros poco precisos métodos de análisis existentes, como los basados en la formación de espuma por el jabón. En el momento actual el análisis de un agua es una labor normal y sencilla y pueden determinarse si es preciso ciertas características en continuo. Incluso la determinación de trazas o substancias en poca cantidad se puede hacer con relativa rapidez y precisión.

Aunque los principios fundamentales de la química de la disolución de sólidos y gases eran ya conocidos en el primer cuarto de este siglo, no se han aplicado a las aguas naturales hasta hace relativamente pocos años, en especial por falta de elementos teóricos de base y dificultades analíticas. Los trabajos que permiten el estudio de sistemas complejos, teniendo en cuenta temperatura, presión, concentraciones, pH, potencial redox, etcétera, empiezan a ser asequibles, en especial al poder disponer de las modernas máquinas de cálculo electrónico que permiten manejar con facilidad muchas ecuaciones a la vez; aún así queda un largo trecho a recorrer en el estudio de sistemas no en equilibrio y/o irreversibles.

0.3 AGRADECIMIENTOS

El autor quiere agradecer a don Joaquín Guardiola y a doña María Gloria de Reynoso, de Sociedad General de Aguas de Barcelona, las sugerencias acerca de los cuatro primeros capítulos, a doña María Dolores Peláez y a don Jaume Jorba, del Laboratorio de Ingeniería Nuclear de la E.T.S.I.I.B. de Barcelona, las detenidas observaciones sobre el capítulo quinto, y a doña Elvira Caralt, del Laboratorio de la Confederación Hidrográfica del Pirineo Oriental y en especial a doña María Dolores Peláez, por la revisión general realizada.

Capítulo 4.1

Elementos de química del agua

1.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se tratarán fundamentalmente y de forma sucinta los principios de la puesta en disolución de sólidos y gases y el equilibrio de las substancias disueltas, incluyendo los conceptos clave de alcalinidad, disolución de calizas y dolomías y agresividad.

1.2 EL AGUA COMO SUSTANCIA QUÍMICA PURA

La molécula de agua está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, siendo por lo tanto su fórmula H_2O. Se trata de una molécula con enlaces covalentes y debido a que es algo asimétrica y a su fuerte polaridad, el agua posee propiedades singulares tanto desde un aspecto de vista químico como físico.

Físicamente se caracteriza porque es un líquido entre 0 y 100 °C a presión atmosférica, con un calor específico muy elevado (1 cal/g °C, que es el valor medio entre 0 y 100 °C), y calores de vaporización (540 cal/g a 1 atm) y de congelación (80 cal/g) también muy elevados. Su tensión superficial es la más elevada conocida y moja con facilidad la mayoría de sustancias sólidas naturales.

Presenta una notable anomalía dilatométrica, pues a 4 °C presenta un máximo de densidad (1 kg/litro) siendo algo menos densa a 0 °C y notablemente menos densa en estado sólido.

El agua líquida es un cuerpo sólo muy débilmente iónico, efectuándose una disociación molecular de acuerdo con la reacción simplificada

$$H_2O \leftrightarrows H^+ + OH^-$$

Su conductividad eléctrica es muy baja, del orden de 0,045 μS/cm a 18 °C[1] (Davis y De Wiest, 1966, página 85), pero crece enormemente al contener pequeñas cantidades de impurezas, pudiendo llegar a ser un buen conductor eléctrico cuando contiene sustancias iónicas disueltas. El agua destilada puede tener entre 0,5 y 5 μS/cm debido a pequeñas impurezas y gases disueltos[2].

A cualquier temperatura se cumple que:

$$[H^+] \cdot [OH^-] = K$$

en la que [ ] indica concentración molal[3] y K es una constante función de la temperatura, cuyo valor es 10^{-14} a 25 °C. Si el agua es pura, el equilibrio iónico exige que $[H^+] = [OH^-]$. La concentración en hidrogeniones $[H^+]$ es una cifra muy importante, pero para evitar manejar cifras muy pequeñas, se emplea el pH que se define como $pH = -\log [H^+]$, aunque más exactamente debe tomarse $pH = -\log <H^+>$ indicando $< >$ la actividad[4]. Para el agua pura a 25 °C es pH = 7 y a 18 °C es pH = 7,08 (Schoeller, 1962, pág. 268).

El agua es una sustancia químicamente muy activa que tiene gran facilidad de disolver y reaccionar con otras sustancias, tanto inorgánicas como orgánicas. Su poder ionizante y su constante dieléctrica son muy elevadas, y es el disolvente más empleado y difundido.

1.3 EL AGUA EN LA NATURALEZA COMO AGENTE FÍSICO-QUÍMICO

1.3.1 El agua como disolvente

La gran capacidad de disolución del agua y su elevada reactividad hace que el agua natural contenga gran can-

[1] Ver apartado 2.4.2.
[2] Ver apartado 2.4.2.
[3] Ver apartado 1.3.3.
[4] Ver apartado 1.3.3.

tidad de sustancias disueltas, que entre a formar parte de la composición de muchas sustancias (hidratos, agua de formación, etc.) y que ataque a muchas otras directamente o a través de las sustancias que lleva disueltas (hidrolisis, oxidaciones, etc.). El agua pura es una sustancia que sólo se encuentra en el laboratorio precisando de notables precauciones para su preparación y conservación como tal.

El agua puede disolver tanto gases, como líquidos, como sólidos. El mecanismo de disolución puede ser unas veces un mecanismo simple como la disolución de nitrógeno o de azúcar, otras veces un mecanismo de simple ionización como la disolución de sal común, pero en otras ocasiones a veces se trata de mecanismos mucho más complejos en los que intervienen reacciones químicas con la propia agua (disolución de NH_3) o con el agua y otras sustancias disueltas en la misma (disolución de caliza en presencia de CO_2, formación de complejos como en la disolución de metales pesados con ayuda de ácidos húmicos o ciertas sustancias orgánicas, etcétera) o a través de alteraciones previas producidas por el agua en materiales en sí insolubles (ataque de silicatos).

1.3.2 Forma en que se encuentran las sustancias disueltas

Las sustancias disueltas pueden estar en forma molecular o en forma iónica, pero en las aguas subterráneas la forma iónica es la más importante. Normalmente se trata de iones simples tales como los cationes Na^+, Ca^{++}, Fe^{++} o aniones simples como Cl^-, $SO_4^=$. Menos frecuentemente existen iones complejos, por ejemplo de Fe u otros metales pesados, formados a expensas de sustancias orgánicas o incluso de ácido carbónico; estos complejos pueden ser tanto aniónicos como catiónicos.

Parte de las sustancias disueltas están en forma molecular no iónica, con frecuencia en equilibrio con especies iónicas. Así, el ácido carbónico mantiene el equilibrio.

$$CO_3H_2 \rightleftarrows CO_3H^- + H^+$$

Otras sustancias están parcialmente disociadas, dando origen a iones tales como CO_3H^-, SH^-, $SiO_4H_3^-$, etc., en equilibrio con la forma molecular y la forma totalmente disociada, o con mayor grado de disociación.

Cuanto más concentrada está un agua en una sal, mayor es la proporción de esa sal no ionizada. Para los iones de carácter débil el grado de disociación es función del pH de la disolución, el cual a su vez depende del resto de sustancias disueltas; tal sucede con el $CO_3^=$, CO_3H^-, NH_4^+, etc.

En aguas subterráneas naturales clasificadas como dulces[5], la mayoría de las sustancias disueltas están totalmente ionizadas (la principal excepción es la sílice en forma de SiO_4H_4), y por ello se consideran en estado iónico.

1.3.3 Expresión de las concentraciones

La concentración de los diferentes iones y sustancias disueltas puede expresarse de diferentes maneras.

a) Expresiones en peso

Parte por millón, ppm. Es el gramo en un millón de gramos o sea el mg/kg. Es la forma más usual. Variantes de la misma son la parte por cien mil (ppc) y la llamada en la literatura anglosajona parte por billón (ppb) que en el sistema numeral latino es la parte por mil millones (1 billón = 10^{12} en numeración latina y 10^9 en numeración anglosajona).

Miligramo por litro, mg/l. Se entiende por litro de disolución. Si la concentración total de sales no supera 5000 ppm la densidad del agua es muy aproximadamente 1 y por lo tanto 1 ppm = 1 mg/l. Para concentraciones totales mayores la densidad es algo superior a 1 y la medida en ppm es algo menor que en mg/l. Sin embargo los errores son pequeños, aun para agua del mar.

También se emplea con frecuencia el g/l = 1000 mg por litro y el microgramo por litro (μg/l) = 10^{-3} miligramos por litro.

En la literatura anglosajona a veces se usa el grano por galón (gpg) = 17,118 ppm si se trata de galones norteamericanos y 14,3 ppm si se trata de galones ingleses (imperiales).

b) Expresiones químicas

En las expresiones químicas los pesos de sustancias disueltas se sustituyen por el número de moles o el número de equivalentes.

$$\text{número de moles} = \frac{\text{peso de sustancia}}{\text{peso molecular}}$$

$$\text{número de equivalentes} = \frac{\text{peso de sustancia}}{\text{peso equivalente}}$$

[5] Con menos de 1000 mgr/l de sustancias disueltas.

peso equivalente =

$$= \frac{\text{peso molecular}}{\text{número de electrones o valencias en juego}}$$

Miliequivalentes por litro de disolución meq/l, de disolución que coincide aproximadamente con los *equivalentes por millón* de gramos *(epm)*. Es muy empleada en análisis químico por permitir comparar directamente iones. El número de equivalentes por litro se llama *normalidad*.

Molaridad o moles por litro de disolución (moles/l), de gran interés en el estudio de reacciones químicas.

Molalidad o moles por kg de agua pura, que tiene interés cuando en los procesos en estudio se producen cambios de densidad o variaciones importantes en el contenido en agua.

Ejemplo 1

Determinar el número de meq/l y molaridad de una solución diluida que contiene 150 ppm de ion $SO_4^=$ con vistas a reacciones de disolución

Peso molecular del ion $SO_4^= = 32 + 4 \cdot 16 = 96$

Peso equivalente del ion (tiene valencia dos)[6]

$96/2 = 48$

$$150 \text{ ppm} = 150 \text{ mg/l} = \frac{150}{96} = 1{,}56 \quad \text{milimoles/litro}$$

$$= \frac{150}{48} = 3{,}12 \quad \text{meq/l}$$

Ejemplo 2

Determinar la molaridad y número de meq/l de una solución diluida que contiene 150 ppm de $SO_4^=$ que interviene en la reacción:

$$SO_4^= + 8\,H^+ + 8\,e^- \rightarrow S^= + 4\,H_2O$$

Peso molecular del ion $SO_4^= = 32 + 4 \cdot 16 = 96$

Peso equivalente del ion (8 electrones en juego)

$96/8 = 12$

$$150 \text{ ppm} = 150 \text{ mg/l} = \frac{150}{96} = 1{,}56 \quad \text{milimoles/l} =$$

$$= \frac{150}{12} = 12{,}5 \quad \text{meq/l}$$

[6] En realidad debería decirse que se combina con dos H^+ en vez de decir que tiene dos valencias.

1.3.4 Fuerza iónica μ

La fuerza iónica designada por μ (a veces también por Γ o por I), expresa el contenido iónico de una solución y se define por:

$$\mu = \frac{1}{2} \Sigma Z_i^2 \cdot C_i' = \frac{1}{2000} \Sigma Z_i \cdot C_i$$

en la que el signo sumatorio Σ se extiende a todos los iones presentes, Z_i es la carga del ion a concentración molal C_i' o sea C_i meq/l para soluciones no excesivamente concentradas.

Es un valor de gran importancia en el estudio de soluciones, en especial de soluciones concentradas.

Según Clark y Viessman (1966) es $\mu \approx 2{,}5 \cdot 10^{-5} R_s$ siendo R_s el residuo seco de la solución en ppm[7].

Ejemplo 3

Hallar la fuerza iónica de una solución que contiene 200 mg de ClNa y 200 mg de SO_4Mg por litro.

Peso equivalente ClNa = 35,5 + 23 = 58,5

$$\text{Peso equivalente } SO_4Mg = \frac{1}{2}(32 + 4 \cdot 16 + 24) = 60$$

meq/l de Cl^-	200/58,5 = 3,41
meq/l de Na^+	200/58,5 = 3,41
meq/l de $SO_4^=$	200/60 = 3,33
meq/l de Mg^{++}	200/60 = 3,33

$$\mu = \frac{1}{2000}(1 \cdot 3{,}41 + 1 \cdot 3{,}41 + 2 \cdot 3{,}33 + 2 \cdot 3{,}33) = 0{,}010$$

1.3.5 Actividad[2]

Los iones contenidos en una disolución no son totalmente libres de moverse (ley de Debye y Hückel) debido a diferentes razones tales como la incompleta ionización y los efectos de las moléculas de agua que tienen adheridas. En el estudio de reacciones químicas conviene sustituir la molalidad, simbolizada [ ], por la actividad, simbolizada <> pasándose de una a otra mediante el coeficiente de actividad f*.

Actividad = f · molalidad

[7] Es mejor tomar para R_s el total de sólidos disueltos, que es algo superior al residuo seco, como se verá en el apartado 2.5.2.

[2] También se llama concentración termodinámica.

* El lector interesado en los conceptos fisicoquímicos de actividad puede consultar los textos apropiados, tal como Pitzer y Brewer (1961).

teniéndose que para soluciones no demasiado concentradas se cumple para el ion i:[8]

$$-\log f_i = A \cdot Z_i^2 \sqrt{\mu} \qquad (\mu < 0{,}02)$$

y por lo tanto depende de la fuerza iónica. La constante A varía con la temperatura y vale 0,51 a 25°C (Hem, 1959, pág. 36). Para soluciones algo más concentradas debe corregirse la fórmula (Helgeson, 1970, pág. 574). Para valores de $\mu \leq 0{,}1$ (6000 ppm ClNa), puede sustituirse $\sqrt{\mu}$ por $\dfrac{\sqrt{\mu}}{1+\sqrt{\mu}}$ (Clark y Viessman, 1966).

Para soluciones muy diluidas es $f_i \approx 1$ y la molalidad coincide muy aproximadamente con la molaridad y éstas con la actividad.

1.3.6 Concentración de hidrogeniones, pH

El pH ha sido ya definido en el apartado 1.2.

Las sustancias disueltas pueden alterar el equilibrio de disociación del agua, alterando por lo tanto el pH. La disolución de ClNa apenas modifica este equilibrio, pero la adición de ClH o NaOH lo modifica muy fuertemente por aporte de H^+ o OH^- produciéndose un agua ácida o un agua básica respectivamente. Muchas sustancias neutras, al disolverse reaccionan con el agua destruyendo este equilibrio, tal como hace la calcita (CO_3Ca), que da una solución algo básica o alcalina, pues se establece la reacción $CO_3^{=} + H^+ \rightarrow CO_3H^-$, quedando un exceso de OH^- [9].

La existencia de ácidos o bases muy débilmente ionizados tienden a mantener casi constante el pH del agua cuando se intenta cambiarlo añadiendo pequeñas cantidades de ácidos o bases fuertes. A estas soluciones se las llama *soluciones tampón* y son relativamente frecuentes en la naturaleza debido a la presencia en el agua de CO_2 disuelto y CO_3H^-. Esto explica el porqué la mayoría de las aguas subterráneas tienen pH entre 6,5 y 8.

Un agua que contiene en disolución ion bicarbonato CO_3H^- reacciona de la siguiente forma al añadir unas gotas de ácido clorhídrico (aporte de H^+):

$$CO_3H^- + H^+ \rightarrow CO_3H_2 \rightleftarrows CO_2 + H_2O$$

y tiende a mantener el pH al eliminar gran parte de los iones H^+ añadidos.

Similarmente un agua que contiene en disolución ion amonio NH_4^+, reacciona de la siguiente forma al añadir más gotas de hidróxido sódico (aporte de OH^-)

$$NH_4^+ + OH^- \rightarrow NH_3 + H_2O$$

tendiendo también a mantener el pH al eliminar la gran parte de los iones OH^- añadidos.

1.3.7 Ley de acción de masas

La ley de acción de masas establece que si se tiene la reacción de equilibrio:

$$aA + bB + cC + \ldots = a'A' + b'B' + c'C' + d'D' + \ldots$$

en la que las letras minúsculas indican el número de moléculas de la clase indicada por la letra mayúscula correspondiente, siendo las mayúsculas afectadas del signo prima los productos de reacción y las no afectadas los reactivos, es:

$$\frac{<A'>^{a'} \cdot <B'>^{b'} \cdot <C'>^{c'} \cdot <D'>^{d'} \ldots}{<A>^{a} \cdot <B>^{b} \cdot <C>^{c} \ldots\ldots} = K$$

significando $<>$ las actividades (aproximadamente iguales a las molalidades para soluciones diluidas) y siendo K la constante de equilibrio[10] que depende de la presión

[8] La ecuación de Debye-Hückel es:

$$\log f_i = \frac{-A\, Z_i^2 \sqrt{\mu}}{1 + a_i B \sqrt{\mu}}$$

siendo A y B constantes que dependen de la temperatura; a_i es el diámetro efectivo del ion en la solución. La ecuación es aceptable hasta $\mu = 0{,}1$ lo que equivale a aguas naturales con 5000 a 8000 ppm de sustancias disueltas.

[9] Al producirse la reacción indicada aumenta el grado de disociación del agua, pero el resultado final es una menor concentración de H^+ y por lo tanto un pH mayor.

[10] La constante de equilibrio se relaciona con la energía libre de Gibbs de la reacción (es una magnitud termodinámica) mediante la relación:

$$\Delta G_R^0 = -RT \ln K$$

en la que $\Delta G_R^0 = \Sigma(\Delta G_{FP}^0 - \Delta G_{FR}^0)$

FP = formación productos, FR = formación reactivos, ΔG^0 = variación de energía libre. Si ΔH es la entalpía o calor de reacción, a presión constante se tiene la ley de Van't Hoff:

$$\left(\frac{\delta \ln K}{\delta T}\right)_P = \frac{\Delta H}{RT^2}$$

siendo R = constante de los gases y T la temperatura absoluta, si sólo difiere unos pocos grados de 25 °C.

y de la temperatura. Esta ley puede escribirse de forma abreviada

$$\Pi <X'>^{x'} <X>^{-x} = K$$

siendo Π el signo del producto extendido a todas las sustancias que entran en la reacción y representando x' el número de moléculas del producto X' y x el número de moléculas del reactivo X.

En reacciones irreversibles no es aplicable la ley de acción de masas.

1.3.8 El producto de solubilidad. Efecto de ion común

Si se tiene una sustancia soluble en contacto con agua pura, se va disolviendo hasta un cierto valor límite; la concentración máxima alcanzable de equilibrio es la solubilidad y se suele expresar en g/l o en g/kg de agua.

El fenómeno viene regulado por la ley de acción de masas pero como mientras exista sustancia sólida presente su concentración en el sistema permanece constante, puede escribirse que:

$$<A>^a<B>^b<C>^c \ldots = k_s$$

siendo A, B, C, ... las especies resultantes de la disolución y a, b, c, el número de moléculas de cada una de ellas; k_s es el producto de solubilidad que depende de la presión, temperatura y fuerza iónica de la solución.

Si se disuelve F_2Ca en agua pura, se tiene el equilibrio:

$$F_2Ca \text{ (sólido)} \rightleftarrows F_2Ca \text{ (disuelto)} \rightleftarrows 2\ F^- + Ca^{++}$$

La constante de reacción es:

$$K = \frac{<Ca^{++}>\ <F^->^2}{<Fe_2Ca \text{ disuelto}>}$$

pero como $<F_2Ca$ disuelto$>$ es constante mientras exista fase sólida en equilibrio:

$$<F^->^2<Ca^{++}> = k_s$$

Como sólo existe este soluto y está prácticamente disociado $<F^-> \simeq 2\ <Ca^{++}>$ (serían iguales si se trabajase con molalidades). Si S es la solubilidad en g/kg de agua será

$$<Ca^{++}> \simeq \frac{S}{F_2Ca}$$

luego

$$\left(\frac{2\,S}{F_2Ca}\right)^2 \frac{S}{F_2Ca} = \frac{4\,S^3}{(F_2Ca)^3} = k_s \text{ [11]}$$

que establece la relación entre la solubilidad en agua pura y el producto de solubilidad.

Si en la solución existen iones comunes de sales distintas que entran en la disolución, al calcular cada uno de los factores del producto de solubilidad debe considerarse el total de iones de cada clase.

Así, si en un agua pura se disuelven ClNa y SO_4Na_2 hasta saturación y k'_s y k_s son los respectivos productos de solubilidad, se puede escribir (en molalidades)

$$[SO_4^=] \cdot [Na^+]^2 = k_s$$
$$[Cl^-] \cdot [Na^+] = k'_s$$

pero

$$[Na^+] = 2\,[SO_4^=] + [Cl^-]$$

resultando así que la solubilidad de ambas sustancias se ha reducido.

La disolución de Cl_2Ca en una solución de SO_4Ca reduce muy fuertemente la solubilidad de este último. Los efectos de ion común son trascendentales en el comportamiento de soluciones.

En reacciones de no equilibrio o irreversibles, como son las de hidrólisis de ciertos silicatos naturales, no se pueden aplicar leyes basadas en el producto de solubilidad.

1.3.9 Soluciones saturadas y no saturadas

Tal como se ha dicho en 1.3.8 una cierta sustancia en contacto con agua se va disolviendo hasta alcanzarse el producto de solubilidad, en cuyo caso se tiene una solución saturada en esa sustancia. Mientras no se alcance el producto de solubilidad la solución está subsaturada o no saturada y mientras exista fase no disuelta está en un régimen dinámico hacia la saturación cuya velocidad depende del déficit de saturación (diferencia entre la concentración de saturación y la actual), de las condiciones de presión y temperatura, de la superficie del sólido y del grado de agitación.

Si deja de existir fase sólida antes de alcanzarse la

[11] La expresión química de una sustancia como una fórmula indica el peso molecular. Así SO_4Na_2 representa el peso molecular del sulfato sódico.

saturación la solución no saturada es estable. Si esta solución no saturada se concentra o bien se disuelven iones comunes puede alcanzarse el producto de solubilidad y tenerse una solución saturada. Si se rebasa el producto de solubilidad, la solución se vuelve sobresaturada y tiende a precipitar sustancias disueltas. Sin embargo el proceso precisa de la existencia de núcleos sólidos para que se inicie y de no existir éstos se pueden conseguir grados importantes de sobresaturación antes de que se inicie la nucleación espontánea[12]. En ciertos casos, aun en presencia de núcleos sólidos, pueden conseguirse grados notables de sobresaturación debido a una baja velocidad de reacción, en la que posiblemente influyen fenómenos complejos de formación de polímeros tal como parece que se realiza en las soluciones carbonatadas cálcicas.

1.3.10 Reacciones de oxidación-reducción. Potencial redox

Entre los procesos de disolución de sales por el ataque del agua a los minerales son de gran interés aquellos procesos en los que intervienen sustancias que cambian o pueden cambiar su estado de valencia, oxidándose unas veces y reduciéndose otras. Tales sistemas se llaman redox y están regidos por las condiciones de pH, presión, temperatura, etc. El potencial redox (Eh) del sistema mide la estabilidad de un ion en un nivel de oxidación determinado.

Son de interés los sistemas en los que interviene el hierro con valencias +2 y +3, el azufre con valencias −2 y +6 e intermedias, etc. La existencia de oxígeno, materia orgánica, etc., son factores de gran importancia, en la evolución y estabilidad de los sistemas redox.

El potencial redox, Eh, mide esta tendencia a la oxidación-reducción y viene dado por la ecuación de Nernst:

$$Eh = E_o + \frac{RT}{nF} \ln \frac{\langle Ox \rangle}{\langle Red \rangle}$$

en la que:

$\langle Ox \rangle$ = actividad molar del ion oxidado
$\langle Red \rangle$ = actividad molar del ion reducido
Eh = potencial redox en voltios
E_o = potencial en voltios del electrodo cuando $\langle Ox \rangle = \langle Red \rangle$
R = constante de los gases = 8,32 julios/°K · mol
n = cambio de valencia en la reacción (eq − g/mol)
F = número de Faraday = 96 500 culombios/eq − g.

A 25 °C es

$$Eh = E_o + \frac{0{,}059}{n} \log \frac{\langle Ox \rangle}{\langle Red \rangle}$$

En la reacción $Fe^{+++} + 1\,e^- \rightleftarrows Fe^{++}$ el ion oxidado es Fe^{+++} y el reducido es Fe^{++} siendo n = 1.

Se conviene que para el electrodo de hidrógeno ($H_2 \rightleftarrows 2\,H^+ + 2\,e^-$) es $E_o = 0$. Por comparación con este electrodo de hidrógeno se obtienen los valores de E_o para otras reacciones tales como (Schoeller, 1962, página 271):

Reacción	E_o *en voltios*
$2\,H_2O = O_2 + 4\,H^+ + 4\,e^-$	1,23
$NH_4^+ + 3\,H_2O = NO_3^- + 10\,H^+ + 8\,e^-$	0,84
$Fe^{++} = Fe^{+++} + e^-$	0,77
$4\,OH^- = O_2 + 2\,H_2O + 4\,e^-$	0,25
$H_2 = 2\,H^+ + 2\,e^-$	0,00
$Fe(OH)_2 + OH^- = Fe(OH)_3 + e^-$	−0,56

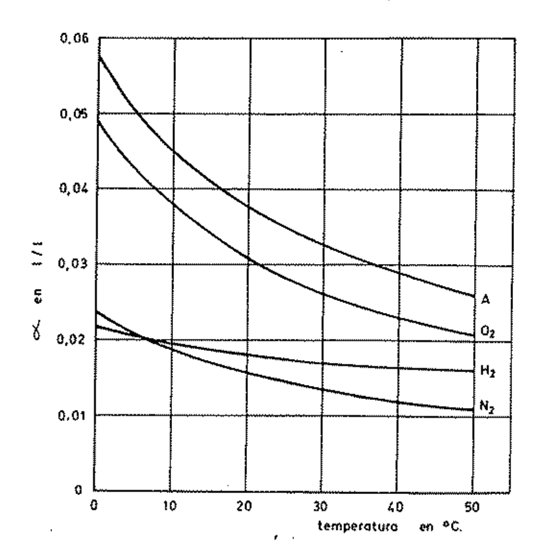
En estas reacciones de oxidación-reducción la concentración de H^+ y por lo tanto el pH juega un papel muy importante y es preciso tenerlo en cuenta.

El hidrógeno puede estar en estado oxidado (H^+) o reducido (H_2) y el oxígeno también ($O^=$ o OH^- reducido y O_2 oxidado).

En un agua subterránea, los pH y Eh existentes son tales que no es posible ni la liberación de O_2 ni de H_2 procedentes de la descomposición del agua (Eh entre +0,700 y −0,480 voltios). Los posibles oxidantes presentes son el oxígeno tomado del aire, Fe^{+++}, $SO_4^=$, NO_3^- y $Fe(OH)_3$ entre otros y los posibles reductores son la materia orgánica, Fe^{++}, $S^=$, NH_4^+, $Fe(OH)_2$, etc. Ciertas reacciones redox son favorecidas por la presencia de bacterias, sin las cuales no serían posibles o transcurrirían muy lentamente.

El Eh se mide electrométricamente utilizando como electrodo de referencia el de calomelanos. Debe determinarse siempre que se puede en el campo, pues pequeños cambios en las conducciones ambientales pueden producir importantes cambios en su valor.

[12] La formación de núcleos de cristalización es esencial para que exista precipitación.



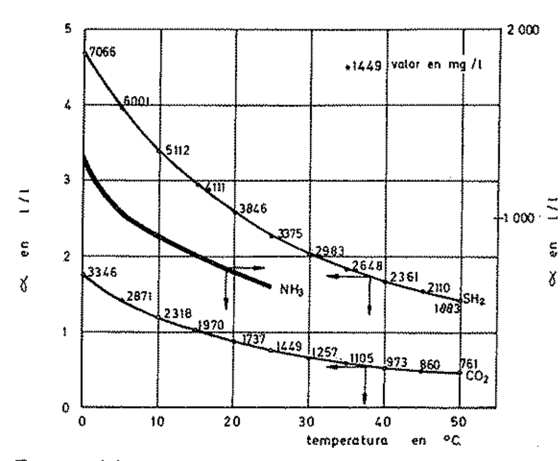


FIGURA 4.1
Valores del coeficiente de absorción en agua pura en l/l *en función de la temperatura. Valores tomados de Schoeller, 1962, pág. 259.*

1.4 LEYES DE LA DISOLUCIÓN DE GASES

El agua disuelve una mayor o menor proporción de gases unos por simple disolución (O_2, N_2, A, etc.), y otros por reacción química (CO_2, NH_3, SH_2, etc.). El volumen de gas en estado puro medido en condiciones normales de presión y temperatura (1 atm y 0 °C) que puede disolver un cierto volumen de agua pura cuando la presión parcial del gas es de 1 atm es el coeficiente de absorción α, expresado en l/l.

El coeficiente de absorción es tanto menor cuanto ma- yor es la temperatura, valiendo cero a la temperatura de ebullición. También es tanto menor cuanto más sale disueltas tiene el agua, o sea cuanto mayor es la fuerz iónica. Así pues, y aunque a primera vista llame l atención, un agua cuanto más fría y más pura, mayor e la cantidad de un cierto gas que puede disolver.

La solubilidad de un gas, λ, es el coeficiente de ab sorción corregido para expresar los volúmenes a la pre sión y temperatura de trabajo.

Si la presión parcial del gas es de p atm su solubili dad a 0 °C es αp. Para expresar los valores en ppm basta considerar que a condiciones normales de presión y temperatura 1 mol ocupa 22,4 l, luego

$$\text{solubilidad molar} = \frac{\alpha \cdot p}{22{,}4} \text{ moles/l a 0°C}$$

$$\text{solubilidad en ppm} = \frac{1000}{22{,}4}\, \alpha \cdot p \cdot M \text{ a 0°C}$$

siendo M el peso molecular.

El N_2, O_2, H_2 y gases nobles tienen una solubilidad baja del orden de 10 a 30 cm³/litro. Como el oxígeno es algo más soluble que el nitrógeno la relación oxígeno/ nitrógeno es mayor en el agua que en el aire. Podría decirse que los peces respiran un «aire» más rico en oxígeno que nosotros.

En agua agitada en contacto con la atmósfera se di suelven las siguientes cantidades de oxígeno en ppm (a saturación).

Temperatura °C	0	5	10	15	20	25	3
Agua dulce	14,6	12,7	11,3	10,2	9,3	8,5	7,
Agua salobre (10 g/l Cl^-)	13,1	11,4	10,1	9,1	8,3	7,6	6,
Agua marina (20 g/l Cl^-)	11,2	10,0	9,0	8,1	7,3	6,6	6,

El CO_2, SH_2 y NH_3 presentan una solubilidad mucho mayor debido a que se producen verdaderas reacciones químicas entre el gas y el agua. Así por ejemplo, el CO_2 y el SH_2 se disuelven en agua pura del orden de unos pocos litros por litro. El NH_3 es mucho más soluble hasta el m³ por litro. El pH afecta mucho a la solubi lidad.

En la figura 4.1, se indican los coeficientes de absor ción de diferentes gases en agua pura y en la figura 4.2

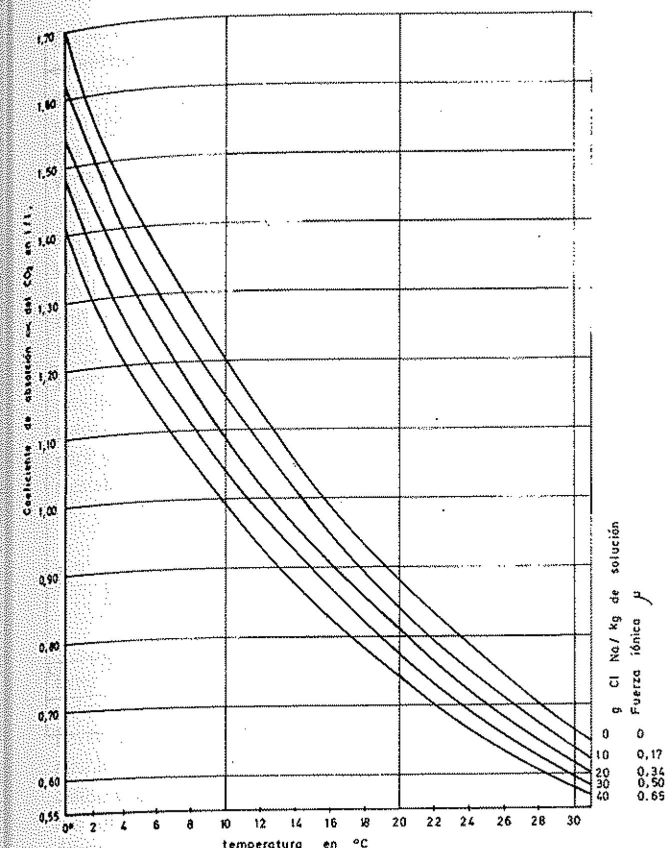


FIGURA 4.2
Coeficientes de absorción α del CO_2 en soluciones acuosas de ClNa (diferencias en μ). Datos tomados de Schoeller, 1962, pág. 260.

los coeficientes de absorción del CO_2 en agua con diferentes fuerzas iónicas.

Las reacciones de disolución para el CO_2 son:

CO_2 gas $\rightleftarrows$ CO_2 disuelto
CO_2 disuelto + H_2O $\rightleftarrows$ $CO_3H_2^-$
$CO_3H_2 \rightleftarrows CO_3H^- + H^+$
$CO_3H^- \rightleftarrows CO_3^= + H^+$

Como se ve, a expensas del agua se producen hidrogeniones y por lo tanto en esta agua $[H^+] > [OH^-]$ y por lo tanto pH < 7 (agua ácida). Algo semejante sucede al disolverse el SH_2. Habitualmente el CO_2 disuelto se considera como combinado con el agua ($CO_2 + H_2O \rightarrow CO_3H_2$) y se le llama ácido carbónico.

El amoníaco produce la siguiente reacción de disolución:

NH_3 gas $\rightleftarrows$ NH_3 disuelto
NH_3 disuelto + $H_2O \rightleftarrows NH_4OH$
$NH_4OH \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$

y en este caso a expensas del agua se producen oxhidriliones (OH^-) y es $[H^+] < [OH^-]$ y por lo tanto pH > 7 (agua básica o alcalina).

Las grandes presiones a que están sometidas las aguas subterráneas profundas hace que puedan disolver grandes cantidades de gases, que los pierden al pasar a niveles superiores o al ser extraídas. Los gases juegan un papel muy importante en el comportamiento químico del agua.

1.5 DISOLUCIÓN DE LÍQUIDOS

Es poco corriente que el agua entre en contacto naturalmente con otros líquidos. En la práctica sólo es digno de mención el caso de agua en contacto con petróleo; la solubilidad es bajísima y el petróleo flota sobre el agua; entre las dos fases se tiene un reparto de sales proporcional a las distintas solubilidades. Con agitación es posible la formación de emulsiones más o menos estables en función de la presencia de agentes tensoactivos naturales. Dando un sentido más general a la disolución de líquidos puede considerarse el caso de ponerse en contacto dos aguas diferentes; en condiciones de régimen laminar pueden tardar mucho en intermezclarse íntimamente y así una corriente dulce puede seguirse en el mar a veces largas distancias, o el agua de un afluente puede viajar dentro del río principal un largo trecho sin perder su individualidad o una perturbación química en un acuífero puede tardar mucho en desaparecer; en estos casos juega un papel muy importante la difusión molecular y la dispersión[13]. En caso de mezcla de aguas se puede llegar a precipitación de sustancias disueltas si se producen incompatibilidades.

En las secciones 10, 12, 13 y 18 se tratará el problema de mezcla de aguas subterráneas bajo diversos puntos de vista.

1.6 DISOLUCIÓN DE SÓLIDOS

El agua es capaz de poner en solución muchas sustancias sólidas naturales. Unas son muy poco solubles y apenas llegan a quedar como trazas disueltas, mientras

[13] Véase capítulo 12.1.



que otras, como el cloruro sódico son muy solubles y pueden llegar a concentraciones de algunos centenares de g/l. Las sustancias disueltas naturales con frecuencia están en estado iónico, aunque a veces el proceso de disolución es un fenómeno complicado.

Los procesos de disolución están regulados por la ley de acción de masas, alcanzándose la saturación cuando se llega al producto de solubilidad. Esta solubilidad en agua pura es función de la temperatura y en mucho menor grado de la presión. Es frecuente que la solubilidad aumente con la temperatura, pero no es raro encontrar sustancias para las que como el ClNa, apenas varía la solubilidad con la temperatura, o como el SO_4Na_2 cuya solubilidad disminuye con la temperatura. En la figura 4.3, se dan las curvas de solubilidad de varias sustancias comunes en agua pura; puede apreciarse las diferentes formas de las curvas e incluso los cambios en la solubilidad que aparecen como consecuencia de las variaciones del estado de hidratación del soluto a consecuencia de la temperatura.

Tal como se ha explicado[14], la solubilidad de un

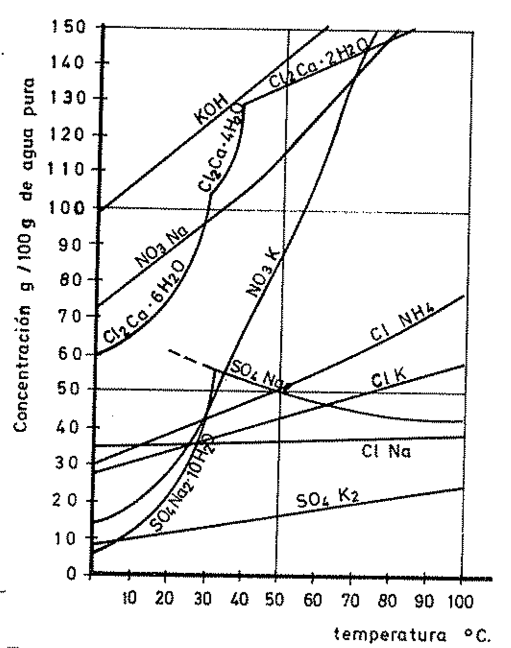


Figura 4.3

Curvas de solubilidad en agua pura de diversas sustancias (Modificado de Catalán, 1969).

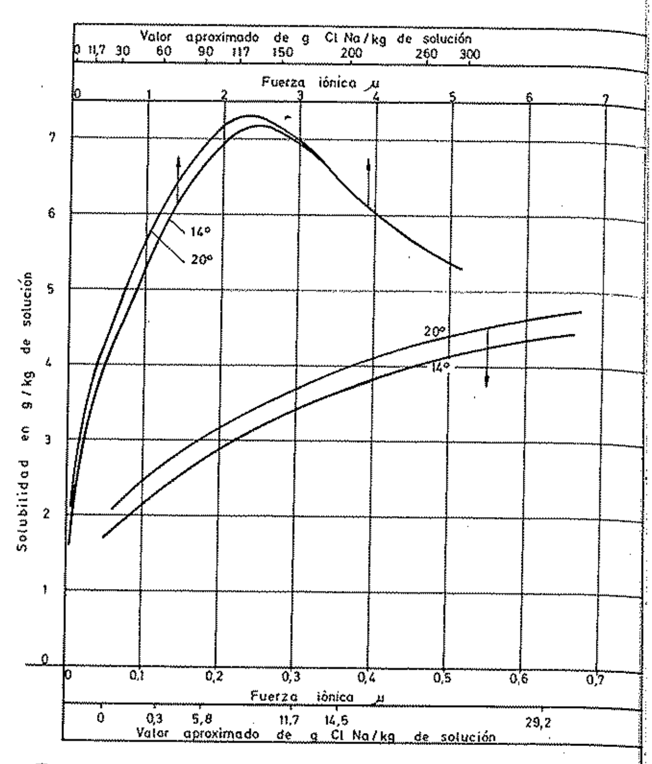


Figura 4.4

Solubilidad del yeso ($SO_4Ca \cdot 2\,H_2O$) *en soluciones acuosas de* ClNa *(datos tomados de Schoeller, 1962, pág. 266).*

sólido en agua que contiene otras sustancias disueltas viene afectada principalmente por el efecto de ion común y secundariamente por el efecto de fuerza iónica. La presencia de calcio en un agua disminuye la solubilidad del yeso ($SO_4Ca \cdot 2\,H_2O$), mientras que la desaparición de $CO_3^{=}$ por transformación en CO_3H^- favorece la solubilidad de la calcita (CO_3Ca). En general y hasta un cierto límite, el aumento de la fuerza iónica de una disolución favorece la solubilidad de los sólidos. Así, un incremento en el contenido de cloruro sódico de un agua favorece la solubilidad del yeso hasta un cierto límite, a partir del cual disminuye (fig. 4.4). En la solubilización de ciertos iones pesados, el fenómeno de formación de complejos con otras sustancias disueltas es de notable importancia.

Los factores que afectan a la velocidad de disolución juegan un papel muy importante en la mineralización de las aguas naturales (apartado 1.3.9).

La composición de un agua en equilibrio con minerales es función de los productos de solubilidad del pH,

[14] Ver apartado 1.3.8.

del potencial redox y de la fuerza iónica y su estudio es complejo por el gran número de ecuaciones y constantes a manejar. Las variaciones en la composición de los minerales en contacto, la aparición de fases sólidas diferentes, los fenómenos de concentración, las posibles variaciones en la actividad de agua, los cambios de potencial redox, etc., complican aún más el planteamiento, siendo escasos los trabajos que ataquen plenamente este problema y en general no es posible llegar a resultados satisfactorios si no se dispone de máquinas de cálculo muy rápidas que permitan manejar simultáneamente todas las ecuaciones[15], en el supuesto de que se disponga de suficientes datos para plantearlas. En caso de producirse precipitaciones, los cálculos conducen a resultados que rara vez se confirman en la realidad, excepto para la calcita, debido a la formación de soluciones metaestables (Barnes y Clarke, 1969).

1.7 LAS SUSTANCIAS COLOIDALES Y LOS GELES

Aparte de las sustancias en suspensión que puede tener un agua y que son separables por filtración o sedimentación más o menos prolongada, el agua puede llevar en su seno partículas de tamaño del orden de micras que permanecen en suspensión indefinidamente como si estuviesen efectivamente disueltas, pero que son capaces de producir por iluminación indirecta luz difusa (efecto Tyndall): son los coloides. Estos coloides son agrupaciones de varios cientos o miles de moléculas formando un conjunto de tal tamaño que no puede considerarse en modo alguno como materia disuelta, pero que conserva parte de las propiedades de las sustancias disueltas; a estas soluciones se las denomina *soles*. En las aguas naturales —en gran cantidad en las aguas contaminadas por el hombre— se encuentran coloides; así por ejemplo, la alúmina y sílice disueltas en el ataque de los silicatos se combinan con la concurrencia de ciertos cationes para dar origen a arcillas coloidales; el hierro disuelto con valencia +2 al oxidarse en medio básico se insolubiliza y da origen a hidróxido férrico coloidal; cambios de pH pueden también producir sílice coloidal o alúmina coloidal. Cuando el número de partículas es muy elevado, se pueden llegar a soldar por contacto muchas de estas partículas, dando una extensa red tridimensional que engloba enormes cantidades de agua y tiene lugar la formación de un gel.

Muchas veces el paso de coloide a precipitado es irreversible, ya que se trata de sustancias prácticamente insolubles, cuya anterior —por así decir— solubilidad era sólo debida a su pequeñísimo tamaño y a la presencia de cargas superficiales no equilibradas.

Los coloides o sustancias coloidales en forma de sol son muy afectados por la presencia de electrolitos que las hacen pasar a geles por el proceso llamado de floculación. En general los iones tienen un poder floculante tanto mayor cuanto mayor es su carga eléctrica.

Los coloides y los geles, debido a la enorme superficie que presentan, pueden absorber grandes cantidades de iones y juegan por lo tanto un papel muy importante en los mecanismos químicos naturales.

1.8 MECANISMOS DEL ATAQUE QUÍMICO A LOS MINERALES

Muchas sustancias pueden ser puestas en disolución por procesos simples como sucede con el cloruro sódico (ClNa) o con el yeso ($SO_4Ca \cdot 2\,H_2O$). Pero otras muchas sustancias son muy poco solubles y precisan ser transformadas de una forma más o menos irreversible antes de poder ser disueltas total o parcialmente.

El proceso de *hidratación* representa una fase inicial de ataque y consiste en la penetración e incorporación del agua al sistema reticular de los cristales, formando compuestos químicos de fórmula bien definida (hidratos). La anhidrita (SO_4Ca), poco soluble y muy compacta, es transformada en yeso ($SO_4Ca \cdot 2\,H_2O$) más soluble y menos compacto. Los hidratos pueden perder su agua al elevarse la temperatura o al variar la presión parcial del agua en el gas con el que están en contacto, y viceversa.

El proceso de *hidrólisis* es una verdadera reacción entre el mineral y el agua, actuando los iones del agua, H^+ y OH^-, como reactivos químicos. Es especialmente efectiva con sales de ácidos o bases débiles tales como la calcita (CO_3Ca), silicatos (sales del ácido SiO_4H_4), etcétera, y supone cambios en el pH del agua.

La hidrólisis de un ion de un ácido débil aumenta el pH, como por ejemplo en:

$$CO_3^{=} + H_2O \rightarrow CO_3H^- + OH^-$$

y similarmente la hidrólisis de una base débil produce una disminución del pH, como es en:

$$NH_4^+ \rightarrow NH_3 + H^+$$

Las variaciones de pH se oponen a la hidrólisis. Las

[15] Véase Helgueson (1970).

sustancias tampón[16] ayudan al proceso y por eso la hidrólisis, que es lenta con aguas puras, puede ser rápida cuando existen ciertas sustancias disueltas. La presencia de anhídrido carbónico disuelto favorece la hidrólisis de carbonatos y silicatos pero entorpece la hidrólisis de sales amónicas o de hidróxidos de hierro.

Los *fenómenos de oxidación-reducción* pueden ser especialmente efectivos en la solubilización de ciertas sustancias al producirse cambios de valencia, o por el contrario puede frenar su solubilización. Así el hidróxido férrico puede ser solubilizado si el Eh es bajo por transformación del Fe^{+++} en Fe^{++}. Por el contrario un Eh elevado previene su solubilización al impedir la existencia de iones Fe^{++}. En los acuíferos, la presencia de oxígeno es esencial para mantener un medio oxidante y la presencia de materia orgánica para mantener un medio reductor. En la sección 10 se comentará el importante papel del fenómeno de reducción de sulfatos.

Los *cambios de pH* también juegan un importante papel al permitir acelerar o impedir los procesos de hidrólisis. La forma natural más frecuente es la disminución del pH por la presencia de ácidos inorgánicos u orgánicos naturales tales como el sulfúrico procedente de la oxidación de piritas, el nítrico procedente de los fenómenos de nitrificación, el carbónico procedente de la disolución de CO_2, los húmicos procedentes del lavado de suelos vegetales, etc.

Ciertos *procesos biológicos* pueden provocar ciertas reacciones a través de cambios del pH tal como la liberación de ácidos; otras veces los microorganismos pueden intervenir en procesos redox, produciendo efectos tales como la reducción de sulfatos (ver sección 10).

1.9 INTERCAMBIO IÓNICO

Ciertas sustancias sólidas naturales se caracterizan por estar electrónicamente desequilibradas y logran la neutralidad rodeándose de cationes si las cargas libres son negativas (sustancias catiónicas) o de aniones si las cargas libres son positivas (sustancias aniónicas). Los iones retenidos lo están muy débilmente (iones lábiles) y al entrar en contacto con una disolución acuosa pueden ser reemplazados, valencia a valencia, por otros iones del mismo signo. Se trata de un fenómeno de adsorción, existiendo un equilibrio dinámico entre los iones adsorbidos y los del agua.

En la naturaleza abundan los minerales con capacidad de cambio iónico, pero sólo la presentan de forma acentuada algunas especies del grupo de las arcillas, tales como la caolinita, halloisita, montmorillonita, illita, vermiculita, etc., que son cambiadores catiónicos. La alúmina es cambiadora aniónica y los materiales orgánicos pueden ser aniónicos o catiónicos. Son catiónicos los ácidos húmicos, turba y lignito, madera, etc.

Cuanto mayor es el estado de división de esos materiales, mayor es la facilidad y rapidez con que se realiza el intercambio iónico, siendo máximo cuando se encuentran en estado coloidal.

Se denomina capacidad de intercambio iónico de un cierto material a los miliequivalentes que puede cambiar con el medio por cada 100 g del mismo. La capacidad de cambio para algunos minerales de la arcilla es (Schoeller, 1962, pág. 303; Wayman, 1968).

Mineral	Capacidad de cambio meq/100 g
Vermiculita	100 a 150
Montmorillonita	80 a 150
Bentonita	aprox. 100
Illita	10 a 40
Caolinita	3 a 15

Dado que en la naturaleza son mucho más abundantes las sustancias catiónicas, los cationes son los iones más afectados por el intercambio iónico y con frecuencia se considera sinónimo el cambio de bases (cationes) y el intercambio (o simplemente cambio) iónico.

Si, por ejemplo, se tiene una arcilla formada en ambiente de agua marina en la que domina el ion sodio, la arcilla tendrá la mayoría de sus valencias libres y cargas compensadas con Na^+. Si esta arcilla se traslada a un medio en el que dominan los iones calcio, cada par de Na^+ que pasen a la solución en virtud de su labilidad y equilibrio dinámico con la misma, serán reemplazados por un Ca^{++} que domina la solución[17], y así sucesivamente, de modo que la solución pierde Ca^{++} y gana Na^+, hasta que la elevación del contenido de iones Na^+ en la solución permite llegar a un equilibrio.

Este proceso se aplica industrialmente a la desmineralización del agua, empleando resinas sintéticas que poseen una capacidad de cambio muy superior a la de las sustancias naturales. Si un agua con sales disueltas se hace pasar por una columna llena de resina catiónica saturada con hidrogeniones, todos los cationes son reemplazados por H^+. Si a continuación se hace pasar por una columna llena de resina aniónica saturada con oxhi-

[16] Ver apartado 1.3.6.

[17] La posibilidad de que sean reemplazados por iones Na^+ es muy pequeña, dada su baja concentración inicial.

driliones, todos los aniones son reemplazados por OH^- resultando agua pura pues $OH^- + H^+ = H_2O$. Una vez que las resinas han agotado su capacidad de cambio se las debe regenerar, tratando con ácido concentrado (por ejemplo ClH o SO_4H_2) la primera, y con una base concentrada la segunda (por ejemplo NaOH), reemplazando los H^+ y OH^- a los respectivos cationes y aniones retenidos. El proceso de expulsión de los iones retenidos se llama elución.

En la realidad no todos los iones son retenidos con la misma fuerza, siendo ésta mayor cuanto menos hidratados están y mayor es su carga eléctrica. La serie (Wayman 1968):

Ba^{++}, Sr^{++}, Ca^{++}, Mg^{++}, H^+, Cs^+, Rb^+, NH_4^+, K^+, Na^+, Li^+

es una ordenación de cationes de mayor a menor poder de fijación. Así una arcilla en equilibrio con una solución de Ca^{++} y Mg^{++} en igual concentración tendrá más Ca^{++} fijado que Mg^{++}.

Las variaciones en el poder de fijación permiten separar los iones que forman una solución (cromatografía), regulando el proceso de elución en sucesivas etapas.

1.10 FENÓMENOS OSMÓTICOS[18]

Si una solución concentrada está separada de una solución diluida por una membrana semipermeable, el agua tiende a pasar de la solución diluida a la concentrada para diluirla, sin que en teoría exista intercambio de sustancias disueltas. Si los niveles de ambos líquidos se mantienen constantes, el fenómeno cesa cuando se igualan las concentraciones. Si se eleva el nivel de la solución más concentrada el fenómeno se dificulta hasta que para una cierta diferencia de nivel o presión el fenómeno cesa; a este valor se llama presión osmótica relativa a esas dos soluciones. Si se da una presión superior a la osmótica, el agua pasa de la solución más concentrada a la más diluida produciéndose entonces la osmosis inversa, también impropiamente llamada ultrafiltración pues es como si la membrana semipermeable fuese capaz de actuar sobre las sustancias disueltas al igual que un papel filtro respecto a la materia en suspensión.

La presión osmótica de una solución respecto a otra viene dada por la ley de Van't Hoff (Back y Hanshaw, 1966, págs. 87-93)

[18] Ver también el capítulo 23.1 y el apéndice A.23.

$$\pi = \frac{RT}{V} \ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

en la que

π es la presión osmótica
V es el volumen molar del agua pura
α_1 y α_2 son las actividades de las soluciones
R es la constante de los gases = = 0,082 litros atm/mol °K
T es la temperatura absoluta en °K

Los fenómenos osmóticos juegan en la naturaleza un papel poco conocido, pero pueden ser responsables de la formación de ciertas salmueras naturales y de potenciales hidráulicos anormales en ciertos acuíferos.

Las membranas semipermeables reales son algo permeables a algunas moléculas pequeñas y éstas pueden pasar de la solución concentrada a la diluida. Por este sistema pueden separarse moléculas pequeñas de moléculas grandes que pasan con mucha dificultad. Este fenómeno se llama diálisis y cuando está favorecido por la acción de campos eléctricos sobre los iones se llama electrodiálisis (ver sección 23, capítulo 1; Abaza y Clyde 1968).

Existe también el efecto osmótico de temperatura y los fenómenos electroosmóticos, cuyo papel en la naturaleza no es bien conocido (ver capítulos 8.8 y 8.9).

1.11 QUÍMICA DE LOS IONES DERIVADOS DEL ÁCIDO CARBÓNICO. ALCALINIDADES

En un agua natural existen iones $CO_3^=$ y CO_3H^- y CO_2 disuelto, en parte como tal y en parte como CO_3H_2 y entre ellos existen los equilibrios siguientes:

$CO_3^= + H^+ \rightleftarrows CO_3H^-$
$CO_3H^- + H^+ \rightleftarrows CO_3H_2$
$CO_3H_2 \rightleftarrows CO_2$ disuelto $+ H_2O$
CO_2 disuelto $\rightleftarrows CO_2$ gas

Si a tal agua se le añaden unas gotas de un ácido fuerte, para absorber el aporte de H^+ todas las reacciones se desplazan hacia la derecha, desapareciendo $CO_3^=$ y liberándose CO_2 gas. El pH sólo disminuye muy ligeramente, pues el sistema actúa de solución tampón.

Si se añaden unas gotas de una base fuerte, para absorber el aporte de OH^- todas las reacciones se desplazan hacia la izquierda ($OH^- + H^- = H_2O$), generán-

dose más $CO_3^=$ y disolviéndose más CO_2 gas. El pH sólo aumenta muy ligeramente pues el sistema, igual que antes, actúa de solución tampón.

En el proceso de añadir ácido se va consumiendo $CO_3^=$ y a continuación CO_3H^-. En cuanto se ha agotado este último, la solución pierde sus propiedades tampón y el pH desciende rápidamente con la siguiente gota de ácido, pues el H^+ añadido ya no entra en reacción. Si en el proceso de valoración se utiliza como indicador anaranjado de metilo (heliantina), cuando se produzca el viraje de amarillo a anaranjado (pH = 4,5) es que se ha consumido ya todo el CO_3H^- y $CO_3^=$ presentes inicialmente. El consumo de ácido mide el contenido en esos dos iones, y se llama alcalinidad TAC.

Del estudio de las reacciones de equilibrio antes indicadas se puede deducir que con pH < 8,3 es

$$[CO_3^=] \ll [CO_3H^-]$$

Al realizar la valoración con fenolftaleína como indicador, si la solución es incolora es pH < 8,3 y por lo tanto no existen cantidades importantes de $CO_3^=$; la alcalinidad TAC mide sólo CO_3H^-. Si la solución es roja el pH > 8,3; añadiendo ácido hasta que se produzca el viraje a incoloro, el consumo indica la alcalinidad TA que mide el contenido en $CO_3^=$.

Estas relaciones se resumen en:

Valor del pH	Iones del ácido carbónico existentes
> 12,6	$CO_3^=$ sin CO_2 disuelto
12,6 a 8,3	CO_3H^- y $CO_3^=$ sin CO_2 disuelto apreciable
4,5 a 8,3	CO_3H^- y CO_2 disuelto, sin $CO_3^=$ en cantidad importante
< 4,5	ninguno, sólo CO_2 disuelto ($CO_2 + CO_3H_2$)

Rara vez las aguas naturales tienen pH > 8,3 o sea que rara vez se tienen cantidades importantes de ion carbonato $CO_3^=$.

En las aguas naturales otros iones pueden influir en la alcalinidad tales como los derivados de la sílice disuelta, fosfatos, boratos, quizá fluoruros y a veces arsenatos, aluminatos, hidróxidos de hierro y ciertos compuestos orgánicos, pero su influencia es en general muy pequeña. Aguas con cantidades medibles de hidróxidos alcalinos o alcalinotérreos tienen pH mayor que 8,3 e indican contaminación (vertidos, lavado de escombreras con cal, ataque de cementos, etc.) y tienen un valor elevado de la alcalinidad TA. Lo mismo sucede en aguas que han sido tratadas con $Ca(OH)_2$ o NaOH en los procesos de tratamiento para corregir la calidad (ablandamiento).

Expresando las concentraciones en meq/l se tiene (Degremont 1963, pág. 19):

Determinación	Valor de los iones		
meq/l TA y TAC	meq/l CO_3H^-	meq/l CO_3	meq/l OH^-
TA = O	TAC	O	O
$TA < \frac{TAC}{2}$	TAC-2TA[19]	2TA[19]	O
$TA = \frac{TAC}{2}$	O	TAC	O
$TA > \frac{TAC}{2}$	O	2(TAC-TA)	2TA-TAC
TA = TAC	O	O	TAC

1.12 LA DISOLUCIÓN DE CALIZAS Y DOLOMÍAS. AGRESIVIDAD A CALIZA E INCRUSTABILIDAD

1.12.1 Solubilidad del carbonato cálcico y del carbonato magnésico

El carbonato cálcico en forma de calcita es poco soluble en agua pura. Las cifras varían ligeramente según distintos autores pero es de alrededor de 14 ppm de CO_3Ca ó 5,6 ppm de Ca^{++} a 23 °C (Davis y De Wiest, 1966, pág. 102, Schoeller, 1962, pág. 273, Hem, 1959, pág. 73).

El $CO_3^=$ se hidroliza según ya se ha explicado

$$CO_3^= + H^+ \rightleftarrows CO_3H^-$$

Toda sustancia que se disuelva en el agua y aporte H^+, y en menor grado por aumento de la fuerza iónica, desplaza el equilibrio hacia la derecha y disminuye la

[19] El factor 2 procede de que la valoración de carbonatos se realiza pasándolos previamente a bicarbonatos según la reacción:

$$CO_3^= + H^+ \rightarrow CO_3H^-$$

y el ion $CO_3^=$ (divalente) es medido en una reacción en la que sólo juega una valencia.

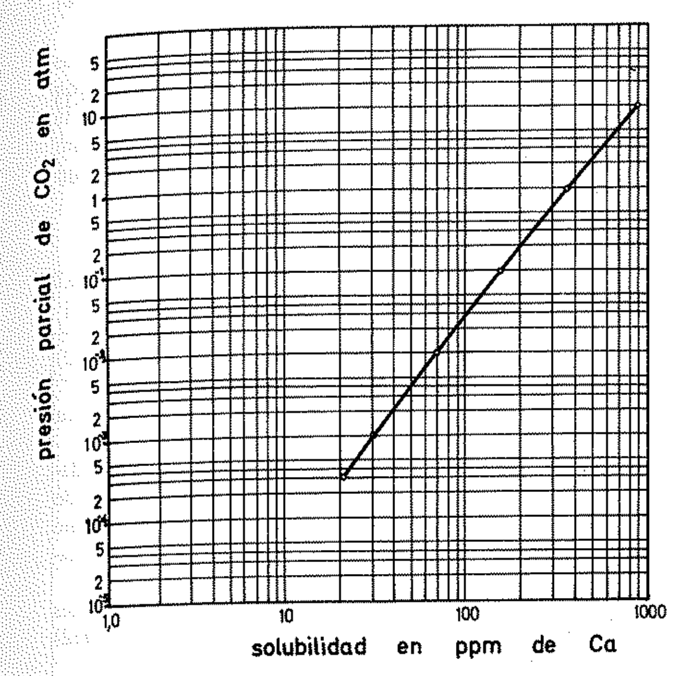


FIGURA 4.5
Solubilidad de la calcita (CO_3Ca) *en agua a* 25° C *en presencia de* CO_2 *a diferentes presiones parciales (Hem, 1959).*

concentración de $CO_3^=$ lo que equivale a aumentar la solubilidad de la calcita, pues el $(CO_3H)_2Ca$ es soluble y no alcanza su producto de solubilidad. Este efecto es producido por la hidrólisis del CO_2 que así juega un papel primordial en este proceso. Las aguas con un elevado contenido en CO_2 pueden disolver cantidades notables de CO_3Ca. El agua pura dejada saturar con el CO_2 contenido en el aire puede llegar a disolver de 50 a 75 ppm de CO_3Ca y si tiene sales disueltas hasta 100 ó 125 ppm a causa del efecto de fuerza iónica. Aguas en equilibrio con el CO_2 del suelo orgánico pueden disolver hasta 250 ppm de CO_3Ca y las que reciben aportes de CO_2 pueden llegar a disolver hasta 500 ppm o quizá más (fig. 4.5). Al aumentar la temperatura disminuye la solubilidad del CO_2 y paralelamente la del carbonato cálcico (fig. 4.6).

El carbonato magnésico se comporta de forma similar al carbonato cálcico aunque su producto de solubilidad es más elevado y por eso precipita más difícilmente que el CO_3Ca (fig. 4.7). Con presiones parciales de CO_2 por debajo de 0,0004 atm., la fase sólida en equilibrio es $Mg(OH)_2$ (brucita) y por encima lo es el $CO_3Mg \cdot 3\,H_2O$ (nesqueonita). En la naturaleza se encuentra normalmente CO_3Mg (giobertita o magnesita) y $(CO_3)_2Mg \cdot Ca$ (dolomita) y que por lo tanto no están en equilibrio con la fase líquida. Estos últimos minerales son menos solubles que la calcita (Schoeller, 1962, pág. 283) y sólo muy lentamente se transforman por hidratación en la forma en equilibrio. Ello explica porqué siendo el producto $[Ca^{++}] \cdot [CO_3^=]$ menor que $[Mg^{++}] \cdot [CO_3^=]$ $(10^{-8}$

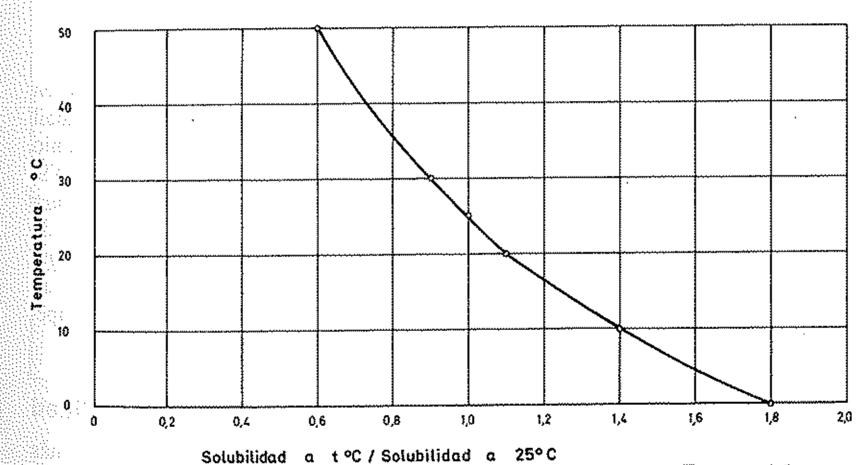


FIGURA 4.6
Efecto de la temperatura en la solubilidad de la calcita en agua en presencia de una cierta presión parcial de CO_2 *(Hem, 1959).*

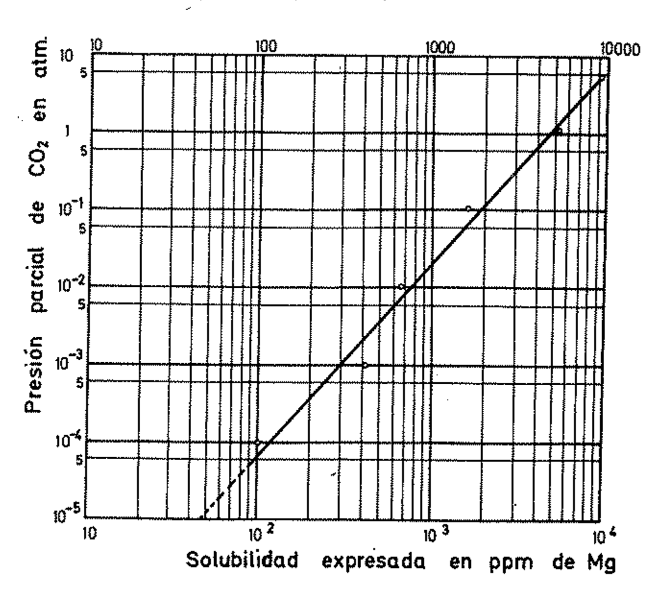


FIGURA 4.7
Solubilidad del carbonato magnésico hidratado $CO_3Mg \cdot 3\,H_2O$ *(nesqueonita) en agua a 25° C en presencia de* CO_2 *a diferentes presiones parciales (Hem, 1959).*

contra 10^{-5} en orden de magnitud) la calcita es más soluble[20] que la giobertita.

Un aumento de la fuerza iónica eleva los productos de solubilidad notablemente. Un estudio detallado puede encontrarse en Schoeller (1962) pág. 273/284. La dolomita tiene un comportamiento similar. En ausencia de CO_2 la solubilidad del CO_3Mg es de 80 ppm en agua pura.

1.12.2 pH de equilibrio y CO_2 de equilibrio

En un agua que contiene CO_2 y carbonato cálcico disuelto se establecen los equilibrios descritos en la tabla 4.1.

En estos equilibrios existe una cierta cantidad de anhídrido carbónico disuelto ($CO_2 + CO_3H_2$), llamado CO_2 de equilibrio y ello supone un cierto pH en la solución llamado pH de equilibrio. Ambos valores están íntimamente relacionados y dependen de la temperatura y de la fuerza iónica de la solución.

Combinando las relaciones de la tabla 4.1 puede establecerse:

a)

$$[CO_3H_2] = \frac{K'_2}{K'_1K'_c}\,[CO_3H^-]^2\,[Ca^{++}] \qquad (4.1)$$

que relaciona el CO_2 de equilibrio con el contenido en bicarbonatos y en calcio.

b)

$$pH = \log \frac{K'_c}{K'_2 \cdot \gamma_a} - \log\,[CO_3H^-] - \log\,[Ca^{++}] \qquad (4.2)$$

que relaciona el pH de equilibrio con el contenido en bicarbonatos y en calcio (fórmula de Langelier).

Si $pH < 8{,}3$ es $[CO_3^=] \ll [CO_3H^-]$ y aproximadamente $[CO_3H^-] = 2$ alcalinidad TAC (en moles/l de CO_3Ca) que se corresponden equivalente a equivalente y el primero tiene una carga eléctrica y el segundo responde a dos.

Los valores de $K'_2/(K'_1K'_c)$ propuestos por diferentes investigadores han sido resumidos por Schoeller (1962) págs. 276-279 y están representados en la figura 4.8.

Si en la ecuación 4.2 el $[CO_3H^-]$ se expresa como alcalinidad TAC en ppm CO_3Ca y $[Ca^{++}]$ en ppm de CaO los valores de $\log K'_c/K'_2\gamma_a$ son (Catalán 1969, pág. 152) 11,89 a 0 °C, 11,63 a 10 °C y 11,38 a 20 °C.

Una fórmula derivada de la fórmula 3 de la tabla 4.1 es la de Tillmans[21]

$$pH \approx 7 - \log \frac{3}{0{,}61}\,\frac{CO_2 \text{ libre (ppm)}}{\text{TAC (ppm } CO_3Ca)}$$

Para calcular las ecuaciones (4.1) y (4.2) teniendo en cuenta el efecto de temperatura en soluciones con débil fuerza iónica (molalidad = actividad) con predominio de Ca disuelto sobre el Mg puede usarse la figura 4.9, en la que se explica su manejo con un ejemplo. Para tener en cuenta el efecto de fuerza iónica en el pH de equilibrio puede utilizarse el gnomograma de la figura 4.10, en la que también se explica el manejo con un ejemplo, siendo preciso conocer el residuo seco, temperatura, contenido en Ca y alcalinidad TAC.

1.12.3 Agresividad a caliza e incrustabilidad

Si un agua en una cierta circunstancia contiene más CO_2 disuelto o su pH es menor que el de equilibrio, es capaz de disolver más carbonato cálcico y se dice que

[20] En realidad debería decirse que es «más rápidamente soluble».

[21] Publicada en Gas-und-Wasserfach en 1931.

es agresiva a la caliza. Si por el contrario, contiene menos CO_2 disuelto o su pH es mayor que el de equilibrio, el producto $[CO_3^{=}] \cdot [Ca]$ supera el producto de solubilidad, el agua tiende a precipitar CO_3Ca y se dice que el agua es incrustante. Un agua potencialmente incrustante puede quedar en equilibrio metaestable y tardar en producir precipitado si no hay fase sólida presente, y un agua agresiva en presencia de un carbonato que presente poca superficie de ataque, puede tardar mucho tiempo en equilibrarse.

TABLA 4.1 *Ecuaciones del equilibrio CO_2 libre-CO_2 combinado-*Ca

	Equilibrio	Fórmula de equilibrio	Valores
1	CO_2 gas $\rightleftarrows$ CO_2 disuelto	$<CO_2> = \frac{\alpha\delta}{22{,}4}$ α = coeficiente absorción δ = presión parcial de CO_2	
2	CO_2 disuelto + $H_2O \rightleftarrows CO_3H_2$	$\frac{<CO_3H_2>}{<CO_2>} = K_{CO_2} = K_0$	$K_0 \approx 10^{-3}$ (Catalán 1969, pág. 146) Según Pearson y Friedman (1970): $<CO_3H_2> = 10^{-1,3}\ \delta$ a 10° C
3	$CO_3H_2 \rightleftarrows CO_3H^- + H^+$	$\frac{<CO_3H^-><H^+>}{<CO_3H_2>} = K_{CO_3H_2} = K_1$	$pK_1 = 6{,}34$ a 25° C y $\partial K_1/\partial\theta = 0{,}0025/°C$ (Schoeller 1962, pág. 274) (1) (2) (Rainwater y Thatcher 1960, página 137) Según Pearson y Friedman (1970): $<CO_3H^-><H^+> = 10^{-7,8}\ \delta$ a 10° C
4	$CO_3H \rightleftarrows CO_3^{=} + H^+$	$\frac{<CO_3^{=}><H^+>}{<CO_3H^->} = K_{CO_3H} = K_2$	$pK_2 = 10{,}25$ a 25° C y $\partial K_2/\partial\theta = 0{,}0058/°C$ (Schoeller 1962, pág. 274) (2)
5	CO_3Ca disuelto $\rightleftarrows CO_3^{=} + Ca^{++}$	$<CO_3^{=}><Ca^{++}> = p_{CO_3Ca} = K_c$ p = producto de solubilidad	$pK_c \approx 8{,}4$ (ver fig. 4.12) Según Hanshaw, Back y Rubin (1965) es $pK_c = -8{,}34$ para la calcita y $pK_c = 8{,}14$ para el aragonito.
6	CO_3Ca sólido $\rightleftarrows$ CO_3Ca disuelto		
7	$H_2O \rightleftarrows H^+ + OH^-$	$<H^+><OH^-> = K_{H_2O} = K_a$	$pK_a = 14$ a 25° C El pH medido da directamente el valor H^{++} $<H^+> = [H^+] \cdot \gamma_a$

NOTA: $<>$ indica actividades y [] molalidades. Los valores K son para actividades y los valores K' usados en el texto son para molalidades (influye la fuerza iónica μ)
$pK = -\log K$
θ = Temperatura
γ_a = Coeficiente de actividad del H^+
(1) $<CO_3H_2>$ tomado como $<CO_3H_2> + <CO_2>$.
(2) $-\frac{1}{2}(6{,}34 + 10{,}25) = 8{,}3$ que es el valor de pH a que se valora la alcalinidad TA.

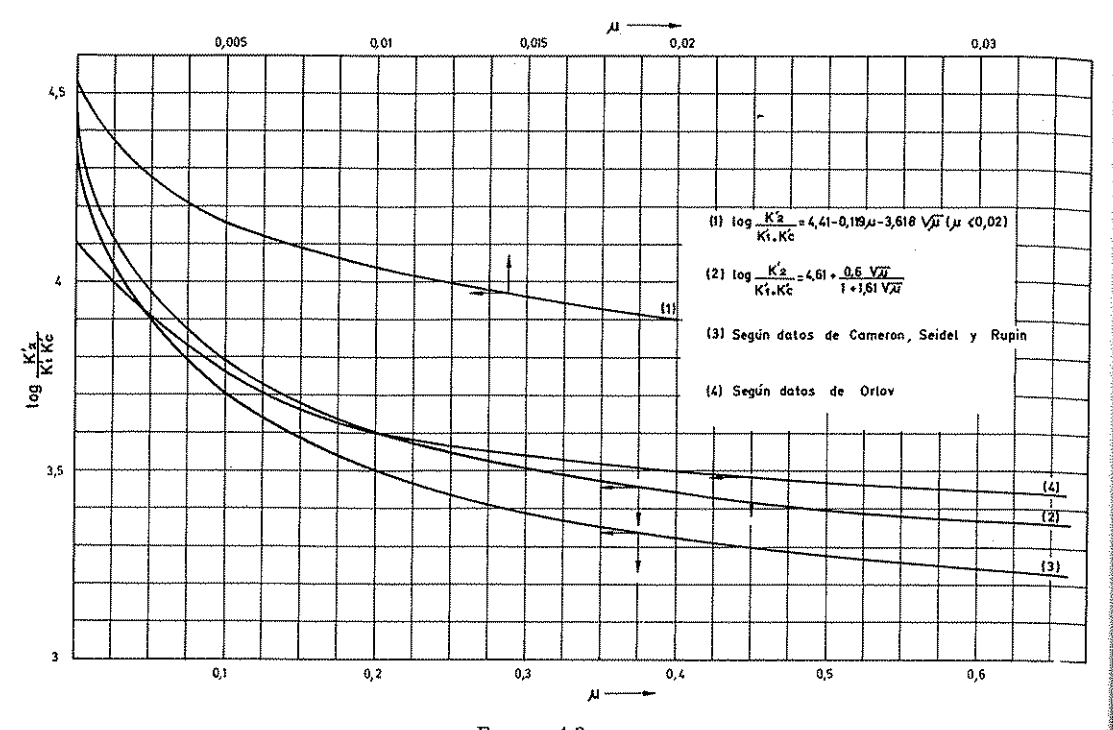


FIGURA 4.8

Valores de $\log \frac{K'_2}{K'_1 K'_c}$ *a* 25° C *en función de la fuerza iónica (Modificado de Schoeller, 1962).*

FIGURA 4.9

Curvas de Tillmans y Medinger para obtener el pH *y* CO_2 *de equilibrio de soluciones de* CO_3Ca *a partir de la alcalinidad* TAC, *teniendo en cuenta la temperatura. Ejemplo: a* 20° C *un agua con alcalinidad* TAC *de* 150 ppm *en* CO_3Ca *tiene un* pH *de equilibrio de* 7,75 *y un* CO_2 *libre de equilibrio de* 9 ppm *(Modificado de Degrémont, 1963).*

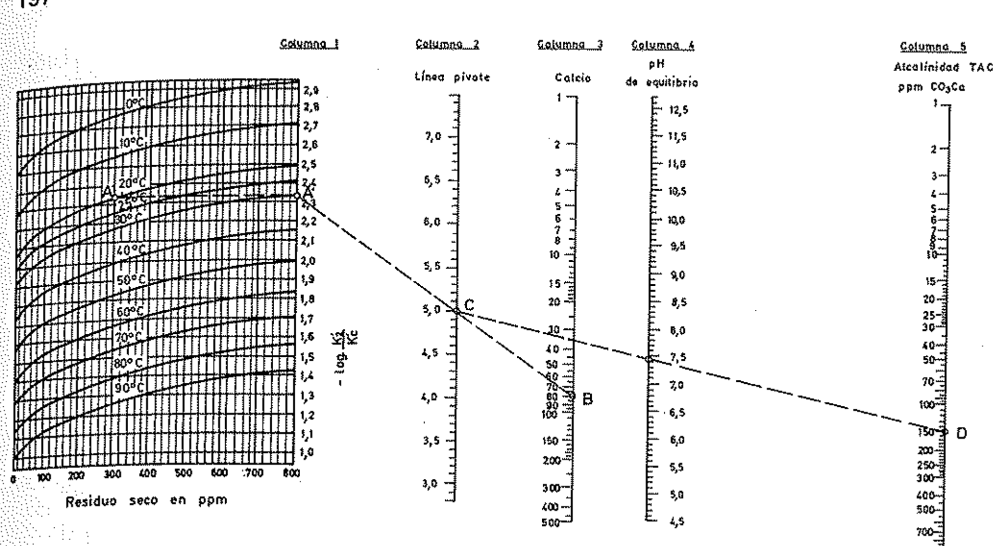


FIGURA 4.10
Gnomograma de Hoover-Langelier para determinar el pH *de equilibrio de un agua en función de la temperatura* θ, *residuo seco* Rs, *concentración de calcio,* Ca, *y alcalinidad* TAC. *Ejemplo de manejo:* Rs = 300 ppm, θ = 20° C, Ca = 80 ppm, TAC = 150 ppm CO_3Ca. 1) *Determinar el punto* A *y trasladarlo a la columna* 1 *(punto* A'). 2) *Unir* A' *con el punto representativo del* Ca, *punto* B, *determinando el punto* C *en el corte con la columna* 2. 3) *Unir el punto* C *con el punto representativo de la alcalinidad* D *y leer el* pH *de equilibrio en el corte con la columna* 4 *que es* 7,45. *(Modificado de Degrémont, 1963).*

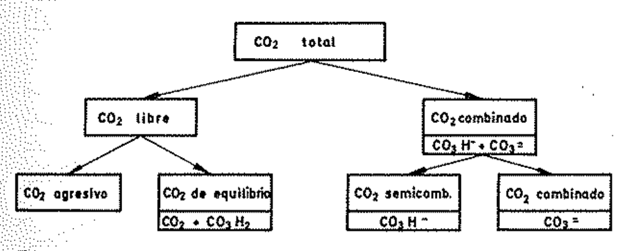


FIGURA 4.11
Distribución del CO_2 *que puede liberar un agua (total). El* CO_2 *agresivo sólo existe si el agua tiene capacidad de disolver más caliza. Si el agua es incrustante tiene un déficit de* CO_2 *de equilibrio (Custodio, 1965, pág. 34).*

Los ensayos de agresividad e incrustabilidad se hacen poniendo el agua a ensayar en contacto con mármol triturado (ensayo del mármol) y midiendo la diferencia entre la alcalinidad antes y después.

Considerando los iones $CO_3^=$ y CO_3H^- como formas del CO_2 se puede establecer la clasificación de la figura 4.11, en la que se exponen las diferentes formas en que puede estar el CO_2 total disuelto en un agua. Al ir disolviendo caliza en agua agresiva, parte del CO_2 libre se transforma en CO_2 combinado y parte pasa a engrosar el CO_2 de equilibrio.

La diferencia i = pH (medido) − pH (equilibrio) se llama índice de saturación y es positivo para aguas incrustantes y negativo para aguas agresivas a caliza.

La utilización de las figuras 4.8, 4.9 ó 4.10 permite determinar si un agua es agresiva, equilibrada o incrustante comparando los valores del pH o CO_2 libre de equilibrio obtenidos por cálculo con los medidos en el agua.

Otra forma de operar (Back, 1961) es calcular el Ca^{++} de equilibrio a partir de los valores del pH y de la alcalinidad TAC, ayudándose de las figuras 4.12 y 4.13; se calcula la actividad $<CO_3^=>$

$$<CO_3^=> = \frac{[CO_3H^-] \cdot \gamma_{CO_3H^-} \cdot K_{CO_3H^-}}{<H^+>}$$

o sea:

$$\log <CO_3^=> =$$
$$= \log [CO_3H^-] + \log \gamma_{CO_3H} - pK_{CO_3H} + pH$$

siendo $[CO_3H^-]$ la molalidad en CO_3H^- medida, $\gamma_{CO_3H^-}$ el coeficiente de actividad del CO_3H^- leído en la figura 4.13, $K_{CO_3H^-}$ la constante de equilibrio leída en la figura 4.12 y $<H^+>$ la actividad de hidrogeniones obtenida del pH ($<H^+> = 10^{-pH}$).

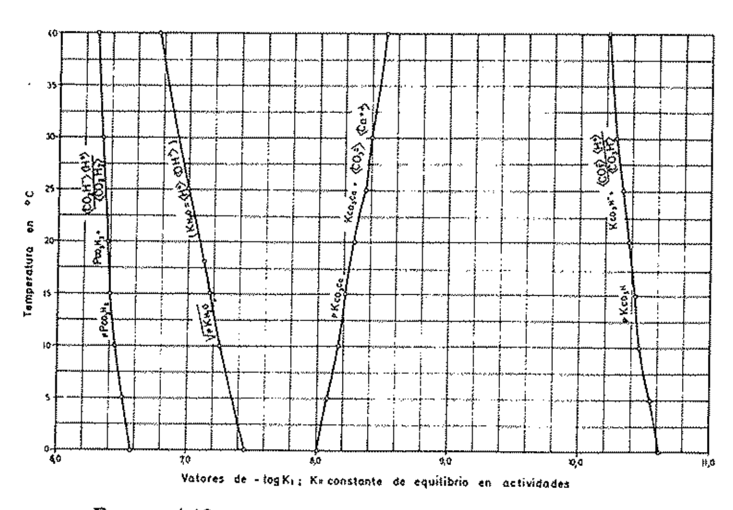


FIGURA 4.12
Constantes de equilibrio de las reacciones de la puesta en solución de la caliza. (Tomado de Back, 1961).

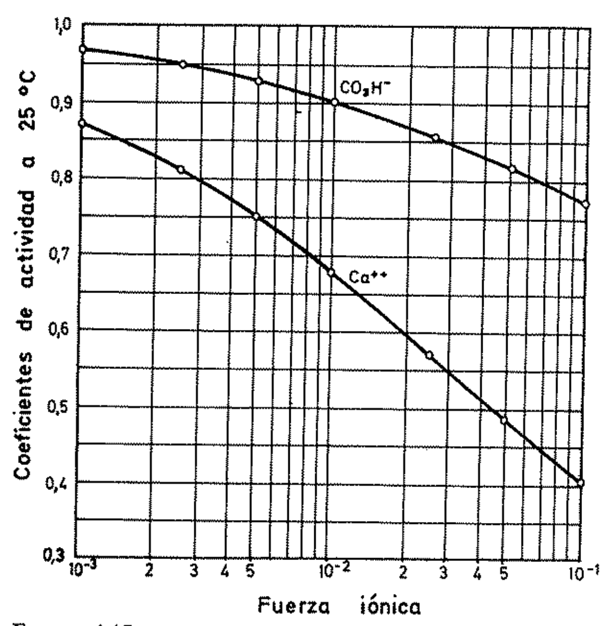


FIGURA 4.13
Coeficientes de actividad para el ion calcio y el bicarbonato en función de la fuerza iónica (Back, 1961).

Para obtener la actividad del Ca, $<Ca^{++}>$, basta calcular:

$$<Ca^{++}> = \frac{K_{CO_3Ca}}{<CO_3^{=}>}$$

obteniendo K_{CO_3Ca} en la figura 4.12. Para conocer la molalidad del calcio basta dividir por su coeficiente de actividad obtenido de la figura 4.13.

El gráfico de Claude Schmitt (tesis B-12 de la facultad de Ciencias de Rennes, 1955) (fig. 4.14) permite calcular directamente la agresividad o incrustabilidad a partir del contenido inicial en Ca^{++} o la dureza inicial y del pH medido, pero sólo es válido para aguas en las que domina como soluto el CO_3Ca. Volviendo a entrar en el gráfico con el nuevo contenido en Ca^{++} se puede determinar el pH final*.

1.12.4 Validez de los cálculos de agresividad a caliza

Parte de los gráficos y fórmulas propuestas se refieren a soluciones de carbonato cálcico con ausencia o con

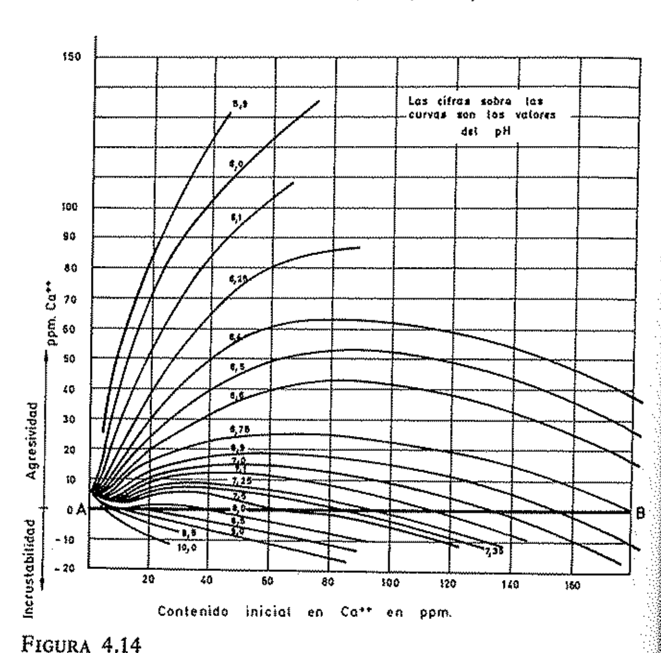


FIGURA 4.14
Gráfico de Claude Schmitt para determinar la agresividad de una solución de carbonato cálcico. (Modificado de Degrémont, 1963). CO_3Ca (ppm) = 2,5 Ca (ppm)
AB *es la línea de equilibrio.*

* Otra forma del mismo gráfico puede verse en Catalán (1959), pág. 153.

Un gráfico más completo, que incluye el efecto del magnesio es el de Hallopeau y Dubin que no se incluye por estar dirigido principalmente a los tratamientos de agua y que puede consultarse en Encyclopédie des Eaux de Consommation, cahier n.º 2 Ed. Sirgean (París) y en Degrémont (1963) pág. 250, figura 189.

sólo pequeñas cantidades de otras sales, teniendo por lo tanto un campo limitado de aplicabilidad. Todos los cálculos se basan en mediciones del pH, que en general se realizan en laboratorio, con lo que se pueden cometer errores de alguna décima, en especial si no se toman precauciones en la toma de muestras, transporte y almacenamiento[22]. El pH debería medirse en el campo inmediatamente a la toma de muestras pero ello rara vez se realiza. Variaciones de sólo 0,2 unidades de pH son muy importantes para el estudio del equilibrio del agua (Back, 1961, págs. D10-12); el pH en general tiende a crecer transformando un agua inicialmente equilibrada en incrustante, aunque no siempre sucede así.

El pH medido en laboratorio es representativo de las condiciones de empleo del agua y en este caso y en el de tratamiento y corrección de aguas es donde los gráficos y fórmulas son aplicables con menos error.

Otra importante fuente de errores es la temperatura; pequeñas variaciones alteran notablemente el equilibrio del agua. Fuentes de error de importancia menor son las de análisis de otros iones incluyendo el CO_3H^-.[23/24]

Ejemplo 4

Se da el siguiente análisis correspondiente al sondeo C-5-b de Prat de Llobregat (Barcelona):

Conductividad a 18°	1600 μS/cm
pH a 18 °C	7,55
Dureza total	580 ppm CO_3Ca
Alcalinidad TAC	253 ppm CO_3Ca
Temperatura	18 °C

Anión	ppm	meq/l	Catión	ppm	meq/l
CO_3H^-	308	5,05	Na^+	185	8,04
$SO_4^=$	275	5,72	K^+	8,7	0,22
Cl^-	319	9,00	Ca^{++}	134	6,70
NO_3^-	3,2	0,052	Mg^{++}	60	5,00
SiO_2	10,5	—			

[22] Ver apartado 2.5.1.

[23] Según Caro (1965), se tienden a formar soluciones sobresaturadas de modo que en primera aproximación las aguas con durezas entre 250 y 300 ppm en CO_3Ca no producen precipitado hasta los 45 días de recogidas entre 250 y 300 hasta los 30 días y las que tienen más de 300 ppm en CO_3Ca lo producen en sólo algunos días. Los valores dados suponen contacto con la atmósfera exterior.

[24] En aguas procedentes de terrenos no calcáreos, los valores del pH y de CO_3H^- pueden variar notablemente dado que no existe un efecto tampón acentuado.

Fuerza iónica (calculada) = 0,029

a) Según la fórmula de Tillmans el CO_2 libre vale

$$\frac{901}{3} \cdot 253 \cdot 10^{7-7,55} = 14 \cdot 5$$ en el momento de efectuar el análisis

b) Según la fórmula (4.1) y figura 4.8

$$\log \frac{K'_2}{K'_1 K'_c} = 3,95 \text{ a } 4,05$$

$$\log [CO_2 + CO_3H_2] \approx 3,95 \text{ a } 4,05 + 2 \cdot \log \frac{5,05}{1000} +$$

$$+ \log \frac{6,70}{2 \times 1000} \approx -(3,02 \text{ a } 3,12)$$

CO_2 libre = 33 a 42 ppm

c) Según fórmula 4.2 con constante 11,38

$$pH = 11,38 - \log 253 - \log 134 \frac{56}{40} = 6,70$$

d) Según la figura 4.9, pH = 7,25 y CO_2 libre = 35 ppm.

e) Según la figura 4.10 tomando como residuo seco

$$Rs = \frac{1600}{1,4} = 1143$$

(es preciso extrapolar), pH = 7,15

f) Según el método de Back, en figura 4.13, $\gamma\, CO_3H^- = 0,85$; $\gamma\, Ca = 0,56$ y en la figura 4.12 $pK_{CO_3^=} = 10,41$; $pK_{CO_3Ca} = 8,24$

$$\log \langle CO_3^= \rangle = \log \frac{5,05}{1000} + \log 0,85 - 10,41 + 7,55 = -5,217$$

$$\log Ca^{++} (ppm) = -8,24 + 5,217 - \log 0,56 +$$

$$+ \log (40 \cdot 1000) = 1,83$$

Ca^{++} = 68 ppm, menor que el real (agua incrustante).

g) En la figura 4.14 se obtiene incrustabilidad = 16 ppm Ca.

Los valores del pH de equilibrio obtenidos en c, d y e indican que el agua tiene un índice de saturación positivo o sea es incrustante como aparece en g. En f se encuentra, en efecto, que si estuviese en equilibrio debería tener 69 ppm de Ca^{++} en vez de 134. En b y d se calcula el CO_2 libre obteniéndose valores similares. Estos resultados no quieren decir que el agua en el acuífero sea incrustante, pues el pH se determinó en laboratorio a los 5 días y la muestra se tomó por bombeo con aire comprimido, pero sí debe considerarse incrustante en vistas a su uso y posiblemente frente a la rejilla del pozo.

Capítulo 4.2

Composición de las aguas subterráneas

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se darán en primer lugar, de forma sinóptica, las características químicas, concentraciones usuales, comentarios sobre la nocividad y toxicidad, indicaciones sobre el modo de realizar el análisis de laboratorio y el análisis en el campo y la toma de muestras, de los iones y sustancias disueltas en el agua más importantes. A continuación se definirán, se darán las unidades usuales, los valores, el modo de determinación, y los efectos sobre la calidad del agua, según las características físicas, fisicoquímicas y químicas que se consideran más frecuentemente en las aguas subterráneas.

Se ha tratado de sistematizar la exposición a fin de conseguir una rápida localización de los datos que se busquen.

Los datos, salvo indicación expresa, han sido obtenidos de Hem (1959), Rainwater y Thatcher (1960), Custodio (1965), Schoeller (1955) y (1962), Davis y De Wiest (1966), Catalán (1969), Degrémont (1963), Powell (1964) y Scott (1967).

2.2 SUSTANCIAS QUE SE ENCUENTRAN DISUELTAS EN UN AGUA NATURAL SUBTERRÁNEA. IONES FUNDAMENTALES Y MENORES

En un agua subterránea natural, la mayoría de las sustancias disueltas se encuentran en estado iónico. Unos cuantos de estos iones se encuentran presentes casi siempre y su suma representa casi la totalidad de los iones disueltos; estos son los iones fundamentales y sobre ellos descansará la mayor parte de los aspectos químicos e hidrogeoquímicos que serán tratados en la sección 10:

Estos iones fundamentales son

Aniones		*Cationes*	
Cloruro	Cl^-	Sodio	Na^+
Sulfato	$SO_4^=$	Calcio	Ca^{++}
Bicarbonato	CO_3H^-	Magnesio	Mg^{++}

Es frecuente que los aniones nitrato (NO_3^-) y carbonato ($CO_3^=$) y el catión potasio (K^+) se consideren dentro del grupo de iones fundamentales aun cuando en general su proporción es pequeña. Otras veces se incluye además el ion ferroso (Fe^{++}).

Entre los gases deben considerarse como fundamentales el anhídrido carbónico (CO_2) y el oxígeno disuelto (O_2), aunque no es frecuente que se analicen en aguas subterráneas.

Entre las sustancias disueltas poco ionizadas o en estado coloidal son importantes los ácidos y aniones derivados de la sílice (SiO_2).

El resto de iones y sustancias disueltas se encuentran por lo general en cantidades notablemente más pequeñas que los anteriores y se llaman *iones menores* a aquellos que se encuentran habitualmente formando menos del 1 % del contenido iónico total y *elementos traza* a aquellos que aunque presentes están por lo general en cantidades difícilmente medibles por medios químicos usuales.

Los iones menores más importantes son, además de los ya citados NO_3^-, $CO_3^=$, K^+ y Fe^{++}, el NO_2^-, F^-, NH_4^+ y Sr^{++}. Suelen estar en concentraciones entre 0,01 y 10 ppm. En concentraciones entre 0,0001 y 0,1 ppm, suelen estar los iones menores:

aniones: Br^-, $S^=$, PO_4^{-3}, $BO_3H_2^-$, NO_2^-, OH^-, I^-, etc.
cationes: Fe^{+++}, Mn^{++}, NH_4^+, H^+, Al^{+++}, etc.

Los iones metálicos derivados del As, Sb, Cr, Pb, Cu, Zn, Ba, V, Hg, U, etc., a veces están en cantidades

medibles, pero en general son elementos traza. El resto de posibles iones están casi siempre en cantidades menores que 0,0001 ppm.

Aunque los iones menores y los elementos traza no suelen determinarse en análisis habituales, salvo circunstancias especiales, no por ello dejan de tener interés, en especial en estudios de origen y relaciones entre aguas y prospección minera. Actualmente se dedica a ellos especial interés en ciertas investigaciones del efecto de las sustancias disueltas en el agua sobre la salud pública. La disponibilidad de espectómetros de absorción atómica permite que su análisis sea mucho más asequible, aunque no exento de dificultades.

Todo lo dicho se refiere a los casos más frecuentes de aguas naturales; en aguas contaminadas las circunstancias pueden cambiar notablemente. En la naturaleza existen a veces aguas subterráneas naturales con composiciones que no se ajustan a lo indicado, ya sea porque contienen cantidades muy pequeñas de algunos de los iones fundamentales o bien porque una fracción importante del contenido iónico está representado por uno o varios de los iones menores o traza.

Las aguas subterráneas llamadas *dulces* («fresh water», en inglés) contienen como máximo 1000 o quizá 2000 ppm de sustancias disueltas; si el contenido es mayor, por ejemplo hasta 5000 ppm se llaman *aguas salobres* y hasta 40 000 *aguas saladas*. No es raro encontrar aguas que superen los 40 000 ppm de sustancias disueltas llegando a veces hasta 300 000 ppm. A estas aguas se les llama *salmueras* («brines», en inglés) y están asociadas con frecuencia a depósitos salinos (por ejemplo el Arroyo Salado en Cardona, Barcelona), aguas de yacimientos petrolíferos o bien aguas muy antiguas situadas a gran profundidad. Estas aguas pueden contener cantidades elevadas de elementos menores o incluso de los que generalmente están como trazas y constituir verdaderos minerales de esas sustancias, pero muchas veces siguen siendo una pequeña porción del contenido total en el que en general domina los iones Cl^- y Na^+ y a veces Ca^{++}.

2.3 CARACTERÍSTICAS QUÍMICAS DE LOS IONES Y SUSTANCIAS DISUELTAS MÁS IMPORTANTES

2.3.1 Aniones y sustancias aniónicas

1. Ion cloruro, Cl^-

a) *Características químicas.* Sales en general muy solubles. Muy estable en disolución y muy difícilmente precipitable. No se oxida ni reduce en aguas naturales. En general va asociado al ion Na^+; en especial en aguas muy salinas, pero el número de miliequivalentes de ambos iones no es necesariamente igual.

b) *Concentraciones.* Entre 10 y 250 ppm en aguas dulces, no siendo raro encontrar contenidos mucho mayores, hasta varios miles de ppm. El agua del mar tiene entre 18 000 y 21 000 ppm. Las salmueras naturales pueden llegar a tener 220 000 ppm (saturación).

c) *Nocividad y toxicidad.* Más de 300 ppm comunican sabor salado al agua de bebida, pero no es perjudicial por lo menos hasta algunos miles de ppm. Es esencial para la vida. Contenidos elevados son perjudiciales para muchas plantas y comunican corrosividad al agua.

d) *Análisis en laboratorio.* Valoración con NO_3Ag usando como indicador cromato potásico (viraje de amarillo a naranja). Error de análisis menor del 1 a 3 % para 10 a 100 ppm y del 1 a 2 % para más de 100 ppm. En desuso métodos gravimétricos. En la valoración pueden interferir los iones Br^-, I^- y CN^-, pero en general están en muy pequeñas cantidades y no molestan.

e) *Análisis de campo.* Igual que en laboratorio, con bureta portátil o cuentagotas. Es muy fácil.

f) *Toma de muestras.* No se precisan precauciones especiales.

2. Ion sulfato, $SO_4^=$

a) *Características químicas.* Sales moderadamente solubles a muy solubles, excepto las de Sr (60 ppm) y de Ba (2 ppm). En agua pura el SO_4Ca satura a 1500 ppm, y puede llegar hasta 7200 ppm en aguas salinas (fig. 4.4). En medios reductores con abundante materia orgánica puede sufrir una reducción bacteriana a S o $S^=$, pero en general es estable. Es difícilmente precipitable químicamente ya que las sales solubles de Sr y Ba son muy escasas en la naturaleza, pero puede separarse de la solución por concentración si existe una evaporación importante.

b) *Concentraciones.* Entre 2 y 150 ppm en aguas dulces pudiendo llegar a 5000 ppm en aguas salinas si existe Ca y hasta 200 000 si está asociado a Mg y Na en ciertas salmueras. El agua del mar contiene alrededor de 3000 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* Las aguas selenitosas (elevado contenido en sulfato) no quitan la sed y tienen sabor poco agradable y amargo. Por sí mismo o si va asociado a Mg o Na en cantidad importante puede comunicar propiedades laxantes. En cantidades elevadas puede ser perjudicial a las plantas. Más de algunos centenares de ppm perjudican a la resistencia del hormigón y cemento.

d) *Análisis en laboratorio.* Su determinación cuantitativa no es fácil y está sometida a errores importantes si no se trabaja con cuidado. Puede realizarse por valoración complexométrica pero se precisa cierta práctica en determinar el punto de viraje. Los métodos turbidimétricos sirven sólo para

tener valores aproximados. El método mejor es el gravimétrico pero es engorroso y largo y por eso es de uso restringido. En el método complexométrico puede molestar el Ca^{++} (conviene eliminarlo) y el PO_4^{-3}. Se pueden tener errores del 5 % en agua con más de 100 ppm y hasta 10 % si hay menos de esa cantidad. Con métodos gravimétricos los errores son notablemente inferiores.

e) *Análisis de campo.* No realizado habitualmente, excepto por turbidimetría.

f) *Toma de muestras.* No se precisan precauciones especiales.

3. IONES BICARBONATO Y CARBONATO, CO_3H^- Y $CO_3^=$

a) *Características químicas.* Existe una profunda relación entre el CO_2 gas, CO_2 disuelto, CO_3H^-, $CO_3^=$ y pH que ha sido ya comentada en los apartados 1.11 y 1.12. Estos iones comunican alcalinidad al agua en el sentido que dan capacidad de consumo de ácido al crear una solución tampón. No son oxidables ni reducibles en aguas naturales. Se pueden precipitar con mucha facilidad como CO_3Ca.

b) *Concentraciones.* El ion bicarbonato CO_3H^- varía entre 50 y 350 ppm en aguas dulces pudiendo llegar a veces hasta 800 ppm. El agua del mar tiene alrededor de 100 ppm. El ion carbonato $CO_3^=$ está en concentraciones mucho menores que el CO_3H^- y si el pH $< 8{,}3$ se le considera cero. En aguas alcalinas con pH $> 8{,}3$ puede haber cantidades importantes, hasta 50 ppm en algunas aguas naturales. El agua del mar tiene menos de 1 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* No presenta problemas de toxicidad. Las aguas bicarbonatadas sódicas son malas para riego, debido a la fijación del Na en el terreno y creación de un medio alcalino. El equilibrio entre CO_2, CO_3H^-, $CO_3^=$ y pH es determinante de la corrosividad o incrustabilidad[25].

d) *Análisis en laboratorio.* Se determinan en función de la alcalinidad del agua, con error menor del 1 ó 2 %[26].

e) *Análisis de campo*[26]. Se realiza a veces determinando la alcalinidad del agua.

f) *Toma de muestras.* Debe realizarse con cuidado para evitar la pérdida de CO_2. Debe protegerse de cambios de temperatura y analizar lo antes posible. Las botellas deben ir bien cerradas y llenas a tope. En general los valores de CO_3H^- medidos en laboratorio son algo menores que los reales.

4. ION NITRATO, NO_3^-

a) *Características químicas.* Sales muy solubles y por lo tanto es muy difícilmente precipitable. Aunque tiene tendencia a ser estable, aun en medios reductores, puede pasar a N_2 o NH_4^+ y excepcionalmente a NO_2^- [27]. La mayoría de compuestos nitrogenados pasan a NO_3^- en medio oxidante, aunque el NH_4^+ puede perderse en parte como N_2. El terreno puede fijar el NO_3^-, en especial el suelo vegetal[28].

b) *Concentraciones.* Normalmente entre 0,1 y 10 ppm pero en aguas polucionadas puede llegar a 200 ppm y en algún caso hasta 1000 ppm. El agua del mar tiene alrededor de 1 ppm o menos.

c) *Nocividad y toxicidad.* Concentraciones elevadas en agua de bebida puede producir cianosis en los niños y comunican corrosividad (oxidaciones) al agua y producen interferencias en fermentaciones.

d) *Análisis en laboratorio.* No siempre se determina pues en general es escaso y su análisis es complicado y lento. Se determina colorimétricamente a través del ácido fenildisulfónico. En aguas salinas puede determinarse convirtiendo el nitrato en amonio con polvo de Al o Zn. Se pueden admitir errores del 2 %.

e) *Análisis de campo.* No suele realizarse.

f) *Toma de muestras.* No se precisan precauciones especiales excepto quizás en aguas que contienen NH_4^+ para evitar su oxidación y que aparezca como NO_3^-. El NO_3^- y el NH_4^+ son incompatibles en concentraciones elevadas.

5. SÍLICE, SiO_2

a) *Características químicas.* La hidroquímica del silicio no está del todo aclarada pero se cree que la mayoría de la sílice está como SiO_4H_4, en parte disuelta y en parte coloidal, y sólo una pequeña parte está ionizada ($SiO_4H_3^-$) a pH normales, las aguas fuertemente básicas pueden tener cantidades importantes de sílice iónica, pero son muy raras en la naturaleza. La sílice iónica contribuye algo a la alcalinidad del agua. El CO_2 juega un importante papel al evitar que el pH suba, limitando así la solubilidad de la sílice. El cuarzo y sus formas alotrópicas son muy poco solubles pero la sílice amorfa lo es mucho más (50 ppm a 0 °C, 160 ppm a 25 °C y 400 ppm a 100 °C en agua pura).

b) *Concentraciones.* La mayoría de las aguas naturales tienen entre 1 y 40 ppm en SiO_2 pudiendo llegar hasta 100, en especial en aguas bicarbonatadas sódicas. En aguas muy básicas se puede llegar a 1000 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* El mayor inconveniente está relacionado con su incrustabilidad en calderas y calentadores.

d) *Análisis en laboratorio.* Se suele realizar por colorimetría por el método llamado del azul de molibdeno (silicomolibdato) con un error menor del 2 %. El método gravimétrico se emplea poco. El análisis de un agua con más de 100 ppm puede presentar inconvenientes.

e) *Análisis de campo.* No realizado habitualmente.

[25] Véase el apartado 1.12.

[26] Véase el apartado 1.11.

[27] La reducción de nitratos es un fenómeno principalmente biológico. También lo es en gran manera el proceso de oxidación de materiales nitrogenados.

[28] Es un efecto también de tipo biológico.

f) *Toma de muestras.* Conviene evitar cambios de pH importantes y utilizar botellas de plástico o vidrio Pirex. Los vidrios normales pueden aportar algo de sílice soluble si no se los mantiene antes uno o dos días con agua destilada.

2.3.2 Cationes y sustancias catiónicas

1. ION SODIO, Na^+

a) *Características químicas.* Solubilidad muy elevada y muy difícil de precipitar. Es afectado fácilmente por el cambio de bases. Suele ir asociado al ion Cl^-, aunque no siempre sucede así. Las aguas naturales con elevados contenidos en Na^+ suelen tener contenidos elevados en F^-.

b) *Concentraciones.* Entre 1 y 150 ppm en aguas dulces, no siendo raro encontrar contenidos mucho mayores, hasta varios miles de ppm. El agua del mar tiene alrededor de 10 000 ppm, las salmueras naturales pueden llegar a tener 100 000 ppm, siendo un límite que rara vez se sobrepasa el de 500 meq/l ($\simeq$ 110 000 ppm).

c) *Nocividad y toxicidad.* Las aguas con concentraciones elevadas en sodio son perjudiciales a las plantas al reducir la permeabilidad del suelo; son especialmente nocivas si las concentraciones de Ca y Mg son bajas. Aguas con contenidos elevados en CO_3HNa originan problemas de espumas en calderas.

d) *Análisis en laboratorio.* Actualmente se determina habitualmente mediante un fotómetro de llama con un error menor del 1 a 3 %, pero se precisa disponer de este instrumento el cual es caro. Hasta hace pocos años se le determinaba sólo en pocas ocasiones ya que los métodos disponibles eran muy engorrosos; se calculaba por diferencia en el balance de aniones y cationes, y por lo tanto con notables errores.

e) *Análisis de campo.* No se realiza.

f) *Toma de muestras.* No se precisan precauciones especiales.

2. ION POTASIO, K^+

a) *Características químicas.* Solubilidad muy elevada y difícil de precipitar. Es afectado fácilmente por el cambio de bases y es absorbido de forma muy poco reversible por las arcillas en formación (paso de montmorillonita a illita), para formar parte de su estructura, circunstancia que lo diferencia notablemente del Na^+. Por ello las aguas naturales, a pesar de la mayor abundancia de K en muchas rocas, tienen mucho menos K^+ que Na^+ excepto en las muy diluidas.

b) *Concentraciones.* Entre 0,1 y 10 ppm en aguas dulces. Extraordinariamente se pueden tener algunos cientos de ppm y sólo muy raramente se puede tener salmueras de hasta 100 000 ppm. El agua del mar tiene alrededor de 400 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* No presenta problemas especiales a las concentraciones habituales y es un elemento vital para las plantas.

d) *Análisis en laboratorio.* Actualmente se la determina con cierta frecuencia por fotometría de llama con un error menor del 3 ó 10 %. En épocas anteriores, o actualmente si no se dispone de fotómetro, rara vez se le determina ya que es complicado y difícil hacerlo por métodos clásicos.

e) *Análisis de campo.* No se realiza.

f) *Toma de muestras.* No se precisan precauciones especiales.

3. ION CALCIO, Ca^{++}

a) *Características químicas.* Sales desde moderadamente solubles a muy solubles. Es muy fácil de precipitar como CO_3Ca. Su química va muy asociada a la de los iones CO_3H^- y $CO_3^=$ en muchas aguas naturales, pudiéndose precipitar y disolver con facilidad al cambiar el pH o la presión parcial de CO_2. Para más detalles véase el apartado 1.12. Puede ser afectado por cambio de bases.

b) *Concentraciones.* Entre 10 y 250 ppm en aguas dulces, pudiendo llegar a 600 ppm en aguas selenitosas. El agua del mar contiene alrededor de 400 ppm. Excepcionalmente se puede tener 50 000 ppm en salmueras de Cl_2Ca.

c) *Nocividad y toxicidad.* El mayor inconveniente va asociado al aporte de dureza y producción de incrustaciones.

d) *Análisis de laboratorio.* Valoración complexométrica con ácido etilendiaminotetracético (EDTA) o valorando oxalato residual con MnO_4K. También puede realizarse por fotometría de llama pero es poco usual. La valoración con jabón está en desuso progresivo. La precisión de análisis es de 2 a 5 % si hay más de 10 ppm y entre 5 y 10 % si hay menos.

e) *Análisis de campo.* Se realiza a veces por valoración complexométrica utilizando bureta o cuentagotas. También se emplea a veces un método turbidimétrico aproximado.

f) *Toma de muestras.* Evitar el escape de gases, llenando bien la botella y cerrándola. Evitar cambios de temperatura. Puede precipitarse fácilmente como CO_3Ca. Puede estabilizarse acidulando por separado una porción de la muestra.

4. ION MAGNESIO, Mg^{++}

a) *Características químicas.* Propiedades similares a las del ion calcio pero más soluble y algo más difícil de precipitar. Para más detalles véase el apartado 1.12.

b) *Concentraciones.* Entre 1 y 100 ppm en aguas dulces, pudiendo llegar a veces a algunos miles de ppm en aguas salinas o salmueras. El agua del mar contiene 1200 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* Propiedades laxantes y da sabor amargo al agua de bebida si hay algunos centenares de ppm. Contribuye a la dureza del agua y además a pH elevado puede dar $Mg(OH)_2$ incrustante.

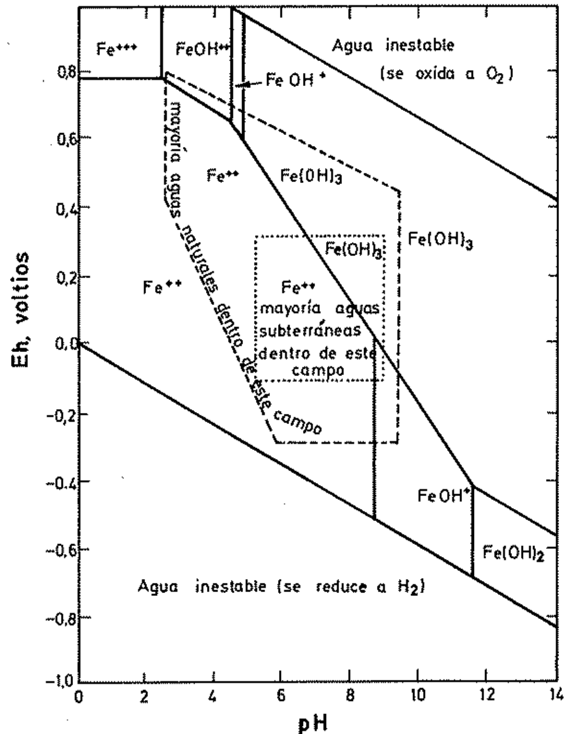


FIGURA 4.15

Campos de estabilidad de las soluciones acuosas de los sistemas férrico-ferrosos. Se indican los campos en que se sitúan la mayoría de las aguas naturales y las aguas subterráneas. (Según Hem et al., en Davis y De Wiest, 1966).

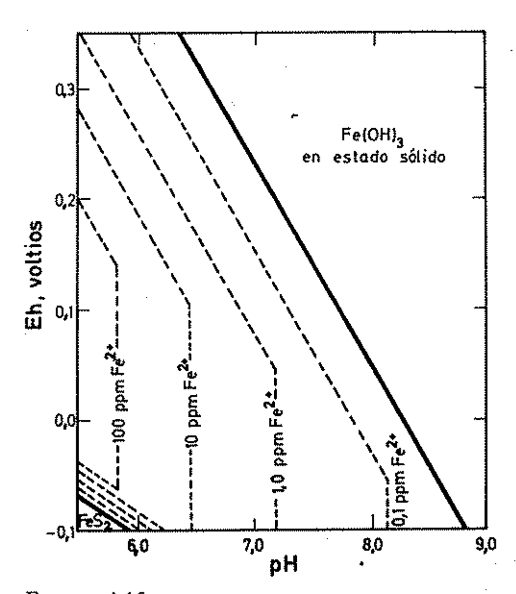


FIGURA 4.16

Porción del campo de estabilidad del sistema férrico-ferroso en agua que contiene 100 ppm *de* CO_3H^- *y* 10 ppm *de* $SO_4^=$. *En estas condiciones existen iones* Fe^{++}. *(Según Hem en Davis y De Wiest, 1966).*

d) *Análisis en laboratorio.* Valoración complexométrica con EDTA indirecta (Mg = dureza − Ca), rara vez realizada directamente. En desuso la valoración con jabón y el gravimétrico. No es fácil tener métodos substitutivos. El error de análisis puede ser del 5 al 10 %.

e) *Análisis de campo.* Se determina como dureza menos calcio.

f) *Toma de muestras.* En principio las mismas precauciones indicadas para el Ca^{++}, pues aunque no suele precipitar, si se precipita Ca^{++} entre el análisis del mismo y la determinación de la dureza, se tiene un error que puede ser importante y la relación Mg^{++}/Ca^{++} puede quedar notablemente aumentada, desvirtuando las consideraciones geoquímicas que se realicen (ver sección 10).

5. IONES RELACIONADOS CON EL HIERRO

a) *Características químicas.* Su química es relativamente compleja pues puede existir en los estados de valencia +2 y +3. La estabilidad de los iones Fe^{++}, Fe^{+++}, $Fe(OH)^{++}$, $Fe(OH)^+$, en relación con el $Fe(OH)_3$ y $Fe(OH)_2$ precipitados o coloidales, depende del pH, Eh y composición de la solución. Ciertas materias orgánicas y algunas inorgánicas pueden actuar formando complejos, que aún complican más el comportamiento. Los trabajos de Hem et al. (1962) han llevado a establecer un conjunto de diagramas de estabilidad tales como los de las figuras 4.15 y 4.16. En la figura 4.15, se dan los límites de los campos de estabilidad donde puede verse en general que las aguas subterráneas normalmente sólo tienen disuelto Fe^{++} (a veces $FeOH^+$) y a pH algo elevado prácticamente no existe hierro disuelto. Un estudio de detalle puede encontrarse en Schoeller (1962) págs. 288-297. La figura 4.16, muestra las curvas de solubilidad del Fe^{++} dentro de ese campo para una cierta composición del agua[29].

La oxidación del Fe^{++} se produce según:

$$Fe^{++} + 1/2\, O_2 + 2H_2O \rightarrow Fe(OH)_3 + H^+$$

o sea disminuyendo el pH. El CO_3H^- juega el importante papel de tampón permitiendo que prosiga la reacción y liberándose CO_2.

Ciertos microorganismos promueven medios reductores

[29] En Eriksson y Khunakasem (1966) puede verse el tratamiento del sistema Fe + Mn.

que favorecen la formación de Fe^{++}, mientras otros utilizan la energía del paso Fe^{++} a Fe^{+++} en sus procesos vitales y dan lugar a precipitaciones gelatinosas; estos crecimientos bacterianos se favorecen en la oscuridad y en aguas con exceso de O_2 y abundante CO_2.

El Fe puede estabilizarse con compuestos orgánicos tales como los ácidos oxálico, tartárico, cítrico y también con polifosfatos.

b) *Concentración.* Fe^{++} entre 0 y 10 ppm, siendo de menos de 0,5 ppm en aguas aireadas. Con pH entre 5 y 8 rara vez se llega a 50 ppm. En aguas muy ácidas se puede llegar a 100 ppm en $Fe^{++} + Fe^{+++}$. Las aguas alcalinas sólo tienen muy pequeñas cantidades de Fe^{++} o $Fe(OH)^{+}$.

c) *Nocividad y toxicidad.* Produce manchas de herrumbre y depósitos orgánicos fangosos con $Fe(OH)_3$ y es en general molesto en aguas industriales. Puede originar incrustaciones duras. Más de 5 ppm pueden ser tóxicas para las plantas. Más de 0,5 ppm son nocivas o molestas en general.

d) *Análisis en laboratorio.* Se le determina cuando se sospecha su existencia. El método más usual es la colorimetría con bipiridina y se puede diferenciar, Fe^{++} y Fe^{+++}. Se determina tanto la forma iónica como coloidal o en suspensión fina, y por eso se llama a veces hierro total. Es muy complicado diferenciar la parte iónica y la parte coloidal y en suspensión fina. Unas veces conviene una buena filtración previa y otras una reducción del precipitado.

e) *Análisis de campo.* No se realiza habitualmente.

f) *Toma de muestras.* Es preciso tomar precauciones para evitar oxidación y cambios de pH. En ocasiones puede convenir separar una pequeña fracción de la muestra, filtrarla y acidificarla a fin de estabilizar el Fe disuelto.

2.3.3 Principales gases disueltos

1. ANHÍDRIDO CARBÓNICO, CO_2

a) *Características químicas.* Es un gas relativamente soluble (ver apartado 1.4) y que al hidrolizarse produce ácido carbónico parcialmente disociado. Su papel es muy importante ya que determina en gran manera el comportamiento químico de un agua frente a muchos minerales, tales como la calcita, dolomita, feldespatos, etc.

b) *Concentraciones.* Frecuentemente se sitúa entre 1 y 30 ppm, correspondiendo los valores más bajos a aguas en contacto fácil con la atmósfera. En acuíferos profundos en los que existe generación de CO_2 (oxidación de materia orgánica, aportes volcánicos, etc.) y elevadas presiones, pueden existir aguas con contenidos en CO_2 de hasta 1500 ppm (aguas carbónicas naturales) que se mantiene si esa agua aflora rápidamente. La presión parcial de CO_2 en la atmósfera varía entre 0,00033 y 0,00044 atm (Caro 1965, Catalán 1969 pág. 147) pudiendo variar entre 0,001 y 0,1 en el aire que llena los poros del suelo agrícola (Schoeller, 1962).

c) *Nocividad y toxicidad.* Las aguas con un exceso de CO_2 (ver apartado 1.12) son agresivas y las que pierden CO_2 pueden convertirse en incrustantes. Aguas con más de 20 ppm de CO_2 libre pueden ser agresivas para el hormigón.

d) *Análisis en laboratorio.* Se determina la alcalinidad TAC y el pH y se calcula la concentración en CO_2 a partir de la fórmula de Tillmans, transformando la alcalinidad TAC en CO_3H:

$$\log CO_2\ (\text{ppm}) = 6 - \text{pH} + \log 1{,}589 \cdot CO_3H\ (\text{ppm});$$

si es $4{,}6 < \text{pH} < 8{,}3$

También puede determinarse valorando el agua con NaOH y fenolftaleína como indicador.

e) *Análisis de campo.* Se realiza por cálculo si se ha determinado la alcalinidad TAC y el pH, o directamente con sosa cáustica, utilizando una bureta o cuentagotas.

f) *Toma de muestras.* Evitar el escape de gases llenando bien la botella y cerrándola. Evitar cambios de temperatura y analizar pronto.

2. OXÍGENO DISUELTO, O_2

a) *Características químicas.* Produce un medio oxidante y juega un papel de gran importancia en la solubilización o insolubilización de iones que cambian con facilidad de valencia así como en la actividad de los microorganismos. Su ausencia produce un medio llamado anaerobio. Se consume con facilidad si existen sustancias oxidables, tales como materia orgánica, Fe^{++}, NH_4^{+}, NO_2^{-}, etc., en especial por acción biológica.

b) *Concentraciones.* La concentración a saturación del oxígeno en el agua en contacto con el aire está dada en el apartado 1.4 y es del orden de 10 ppm. Previamente a la infiltración, el agua puede estar incluso sobresaturada en oxígeno, pero en el terreno el oxígeno se consume y su renovación es difícil o imposible. La mayoría de las aguas subterráneas tienen entre 0 y 5 ppm, frecuentemente por debajo de 2 ppm.

c) *Nocividad y toxicidad.* El mayor problema que presenta el oxígeno disuelto en el empleo del agua es que produce corrosividad. Su ausencia puede ser origen de malos gustos (fermentaciones anaerobias).

d) *Análisis de laboratorio.* Se determina por el método de Winkler o su modificación de Alsterberg. El oxígeno oxida al $Mn(OH)_2$ a MnO_2 y éste oxida después un exceso de ioduro a iodo, el cual se valora con tiosulfato. Puede también determinarse electrométricamente con suficiente precisión.

e) *Análisis de campo.* No se realiza habitualmente por ser engorroso excepto si se dispone de un medidor electrométrico.

f) *Toma de muestras.* Es preciso utilizar botellas especiales que permiten cerrar sin dejar gas en su interior (botellas Winkler) y la muestra no debe agitarse en la toma.

Analizar lo antes posible pues puede consumirse durante el almacenamiento, en especial si la iluminación es suficiente.

En ocasiones puede separarse una porción de la muestra en la que se inhibe la acción biológica añadiendo un poco de Cl_2Hg.

2.3.4 Aniones y sustancias aniónicas menores más importantes

1. Fluoruro, F^-

a) *Características químicas.* Solubilidad en general limitada y al parecer contribuye ligeramente a la alcalinidad del agua pues se hidroliza ligeramente.

b) *Concentraciones.* Frecuentemente entre 0,1 y 1 ppm, pudiendo llegar a veces hasta 10 y raramente a 50 en aguas muy sódicas con muy poco Ca. El agua del mar tiene entre 0,6 y 0,7 ppm. Las aguas de zonas áridas pueden tener cantidades elevadas. El Ca limita la concentración en F^-.

c) *Nocividad y toxicidad.* Parece jugar un papel muy importante en la conservación de la dentadura, creando problemas cuando está tanto por exceso como por defecto. Están en curso numerosos estudios sin existir, al parecer, total concordancia de resultados. La concentración óptima parece ser de 1 ppm, pero depende de la temperatura (ver capítulo 18.1).

d) *Análisis.* Sólo se determina algunas veces. Los métodos de análisis, colorimétricos en general, son algo engorrosos y es preciso eliminar algunas interferencias. Recientemente existen métodos electrométricos con electrodo selectivo, muy rápidos, pero que precisan de una cuidadosa puesta a punto.

2. Bromuro, Br^-

a) *Características químicas.* Su comportamiento es similar al del ion Cl^-. Tiene interés en el estudio del origen de aguas saladas.

b) *Concentraciones.* En general menos de 0,01 ppm en aguas dulces. El agua del mar tiene 65 ppm. En las aguas dulces y agua marina es $r\,Cl/r\,Br \approx 675$ ($r = meq/l$).

c) *Nocividad y toxicidad.* En las concentraciones usuales no ocasiona ningún problema.

d) *Análisis.* Rara vez se analiza. Se determina por transformación en Br_2 y valoración con $S_2O_3^{=}$ (tiosulfato), no sin ciertos problemas prácticos; existe un margen óptimo por encima del cual los errores pueden ser grandes.

3. Iones derivados del boro

a) *Características químicas.* Se encuentra disuelto como BO_3H_3 parcialmente disociado a $BO_3H_2^-$. Contribuye algo a la alcalinidad.

b) *Concentraciones.* En general menos de 0,1 ppm pero a veces puede llegar a 10 y excepcionalmente a 30. El agua del mar contiene 4,6 ppm en B. Puede ser elevado en aguas antiguas y termales.

c) *Nocividad y toxicidad.* En pequeñas cantidades ya es nocivo para las plantas, pero no en el agua de bebida.

d) *Análisis.* Se determina raras veces, excepto en aguas para riegos sospechosas de tener cantidades nocivas, en especial en zonas áridas. Se le determina fotométricamente o mediante un método de valoración potenciométrica algo engorroso.

4. Sulfuro y gas sulfhídrico, $S^{=}$ y SH_2

a) *Características químicas.* Fácilmente oxidables a S, $SO_3^{=}$ o $SO_4^{=}$ y pueden ser depositados en el terreno ya que forman muchas sales poco solubles. Son características de medios reductores, pero no siempre están presentes en los mismos. El $S^{=}$ se hidroliza con facilidad a SH^- y SH_2, estando en equilibrio con fase gas y el SH_2 se hidroliza a SH^- y $S^{=}$.

b) *Concentraciones.* Generalmente muy por debajo de 1 ppm, aunque en aguas de medios muy reductores con reducción de sulfato, se puede llegar a veces hasta a 100 ppm. Extraordinariamente el contenido en SH_2 puede llegar a 1000 ppm en aguas relacionadas con yacimientos de petróleo.

c) *Nocividad y toxicidad.* Comunica muy mal olor, fácilmente detectable incluso a 1 ppm o menos. Es corrosivo, en especial para aleaciones de Cu.

d) *Análisis.* Se determina oxidando con un exceso de iodo que pasa a I^-; el iodo residual se valora con tiosulfato ($S_2O_3^{=}$).

5. Fosfato, PO_4^{-3}

a) *Características químicas.* Aunque presente sales solubles, la mayoría lo son muy poco y en general se precipita como $(PO_4)_2Ca_3$. Se hidroliza con facilidad y contribuye a la alcalinidad del agua. La presencia de Ca limita su contenido y el CO_2 disuelto lo favorece.

b) *Concentraciones.* En general entre 0,01 y 1 ppm pudiendo llegar a 10 ppm y excepcionalmente a 50.

c) *Nocividad y toxicidad.* En las concentraciones usuales, no origina problemas. Es esencial en el ciclo vital de los seres vivientes, pero lo adquieren por otros medios.

d) *Análisis.* No es frecuente determinarlo. Se determina colorimétricamente, con buena precisión.

2.3.5 Cationes y sustancias catiónicas menores más importantes

1. Ion manganeso, Mn^{++}

a) *Características químicas.* El manganeso tiene un comportamiento similar al Fe, presentando como éste los estados de valencia +2 y +3, además de la +4, que sólo existe como MnO_2 insoluble. En general está en forma de Mn^{++} que se oxida fácilmente a MnO_2. Puede formar complejos orgánicos estables tal como sucede con el hierro[30].

[30] En Eriksson y Khunakasem (1966) puede encontrarse un estudio sobre la estabilidad del Mn.

b) *Concentraciones.* En general por debajo de 0,2 ppm, rara vez por encima de 1 ppm. Es más abundante en aguas ácidas.
c) *Nocividad y toxicidad.* Al oxidarse forma manchas negruzcas y favorece el crecimiento de ciertas bacterias.
d) *Análisis.* Se le determina sólo cuando se sospecha su existencia. Se le oxida a permanganato y se mide el color generado.

2. Ion amonio y amoníaco disuelto, NH_4^+ y NH_3

a) *Características químicas.* Son oxidados con gran facilidad a N_2, NO_2^-, o NO_3^- y son fácilmente retenidos por el terreno por cambio de bases. Se hidrolizan, ($NH_4^+ \rightleftharpoons NH_3 + H^+$), existiendo un equilibrio entre ambos. Si existe gran cantidad (rara vez) pueden actuar como tampón. Puede coexistir con Fe^{++} pero no con NO_3^- en cantidades importantes.
b) *Concentraciones.* En general menos de 0,1 ppm pero en casos muy excepcionales puede llegar a 400 ppm. El agua del mar tiene entre 0,005 y 0,05 ppm, a veces hasta 0,35.
c) *Nocividad y toxicidad.* En las concentraciones usuales no es origen de problemas, pero a concentraciones mayores puede llegar a dar olor amoniacal. Suele ser un índice de contaminación (ver sección 18).
d) *Análisis.* Se determina por el método de Nessler por reacción del NH_3 con I_4HgK_2 (reactivo de Nessler). El NH_3 combinado puede determinarse similarmente después de haberlo liberado por destilación.

3. Ion estroncio, Sr^{++}

a) *Características químicas.* Es similar al Ca^{++} pero sus sales son menos solubles. Aunque contribuye a la dureza del agua, no tiene importancia por ser relativamente escaso.
b) *Concentraciones.* En general entre 0,01 y 1 ppm, a veces hasta 20. El agua marina tiene 13 ppm. Algunas salmueras pueden llegar a tener, extraordinariamente 1000 ppm.
c) *Nocividad y toxicidad.* En las bajas concentraciones normales no es nocivo ni molesto.
d) *Análisis.* Se le determina por fotometría de llama, pero se hace pocas veces.

4. Ion litio, Li^+

a) *Características químicas.* Sales muy solubles y es poco retenido por el terreno. En general es más cedido que retenido en los cambios de bases.
b) *Concentraciones.* Entre 0,001 y 0,5 ppm, a veces hasta 1 ppm, pudiendo llegar en algunas salmueras hasta 10 ppm.
c) *Nocividad y toxicidad.* En las bajas concentraciones usuales no es nocivo ni crea problemas.
d) *Análisis.* Se le determina por espectrometría de absorción atómica y con menos precisión por fotometría de llama, pero se hace pocas veces.

5. Iones derivados del aluminio (alúmina, Al_2O_3)

a) *Características químicas.* El aluminio es muy difícil de poner en solución y queda fuertemente retenido en las arcillas. Es fácilmente hidrolizable y anfótero. Sólo existe en cantidades importantes como Al^{+++} en aguas muy ácidas o como $Al_2O_4^=$ o $Al_2O_4H^-$ en aguas básicas, en cuyo caso puede producir alguna alcalinidad. Puede también estar en forma coloidal como $Al_2O_4H_2$.
b) *Concentraciones.* En general entre 0,005 y 0,3 ppm pudiendo llegar muy extraordinariamente a 100 ppm en aguas muy ácidas.
c) *Nocividad y toxicidad.* No presenta problemas especiales.
d) *Análisis.* Rara vez se determina y su análisis es complicado. Se realiza espectrométricamente y es preciso tener precauciones en la toma de muestras para evitar su precipitación.

6. Ion Uranilo UO_2^{++}

a) *Características químicas.* Es ligeramente soluble como tal o formando complejos. En medios reductores pasa a U^{+4} y se precipita con facilidad. Es muy ligeramente radioactivo. Aguas muy ácidas pueden tener cantidades importantes y también aguas alcalinas bicarbonatadas, pues forma un complejo soluble.
b) *Concentraciones.* En general menos de 0,001 ppm. El agua del mar tiene 0,002 ppm. Es muy raro encontrar más de 0,01 ppm.
c) *Nocividad y toxicidad.* No presenta problemas a las concentraciones usuales, pero sí en aguas con contenidos algo elevados, ya que es químicamente y radioactivamente tóxico. Su concentración máxima permisible es de 0,2 $\mu\mu c/cc$ (ver capítulo 1.5).
d) *Análisis.* En general espectrométricamente o fluorométricamente y sólo se analiza en casos especiales.

2.4 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS

2.4.1 Temperatura, θ

a) *Definición.* Potencial calorífico referido a un cierto origen, por ejemplo la temperatura de fusión del hielo.
b) *Unidades.* Se mide en grados centígrados o Celsius (°C) y en los países anglosajones en grados Farenheit (°F),

$$°C = \frac{5}{9}\,(°F - 32) \quad ; \quad \Delta°C = \frac{5}{9}\,\Delta°F$$ [31]

c) *Propiedades.* Las aguas subterráneas tienen una temperatura muy poco variable, y responde a la media anual de las temperaturas atmosféricas del lugar, incrementado en el producto de la profundidad por el gradiente geotérmico

[31] El signo Δ se refiere a una variación.

(1 °C cada 33 m en media, algo mayor en zonas tectónicas y volcánicas y algo menor en grandes cubetas sedimentarias[32]. La temperatura afecta a la viscosidad del agua, capacidad de absorción de gases, etc.

d) *Valores.* Los ya indicados en el apartado c).

e) *Determinación.* Con termómetro o con termistor[33]. Debe medirse en el campo lo antes posible para evitar calentamientos o enfriamientos. Es preciso asegurarse de que la muestra representa la temperatura del agua del acuífero, y no la interior de una captación, tubería o depósito.

2.4.2 Conductividad y resistividad, C y ρ

a) *Definición.* La conductividad eléctrica es la capacidad de un agua para conducir electricidad; se mide como la conductividad que existe entre dos electrodos paralelos de 1 cm² de superficie cada uno y separados 1 cm situados en el seno del agua a medir de forma que el medio se pueda considerar infinito. La resistividad eléctrica se define análogamente y es el inverso de la conductividad. Es más recomendable el uso de la conductividad ya que crece paralelamente a la salinidad.

b) *Unidades.* De conductividad, 1 microsiemens/cm (μS/cm) o micromhos/cm (μmhos/cm o $\mu\Omega^{-1}$/cm); 1 μS/cm = 10^{-6} S/cm.

De resistividad: 1 ohmio-cm (Ω-cm). En geofísica se emplea el Ω-m = 100 Ω-cm.

$$C(\mu S/cm) = \frac{10^6}{\rho(\Omega\text{-}cm)}$$

c) *Propiedades.* La conductividad crece con la temperatura y es preciso tomar una temperatura de referencia, que suele ser 18 °C o 25 °C. Crece 2 %/°C al aumentar la temperatura.

La conductividad crece con el contenido en iones disueltos.

A una misma temperatura, en la conductividad de un agua influye no sólo la concentración iónica, sino el tipo de iones (carga eléctrica, estado de disociación, movilidad, etcétera).

Las soluciones de calibración de células conductivimétricas son las de ClK para las que se establece que:

$C(\mu S/cm) = 1{,}9\ R_s$ (ppm) a 25 °C (Hem, 1959, pág. 39)
$C(\mu S/cm) = 1{,}57\ R_s$ (ppm) a 18 °C

C = conductividad, R_s = concentración en ClK.

Esas relaciones son válidas hasta $R_s = 1000$. Para concentraciones mayores la relación no es completamente lineal, disminuyendo ligeramente el coeficiente de correlación.

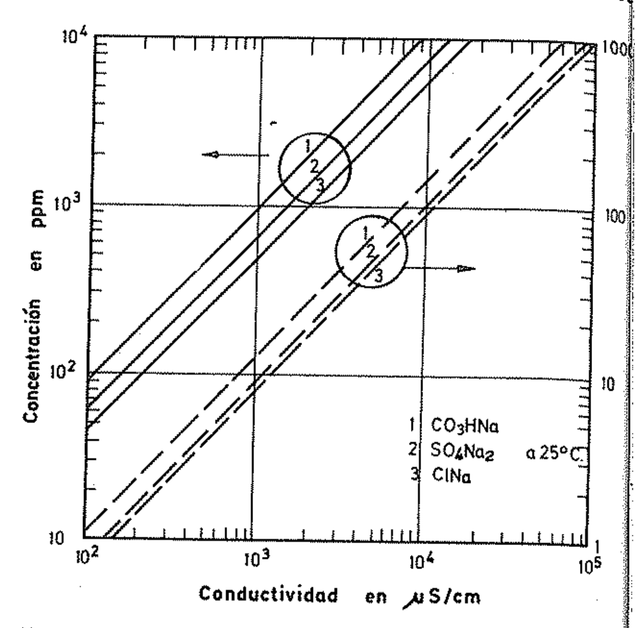


FIGURA 4.17
Conductividades a 25°C de disoluciones de varias sales en agua pura en función de la concentración.

En aguas naturales, las variaciones de composición hacen que no exista una relación estrecha entre conductividad y residuo seco o contenido iónico, pero esa correlación es bastante buena para aguas de composición química semejante en cuanto a distribución de aniones y cationes, como por ejemplo las aguas de un mismo acuífero o las que lleva un mismo río. La figura 4.17, muestra que la conductividad varía, en función del tipo de sal para una misma concentración salina. Las variaciones son menores si las concentraciones se expresan en miliequivalentes/litro. En general puede establecerse una relación lineal excepto para concentraciones elevadas, pero en papel doble logarítmico puede ajustarse bien una recta (fig. 4.18).

Si es:

R_s = residuo seco a 110 °C [34]
S_d = total de sólidos disueltos [34]
M = contenido total en aniones o cationes (tomar la semisuma),

para las aguas subterráneas de los acuíferos del delta y bajo Llobregat (cercanías de Barcelona) se tiene para aguas con $R_s < 2000$ ppm (Custodio, 1966, págs. 2.6.2 a 15-16) (fig. 4.18).

[32] Ver capítulo 10.4.
[33] Soldadura o semiconductor cuyas propiedades eléctricas varían al variar la temperatura.
[34] Ver apartado 2.5.2.

$C(\mu S/cm) \simeq 1{,}4\ R_s$ (ppm) a 18 °C
$C(\mu S/cm) \simeq 1{,}35\ S_d$ (ppm) a 18 °C
$C(\mu S/cm) \simeq (85$ a $90)\ M$ (meq/l) a 18 °C

siendo más precisa la última relación.
Para aguas subterráneas puede establecerse que:

$$C(\mu S/cm) = A \cdot R_s \text{ (ppm)}$$

siendo los valores de A (modificado de Hem, 1959, página 40; Custodio, 1965):

a 18° A = 0,86 a 1,72 en casos extremos
a 18° A = 1,15 a 1,56 en casos normales

A decrece al crecer la salinidad y crece al crecer H^+.

En trabajos publicados por Kuznetsov (en Davis y De Wiest, 1966, pág. 85) se establecen las relaciones para C en µS/cm a 25 °C y M en meq/l:

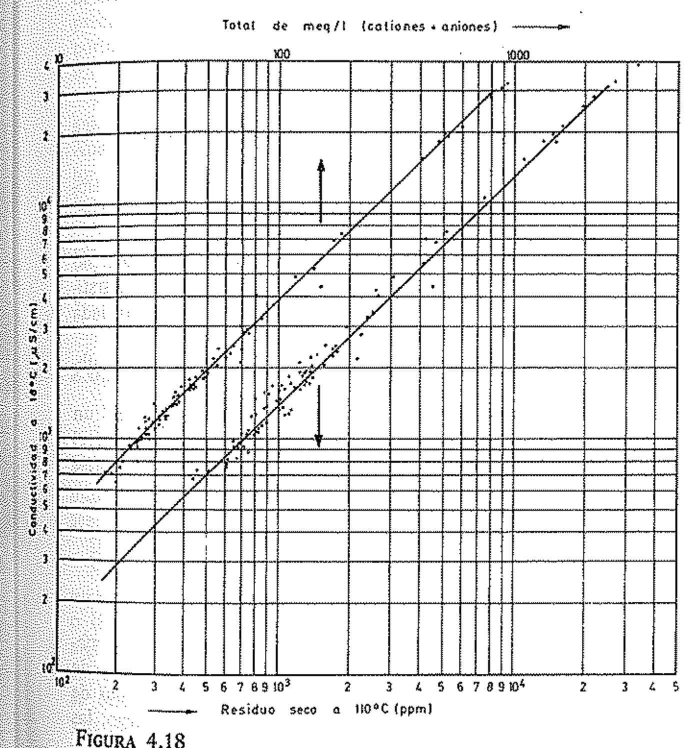


FIGURA 4.18
Relación entre conductividad y residuo seco y total de miliequivalentes para aguas subterráneas del delta del río Llobregat (Custodio, 1966).

Fórmula de relación	Valor de M	Observaciones
$C = 100\ M$	< 1,0	
$C = 12{,}27 + 86{,}38\ M + 0{,}835\ M^2$	1,0 a 3,0	
$C = M(95{,}5 - 5{,}54 \log M)$	3,0 a 10,0	
$C = 90{,}0\ M$	> 10,0	Domina CO_3H^-
$C = 123\ M^{0{,}939}$	10 a 1000	Domina Cl^-
$C = 101\ M^{0{,}949}$	10 a 1000	Domina $SO_4^=$

d) *Valores.* Varía entre 100 y 2000 µS/cm a 18 °C para aguas dulces pudiendo llegar a más de 100 000 con salmueras. El agua del mar tiene alrededor de 45 000 µS/cm a 18 °C.

e) *Determinación en laboratorio.* Se realiza mediante un conductivímetro o resistivímetro, que es un puente de Wheatstone de corriente alterna de elevada frecuencia para evitar polarizaciones. La célula conductivimétrica no mide directamente conductividad si la superficie, separación y disposición de los electrodos no es la de la definición y debe introducirse un factor de célula que se determina con soluciones preparadas de ClK. El error en las mediciones es en general menor del 2 a 5 %.

f) *Determinación en el campo.* Se realiza con un conductivímetro o resistivímetro portátil con un error en general menor que el 5 %. Aunque el aparato es caro su utilidad es grande, así como la rapidez y seguridad de manejo. Es preciso cuidar los electrodos (replatinados) y comprobar de vez en cuando la constante de célula.

En trabajos realizados por el autor, las conductividades se dan normalmente a 18 °C ya que la temperatura de las aguas subterráneas en los acuíferos costeros de la región catalana varía entre 17 y 19 °C y así puede evitarse la corrección de temperatura como primera aproximación.

g) *Toma de muestras.* Es conveniente evitar el escape de gases y formación de precipitados, ya que disminuyen algo la conductividad.

2.4.3 Densidad δ

a) *Definición.* Masa de un litro de agua.

b) *Unidades.* gr/cm³, grados Beaumé (°Be) y grados Twaddell (°Tw).

$$°Be = 145 - \frac{145}{\rho}; \quad °Tw = \frac{\rho - 1}{0{,}05}$$

estando δ en gr/cm³ a 15,5 °C.

c) *Propiedades.* Varía con la temperatura y crece con la salinidad (fig. 4.19). Puede servir para estimar el contenido en sales minerales de las salmueras.

d) *Valores.* Vale 1,00 gr/cm³ para las aguas dulces y 1,025 para el agua del mar, pudiendo llegar a 1,2 para las salmueras concentradas.

e) *Determinación.* En el laboratorio se hace pesando un matraz aforado; en el laboratorio y en el campo puede hacerse con un areómetro.

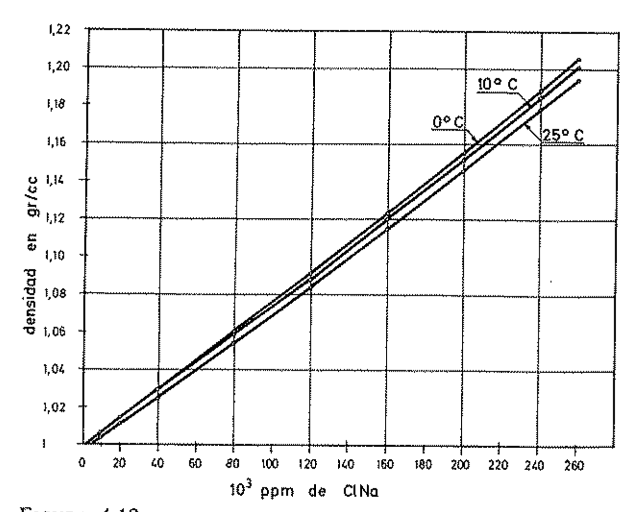


FIGURA 4.19

Densidad de las soluciones concentradas de cloruro sódico (Datos de Perry, 1956).

2.4.4 Color

a) *Definición.* Capacidad de absorber ciertas radiaciones del espectro visible. Se mide por comparación con un standard arbitrario de $Cl_3Co + Cl_6PtK_2$. Es un valor semicuantitativo.

b) *Unidades.* ppm de Pt-Co o simplemente ppm de Pt.

c) *Propiedades.* En general está originado por materiales orgánicos de formaciones carbonosas o suelos vegetales. El agua pura en gran espesor es azulada. Si hay Fe puede tomar color rojizo, negro con Mn. Con SH_2 se produce color azulado y con ácidos húmicos amarillento (Bogomolov, 1965, pág. 67).

d) *Valores.* En general menos de 5 ppm Pt para aguas subterráneas; anormalmente puede llegar a 100.

e) *Determinación.* Colorimétricamente utilizando como standard una solución que contiene 1 gr de Cl_3Co, 1,245 gr de Cl_6PtK_2 y 100 cc de ClH concentrado, diluyendo el conjunto a 1 litro. No suele determinarse en el campo. La muestra debe estar bien filtrada.

f) *Toma de muestras.* En general conviene realizar el análisis pronto, pues el color puede variar con el tiempo.

g) *Efectos.* El color es desagradable en agua de bebida e indica a veces contaminación orgánica.

2.4.5 Turbidez o turbiedad

a) *Definición.* Dificultad de un agua para transmitir la luz.

b) *Unidades.* ppm de SiO_2 (B); ppm de mástic (A); grados de bujía Jackson.

Aproximadamente B = 0,1 + 0,14 A. En general es difícil establecer relaciones entre las diferentes unidades, pues varían con la causa de la turbidez.

c) *Propiedades.* Mide el contenido en materias coloidales y la materia en suspensión muy fina y difícil de sedimentar y filtrar. La luz se difunde a su paso por el efecto Tyndall.

El agua llamada transparente tiene menos de 1,42 ppm SiO_2 y permite ver en 4 m de espesor. Hasta 2,85 ppm SiO_2 se llama opalina, hasta 6,25 algo turbia, hasta 9,00 turbia y con más de 9,00 muy turbia.

d) *Valores.* En general menos de 1 ppm para aguas subterráneas.

e) *Determinación.* Por comparación con una serie de preparaciones con ácido silícico o con mástic o bien midiendo la disminución de la intensidad luminosa de una bujía patrón. No se suele determinar en el campo. Se hace con un turbidímetro dotado de célula fotoeléctrica.

f) *Toma de muestras.* Evitar cambios de pH.

g) *Efectos.* La turbidez es desagradable en agua de bebida.

2.4.6 Materia en suspensión

a) *Definición.* Contenido en materiales sedimentables o que pueden ser retenidos por un filtro.

b) *Unidades.* ppm o en cc/litro, según el método empleado, siendo muy difícil la conversión, ya que ambos valores dependen de muchas circunstancias.

c) *Propiedades.* Las aguas de origen subterráneo no tienen materia en suspensión, excepto en circulaciones kársticas o si se ha obtenido en una captación mal desarrollada en la que se producen arrastres.

d) *Valores.* En general menor que 1 ppm en aguas subterráneas.

e) *Determinación.* Basta recoger el sedimento en un decantador aforado[35] o pesar el residuo que queda en el filtro, después de secado. En el primer caso puede realizarse en el campo con comodidad.

2.4.7 Sabor

El sabor del agua es una determinación organoléptica subjetiva, de interés en agua potable. Las aguas con más de 300 ppm de Cl^- tienen gusto salado, las que tienen más de 400 ó 450 ppm de $SO_4^{=}$ tienen gusto salado y amargo, las que tienen mucho CO_2 libre tienen gusto picante, etc.

[35] Es el procedimiento más usual por su sencillez, pero es semicualitativo.

2.5 CARACTERÍSTICAS QUÍMICAS Y FISIOQUÍMICAS

2.5.1 Concentración de hidrogeniones, pH

a) *Definición y propiedades.* Ya han sido definidas en los apartados 1.2 y 1.3.6.

$$pH = -\log < H^+ >$$

El pH crece el 8 %/°C al crecer la temperatura y por tanto hay que darlo referido a una cierta temperatura, por ejemplo 18° ó 25 °C.

b) *Valores.* Por lo general varía entre 6,5 y 8 y más raramente entre 5,5 y 8,5. En casos excepcionales puede variar entre 3 y 11. El agua marina tiene un pH aproximado de 8.

c) *Determinación en laboratorio.* Electrométricamente con un pH-metro con precisión de por lo menos 0,1. También puede determinarse colorimétricamente disponiendo de una serie de indicadores, pero es mucho más engorroso y menos preciso.

d) *Determinación en el campo.* Aunque no es frecuente determinarlo en el campo en trabajos de investigación o de precisión conviene hacerlo. Se puede hacer con un pH-metro portátil (precisión 0,1 a 0,2) o colorimétricamente (precisión 0,5 que es muchas veces insuficiente).

e) *Toma de muestras.* Evitar cuidadosamente fugas de gases, oxidaciones o reducciones y cambios de temperatura. Analizar con rapidez. Los valores determinados en laboratorio están siempre algo alterados, en general más altos que la realidad.

f) *Efectos.* Aguas con $pH < 7$ suelen ser agresivas. $pH > 9$ crea dificultades en las plantas. Los peces soportan valores entre 5,0 y 9,5 pero el intervalo óptimo está entre 6,5 y 8,5.

2.5.2 Residuo seco y total de sales disueltas, Rs y Sd.

Definiciones. El residuo seco es el peso de materiales resultante de evaporar 1 l de agua. El total de sales disueltas mide el peso de todas las sustancias disueltas en el agua, sean o no volátiles.

Unidades. ppm o g/l.

Propiedades. El residuo seco varía algo con la temperatura de secado y conviene fijarla por ejemplo 105-110 °C o 180 °C. A 105-110 °C pueden existir algunos bicarbonatos, algo de agua de hidratación y algunas materias orgánicas. A 180 °C no quedan bicarbonatos pues pasan a carbonatos, se quema o volatiliza la mayoría de la materia orgánica y se desprende todo el agua de hidratación. En general estos valores son muy similares.

A veces se da el residuo a calcinación (al rojo o a ignición) que es menor que los anteriores, pues los carbonatos se transforman en óxidos perdiendo CO_2. Es una medida de los carbonatos pero es poco precisa, además de que existe el peligro de volatizar otras sales.

El total de sales disueltas difiere del residuo seco a 110 o 180 °C en que se cuenta todo el CO_3H presente, el cual durante el calentamiento puede llegar a la precipitación se descompone en $CO_3^=$ y CO_2 que se escapa. Aproximadamente $Sd \approx Rs + 1/2\ CO_3H^-$ en ppm. A veces se da como total de meq/l de cationes + aniones = 2 M. En un análisis debe cumplirse aproximadamente que:

Σ cationes + Σ aniones + Σ coloides − $1/2\ CO_3H^- \approx R_s$ a 110 ó 180 °C en ppm.

En el apartado 2.4.2 se han dado las relaciones aproximadas con la conductividad.

Valores. Entre 50 y 1500 ppm en aguas dulces, pudiendo llegar a 300 000 ppm en salmueras. El agua del mar tiene alrededor de 35 000 ppm.

Determinación. La determinación del residuo seco es esencialmente gravimétrica y su precisión es del 1 al 5 %.

Es engorroso y suele evitarse calculándolo indirectamente a través de la conductividad. El residuo seco a calcinación está en desuso. No se realiza en el campo. El total de sustancias disueltas se calcula.

Toma de muestras. Conviene evitar pérdidas de gases para evitar precipitados.

2.5.3 Alcalinidades TAC y TA

Definiciones. La alcalinidad es la capacidad de un agua para neutralizar ácidos[36]. La alcalinidad TAC mide la capacidad hasta pH = 4,5 (viraje del anaranjado de metilo) y la alcalinidad TA hasta pH = 8,3 (viraje de la fenolftaleína). Miden el contenido de aniones hidrolizables.

Unidades. Usualmente ppm de CO_3Ca o meq/l (1 meq/l = = 50 ppm CO_3Ca).

También:

grado francés (°F)

1 °F = 10 ppm CO_3Ca = 1/5 meq/l;

grado alemán (°A)

1 °A = 10 ppm CaO = 17,8 ppm CO_3Ca;

grado inglés o grado Clark (°I)

1 °I = 14,3 ppm CO_3Ca;

grano por galón americano (gpg)

1 gpg = 17,14 ppm CO_3Ca.

Propiedades. Ya han sido comentadas en el apartado 1.11. Un agua con $pH < 7$ puede tener cierta alcalinidad TAC, aunque se la considere ácida por su pH.

Las alcalinidades miden el efecto de los iones CO_3H^- y $CO_3^=$ y también de los OH^-, $SiO_4H_3^-$, PO_4^{-3}, $BO_3H_2^-$, F^-, etc., pero en aguas subterráneas estos últimos influyen poco.

Si es $pH < 8,3$ es TA = 0 y CO_3H^- = TAC en meq/l, o bien CO_3H^- (ppm) = 1,22 TAC (ppm CO_3Ca).

[36] No debe confundirse con la alcalinidad de un agua con la propiedad de ser alcalina o básica o sea que su pH sea mayor que 7.

Valores. El valor TAC está generalmente entre 100 y 300 pudiendo a veces estar entre 50 y 500 ppm de CO_3Ca. Excepcionalmente puede llegar a 1000. El agua del mar tiene un TAC de alrededor de 100 ppm CO_3Ca.

El valor TA es generalmente 0 y puede llegar a 10 en aguas bicarbonatadas sódicas y excepcionalmente a 50 ppm CO_3Ca.

Determinación en laboratorio. La alcalinidad TAC se determina por valoración con SO_4H_2 usando como indicador anaranjado de metilo (heliantina); la alcalinidad TA con SO_4H_2 utilizando como indicador fenolftaleína. El indicador puede suprimirse si la valoración se hace electrométricamente. El error es del 2 al 5 %.

Determinación en el campo. Se determinan cuando conviene conocer con precisión las alcalinidades, en especial la TAC. Se hace similarmente al laboratorio y el error es de menos del 5 %.

Toma de muestras. Evitar escape de gases cerrando bien la botella que debe estar totalmente llena.

2.5.4 Acidez

a) *Definición.* Capacidad de un agua para neutralizar bases. Existen varios conceptos de acidez que no se exponen por ser de uso restringido[37].

b) *Propiedades.* Es raro que las aguas naturales tengan acidez[38]. Puede producir acidez la oxidación de sulfuros, hidrólisis de iones del Fe, Al y del NH_4^+. La oxidación de sulfatos precisa mucho oxígeno y sólo puede dar acidez importante en las proximidades del nivel freático y en medio no saturado.

2.5.5 Durezas total, permanente y temporal o carbonatada (D_t, D_p, D_c)

a) *Definiciones.* La dureza mide la capacidad de un agua para consumir jabón o producir incrustaciones. Las definiciones actuales la identifican con el contenido en iones alcalinotérreos, esencialmente $Ca^{++} + Mg^{++}$.

Dureza total = contenido total en $Ca^{++} + Mg^{++}$.

Dureza permanente = contenido total en $Ca^{++} + Mg^{++}$ después de ebullición (se precipitan los carbonatos).

Dureza temporal o carbonatada = total de calcio y magnesio asociados a CO_3H^- y $CO_3^=$.

Por definición es $D_t = D_c + D_p$.

La dureza también se llama título hidrotimétrico, TH.

b) *Unidades.* Las mismas que la alcalinidad, en general ppm CO_3Ca o °F.

$$D\ (\text{meq/l}) = r\,Mg + r\,Ca \quad ; \quad r = \text{meq/l}$$

$$D\ (\text{ppm } CO_3Ca) = \left(\frac{\text{Ca ppm}}{20} + \frac{\text{Mg ppm}}{12} \right) 50$$

c) *Propiedades.* Las aguas se pueden clasificar por s dureza, pero esta clasificación varía con las localidades d acuerdo con las aguas disponibles. Aguas con menos d 50 ppm en CO_3Ca se llaman blandas, hasta 100 ligerament duras, hasta 200 moderadamente duras y por encima mu duras.

La dureza incluye el efecto del Sr^{++}, que es pequeño e general, al igual que el efecto del Fe^{++}. Al consumo d jabón también contribuyen ciertos metales pesados y ácido libres.

Las propiedades en relación con la solubilidad de la calcit y dolomita han sido expuestas en el apartado 1.12.

d) *Valores.* Generalmente entre 10 y 300 ppm CO_3C pudiendo llegar a 1000 y excepcionalmente a 2000 o más. El agua del mar tiene 1500 ppm CO_3Ca.

e) *Determinación en laboratorio.* Valoración complexométrica con EDTA. El error es menor del 5 %. El método del jabón está en desuso.

f) *Determinación en el campo.* Valoración complexométrica con bureta, cuentagotas y pastillas. Existen pastillas para determinar directamente la dureza total y la carbonatada. Error del 5 al 10 %.

g) *Toma de muestras.* Evitar pérdida de gases.

h) *Efectos.* Las aguas duras son incrustantes, producen gran consumo de jabón y dificultan la cocción de alimentos. Las aguas muy blandas son agresivas y pueden no ser adecuadas para la bebida.

2.5.6 Demanda química de oxígeno (DQO)[39] o materia orgánica (MO)

a) *Definiciones.* Capacidad de un agua para consumir oxidantes en procesos químicos.

b) *Unidades.* ppm de O_2 tomado del MnO_4K, a veces del $Cr_2O_7K_2$[40].

c) *Propiedades.* Mide el contenido en materiales orgánicos oxidables y también otras sustancias que consumen oxígeno, tales como, Fe^{++}, Mn^{++}, NH_4^+, etc. Es un dato semicuantitativo.

En aguas con elevado contenido en Cl^- se obtienen siempre valores elevados por interferencia, ya que parte del ion Cl^- puede pasar a cloro libre.

d) *Valores.* Generalmente de 1 a 5, hasta 15 ppm de O_2 en aguas no contaminadas.

e) *Determinación.* Se realiza añadiendo MnO_4K y tratando a ebullición un determinado tiempo. Valores supe-

[37] Véase Degremont (1963).

[38] No debe confundirse la acidez de un agua con la propiedad de ser ácida o sea tener el pH menor que 7.

[39] En la literatura anglosajona se designa COD (chemical oxygen demand).

[40] La materia orgánica se refiere al método del permanganato y la demanda química al método del dicromato.

riores a 10 ppm pueden ser un claro indicio de contaminación. Se puede hacer en medio ácido o básico, siendo el más corriente el primero. Se valora el permanganato residual. La determinación puede también hacerse con CrO_4K o $Cr_2O_7K_2$, pero los resultados no son del todo comparables con los anteriores, siendo en general más elevados.

No se determina en el campo.

g) *Toma de muestras.* Puede variar con el tiempo de almacenamiento. Evitar la aireación.

h) *Efectos.* Valores elevados interfieren en ciertos procesos industriales y pueden explicar malos sabores en el agua de bebida.

2.5.7 Demanda bioquímica de oxígeno DBO[41]

a) *Definición.* Medida de la cantidad de oxígeno necesario para eliminar la materia orgánica contenida en un agua mediante procesos biológicos aerobios. Comúnmente se refiere a 5 días.

b) *Unidades.* ppm de O_2.

c) *Propiedades.* Es una medida importante de contaminación y debe referirse a un cierto tiempo (24 horas o 5 días). Es de poco interés en hidrogeoquímica pero muy importante en estudios de contaminación de aguas superficiales.

d) *Valores.* En aguas subterráneas por lo general menos de 1 ppm de O_2. Valores más elevados indican contaminación.

[41] En la literatura anglosajona se designa BOD (biological oxygen demand).

En general no se realiza su determinación que precisa de la toma de muestras especiales.

2.5.8 Demanda de cloro y break-point.

Esta característica general de las aguas no es más que una medida del contenido en materia orgánica y tiene mucho interés en tratamientos de esterilización de aguas para abastecimiento, pero es poco importante desde el punto de vista de características de las aguas subterráneas.

Si se toman toda una serie de muestras iguales de agua y a cada una se le añade respectivamente una cantidad creciente de cloro gas y transcurrida 1 hora se determina el cloro libre; se observa que una de las muestras presenta un mínimo que no coincide en general con la muestra a la que inicialmente se le ha añadido menos cloro.

Este fenómeno es debido a que los compuestos que forma el cloro con la materia orgánica se destruyen al aumentar la concentración de éste. La dosis de ese mínimo es el valor de break-point. Al break-point corresponde el mínimo gusto residual y la máxima decoloración.

Muchas aguas subterráneas, con muy poca materia orgánica dan un valor casi cero para el break-point. En aguas superficiales se puede llegar a varias decenas de ppm en Cl_2.

El punto de ruptura o break-point corresponde al comienzo de la destrucción de los compuestos que previamente ha formado el cloro con la materia orgánica y compuestos amoniacales que puedan existir (cloraminas).

Capítulo 4.3

Toma de muestras de agua subterránea

3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se dan las normas y orientaciones para la toma de muestras de agua subterránea, incluyendo las precauciones a tomar hasta su llegada al laboratorio. Se adjuntan unas notas sobre la toma de muestras de agua superficial.

Las precauciones a tomar dependen de lo que se desee analizar y la forma de toma de muestra es muchas veces función del material, personal y técnica disponible.

Las muestras de agua pueden tener por objeto el estudio de un acuífero o zona, el control de las variaciones temporales de composición o bien definir ciertas características locales con vistas a su uso o a algún estudio particular.

Las precauciones a tener en cuenta en el muestreo según las diferentes características o iones buscados han sido indicadas a lo largo del capítulo 4.2. Es preciso tener en cuenta que en trabajos de campo el exceso de precauciones y cuidados es engorroso y lento, pero debe evitarse el caer en el lado opuesto. Normas y detalles complementarios pueden encontrarse en Hem (1959) págs. 13-24 y Rainwater y Thatcher (1960) páginas 3-41 y la experiencia del autor en Custodio (1965, págs. 67-76; 1966, capítulo 2.6; 1967).

3.2 MÉTODOS DE TOMA DE MUESTRAS EN POZOS

La toma de muestras en pozos con bomba instalada puede hacerse a través de ésta cómodamente. Es preciso esperar el tiempo suficiente para que el agua reemplazable en el pozo (la situada por debajo de la bomba y por encima de la rejilla) y en las conducciones haya sido extraída. En ocasiones ese momento se aprecia porque el agua comienza a salir ligeramente turbia o arenosa. El agua almacenada en el pozo o en los tubos puede haber perdido gases con la consiguiente variación de alcalinidad y dureza, haber tomado oxígeno cambiando su potencial redox o bien puede contener residuos del ataque a las tuberías; su temperatura puede diferir notablemente de la del acuífero. El agua bombeada procedente del acuífero es en general la mejor muestra obtenible si la composición del acuífero es uniforme; si hay estratificación de aguas se obtiene una mezcla.

Las muestras obtenidas por bombeo con aire comprimido están alteradas al tomar oxígeno y también puede estarlo la temperatura.

Cuando no existe bomba ni es posible bombear con aire comprimido, o bien cuando interesa tomar muestras a diferentes profundidades, deben utilizarse, en general, botellas lastradas que puedan llenarse a la profundidad deseada. En pozos con poca altura de agua (en general pozos excavados en acuíferos freáticos) puede utilizarse un armazón metálico con el envase encajado en él (fig. 4.20) o una simple botella con lastre que se desciende con una cuerda; puede ir tapada con un tapón que se hace saltar con un tirón de otra cuerda o de la misma de suspensión, o bien puede introducirse destapada si el orificio es pequeño, pues el agua no entra instantáneamente y da tiempo a descenderla algunos metros bajo la superficie sin que durante el mismo entre demasiada agua, tal como se aprecia por el retraso en iniciarse el borboteo. En pozos más profundos o sondeos entubados pueden emplearse sistemas con tapón, pero los problemas de manejo aumentan con la profundidad de inmersión. El tapón se puede quitar con un tirón si la botella es suficientemente pesada o bien hacerlo mediante el golpe de un mensajero pesado.

Otro método es el uso de un cilindro lastrado con el cierre superior roscado (figs. 4.21 y 4.22). Este cierre tiene un orificio central por el que pasa una varilla con

una bola de goma en el extremo inferior. Al suspender el tubo por la varilla, la bola de goma cierra el orificio debido al peso del tubo, y puede así sumergirse cerrado hasta una profundidad límite a partir de la cual el agua penetra por ser su presión superior a la que comunica el peso del aparato. Puede utilizarse hasta esa profundidad límite y se abre por apoyo en el fondo o bien a cualquier profundidad si se suspende durante el descenso de una cuerda atada a la varilla y luego se suspende de otra cuerda atada al cuerpo del cilindro. Existen también sistemas de apertura por electroimán pero son complicados y precisan de baterías eléctricas.

En los sistemas descritos el agua penetra en la botella por borboteo, lo cual puede ser en ocasiones un inconveniente ya que la muestra disuelve oxígeno. Ello puede evitarse con tomamuestras que descienden abiertos; consisten en un tubo con cierres en los extremos (tapas circulares abatibles o que se desplazan longitudinalmente) que se baja lentamente, por lo menos en las proximidades de un punto deseado para permitir que el agua circule libremente por su interior; una vez en posición se cierra con un tirón o con el golpe de un mensajero pesado (fig. 4.23). Es preciso asegurarse de que la circulación es libre y que el descenso ha sido lo suficientemente lento como para no arrastrar agua de niveles superiores. El peligro de arrastres es menor si el diámetro del tomamuestras es similar al del sondeo.

También pueden utilizarse botellas con dos bocas, una dotada de un tubo que llega al fondo por el que penetra el agua y desplaza el aire contenido con un mínimo de contacto, pero son más complicados de manejo.

Si el nivel del agua está próximo al nivel del terreno puede emplearse una pequeña bomba portátil centrífuga aspirante o de pistón accionada por la batería de un vehículo, sumergiendo un tubo de goma de aspiración hasta la profundidad deseada. Existe en el mercado una pequeña bomba sumergible de membrana accionada por el aire comprimido de una botella que permite tomar muestras cuando el nivel es profundo, pero su coste es elevado y su manejo es algo engorroso.

El muestreo del agua de fuentes es similar al de aguas de pozos con la salvedad de que la toma se puede

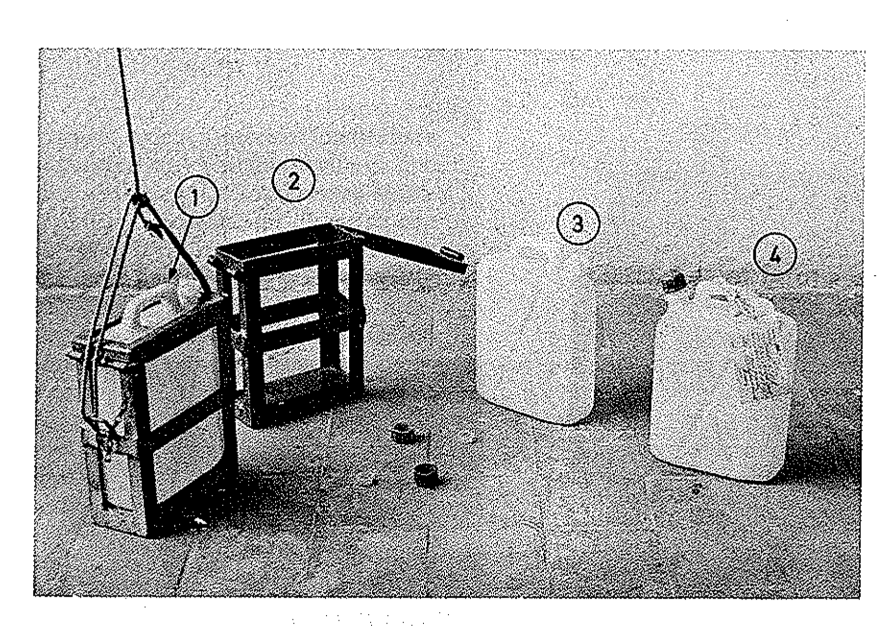


FIGURA 4.20

Botella lastrada elemental para tomar muestra en pozos abiertos de poca profundidad.

1 botella con el armazón de lastre montado y preparado para ser utilizado.

2 armazón de lastre abierto y sin botella.

3 botella bidón adaptada al armazón de lastre.

4 botella con una muestra de agua y su etiqueta.

hacer directamente; conviene anotar el caudal que mana de la fuente.

Las muestras de agua para análisis bacteriológicos precisan de precauciones especiales que serán señaladas en el capítulo 18.2 y apéndice A.1 de la sección 18.

3.3 REPRESENTATIVIDAD DE LAS MUESTRAS DE AGUA TOMADAS EN SONDEOS Y PIEZÓMETROS

Las muestras tomadas en profundidad en sondeos y piezómetros sólo tienen significación si corresponden a la porción filtrante y en ella hay alguna circulación de agua del acuífero. Por encima el agua está estacionaria

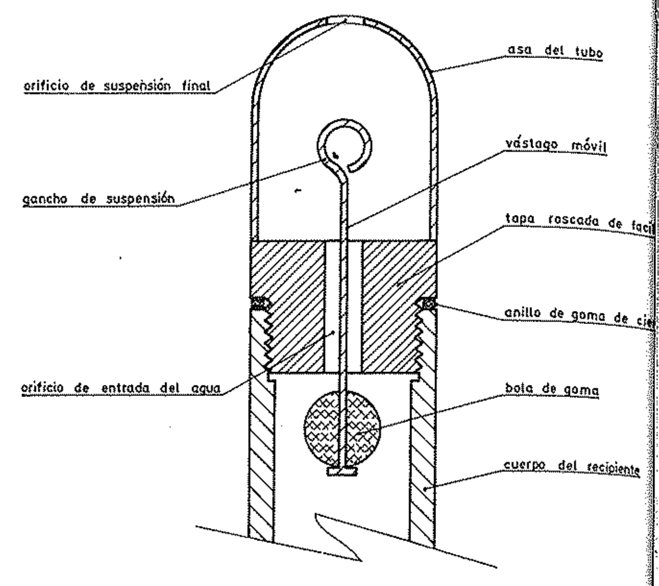
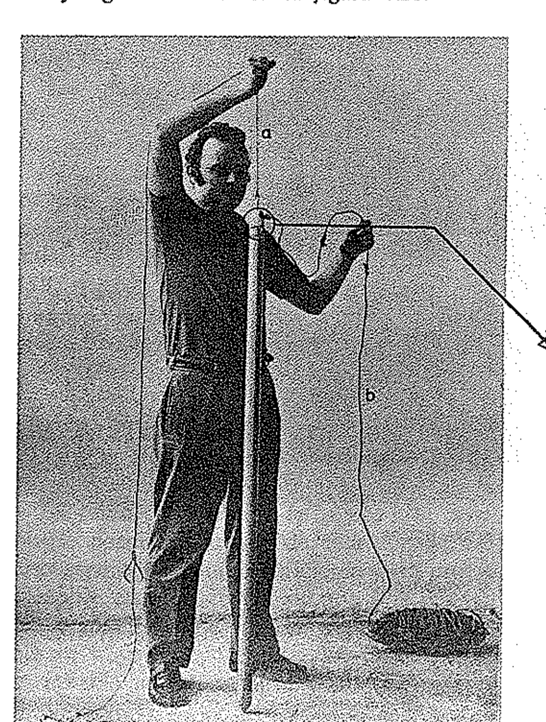


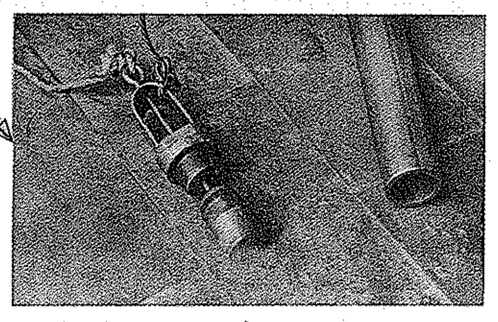
FIGURA 4.21

Corte esquemático de un toma-muestras de cierre por suspensión (molistómetro) (ver figura 4.22).

FIGURA 4.22

Toma-muestras para sondeos de 50 mm hasta profundidad de 100 m. Se muestran los dos cables de suspensión:
a) *de suspensión por el cierre*
b) *de suspensión del cuerpo*
A *es un detalle de la cabeza de cierre desmontada y según se indica en la figura 4.21.*





A

y puede ser la de la perforación, la de ensayos anteriores o la introducida en pruebas de admisión. Aun en la zona filtrante pueden tenerse malas muestras si está mal comunicada con el acuífero por haber pocas ranuras o estar éstas parcial o totalmente colmatadas.

Si el sondeo pone en comunicación niveles con diferente potencial se establece una circulación interna que llena unas porciones del tubo con agua de los de mayor potencial, mientras no puede penetrar el agua de los de menor potencial.

Las muestras puntuales deben tomarse de arriba hacia abajo, pues cada introducción y extracción del tomamuestras produce una mezcla del agua que encuentra en su recorrido. Entre diferentes muestreos debe transcurrir el suficiente tiempo como para que se restablezca la estratificación, en general de una semana a un mes.

Los piezómetros construidos en un cierto nivel y mal cerrados o cementados pueden suministrar muestras falseadas por admisiones de agua extraña.

En un sondeo en el que durante la construcción o los ensayos se han introducido grandes cantidades de agua, la presencia de agua extraña puede durar mucho tiempo.

3.4 NÚMERO Y FRECUENCIA DE LAS MUESTRAS

El número de muestras que es preciso tomar para caracterizar a un acuífero es muy variable según el tipo de estudio que se desee realizar y las condiciones hidrodinámicas y de recarga. Esta cuestión será discutida con más detalle en el capítulo 10.3, pero puede avanzarse que en ocasiones basta con una muestra cada 10 km^2 y en otros casos una muestra cada 1 km^2 puede ser notablemente insuficiente. Las muestras deben tomarse en las condiciones de máxima representatividad eligiendo pozos bien construidos y cuya zona filtrante esté situada en el lugar adecuado.

El uso de un conductivímetro portátil puede orientar de forma muy útil sobre los puntos que deben ser muestreados. Los registros de conductividad en pozos ayudan mucho al estudio de la estratificación del agua, en especial en zonas de intrusión marina.

En general, las aguas subterráneas tienden a mantener constante su composición, tanto más cuanto más profundas y más alejadas de las zonas de recarga. Puede bastar una muestra anual, pero en zonas próximas a la recarga o con intrusión marina pueden precisarse muestras mucho más frecuentes. Lo dicho se refiere a la caracterización química, la caracterización biológica debe ser más frecuente, pues está sometida a acciones muy locales y a cambios rápidos.

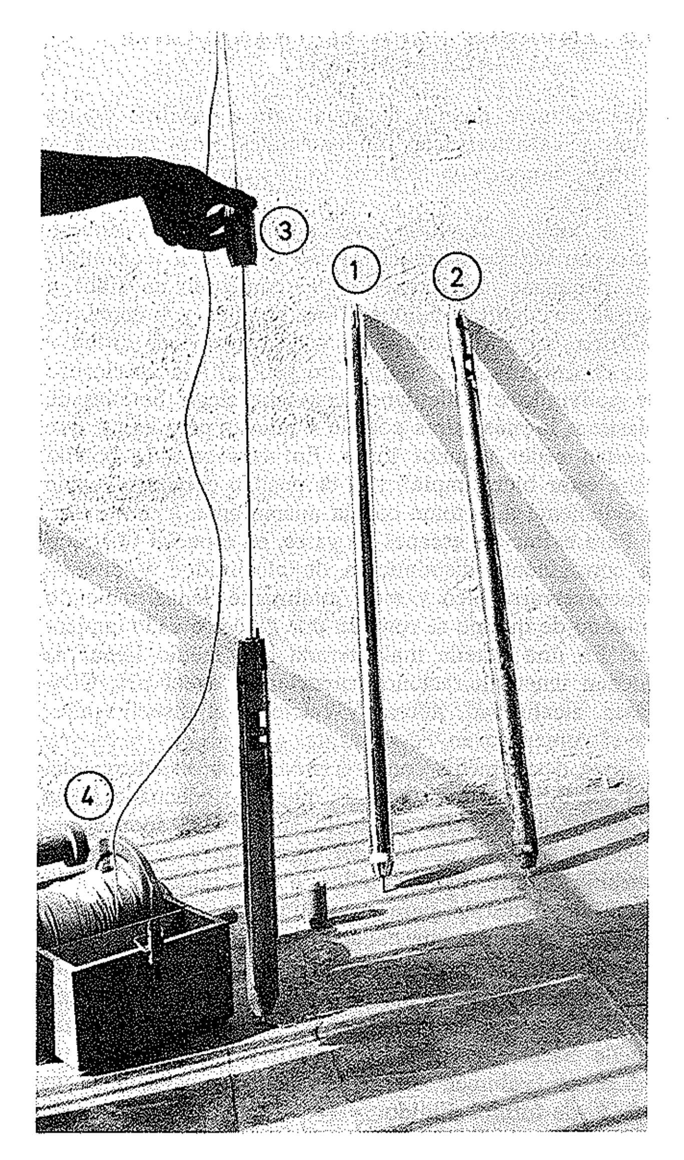


FIGURA 4.23

Toma-muestras para sondeos de 50 mm con descenso en posición de abierto por los dos extremos y cierre por percusión de un mensajero.

1 Cerrado
2 Mensajero
3 Abierto
4 Carrete de cable con divisiones cada 0,5 m

3.5 ENVASES PARA EL TRANSPORTE Y ALMACENAMIENTO

El volumen preciso de agua para el análisis de los iones y características fundamentales varía entre 1 y 2 litros, aunque con técnicas de microanálisis basta con sólo 50 cc.

Las botellas de vidrio limpias son buenas en general, pero con vidrios de mala calidad se pueden tener algunas pequeñas alteraciones en el contenido en sílice y quizás en algunos cationes. Las botellas y bidones de plástico son más manejables y de rotura más difícil y por ello de uso más común. En general son de cloruro de polivinilo o polietileno; conviene elegir botellas de plásticos lo más puros posible y nuevas para evitar que puedan ceder algunos iones. En todo caso la botella debe estar bien limpia* y si es posible debe ser lavada previamente a la toma con la misma agua a muestrear.

Para evitar los escapes de gases, en especial CO_2 con la consiguiente disminución de alcalinidad y dureza, deben cerrarse bien y estar totalmente llenas, teniendo cuidado de que no se rompan por golpes o calentamientos. En una botella mal cerrada o a medio llenar se pueden tener alteraciones importantes en el pH, CO_2, gases, alcalinidad, dureza y calcio, y si disuelve aire, en el contenido en Fe, Mn, etc.

Si se desea medir con precisión gases disueltos, además de utilizar un sistema de muestreo adecuado, debe utilizarse una botella de cuello ancho con tapón esmerilado y biselado para poder cerrar sin dejar ninguna burbuja de aire. Estas botellas se usan también para la toma de muestras para determinar la DBO (botellas Winkler) y tienen una capacidad de unos 250 cc.

En ocasiones conviene tomar muestras complementarias y adicionar ácido para estabilizar ciertos iones como los de Fe, Mn y otros metales pesados. La acidificación puede hacerse con ácido clorhídrico puro o con un 0,5 % en volumen de ácido acético glacial más un 0,2 %, de formol diluido.

3.6 TRANSPORTE AL LABORATORIO Y ALMACENAMIENTO

Las muestras deben ser analizadas lo antes posible y, si es posible, tomar precauciones para que no se alteren ciertas características. Conviene evitar cambios de temperatura y agitaciones o vibraciones y el almacenamiento debe hacerse en lugar fresco y oscuro.

La temperatura debe determinarse en el momento de tomar la muestra. Es recomendable medir «in situ» la conductividad y dureza y, si es posible el pH y el potencial redox. También pueden analizarse «in situ» ciertos gases y características fácilmente alterables, aunque ello es engorroso y delicado.

Si en el laboratorio se aprecian precipitaciones puede procederse a homogeneizar la muestra por agitación y acidular para redisolver el precipitado, pero es preciso estar seguro de que el sedimento no son simples materiales en suspensión que arrastraba el agua.

El análisis debe hacerse lo más rápidamente posible y evitar que el agua se altere durante el mismo. Así por ejemplo, si se determina la dureza (D_t) y pasado un tiempo se determina el contenido en calcio y en ese intervalo se precipita CO_3Ca, el contenido en Ca es menor que el real y además resulta un cálculo del magnesio por exceso pues $rMg = rD_t - rCa$.

El transporte de muestras voluminosas es engorroso y para evitar molestias, en España existe un laboratorio que efectúa análisis de los iones fundamentales con una muestra de 50 cc. que se envía por correo en una botella de plástico introducida en una cajita de cartón. La precisión es menor que con muestras más voluminosas pero el ahorro en el transporte puede compensar sobradamente.

3.7 IDENTIFICACIÓN DE LAS MUESTRAS

Con las muestras de agua subterránea conviene adjuntar una etiqueta (fig. 4.24) o un impreso en el que se indique:

1. Identificación del pozo, sondeo, piezómetro o fuente.
2. Toponimia.
3. Si es preciso, croquis del lugar exacto.
4. Si es preciso características del punto de agua (profundidad, zonas filtrantes, diámetro, etc.) y acuífero muestreado.
5. Modo de toma de muestra.
6. Nivel del agua y profundidad de toma de muestra.
7. Caudal y tiempo de bombeo.
8. Fecha y hora de la toma.
9. Aspecto del agua.
10. Temperatura del agua.
11. Determinaciones «in situ» (conductividad, dureza, Cl^-, pH, etc.).
12. Observaciones y nombre del que tomó la muestra.

En la figura 4.25 se indica un tipo de impreso para indicar al laboratorio las determinaciones deseadas.

* Es conveniente efectuar un primer lavado con ácido, seguido de dos cuidadosos enjuagues con agua destilada.

Anverso

Indice de clasificación del pozo: 448 | 4 | 24

Toponimia: Pozo del aeropuerto - Control

Propietario: Aeropuerto Transoceánico

Fecha: 24-6-66 Hora 10,15 Botella 123

Nivel agua: no med. m. Profundidad pozo 60 m.

Profundidad de toma de muestra 60 m. Brocal -1,2 m.

Muestra tomada por E. Custodio

Aspecto de la superficie del agua: No visible

Procedimiento empleado: Bombeo 10 min. a 3 l/seg

Observaciones: Acuífero cautivo entre 55 y 60 m.

C. A. P. O.

Reverso

C. A. P. O.

Propiedades determinadas in situ

Conductividad 700 μ mohs/cm. | Cl^- 150 p. p. m.

pH – Temperatura 17,5 °C | p. p. m.

Dureza total 17º A p.p.m. | p. p. m.

Dureza carbonatada – – p.p.m. | p. p. m.

p. p. m.

Es turbia: SI (X) NO

Tiene olor: SI NO (X) muy ligeramente sulfuroso

Tiene sabor: SI NO

Tiene color: SI (X) NO

FIGURA 4.24

Modelo de tarjeta a adjuntar a una botella de toma de muestra de agua.

M. O. P.
COMISARIA DE AGUAS
DEL PIRINEO ORIENTAL
Beethoven, 15, 3.º — BARCELONA (6)

HOJA DE PETICION DE ANALISIS

	Indice de clasificación			Conductividad a 18º	pH a 18º	Dureza Total	Dureza permanente	Alcalinidad TAC	Total de sólidos disueltos a 110º	Turbidez	Materia orgánica			CO_3H^-	CO_2 libre	$SO_4^{=}$	Cl^-	NO_3^-	SiO_2	Al_2O_3	Br^-		Na^+	K^+	Ca^{++}	Mg^{++}	Fe	NH_4^+		Botella	Propietario y referencias
(1)	478	4	-	X	X	X		X						X	X	X	X						X	X	X	X				191	HIF. Cadaloques 2 bis, 21 h
(1)	478	4	-	X	X	X		X						X		X	X				X		X	X	X	X				192	HIF. Cadaloques 3, 22 h
(2)	420	8	C7a	X	X	X		X	X					X	X	X	X		X				X	X	X	X				313	CAPO 11,5 a 14,5 m 2,5 h
(2)	420	8	C7d	X	X	X		X						X	X	X	X		X				X	X	X	X				226	CAPO 56,5 a 57,5 m 4,5 h
(3)	421	3	A1	X	X	X		X			X			X		X	X	X					X	X	X	X				18	Josefa de Puig
(3)	421	3	A2	X	X	X		X			X			X		X	X	X					X	X	X	X				280	Francesc Mateu
(3)	421	3	-	X	X	X		X		X	X			X		X	X	X	X				X	X	X	X		X		300	Mina de Teiá

Sólo se determinarán las características marcadas con una cruz.

Barcelona, 12 de Mayo de 1970

Tomadas el: (1) 8-V-70
(2) 9-V-70
(3) 10-V-70

FIGURA 4.25

Modelo de hoja de petición de análisis al laboratorio.

3.8 DETERMINACIÓN EN EL CAMPO

En el campo debe determinarse la temperatura, inmediatamente después de la extracción; basta con un termómetro normal graduado a ser posible en décimas de grado. Existen termómetros rodeados de una malla metálica para evitar su rotura.

Es muy fácil determinar la conductividad si se dispone de un conductivímetro portátil y esta determinación es en general muy útil y orientativa.

Es frecuente a veces determinar los cloruros y/o la dureza total, mediante una volumetría (ver apéndice A.4). En ciertos trabajos de desarrollo de pozos se mide el material en suspensión utilizando un tubo de sedimentación, que tiene en el fondo una prolongación estrecha graduada en cc.

Salvo en trabajos especiales no suelen hacerse otras determinaciones para no sobrecargar el trabajo. En labores de investigación se determina a veces el pH y potencial redox y se mide el Fe, Mn, CO_2 y oxígeno disuelto, labor que puede ocupar bastante tiempo.

3.9 NOTAS SOBRE EL MUESTREO DE AGUAS SUPERFICIALES

En cursos de agua superficiales, pueden tenerse variaciones de composición química en el espacio y en el tiempo, y lo mismo sucede en lagos. El muestreo se realiza con botellas lastradas similares a las utilizadas en los pozos, pero que pueden ser más sencillas y más grandes; es muy utilizado un tomamuestras que baja abierto y cierra al dar un giro de 180° en un plano vertical. No puede ser utilizado normalmente en pozos entubados por precisar por lo menos de 0,5 m de diámetro.

Las fluctuaciones de composición son rápidas y son función del caudal. Para tener una buena caracterización es preciso tomar muestras muy frecuentes, diarias o incluso horarias, procediéndose, a veces, a establecer mediciones en continuo.

Cuando interesan valores medios puede procederse a la formación de muestras compuestas, por ejemplo muestras semanales o diarias formadas con tomas diarias u horarias respectivamente, que son mucho más representativas que las puntuales de frecuencia semanal o diaria. Las muestras compuestas pueden ser ponderadas según el tiempo —representan la composición media de una derivación de caudal continuo—, o ponderadas según los caudales —representan la composición media del curso de agua—. Si hay grandes fluctuaciones de calidad, las muestras compuestas pueden formarse con ayuda de un conductivímetro tomando grupos consecutivos en los que no hayan variaciones superiores a ±20 ó 25 %. Existen sistemas automáticos de muestreo que forman directamente muestras compuestas (Fredriksen 1969).

Capítulo 4.4

El análisis químico

4.1 INTRODUCCIÓN

El presente capítulo está dedicado al estudio de la forma de presentación y valoración de los datos resultantes del análisis de un agua. En el apartado 1.3.3 de esta misma sección se han indicado las diferentes formas de expresión de las concentraciones, unas en peso por unidad de volumen o peso y otras con más contenido químico en las que el peso de la sustancia se sustituye por el número de miliequivalentes.

4.2 MODOS DE EXPRESIÓN DE LAS DIFERENTES CARACTERÍSTICAS QUÍMICAS

El modo más racional de expresar la fracción iónica disuelta en el agua es como tales iones. Así, el sulfato se expresa como $SO_4^{=}$ y el calcio como Ca^{++}. Sin embargo, modos antiguos o costumbres de uso hacen que esos iones se representan a veces como peso de sustancias que guardan una estrecha relación con ellas. Así el ion cloruro puede darse en peso de ClNa que contenga una cantidad igual del mismo; el sodio añadido no tiene relación alguna con la cantidad de ion sodio que puede existir realmente en el agua (aparece en un puro proceso de cálculo). El ion sulfato puede darse como SO_3 o SO_4Ca, el calcio como CaO o CO_3Ca, el ion magnesio como MgO, CaO o CO_3Ca, el ion bicarbonato como CO_3Ca o CO_3HNa, etc. En realidad la valoración de la dureza o alcalinidad en ppm de CO_3Ca no es más que uno de estos sistemas de expresión. Las expresiones en óxidos tienen una especial difusión puesto que es una forma frecuente de expresión de la composición de muchas rocas y productos químicos.

Todo lo expuesto se refiere a expresiones en peso, puesto que si lo son en miliequivalentes se obtiene siempre la misma cifra. Para pasar de una forma de expresión en peso a otra basta dividir el peso dado por el peso equivalente de la sustancia en que está expresado y multiplicar por el peso equivalente de la sustancia en la que se desea obtener el peso correspondiente. Si las sustancias se corresponden molécula a molécula basta dividir por el peso molecular de la primera y multiplicar por el peso molecular de la segunda. En la tabla 4.2 se dan los pesos atómicos simplificados de los elementos más usuales y en las tablas 4.3 y 4.4 los pesos moleculares, los pesos equivalentes de las expresiones químicas más frecuentes, el factor por el que hay que multiplicar para pasar a la forma iónica, y la forma de pasar de epm a ppm y a CO_3Ca.

Ejemplo 1

Calcular la concentración de ion cloruro que corresponde a 105 ppm de ClNa.

$$105 \frac{Cl}{ClNa} = 105 \frac{35{,}5}{35{,}5 + 23} = 105 \cdot 0{,}607 =$$
$$= 63{,}7 \text{ ppm de } Cl^-$$

que puede también hacerse empleando directamente la tabla 4.3.

Ejemplo 2

¿Qué concentración de SO_3 corresponde a un contenido de 53 ppm de SO_4?

$$53 \frac{SO_3}{SO_4} = 53 \frac{32 + 3 \cdot 16}{32 + 4 \cdot 16} = 44{,}1 \text{ ppm de } SO_3$$

o bien aplicando la tabla 4.3:

$$53 \frac{1}{1{,}20} = 44{,}1 \text{ ppm de } SO_3$$

TABLA 4.2 *Tabla de los pesos atómicos de los elementos que se encuentran disueltos con más frecuencia en el agua. Las cifras se dan con un solo decimal*

Elemento	Símbolo	Peso atómico
Aluminio	Al	27,0
Arsénico	As	74,9
Azufre	S	32,0
Bario	Ba	137,4
Boro	B	10,8
Bromo	Br	79,9
Calcio	Ca	40,1
Carbono	C	12,0
Cloro	Cl	35,5
Cromo	Cr	52,0
Cobalto	Co	58,9
Cobre	Cu	63,5
Estaño	Sn	118,7
Estroncio	Sr	87,6
Flúor	F	19,0
Fósforo	P	31,0
Hidrógeno	H	1,0
Hierro	Fe	55,8
Iodo	I	126,9
Litio	Li	6,9
Magnesio	Mg	24,3
Manganeso	Mn	54,9
Nitrógeno	N	14,0
Oxígeno	O	16,0
Potasio	K	39,1
Silicio	Si	28,1
Sodio	Na	23,0

Ejemplo 3

Transformar 5 ppm de nitrógeno nítrico en N_2O_5.

$$5 \frac{\frac{1}{2}(2 \cdot 14 + 5 \cdot 16)}{14} = 19{,}3 \text{ ppm de } N_2O_5$$

o bien aplicando doblemente la tabla 4.3:

$$5 \cdot 4{,}43 \frac{1}{1{,}15} = 19{,}3 \text{ ppm de } N_2O_5$$

Ejemplo 4

Calcular los meq/l que corresponden a 280 ppm de Ca.

$$\frac{280}{20} = 14 \text{ meq/l o bien aplicando la tabla 4.4}$$

$$280 \times 0{,}050 = 14 \text{ meq/l}$$

TABLA 4.3 *Tabla de conversión de expresiones químicas*

Para transformar ppm de	en ppm de	multiplicar por
CO_3Ca	CO_3H	1,220
CO_3HNa	CO_3H	0,726
CO_3Ca	CO_3	0,600
CO_3Na_2	CO_3	0,566
SO_3	SO_4	1,200
SO_4Ca	SO_4	0,705
ClNa	Cl	0,607
N_2O_5	NO_3	1,150
N	NO_3	4,426
Na_2O	Na	0,742
K_2O	K	0,830
CaO	Ca	0,715
CO_3Ca	Ca	0,400
MgO	Mg	0,603
CO_3Ca	Mg	0,243
Fe_2O_3	Fe	0,699
FeO	Fe	0,777

Ejemplo 5

Calcular la dureza que corresponde a 43 ppm de MgO. Como la dureza se expresa en ppm de CO_3Ca cuyo peso equivalente es 50 y el peso equivalente del MgO es de 20,1:

$$43 \frac{50}{20{,}1} = 10{,}7 \text{ ppm de } CO_3Ca$$

o bien aplicando doblemente la tabla 4.4:

$$43 \cdot 0{,}498 \cdot 50{,}0 = 10{,}7 \text{ ppm de } CO_3Ca$$

En Francia y en varios países europeos se emplea el grado francés (°F) que equivale a 10 ppm de CO_3Ca o sea 1/5 de peso equivalente de CO_3Ca. Basta multiplicar por 5 el número de miliequivalentes de cualquier sustancia para tener su expresión en grados franceses o multiplicar por 50 para tener su expresión en ppm de CO_3Ca (tabla 4.4). Existen otros grados, cuyo uso se suele limitar a la dureza del agua y que actualmente tienen poco interés. El más importante es el grado alemán (°A) que equivale a 10 ppm de CaO o sea a 17,9 ppm de CO_3 Ca. En Estados Unidos se emplea a veces el grano por galón que equivale a 17,1 ppm de CO_3Ca y en Gran Bretaña el grado Clark que equivale a 14,3 ppm de CO_3Ca.

La forma de expresión usual de otras características químicas tales como la alcalinidad, la conductividad, etcétera, ya se comentó en el capítulo 4.2.

TABLA 4.4 *Tabla de factores de conversión de unidades de expresión químicas*

Sustancia	Peso molecular	(1) epm a ppm	(2) ppm a epm	(3) ppm a CO_3Ca
CO_3H^-	61,0	61,0	0,0164	0,820
CO_3HNa	84,0	84,0	0,0119	0,595
$CO_3^=$	60,0	30,0	0,0333	1,667
CO_3Ca	100,1	50,0	0,0200	1,000
CO_3Na_2	106,0	53,0	0,0189	0,943
Cl^-	35,5	35,5	0,0282	1,408
$ClNa$	58,5	58,5	0,0171	0,855
$SO_4^=$	96,0	48,0	0,0208	1,042
SO_3	80,0	40,0	0,0250	1,250
SO_4Ca	136,1	68,0	0,0147	0,734
NO_3^-	62,0	62,0	0,0161	0,806
N_2O_5	108,0	54,0	0,0185	0,926
NO_3Na	85,0	85,0	0,0118	0,588
Na^+	23,0	23,0	0,0435	2,174
Na_2O	62,0	31,0	0,0323	1,613
K^+	39,1	39,1	0,0256	1,279
K_2O	94,2	47,1	0,0212	1,062
Ca^{++}	40,1	20,0	0,0500	2,500
CaO	56,1	28,0	0,0357	1,786
$Ca(OH)_2$	74,1	37,0	0,0270	1,351
Mg^{++}	24,3	12,1	0,0826	4,132
MgO	40,3	20,1	0,0498	2,488
$Mg(OH)_2$	58,3	29,1	0,0344	1,718
Fe^{+++}	55,8	18,6	0,0538	2,688
Fe^{++}	55,8	27,9	0,0358	1,792
Fe_2O_3	159,6	26,6	0,0376	1,880
FeO	71,8	35,9	0,0278	1,393

(1) Para pasar de epm a ppm multiplicar por el factor indicado (peso equivalente).
(2) Ídem. para pasar de ppm a epm (inverso del peso equivalente).
(3) Ídem. para pasar de ppm a ppm de CO_3Ca. Son los valores de la columna (2) multiplicados por 50, que es el peso equivalente del CO_3Ca.

4.3 CLASES DE ANÁLISIS QUÍMICOS

Los análisis químicos tienen formas y contenidos muy diversos según el uso a que se destinen. Con frecuencia sólo consisten en una o unas pocas determinaciones; tales son muchos análisis industriales y de control. Si se desea conocer las propiedades químicas más importantes de un agua se procede en general a determinar los iones fundamentales y algunas otras características. Así el llamado análisis completo de un agua contiene la determinación de CO_3H^- o la alcalinidad TAC, Cl^-, $SO_4^=$, Na^+, Ca^{++} y Mg^{++} o la suma de los dos como dureza. Se suele determinar además la conductividad y/o el residuo seco, el pH, la materia orgánica, K^+, NO_3^-, SiO_2 y si preciso $CO_3^=$ y Fe aunque estos últimos no son en general importantes en cuanto a cantidad. Si conviene se añaden otras determinaciones de otros iones o características. Cuando faltan algunos iones fundamentales, en general el Na^+ y a veces el $SO_4^=$, el análisis se llama incompleto.

4.4 BALANCE DE ANIONES Y CATIONES EN UN ANÁLISIS QUÍMICO. ERRORES

En un análisis químico completo debe verificarse que: suma de miliequivalentes de aniones = suma de miliequivalentes de cationes.

$$r(CO_3H^- + SO_4^= + NO_3^-) = \\ = r(Na^+ + K^+ + Ca^{++} + Mg^{++}) \qquad r = meq/l$$

aunque el K^+ y NO_3^- pueden en general despreciarse si no son aguas contaminadas.

En la práctica existe una diferencia entre ambas cifras que es debida a los errores acumulados de cada una de las determinaciones individuales y a no tener en cuenta las contribuciones iónicas menores.

Si existe una diferencia muy importante, sólo puede ser debido a existir cantidades anormales de los iones menores o a un error grave de análisis.

Si Σcat y Σan representan respectivamente las sumas de los miliequivalentes de aniones y de cationes, el % de error del balance del análisis viene dado por:

$$\text{error } (\%) = 200 \frac{\Sigma cat - \Sigma an}{\Sigma cat + \Sigma an}$$

El error admisible depende un poco de la concentración y del tipo de agua pero a título indicativo puede establecerse (modificado de Anderson, 1966, pág. 54)

Conductividad µS/cm	50	200	500	2000	>2000
Error admisible %	30	10	8	4	4

En análisis rutinarios pueden a veces admitirse errores algo superiores.

Si un análisis tiene un error prácticamente nulo es sospechoso de haber sido arreglado o bien que $Na^+ + K^+$ ha sido determinado por diferencia.

M. O. P.
COMISARIA DE AGUAS DEL PIRINEO ORIENTAL
BEETHOVEN, 15, 3.°
BARCELONA (6)

Referencia | 420 | 8 | 101 |

Toponimia Cornellá 1

Propietario S.G.A.B.

Se realizan o han realizado análisis químicos del punto de agua [SI] [NO]

Se realizan periódicamente [SI] [NO] Periodicidad .... cada ....

Quién realiza estos análisis Laboratorio de la S.G.A.B.

Característica	Expresada en	Unidades	Fecha del análisis						
			6-7-27	14-6-35	3-1-42	7-6-48	8-2-51	?-54	2-957
pH					6	7,0	7,05	7,30	
Resistividad									
Dureza total	CO_3Ca	ppm	320	500	438	510	550		586
Dureza permanente	CO_3Ca	ppm	150		126	178	173		
Alcalinidad TAC	CO_3Ca	ppm	264	282	222	250	277	268	315
Residuo seco a 180º C		ppm	718	802		931,2	1000,4	950,3	
Turbidez									
Materia en suspensión									
Materia orgánica	02 de MnO_4K	ppm	0,76	0,91		2,96	2,40		0,80
Na^+									
K^+									
Mg^{++}	MgO	ppm	53,2	61,4	57,8	69,5	68,8		
Ca^{++}	CaO	ppm	157,5	193,6	164,4	188	211,2	195	
CO_3H^-									
CO_2 libre							37,8		
$SO_4^{=}$	SO_3	ppm	148	124,8	100,7	142,4	138,4		
Cl^-	Cl	ppm	127,6	173,7	170,2	244,7	297,9		265,9
NO_3^-	N_2O_5	ppm		1,73		6,93	6,93		16,94
Resíduo a calcinación		ppm	537	680		838,1	900,4		
SiO_2	SiO_2	ppm		8,8		11,2	5,2		
Fe + Al	Al_2O_3 + Fe_2O_3			3,4		1,6	4,8		

Observaciones: Son análisis antiguos que han sufrido varias transcripciones que pueden haber introducido erratas. Existen más análisis de épocas intermedias.

Rellenó E. Custodio Barcelona, 17 de Septiembre de 1965

FIGURA 4.26
Modelo de hoja de reunión de análisis químicos.



CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL PIRINEO ORIENTAL
SERVICIO DE APLICACIONES INDUSTRIALES

N.º Registro 1530
N.º Referencia R-354

ANALISIS SOLICITADO POR El Servicio
DOMICILIO Aragón nº 383
LOCALIDAD Barcelona

PROCEDENCIA Muestras Rª Aubi- palamós, Pozo 4
TERMINO MUNICIPAL ——
FECHA CAPTACION 12-V-70

CARACTERISTICAS ORGANOLEPTICAS

Color
Sabor
Olor

CARACTERISTICAS FISICO-QUIMICAS

Temperatura	——	°C
pH	7,35	unidades pH
Resistividad a 18°	1.521	Ω cm.²/cm.
Materia en suspensión	——	mg/l
Residuo a 110°	——	mg/l
Turbidez	——	mg SiO_2/l

CARACTERISTICAS QUIMICAS

Agresividad	——	
Alcalinidad (TAC)	——	mg CO_3Ca/l
Dureza	311,5	mg CO_3Ca/l
B. O. D.	——	mg O_2/l
Oxígeno disuelto	6,6	mg O_2/l
Amoníaco	<0,1	mg NH_3/l
Nitratos	16,0	mg NO_3/l
Cloruros	79,87	mg Cl/l
Sulfatos	——	mg SO_4/l
Fosfatos	——	mg PO_4/l
Calcio	98,99	mg Ca/l
Magnesio	15,68	mg Mg/l
Sodio		mg Na/l
Potasio		mg K/l

SUSTANCIAS TOXICAS E INDESEABLES

Materia orgánica	1,33	mg O_2/l
	0,22	

CARACTERISTICAS BIOLOGICAS

Bacilo coli		Colonias en 100 c. c.

OBSERVACIONES

Barcelona, 20 de Mayo de 1970

EL JEFE DEL SERVICIO, EL ANALISTA,

FIGURA 4.27
Modelo de hoja de presentación de análisis químicos de aguas de río.

4.5 PRESENTACIÓN DE LOS ANÁLISIS QUÍMICOS

La presentación de los análisis químicos puede ser muy variada y está en función del uso que se va a hacer del mismo, de la persona a la que va destinado, etc., y puede variar entre una simple lista a un impreso de detalle.

En las figuras 4.26 a 4.29 se reproducen algunos modelos de impresos adoptados por la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y el Laboratorio de la Confederación Hidrográfica del Pirineo Oriental.

En la figura 4.26 se representa un impreso de reunión de varios análisis, en la figura 4.27 un parte de laboratorio para análisis de aguas contaminadas, en la figura 4.28 un parte de información sobre un análisis realizado dentro de un estudio, en la figura 4.29 una hoja de análisis completo de aguas subterráneas y en la figu-

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS
DIRECCION GENERAL DE OBRAS HIDRAULICAS
COMISARIA DE AGUAS DEL PIRINEO ORIENTAL
Via Layetana, 33, 7.º
BARCELONA (3)

Documento intercalar n.º ....

BARCELONA (3) 10 de Junio de 1964.

Análisis R 3443

Indice | 420 | 7 | - |

Toponimia pozo del río

Destinatario:

Sr. D. Juan Artés Guix
Apartado de Correos nº 114
MOLINS DE REI (BARCELONA)

Les remitimos análisis de la muestra de agua que tomamos para nuestro **Estudio de los recursos hidráulicos totales de las cuencas de los ríos Besós y Bajo Llobregat**, el 4 de Mayo de 1964 de su pozo de Molins de Rei, junto al río

Conductividad a 18°	790	μmohs/cm
pH a 18°	8,28	
Dureza total en CO_3Ca	334	p. p. m.
Dureza permanente en CO_3Ca	–	p. p. m.
Alcalinidad TAC en CO_3Ca	170	p. p. m.
Residuo seco a 180°	589	p. p. m.
Turbidez en SiO_2	210	p. p. m.
Materia orgánica en oxígeno del permanganato en medio ácido	2,78	p. p. m.
Bicarbonatos en CO_3H^-	206	p. p. m.
Anhídrido carbónico libre en CO_2	–	p. p. m.
Sulfatos en $SO_4^=$	160,3	p. p. m.
Cloruros en Cl^-	181,2	p. p. m.
Nitratos en NO_3^-	0,87	p. p. m.
Sílice en SiO_2	–	p. p. m.
Sodio en Na^+	69	p. p. m.
Potasio en K^+	16	p. p. m.
Calcio en Ca^{++}	87,4	p. p. m.
Magnesio en Mg^{++}	28,2	p. p. m.
Hierro en Fe	–	p. p. m.
Amoníaco de reacción directa en NH_4^+	0,22	p. p. m.

Análisis realizado por laboratorios H.H.M.

Observaciones: En análisis "in situ" encontramos:
Resistividad a 18º 1.250 Temperatura 16º
Dureza total 320
Cloruros 171

Aprovechamos la ocasión para saludarles atentamente,

El Ingeniero encargado de Hidroquímica

FIGURA 4.28

Modelo de hoja de comunicación de análisis químicos.



CONFEDERACIÓN HIDROGRÁFICA DEL PIRINEO ORIENTAL
SERVICIO DE APLICACIONES INDUSTRIALES

N.º Registro 1645
N.º Referencia E-721
Índice: | 448 | 4 | – |
Toponimia Llob. A-7 bis
Botella 65
Fecha de toma 27 Junio 1970

HOJA DE ANÁLISIS

Propiedades determinadas en laboratorio (L) y calculadas (C)

(L) Conductividad a 18°	389.	μ S/cm
(L) pH a 18°	< 8	
(C) Total sólidos disueltos a 100°	(6)	p. p. m.
(L) Turbidez		p.p.m SiO_2
(L) Materia en suspensión		p. p. m.
(L) Materia orgánica	9,26	p. p. m. O_2
(L) Oxígeno libre	0,047	p. p. m. O_2
(C) Fuerza iónica μ		
(C) S A R	34,6	

(L) Dureza total	146	p. p. m. CO_3Ca
(L) Dureza carbonatada		p. p. m. CO_3Ca
(L) Alcalinidad T A		p. p. m. CO_3Ca
(L) Alcalinidad T A C	198	p. p. m. CO_3Ca
(L) CO_2 libre		p. p. m. CO_2
(L) CO_2 agresivo a caliza a 18° C		p. p. m. CO_2
(L) pH de equilibrio a { 18° C		
(L) CO_2 de equilibrio a { 18° C		p. p. m. CO_2 / p. p. m. CO_2
(L) CO_2 agresivo de ___ a { 18° C		p. p. m. CO_2 / p. p. m. CO_2

Anión	p. p. m. (L)	meq/l (L)	% meq/l
CO_3H^-	(2) 241,56	3,9591	8,89
$CO_3^=$			
$SO_4^=$	63,36	1,3191	2,96
Cl^-	1391,6	39,2431	88,15
NO_3^-	0,56	0,0090	
SiO_2		—	—
Al_2O_3		—	—
Total	(1) 1697,08	(3) 44,5303	100,00

Catión	p. p. m. (L)	meq/l (L)	% meq/l
Na^+	956,25	41,5777	93,65
K^+	54,4	1,3915	
Ca^{++}	22,44	1,1197	2,44
Mg^{++}	21,88	1,7994	3,92
Fe			—
NH_4^+			—
Total	(5) 1054,97	(4) 45,8883	100,01

Fuerza iónica $\mu = \frac{1}{2000} \Sigma$ v. r. [i] [(1) + (2) − ½ (5)] − (6) = ... p. p. m.

error $= 2 \times \frac{(4)-(3)}{(4)+(3)} =$ 3,3 % (4) − (3) = 1,3580 meq/l

Conductividad al finalizar el análisis .... μS/cm

Tiene precipitado No Descripción Con un poco de sedimento arcilloso

Observaciones: Muestra de agua extraída por dilución de un testigo inalterado de limos a la profundidad de 15,6 m.

Análisis solicitado por **COMISARIA DE AGUAS DEL PIRINEO ORIENTAL**, el 13 de Julio de 19 70

Finalizó el análisis el 21 de Julio de 19 70

El Jefe del Servicio, El Analista,

FIGURA 4.29

Modelo de hoja de presentación de análisis químicos elaborados.

ra 4.30 una hoja de análisis completo de aguas subterráneas preparado para contener datos y cálculos de interés hidrogeoquímico.

En muchos análisis, como por ejemplo en los de las figuras 4.29 y 4.30 se dan las determinaciones con varias cifras significativas. No debe entenderse que lo sean, sino que aparecen en los cálculos y no tienen otro valor. Según el tipo de determinación, sólo son significativas las dos o tres primeras cifras.

En algunas ocasiones, en vez de dar individualmente los iones, se dan los pesos de las sales correspondientes a una asociación arbitraria, que no tiene mayor significación química. En general se procede a efectuar las asociaciones por orden creciente de solubilidad de la sal, es decir, tomando los iones en el orden CO_3H^-, $SO_4^=$, Cl^-, NO_3^- para los aniones y Ca^{++}, Mg^{++}, Na^+, K^+ para los cationes.

M. O. P.
COMISARIA DE AGUAS DEL PIRINEO ORIENTAL
Compositor Beethoven, 15, 3.°
BARCELONA-6

HOJA DE ANALISIS

Documento intercalar n.° 2
Indice | 472 | 2 | 1 |
Toponimia Pozo L

Tipo de punto de agua pozo entubado Acuífero Miocuaternario
Tomó la muestra José Fernández Fecha 3-12-71 Hora 10
Sistema de muestreo por bombeo de 15 min. Prof. toma rejilla: 12 m. Nivel agua 5 m.
Profundidad del punto de agua 13 m. Referencia altimétrica borde tubo
Realizó el análisis Lab. C.H.P.O. Fecha 10-2-72 N.° orden E-1039
Observaciones Botella de plástico blanco bien cerrada y llena hasta arriba

Conductividad a 18°	485	μ S/cm.
pH a 18°	7,5	
Residuo seco a 110°	(6)	p. p. m.
Turbidez		p. p. m. SiO_2
Materia en suspensión		p. p. m.
Materia orgánica	1,36	p. p. m. O_2

Dureza total	236	p. p. m. CO_3Ca
Dureza carbonatada		p. p. m. CO_3Ca
Alcalinidad TA		p. p. m. CO_3Ca
Alcalinidad T A C	192	p. p. m. CO_3Ca
CO_2 libre	9,0	p. p. m. CO_2
SAR		

ANION	p. p. m.	meq/l	% meq/l
CO_3H^-	(5)234,24	3,8391	70,6
$CO_3^{=}$	–	–	
$SO_4^{=}$	26,88	0,5596	10,6
Cl^-	27,6	0,7783	18,8
NO_3^-	16,25	0,2621	
SiO_2	40,8		—
TOTAL	(1)345,77	(2)5,4391	100,0

CATION	p. p. m.	meq/l	% meq/l
Na^+	22,5	0,9783	17,8
K^+	1,7	0,0434	
Ca^{++}	70,5	3,5179	61,4
Mg^{++}	14,59	1,1998	20,8
Fe			—
NH_4^+			—
TOTAL	(3)109,29	(4)5,7394	100,0

Observaciones No se aprecia ningún sedimento ni coloraciones. Entrada el 31-1-72

(1)+(2)−½(5)−(6)= ______ p. p. m. Otras determinaciones No se han hecho

(4)−(3)= 0,3003 meq/l

$$error = 2 \times \frac{(4)-(3)}{(4)+(3)} \times 100 = 5{,}4\ \%$$

Clasificación de Souline 1-A-a
Clasificación de Schoeller 642-3bα -5f
Clasificación de Palmer Clase III

RELACIONES	en meq/l	RELACIONES	en meq/l
rK/rNa	0,0445	r[Cl−(Na+K)]/r[SO_4+CO_3H+NO_3]	−0,052
rNa/rCa	0,277	Indice de cambio de bases (i. c. b.)	−0,052
rMg/rCa	0,340	Kr = [(r CO_3H)^2 . (r Ca)]$^{1/3}$	3,74
rSO_4/rCl	0,720	rSO_4 . rCa	1,96
r(Cl−(Na+K))/rCl	−0,313	% de mezcla con agua del mar	–
rCl/rCO_3H^-	0,204		

DIAGRAMA DE STIFF MODIFICADO

Fuerza iónica 0,008228

PROPIEDADES DETERMINADAS «IN SITU» No se determinaron

Conductividad ______ μS/cm.
pH ______
Temperatura ______ °C
Dureza total ______
Dureza carbonatada ______
Cloruros ______
Es turbia ______
Tiene olor ______
Tiene sabor ______
Tiene color ______

FIGURA 4.30
Modelo de hoja de archivo de análisis químicos con cálculos y elaboraciones.

Ejemplo 6

Expresar en forma asociada el análisis de la figura 4.30.

En primer lugar es preciso arreglar los meq/l de iones y cationes a fin de que ambas columnas sumen igual, o sea modificando ligeramente los iones dominantes:

CO_3H	3,95 meq/l	Na	0,96 meq/l
SO_4	0,60	K	0,04
Cl	0,85	Ca	3,50
NO_3	0,30	Mg.	1,20
	5,70		5,70

Sal	meq/l	ppm
$(CO_3H)_2Ca$	3,50	284
$(CO_3H)_2Mg$	0,45	32,9
SO_4Mg	0,60	36,0
Cl_2Mg	0,15	71,1
ClNa	0,70	41,0
NO_3Na	0,26	22,1
NO_3K	0,04	4,0

Estas asociaciones tienen poco valor práctico.

4.6 CÁLCULOS Y COMPROBACIONES QUE PUEDEN REALIZARSE EN UN ANÁLISIS QUÍMICO

Si el análisis químico es completo, la primera comprobación a realizar es el balance de aniones y cationes de acuerdo con lo expuesto en el apartado 4.4. Con frecuencia falta la expresión de los bicarbonatos, ya que es usual darlos como alcalinidad TAC; basta tener en cuenta que CO_3H^- (ppm) = 1,22 TAC (ppm CO_3Ca), o bien CO_3H^- (meq/l) = 0,02 TAC (ppm CO_3Ca).

Si se da la conductividad o la resistividad, puede calcularse el residuo seco y la suma de miliequivalentes tal como se señala en el apartado 2.4.2 y compararlos con los datos contenidos en el análisis; en general no se tiene una perfecta coincidencia, pero errores mayores que el 20 ó 30 % indican que hay un error en el análisis.

En un análisis completo la suma de ppm de las sustancias disueltas, descontando la mitad de los bicarbonatos debe llevar a una cifra parecida al residuo seco; diferencias superiores a un 30 ó 40 % indican errores en el análisis o que falta determinar algún componente importante.

Como en general el magnesio se obtiene por diferencia entre la dureza y el calcio, debe ser

$$rD_t = rCa + rMg \qquad (r = meq/l)$$

Si no es así existen errores de cálculo. La presencia de Fe puede introducir errores ya que se valora como dureza.

La dureza temporal debe ser una cifra parecida a la que expresa la alcalinidad TAC.

En un análisis en el que falta sólo Na^+ y K^+ puede obtenerse su suma por diferencia en el balance. Sin embargo el valor obtenido es sólo una primera aproximación ya que incluye los errores del balance. En las aguas naturales es frecuente que la cifra que representa rCl sea similar a la que representa rNa, no siendo usual diferencias superiores a un 50 %[42].

El CO_2 de equilibrio y la agresividad y la incrustabilidad del agua pueden calcularse de acuerdo con lo expuesto en 1.12 si se tienen suficientes datos. Sin embargo estos valores deben tomarse como una primera aproximación sometida a errores, parte de las cuales proceden de variaciones en el pH.

Ejemplo 7

Discutir el análisis de la figura 4.30.

El balance de aniones y cationes indica un error del 5,4 % que es tolerable dado la baja salinidad del agua analizada.

Multiplicando los meq/l de cationes por 88 se obtiene 45 que es muy similar a la conductividad, 485.

El residuo seco sería aproximadamente de $\dfrac{485}{1,4} =$ 346 ppm.

Calculando el residuo seco por balance se obtiene:

$345,77 + 109,29 - \dfrac{1}{2}\, 234,24 = 337,94$, valor similar al anterior.

$rCa + rMg = 4,7177$ y $rD_t = 4,72$ que coincide exactamente.

Se trata de un análisis bien realizado y calculado.

El CO_2 libre de equilibrio se puede obtener por la fórmula de Tillmans (ver 1.12.2).

$$7,5 = 7 - \log \frac{3}{0,61}\,\frac{CO_2}{192} \quad ; \quad CO_2 \simeq 12,3 \text{ ppm}$$

Aplicando la figura 4.9 con una temperatura de 20 °C se ve que el agua está aproximadamente equilibrada con respecto a la caliza (pH eq. = 7,2) y que el CO_2 de equilibrio debe ser de 16 ppm.

En la figura 4.10 se obtiene pH eq. = 7,4 que indica que el agua es sólo ligeramente agresiva, al igual que se deduce de la figura 4.14.

[42] No debe tomarse como un criterio sino sólo como un posible síntoma en caso de que por otras razones se sospecha que el análisis es incorrecto.

Ejemplo 8

Discutir el análisis de la figura 4.28.

En primer lugar es preciso calcular los meq/l de cada ion.

Anión	ppm	meq/l	Catión	ppm	meq/l
CO_3H	206	3,38	Na	69	3,00
SO_4	160,3	3,34	K	16	0,41
Cl	181,2	5,10	Ca	87,4	4,37
NO_3	0,87	0,01	Mg	28,2	2,35
	548,4	11,83		200,6	10,13

Conductividad a 18 °C, $10^6/1267 = 789$ µS/cm.

Residuo seco a 180 °C, 589 ppm.

$$\text{error} = 200\,\frac{10,13 - 11,82}{11,82 + 10,13} = 15\ \%\ \text{en valor absoluto.}$$

El error es importante y el análisis es incorrecto en algunas de sus determinaciones ya que no es de esperar que esta agua tenga otras contribuciones iónicas importantes. Si se considera que su pH es de 8,28 puede haber algo de $CO_3^=$ pero eso agravaría aún más el desequilibrio.

El residuo seco calculado por balance en peso sería de:

$548,4 + 200,6 - \dfrac{1}{2}\, 206 = 646$ ppm que es superior en el 10 % al valor determinado, lo cual es admisible.

$\dfrac{\text{Conductividad a } 18^\circ}{\text{Residuo seco}} = \dfrac{789}{589} = 1,34$ que es muy razonable.

M = total de meq/l de aniones o de cationes =
= conductividad a 18°/85 = 789/85 = 9,28,que es algo bajo.

En principio parece que los errores analíticos deben encontrarse en la columna de aniones, probablemente en el sulfato que tiene ciertas dificultades de determinación. El error también pudiera estar en el ion cloruro ya que está en un exceso notable respecto al sodio más potasio, pero no es probable ya que el cloruro está sometido a pocos errores analíticos.

$rCa + rMg = 6,72$ y $rD_t = 6,68$ que prácticamente coinciden.

En el gráfico de Claude Schmitt (fig. 4.14) se ve que el agua es incrustante con 11 ppm de Ca. En el gnograma de Hoover-Langelier (fig. 4.10) se encuentra pH eq = 7,5 de donde se desprende que el agua es incrustante. Al mismo resultado se llega aplicando la figura 4.9.

TABLA 4.5 *Precios orientativos de análisis químicos por características y para trabajos en serie los señalados con* (&)

Determinación	Precio ptas. máx.	mín.	Determinación	Precio ptas. máx.	mín.
(&) Conductividad	50	15	(&) Hierro	70	35
(&) pH	50	15	Alúmina	300	140
(&) Alcalinidad TAC			Amoníaco libre	30	15
y bicarbonatos	50	30	N_2 combinado	500	300
(&) Alcalinidad TA y carbonatos	50	30	Nitritos	50	15
(&) Acidez	75	50	Flúor	300	140
(&) Materia orgánica	75	30	Bromuros	300	140
(&) CO_2 libre	50	30	Ioduros	400	140
(&) Cloruros	60	15	Boro	500	200
(&) Sulfatos	100	40	Cromatos	500	300
(&) Nitratos	75	40	Cromo	500	300
(&) Sílice	75	40	Cobre	400	250
(&) Sodio	75	30	Manganeso	300	140
(&) Potasio	75	30	Plomo	400	250
(&) Calcio	60	35	Zinc	400	250
(&) Dureza total y magnesio	60	35	Arsénico	400	250
(&) Dureza permanente	60	35	Fosfatos	100	40
(&) Residuo seco	250	100	Cianuros	300	140
(&) Residuo seco a calcinación	200	140	Detergentes	150	70
(&) O_2 disuelto	150	40	Fenoles	150	70
(&) Potencial redox	50	15	Taninos	150	70
Agresividad al mármol	250	100	Extracto en éter		
(&) Materia en suspensión:			o cloroformo	500	200
en volumen	30	20	Extracto en tetracloruro		
en peso:	100	50	de carbono	500	200
(&) Turbidez	30	15	Cloro libre	30	15
(&) Color	50	15	Densidad	200	50
(&) DBO_5	400	200	Viscosidad	500	300
Radioactividad β	1000	500	Índice de colmatación	600	300

Se refiere a datos de laboratorios del área barcelonesa en 1969. En 1982 estos precios deben multiplicarse por un factor 3 a 5. (río Anoia).

Ejemplo 9

Discutir el análisis de fecha 6-7-27 de la figura 4.26.

Se trata de un análisis incompleto pues falta la determinación del sodio. Los bicarbonatos se deducen a partir de la alcalinidad TAC;

$$CO_3H = 264 \cdot 1{,}22 = 322 \text{ ppm.}$$

Teniendo en cuenta que el Ca y Mg se expresan como CaO y MgO:

$$rCa + rMg = \frac{157{,}5}{28} + \frac{53{,}2}{20} = 5{,}62 + 2{,}66 = 8{,}28;$$

$$rD_t = 6{,}40$$

Existe un error de cálculo notable. Quizá sea debido a errores en transcripciones ya que se trata de un análisis realizado hace más de 40 años y que ha sido copiado varias veces.

Efectuando las conversiones a la forma iónica.

Anión	ppm	meq/l	Catión	ppm	meq/l
CO_3H	322	5,28	Na + K	?	?
SO_4	177	3,70	Ca	112,5	5,62 } 8,28
Cl	127,6	3,59	Mg	31,9	2,66 }
	626,6	12,57		—	—

Como el residuo seco es de 718, la suma en peso de cationes debe ser del orden de 718 — 626,6 + ½ 322 = 252 ppm; Na + K debe ser del orden de 252 — 112,5 — 31,9 ≈ 107 ppm o sea de 4,65 meq/l de Na, que es similar a los meq/l de Cl.

La conductividad debe ser del orden de 718 × 1,4 ≃ 1000 y la suma de meq/l aniones o cationes de M = 1000/85 = = 11,8, luego la suma de aniones parece correcta. Admitiendo que el análisis tiene un error despreciable; r(Na + K) ≃ ≃ 12,57 — 8,28 = 4,29 que es similar al valor deducido antes.

Los valores de D_t, Na (deducido), Ca y Mg deben tomarse con precauciones y como simplemente indicativos.

Ejemplo 10

Discutir el análisis de fecha 2-9-57 de la figura 4.26.

Se trata de un análisis incompleto pues falta la determinación del sodio y sulfato. La suma rCa + rMg puede obtenerse de la dureza rD_t = 11,72. El contenido en bicarbonato es de 315 · 1,22 = 384 ppm.

Anión	ppm	meq/l	Catión	ppm	meq/l
CO_3H	384	6,30	Na + K		
Cl	265,9	7,49	Ca + Mg		11,72
SO_4	?	?			
NO_3	19,4	0,31			

Admitiendo en primera aproximación que r(Na + K) ≃ ≃ rCl, la suma de meq/l de cationes sería de 19,21 lo que permite deducir que la conductividad es del orden de 19,21 · 85 = 1633 μS/cm y el residuo seco de 1633/1,4 ≃ ≃ 1166 ppm.

El contenido en sulfatos sería del orden de:

19,21 — 6,30 — 7,49 — 0,31 = 5,11 meq/l < > 245 ppm

Todas esas cifras deben tomarse con muchas reservas y a título meramente indicativo. En este análisis no es posible efectuar comprobaciones dados los datos disponibles.

4.7 ASPECTOS ECONÓMICOS

El precio de un análisis químico depende no sólo del número y tipo de determinaciones a realizar sino también de la clase de instrumental disponible, del número de muestras, de su frecuencia y del método analítico. Las tarifas establecidas varían mucho de un laboratorio a otro.

A título meramente indicativo se dan en la tabla 4.5 valores acotados de los precios de las diferentes determinaciones para análisis en serie, teniendo en cuenta que esos precios varían con facilidad con el tiempo, con la localidad y con las condiciones especiales de los contratos que se pueden realizar. Se trata de precios de laboratorios ajenos. Un laboratorio propio especializado puede trabajar a precios (costos) menores si el número de muestras y su frecuencia es adecuada.

Los análisis de campo son algo más caros a igualdad de precisión. En caso de análisis en series cortas o análisis simples los precios pueden multiplicarse por 2 ó por 3.

Un análisis químico de aguas subterráneas completo con 10 ó 12 determinaciones vale entre 350 y 600 ptas. si se trabaja en series largas pudiendo llegar hasta 1000 ptas. en series cortas y 2000 ptas. en análisis individuales de dictamen. Los análisis bacteriológicos para potabilidad valen entre 300 y 600 ptas., sin contar los gastos de toma de la muestra, que a veces precisa del desplazamiento de un técnico. Los precios dados se refieren a ptas. de 1969.

Capítulo 4.5

Principios de radioquímica

5.1 INTRODUCCIÓN

Las aguas subterráneas llevan naturalmente o pueden llevar por contaminación, ciertas cantidades de sustancias radioactivas cuyo conocimiento y estudio tiene interés, ya sea como trazadores ya sea por su peligrosidad derivada.

En el presente capítulo se exponen, de modo elemental, las definiciones y principios que permiten estudiar y definen el comportamiento de los radioisótopos. Los trazadores radioactivos y las ideas generales sobre las técnicas nucleares y de datación en hidrología subterránea serán estudiados en la sección 12.

5.2 ISÓTOPOS

Las propiedades que caracterizan a los diferentes elementos químicos vienen determinadas por el número de *protones* que contiene el núcleo atómico. Un mismo elemento químico tiene un determinado número de protones, pero el número de *neutrones* puede ser variable; los átomos con el mismo número de protones y diferente número de neutrones se llaman isótopos. Los isótopos de un elemento químico se designan con el símbolo del elemento químico acompañado de una cifra que indica la suma de protones y neutrones (nucleones) o *número másico* con o sin indicación del número de protones o *número atómico*. Así, el isótopo del uranio con 238 nucleones se indica

$^{238}_{92}U$, $^{238}U_{92}$ o simplemente U^{238} o U-238

El uranio que existe en la naturaleza presenta los isótopos U-238, U-235, y U-234 en orden de abundancia artificialmente pueden existir otros varios.

Algunos elementos sólo presentan naturalmente un isótopo como el F-19. El hidrógeno se presenta en tres formas isotópicas con nombres especiales que son: $^1H_1$ o hidrógeno normal, $^2H_1$ o D, deuterio y $^3H_1$ o T, tritio. El núcleo del hidrógeno normal es simplemente un protón y por eso a veces se le llama también protio.

Entre los diferentes isótopos de un elemento existen ligeras diferencias de propiedades físicas y químicas como en la tensión de vapor, movilidad iónica, punto de fusión, difusividad, etc., y por supuesto en el peso del átomo.

Aprovechando esas ligeras diferencias es posible su separación mediante métodos costosos y lentos. Esas ligeras diferencias son también causa de ligeras variaciones en la composición isotópica natural de algunos elementos según el origen de la forma química en que se los encuentra.

Así, existen pequeñas diferencias de composición isotópica entre el oxígeno y el hidrógeno del agua del mar, de la humedad atmosférica y del agua subterránea[43].

5.3 NÚCLEOS RADIOACTIVOS

La repulsión eléctrica entre los protones de un núcleo atómico viene compensada por la existencia de fuerzas nucleares de muy corto radio de acción; los neutrones juegan un papel esencial en estas fuerzas nucleares. No siempre los núcleos atómicos resultan estables, en cuyo caso liberan energía emitiendo partículas y/o radiación electromagnética. Este fenómeno se llama radioactividad y los núcleos inestables se llaman núcleos radioactivos, radionúclidos o más vulgarmente isótopos radioactivos o radioisótopos. Es frecuente designar con el nombre de fuente (de radiación) a una cierta cantidad de radioisótopos localizada.

[43] Véase capítulo 12.4.

Las radiaciones principales emitidas son:

a) Radiación alfa, que no es más que la emisión a elevada velocidad de un núcleo de helio, $^4He_2$ o sea dos protones y dos neutrones. Todas las partículas alfa emitidas en un mismo esquema de desintegración son de la misma energía.

b) Radiación beta, que es la emisión de un electrón, e, a elevada velocidad. En general se trata de un electrón negativo o negatrón, e^- o β^-, pero en ocasiones se trata de un electrón positivo o positrón, e^+ o β^+. Estos electrones proceden del núcleo y de forma simplista su origen viene definido por las reacciones:

$$n = p^+ + e^-$$
$$p^+ = n + e^+$$

simbolizando n al neutrón y p^+ al protón. El positrón se combina con un electrón en presencia de materia aniquilándose a dos fotones gamma. La radiación β no es monoenergética, sino que existe un espectro continuo de energía y un valor máximo, E_{max}, que es característico de cada esquema de desintegración. Por cuestiones teóricas se ha descubierto que la emisión beta es en sí monoenergética de valor E_{max}, pero esta energía se distribuye entre el electrón y una nueva partícula de dificilísima detección, sin carga eléctrica y sin masa apreciable, que es el *neutrino.*

c) Radiación gamma, que es radiación electromagnética (fotones γ) de muy elevada frecuencia. La radiación gamma representa reajustes internos en el núcleo y puede aparecer sola (de los núcleos llamados excitados) o acompañando a otras radiaciones. Se emite monoenergéticamente en cada esquema de desintegración, pero con frecuencia un mismo núcleo puede presentar varios esquemas de emisión de radiación gamma.

Los radioisótopos artificiales pueden emitir otros tipos de radiaciones tales como protones p^+, deuterones D^+, y neutrones n. En ocasiones un núcleo atómico puede capturar un electrón de las capas internas de la corteza electrónica, emitiéndose una radiación electromagnética de captura electrónica EC.

Excepto en la emisión de radiación gamma, la emisión de otras radiaciones supone cambios en la composición protónica del núcleo atómico y por lo tanto el paso de un elemento a otro. Sea el isótopo ^mX_n que ocupa el lugar ... U, V, X, Y, Z, ... en la tabla periódica. Se puede convertir en los siguientes isótopos:

$^{m-4}U_{n-2}$	por emisión α
$^{m}Y_{n+1}$	por emisión β^-
$^{m}V_{n-1}$	por emisión β^+
$^{m}X_{n}$	por emisión γ
$^{m-1}X_{n}$	por emisión de 1 n
$^{m-1}V_{n-1}$	por emisión de 1 p^+
$^{m-2}Y_{n-1}$	por emisión de 1 D^+
$^{m}V_{n-1}$	por captura electrónica efecto similar a la emisión β^+ pero sin emitir un positrón.

Ejemplos:

$^{14}C_6 \rightarrow {}^{14}N_7 + e^-$	se escribe: $^{14}C_6 \xrightarrow{\beta^-} {}^{14}N_7$
$^3H_1 \rightarrow {}^3He_2 + e^-$	se escribe: $^3H_1 \xrightarrow{\beta^-} {}^3He_2$
$^{238}U_{92} \rightarrow {}^{234}Th_{90} + \alpha + \gamma$	se escribe: $^{238}U_{92} \xrightarrow{\alpha,\gamma} {}^{234}Th_{90}$

5.4 LEYES DE LA DESINTEGRACIÓN RADIOACTIVA

Todos los radionúclidos de una misma especie tienen la misma probabilidad de desintegrarse en un instante dado, y esa probabilidad es característica del radioisótopo. Esta ley se concreta en la fórmula:

$$N = N_o \, e^{-\lambda t}$$

en la que N_o es el número de núcleos radioactivos iniciales y N son los que quedan sin desintegrarse transcurrido un tiempo t, siendo λ la *constante desintegración.*

Al valor 1/λ se le llama *vida media* y representa el tiempo que tardan en reducirse en un factor e los núcleos inicialmente existentes. En la práctica se usa con mucha frecuencia el tiempo en que tarda en *reducirse a la mitad* el número inicial de radionúclidos que se llama *período radioactivo, período de semidesintegración* o simplemente *período* y que se simboliza por T.

Puede escribirse que:

$$T = 0{,}693 \frac{1}{\lambda}$$

El período de los diferentes radioisótopos es muy variable, desde fracciones de microsegundo hasta muchos millones de años.

Los de período más largo, como el U-235, U-238 y Th-232, que lo tienen de más de 10^9 años, se pueden considerar como casi estables. En Hidrología subterránea tienen interés aquellos que tienen período superior a 1 día[44].

[44] Véase el capítulo 12.2.

5.5 ACTIVIDAD Y UNIDADES

Se llama *actividad* A de una cierta cantidad de un radioisótopo al número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo. La *actividad específica* es el número de desintegraciones por unidad de tiempo y por unidad de volumen o unidad de peso.

Como cada desintegración supone la desaparición de un radionúclido de la especie considerada es

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

y por lo tanto:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_o e^{-\lambda t} = A_o e^{-\lambda t} = \lambda N$$

siendo A_o la actividad en el instante inicial.

La unidad básica de medida de actividades es el curio, c*, que equivale al número de desintegraciones por segundo que se producen en 1 g de Ra-226 o sea $3{,}7 \cdot 10^{10}$ desint/seg. En el uso corriente se emplean con frecuencia sus submúltiplos; el milicurio (mc), el microcurio (μc), el nanocurio[45] (nc) y el micromicrocurio (μμc), equivalentes respectivamente a 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-9} y 10^{-12} c. Esta última se llama también picocurio (pc = μμc)**.

La actividad específica depende no sólo de la especie o especies radioactivas presentes sino de su concentración en la forma líquida, sólida o gaseosa en la que están incorporados.

Esta concentración depende con frecuencia del modo de preparación del radioisótopo. En la producción de radioisótopos artificiales por irradiación con los neutrones de un reactor o de una fuente intensa de Ra-Be o Am-Be, existe una actividad de saturación que es el resultado del equilibrio entre la velocidad de formación y la de desintegración del radioisótopo. Si el radioisótopo formado es de la misma especie química que el elemento que se irradia, no se pueden separar químicamente y no puede obtenerse puro, como sucede con el Co-60; si es una especie química diferente y la separación química es fácil, se puede llegar a obtener como especie pura, y por lo tanto con la máxima actividad específica. Como unidades se emplean frecuentemente el μc/l y el μμc/cc[46, 47].

Para radioisótopos de período largo 1 c, es un peso importante del mismo, mientras que puede ser una cantidad insignificante si el período es muy corto, 1 c de U-238 pesa 3200 kg, mientras que de Pb-214 pesa sólo $3 \cdot 10^{-8}$ g.

5.6 ENERGÍA DE LAS RADIACIONES

La energía transportada por cada una de las partículas que forma una radiación nuclear se puede medir en ergios, pero para evitar manejar cifras demasiado pequeñas y a fin de disponer de una unidad acorde con sus características se utiliza el electrón-voltio (carga eléctrica × potencial = energía), abreviado eV. 1 eV = $= 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg. Con frecuencia se emplean sus múltiplos, el kiloelectrón-voltio, keV, y el megaelectrón-voltio, MeV, equivalentes respectivamente a 10^3 y 10^6 eV. La mayoría de las radiaciones nucleares tienen energía entre fracciones y varios MeV. La energía de enlace entre los nucleones de un núcleo atómico es del orden de 8 MeV y la energía de aniquilación de un electrón es de 0,51 MeV.

Los neutrones producidos en los procesos de fisión tienen energías entre 0,5 y 4 MeV (neutrones rápidos), pero una vez que han perdido su energía por choque y quedan en equilibrio con la agitación molecular de la materia con la que interaccionan, tienen energía del orden de 0,025 eV a 20° C (neutrones térmicos).

5.7 INTERACCIÓN ENTRE LAS RADIACIONES NUCLEARES Y LA MATERIA

Las diversas radiaciones nucleares interaccionan con la materia ya sea por choque ya sea a través de la carga eléctrica que transportan.

Las partículas alfa, debido a su elevada masa y elevada carga eléctrica son frenadas muy rápidamente, penetrando algunas micras, en los sólidos o recorriendo sólo unos cm en el aire. Producen una fuerte ionización.

Las partículas beta tienen mayor penetración que las partículas alfa y son frenadas fundamentalmente por ionización y excitación eléctrica, produciéndose en el

[45] A veces se la designa como milimicrocurio, mμc.

* Se ha generalizado designar el curio por Ci, pero en lo que sigue se mantendrá la designación antigua, c.

** A veces se emplea como unidad el Rutherford que equivale a 10^6 desint/seg (JEN, 1965).

[46] La emanación (1 em = 10^{-10} c/l) y el mache (1 ma = $3{,}6 \cdot 10^{-10}$ c/l) son unidades en desuso.

[47] En algunos análisis antiguos la radioactividad específica se expresa en Volt/h. litro que equivale a la medida de la descarga de un electroscopio standard. Es difícil de correlacionar con otras unidades (véase Makowar y Geiger, 1912 págs. 113/117).

proceso algo de radiación electromagnética. Penetran algunos mm en los sólidos y algunos dm en el aire.

Los fotones gamma, debido a que no tienen ni masa apreciable ni carga eléctrica, interaccionan con dificultad y tienen «penetraciones» elevadas, de hasta algunos dm en la materia y algunos metros en el aire, siendo su atenuación exponencial. El frenado se produce por interacción con los electrones corticales del átomo, produciendo una ionización secundaria por los tres procesos fundamentales:

a) efecto fotoeléctrico o de absorción total del fotón por un electrón, el cual es expulsado de su posición;

b) efecto Compton o de choque inelástico, en el que el fotón incidente es absorbido liberándose un fotón de menor energía con la simultánea expulsión de un electrón;

c) efecto de creación de pares en el que el fotón desaparece para dar lugar a un positrón y un negatrón. Se requiere que la energía sea mayor que 1,02 MeV. Posteriormente el positrón se aniquila con un negatrón transformándose en un fotón de 1,02 MeV más la energía cinética de los electrones que la originan.

Los neutrones, al tener masa unidad y carga nula, actúan fundamentalmente por choque sobre el propio núcleo atómico y su recorrido en la materia depende de la capacidad de ésta para hacerle perder energía por choques y absorberlo. Cuando es absorbido, el núcleo receptor tiene un neutrón más y emite una radiación gamma de captura que en muchos casos es de unos 8 MeV; el núcleo queda convertido en el isótopo de masa una unidad mayor y puede ser estable o con frecuencia radioactivo. En este último caso lo más común es que se trate de un emisor beta negativo.

Ciertos isótopos pesados, al absorber un neutrón pueden dividirse en dos núcleos menores, liberando 2 ó 3 neutrones. Este es el *proceso de fisión* que en la naturaleza sólo se produce de forma importante en el U-235 y más difícilmente en el U-238. Los isótopos artificiales Pu-239, Pu-241 y U-233 sufren fisión con facilidad. Los reactores nucleares y las bombas llamadas atómicas o de fisión aprovechan este fenómeno. Cada uno de los núcleos resultantes de la escisión (fisión) se llama producto de fisión y suele ser radioactivo. En general son emisores beta negativos, con acompañamiento de emisión de radiación gamma.

El *proceso de fusión* es muy diferente y se basa en el hecho de que la energía de enlace nucleón-nucleón es mucho menor para los primeros elementos de la tabla periódica que para los restantes. Haciendo chocar a gran velocidad dos núcleos ligeros (por ejemplo H y T o T y He) se pueden unir dando lugar a un núcleo más pesado con gran liberación de energía. En este proceso se basan las bombas de fusión o bombas H. Para producir las elevadas velocidades de choque precisas para vencer la repulsión eléctrica entre núcleos, es necesaria una temperatura de millones de grados que se genera con un cebo consistente en una bomba de fisión. Los productos resultantes de la fusión no son radioactivos y la única radioactividad asociada es la debida al esparcimiento de los productos de fisión producidos por el cebo y los radioisótopos resultantes de la absorción de los neutrones residuales producidos.

5.8 DETECCIÓN DE LAS RADIACIONES

Dejando aparte una serie de instrumentos de investigación y para usos especiales tales como las cámaras de niebla, la detección de la radiación se realiza a través de la ionización que producen en un gas o la luminiscencia provocada en ciertos materiales.

Los detectores de ionización de gas consisten en una cámara llena de un gas apropiado con dos electrodos, también de forma apropiada, entre los que se establece una cierta diferencia de potencial; se mide la corriente originada por la ionización directa o indirecta producida por las diferentes radiaciones. Las cámaras de corriente, de gran volumen, recogen los iones formados antes de que se recombinen y se mide la corriente generada, la cual es proporcional a la intensidad de la radiación. Los contadores proporcionales y contadores Geiger-Müller y su sistema electrónico asociado, miden la caída de tensión que se produce en los electrodos cada vez que en el recinto del contador actúa una partícula ionizante y permiten detectar su número por unidad de tiempo; los contadores proporcionales permiten determinar además la energía depositada. Para poder detectar neutrones se coloca un revestimiento de U-235 o B o se añade F_3B al gas de llenado; los neutrones térmicos o los rápidos moderados por una envoltura de parafina, producen respectivamente productos de fisión o partículas α que son las realmente ionizantes.

Los detectores de centelleo se basan en el recuenteo de la luminiscencia producida por las radiaciones sobre ciertos sólidos y líquidos. La luminiscencia se detecta con un cátodo fotosensible y la débil corriente producida es ampliada fuertemente por un fotomultiplicador de dinodos; se puede medir el número de partículas y su energía. Los detectores de centelleo con cristales luminiscentes de antraceno o los fósforos líquidos de benceno o tolueno con aditivos luminiscentes son muy apropiados para radiación beta. Para radiación gamma

se emplean macrocristales de INa con átomos de talio introducidos en la red.

Recientemente han aparecido los detectores de estado sólido, aunque su aplicabilidad a la Hidrología es aún prematura.

Los detectores tienen una cierta eficiencia para la radiación emitida por un material radioactivo. Existe un factor geométrico que depende de la posición fuente-detector; a éste sólo le llegan aquellas radiaciones emitidas que caen dentro del ángulo sólido bajo el que aparece el detector desde la fuente. Además no todas las radiaciones que alcanzan el detector son medidas, unas porque no llegan a interaccionar y otras porque son retenidas por las paredes sólidas del mismo, si existen. El propio emisor puede absorber en sí mismo parte de la radiación emitida y otra parte puede quedar absorbida entre la fuente y el detector.

En cada caso es preciso determinar la eficiencia experimentalmente.

Las partículas α pueden ser difíciles de medir al ser fácilmente absorbidas; las partículas beta precisan que las paredes del detector sean finas, si existen. Los contadores Geiger-Müller presentan una baja eficiencia para la radiación gamma. En ciertos casos especiales se emplean detectores llamados «4 π» que rodean completamente a la fuente, para conseguir así la máxima eficiencia geométrica.

En dosimetría personal, para conocer la cantidad acumulada de radiación que recibe el personal de trabajo, se emplean con frecuencia películas sensibles y condensadores que se descargan por efecto de los iones producidos por las radiaciones.

5.9 MEDIDA DE LA ACTIVIDAD

La actividad de una sustancia radioactiva se puede medir registrando el número de «cuentas» dadas por un detector en un cierto tiempo. Se precisa de un aparato electrónico acoplado, llamado generalmente «escala» o contador de impulsos.

Para un mismo tiempo de medición en determinaciones sucesivas se obtienen números de cuentas diferentes ya que la radioactividad es un fenómeno estadístico que sigue una ley de Poisson[48]. Si en un tiempo t se han medido N cuentas, la desviación tipo es $\sigma_N = \sqrt{N}$ de modo que para valores de N grandes (la función de Poisson tiende a una función de error de Gauss) puede escribirse:

núm. de cuentas $= N \pm \sqrt{N}$ con probabilidad 68 %
núm. de cuentas $= N \pm 2\sqrt{N}$ con probabilidad 95 %
núm. de cuentas $= N \pm 3\sqrt{N}$ con probabilidad 99,7 %

Para N =		$\sqrt{N}$ =	$\sqrt{N}/N$ =
	100	10	10 %
	1000	31,6	3,16 %
	10 000	100	1 %
	100 000	316	0,32 %

Para tiempos iguales, las mayores actividades se miden con mayor precisión si el sistema electrónico no introduce errores. Las actividades pequeñas precisan de mayor tiempo de medida para obtener la misma precisión que las actividades mayores.

El número de cuentas por unidad de tiempo es N/t la cual representa una cifra proporcional a la actividad de la muestra y su desviación tipo es $\sigma = \sqrt{N}/t = \sqrt{N/t^2}$.

Si se han realizado una serie de n mediciones, N_i, con igual tiempo, el número de cuentas viene dado por el valor medio $\bar{N} = \Sigma N_i/n$ y la desviación tipo por $\sigma_N = \sqrt{\bar{N}/n}$.

En ausencia de fuentes de radiación, los detectores y su sistema electrónico asociado registran una cierta cantidad de impulsos por unidad de tiempo, cuyo origen es muy variado y que es función de la temperatura en ciertos tipos de aparatos. A esta actividad «natural» se llama *fondo* y se simboliza con la letra F.

Si se mide la actividad de una muestra es preciso descontar el fondo. Sea t_F el tiempo durante el cual se ha medido el fondo y T el número total de cuentas de la medición de una muestra durante un tiempo t.

Velocidad de recuento del fondo

$V_F = F/t_F$ (cuentas/min)

con desviación tipo $\sigma_F = \sqrt{F/t_F^2}$ (cuentas/min)

Velocidad de recuento de la muestra $= V_T = T/t_T$

con desviación tipo $\sigma_T = \sqrt{T/t_T^2}$

Velocidad neta de recuento de la muestra

$V_N = V_T - V_F$

con desviación tipo $\sigma_N = \sqrt{F/t_F^2 + T/t_T^2}$

[48] Véase tema 3. Se supone que la actividad no varía de forma importante de una medición a otra.

Cuando es $t_F \gg t_T$ (para tener precisión similar) y

$V_T \gg V_F$ es $\sigma_N \approx \sqrt{T/t_T^2}$

Existen en el mercado aparatos que bajo un programa hacen el cambio automático de muestras cuando ha transcurrido un tiempo prefijado o se ha alcanzado un número de cuentas preestablecidas. En la serie de mediciones se intercalan mediciones del fondo F y de muestras patrón, P, de referencia. Una misma muestra N se mide varias veces.

Si para cada medición se emplean tiempos iguales y se mide n_N veces la muestra, n_F veces el fondo y n_P veces el patrón es:

$$\overline{N} = \frac{1}{n_N} \Sigma N_i \quad ; \quad \overline{F} = \frac{1}{n_F} \Sigma F_i \quad ; \quad \overline{P} = \frac{1}{n_P} \Sigma P_i$$

Si la actividad del patrón es conocida y ha sido colocada en igualdad de condiciones respecto al detector que la muestra, la actividad de la muestra A_N es:

$$A_N = \frac{\overline{N} - \overline{F}}{\overline{P} - \overline{F}} A_P$$

siendo A_p la actividad del patrón[49]. Si es $F \ll P$ y $n_F \approx n_P$, aproximadamente se cumple que

$$\sigma_{An}^2 \approx \frac{1}{(\overline{P} - \overline{F})^2} \quad \frac{\overline{N}}{n_N} + \frac{\overline{N} - \overline{F}}{\overline{P} - \overline{F}} \cdot \frac{\overline{P}}{n_P}$$

Con preferencia, y en especial en ciertos trabajos de campo, los impulsos recibidos del detector son enviados a un sistema promediador, impropiamente llamado «integrador de cuentas», que da directamente el número de cuentas por unidad de tiempo. Estos aparatos tienen unas constantes de tiempo; con constantes de tiempo pequeñas se obtiene un valor preciso de la velocidad de recuento y se acusan fácilmente variaciones rápidas, pero la indicación es inestable oscilando mucho la lectura («mucha hierba» en el argot electrónico); para constantes de tiempo largas se obtienen lecturas mucho menos oscilantes pero el sistema sigue mal o con retraso las variaciones bruscas (es «perezoso» en el argot electrónico). La elección de la constante de tiempo adecuada, si es posible variarla, es un compromiso entre lo expuesto.

49 El cálculo del intervalo de confianza de esta operación es algo complicado y puede consultarse en Forsberg y Knutsson (1966) páginas 648/650.

5.10 UNIDADES, CANTIDADES Y DOSIS DE RADIACIÓN

La cantidad de radiación incidente sobre un cuerpo se mide en general de acuerdo con la energía depositada. La unidad básica de cantidad de radiación electromagnética (X y gamma) es el roentgen (R) que es la cantidad de radiación que genera en 1 cc de aire seco a 0° C y 1 atm, 1 unidad electrostática de carga eléctrica de cada signo o sea $2{,}08 \cdot 10^9$ pares de iones; ello equivale a 88 ergios de energía absorbida por cada gramo de aire.

Cuando el medio que absorbe la radiación es tejido blando viviente, se utiliza como unidad el rad, que es la cantidad de cualquier radiación que deposita en 1 g de ese tejido 100 ergios de energía. Como no todas las formas de radiación son igualmente nocivas, 1 rad de diferentes radiaciones puede producir efectos diferentes; el valor del número de rads por el efecto biológico relativo, EBR, es el número de rems, de modo que igual número de rems de cualquier radiación produce efectos similares.

Para radiación X, γ y β es EBR = 1, y para radiación α es EBR = 10.

El ritmo de dosis de radiación es la cantidad de radiación recibida por unidad de tiempo.

5.11 EFECTOS BIOLÓGICOS DE LAS RADIACIONES. IRRADIACIÓN Y Y CONTAMINACIÓN

Las radiaciones, ya sea por ionización o por choque, producen alteraciones en las sustancias orgánicas de los seres vivientes, las cuales se traducen en destrucción celular, alteraciones biológicas e incluso cambios en el núcleo de las células. Así pues se tienen efectos somáticos y efectos genéticos. Los primeros producen efectos sensibles en el propio organismo que son en general acumulativos y pueden llegar a producir con más o menos rapidez la muerte. Los segundos producen efectos que pueden no ser sensibles en el organismo receptor, pero que pueden trascender a las generaciones siguientes por medio de la herencia biológica.

Las explosiones nucleares de Hiroshima y Nagasaki han rodeado a la industria nuclear de un halo de temor que aún persiste, y por eso todo manejo de artefactos nucleares y sustancias radioactivas va rodeado de grandes precauciones, siendo esta la actividad humana en que menos accidentes graves se han producido. La falta de experiencia en los efectos de las radiaciones hace

que las normas de seguridad sean mucho más estrictas, y que estén a cargo de personal especializado.

La irradiación consiste en la recepción de radiaciones procedentes de una fuente externa al receptor. Bajo este aspecto las radiaciones más peligrosas son las fuertemente penetrantes, como la radiación gamma. La radiación alfa es frenada por la piel en su mayor parte.

La contaminación consiste en la incorporación de emisores de radiación al cuerpo; es contaminación externa si se limita a las partes exteriores del cuerpo e interna si se extiende a los órganos interiores. La contaminación es muy peligrosa porque el propio organismo es el que transporta la fuente de radiaciones y no es posible alejarse del emisor. La más peligrosa es la contaminación interna con emisores de radiaciones fuertemente ionizantes, como la α, al revés de lo que sucedía en la irradiación.

Para evitar la contaminación debe evitarse a toda costa la producción de polvo radioactivo, la liberación de gases radioactivos y la incorporación de sustancias radioactivas al agua y a los alimentos.

5.12 DOSIS PERMISIBLES DE RADIACIÓN Y CONCENTRACIONES MÁXIMAS PERMISIBLES

Las dosis máximas permisibles de radiación y las concentraciones máximas permisibles de sustancias radioactivas en el aire, agua y alimentos, se establecen como aquellas que por debajo de las cuales y en el estado actual de los conocimientos médicos no producen todavía efectos somáticos o genéticos apreciables. Tanto para la contaminación como para la irradiación existen límites para el personal autorizado y controlado y otros menores para la población en general. Los valores inicialmente fijados han sido reducidos en varias ocasiones y es probable que en el futuro sufran una nueva reducción al acumularse experiencia médica. El criterio general es, que a ser posible, la exposición o contaminación sean nulas o lo más alejadas posible de los límites máximos.

Se estipula que la población no debe recibir más de 0,5 rem/año, que es similar al valor medio recibido por la suma de la radiación natural y las observaciones médicas con rayos X.

Para el personal que trabaja en plantas nucleares o con radioisótopos se establece una dosis máxima de 2,5 milirems/h si se trabajan 40 h/semana. Se admiten dosis mayores con la consiguiente reducción del número de horas trabajadas. Sin embargo 20 rems en un intervalo corto de tiempo ya puede producir efectos somát cos apreciables, en especial sobre ciertas partes del cue po. Una exposición de 150 rems en un lapso breve d tiempo produce ya graves daños y 1000 rems suele producir la muerte.

La determinación de las concentraciones máximas pe misibles en el agua de bebida (CMP) son difíciles d establecer y son función del criterio de seguridad qu se establezca, del período, tipo y energía de radiació de cada radioisótopo, del lugar del cuerpo en el que s detienen preferentemente y del tiempo medio de residen cia en el mismo, que depende del elemento químico d que se trate. Los efectos pueden además variar de un persona a otra.

El Pu, Ra y Sr, tienden a acumularse en los huesos el U y Pb en los riñones, el I en la tiroides, mientra el C y H pasan con relativa rapidez.

En general las aguas naturales tienen concentracione de radioisótopos por debajo de las concentracione máximas permisibles, pero el uso de radioisótopos, lo vertidos de plantas nucleares o los residuos de explosio nes nucleares pueden aportar cantidades importantes En la tabla 4.6 se dan las concentraciones máxima permisibles de algunos radioisótopos de interés hidro lógico, junto con otros datos de interés.

En algunos casos, como sucede con el uranio natura puro, la toxicidad química es mayor que la radioactiv en cuanto ha dañado al hígado. Su CMP de 40 $\mu\mu c/c$ equivale a 128 ppm, que no se sobrepasa en aguas na turales.

5.13 ISOTOPÍA DEL AGUA

Tal como se ha dicho, en la naturaleza existen tres isótopos del hidrógeno denominados:

$^{1}H_{1}$ o H; hidrógeno. Constituye la mayoría del hi drógeno natural (99,984 %) (llamado a veces protio)

$^{2}H_{1}$ o D deuterio; Existe una proporción aproxima da de 160 ppm en el hidrógeno natural y es estable.

$^{3}H_{1}$ o T; tritio. Existe sólo en muy pequeñas canti dades (hasta 10^{-15} T/H) y es radioactivo. Se origina por acción de las radiaciones cósmicas y recientemente a partir de explosiones termonucleares. Su contenido se mide en unidades de tritio UT; 1 UT = 10^{-18} T/H.

El oxígeno presenta a su vez varios isótopos estables (los radioactivos no existen en la naturaleza)

$^{16}O_{8}$ o O-16 que constituye la mayoría del oxígeno natural (99,76 %)

$^{17}O_{8}$ o O-17 que sólo existe en ínfimas cantidades (400 ppm)

TABLA 4.6 *Tabla de propiedades de los radioisótopos de mayor interés en Hidrología Subterránea*

Datos tomados de Broda y Schönfeld (1966) págs. 322-323 y 331-335; García Cañada (1966) págs. 135-142; Wilson (1966) págs. 166-241, 292, 304-305; Anónimo (1967, 1972); Davis y De Wiest (1966) pág. 132, y otros.

Radioisótopo (1)	(2)	Esquema de desintegración (3)	Período radioactivo (4)	Energías «γ» MeV (5)	Energías «β_{max}» MeV (6)	Toxicidad (7)	CPM en agua µµc/cc (8)	Forma (9)	Precio aproximado ptas./mc (1969) (10)	Interés (11)	Observaciones
H	3	β^-	12,26 a	—	0,018	B	3000		0,15	T, D	Tritio. Mínimo detectable 500 µµc 5 c/cc THO + T_2O
C	14	β^-	5560 a	—	0,159	M	800		—	D	Mínimo detectable 200 µµc
Na	22	β^+	2,6 a	1,28	0,54	E	400		15 000	S	ClNa > 10 c/g Na
Na	24	β^-	15,0 h	2,75	1,39	M	200	I	1	T	Mínimo detectable 20 µc ClNa 2,5 c/g Na
P	32	β^-	14,4 d	—	1,71	M	20	PI	10	T	Mínimo detectable 200 µµc PO_4Na_3 10 mc/cc
S	35	β^-	87,2 d	—	0,167	M	60	PI	100	T	Mínimo detectable 1000 µµc SO_4K_2 100 c/mol
Cl	36	β^-	$3 \cdot 10^5$ a	—	0,71	E	80		20 000	S	ClNa 3 mc/g Cl
K	40	β^-, EC	$1,3 \cdot 10^9$ a	1,46	1,32	—	—		—	S	Abundancia natural 0,0118 %
Ca	45	β^-	154 d	—	0,26	E	9	PI	4000	T	Cl_2Ca 25 c/g Ca
Sc	46	β^-	84 d	1,12	0,36	E	40	I	25	S	Cl_3Sc 3 c/g Sc
Cr	51	EC	27,8 d	0,32	—	M	2000	I	20	T	Mínimo detectable 0,05 µc Cr-EDTA 100 c/g Cr (especial)
Mn	54	EC	303 d	0,84	—	E	—	P	1200	S	Cl_2Mn 100 c/g Mn
Fe	59	β^-	45,1 d	1,29	0,49	M	60	PI	1500	T	Fe-EDTA 15 c/g Fe
Co	57	EC	270 d	0,12	—	M	500		2000	S	$(CN)_6Co^{-3}$ 5000 c/g Co
Co	58	EC, β^+	71 d	0,81	0,47	M	—	P	500	T	$(CN)_6Co^{-3}$ 2000 c/g Co
Co	60	β^-	5,26 a	1,33	0,31	E	50	I	250	T, F	Dos γ simultáneas de 1,17 y 1,33 MeV Mínimo detectable 20 µc $(CN)_6Co^{-3}$ 250 c/g Co · 1 mc/cc en cápsulas de 100 mc
Zn	65	EC, β^+	245 d	1,11	0,32	M	100	I	100	S	Cl_2Zn 2,5 c/g Zn
Se	75	EC	121 d	0,40	—	M	300	I	200	S	SeO_4Na_2 3 c/g Se
Br	82	β^-	35,9 h	—	0,46	M	300	IP	8	T, E	$BrNH_4$ 400 mc/g Br
Kr	85	β^-	10,6 a	—	0,67	M	—		3	S	Es un gas; 80 mc/cc Kr en condiciones normales
Rb	86	β^-	18,7 d	1,08	1,78	M	70	I	50	S	ClRb 10 c/g Rb
Sr	89	β^-	51 d	—	1,46	E	10	IP	1500	S	Impurificado por Sr^{90} y Y^{90}
Sr	90	β^-	28 a	—	0,54	ME	0,08	P	10	T, F	Acompañado de Y^{90} (T = 64,2 h) Mínimo detectable 200 µµc
Nb	95	β^-	35 d	0,76	0,16	M	100	P	3000	S	Oxalato de Nb
Ru	103	β^-	40 d	0,50	0,23	M	80	IP	400	S	Cl_4Ru 3 c/g Ru
Ru	106	β^-	1,0 a	—	—	E	10		800	S	Acompañado de Rh-106 (T=30 seg) Nitrosil-Ru
Ag	110*	β^-	253 d	0,88	0,53	E	—	I	150	T	Estado excitado y proviene de Ag-110 (T = 24 seg) NO_3Ag 3 c/g Ag
Cd	115*	β^-	2,3 d	0,52	1,1	M	200	I	10 000	S	Acompañado de Cd-115 (T = 43 d)
In	114*	no hay	50 d	0,19	—	E	—	I	200	S	Estado excitado y proviene de In-114 (T = 72 seg) Cl_3In 40 mc/g In
Sb	124	β^-	60 d	1,7	2,3	E	—	I	50	S	Cl_3Sb 10 c/g Sb
Sb	125	β^-	2,0 a	0,60	0,62	E	—		2000	S	Cl_3Sb 100 c/g Sb
I	125	EC	60 d	0,035	—	M	—		400	S	INa 100 c/cc
I	131	β^-	8,05 d	0,36	0,60	E	2	P	35	T	Mínimo detectable 100 µµc INa + $S_2O_3Na_2$ 200 mc/cc
Cs	134	β^-	2,1 a	0,80	0,66	E	—	I	50	S	ClCs 5 c/g Cs
Cs	137	β^-	30 a	0,66	0,54	E	20	P	10	T, F	Acompañado de Ba-137 (T = 2, a min., γ = 0,66 MeV) Mínimo detectable 100 µc
Ba	140	β^-	12,8 d	0,5	1,02	E	30		—	S	Acompañado de La-140
Ce	141	β^-	32,5 d	0,14	0,58	M	—	I	200	S	ClCe 1 c/g Ce
Ce	144	β^-	285 d	0,13	0,30	E	90		30	F	Acompañado de Pr-144 (T = 17,3 min, β^- = 2,97 MeV)
Ir	192	EC, β^-	74,4 d	0,32	0,66	E	40	I	3	T	$Cl_4Ir(NH_4)_2$, 5 c/g Ir
Au	198	β^-	2,69 d	0,41	0,96	M	50	I	5	T	Mínimo detectable 100 µc Cl_4AuH, 20 c/g Au
Hg	203	β^-	47 d	0,28	0,21	M	200	I	100	S	Acetato mercúrico 3 c/g Hg
Pb	210	β^-	19,4 a	0,04	0,017	ME	0,1		300	F	Acompañado de Bi-210 y Po-210 Es natural (Ra-D) · $(NO_3)_2Pb$, 20 c/g Pb
Bi	210	β^-	5,01 d	—	1,17	E	—		200	S	Acompañado de Po-210
Po	210	α	138,4 d	—	—	ME	0,7		10	S	α = 5,3 MeV
Ra	226	α	1620 a	—	0,19	ME	0,01		1500	F	α = 4,78 MeV. Varios acompañantes. Es natural
Pu	239	α	24 400 a	0,04	—	ME	5		—	S	α = 5,1 MeV

(1) Símbolo.
(2) Número másico.
(3) EC = Captura electrónica. No se indica si es emisor γ, pero puede verse en la columna 5.
(4) a = año, d = día, h = hora.
(5) Energía media de emisión o dominante si existen varios esquemas de desintegración.
(6) Energía media de las máximas o energía máxima dominante si existen varios esquemas de desintegración.
(7) ME = muy elevada, E = elevada, M = moderada, B = baja.
(8) En agua de bebida para exposición continua de la población y formas solubles. Los límites son unas diez veces superiores para el personal profesionalmente expuesto continuamente. Se refiere a formas químicas solubles.
(9) I = Forma acompañada de otros isótopos estables.
P = Isótopo puro en origen. Se entiende libre de portador.
(10) Precios sólo indicativos. El precio no es perfectamente proporcional a la actividad. La primera fracción puede ser mucho más cara, y para actividades grandes pueden tenerse descuentos importantes. No se incluyen los gastos de transporte, que para algunos isótopos que precisan de blindajes pesados puede ser muy caro (por ejemplo el Sc-96), superando en mucho el coste del material. Incluye el envase de transporte.
(11) Interés en: T, trazado; D, datación; E, ensayos puntuales; F, fuente de radiación; S, sin interés especial.

Observaciones: Se indica en general a) compuesto químico más frecuente, b) actividad específica máxima de suministro.

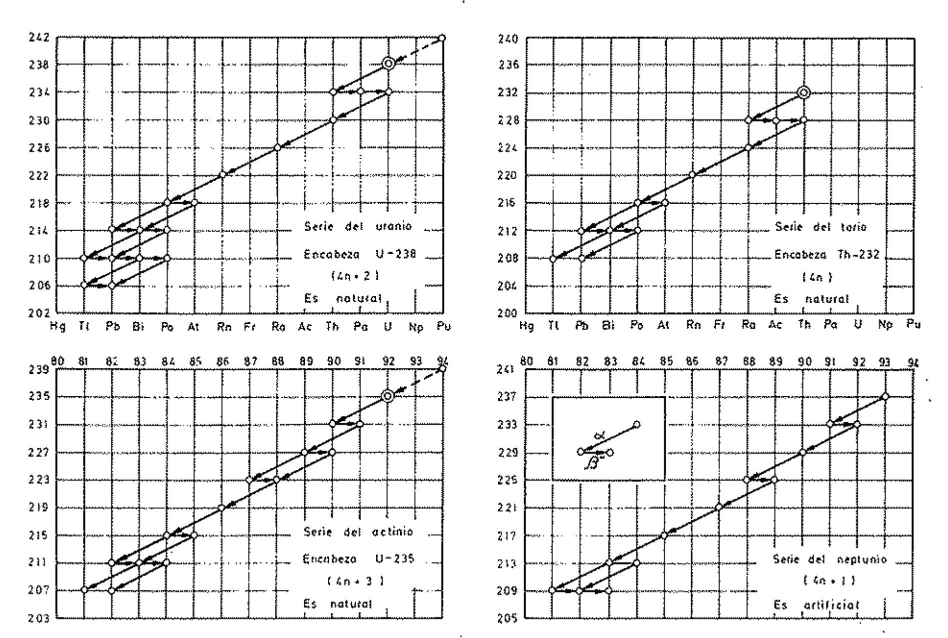


FIGURA 4.31
Esquemas de las 4 series radioactivas de emisores α pesados.

$^{18}O_8$ o O-18 que es el isótopo más abundante después de O-16 aunque su concentración es muy pequeña (~2000 ppm).

Así pues pueden existir 18 moléculas de agua isotópicamente diferentes, pero las combinaciones más importantes y frecuentes, además de la $H_2{}^{16}O$, son $HD^{16}O$ y $H_2{}^{18}O$.

Todas esas moléculas tienen propiedades físicas y químicas muy similares y puede admitirse que su comportamiento en los procesos naturales es casi idéntico. Sin embargo, las pequeñísimas diferencias de tensión de vapor, movilidad iónica, difusividad, etc., hace que en agua natural, según su origen y forma de intervención en el ciclo hidrológico, presente ligeras diferencias en su composición isotópica que son de interés en Hidrogeoquímica[50].

La conocida agua pesada, de gran interés en la Tecnología Nuclear, está formada en su mayoría por D_2O y es el resultado de una fuerte concentración isotópica del hidrógeno por procedimientos artificiales.

El agua pesada congela a +3,32°C, hierve a 101,42°C a la presión de 1 atm, alcanza su densidad máxima a 11,6°C y las sales son algo menos solubles en ella (~10 %) (Bogomolov, 1965, pág. 70).

[50] Véase capítulo 12.4.

5.14 RADIOISÓTOPOS NATURALES PRIMARIOS Y SUS SERIES RADIOACTIVAS. PRESENCIA EN EL AGUA SUBTERRÁNEA

Ciertos radioisótopos naturales tienen un período tan largo que el tiempo transcurrido desde la formación de la tierra (unos $4{,}5 \cdot 10^9$ años) no ha bastado para su desaparición. Entre los elementos semipesados deben considerarse el K-40 y el Rb-87 y entre los pesados el U-238, U-235 y el Th-232, con períodos respectivos de 1,3, 6,0, 4,5, 0,71 y 13,9 miles de millones de años. Los dos primeros son emisores beta negativos y los tres últimos emisores alfa.

Esos tres últimos, al emitir una partícula alfa dan origen a un nuevo elemento radioactivo emisor β^- y éste a otro elemento radioactivo y así sucesivamente según los esquemas de la figura 4.31. El cuarto esquema no tiene representantes en la naturaleza y está encabezado por el isótopo artificial Np-237[51]. Entre los isótopos de estas series radioactivas, llamados hijos del elemento que encabeza la serie, son de especial interés el Ra-226, el Ra-228 y el Rn-222, siendo este último

[51] Para más detalles véase Haissinsky (1957), págs. 169/183 y Custodio (1966 a), cap. 2.

gaseoso. El primero de ellos es el isótopo más importante del radio.

En un sistema cerrado se tiende a establecer un equilibrio entre los diferentes radioisótopos de la serie, llamado en este caso *secular* puesto que la concentración del radioisótopo progenitor permanece prácticamente constante. Una vez alcanzado el equilibrio secular, la actividad de cada uno de los radioisótopos hijos es igual a la del progenitor, y el número de núcleos presentes de cada especie es inversamente proporcional al período radioactivo.

En la realidad puede estarse lejos del equilibrio secular por tratarse de un sólido de formación reciente o por haberse eliminado total o parcialmente algunos de los eslabones de la cadena ya que cada uno de ellos se comporta con las características químicas que corresponden al elemento que representan. Las aguas que circulan por terrenos uraníferos pueden llevar cantidades importantes de Rn y/o de He[52].

Las características del uranio disuelto ya han sido comentadas en el apartado 2.3.5 subapartado 6. El torio es mucho menos soluble y por lo tanto más escaso.

El Ra-226 es extraordinariamente tóxico, fijándose su CPM en 0,01 $\mu\mu$c/cc y su límite tolerable a 0,003 $\mu\mu$c/cc en muchas reglamentaciones. Estos valores son superados por ciertas aguas subterráneas profundas, con valores hasta 0,7; el valor medio en las aguas subterráneas parece ser de 0,0003 con valores máximos para terrenos sedimentarios de 0,001 $\mu\mu$c/cc (Davis y De Wiest, 1966, pág. 136). Se comporta de forma similar al Ba y su sulfato es muy insoluble. Se separa con facilidad del U, por tener propiedades químicas muy diferentes; y por ello no es normal que en aguas naturales se llegue a alcanzar el equilibrio secular.

El Rn-222 está en pequeñas cantidades y su período es corto (3,8 días) y aún lo es más el de los otros isótopos menos abundantes. En general no es peligroso y su concentración normalmente oscila entre 0,1 y 30 $\mu\mu$c/cc (Davis y De Wiest, 1966, pág. 137).

El Rn-222, que desciende del Ra-226, es soluble en agua, por esta razón puede encontrarse en cantidades superiores a las que corresponde al equilibrio radioactivo, pero desaparece con rapidez al alejarse de su fuente. Debe determinarse «in situ» a ser posible.

El K-40 representa el $0{,}12 \cdot 10^{-3}$ del potasio natural, lo que hace que las aguas naturales lo contengan en cantidades del orden de 0,001 $\mu\mu$c/cc. No obstante representa del 0,05 al 0,5 de la actividad beta natural del agua subterránea, pero no presenta ningún peligro importante. Es un emisor β^- que pasa a Ca-40 pero que en el 11 % de los casos sufre captura electrónica y pasa a A-40.

El larguísimo período del Rb-87 hace que no tenga interés su consideración.

[52] El helio del terreno no es más que partículas alfa frenadas.

5.15 RADIOISÓTOPOS NATURALES DE ORIGEN CÓSMICO

La radiación cósmica incidente sobre la tierra puede originar ciertas reacciones nucleares en las que nacen ciertos radioisótopos de vida más o menos corta. Para los mismos existe una concentración de equilibrio si no varía la actividad cósmica y no hay aporte artificial.

Los más importantes son el tritio y el radiocarbono (C-14), generados en las altas capas de la atmósfera.

Las reacciones que conducen a la formación del tritio y radiocarbono son:

$$^{14}N_7 + n \rightarrow {}^{12}C_6 + {}^{3}H_1$$
$$^{14}N_7 + n \rightarrow 3\,{}^{4}He_2 + {}^{3}H_1$$
$$^{14}N_7 + n \rightarrow {}^{14}C_6 + {}^{1}H_1$$

Los neutrones proceden de la acción de la radiación cósmica.

Estos radioisótopos son débiles emisores β^- puros con energía máxima del espectro de 18,1 keV (T) y 155 keV (C-14). Los períodos radioactivos son de 12,26 años y 5730 años respectivamente.

Como ya se ha indicado, la concentración en tritio se mide en unidades de tritio UT, siendo 1 UT = 1 átomo de T en 10^{18} de H, lo que equivale aproximadamente a $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ $\mu\mu$c/cc. El contenido natural en el agua de lluvia es de 3 a 10 UT y menor en las aguas subterráneas. Los aportes artificiales pueden elevar mucho esos valores. En general no presenta problemas de toxicidad (límite 3000 $\mu\mu$c/cc) en aguas naturales no contaminadas.

El carbono de origen biológico reciente tiene una actividad específica del orden de 16 desint/min · g. No presenta problemas graves de toxicidad (límite 800 $\mu\mu$c/cc) en aguas naturales no contaminadas.

Otros radioisótopos producidos en la atmósfera son el radioberilio (Be-7, T = 53 días, β^- de E_{max} = 863 keV), el radio silicio (Si-32, T = 710 años β^- de E_{max} = = 100 keV), el P-32 (T = 14,3 días, β^- de E_{max} = 1704 keV, descendiente del Si-32) y el Cl-36 ($T = 3 \cdot 10^5$ años, β de E_{max} = 0,71 MeV).

5.16 RADIOSÓTOPOS ARTIFICIALES GENERADOS EN PRUEBAS NUCLEARES

Las pruebas nucleares, en especial las aéreas, han introducido en el ciclo hidrológico una gran cantidad de radioisótopos, algunos de período lo suficientemente largo como para permanecer en cantidades apreciables durante años, pudiendo llegar a crear problemas de toxicidad. Los radioisótopos productos de fisión más importantes son: Cs-137, Ru-106, Ce-144, Sr-90, I-131 y Sr-89, cuyas propiedades pueden verse en la tabla 4.6.

Estos radioisótopos pueden existir naturalmente en cantidades ínfimas originadas en procesos de fisión natural espontánea, pero sus concentraciones son inapreciables.

De mayor interés en Hidrología subterránea son los radioisótopos derivados de las pruebas nucleares de fusión, principalmente tritio y radiocarbono. El contenido en tritio en el agua de lluvia en algunas localidades ha llegado a valer casi 10 000 UT, sobre los 3 a 10 UT naturales.

Los neutrones liberados activan otros núcleos produciendo nuevos radioisótopos como Fe-55, Ca-45, Cl-36, Co-60, H-3, P-32, S-35, C-14, etc.

Las primeras explosiones nucleares de fisión se produjeron en 1944 y 1945 y las primeras de potencia elevada en 1946 en el atolón de Bikini.

TABLA 4.7 *Potencia desarrollada en las explosiones nucleares hasta 1962*

Período	Potencia total en megatones (10^6 tm de TNT equivalentes)			
	Pruebas de fisión		Pruebas de fusión	
	Aéreas	De superficie	Aéreas	De superficie
1945/1951	0,19	0,57	—	—
1952/1954	1,0	37,0	—	22,0
1955/1956	5,6	7,5	5,4	9,5
1957/1958	31,0	9,0	26,0	19,0
1959/1960	—	—	—	—
1961	26,0	—	95,0	—
1962	76,0	—	141,0	—
1945/1962	139,0	54,0	267,0	51,0

La primera prueba nuclear de fusión importante se realizó por los Estados Unidos en 1954, precedida en 1952 y 1953 posiblemente por pruebas de menor importancia. El año 1955 fue de calma y en 1956, los Estados Unidos hicieron nuevas pruebas. El año 1957 fue de calma, pero en 1958 y 1959 hubo una gran proliferación de pruebas nucleares de fusión por parte de Estados Unidos y Rusia, continuando hasta 1961; tras un breve paro, la máxima actividad se produjo en 1963. A partir de este año se inicia un período de recesión en las pruebas atmosféricas interrumpidas sólo por algunos ensayos franceses y chinos (Custodio 1966, cap. 2). En la tabla 4.7 se resumen las potencias de las explosiones nucleares hasta 1962.

5.17 OTROS RADIOISÓTOPOS ARTIFICIALES

A consecuencia de actividades humanas se pueden introducir en el ciclo hidrológico radioisótopos artificiales. La mayor aportación es la de fugas y vertidos en el tratamiento de combustibles nucleares irradiados, en especial los radioisótopos indicados en el apartado 5.16. El manejo de radioisótopos para usos industriales, agrícolas, médicos o de investigación es otro origen de contaminación, en especial de T, Br-82, I-131, Co-60, Sr-90, etcétera.

El tratamiento de minerales de U y Th libera con facilidad aguas residuales en las que algunos de los radioisótopos de sus series radioactivas tienden a escapar concentrados.

Si no se toman precauciones, se pueden originar problemas muy serios de toxicidad. El vertido seguro de los productos de fisión y radioisótopos pesados es uno de los problemas más graves planteados a la industria nuclear. Según Davis y de Wiest (1966, págs. 142-143) hacia el año 2000 se producirán varias decenas de curios de Sr-90 y Cs-137 mensualmente y basta un curio de Sr-90 disuelto en agua para hacer impotables casi 10^8 metros cúbicos. Los radionúclidos más peligrosos procedentes de plantas de tratamiento de combustibles irradiados son Sr-90, Cs-137, Pm-147, Ru-106, Pu-239. Entre los radioisótopos actualmente producidos en gran escala están el Pu-238, Cm-242, Cm-244 y Ru-106; en un futuro próximo la lista será incrementada en los radioisótopos U-232, Ac-227 y Th-228, derivados de la tecnología del Th.

Apéndice 4.1

Métodos de análisis químicos de aguas

A.1 INTRODUCCIÓN

El objeto de este apéndice es proporcionar las ideas fundamentales de los métodos de análisis químico de aguas subterráneas, pero sin entrar en el detalle, que en caso de interesar puede consultarse en obras especializadas. Se da un énfasis especial a los métodos adaptables a los trabajos de campo ya que éstos son los que tienen un interés más directo para el hidrogeólogo y el geohidrólogo, quienes con frecuencia tienen que utilizarlos para determinar ciertos valores que les permitan tomar rápidas decisiones o composiciones de lugar o bien para conocer ciertas características que pueden sufrir variaciones de importancia en el transporte hasta el laboratorio.

Entre el extremo de disponer de un vehículo remolque equipado como un verdadero laboratorio al de disponer de un sencillo aparato o dispositivo para la determinación de una característica existen muchos estados intermedios a base de cajas combinadas de análisis o maletas para poder realizar las determinaciones más importantes. Lo más usual es, sin embargo, el uso de unos pocos elementos simples para no recargar el trabajo de campo que ya de por sí es pesado y en condiciones a veces difíciles. En las figuras A.4.1 y A.4.2 se muestran algunos dispositivos simples de análisis de campo.

A.2 MÉTODOS GRAVIMÉTRICOS

Consisten en obtener un precipitado de muy baja solubilidad y pesarlo. Precisa de un volumen importante de agua, filtración, secado y pesada y por lo tanto es lento y engorroso y a ser posible se trata de evitar; no se utilizan en el campo por razones obvias. Ejemplos: la determinación del residuo seco, la determinación del ion cloruro obteniendo un precipitado insoluble de ClAg y la determinación del ion sulfato obteniendo un precipitado insoluble de SO_4Ba.

A.3 MÉTODOS VOLUMÉTRICOS O VALORACIONES

Consisten en provocar una reacción cuantitativa con un reactivo y determinar el momento en que se completa la reacción ya sea por un cambio brusco de color si se utiliza un indicador o bien electrométricamente al tener un brusco cambio de pendiente la curva del pH. El consumo de reactivo mide la cantidad del ion o de la característica analizada.

Existen varias variantes del método; en unas se produce un precipitado mientras en otras no aparece. Unas veces la reacción consiste en una alteración del estado de oxidación-reducción y otras veces se producen complejos y quelatos que separan ciertos iones de la solución como sustancias solubles o insolubles. No siempre se mide directamente el ion o la propiedad buscada, sino que se mide el exceso de una cantidad de reactivo conocida y mayor que la precisa para completar la reacción.

El método precisa de soluciones valoradas (de normalidad conocida) y de indicadores para el cambio de color o, en su lugar, de un potenciómetro; mientras se realiza la valoración se produce una agitación para homogeneizar rápidamente. El reactivo se añade con una bureta. En general las reacciones son rápidas pero a veces se precisa esperar un cierto tiempo antes de medir el exceso de reactivo. Existen sistemas de laboratorio de valoración automática. En ocasiones el punto final puede determinarse espectrofotométricamente como en la valoración complexométrica del Ca con muxerida como indicador.

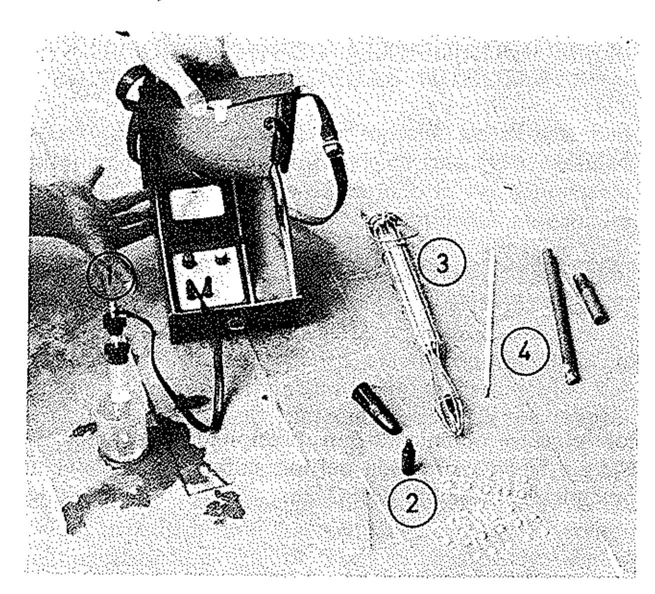


FIGURA A.4.1

Análisis químicos en el campo.
1 Conductivímetro portátil accionado por una batería recargable incorporada.
2 Pastillas y botellita con indicador para analizar la dureza del agua.
3 Termómetro blindado con una red.
4 Termómetro normal con su cápsula.

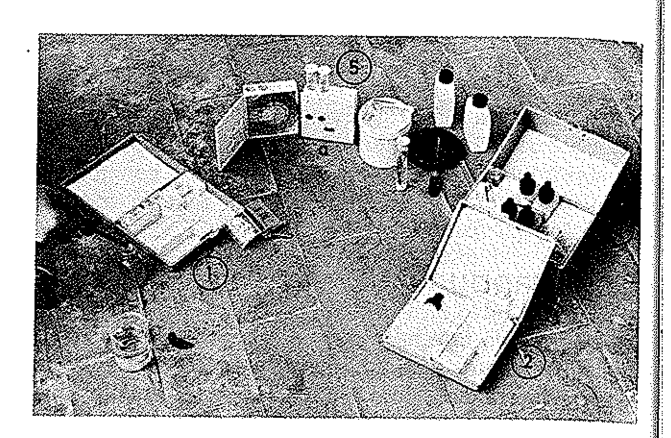


FIGURA A.4.2

Análisis químicos en el campo.
1 Equipo para determinar cloruros.
2 Equipo para determinar CO_2.
3 Equipo para determinar dureza y Ca.
4 Equipo para determinar nitratos colorimétricamente utilizando un comparador:
a) *comparador preparado para la lectura.*
b) *comparador abierto mostrando el disco coloreado para igualar coloraciones.*

Ciertas volumetrías pueden realizarse cómodamente en el campo (cloruros, dureza, alcalinidad, etc.) con soluciones preparadas y miniburetas montadas en soportes especiales; más cómodo, pero menos preciso, es sustituir la bureta por un cuentagotas. Otras veces se utilizan pastillas que tienen cantidades prefijadas de reactivo en una forma sólida fácilmente soluble. El indicador (no se utilizan potenciómetros) se añade con un cuentagotas o viene en pequeñas capsulitas de plástico. Todo está preparado para obtener directamente valores fáciles.

Ejemplos: a) método de Mohr para la determinación de cloruros, el cual consiste en añadir gota-gota una solución valorada de NO_3Ag para producir un precipitado de ClAg; se utiliza como indicador CrO_4K_2; en el momento en que todo el Cl^- ha sido precipitado aparece un exceso de Ag^+ en la solución que se combina con el indicador cambiando el color de amarillo a naranja rojizo; *b)* para determinar la alcalinidad TAC se añade gota a gota una solución diluida valorada de SO_4H_2 o ClH empleando como indicador anaranjado de metilo (heliantina) que vira de amarillo a naranja cuando las reacciones explicadas en el apartado 1.12 se completan; *c)* para determinar la dureza se añade a la solución a valorar una solución conocida de sodio-EDTA (sal disódica del ácido etilendiaminotetracético) que reacciona con el Ca^{++} y Mg^{++} formando un complejo incoloro soluble. Como indicador se utiliza el eriocromo negro T que da color rojizo mientras existen alcalinotérreos sin combinar, y que vira a azul en cuanto estos han sido totalmente complejados; la reacción debe realizarse a pH superior a 10,4 y enseguida después de la adición de la solución tampón; *d)* la determinación de la demanda química de oxígeno se realiza acidificando la muestra (método ácido) y añadiendo un exceso de MnO_4K; se hierve la solución durante 10 minutos y después se añade un número de equivalentes de ácido oxálico igual al de permanganato inicialmente añadido; se valora el oxálico residual con MnO_4K; el punto final se aprecia por la reaparición del color violáceo del permanganato.

A.4 DETERMINACIONES CONDUCTIVIMÉTRICAS

Se basan en la medición de la conductividad o resistividad de un líquido empleando una célula con dos electrodos platinados y un conductivímetro. Es una determinación muy fácil y de gran utilidad. Existen muchos aparatos para laboratorio o accionados por baterías para poder trabajar en el campo con un mínimo de mantenimiento. El precio de éstos varía entre 20 000 y 40 000 pesetas[53], que aunque es elevado queda rápidamente compensado por su utilidad, incluso en trabajos rutinarios y de prospección.

Las variaciones de la constante de célula pueden ser corregidas fácilmente y el replatinado no ofrece problemas especiales.

Existen células sumergibles a gran profundidad, que sacrifican algo de precisión en aras de la robustez, y que permiten realizar registros de conductividad en profundidad. Con frecuencia estas células conductivimétricas sumergibles llevan incorporado un termistor que permite determinar simultáneamente la temperatura; para obtener ésta con precisión, es preciso esperar un cierto tiempo en cada lectura a fin de conseguir la estabilización.

A.5 DETERMINACIONES ELECTROMÉTRICAS

Se basan en la medición del potencial eléctrico generado entre dos electrodos uno de referencia y otro de medida. Como electrodo de referencia suele utilizarse el de calomelanos (Cl_2Hg_2-Hg en solución saturada de ClK). Se utilizan electrodos de medida sensibles a diferentes iones y se mide su actividad en la solución.

La determinación más común es la del pH que se realiza mediante el electrodo de hidrógeno en trabajos de precisión y mediante un electrodo especial de vidrio en la mayoría de los casos en que la pérdida de precisión queda ampliamente compensada por la sencillez y facilidad de manejo. Cada unidad de pH corresponde a un potencial de 59 mvoltios.

El potencial redox también se mide electrométricamente con un electrodo adecuado de metal noble, en general platino.

Modernamente existen electrodos sensibles a los iones monovalentes tales como el Na^+ y otros sensibles a ciertos aniones tales como el Cl^-, Br^-, $S^=$ y $SO_4^=$. Están en desarrollo electrodos para iones de metales alcalinotérreos y alcalinos, pero aún no están totalmente experimentados (Bach y Hanshow 1966, págs. 58-68 y catálogos de diferentes casas comerciales). Existen también células capaces de medir la presión parcial del oxígeno disuelto, y ésta es otra medida electrométrica de gran interés.

Cuando se utilizan células de elevada resistencia eléctrica como las de aniones y cationes, deben utilizarse voltímetros de gran sensibilidad y elevada impedancia de entrada. Estos voltímetros existen en el mercado para el trabajo de laboratorio pero es más difícil encontrarlos accionados por baterías para ser utilizados en el campo. El instrumental es algo caro, pudiendo variar entre 20 000 y 50 000 pesetas[54] para la determinación conjunta de pH, Eh y O_2 y más caro para poder manejar otros electrodos, pero son de gran utilidad en investigación. Son poco usados en trabajos rutinarios de campo.

Las valoraciones de precisión o automáticas se realizan electrométricamente con un pH-metro con o sin ayuda de un registrador gráfico para determinar el punto final.

Los electrodos y el electrodo de referencia deben ser comprobados con frecuencia.

A.6 MÉTODOS COLORIMÉTRICOS Y ESPECTROFOTOMÉTRICOS

En ciertas reacciones se produce o se consume un compuesto coloreado. La intensidad del color está relacionada con la concentración de la sustancia que reacciona. El color se mide por comparación con una escala o electrónicamente. En el laboratorio, los métodos de medida electrónica, llamados espectrofotométricos, son cada día más utilizados aunque esta técnica no está exenta de dificultades. Se prepara la solución coloreada utilizando un reactivo adecuado y una muestra sin reactivo, colocada cada una de ellas en un recipiente adecuado que no interfiera en la determinación. Las soluciones se iluminan por un lado con la luz de una lámpara especial de luminosidad muy estable y composición espectral conocida (es uno de los puntos más delicados del espectrofotómetro) y en lado opuesto se mide la absorción producida en ciertas longitudes de onda mediante una célula fotoeléctrica y un sistema electrónico asociado. Para seleccionar ciertas longitudes de onda se emplean filtros coloreados especiales o prismas de refracción. Para conocer las concentraciones, las lecturas

[53] 300 a 600 U.S. $ aproximadamente, precios de 1969.

[54] Entre 300 y 750 U.S. $ aproximadamente, precios de 1969.

obtenidas se trasladan a una curva patrón preparada con soluciones conocidas; esta curva patrón debe controlarse pues existen desviaciones y cuando es preciso debe rehacerse. La espectrofotometría es especialmente útil en la determinación de ciertos componentes menores tales como $CrO_4^=$, $PO_4^=$, F^-, etc.

Existen espectrofotómetros para ser usados en el campo, pero son de uso delicado y no siempre es fácil preparar la muestra coloreada, comprobar la curva patrón y mantener la debida limpieza óptica.

Aunque mucho menos precisos, en el campo se utilizan con éxito para ciertas determinaciones especiales, incluyendo el pH, los comparadores que son similares a un espectrofotómetro pero la determinación se efectúa comparando visualmente el color desarrollado con los de una escala de colores, en general en forma de disco; esta escala se mira a través de la solución sin reactivo para corregir por el propio color. No siempre es fácil efectuar una buena comparación, que además depende algo de la luz con que se mire y de la sensibilidad a los colores del observador.

Ejemplos:

a) el cromato se determina en solución ácida con difenilcarbacida, que desarrolla un color violeta rojizo; el ion Cr^{+3} se determina de forma similar oxidándolo a cromato con permanganato y destruyendo el exceso de oxidante con ácido oxálico.

b) el ion ortofosfato se determina convirtiéndolo en fosfomolibdato con molibdato amónico acidulado; después se efectúa una reducción con Cl_2Sn, durante la cual se desarrolla un color azul intenso.

c) en el campo el pH puede determinarse con un comparador añadiendo un indicador especial mezcla de varios indicadores.

En trabajos de campo a veces se determinan ciertos iones por medio de la turbidez que crea un precipitado como el producido por el ion $SO_4^=$ al añadir una sal soluble de Ba (Cl_2Ba). Estas determinaciones son poco precisas pero en cambio son muy rápidas y orientativas.

La turbidez de las aguas se mide con una especie de fotómetro (turbidímetro) que mide el efecto Tyndall, es decir, la luz lateral.

A.7 MÉTODOS DE FOTOMETRÍA DE LLAMA

Consisten en el análisis de la luz obtenida al quemar un determinado gas que lleva una proporción conocida del líquido a analizar; es un espectrómetro que trabaja a bajas temperaturas de emisión. Sólo se determinan metales con emisividad a esas bajas temperaturas como el Na, K, Li, Ca y Sr. El fotómetro de llama es un aparato relativamente caro, de instalación algo complicada y que precisa de una cuidadosa puesta a punto y de un mantenimiento continuado, teniéndose que hacer frecuentes correcciones para compensar desajustes. Por ello no se utiliza en trabajos de campo, pero en el laboratorio es un aparato de uso cada día mayor, ya que permite efectuar determinaciones muy rápidas de grandes series. Es especialmente importante para analizar el Na^+ y K^+, cuyo interés es indudable ya que son difíciles y engorrosos de determinar por otros métodos. También se emplean para Ca^{++}, Mg^{++}, Li^+ y Sr^{++}.

A.8 OTROS MÉTODOS

Otros métodos de laboratorio son la polarografía, la fluorometría y la espectrografía. La fluorometría es muy sensible pero su aplicación es limitada; existen fluorómetros de campo pero son de uso delicado; se emplea en aguas subterráneas para determinar la fluoresceína utilizada como trazador[55]. La espectrografía de absorción atómica precisa de aparatos delicados que sólo están indicados en laboratorios especiales para determinaciones de elementos traza[56]. La espectrografía de masas es aún más delicada y sólo se utiliza en ciertos laboratorios para análisis de trazas y de composición isotópica.

En casos especiales se utiliza el análisis por activación neutrónica en un reactor nuclear o con una fuente intensa de Po-Be o Ra-Be; se precisa de un analizador multicanal, que es un aparato costoso que precisa de personal especializado en su manejo e interpretación.

La determinación de substancias radioactivas precisa de un instrumental adecuado y con un factor geométrico bien conocido. Sólo se realiza en laboratorios especialmente dotados, precisándose en ocasiones un instrumental caro y difícil de manejar tal como sucede en la determinación del tritio y del radiocarbono.

[55] Véase el capítulo 12.2.

[56] En la actualidad los espectrómetros de absorción atómica van introduciéndose en los laboratorios y con ellos se pueden determinar con facilidad gran número de elementos metálicos.

Bibliografía

ABAZA, M. I., CLYDE, C. G.: *Evaluation of the rate of flow through porous media using electrokinetic phenomena.* Water Resources Research, Vol. 5, n.° 2, abril 1969, páginas 470/483.

ANDERSON, K. E.: *Water well handbook.* Missouri Water Well Driller Association. Rolla, Missouri, 1963. 4.ª ed. 1966.

ANÓNIMO: *Radioactive products.* The Radiochemical Centre, Amersham, 1967. Catálogo.

BACK, W.: *Calcium carbonate saturation in ground water from routine analyses.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper n.° 1535-D, Washington, 1961, 14 págs.

BACK, W., HANSHAW, B. B.: *Chemical geohydrology.* Advances in Hydroscience, Vol. 2, Ed. Ven Té Chow. Academic Press, 1965, págs. 49/109.

BARNES, I., CLARKE, F. E.: *Chemical properties of ground water and their corrosion and encrustation effects on wells.* U.S. Geological Survey, Professional Paper 498-D, Washington, 1969, 58 págs.

BOGOMOLOV: *Hydrogéologie et notions de géologie d'ingénieur.* Ed. de la Paix. Moscú, 1965. Cap. IV, págs. 67/86.

BRODA, E., SCHÖNFELD, T.: *The technical applications of radioactivity.* Vol. 1. Traducción de la edición alemana. Pergamon Press, 1966, 353 págs.

CARO, P.: *La chimie du gas carbonique et des carbonates et les phénomenes hydrogéologiques karstiques.* Chronique d'Hydrogéologie n.° 7 sep. 1965 B.R.G.M. París, páginas 51/77.

CLARK, J. W., VIESSMAN, W.: *Water supply and pollution control.* International Textbook Co. Cap. 9, págs. 322/373. Chemical treatment processes.

CATALÁN, J.: *Química del agua.* Editorial Blume. Madrid-Barcelona, 1969, 355 págs.

CUSTODIO, E.: *Notas sobre hidroquímica.* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1965, 103 págs.

CUSTODIO, E.: *Normas sobre el inventario de hidroquímica.* Estudio de los Recursos Hidráulicos Totales de las Cuencas de los ríos Besós y Bajo Llobregat. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1966, Tomo II, anejo 2.6.2.a.

CUSTODIO, E.: *La datación de aguas subterráneas.* Cap. 2. Producción natural de radioisótopos útiles en Hidrología. Tesis doctoral. Barcelona, 1966, (no publicada).

CUSTODIO, E.: *Apuntes del Curso de Hidrología subterránea.* Curso Internacional de Hidrología Subterránea. Barcelona, 1966 y 1968, Cursos I y II.

CUSTODIO, E.: *Toma de muestras de agua para análisis químicos.* Apuntes del II Curso de Hidrología subterránea. Barcelona, 1967. Clase de referencia 15. T. 5 bis. Ciclostilado.

CUSTODIO, E.: *Hidroquímica.* Apuntes del II Curso de Hidrología Subterránea. Barcelona, 1967. Clases de referencia 15. T. 1-15. T. 7-15. P. 1 y 15. P. 2. Ciclostilado.

DAVIS, S. N., DE WIEST, R. J. M.: *Hydrogeology.* Capítulos 3, 4 y 5. Ed. John Wiley & Sons. New York, 1966, páginas 71/155.

DEGRÉMONT, S. A. E.: *Manual técnico del agua.* Sociedad Anónima Española Degrémont. Bilbao, 1963, 689 págs.

ERIKSSON, E., KHUNAKASEM, V.: *The chemistry of ground water.* Ground Water Problems. Erik Eriksson. Editorial Stockholm, 1966.

FREDRIKSEN, R. L.: *A battery powered proporcional stream water sampler.* Water Resources Research, vol. 5, n.° 6, diciembre 1969, págs. 1410/1413.

GARCÍA-CAÑADA, F.: *Protección contra las radiaciones ionizantes.* Comisión de Publicaciones de la E.T.S.I.I.B. Barcelona, 1966, 147 págs.

HAISSINSKY, M.: *La chimie nucléare et ses applications.* Ed. Masson. París, 1957. Cap. VII, Les radioéléments naturels, págs. 161/183.

HELGESON, H. C.: *Calculation of mass transfer in geochemical processes involving aqueous solutions.* Geochimica et Cosmochimica Acta, 1970, vol. 37, págs. 569/592. Pergamon Press, 1970.

HEM, J. D.: *Study and interpretation of the chemical characteristics of natural water.* U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper 1473. Washington, 1959, 269 págs.

HEM, J. D.: *Chemistry of iron in natural water.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper n.° 1459, Washington, 1962, 269 págs.

HEM, J. D.: *Chemical Geohydrology.* Proc. National Symposium on Ground-Water Hydrology. San Francisco, 1967. Am. Water. Resources Assoc. págs. 107/112.

JEN: *Iniciación al estudio de la energía nuclear.* Dirección General de Enseñanza Media. Madrid, 1965, 392 págs.

KNUTSSON, G., FORSBERG, H. G.: Laboratory evaluation of ^{51}Cr-EDTA as a tracer for ground-water flow. Isotopes in Hydrology. Organismo Internacional de Energía Atómica, simposio de Viena 1966, Viena 1967, págs. 629/652.

MAKOWER, W., GEIGER, H.: *Practical measurements in radioactivity.* Longmans, Green & Co., Londres, 1912.

PEARSON, F. J. Jr., FRIEDMAN, I.: *Sources of dissolved carbonate iman aquifer free of carbonate minerals.* Water Resources Research, vol. 6, n.° 6, diciembre de 1970, páginas 1775/1781.

PERRY, J. F.: *Manual del Ingeniero Químico.* Editorial UTHEA. México, 1956.

PITZER, K. S., BREWER, L.: *Thermodynamics.* McGraw-Hill. Kogakusha Co. 1961, 723 págs.

POWELL, S. T.: «Quality of water». *Handbook of Applied*

Hydrology. Capítulo 19. Ven Té Chow. McGraw-Hill. New York, 1964, págs. 19-1/19-37.

RAINWATER, F. H., THATCHER, L. L.: *Methods for collection and analysis of water samples.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper n.° 1454, Washington, 1960, 301 págs.

SCHOELLER, H.: *Les eaux souterraines.* Masson, París, 1962, capítulo 7, págs. 257/387.

SCHOELLER, H.: *L'acide carbonique des eaux souterraines.* Bull, Bureau de Recherches Géologiques et Minières, 2.ª serie, sección III, n.° 1, 1969, págs. 1/32. París, 1969.

SCOTT, V. H.: *Ground Water data and its use,* 2.ª parte: *quality of ground water.* Ground water Basin Management Program IV. Water Resources Engineering Educational Series. University of California. Berkeley, 1967, págs. 3-16/3-43.

WAYMAN, C. H.: *Adsorption of clay mineral surfaces. Principles and applications of water chemistry.* Proc. Fourth Rudolf's Conference. S. D. Faust y J. V. Hunter, editores. John Wiley & Sons Inc., 1963, págs. 127/167.

WILSON, B. J.: *The radiochemical Manual.* 2.° Ed. The Radiochemical Centre, Amersham Londres, 1966, 327 págs.

ZAGOVÍC, D.: *Sur le rapport de la solubilité des calcaires et des dolomies.* Symposium de Dubrovnik, 1965, Hydrologie des Roches Fissurées IASH-UNESCO, vol. II, páginas 615/623.

Sección 5

Conceptos básicos y definiciones

MANUEL RAMÓN LLAMAS
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Doctor en C. Geológicas
(Capítulos 1 y 3)

ANDRÉS GALOFRÉ
Licenciado en C. Geológicas
(Capítulo 2)

Sumario

Capítulo 5.1

Concepto de hidrogeología

1.1 CONCEPTO DE HIDROGEOLOGÍA

Según Davis y De Wiest (1966, pág. 1), fue el naturalista francés Lamarck, en 1802, quien primero utilizó el vocablo «Hidrogeología» y lo hizo para definir el conjunto de fenómenos de erosión, transporte y sedimentación producidos por los agentes acuosos, es decir como una parte de la Geodinámica externa. También en el mismo sentido fue utilizado por el americano Powell, en 1885. Sin embargo, el significado asignado por Lamarck y Powell no tuvo aceptación, ni entre sus contemporáneos ni posteriormente. Fue el inglés Lucas (1880) quien primero utilizó el término Hidrogeología para referirse a un estudio geológico para investigación de aguas subterráneas. Probablemente, la mayor difusión y aceptación del término, con el significado de Lucas, se deba a que el americano Mead lo incluyó, en este sentido, como una parte de su obra «Hydrology» que, publicada en 1919, tuvo una amplia difusión mundial.

Sin embargo, el significado de este concepto no fue, ni es, universalmente aceptado. Así, también en 1919, el alemán Prinz publica su «Handbuch der Hydrologie» que se refiere exclusivamente a las aguas subterráneas y no a las superficiales. Meinzer propone en 1939 a la Asociación Internacional de Hidrología Científica que la parte de la Hidrología que trata las aguas subterráneas, sea denominada Geohidrología. En el libro «Hydrology» publicado bajo su dirección en 1942, se considera que la Hidrología es la ciencia que se ocupa del agua que interviene en el ciclo hidrológico, tanto en la atmósfera, como sobre ó bajo la superficie terrestre. Meinzer divide esta ciencia en dos grandes apartados, la Hidrología superficial y la Hidrología subterránea o Geohidrología. Desde la división de Meinzer hasta la fecha, se ha mantenido una cierta discusión en torno a la mayor o menor adecuación de los términos Hidrología subterránea, Hidrogeología o Geohidrología, cuyas incidencias puede seguir el lector interesado en Castany y Margat (1965), Davis y De Wiest (1966) o Meyboom (1961).

El Comité Coordinador del Decenio Hidrológico Internacional, iniciado en 1965 bajo el patrocinio de la Unesco, adoptó la siguiente definición: «La Hidrología es la ciencia que trata de las aguas terrestres, de sus maneras de aparecer, de su circulación y distribución en el globo, de sus propiedades físicas y químicas y sus interacciones con el medio físico y biológico, sin olvidar las reacciones a la acción del hombre».

De la misma forma puede adoptarse para la Hidrología Subterránea o para la Hidrogeología la definición siguiente: «Hidrología subterránea es aquella parte de la Hidrología que corresponde al almacenamiento y circulación y distribución de las aguas terrestres en la zona saturada de las formaciones geológicas, teniendo en cuenta sus propiedades físicas y químicas, sus interacciones con el medio físico y biológico y sus reacciones a la acción del hombre».

Desde un punto de vista más general (cfr. Eaton, 1969) puede decirse que la Hidrología subterránea es un área de la ciencia que aumenta el conocimiento humano del Universo por medio de observaciones, su análisis y la formulación de conceptos generalizados —denominados leyes—, cuya validez puede ser comprobada estadísticamente. Es también un instrumento con que cuenta el hombre para controlar y utilizar el agua y, como tal, constituye un elemento esencial de la tecnología de recursos naturales. Este aspecto ingenieril, o aplicado, de la Hidrología subterránea constituye, en la actualidad, el campo más activo y también más significativo, pues su desarrollo está permitiendo la profundización en los conceptos básicos.

1.2 SITUACIÓN DE LA HIDROGEOLOGÍA EN EL CAMPO DE LAS CIENCIAS

La Hidrogeología es claramente una materia interdisciplinar en la que, con una finalidad concreta —el estudio de la fase subsuperficial del ciclo hidrológico— es preciso aplicar las leyes y métodos de otras muchas disciplinas.

El conocimiento de las formaciones geológicas que constituyen los embalses subterráneos se consigue mediante la obtención de los consiguientes mapas y perfiles geológicos a escala adecuada, según la finalidad del estudio. Dado el limitado interés que suelen tener las rocas intrusivas y filonianas como embalses subterráneos, puede decirse que las ramas más utilizadas son la Estratigrafía y la Tectónica, excepto cuando se trata de estudios de rocas efusivas, en los que será preciso recurrir a la Vulcanología. La Geomorfología juega, con frecuencia, un importante papel, bien sea en el estudio del Karst y su evolución, o aportando un mejor conocimiento al estudio de las formaciones de origen glaciar o fluvial del Cuaternario.

La Geofísica es algunas veces simplemente un auxiliar de las disciplinas geológicas mencionadas en el apartado anterior, en cuanto se utiliza como instrumento para poder determinar con mayor precisión la situación en profundidad de alguna formación geológica. Sin embargo, a veces, constituye un auxiliar muy directo de la Hidrogeología cuando la presencia del agua en las formaciones geológicas produce cambios en sus constantes físicas que pueden ser detectados por la prospección geofísica. Los registros geofísicos de los sondeos (potencial espontáneo, resistividad, rayos gamma, etc.), que han sido desarrollados especialmente por la técnica petrolífera, se empiezan a utilizar también, casi como método de rutina, en los sondeos para agua subterránea, lo cual exige que el hidrogeólogo competente tenga un aceptable conocimiento de esta nueva técnica.

La Geotecnia y la Geología aplicada a la ingeniería de la construcción también tienen frecuentes conexiones con la Hidrogeología. Así, por ejemplo, los problemas de impermeabilidad de embalses, de estabilidad de laderas y taludes, de presas de materiales sueltos, de drenajes agrícolas, de asentamientos, etc., no pueden ser estudiados sin tener en cuenta como un factor importante —a veces el más decisivo— la situación y/o la circulación del agua del terreno.

La Hidroquímica e hidrogeoquímica es una disciplina que debe ser considerada cada día como más indispensable para los estudios de aguas subterráneas, tanto en los aspectos técnicos de la relación agua-terreno, trazadores, datación de aguas, etc., como en los aspectos prácticos de criterios de potabilidad, usos agrícolas, contaminación, almacenamiento de aguas residuales en embalses subterráneos, etc.

La tecnología de pozos de agua y sondeos debe ser conocida, al menos en sus aspectos fundamentales, no ya sólo por sus evidentes implicaciones prácticas, sino porque será prácticamente imposible ponderar los datos básicos de calidad de aguas subterráneas, niveles piezométricos, muestras geológicas, etc., sin un cierto conocimiento de esta disciplina.

La mecánica de flúidos es una disciplina absolutamente imprescindible. Con esto no queremos significar que sea preciso desarrollar un curso instrumentado con altas matemáticas para estudiar este tema, sino que, no es posible tener una correcta visión del funcionamiento de los embalses subterráneos sin conocer los principios físicos fundamentales del flujo en medios porosos y también, aunque en menor escala, de los sistemas de aforo y del cálculo de conducciones y bombeos. De la teoría de modelos matemáticos y analógicos deberán ser conocidos al menos, sus principios básicos y sus aplicaciones a los problemas de aguas subterráneas.

La Climatología es una ciencia auxiliar de la que el hidrogeólogo debiera conocer lo suficiente para poder evaluar la precipitación y la evapotranspiración, ya que son los dos factores cuantitativamente más importantes del ciclo hidrológico.

Las relaciones entre la Hidrología superficial y la subterránea, son cada día más estrechas y necesarias. A título de ejemplo baste mencionar los métodos de separación de los componentes superficial y subterráneo de los caudales de los ríos y las relaciones en los sistemas acuífero-río. Por ello, es necesario que el hidrólogo subterráneo tenga una correcta comprensión de los conceptos estadísticos propios de la Hidrología de superficie (frecuencia, período de retorno, regulación, etc.).

Por último, diremos que la Hidrología es una pieza cada vez más importante en esa otra ciencia, mucho más compleja, que es la Planificación de Recursos Hidráulicos, que requiere el concurso, no sólo de las otras ramas de las ciencias de la naturaleza, sino también de las ciencias sociales, como la Economía, la Legislación y la Administración de Aguas. Por ello, es conveniente que el hidrólogo subterráneo tenga una formación básica en estas áreas que facilite su diálogo con los planificadores de recursos hidráulicos.

1.3 EVOLUCIÓN DE LOS CONCEPTOS HIDROGEOLÓGICOS A LO LARGO DEL TIEMPO

Comte dijo que «nadie puede realmente ser un maestro en una ciencia, a menos que estudie su historia específica». En lo que a continuación se expone no se pretende reconstruir con detalle la historia de la Hidrología subterránea, sino resumir brevemente algunos de sus momentos más importantes con el fin de facilitar una mejor comprensión de su presente. Pondremos un mayor énfasis en la exposición de los descubrimientos hidrológicos que en la de los avances de la Geología, pues estos últimos han sido mucho más estudiados y son relativamente numerosos los tratados de Historia de la Geología (Adams, 1954, Pruvost, 1956, Cailleux, 1961, etc.); sin embargo, la Historia de la Hidrología está todavía pendiente de hacer, con la única excepción, probablemente, de la obra recientemente aparecida de Biswas (1970).

1.3.1 La utilización de las aguas del subsuelo en las civilizaciones antiguas

El exponente más claro de la utilización de las aguas subterráneas en la antigüedad, fueron los khanats. Consisten estas obras en una galería que capta aguas subterráneas y las transporta, muchas veces, a largas distancias; en su zona de aguas arriba el khanat penetra por debajo de la zona saturada y capta sus aguas al producir una línea de menor potencial.

El origen de estas estructuras se pierde en la antigüedad, pero según De Camp (1963, pág. 66), en el año 714 a. C., Sargón II de Asiria invadió Armenia y destruyó los khanats que allí encontró, pero trasladó esta técnica a su país. Muchos khanats están todavía hoy en uso en muchas regiones del mundo. Nace (1969, página 285) afirma que en Persia funcionan hoy 25 000 khanats, el más largo de los cuales tiene 70 km. En el siglo VI a. C., se construyó en Egipto un extenso sistema de khanats que, según Tolman (1937), parece haber servido para regar una superficie de cerca de medio millón de hectáreas.

La construcción de pozos excavados, en el próximo Oriente, estuvo muy extendida. Su profundidad, por lo general, no sobrepasó los 50 m o 100 m, pero algunos eran de suficiente diámetro para tener dentro rampas por las que podían transitar burros. Las referencias en el libro del Génesis del Antiguo Testamento a la construcción de pozos y a los consecuentes problemas legales o políticos, son muy frecuentes.

Los sistemas de perforación de pozos desde la superficie del terreno no fueron conocidos hasta la Edad Media, con la excepción de China, donde, según Brantley (1961), hace unos 1500 años se practicó la perforación a percusión, basada en los mismos principios que hoy día utiliza la técnica moderna. Estas sondas estaban construidas, en buena parte, con madera y accionadas por fuerza humana. Sin embargo, gracias a la proverbial paciencia oriental, manteniendo el trabajo a lo largo de años, incluso décadas, las perforaciones llegaron a profundidades realmente sorprendentes: Bowman (1911) indica 1200 m y Tolman (1937) incluso 1500 m. Estas perforaciones no tenían por objeto obtener agua dulce, sino gas o agua salada.

1.3.2 La civilización greco-romana: primeras interpretaciones científicas

Suele ser generalmente admitido que la filosofía, y con ella, la ciencia, nacen hacia el siglo VII a. C. en las costas occidentales de Asia Menor, gracias al talento de una serie de pensadores que suelen ser englobados en la común denominación de Escuela Jonia.

La Escuela Jonia marca el comienzo de una época realmente sorprendente que duró menos de cuatro siglos. En ese tiempo y en un área geográfica tan reducida, se suceden una serie de figuras estelares, no sólo en el campo de la filosofía, de las matemáticas y de la física, sino también en las artes plásticas y en la literatura. El impacto de la cultura helénica en la posterior civilización romana primero, y después en la medieval y en la renacentista, no es fácilmente captado por los científicos o técnicos de nuestra época, que no suelen ser conscientes de que nuestra denominada civilización occidental, con su aprecio de la cultura y de la actividad intelectual, deriva algunas de sus categorías más básicas, de las ideas que, hace más de dos mil años, acuñó un pequeño conjunto de hombres excepcionales, que vivieron en una idílica y reducida zona del soleado mar Mediterráneo.

Los griegos fueron los primeros en elucubrar sobre el origen de las aguas subterráneas pero sus contribuciones pueden calificarse de estériles y contraproducentes. Su grande y merecido prestigio en muchas otras áreas del saber, condujo a que sus concepciones erróneas se consolidasen y fuesen admitidas, casi sin discusión, durante más de 20 siglos.

Las ideas de los pensadores helenos —es lógico— estuvieron influenciadas por el ámbito natural en el que vivieron. Las cuevas, los sumideros y las grandes fuentes, características de las formaciones calcáreas que cubren buena parte de la península balcánica y dan lugar a una

circulación kárstica típica, les llevaron a pensar que la lluvia sólo podía jugar un papel muy secundario en el origen de los ríos y las fuentes.

Los dos filósofos griegos que mayor influencia han tenido en la posteridad han sido Platón (428-347 a. C.) y Aristóteles (384-322 a. C.). Platón concibió que el agua de los ríos y fuentes procedía de una serie de conductos interconectados entre sí, que finalmente terminaban en una gigantesca caverna subterránea —El Tártaro— de la que procedían sus aguas. A su vez, todas las aguas de los ríos y fuentes volvían al Tártaro por los mismos conductos, o indirectamente, por los que conectaban el Tártaro con los mares. El mecanismo que hacía moverse estas aguas no era explicado.

Aristóteles (384-322 a. C.) fue un gran observador de la naturaleza. Su concepción del ciclo hidrológico está expuesta en su libro «Meteorología» y difiere de la de Platón, en que, supone que el agua de las fuentes procede de un conjunto de aberturas y conductos que hacen del terreno una especie de esponja. El agua de estos conductos procede de la condensación por enfriamiento del aire que los llena. Por esta razón —dice— los ríos más caudalosos nacen cerca de las grandes montañas.

La obra romana más interesante, desde el punto de vista de la Hidrología subterránea, es la del arquitecto Vitrubio, que vivió en los primeros años de nuestra era. En su libro «Architectura Libri Decem» dedica un capítulo al agua; en él se trata de los medios de localizar nuevas fuentes de agua, de las formas de captar esas fuentes y de su distribución en la ciudad; incluye también una disertación sobre las posibilidades de encontrar agua en los distintos tipos de suelos y de las relaciones entre los tipos de suelos y la calidad del agua. Vitrubio sostiene que el agua de la lluvia o de la fusión de la nieve se infiltra en el terreno y aparece de nuevo en las zonas bajas en forma de fuentes; parece ser, pues, el primero que expone una interpretación correcta del ciclo hidrológico; pero sus teorías fueron pronto olvidadas. Una cierta explicación de la concepción de Vitrubio puede estar en que su actividad tuvo lugar, en parte, en la región del Vesubio, en la que abundan los materiales volcánicos permeables, cuyo comportamiento facilita más la comprensión del ciclo hidrológico que los paisajes kársticos, en los que vivieron Platón y Aristóteles.

1.3.3 La Edad Media y el Renacimiento

Los pensadores y técnicos romanos aportaron pocas novedades a los conceptos y categorías de la cultura helénica, pero fueron capaces de asimilarla y difundirl concediéndole incluso la primacía sobre algunas aporta ciones propias, como las de Vitrubio, que en realidad superaron los conceptos helénicos del ciclo hidrológico.

La caída del Imperio romano de occidente en e siglo v, ante la invasión de los bárbaros, supone un congelación casi total del progreso científico durant casi ocho siglos. La cultura clásica, o mejor, lo poc que se salvó de ella, se refugió en los monasterios y fu rehaciéndose de modo muy lento en las escuelas mo nacales y catedralicias primero, y más tarde, en alguna escuelas palatinas. Entre ellas, la Escuela de Toledo jug un importante papel en el resurgimiento de la cultur occidental gracias a las traducciones al latín de las ve siones árabes de las obras de Aristóteles y de otros filó sofos griegos; entre otras, fue traducida la «Meteoro logía» de Aristóteles.

La actividad intelectual de los siglos XII y XIII supon un jalón muy importante en la historia de la cultur occidental. Ciertamente, fue la teología la rama d saber más cultivada, pero la utilización intensiva qu los teólogos hicieron de la filosofía helénica, tuvo u efecto fertilizante, del que bien puede decirse que, e gran parte, va a surgir toda la ciencia occidental, que es prácticamente, la ciencia de la humanidad.

La creación de las universidades por la Iglesia e el siglo XII inicia un método, hasta ahora no superado para conseguir la producción y transmisión de nuevo conocimientos. En esas universidades en el siglo XII comenzaron a oirse voces autorizadas como las d alemán Alberto Magno (1206-1280) y del inglés Roge Bacon (1214-1292) que sostuvieron que, al tratar d los problemas físicos solamente la experimentación tien fuerza y validez demostrativa. La frase de Bacon (Opu Maius, II, 167) «Sine experientia, nihil sufficienter sci potest»* merecería todavía hoy ser repetida con frecuen cia a todos los que se dedican a la investigación hidro geológica.

El desarrollo de la filosofía de Aristóteles y Plató en las universidades medievales, como es lógico, n condujo a perfeccionar las ideas que ambos filósofo tuvieron sobre el ciclo hidrológico. En cambio, la tecno logía de la construcción de pozos parece haber expe mentado un fuerte impulso; se inventó la técnica de l perforación a percusión, con varios siglos de retras sobre la técnica china, pero de modo totalmente ind pendiente. El impulso para este desarrollo procede am pliamente del descubrimiento de los pozos surgente primero en Flandes, hacia el año 1100 y algunas décad

* «Sin experiencia, nada puede ser conocido de modo suficiente

más tarde, en el sureste de Inglaterra y en el norte de Italia. Uno de los primeros pozos de los que se tienen datos históricos fue realizado en el año 1126 por unos monjes cartujos de la ciudad de Lilliers, en la llanura de Flandes. También hay noticia histórica de otros pozos surgentes perforados en Flandes y cuya energía se aprovechaba para mover un molino harinero (cfr. Davis y De Wiest, 1966, pág. 6). La perforación de este tipo de pozos tuvo un especial desarrollo en la región de Artois, en Francia, y sus pozos fueron tan famosos que todavía hoy, en casi todos los países, es frecuente que se utilice el término de pozo artesiano, como sinónimo de pozo surgente.

La técnica de la perforación a percusión occidental, no alcanzó hasta finales del siglo XIX y debido a la prospección de petróleo, profundidades superiores a 300 m, es decir, muy inferiores a las conseguidas en China muchos siglos antes.

Durante el Renacimiento hay dos nombres, Palissy y Leonardo da Vinci, dignos de especial interés por sus concepciones —en buena parte correctas— del ciclo hidrológico (cfr. Biswas, 1969), aunque éstas fueron prácticamente ignoradas en su época debido a que el prestigio casi mítico de las teorías de Aristóteles y Platón mantuvo en primer plano las ideas de los dos filósofos griegos hasta fines del siglo XVII.

1.3.4 Los fundadores de la Hidrogeología (1600-1860)

El siglo XVII marca el comienzo de la era de la Hidrología experimental. Pierre Perrault (1608-1680) en su libro «De l'origine des fontaines» informaba de sus medidas de la lluvia en la cuenca del Sena durante tres años; estimó el caudal anual del río y concluyó que era una sexta parte del volumen de la lluvia caída en la cuenca vertiente, probando así que la precipitación atmosférica era más que suficiente para explicar el caudal del río.

Edmé Mariotte (1620-1684), prácticamente realizó medidas de lluvia y caudales muy similares a los de Perrault, pero con mayor precisión en la medida de los caudales del río Sena, cerca de París, mediante el uso de flotadores, y llegó a conclusiones análogas a las de Perrault. Mariotte midió también la infiltración del agua de lluvia en una especie de lisímetro y observó que esta infiltración —de modo análogo al caudal de las fuentes— variaba con la lluvia, y de ahí dedujo que las fuentes también son alimentadas por el agua de lluvia.

El inglés Edmund Halley (1656-1742) más conocido como astrónomo, estudió, por decirlo así, la otra mitad del ciclo hidrológico. Midió experimentalmente la evaporación y llegó a la conclusión de que el agua evaporada de los mares y ríos es suficiente para producir la lluvia que alimenta a estos últimos.

En el siglo XVIII se aportaron técnicas o conceptos de mayor interés para la Hidrología general que para la Hidrología subterránea. Durante los siglos XVII y XVIII continuaron coexistiendo las teorías de Perrault y Halley con otras erróneas sostenidas por científicos de indudable categoría en otros campos. Por ejemplo, el astrónomo alemán Kepler enseñó que la tierra era semejante a un gigantesco animal que digería el agua del mar y como resultado de su metabolismo, producía el agua de las fuentes; parecidas fueron las ideas que el matemático alemán Kircher expuso en su «Mundus Subterraneus», publicado en 1665 y que durante muchos años fue un texto clásico en las universidades.

Aunque Perrault, Mariotte y Halley ya hicieron ver el papel de la infiltración y de la fase subterránea del ciclo hidrológico, es evidente que no puede hablarse de la existencia de una Hidrogeología con anterioridad a que fueran establecidos los principios fundamentales de la ciencia geológica en los finales del siglo XVIII y comienzos del XIX, gracias a la labor de algunos científicos europeos, especialmente Hutton y Smith en Inglaterra, Werner en Alemania y Brogniart en Francia.

De modo análogo al de otros autores (Biswas, Chow, Davis, Meinzer) que se han ocupado de la historia de la Hidrología o de la Hidrogeología, no se considera necesario detenernos a resumir aquí las vicisitudes por las que pasó el principio del «uniformismo» enunciado por Hutton en 1785, hasta que llega a imponerse como hipótesis de base, con general aceptación; ni la discusión entre «plutonistas» y «neptunistas»; ni el origen del principio de la «superposición»; se remite, para ello al lector interesado, a las obras de Adams, Cailleux o Pruvost, ya mencionados, o a la Introducción de la mayor parte de los tratados de Geología.

1.3.5 La Hidrogeología moderna (1860-1950)

El desarrollo en la Hidrogeología a lo largo de los últimos 100 ó 150 años, puede decirse que ha seguido dos líneas más o menos conectadas; la primera ha sido el estudio de la relación entre la geología y el agua del subsuelo, desarrollada por geólogos; la segunda, la aplicación de las leyes de la física para deducir el flujo del agua en las formaciones geológicas, llevada a cabo predominantemente por ingenieros hidráulicos. A estas líneas, se podría añadir una tercera, la técnica de explotación de las aguas subterráneas (perforación de pozos

y bombeo), que, aunque está íntimamente ligada a las dos anteriores, tiene en muchos sentidos personalidad propia.

1.3.5.1 Aspectos geológicos de la Hidrogeología. Según Davis y De Wiest (1966, pág. 10) es difícil asociar a nombres muy determinados el continuo progreso que se ha venido desarrollando en los aspectos más geológicos o de exploración de las aguas subterráneas.

En opinión de Meinzer (1942, pág. 18), el trabajo más sistemático y efectivo en este campo se debió inicialmente a los científicos franceses que fueron especialmente activos en la primera mitad del siglo XIX. Así, Belgrand, en 1846, publica su obra «Etude Hydrologique de la Partie Superieur de la Seine», en la que hace la distinción fundamental entre las formaciones permeables e impermeables; diez años más tarde el presbítero Paramelle publica «L'Art de découvrir sources», que tuvo amplia difusión e influencia en toda Europa. En 1887, aparece en tres volúmenes la obra de Daubrés que tiene por título «Les eaux souterraines a l'èpoque actuelle et a les èpoques ancienes», que puede ser considerada como uno de los primeros tratados de los aspectos geológicos de las aguas subterráneas. Imbeaux fue autor de numerosos trabajos desde finales de siglo, y sintetizó su experiencia en su «Essai de Hydrogeologie», aparecido en 1930. Martel fue otro entusiasta hidrogeólogo francés que trabajó especialmente en el campo del Karst; su obra más conocida es probablemente el «Nouveau Tràité des Eaux Souterraines». publicado en París en 1921. Citaremos por último el belga Fourmarier, cuya «Hydrogeologie» ha sido un texto bastante difundido hasta fecha relativamente reciente.

En Alemania, también tuvieron un fuerte impulso los estudios hidrogeológicos, siendo quizá las obras de síntesis más representativas de esta época, la de Keilhack, «Groundwasser und Quellenkunde» aparecida en Berlín en 1912, y la de Prinz, «Handbuch der Hydrologie», que ve la luz pública también en Berlín, siete años más tarde.

El número de geólogos competentes de los EE.UU. que se han ocupado de las aguas subterráneas supera probablemente al del resto de los países del mundo. Destaca entre ellos de modo claro, Meinzer, cuyo principal mérito fue la labor de síntesis y estructuración de la Hidrogeología y el fuerte impulso que dio a estos estudios en el U.S. Geological Survey, donde desarrolló la mayor parte de su actividad. En el aspecto docente, la obra de Tolman (1937) «Ground Water» ha sido probablemente el texto en lengua inglesa de más amplio uso hasta la pasada década.

1.3.5.2 Aspectos hidrológicos de la Hidrogeología. Los sucesivos avances en el campo de la Hidrología y de la mecánica de fluidos, aplicada a la fase subterránea del ciclo hidrológico, son más fácilmente identificables pues frecuentemente, van unidos a la publicación de artículos que justifican teórica o experimentalmente, alguna ley o fórmula.

La hora cero de este desarrollo puede decirse que es el trabajo del ingeniero francés Henry Darcy, titulado «Les fontaines publiques de la ville de Dijon», que vio la luz en 1856. Darcy fue el primero que estableció la ley matemática que rige el flujo del agua subterránea, si bien Hagen y Poiseuille habían encontrado una ley equivalente pocas décadas antes, al estudiar el flujo laminar en tuberías.

Sólo siete años más tarde, en 1863, otro francés, Jules Dupuit es el primero en aplicar la ley de Darcy para calcular el flujo del agua a un pozo, en su obra «Études theoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux decouverts et à travers des terrains perméables».

La contribución alemana más notable fue hecha por Adolph Thiem (1836-1908), que analizó los problemas referentes al flujo del agua hacia los pozos y hacia las galerías. Intentó estudiar el régimen transitorio, pero los resultados —como él mismo admitió— fueron de poca utilidad práctica. Ensayó también el uso de trazadores con resultados desiguales. Los trabajos de Adolph Thiem fueron continuados y desarrollados por Günther Thiem, cuya obra «Hydrologische Methoden», publicada en Leipzig en 1906, contribuyó notablemente a la utilización de las aguas subterráneas para el abastecimiento de las ciudades alemanas.

El artículo del austríaco Forchheimer «Ueber die Ergebigkeit von Brunnen Anlagen und Sickerschkitzen», publicado en 1886, señala la primera aplicación del cálculo diferencial (teoría de campos), al flujo del agua subterránea. No obstante, tuvieron que pasar más de 40 años antes de que se escribiese el primer tratado sistemático de mecánica de fluidos aplicado al flujo subterráneo, que fue la obra de Muskat aparecida en 1937, que lleva por título «The Flow of homogeneous fluids through porous media». Es un libro que todavía conserva su valor de texto y consulta.

Dos años antes, en 1935, el norteamericano Theis publica una fórmula para el estudio del flujo a los pozos en régimen transitorio. La fórmula de Theis ha sido desarrollada posteriormente por multitud de autores, aplicándola a situaciones más complejas al cambiar las condiciones en los límites.

Otro jalón importante en este campo lo marca el tra-

bajo de Hubbert, titulado «The Theory of Ground-Water motion», publicado en el Journal of Geology en 1940. Hubbert dedujo la ley de Darcy a partir de las ecuaciones generales de Navier-Stokes e introdujo el concepto de potencial de fuerza más general que el concepto de potencial de velocidad introducido por Forchheimer.

La investigación del flujo del agua subterránea mediante modelos analógicos, matemáticos o mixtos, constituye probablemente, el avance más importante del último cuarto de siglo, y, posiblemente, marcará la línea esencial de investigación en lo que resta del siglo XX. Sin embargo, la proximidad temporal de las publicaciones correspondientes hace que no sea éste el lugar oportuno para tratar de ellos.

1.3.5.3 Las técnicas de explotación. Las técnicas de exploración y explotación de aguas subterráneas han experimentado un extraordinario desarrollo en los últimos años, utilizando, en buena parte, la experiencia aportada por la exploración del petróleo.

Quizás el avance más significativo aportado por la investigación del petróleo a la Hidrogeología haya sido el desarrollo de la técnica de perforación de pozos. Las grandes profundidades alcanzadas en los pozos de petróleo sólo han sido económicamente posibles gracias a la técnica de rotación directa, utilizada inicialmente con agua normal y tubería de revestimiento, cuando el terreno tendía a derrumbarse. A partir de 1890 se pudo comprobar que la utilización de lodos espesos podía sustituir, con ventaja, a la entubación y avanzar de modo mucho más rápido y económico. A principios de siglo, el método fue utilizado intensivamente en los campos petrolíferos de Texas (cfr. Brantley, 1961) y desde entonces, su uso y perfeccionamiento han ido en continuo aumento.

La perforación de pozos para agua se ha inspirado mucho en las técnicas del petróleo, ya que los pozos de agua rara vez tienen que alcanzar las profundidades necesarias en las investigaciones petrolíferas. No debe pensarse, sin embargo, que todos los avances en la construcción de pozos de agua son un subproducto de los avances de la técnica petrolífera. En efecto, muchas innovaciones son consecuencia directa de problemas específicos de la Hidrogeología, entre los que cabe citar: la perforación a rotación con circulación inversa, cuyo uso se hace cada vez más frecuente para los pozos en rocas no consolidadas; la técnica de los filtros o paquetes de grava; algunas técnicas de desarrollo de pozos, etc.

Otro factor decisivo en la mayor utilización de las aguas subterráneas, en lo que va de siglo, se debe al perfeccionamiento en la fabricación de bombas de turbina o rodetes, que tuvo lugar entre los años 1910 y 1930. Antes de esa época, los pozos con nivel freático profundo tenían que ser explotados con bombas de pistón de baja capacidad y pobre rendimiento, o bien era precisa la construcción de pozos de gran diámetro para alojar en su fondo bombas rotativas de aspiración. Las nuevas bombas de turbinas sumergidas, con motor en cabeza de pozo o sumergible, tienen un alto rendimiento y permiten extraer caudales muy importantes, superiores a 100 l/s, en pozos de diámetros normalmente no mayores de 400 ó 500 mm., y desde profundidades limitadas únicamente por el coste del consumo de energía.

Las mejoras recientes en los materiales para la construcción de rejillas de pozos (acero inoxidable, everdur, plástico, madera, etc.), están permitiendo también una mayor economía en el precio del agua subterránea, al alargar la vida útil de los pozos.

1.3.6 La Hidrología subterránea en España*

Hasta épocas muy recientes —y con algunas raras pero valiosas excepciones— puede asegurarse que en España los estudios de aguas subterráneas han estado mucho más vinculados a la investigación geológica que a la hidrológica. Probablemente esta situación es consecuencia de la organización administrativa de las aguas, que está vigente en la legislación española desde hace un siglo, y ha establecido, de hecho, una separación antinatural entre las aguas superficiales y las subterráneas. Por ello, es lógico que la mayor parte de los trabajos importantes de la Hidrología subterránea estén en España íntimamente relacionados con el desarrollo de la Geología.

Como muestran Albareda (1951, pág. 355-361) y Solé (1947, pág. 5-10) la Geología fue una de las pocas actividades científicas que, durante el siglo XIX tuvieron en España un desarrollo casi paralelo al de los países europeos más avanzados. Los núcleos fundamentales de labor durante el pasado siglo fueron en Madrid el Instituto Geológico y Minero, y el Museo Nacional de Ciencias Naturales; en Barcelona, el Seminario Conciliar.

Los primeros estudios hidrogeológicos publicados, se deben a la actividad del grupo de ingenieros de minas que constituyó la Comisión del Mapa Geológico Nacional (organismo que luego se transformó en el Instituto Geológico y Minero). Casi todas las Memorias provin-

* Sobre este tema se aconseja leer también el trabajo de F. Martínez Gil, «Notas sobre la Historia de la Hidrogeología Española» Agua números 67 y 68, publicado con posterioridad a la redacción del presente capítulo.

ciales, cuya publicación comienza en 1873, dedicaron un capítulo a las cuestiones de aguas, tanto superficiales como subterráneas, si bien suelen tener un carácter esencialmente descriptivo (cfr. Cortázar, 1875).

En 1880, Vilanova y Piera, catedrático de Paleontología de la universidad de Madrid, publica el libro «Teoría y Práctica de los Pozos Artesianos y Arte de Alumbrar Aguas», que según el autor (pág. 16), fue el primer libro de este género, escrito por un español. Este libro presenta un notable interés pués su autor une a su condición de «geólogo puro», avalada por múltiples y excelentes publicaciones, su sentido práctico adquirido por la intervención directa en la perforación de pozos, algunos de los cuales se efectuaron por cuenta suya (cfr. op. cit. pág. 519-520).

En 1896, el ingeniero de caminos catalán Moragas publica un extenso y excelente trabajo sobre el acuífero del delta del Besós, que probablemente es el primer estudio cuantitativo y con criterio ortodoxo de Hidrología subterránea, publicado en la lengua de Cervantes. Desgraciadamente, el camino iniciado por Moragas no tuvo continuadores.

En 1900, el ingeniero de minas, Bentabol y Ureta publica «Las Aguas de España y Portugal», que es probablemente el estudio hidrológico de conjunto más importante realizado hasta aquella fecha, aunque algunas de sus conclusiones sean más políticas que científicas.

Los ingenieros de minas del Instituto Geológico y Minero continuaron ocupándose, con frecuencia, del tema de las aguas subterráneas, como demuestran, por ejemplo, los trabajos de Dupuy de Lôme (1917 y 1924), Gavala y Goded (1930), Mendizábal y Cincúnegui, (1914), Benito (1943), Novo y Benito (1944 y 1945), García Siñeriz (1933 a 1953), etc. Por lo general, estos trabajos adolecen de un exceso de información geológica y, en cambio, escasean los datos hidrológicos concretos y su valoración de acuerdo con las teorías de la época. Los trabajos de Thiem, Forchheimer, Meinzer, Muskat, Theiss, etc., parecen ser con frecuencia desconocidos, o al menos, no tenidos en cuenta.

En lo que respecta a la geología universitaria, el panorama no es más optimista; las publicaciones de Fernández Navarro (1914-1922), Faura y Sans (1909 y 1922), Ferrando (1925), Darder Pericás (1932), etc., siguen también la línea puramente descriptiva o geológica e ignoran los adelantos básicos, de la Hidrología subterránea, de sus contemporáneos. Darder Pericás (1932), dedica incluso una buena parte de su actividad al estudio y defensa de la Radiestesia o Rabdomancia.

En lo que respecta a los ingenieros hidráulicos, después del trabajo de Moragas, prácticamente no se vuelve a escribir sobre hidrología subterránea hasta la obra de Benítez (1963), en la que, por primera vez, se exponen en España, aunque sea de modo muy resumido y algo incompleto, las teorías modernas de hidráulica de pozos. En el campo de la técnica de perforación de pozos es interesante la obra de Mesa Ramos (1929).

Mencionaremos por último, dos organismos que en los últimos tiempos han trabajado con intensidad en el desarrollo de las aguas subterráneas. El primero es el Servicio Geológico del Ministerio de Obras Públicas, creado en 1926 (cfr. Catena, 1948); el segundo, el Servicio de Aguas Subterráneas del Instituto Nacional de Colonización, creado en 1939 (cfr. Murcia, 1970).

Sería pesimista y poco objetivo terminar este apartado sin hacer siquiera una alusión al notable desarrollo que, desde mediados de los años sesenta, están teniendo en España los estudios hidrogeológicos. Sin embargo, el análisis de este desarrollo no corresponde a este capítulo de tipo histórico, habida cuenta de su proximidad temporal y de la participación que en él han tenido los autores de este libro.

1.4 FUENTES DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA SOBRE HIDROLOGÍA SUBTERRÁNEA

La transmisión y utilización de la información científica plantea problemas cada vez más importantes en casi todas las áreas del saber humano, debido, en gran parte, a la avalancha de literatura científica que continuamente se produce. Por otra parte, el desarrollo es tan rápido que si se deja de estudiar durante unos cuantos años, es fácil quedar considerablemente desfasado de las técnicas modernas del área específica de trabajo, sea ésta la que fuere.

No se va a tratar aquí de los problemas que plantea la avalancha de literatura hidrogeológica (cfr. Llamas, 1970). Simplemente se va a dar ahora una relación de libros de texto generales y de las publicaciones que más frecuentemente se van a citar en las distintas secciones de la presente obra.

1.4.1 Selección de libros de texto

Los libros de texto son un elemento imprescindible para los estudiantes. Por otra parte, dado el rápido desarrollo de la Hidrogeología y sus múltiples especializaciones, probablemente la mejor forma de mantener una concepción puesta al día del conjunto de la ciencia Hidrológica o de algunos de sus aspectos básicos, sea

la lectura de los libros de texto que resumen de un modo sistemático las adquisiciones de los últimos años.

Damos a continuación una relación de algunos de los libros recientes que nos parecen más útiles. Hemos añadido a la lista unos pocos títulos más antiguos, que por su clara concepción de los problemas, todavía tienen hoy interés. Para un análisis del contenido de estos y otros libros de texto, puede consultarse la publicación *«Textbooks in Hydrology»* de la UNESCO cuya primera edición es de 1970 y la segunda está en preparación.

Hidrología General

CHOW, VEN TÉ: *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill, 1964.
HERAS, R. et alt.: *Manual de Hidrología*, Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1972.
LINSLEY, R. K. et alt.: *Hydrology for Engineers*, McGraw-Hill, 1958.
MEINZER, OSCAR, E.: *Hydrology*, Dover, 1942.
REMENIERAS, G.: *L'Hydrologie de l'ingénieur*, Eyrolles, 1960.
ROCHE, M.: *Hydrologie de Surface*, Gauthier-Villars, 1963.
ROUSE, HUNTER: *Engineering Hydraulics*, J. Wiley, New York, 1950.
WARD, R. C.: *Principles of Hydrology*, McGraw-Hill, 1967.

Hidrogeología general o Hidrología subterránea

A.S.C.E.: *Ground Water Management*, Technical Manual No. 40, 1972.
BENÍTEZ, ALBERTO: *Captación de Aguas Subterráneas*, Dossat, Madrid, 1972.
DAVIS, STANLEY N. & DE WIEST, ROGER, M.: *Hydrogeology*, Wiley, New York, 1966. Traducción española, Ariel, 1972.
CASTANY, G.: *Prospección y Explotación de las Aguas Subterráneas*, Ediciones Omega, S. A., Barcelona, 1975.
CEDERSTROM, D. J.: *Agua Subterrânea*, Aliança para o Progresso, Rio de Janeiro, 1964.
DE WIEST, ROGER M.: *Geohydrology*, Wiley, New York, 1965.
HEATH, RALPH C. & TRAINER, FRANK W.: *Introduction to Ground Water Hydrology*, McGraw-Hill, 1968.
SCHOELLER, H.: *Les Eaux Souterraines*, Masson, París, 1962.
SOIL CONSERVATION SERVICE: *Ground Water (in National Engineering Handbook)*, U.S. Dept. of Agriculture, 1968.
TODD, DAVID K.: *Ground Water Hydrology*, J. Wiley, New York, 1959.

Teoría del flujo del agua subterránea

KRUSEMAN DE RIDDER: *Analysis and Evaluation of Pumping Test Data*, International Institut for Land Reclamation and Improvement. Wageningen, Holanda.
BEAR, Y., IRMAY, S. & ZASLAVSKY, D.: *Phisical Principles of Water Percolation and Seepage*, UNESCO, 1968.
CEDERGREEN, HARRY R.: *Seepage, Drainaje and Flow Nets*, Wiley, New York, 1967.
HARR, MILTON E.: *Ground Water and Seepage*, McGraw-Hill, 1962.
MUSKAT, M.: *The Flow of homogeneus Fluids through porous media*, McGraw-Hill, 1937.
POLUBARINOVA-KOCHINA P.: *Theory of Ground Water Movement*, Princeton Univ. Press, 1962.
SCHNEEBELI, G.: *Hydraulique Souterraine*, *Eyrolles*, Paris, 1966.
WALTON, WILLIAM C.: *Selected analytycal methods for wells and aquifer evaluation*, Illinois State Water Survey, 1962.
DE WIEST, R. J. M.: *Theory of Flow through Porous Media*, Academic Press, 1968.

Hidroquímica, hidrogeoquímica y trazadores

CATALÁN, J.: *Química del Agua*, Ed. Blume, Madrid, 1969.
CUSTODIO, E.: *Notas sobre Hidroquímica*, Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental, 1965.
HEM, J. D.: *Study and Interpretation of the Chemical characteristics of Natural Water*, U.S. Geological Survey, 1959.
RAINWATER, F. H. & TATCHER, L. L.: *Methods for Collection and Analysis of Water Samples*, U.S. Geological Survey, 1960.
AGENCIA INTERNACIONAL DE ENERGÍA ATÓMICA: *Guidebook on Nuclear Techniques in Hydrology*, A.I.E.A., Viena, 1968.

Construcción de pozos

ANDERSON, K. E.: *Water Well Handbook*, Missouri Water Well Ass. 1963.
ANÓNIMO: *Ground Water and Wells*, Johnson, E. Inc., 1966.
MURCIA, A.: *Aguas Subterráneas. Prospección y Alumbramiento*, Ministerio de Agricultura, 1960.
VARIOS AUTORES: *Ponencias I Seminario Técnicas Modernas Construcción de Pozos*, Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua, 1968.

1.4.2 Publicaciones especializadas

Son muy numerosas las publicaciones que actualmente contienen artículos de investigación básica o aplicada a la Hidrología. Su enumeración completa resultaría excesivamente larga. Nos limitaremos pues a reseñar aquellas publicaciones que más frecuentemente contienen artículos en relación con la Hidrología subterránea. Puede decirse que casi las dos terceras partes de las publicaciones de interés se escriben en inglés y de ellas, casi la totalidad, se editan en los Estados Unidos de América (cfr. Eaton, 1969).

Ground Water es una revista bimensual que se publica

desde 1963, por la National Water Wells Association, de U.S.A.; es probablemente la revista de mayor difusión mundial dedicada exclusivamente al tema del agua subterránea. Sus artículos suelen ser de investigación aplicada. Es, quizás, la revista más interesante para el hidrogeólogo profesional.

Water Well Journal, es una revista mensual que edita también la National Water Well Association, y que está especialmente destinada, como su nombre indica, a los constructores de pozos. Contiene a veces, sin embargo, artículos interesantes de divulgación en cuestiones de Hidrología subterránea.

Ground Water Age, es la tercera revista, también mensual, que edita la N. W. W. A., y su finalidad primordial parece ser promover la industria en conexión con la explotación de aguas subterráneas. Prácticamente todos sus artículos son de divulgación.

La International Association of Scientific Hydrology, publica desde 1955 un Boletín trimestral en el que casi siempre figuran varios artículos hidrogeológicos. Además, suele publicar uno o dos volúmenes al año, que corresponden a sus Asambleas Generales y a los Simposiums que organiza sobre diversos temas especializados.

En 1963 comenzó también a ser publicada, por una editorial holandesa otra revista trimestral, el *Journal of Hydrology,* en el que cooperan autores de todo el mundo, con artículos en lengua inglesa. También una buena parte de los artículos se refieren a Hidrogeología.

En 1965 comienza a publicarse una revista mensual, *Water Resources Research,* que edita la American Geophysical Union y que es en realidad una sucesora de los Transactions de la A. G. U., en los que se han publicado algunos de los artículos más conocidos en el campo de la Hidrología subterránea. Es probablemente, la revista de mayor difusión en la actualidad, con unos 4000 suscriptores, de los cuales, las tres cuartas partes están en U.S.A.

Otras publicaciones de asociaciones americanas, como los *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* (especialmente en su *Sanitary, Hydraulics and Irrigation and Drainage Divisions); el Bulletin of the Geological Society of America;* el *Journal of the American Water Works Association* y el *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists,* contienen también, con relativa frecuencia, artículos de Hidrología subterránea.

A nivel de divulgación, pero, por lo general, de interés práctico para la construcción de pozos, es útil leer el *Johnson Drillers Journal,* editado por la firma Edward E. Johnson, que se dedica a la fabricación de rejillas de pozos.

Dentro de Europa, quizás la publicación más específica sobre el tema es la Sección 3 del *Bulletin du Bureau de Recherches Geologiques et Minières,* de Francia, que ha sustituido a la antigua *Chronique d'Hidrogéologie.* Es una publicación trimestral.

Desde 1962, la American Geophysical Union, publica la revista *«Soviet Hydrology»,* en la que se presenta la versión inglesa de los artículos más significativos aparecidos cada año en Rusia.

En España, los artículos sobre Hidrogeología solían aparecer en distintas revistas, siendo probablemente las más frecuentes el *Boletín y Notas y Comunicaciones del Instituto Geológico y Minero,* la *Revista de Obras Públicas* y el *Boletín del Servicio Geológico de Obras Públicas.*

En los 3 ó 4 años últimos, el mayor número de comunicaciones científicas publicado en España sobre Hidrología general e Hidrogeología, ha sido debido a la iniciativa del Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua, a través de su revista bimensual *Agua* o de los suplementos científicos de dicha revista, que contienen las comunicaciones presentadas en los diversos Congresos sobre el Agua u otras reuniones científicas, promovidas por el C.E.I.A.A. En 1970, el Instituto de Hidrología del Consejo Superior de Investigaciones Científicas comienza la publicación de una revista trimestral, titulada *Hidrología* y dedicada totalmente a los temas hidrológicos. Por último, mencionaremos, tres grupos de publicaciones que, sin tener un carácter periódico, suelen contener una información científica y técnica de gran interés. Nos referimos a las publicaciones del *U.S. Geological Survey, (Water-Supply Papers, Professional Papers y Circulars),* a los *Bulletins of the Department of Water Resources of California* y a los *Technical Reports* y *Bulletins of the Illinois State Water Survey.*

Capítulo 5.2

Los acuíferos o embalses subterráneos

2.1 INTRODUCCIÓN

Dentro de esta obra, la palabra acuífero y en menor proporción, otras tales como acuícludos, acuitardos y acuífugos aparecerán muchas veces. Ello se debe a que la Hidrología subterránea, o la Hidrogeología para algunos autores, se centra en el estudio de aquellas formaciones geológicas que pueden proporcionar agua en cantidades suficientes para subvenir a las necesidades humanas. En realidad, se puede apreciar fácilmente que toda la problemática e interés científico y práctico (muy importante en el caso de una materia tan necesaria como es el agua) de su estudio, se polariza hacia un cada vez más perfecto conocimiento del funcionamiento de los acuíferos, su recarga, o alimentación, relaciones con el medio geológico que los alberga, relaciones con otros acuíferos, influencias que el hombre puede provocar en el mismo, etc.

En este sentido, la palabra acuífero, se ha generalizado en gran manera desde hace pocos años hasta hoy, especialmente en España, país de características áridas o semiáridas en la mayor parte de su territorio, y además, a la cada vez mayor demanda de agua, que ha potencializado, en parte, el estudio de los recursos hidráulicos subterráneos de muchas zonas.

Por todas estas razones parece lógico estudiar en este tema de conceptos básicos, los acuíferos en general, las formaciones geológicas, o mejor dicho litológicas, que pueden constituir acuíferos, los parámetros esenciales de los mismos (permeabilidad o conductividad hidráulica, coeficiente de almacenamiento, transmisividad y porosidad) y proceder, finalmente a una clasificación de los acuíferos. Este es, resumido, el contenido del presente capítulo.

2.2 DEFINICIÓN DE ACUÍFERO, ACUÍCLUDO, ACUITARDO Y ACUÍFUGO

En la Hidrología subterránea, se denomina acuífero a aquel estrato o formación geológica que permitiendo la circulación del agua por sus poros o grietas, hace que el hombre pueda aprovecharla en cantidades económicamente apreciables para subvenir a sus necesidades.

Si se analiza detenidamente esta definición, (del latín aqua = agua y fero = llevar), se aprecia que el agua encerrada en una formación geológica cualquiera (gravas de un río, calizas muy agrietadas, areniscas porosas) puede estar ocupando ya sea los poros o vacíos intergranulares que presenta la misma, ya sean las fracturas, diaclasas o grietas que también pueden darse. En este sentido algunos autores especialmente franceses, emplean las denominaciones de acuíferos por porosidad y acuíferos por fracturación o fisuración para cada uno de los casos anteriores.

La idea de un aprovechamiento económico del agua encerrada en un acuífero, aún siendo relativa en sí misma, ya que puede ser tan importante la obtención de 100 o más litros por segundo para una industria papelera, como la obtención de 1 l/seg para los habitantes de una pequeña aldea sita en una zona especialmente árida, sugiere la idea de que, en realidad formaciones geológicas de que puedan considerarse como totalmente impermeables no existen, puesto que aún un nivel de pizarras arcillosas puede poseer un nivel de alteración superficial que permita una pequeña circulación de aguas subterráneas, y por lo tanto constituya un acuífero, quizá muy pobre, pero acuífero al fin y al cabo.

Como ejemplos del término anterior se pueden citar los aluviones de los ríos, formados por una mezcla de

gravas y arenas, las areniscas poco cementadas, algunos tipos de rocas volcánicas, formaciones calcáreas muy karstificadas, etc.

Por el contrario, un acuícludo (del latín claudere = encerrar o cerrar) se define como aquella formación geológica que conteniendo agua en su interior, incluso hasta la saturación no la transmite y por lo tanto no es posible su explotación. Dentro de este grupo pueden incluirse los cienos y légamos (arcillas por lo general) de origen deltaico y/o de estuario, que a pesar de poseer enormes cantidades de agua (superiores al 50 % en volumen) no son hidrogeológicamente aptos para la construcción de captaciones de aguas subterráneas.

El tercero de estos términos, es decir, acuitardo, (del latín tardare = retardar) hace referencia a la existencia de numerosas formaciones geológicas que, conteniendo apreciables cantidades de agua la transmiten muy lentamente por lo que tampoco son aptos para el emplazamiento de captaciones, pero sin embargo, bajo condiciones especiales permiten una recarga vertical de otros acuíferos, que puede llegar a ser muy importante en ciertos casos. Por ejemplo, un nivel de arcillas limosas o arenosas puede comportarse como un acuitardo, si está dispuesto encima o debajo de un acuífero más importante, al cual puede recargar, o incluso recibir agua del mismo.

Finalmente, se denomina acuifugo (del latín fugere = huir) a aquellas formaciones geológicas que no contienen agua ni la pueden transmitir, como por ejemplo, un macizo granítico no alterado, o unas rocas metamórficas sin apenas meteorización ni fracturación.

2.3 FORMACIONES GEOLÓGICAS COMO ACUÍFEROS

No todas las formaciones geológicas, o rocas en general, poseen, la misma facilidad para transmitir y proporcionar agua en cantidades apreciables económicamente. Las diferencias, en este aspecto, entre los aluviones de un río y un macizo granítico poco alterado, por ejemplo, son bien evidentes.

Siguiendo a Todd (1959, págs. 26-27), los acuíferos que se presentan con mayor frecuencia están formados por depósitos no consolidados de materiales sueltos, tales como arenas, gravas, mezclas de ambos, etc., pudiendo ser su origen geológico muy distinto: fluvial, como los que forman los materiales aluviales de los ríos o las terrazas de los mismos; deltaico, si se trata de depósitos acumulados en la desembocadura de los ríos; depósitos sedimentarios ocasionados por la acumulación de partículas transportadas por la gravedad (piedemontes), viento (dunas y/o loess), hielo (depósitos glaciares), etc.

Debido, en general a sus buenas condiciones de recarga (buena porosidad, existencia de masas o corrientes de agua que los recargan), a su permeabilidad (ver apartado 2.4 de este capítulo) y poca profundidad de su nivel piezométrico, suelen dar notables caudales de agua si se explotan convenientemente.

De entre las rocas sedimentarias consolidadas que encierran el 95 % de las aguas subterráneas para el conjunto de la tierra (véase *Ground Water and Wells*, página 30) la más importante es la caliza, roca formada casi exclusivamente por carbonato de calcio, que varía enormemente en densidad, porosidad, y permeabilidad, de acuerdo con el ambiente sedimentario existente en su formación y el desarrollo posterior de zonas permeables por disolución del carbonato (es decir, la formación de un «karst»), que pueden llegar a formar verdaderos «ríos subterráneos» y toda una morfología especial en los que en algunos casos no cabe hablar de la transmisibilidad y permeabilidad, debido a que no se cumple el régimen laminar por las grandes dimensiones de las fisuras. Además, muchas de las fuentes o surgencias famosas por su caudal (como la fuente de Vaucluse en Francia) o su posición submarina (como las de La Falconera, en Garraf [Barcelona]) poseen un origen kárstico.

Sin embargo estas rocas si no están carstificadas, suelen ser poco permeables lo mismo que las margas, intermedias entre las calizas y las arcillas. Los conglomerados y areniscas, considerados como gravas y arenas cementadas, ven disminuida su porosidad y permeabilidad a causa del cemento que las une y da cohesión. De esta forma, si éste ha desaparecido en parte, debido a una disolución química o bien no rellenó totalmente los poros intergranulares, pueden ser objeto de explotación como acuíferos. Cabe recordar aquí que el vocablo «artesiano» procede de la región de Artois, cerca de París por haberse construido el primer pozo «artesiano» o surgente en las conocidas arenas verdes del cretácico de la cuenca parisina (Bellair y Pomerol, 1968, pág. 278). Otro acuífero de este tipo es el conocido con el nombre de arenas y areniscas cretácicas del Sahara, con caudales de hasta 500 l/seg por pozo (Bellair y Pomerol, 1968, página 279).

En las rocas volcánicas es difícil establecer una clasificación de las mismas respecto si constituyen o no buenos acuíferos, puesto que depende de las características físicas y químicas y de las propias rocas, y de la erupción que las originó, del grado de alteración, edad,

etcétera, ya que si aquella es escoriácea, con grandes intersticios, puede constituir excelentes acuíferos. Hasta la fecha, los valores más altos de la transmisibilidad se han hallado en basaltos recientes (Davis y De Wiest, 1967, pág. 333), pero si es densa y compacta, como algunas riolitas y basaltos, por ejemplo, sus propiedades hidrológicas serán muy pobres.

Finalmente, en las rocas ígneas y metamórficas (granitos, dioritas, gabros, pizarras y esquistos) las únicas posibilidades de formar buenos acuíferos residen en la zona alterada superficial, o en las regiones muy fracturadas por fallas y diaclasas que permitan una apreciable circulación de agua, pero de todos modos, constituyen los peores acuíferos en cuanto a rendimiento en caudal. Como antes se ha indicado, cuando ambos tipos de rocas están poco o nada alterados pueden considerarse como acuífugos.

2.4 PARÁMETROS HIDROLÓGICOS FUNDAMENTALES

Considerando los acuíferos mencionados como sistemas físicos que poseen un cierto funcionamiento, regulado por la recarga, extracciones, etc., se comprende que deben poseer unas ciertas características fundamentales de las cuales dependa aquél. Así, estas características o parámetros permiten definir y en algunos casos, predecir, el funcionamiento o respuesta del acuífero frente a unas determinadas acciones exteriores.

Estos parámetros son, concretamente, la porosidad, la permeabilidad (la transmisividad no es sino un producto de la permeabilidad por un espesor saturado) y el coeficiente de almacenamiento. En este capítulo se dan las nociones elementales de los mismos, mientras que en la sección 8 se discuten detalladamente cada uno de ellos, y se explica su determinación e importancia en la Hidrología subterránea.

2.4.1 Porosidad

La porosidad de un material viene expresada por la relación entre el volumen de su parte vacía u ocupada por aire y/o agua y su volumen total.

Si se considera un cierto volumen de una muestra de una roca o suelo cualesquiera se puede distinguir:

a) Volumen de la parte sólida (V_s)

b) Volumen de huecos (V_v)

c) Volumen total ($V_t = V_v + V_s$)

En este supuesto la porosidad sería

$$m = \frac{V_v}{V_t}$$

No se debe confundir este concepto con el de índice de huecos usado en mecánica de suelos que viene dado por la relación

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

El tipo de empaquetado de las partículas que componen una roca, determina el tipo de poro, y asimismo la porosidad total.

En la mayoría de los libros de hidrogeología se encuentra la clasificación de Meinzer relacionando la estructura de las rocas con su porosidad tal como se expresa en la figura 8.13, ordenándolas de mayor a menor:

1. Depósito sedimentario de granulometría homogénea y gran porosidad.
2. Depósito sedimentario de granulometría heterogénea y escasa porosidad.
3. Depósito sedimentario de granulometría heterogénea y porosidad media.
4. Depósito sedimentario de granulometría homogénea cuya porosidad ha disminuido por cementación de sus intersticios con materias minerales.
5. Roca con huecos originados por disolución. Suele presentarse en calizas, yesos, etc.
6. Roca con huecos originados por fracturación.

En la porosidad influyen varios factores, entre los que distinguiremos los siguientes:

a) Forma de los granos que determina la forma y dimensiones de los poros.

b) Disposición de los granos, con relación a la cual pueden citarse las seis agrupaciones de un mismo tamaño de grano citadas por Slichter y Granton y Fraser (fig. 8.9 de la sección 8).

c) Tamaño del grano. Su influencia en la porosidad es manifiesta, tal como se observa en la figura 8.13, asimismo perteneciente a la sección 8.

En la práctica no es frecuente encontrar uniformidad en los granos. Por tamizado y sedimentación se establece la granulometría del material en cuestión, aunque la determinación de la porosidad a partir de su granulometría es muy difícil de establecer si se considera que alguno de los factores determinantes de la porosidad (empaquetamiento, por ejemplo) no quedan reflejados en una granulometría, lo que hace que los valores halla-

dos a través de ensayos de este tipo deben tomarse con mucha reserva.

Evidentemente, lo dicho anteriormente no sirve para las rocas que presentan permeabilidad por disolución o fracturación, como es el caso de las rocas calcáreas y en algunos casos, de los materiales salinos (halita, yesos, anhidrita).

2.4.1.1. Porosidad eficaz y retención específica. Sin embargo, de las reservas en agua del suelo sólo es recuperable mediante captaciones la gravífica, que es una parte de la porosidad total.

El agua de retención viene expresada por la capacidad de retención específica del terreno m_s definida por la relación

$$m_s = \frac{V_s}{V_t} 100$$

siendo V_s el volumen del agua retenido por la roca inicialmente saturada una vez evacuada el agua gravífica.

El volumen de agua contenido en una roca, liberada por la acción de la gravedad y que se denomina V_e (volumen de agua libre) está determinado por la porosidad eficaz m_e, es decir:

$$m_e = \frac{V_e}{V_t} 100$$

Por lo tanto, la capacidad de retención específica, es igual a la diferencia entre la porosidad total m_t y la porosidad eficaz m_e, es decir:

$$m_t = m_e + m_s$$

La porosidad eficaz no representa más que una porción a menudo pequeña de la porosidad total. Esta observación es importante puesto que las reservas útiles de un material acuífero están condicionadas por la porosidad eficaz.

Diversos valores de m_t, m_e y m_s, así como su determinación pueden verse en el tema 8.

2.4.2 Permeabilidad o conductividad hidráulica

En 1856, el ingeniero francés Henry Darcy, descubrió la ley que regula el movimiento de las aguas subterráneas midiendo el caudal Q en función de la permeabilidad de los materiales estudiados y observó que (figura 5.1) éste equivalía a

$$Q = k A \frac{h}{l}$$

siendo k el coeficiente de permeabilidad, A = área de la sección, a través de la cual se produce el flujo del agua, h la diferencia de carga entre la entrada y la salida de la vasija y l el recorrido que debe realizar el agua.

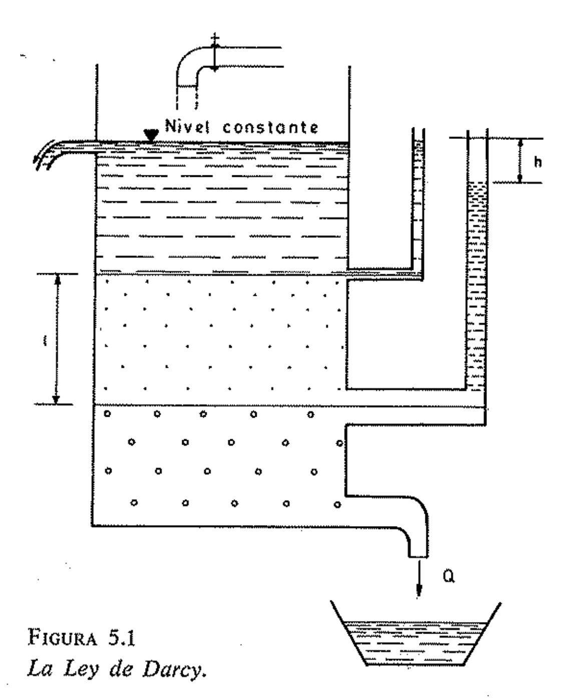


FIGURA 5.1
La Ley de Darcy.

Si tenemos en cuenta que

$$\frac{Q}{A} = v$$

siendo v la velocidad media*, resulta

$$\frac{Q}{A} = v = k \frac{h}{l}$$

* Se trata de una velocidad ficticia ya que se considera que el agua fluye por toda la sección. Para más detalles véase el capítulo 8.1.

llamado el gradiente hidráulico $i = h/l$, resulta:

$$v = k\,i \quad ; \quad k = \frac{v}{i}$$

Este parámetro k o coeficiente de permeabilidad, tiene las dimensiones de una velocidad, ya que la ecuación dimensional es:

$$(k) = \frac{L^3/T}{(L/L)\,L^2} = L/T$$

y se define como el caudal que pasa por una sección unidad del acuífero bajo un gradiente también unidad a una temperatura fija o determinada.

Los factores que determinan la permeabilidad pueden ser intrínsecos y extrínsecos. Los intrínsecos son los propios del acuífero y dependen del tamaño de los poros. Así vemos que dos acuíferos que estuvieran formados por esferas de 0,1 m y 10^{-3} m, respectivamente, pueden tener igual porosidad, pero siempre tendrán diferente permeabilidad: Si el resto de condiciones se mantiene, siempre tendrá mayor permeabilidad el medio que tenga mayor diámetro de las partículas.

Los factores extrínsecos son los que dependen del fluido y son fundamentalmente su viscosidad y su peso específico. La viscosidad de un fluido es la medida de la fuerza resistente, por unidad de área y por unidad de gradiente de velocidad transversal a la dirección del movimiento del fluido. Tanto la viscosidad como el peso específico dependen de la temperatura, por lo que en casos especiales debe tenerse en cuenta ésta, sobre todo por la notable influencia de la viscosidad en la permeabilidad (véase a este respecto el capítulo 2 de la sección 8).

Para tener una idea de órdenes de magnitud, de la misma se reproduce la tabla que da Benítez (1963), a 10 °C, bajo un gradiente de 1 m por metro:

2.4.3 Transmisividad

La ley de Darcy ha sido expresada como $Q = k\,A\,i$. Ahora bien si la sección A igual a la del acuífero tiene una longitud L y una altura b, tendremos

$$A = b \cdot L$$

y la ley de Darcy se puede escribir como

$$Q = K \cdot b \cdot L \cdot i$$

Al producto $K \cdot b$ se le llama transmisividad y se designa por T, quedando la ley de Darcy en la forma:

$$Q = T \cdot L \cdot i$$

El concepto de transmisividad fue introducido por Theis en 1935, y se define como el caudal que se filtra a través de una franja vertical de terreno, de ancho unidad y de altura igual a la del manto permeable saturado bajo un gradiente unidad a una temperatura fija determinada.

Sus dimensiones son las de una velocidad por una longitud, es decir

$$(T) = [L]^2 \cdot [T]^{-1}$$

expresándose en consecuencia en m^2/día o cm^2/seg.

2.4.4 Coeficiente de almacenamiento

Cuando se bombea agua de un pozo, el agua procede del acuífero mediante uno de estos dos sistemas: drenaje o vaciado de los poros del mismo (acuíferos libres) o de los pequeños efectos elásticos del armazón físico del acuífero y de la propia elasticidad del agua, siendo ésta la única forma de obtener agua en un acuífero cautivo.

Permeabilidad (m/día)	10^4	10^3	10^2	10^1	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Tipo de terreno	Grava limpia		Arena limpia; mezcla de grava y arena			Arena fina; arena arcillosa; mezcla de arena, limo y arcilla; arcillas estratificadas			Arcillas no meteorizadas		
Calificación	Buenos acuíferos					Acuíferos pobres			Impermeables		
Capacidad de drenaje	Drenan bien						Drenan mal		No drenan		

En el primer caso el agua procede del vaciado físico del agua gravífica contenida en el acuífero. El volumen del agua obtenido por unidad de volumen coincidirá, pues, con la porosidad eficaz de la zona saturada.

En el segundo caso el mecanismo es diferente al de los acuíferos libres y mucho más complejo, puesto que intervienen otro tipo de acciones. En efecto, el agua extraída de los poros se dilata por descompresión proporcionando una cantidad de agua; por otra parte, la presión intersticial (del agua) en el terreno disminuye, lo cual trae como consecuencia la expulsión de un poco de agua, para hacer frente a la presión constante del terreno sobre el acuífero, con lo que éste disminuye un poco su espesor gracias a los efectos elásticos del acuífero considerado en conjunto.

De esta forma el coeficiente de almacenamiento se define como el volumen de agua que puede ser liberado por un prisma vertical del acuífero de sección igual a la unidad y altura igual a la del acuífero saturado si se produce un descenso unidad del nivel piezométrico o de carga hidráulica.

El coeficiente de almacenamiento, representado por S, no tiene dimensiones.

Según la definición, en los acuíferos libres el coeficiente de almacenamiento es igual a la porosidad eficaz, es decir, al volumen de agua gravífica extraído de una unidad de acuífero saturado.

En los acuíferos cautivos entran en juego, como ya hemos dicho, los efectos mecánicos de compresión del terreno o de la propia agua. Si se supone un acuífero formado por arenas incompresibles, al disminuir la presión del agua por bombeo, el agua del acuífero se expansiona. En una columna de acuífero de sección unitaria y altura total saturada b, al disminuir una unidad el nivel piezométrico se obtiene un volumen de agua:

$$S_1 = m \gamma b \beta$$

m = porosidad total del acuífero
γ = peso específico del agua
b = espesor del acuífero
β = coeficiente de compresibilidad dinámica del agua.

Si se supone que el armazón de los granos de la arena del acuífero es también compresible y es α su coeficiente de compresibilidad dinámica vertical, al disminuir la presión del agua, dicho armazón del acuífero deberá soportar una mayor parte del peso del terreno que tiene encima, con lo que disminuirá su porosidad al comprimirse; por unidad de descenso del nivel piezométrico, la columna de terreno antes mencionada liberará un volumen de agua:

$$S_2 = \gamma b \alpha$$

La cantidad total de agua extraída del acuífero será:

$$S = S_1 + S_2 = \gamma b (m \beta + \alpha)$$

De ello, se desprende que el coeficiente de almacenamiento en los acuíferos libres coincide con la porosidad eficaz, sin intervención directa del espesor del acuífero, y en cambio en los cautivos los únicos factores determinantes son los pequeñísimos efectos elásticos del agua y del acuífero, teniendo gran importancia el espesor de los acuíferos.

Los valores del coeficiente de almacenamiento S son por tanto completamente distintos según se trate de uno u otro caso. Como idea de orden de magnitud, se puede recordar que varía de 0,05 a 0,30 en condiciones libres y caer en el campo de las milésimas a cienmilésimas en condiciones artesianas o cautivas (10^{-3} a 10^{-5}).

2.5 TIPOS DE ACUÍFEROS

Todos los acuíferos que se han mencionado han sido clasificados con respecto a sus características litológicas. Se da a continuación una clasificación más importante, y que los agrupa de acuerdo con la presión hidrostática del agua encerrada en los mismos, que se traduce en consecuencias prácticas de gran trascendencia, que han sido esbozadas en párrafos anteriores.

En efecto, se denominan acuíferos libres no confinados o freáticos aquellos en los cuales existe una superficie libre del agua encerrada en ellos, que está en contacto directo con el aire y por lo tanto, a presión atmosférica. En la figura 5.2 el acuífero B sería un acuífero libre. En éstos, al perforar pozos que los atraviesen total o parcialmente la superficie obtenida por los niveles del agua de cada pozo forma una superficie real (superficie freática, o *«water table»* de los autores anglosajones).

Por el contrario, en los acuíferos cautivos, confinados o a presión, el agua de los mismos está sometida a una cierta presión, superior a la atmosférica, y ocupa la totalidad de los poros o huecos de la formación geológica que lo contiene, saturándola totalmente. Por ello, durante la perforación de pozos en acuíferos de este tipo, al atravesar el techo del mismo se observa un ascenso rápido del nivel del agua hasta estabilizarse en una de-

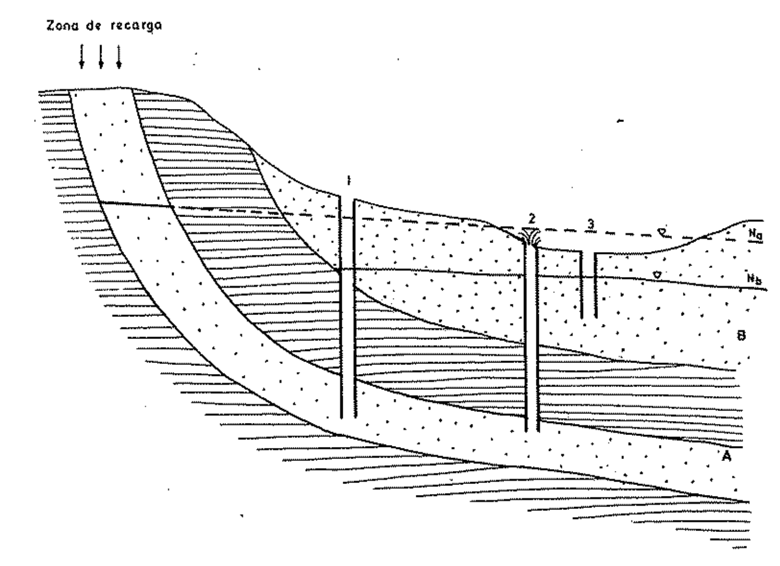


FIGURA 5.2
Tipos de acuíferos.
A) *Acuífero cautivo, confinado o a presión*
B) *Acuífero libre, no confinado o freático*
N_a) *Nivel piezométrico del acuífero cautivo*
N_b) *Nivel piezométrico del acuífero libre*
1) *Pozo en un acuífero cautivo no surgente*
2) *Pozo en un acuífero cautivo surgente*
3) *Pozo en un acuífero libre.*

terminada posición. De acuerdo con éste y la posición del nivel topográfico de la boca del pozo, pueden considerarse pozos surgentes o fluyentes aquellos en los cuales el nivel piezométrico está situado a cota superior de la boca del pozo y simplemente artesianos o a presión a los pozos en el mismo acuífero, pero cuyo nivel piezométrico quede por debajo de la superficie topográfica en los alrededores del mismo (fig. 5.2, pozos 1 y 2). Así pues, estos acuíferos poseen una superficie piezométrica ideal, que puede materializarse considerando todos los niveles que alcanzaría el agua en sendas perforaciones distribuidas por el acuífero equivalentes a la altura piezométrica del agua en el acuífero en la vertical de cada punto.

Una variedad de estos acuíferos la constituyen los acuíferos semicautivos, o semiconfinados *(«leaky aquifers»* de los autores de habla inglesa) que pueden considerarse como un caso particular de los acuíferos cautivos, en los que el muro (parte inferior) y/o el techo (parte superior) que los encierra no sea totalmente impermeable sino un acuitardo, es decir un material que permita una filtración vertical del agua, muy lenta, que alimente el acuífero principal en cuestión, a partir de un acuífero o masa de agua situada encima o debajo del mismo. Como es lógico, este paso vertical de agua es sólo posible cuando existe una diferencia de potenciales entre ambos acuíferos (el que recarga y el recargado) y puede hacerse en uno u otro sentido, e incluso variar con el tiempo según sea la posición relativa de los niveles piezométricos de los mismos.

En la sección 9 se discute detalladamente este caso de acuíferos semiconfinados.

Capítulo 5.3

Situación y movimiento del agua en la hidrosfera

3.1 EL CICLO HIDROLÓGICO: CONCEPTO Y ELEMENTOS

3.1.1 Introducción

El hidrogeólogo debe tener una clara concepción del proceso de la naturaleza, que se conoce con el nombre de ciclo hidrológico y que ya Meinzer (1942) consideraba el concepto central de la Hidrología. En las figuras 5.3 y 5.4 se representan dos esquemas simplificados del ciclo hidrológico, cuya comprensión no requiere grandes explicaciones para una persona de una cultura media. Sin embargo (ver apartado 1.2 de esta sección), este modelo conceptual de la circulación de las aguas terrestres no fue aceptado por la generalidad de los científicos hasta hace poco más de dos siglos y las aplicaciones prácticas de muchos de los principios en él contenidos, especialmente de las relaciones entre las aguas superficiales y subterráneas, no se han desarrollado hasta muy entrado el presente siglo. En amplios sectores de la ingeniería hidráulica todavía se proyecta y construye como si las aguas superficiales y las subterráneas fuesen totalmente independientes.

FIGURA 5.3
El ciclo hidrológico.

3.1.2 Localización, estado y origen del agua en el ciclo hidrológico

El agua en la Hidrosfera (ámbito constituido por la atmósfera y por las capas superiores de la corteza terrestre), se encuentra en los tres estados físicos: sólido, líquido y gaseoso. El segundo estado es el que tiene mayor interés para el hidrólogo ya que en esa forma está la lluvia, los ríos y lagos; y también las aguas subterráneas de la zona saturada y buena parte de la zona no saturada. De hecho, tanto en el lenguaje vulgar como en el científico, la palabra agua, si no se indica otra cosa, se refiere al agua en estado líquido. En el estado sólido se presenta el agua en la naturaleza en forma de nieve, hielo y granizo. Por último, el vapor de agua es bastante abundante en las capas bajas de la atmósfera y en las capas más superficiales de la corteza terrestre. En el apartado 3.2 se analizará cuantitativamente la distribución o almacenamiento del agua en las distintas zonas de la hidrosfera, y en el apartado 3.3 el flujo o movimiento del agua entre esas zonas, lo que frecuentemente, va unido a un cambio de estado.

Queda fuera del objetivo de este libro elucubrar sobre el origen del agua que existe en la tierra y, más concretamente, en la atmósfera y en las capas de la corteza terrestre accesibles a la observación humana. Según la opinión más común de los hidrólogos (véase Davis y De Wiest, 1966, pág. 17) no hay ningún motivo para pensar que la cantidad total de agua de la corteza terres-

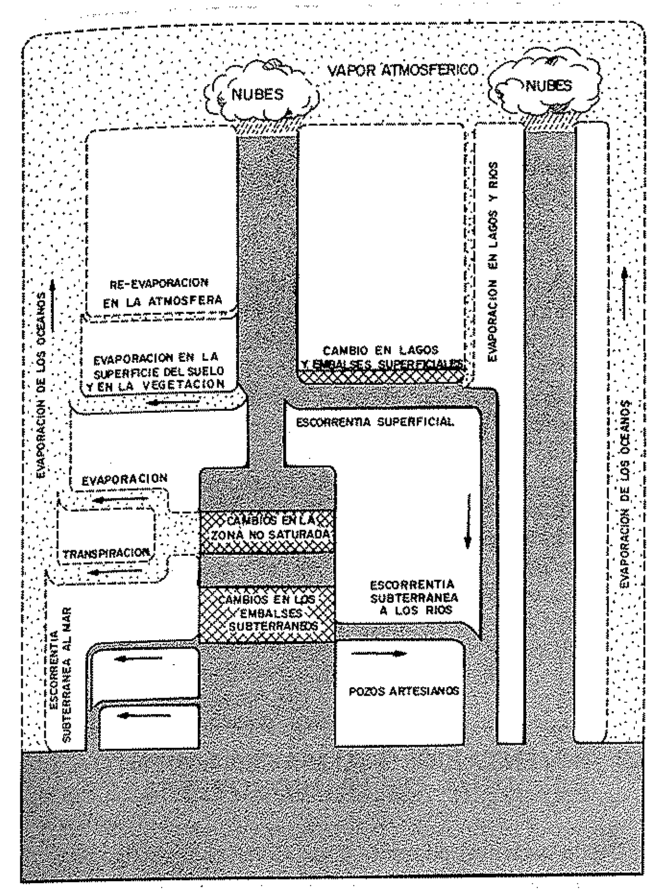


FIGURA 5.4
El ciclo hidrológico (inspirado en Meinzer, 1942).

tre no se ha mantenido *prácticamente* constante, al menos durante los últimos tiempos geológicos.

Parece, sin embargo, que a la superficie de la tierra llegan ciertas cantidades de agua «nueva», también denominada en ocasiones «juvenil» o «primaria», que proceden de las rocas ígneas cuando los magmas correspondientes son de origen profundo y alcanzan la superficie en las erupciones volcánicas o se enfrían lentamente bajo la superficie. Ahora bien, la geología moderna, al profundizar en el estudio del ciclo de las rocas, ha llegado a la conclusión de que pocas veces se puede asegurar que los magmas procedan de zonas profundas, sino que, más bien, son rocas sedimentarias que han llegado a ser magmas después de pasar por procesos de ultrametamorfismo o migmatización.

El papel de las «aguas juveniles» fue objeto de viva discusión en los Estados Unidos hace dos o tres lustros. La idea de que las «aguas juveniles» podían ser muy importantes, tanto teórica como prácticamente, tuvo un defensor destacado en Salzman (1960). La opinión oficial, o al menos, oficiosa, del U.S. Geological Survey puede verse en el trabajo de McGuinness y Poland (1954) y la del *California Department of Water Resources,* en su Bulletin núm. 63 del año 1960. Una síntesis de la historia de esta controversia puede verse en McGuinness (1963, págs. 18-21). En resumen, la idea de este último autor es que las aguas primarias tienen un alto contenido de sustancias disueltas y que el caudal que alcanza la superficie terrestre es insignificante, en relación con el caudal que interviene en el ciclo hidrológico. El planteamiento de McGuinness, es actualmente compartido por la absoluta mayoría de los hidrólogos.

3.1.3 Descripción del movimiento del agua

El concepto de ciclo hidrológico lleva consigo el movimiento o transferencia de las masas de agua, definidas en el apartado anterior, de un sitio a otro y de un estado a otro. La figura 5.3 describe gráficamente las etapas o componentes esenciales del ciclo hidrológico, y la figura 5.4 lo hace de un modo esquemático pero algo más completo. El movimiento permanente del ciclo se debe fundamentalmente a dos causas: la primera, el Sol, que proporciona la energía para elevar el agua del suelo, al evaporarla; la segunda, la gravedad, que hace que el agua condensada precipite y que, una vez sobre la superficie, vaya hacia las zonas más bajas.

Podemos suponer que el ciclo se inicia cuando una parte del *vapor de agua* de la atmósfera se condensa y da origen a *precipitaciones* en forma de lluvia o nieve. No toda la precipitación alcanza la superficie del terreno, ya que una parte se vuelve a evaporar en su caída y otra es retenida *—intercepción—* por la vegetación o por las superficies de edificios, carreteras, etc., y de vuelta a la atmósfera, al poco tiempo, en forma de vapor.

Del agua que alcanza la superficie del terreno, una parte queda retenida en charcas o pequeños surcos *—almacenamiento superficial—* y en su mayoría vuelve pronto a la atmósfera en forma de vapor. Otra parte circula sobre la superficie y se concentra en pequeños regatos que luego se reúnen en arroyos y más tarde desembocan en los ríos *—escorrentía superficial—*; este agua irá a parar a lagos o al mar, de donde será evaporada o bien, se infiltrará en el terreno.

Por último, hay una tercera parte de la precipitación que penetra bajo la superficie del terreno —*infiltración*— a través de los agujeros o canalículos del suelo y va rellenando los poros o fisuras de este medio poroso. Como se vio en el capítulo anterior, en casi todas las formaciones geológicas existe una parte superficial cuyos poros no están habitualmente saturados de agua, y otra inferior, que está totalmente saturada. Una buena parte de la *infiltración* no desciende hasta la zona saturada o de *agua subterránea* (en sentido estricto), sino que se queda en la *zona no saturada* o *zona de humedad del suelo,* de donde vuelve a la atmósfera por *evaporación,* o de un modo cuantitativamente mucho más importante, por la *transpiración* de las plantas; en la práctica, no es fácil separar ambos fenómenos y se suelen denominar con el término *evapotranspiración.* El movimiento del agua a través del terreno, es algunas veces denominado *percolación,* otras *infiltración,* otras *flujo o escorrentía subterránea**; se caracteriza por su extraordinaria lentitud y se debe fundamentalmente a la acción gravitatoria. En el movimiento del agua, en la zona no saturada, otras fuerzas —especialmente la tensión superficial— pueden jugar un papel muy importante. El agua subterránea —o agua de la zona saturada— puede volver a la atmósfera por evapotranspiración cuando su zona de separación con la zona no saturada —*franja capilar*— queda suficientemente próxima a la superficie del terreno. Otras veces, el agua subterránea pasa a engrosar el caudal de los ríos, alimentando directamente su cauce o a través de *manantiales;* en las zonas costeras estos manantiales, a veces, son submarinos.

Excepto en las cuencas endorreicas o interiores de las zonas áridas o semi-áridas, resulta que la mayor parte de las aguas de la escorrentía directa y de la subterránea terminan en el mar, y por ello, puede considerarse que los océanos son el punto final del ciclo hidrológico, pues de ellos vuelve a evaporarse el agua y se inicia de nuevo todo el proceso.

El ciclo hidrológico es un proceso continuo en el que una partícula de agua evaporada del océano vuelve al océano después de pasar por las etapas de precipitación y escorrentía superficial o subterránea; a lo largo del ciclo hay múltiples cortocircuitos o ciclos menores; por ejemplo, una gota de lluvia sobre el continente podría recorrer indefinidamente el ciclo: lluvia-infiltración-evapotranspiración-lluvia-infiltración, etc.; o, análogamente, una partícula de lluvia sobre el mar: lluvia-evaporación-lluvia, evaporación-lluvia, etc. También hay que tener en cuenta que el movimiento del agua en el ciclo hidrológico se caracteriza por su irregularidad, tanto en el espacio como en el tiempo. Por ejemplo, en las regiones desérticas la lluvia puede ocurrir en unos pocos días y no todos los años, sino sólo cada cierto número de años; en ese caso, algunos elementos del ciclo hidrológico, como la infiltración y la evaporación, suelen ser casi tan irregulares como la lluvia y la escorrentía superficial o subterránea, a veces prácticamente inexistentes.

La acción del hombre va introduciendo cambios progresivamente importantes en el ciclo hidrológico de algunas regiones. Por ejemplo, los drenajes extensivos han hecho descender el nivel de la zona saturada y, paralelamente, ha descendido la evapotranspiración y ha aumentado la aportación de la escorrentía subterránea a los ríos; la deforestación o la repoblación forestal pueden también modificar el régimen de crecidas de los ríos, pero no parece haber datos que permitan asegurar una modificación sustancial en su aportación media anual. La construcción de presas y canales de derivación constituye hoy día la forma más extendida e importante de modificar el ciclo hidrológico.

* En éstos —y en otros muchos términos hidrogeológicos—, no existe, teórica o prácticamente, conformidad entre los distintos autores. Probablemente el «Glosario Internacional de Hidrología» que está preparando la UNESCO contribuya a mejorar esta situación.

3.2 INVENTARIO O ALMACENAMIENTO DEL AGUA DE LA HIDROSFERA

Desde hace casi cuarenta años, diversos investigadores han intentado dar una panorámica del inventario o almacenamiento del agua en la Hidrosfera y de su balance o flujo. Lvovitch (1967) decía que más de la mitad de la superficie de los continentes carece de suficientes datos hidrológicos, y casi una tercera parte no ha sido comenzada a estudiar desde este punto de vista. Sin embargo, seguía opinando el citado autor, la ciencia, ya entonces, podrá llegar a conclusiones dignas de confianza sobre los órdenes de magnitud del almacenamiento y flujo del agua dentro del ciclo hidrológico.

En julio de 1970, dentro de las actividades del Decenio Hidrológico Internacional, tuvo lugar un Simposio sobre el Balance Hidráulico del Mundo, que ha contribuido a que las diferentes naciones aporten nuevos datos sobre este particular, pero, al mismo tiempo, ha confirmado que los órdenes de magnitud y los conceptos anteriormente expuestos por algunos autores, eran aceptables (cfr. Pub. núm. 92 y 93 de la International Association of Scientific Hydrology). En lo que sigue, tanto en este apartado como en el siguiente, se van a utilizar especialmente los datos y criterios de trabajos de Nace

TABLA 5.1 *Distribución del agua en la Hidrosfera**

	(1) Área (km² × 10³)	(2) Volumen (km³ × 10³)	(3) Altura equivalente (m)	(4) % del agua total	(5) Tiempo de residencia medio
Océanos	362 000	1 350 000	2700	97,6	3000 años
Tierras emergidas					
Ríos (volumen instantáneo)	—	1,7	0,003	0,0001	15-20 días
Lagos de agua dulce	825	125	0,25	0,009	10 años
Lagos agua salada	700	105	0,20	0,008	150 años
Humedad del suelo en la zona no saturada	131 000	150	0,30	0,01	semanas a años
Casquete de hielo y glaciares	17 000	26 000	50	1,9	miles de años
Agua subterránea	131 000	7000	14	0,5	decenas a miles de años
Total en las tierras emergidas	148 000	33 900	65	2,4	—
Atmósfera (vapor de agua)	510 000	13	0,025	0,001	8-10 días
Total	510 000	1 384 000	2750	100	—

* Los datos proceden de Lvovitch (1967) y Nace (1969), y como estos autores indican, deben interpretarse sólo como aproximaciones.

(1968, 1969 y 1970) y Lvovitch (1967 y 1970), y a no ser que se indique otra cosa, debe entenderse que todas las cifras proceden de dichas fuentes.

En la tabla 5.1 se indican ocho emplazamientos o lugares de la hidrosfera que contienen agua (no se tiene en cuenta el agua de constitución molecular ni la que pueda existir en las rocas o sedimentos situados debajo de los océanos). Las columnas (3) y (4) tienen por objeto facilitar la comprensión de la diferencia en los órdenes de magnitud del agua almacenada en cada emplazamiento. Por último, la columna (5) —*Tiempo de Residencia*— es muy ilustrativa para tener una idea del orden de magnitud del tiempo medio que una partícula de agua permanece en cada emplazamiento; la deducción de las cifras del Tiempo de Residencia se hará al estudiar el balance hidráulico en el apartado siguiente, en función del volumen almacenado y de los volúmenes medios del flujo. La utilidad de este concepto, aún reconociendo el amplio espectro de desviaciones que los valores reales presentan respecto al valor medio, ha sido reconocida por el Grupo de Trabajo sobre el Balance Hidráulico Mundial del Decenio Hidrológico Internacional (cfr. Chapman, 1970).

Llama la atención el hecho de que, casi la totalidad del agua (97 %) esté en los océanos. Su volumen equivale a la evaporación oceánica media anual durante unos 3000 años y esta cifra puede tomarse como un orden de magnitud del tiempo que una molécula de agua permanece en el océano, pero sin olvidar que algunas moléculas estarán sólo unos instantes y otras podrán parar en los fondos oceánicos incluso cientos de miles de años, antes de que vuelvan a entrar en el ciclo.

Como contraste, vemos que el volumen medio de vapor de agua que contiene la atmósfera equivale a 25 mm, es decir, hipotéticamente sería sólo suficiente para producir una lluvia medianamente fuerte durante unas pocas horas. Si tenemos en cuenta que la lluvia media anual sobre el globo son 1000 mm, resultaría una lluvia media diaria de 2,7 mm, es decir, que el tiempo de residencia de una molécula de agua en la

atmósfera, antes de volver a ser precipitada, es de unos 8 ó 10 días.

El volumen de agua que en un instante determinado contienen todos los ríos del mundo es extraordinariamente pequeño (1700 km^3), comparado con las otras cifras del inventario (Lvovitch da incluso una cifra menor: 1200 km^3). Hay que tener en cuenta, sin embargo, que la velocidad con que circula el agua en los ríos es muy grande, comparada con la que tiene en los demás medios, excepto en la atmósfera. Si suponemos que el agua contenida en los ríos estuviese en un depósito, no recibiese alimentación y descargase en el mar con un caudal constante igual al caudal medio anual, dicho depósito quedaría vacío en unos 15 ó 20 días.

La cifra de la humedad del suelo en la zona no saturada puede tener importantes desviaciones, pues su cálculo a nivel mundial es muy difícil de acotar. Lvovitch supone un valor de 75 000 km^3 y el propio Nace (1968), en un trabajo suyo muy poco anterior, asigna a este concepto 67 000 km^3, en vez de los 150 000 que figuran en su artículo de 1969. El tiempo aparente de permanencia en esta zona será probablemente unas cuantas semanas para las aguas de la zona superior sometidas a los efectos de la evapotranspiración; para aguas que se infiltran hacia la zona saturada, será normalmente mayor.

La mayor reserva de agua dulce que existe en la hidrosfera es, con mucha diferencia, la contenida en las grandes masas de hielo de Groenlandia y la Antártida. El resto de los glaciares supone muy poco comparado con los casquetes polares. Su volumen (26 000 000 km^3) es unas 200 veces superior al volumen contenido en todos los lagos de agua dulce, y si el hielo se fundiese, el nivel del mar subiría unos 70 metros. Nace considera que cada año los casquetes polares aportan al mar unos 2500 km^3 (Lvovitch reduce esta cifra a 2000 km^3). Lo que, admitiendo un volumen medio constante en el hielo de los casquetes polares, supone que el tiempo aparente que un copo de nieve caído en un casquete polar tardaría en pasar a otra fase del ciclo, sería de unos 10 000 años. Se insiste en que, estos tiempos son órdenes de magnitud y corresponden a casos medios que en la práctica se darán pocas veces; por ejemplo, habrá copos de nieve caídos sobre glaciares que pasen a la fase líquida oceánica casi instantáneamente y otros que permanezcan en las masas de hielo polares durante más de un millón de años.

El volumen de agua almacenada en el subsuelo es probablemente el más difícil de definir y en el que puede haber mayor variación en las estimaciones. Lvovitch considera que el volumen total del agua subterránea es 60 000 000 km^3 pero que de este volumen, según Nace, únicamente unos 4 000 000 km^3 intervienen activamente en el ciclo hidrológico. Sin embargo, posteriormente, el propio Nace (1968) considera que el volumen de agua subterránea a tener en cuenta en el inventario es de 8 350 000 km^3 y que sólo alcanza una profundidad de 4 km; y finalmente (en 1969, pág. 39), estima que el volumen de agua dulce utilizable por el hombre es 7 000 000 km^3, haciendo para ello las siguientes consideraciones:

«La porosidad varía entre una pequeña fracción de un 1 % en las rocas densas y masivas a, quizás, un 35 % en un sedimento muy permeable. Con una porosidad de sólo el 1 %, los 1000 metros superiores de las tierras emergidas —excluidos los casquetes polares— (131×10^6 km^2) contendrían $1,31 \times 10^6$ km^3 de agua. El volumen real es probablemente, como mínimo, cinco veces ese valor, o sea, unos 7 000 000 km^3. Gran parte de este agua participa en el ciclo hidrológico, pero una cierta proporción no determinada queda inmovilizada en los 9,5 millones de km^2 de área de suelos permanentemente helados. El tiempo de permanencia del agua en la mayor parte de los acuíferos, oscila entre unos pocos minutos u horas, hasta centenares de años, pero en algunos acuíferos este tiempo llega hasta decenas de miles de años».

«Hay una gran cantidad del agua a profundidades mayores de 1000 m pero gran parte de ella es salina y constituye la denominada agua fósil, que no participa en el ciclo hidrológico. Sin embargo, parece seguro redondear la cifra de agua recuperable en unos 7 millones de km^3. Es probable que exista un volumen adicional análogo, pero no recuperable para usos útiles».

No hemos incluido en la tabla 5.1 el «Agua Biológica», que corresponde al volumen de agua almacenada en los seres vivos. Chapman (1970) considera su volumen equivalente a 1 mm de altura y Kalinin (1970) a 1 cm. En cualquier caso, este volumen puede considerarse despreciable a efectos del inventario. El flujo del agua a través de las plantas, representa, sin embargo, un papel importante en el flujo hidráulico de las zonas terrestres, pero se considera incluidò en el concepto de evapotranspiración.

Una consideración simplista de estas cifras podría, quizá, llevar a una conclusión pesimista respecto a las posibilidades de agua dulce con que cuenta la Humanidad, ya que casi el 98 % del agua de la Hidrosfera es agua marina; y de los 33 millones de km^3 de agua dulce que existen, aproximadamente el 80 % están prácticamente inmovilizados como hielo en los casquetes polares. Sin embargo, esta consideración del volumen está

TABLA 5.2 *Balance Hidráulico de la Hidrosfera (año medio) (según Lvovitch, 1970)*

Elementos del Balance Hidráulico	Volumen km^3	Altura mm	% de la precipitación sobre el Globo
Zona periférica de las tierras emergidas ($116 \cdot 10^6$ km^2)			
Precipitación	102 100	873	19,4
Aportación de los ríos a los océanos	37 400	320	7,0
Evapotranspiración	64 700	553	12,4
Zonas endorreicas de las tierras emergidas ($32 \cdot 10^6$ km^2)			
Precipitación	7400	231	1,4
Evapotranspiración	7400	231	1,4
Océanos ($362 \cdot 10^6$ km^2)			
Precipitación	411 500	1137	72,9
Evaporación	447 900	1240	86,2
Aportación de los ríos a los océanos	37 400	103	7,0
Hidrosfera total ($510 \cdot 10^6$ km^2)			
Precipitación	520 000	1020	100
Evapotranspiración	520 000	1020	100

tico de las diferentes zonas de la Hidrosfera, no da un panorama completo de los recursos de agua, pues hay que tener en cuenta los flujos o transferencias de unas zonas a otras.

3.3 EL FLUJO O BALANCE HIDRÁULICO GLOBAL

La ecuación del Balance Hidráulico es la misma ecuación de la continuidad, basada en el axioma de Lavoisier de que «nada se crea ni se destruye», y se expresa:

$$\text{Entradas} = \text{Salidas} \pm \text{variación de Almacenamiento}$$

Esta ecuación es aplicable a una región o unidad cualquiera (un acuífero, por ejemplo) y en un tiempo cualquiera. Sin embargo, cuando la unidad de tiempo es grande, se considera que las variaciones en volumen almacenado son despreciables y en este caso, las entradas son iguales a las salidas.

Siguiendo a Lvovitch (1970), se va a considerar la Hidrosfera dividida en tres unidades. En la tabla 5.2 se exponen los valores de las entradas y salidas según dicho autor.

Estas cifras coinciden con las de Nace (1969), con diferencias inferiores al 4 %, en la evapotranspiración y la precipitación. La aportación de los ríos, según Nace, es de 29 500 km^3, a los que hay que añadir 2500 km^3 procedentes de los casquetes polares, fundamentalmente por los icebergs y la fusión del hielo. Añade también Nace una aportación anual de la escorrentía o flujo subterráneo al mar que evalúa en unos 1500 km^3. Sumando estos tres conceptos se ve que la cifra de Nace sólo difiere de la de Lvovitch en 3300 km^3, es decir, en algo menos del 10 %. Las zonas endorreicas también tienen una escorrentía que Lvovitch calcula en 750 km^3, es decir, aproximadamente el 10 % de la precipitación,

TABLA 5.3 *Balance Anual de Recursos Hidráulicos continentales. (Según Lvovitch 1967 y 1970; Llamas 1966 y 1967)*

Elementos del Balance		Global (148.10^6 km²)		Europa ($9,8.10^6$ km²)		África ($30,5.10^6$ km²)		Rusia ($21,9.10^6$ km²)		España ($0,49.10^6$ km²)	
		km³	mm	km³	mm	km³	mm	km³	mm	km³	mm
P	Precipitación	108 400	730	7025	714	20 800	683	10 960	500	331	670
E	Escorrentía total	38 150	260	2950	300	4220	139	4350	198	95	190
ES	Escorrentía subterránea (estable)	12 000	81	1000	102	1460	48	1020	46	30	60
ED	Escorrentía directa (crecidas)	26 150	179	1950	198	2760	91	3330	152	65	130
H	Humedecimiento total del suelo real	83 250	551	5075	516	18 040	592	7630	348	266	540
ET	Evapotranspiración	70 250	470	4075	414	16 580	544	6610	302	236	480

aunque esta cifra no se debe extrapolar, ya que 300 km³ corresponden a la cuenca del Caspio con 2 millones de km² de superficie, mientras los 30 millones de km² restantes sólo tienen una aportación de 450 km³, a los lagos interiores.

El balance puede ser analizado con más detalle, recordando que la aportación o volumen de los ríos se compone de una escorrentía superficial y de una escorrentía subterránea, y que, el volumen de agua que alcanza la superficie del suelo y no circula directamente sobre ella, se descompone en una parte que se evapora o es transpirada por la vegetación y otra que alcanza la zona saturada y va a alimentar los ríos. Siguiendo a Lvovitch (1967), no vamos a tener en cuenta esta vez el volumen de la escorrentía subterránea que va directamente al mar, pues esta cifra es con gran probabilidad menor que el grado de exactitud que tienen todas las cifras que van a intervenir en el balance. Llamas (1966), al estudiar el Balance Hidráulico de España, estimó que la escorrentía subterránea al mar es inferior al 4 % de la aportación superficial de los ríos; Nace (1969), estima que es inferior al 5 %, aplicada a toda la tierra.

Las ecuaciones que caracterizan este balance más detallado son las siguientes:

$$P = ES + ED + ET$$
$$H = P - ES = ES + ET$$
$$E = ES + ED$$

donde:

P = precipitación
E = escorrentía total
ES = escorrentía subterránea o estable
ED = escorrentía directa o superficial; se origina en las crecidas o tormentas.
ET = evapotranspiración real
H = humedecimiento del suelo o agua de las precipitaciones, que no circula directamente sobre el suelo, sino que se evapora física o biológicamente o se infiltra hasta la zona saturada y da origen a la escorrentía subterránea.

En la tabla 5.3 se condensan las cifras aplicables a estos conceptos correspondientes al conjunto de las tierras emergidas, y a Rusia, según Lvovitch (1967 y 1970) y a España, según Llamas (1966 y 1967). La separación de la escorrentía total en sus dos componentes, la escorrentía superficial o directa y la subterránea, no es una tarea fácil ni exacta. En la sección 11 se expondrán las diversas teorías y métodos más en uso. Probablemente, son los hidrólogos rusos los que más han trabajado en la determinación del componente de origen subterráneo del caudal de los ríos; los hidrogeólogos norteamericanos no parece hayan dedicado un esfuerzo tan intenso a este problema, quizás porque albergan dudas básicas sobre su utilidad práctica para realizar una mejor plani-

ficación de su política hidráulica (cfr. Farvolden, 1967). Por lo que se refiere a España, las cifras calculadas sólo deben tomarse como una primera aproximación, pues están basadas en criterios climáticos y geológicos y no en un estudio pormenorizado de los hidrogramas de los ríos y/o de sus relaciones con los niveles piezométricos. Llamas (1966) estimaba que la aportación de los embalses subterráneos a los ríos españoles era de unos 18 km^3/año, pero que esta cifra era una primera aproximación y podía tener desviaciones importantes; por comparación con las cifras de Lvovitch que figuran en la tabla 5.3 y las de Kudelin (1970), referidas a distintas regiones de Rusia, se ha elevado esta cifra a 30 km^3, sin que esto tampoco quiera decir que esta cifra deba tomarse como definitiva, sino sólo como un orden de magnitud. Se considera importante insistir en ello, pues en trabajos posteriores (Heras, 1969 y 1970) se han dado cifras análogas a las de Llamas (1966 y 1967), pero sin hacer ver claramente los criterios de cálculo ni el orden de aproximación de las cifras dadas. Como fácilmente se comprende (cfr. Kudelin 1970) los valores medios de la tabla 5.3 no deben aplicarse a un problema concreto de aprovechamiento hidráulico. Por ejemplo, en España, los valores correspondientes (en mm/año) al conjunto de las cuencas del Norte y a la cuenca del Segura, arrojan las siguientes diferencias: (cfr. Llamas, 1967, con ligeras modificaciones)*

	P	E	ES	ED	H	ET
Norte	1360	700	150	550	760	610
Segura	430	60	25	35	300	275

La utilidad fundamental de las cifras de las tablas 5.1, 5.2 y 5.3 es que pueden servir para llamar la atención sobre algunos conceptos que frecuentemente han sido y continúan siendo ignorados o entendidos equivocadamente por no pocos que se consideran profesionales de la hidrología superficial o subterránea.

Otra faceta importante es que estas cifras, aun dentro de su relativa exactitud, proporcionan una visión de conjunto que permite asegurar que a nivel mundial no hay ningún motivo científico para pensar que la humanidad va a encontrarse en un futuro más o menos lejano con el problema de que la demanda supere los recursos de agua dulce disponibles. A este respecto, son elocuentes las palabras de Lvovitch (1967): «Se ha voceado la opinión de que se está acercando el tiempo en el que las principales fuentes de recursos de agua —ríos y aguas subterráneas— se agotarán, y que, como consecuencia de esto, sería necesario buscar otros medios de conseguir agua, que serían diferentes de los presentes». Después del análisis de los componentes del balance hídrico mundial y la forma como éste es afectado por la acción del hombre, concluye el mismo autor: ...«lo que ha sido dicho indica que la humanidad no está amenazada por una crisis de agua, como con frecuencia se ha afirmado. Pensamos que se puede tener una visión completamente optimista sobre la forma en que la humanidad utilizará en el futuro los recursos hidráulicos. Sin embargo, la solución de este problema no es simple, sino que requiere grandes esfuerzos...» En su trabajo de 1970 reafirma Lvovitch su opinión con palabras similares.

* En 1972, con posterioridad a la redacción de este apartado y siguiendo un procedimiento más detallado y complejo, con motivo de la publicación del Mapa Hidrogeológico de España, el Instituto Geológico y Minero ha realizado una nueva estimación de la escorrentía subterránea. Las cifras obtenidas para el conjunto de España y para la mayoría de las cuencas coinciden con las de Llamas (1966).

3.4 DEFINICIONES DE CONCEPTOS BÁSICOS

Como resumen y concreción de lo anteriormente expuesto, se definen a continuación algunos conceptos en cuyo uso, a veces, no hay uniformidad entre los distintos autores. No se pretende haber llegado a la definición perfecta, lo cual, dada la complejidad del problema y la diferencia entre los puntos de vista de los diversos autores, es casi imposible, pero se espera que estas definiciones faciliten una correcta comprensión de los procesos fundamentales del ciclo hidrológico y —consecuentemente— de la planificación de los recursos hidráulicos.*

3.4.1 Infiltración, Humedecimiento del suelo

Se entiende por *infiltración* el volumen de agua que procedente de las precipitaciones (a veces también de los ríos o de la recarga artificial), en un determinado tiempo, atraviesa la superficie del terreno y ocupa total o parcialmente los poros del suelo o de las formaciones geológicas subyacentes.

No toda la infiltración alcanza la zona saturada (agua subterránea), pues en mayor o menor proporción, una parte queda en la zona superior (agua edáfica) y vuelve a la atmósfera por los fenómenos de evapotranspiración.

* Con posterioridad a la redacción de este apartado el Grupo de Trabajo de Aguas Subterráneas del Decenio Hidrológico Internacional ha comenzado la elaboración de un *Glosario Internacional de Hidrogeología*. Es posible que, como consecuencia de dichos trabajos, sea conveniente realizar algunos retoques en las definiciones que se exponen a continuación.

El volumen de agua que alcanza la zona saturada, a veces se denomina lluvia eficaz, *infiltración eficaz, recarga natural o recarga profunda.*

Humedecimiento del suelo es el volumen de agua procedente de las precipitaciones, que no discurre sobre la superficie del suelo, dando origen a la escorrentía superficial. Comprende la infiltración, la *retención superficial* (charcos) y la *intercepción* por la vegetación.

3.4.2 Embalse subterráneo

Embalse subterráneo es un medio poroso natural (formación geológica) de dimensiones muy variables, capaz de almacenar en sus poros un fluido y de permitir su movimiento bajo la acción de las fuerzas gravitatorias. Cuando está saturado de agua, viene a ser sinónimo de acuífero y unidad hidrogeológica.

Esta definición u otras análogas se van introduciendo cada vez más, como consecuencia de que se piensa más en la explotación del agua subterránea y menos en los acuíferos (cfr. ASCE, 1961, pág. 25 y Yevdjevich, 1968). El término embalse subterráneo es paralelo al término embalse superficial, puesto que encierra también el concepto de guardar un fluido en reserva.

Los embalses subterráneos no sólo contienen un fluido, sino que permiten su flujo, y por ello se suele aludir a ellos también como sistema de conducción. Esta analogía muchas veces puede ser poco apta, debido a las velocidades extraordinariamente lentas con que se suele mover el agua dentro de la mayor parte de las formaciones que se consideran acuíferos explotables. Estas cifras varían notablemente de unas situaciones a otras. Nace (1969, pág. 288) expone algunos casos típicos en los que las velocidades oscilan entre 1,5 m/año y 15 m/día.

Supongamos un acuífero formado por gravas y arenas de unos 20 m de espesor saturado y un kilómetro de anchura; su gradiente hidráulico igual a 0,005. La cantidad de agua que pasaría por el frente de dicho acuífero probablemente oscilaría entre 5000 y 40 000 m^3/día y este caudal podría ser perfectamente transportado con un gradiente hidráulico análogo a través de una tubería de 200 a 500 mm de diámetro. El volumen de agua almacenado en un km^2 de ese acuífero sería del orden de 3 a 6 km^3, es decir, equivalente a un caudal continuo igual al que pasaría por la sección durante un período comprendido entre seis meses y cuatro años.

Otro aspecto práctico de la ineficacia de los acuíferos como conductores es que, si la transmisibilidad no es alta, el acuífero, durante amplios espacios de tiempo no funciona de hecho como un único embalse o unidad hidrogeológica, ya que el efecto de los bombeos no alcanza a las zonas alejadas del área de bombeo. Así, por ejemplo, en la formación Ogallala, de Texas (unos 90 000 km^2 de área), se ha producido un exceso de bombeo que ha disminuido el volumen de agua almacenada en un 20 % del total inicial; sin embargo, en las zonas alejadas de los centros de bombeo, los niveles apenas han descendido y los manantiales siguen todavía descargando agua subterránea (cfr. Nace, 1969).

3.4.3 Recarga y descarga natural

Recarga natural es el volumen de agua que entra en un embalse subterráneo durante un período de tiempo, a causa de la infiltración de las precipitaciones o de un curso de agua. Es equivalente a la infiltración eficaz definida en 3.4.1.

Descarga natural es el volumen de agua que en un periodo de tiempo sale del embalse subterráneo a través de los manantiales terrestres, subfluviales o submarinos, y también por evapotranspiración, si la zona saturada queda próxima a la superficie en amplias áreas.

La descarga natural es equivalente a la escorrentía subterránea cuando los manantiales submarinos o subfluviales y la descarga por evapotranspiración son inexistentes o muy pequeños.

3.4.4 Escorrentía

Se llama escorrentía o aportación de un río en un determinado punto, al volumen de agua que pasa por ese punto en un determinado periodo de tiempo.

Se llama escorrentía directa a la que pasa poco tiempo después de haber llovido o de haberse fundido las nieves. Se llama escorrentía superficial a aquélla que alcanza el punto considerado, habiendo circulado siempre sobre la superficie del terreno. En la práctica, es asimilable a la escorrentía directa.

Se denomina escorrentía subterránea la que llega al punto después de haber circulado un trayecto más o menos largo dentro de un acuífero o embalse subterráneo. Dada la lentitud de movimiento del agua subterránea, esto puede suponer que pasen semanas, meses o años, entre la lluvia que originó la infiltración eficaz correspondiente y la llegada de ese agua al punto del río considerado. Escorrentía o flujo básico es aquél que pasa en los períodos en que no hay lluvias ni fusión de nieve. Prácticamente es asimilable a la escorrentía subterránea, excepto en los casos de ríos con zonas pantanosas amplias, o lagos o embalses, que ejercen un efecto regulador sobre la escorrentía directa.

El concepto de escorrentía no exige necesariamente ir asimilado a su medida en un punto de un río. Designa también el modo general como puede circular o fluir el agua en la corteza terrestre. La escorrentía superficial se concentra en seguida en los cursos de agua; en cambio, la escorrentía subterránea, en ocasiones, puede hacer un largo y lento camino a través de las formaciones permeables, antes de que salga al exterior en un río o manantial.

3.4.5 Reservas hidráulicas

Se denominan reservas hidráulicas a la cantidad de agua contenida en una cualquiera de las fases de la Hidrosfera en un *instante determinado*. Se trata, pues, de un concepto estático en contraposición a todos los anteriormente definidos (excepto el de embalse subterráneo), ya que en ellos intervenía el factor tiempo y tenían las dimensiones de un caudal.

Las reservas para el conjunto de la hidrosfera fueron cuantificadas en la tabla 5.1, donde, para dar una idea de la velocidad con que se reponen o mueven esas reservas, se indica un orden de magnitud del tiempo medio de residencia de una molécula de agua en cada emplazamiento.

Las reservas más interesantes de agua dulce son las contenidas hasta una profundidad del orden de 1000 m en los embalses subterráneos. Su volumen es unas 200 veces superior a la aportación anual de todos los ríos al mar. Si, hipotéticamente, dejase de llover de modo indefinido, toda el agua contenida en los ríos se vaciaría en el mar en unas pocas semanas, pero mediante bombeos de las aguas subterráneas, se podría mantener el flujo de los ríos al mar durante unos 200 años.

La explicación del origen del agua que ocupa los embalses subterráneos es sencilla. El clima ha fluctuado a lo largo de los períodos geológicos, pero no ha habido ninguna tendencia clara de cambio en los últimos milenios. Los datos históricos, arqueológicos y geológicos convergen en que el clima no ha cambiado sustancialmente a lo largo de los últimos 8000 años (Nace, 1969, pág. 286).

Este dato tiene mucho interés, pues un sencillo cálculo va a permitir demostrar que los embalses subterráneos de todas las regiones que no sean áridas, tienen que estar saturados de agua, al menos hasta el nivel de los manantiales que actúan a modo de aliviaderos del embalse. En efecto, si se supone una lluvia media de 500 mm/año y una infiltración eficaz de sólo el 5 % (ambas cifras inferiores a las de la tabla 5.3), resulta que a lo largo de los 8000 últimos años, la altura equivalente de agua que había entrado en el embalse subterráneo sería de 200 m y, admitiendo que la porosidad media del acuífero fuese 0,1, resultaría una zona saturada de agua de 2000 m de espesor. Es claro pues que, excepto en los climas áridos, difícilmente se encontrará una estructura geológica en la tierra, en la que su capacidad natural de almacenamiento de agua no haya sido prácticamente cubierta por la recarga de las precipitaciones acuosas de los diversos períodos climáticos del Cuaternario.

Algunos de los mayores embalses subterráneos del mundo están en regiones áridas y su agua puede considerarse una herencia del pasado. Citaremos sólo dos casos, a título de ejemplo:

El primero está constituido por un vasto sistema de acuíferos que ocupan casi todo el norte de África y que están en las formaciones geológicas conocidas como las Areniscas de Nubia y el Continental Intercalar. En gran parte de la región, que ocupa algo más de seis millones de km^2, la lluvia oscila entre cero y 250 mm por año; sólo algunas áreas reducidas alcanzan los 500 mm. Debido a la elevada evaporación, la recarga es casi nula y probablemente se produce sólo durante las esporádicas crecidas torrenciales y donde los «wadis» cortan los afloramientos permeables, o en cuencas endorreicas. La cantidad de agua almacenada en esta región ha sido estimada (cfr. Nace, 1969) en unos 60 000 km^3, equivalentes a una altura de agua de unos 100 m. Su descarga, que es casi nula, se produce en los oasis. Se considera que el agua almacenada entró en el embalse durante o previamente al último pluvial. Algunos análisis del carbono 14 parecen indicar que buena parte del agua penetró en el acuífero hace unos 30 000 ó 40 000 años.

Otro ejemplo interesante es la formación geológica denominada Ogallala, de Texas, que ocupa, como ya se dijo, una superficie de unos 90 000 km^2 y está hidráulicamente aislada de cualquier posible fuente de recarga subterránea o superficial, excepto la lluvia. La recarga procedente de la lluvia se estima que puede oscilar entre 4 y 15 mm/año. La cantidad de agua contenida en el acuífero en 1938 era de unos 600 000 Hm^3, que representan una altura de agua equivalente a unos 7 m, de los cuales, aproximadamente la mitad se consideran económicamente recuperables. El volumen bombeado actualmente es del orden de 6000 Hm^3/año, es decir, de seis a quince veces superior a la recarga natural. El descenso en el volumen de agua almacenado en la formación Ogallala ha sido de unos 110 km^2 es decir, casi un 20 % del volumen total y un 40 % del volumen utilizable.

Hay que tener en cuenta que las reservas de agua subterránea utilizables están determinadas por condicionamientos económicos (profundidad de bombeo, coste del pozo, etc.) o legales (mantener el caudal de un manantial que tenga prioridad, afección a otros usuarios, etcétera) o técnicas (entrada de aguas de peor calidad, subsidencia del terreno, etc.), que dependen de las circunstancias geológicas, económicas, legales y políticas de cada región.

3.4.6 Recursos hidráulicos y caudal seguro

El término recursos hidráulicos con frecuencia es utilizado para designar conceptos que no son equivalentes ni desde un punto de vista científico ni desde un punto de vista práctico. Por ello, se ha juzgado conveniente definir el sentido que se va a dar en las distintas secciones a este término y a otros más o menos análogos.

En este tratado se entenderá por recursos hidráulicos de una región durante un determinado período de tiempo, el volumen de agua de que podría disponerse en dicha región y tiempo.

A veces (cfr. Llamas, 1966 y 1967) se ha empleado el término de recursos hidráulicos para designar solamente el flujo de aguas renovables, es decir, el que cada período de tiempo entra y sale en la región, contraponiéndolo a las reservas o volumen de agua almacenado que existe en esa región en un instante determinado y que se considera, en general, casi constante. El período de estudio considerado suele ser el año hidrológico medio. Sin embargo, el hecho de que la utilización de las grandes reservas de aguas subterráneas existentes comience a ser un hecho cada vez más frecuente, hace pensar que es preferible dar al término recursos hidráulicos el sentido más amplio propuesto; de este modo puede comprender, si es preciso, las reservas hidráulicas de la cuenca y no es necesario distinguir entre el origen superficial o subterráneo de las aguas.

Se hace a continuación la aplicación de esta definición a dos casos bastante diferentes, el de una cuenca hidrográfica de un río y el de un embalse subterráneo o acuífero.

A) *Recursos hidráulicos de una cuenca hidrográfica*

En este caso puede considerarse que si la cuenca es relativamente extensa —toda la escorrentía superficial y toda la escorrentía subterránea pasa por la desembocadura o límite inferior de la cuenca. La opinión más generalizada (Nace, 1970; Lvovitch, 1970; Llamas, 1966) es que la escorrentía o flujo subterráneo que puede pasar directamente al mar o a otras cuencas limítrofes es como norma general, muy pequeña. Cuando la cuenca es de extensión reducida (menor de 1000 ó 2000 km^2) y los materiales son muy permeables, es posible que no sea aceptable esta simplificación (cfr. Markova, 1970).

Por otra parte, si se considera que las reservas hidráulicas superficiales (lagos, embalses, etc.) o subterráneas, no pueden o no deben modificarse sustancialmente a lo largo de unos cuantos años de explotación, resulta que en esas condiciones, los recursos hidráulicos de una cuenca hidrográfica coinciden prácticamente con la aportación media anual medida en su desembocadura. Este hecho puede ser la explicación de que, frecuentemente, los planificadores hidráulicos consideren que no es necesario considerar en sus proyectos las aguas subterráneas, ya que «no tienen más remedio que acabar siendo superficiales».

En lo que se refiere a lo que podrían denominarse *recursos hidráulicos potenciales,* la afirmación es prácticamente correcta. En algunos casos la utilización de las aguas subterráneas puede disminuir la evapotranspiración, al hacer descender la situación de la zona saturada, pero esa disminución no suele ser muy importante en zonas de climas templados.

Sin embargo, desde un punto de vista práctico, es decir, desde el punto de vista de los *recursos hidráulicos disponibles,* el planteamiento es erróneo. En efecto, el planificador hidráulico lo que necesita es disponer de agua en el momento necesario. A título de ejemplo, si la demanda es un caudal continuo de 10 m^3/s, de poco serviría decir que se dispone de un río con un caudal medio anual de 20 m^3/s, pero cuya curva de frecuencia de duración de caudales indica que el caudal igual o superior a 10 m^3/s solamente se alcanza el 70 % del tiempo y el único caudal seguro, con una probabilidad de 0,90, es 5 m^3/s.

La mayor parte de los embalses del mundo se han construido para adecuar los recursos hidráulicos potenciales a la curva temporal de demanda. A veces, al dar los recursos disponibles o regulados de un río se suele olvidar fijar el coeficiente de garantía o probabilidad de conseguir ese caudal, lo cual es conceptualmente necesario, dado el carácter aleatorio del caudal de los ríos. Por ejemplo, un embalse hipotético podría regular un caudal constante de 10 m^3/s con una garantía del 95 %, de 12 m^2/s con una garantía del 75 %, y de 13 m^3/s, con una garantía de sólo el 50 %.

Es muy conveniente tener en cuenta que los recursos hidráulicos disponibles de modo natural en una cuenca sin regular, coinciden aproximadamente con la escorrentía de origen subterráneo, pues sus variaciones en

el tiempo son mucho menores que las de la escorrentía directa o superficial, que sigue con gran paralelismo el ritmo de las lluvias o el de los deshielos.

La explotación de las aguas subterráneas puede conducir casi siempre a un aumento de los recursos hidráulicos disponibles en una cuenca, por las siguientes razones: a) puede regular las oscilaciones de la propia escorrentía subterránea a los ríos; b) puede inducir una infiltración en los acuíferos aluviales colindantes al río, del agua no regulada, y evitar su pérdida al mar; c) puede disminuir la evapotranspiración, al hacer descender la profundidad de la zona saturada; e) finalmente, en la zona última o cuenca baja, en la que, por lo general, es imposible efectuar obras de regulación superficial, permite un mejor aprovechamiento.

Como contrapartida, la utilización de las aguas subterráneas puede afectar sensiblemente al caudal del río y perjudicar, por tanto, a los usuarios de aguas abajo, si no se tiene una organización legal y administrativa que permita realizar una explotación planificada y controlada.

Las relaciones entre las aguas superficiales y las subterráneas serán tratadas con detalle en la sección 11.

En todo lo anterior se ha admitido que las reservas hidráulicas superficiales y subterráneas se mantenían prácticamente constantes, lo cual es correcto en lo que se refiere a las reservas de los lagos y embalses de superficie. Sin embargo, si se desea que los recursos hidráulicos disponibles de la cuenca se consigan del modo más eficiente y económico, puede ser aconsejable consumir o utilizar una parte de las reservas hidráulicas subterráneas.

B) *Recursos hidráulicos y caudal seguro de un embalse subterráneo*

La definición dada de «recursos hidráulicos» también es válida en el caso de que se aplique a un embalse subterráneo. En comparación con el caso de las cuencas hidrográficas hay que hacer notar que en este caso: (1) La escorrentía o flujo subterráneo del acuífero no pasa prácticamente en su totalidad por un punto, como en el caso de la escorrentía total de un río; sólo constituye excepción el caso de que el embalse desagüe por un único manantial. (2) Las reservas de agua almacenadas en el embalse subterráneo suelen ser decenas o centenas de veces mayores que la recarga natural o infiltración eficaz, mientras que la capacidad de los lagos o embalses superficiales pocas veces es superior a la aportación media anual del río.

En una primera aproximación puede considerarse que los *«recursos hidráulicos potenciales»* de un embalse subterráneo son equivalentes, en el mejor de los casos, a la recarga media anual, a la que hay que añadir el volumen de agua contenido en las reservas, dividido por el número de años en que va a efectuarse la extracción de dicho volumen.

Los «recursos hidráulicos disponibles» son menores que los potenciales, pues: 1) Cierta parte de la recarga o infiltración eficaz puede perderse por evapotranspiración; 2) en las zonas costeras es necesario mantener un cierto flujo subterráneo al mar para evitar la intrusión de agua marina; 3) con frecuencia los períodos de caudal máximo de las fuentes no coinciden con las demandas máximas y se desaprovechan parte o la totalidad de dichos caudales; y 4) las reservas de aguas subterráneas nunca pueden ser extraídas en su totalidad, por razones técnicas, económicas o legales.

Uno de los problemas más corrientemente planteados al hidrólogo subterráneo es la determinación del caudal seguro o volumen de agua que se puede extraer de un acuífero durante un determinado tiempo, sin provocar efectos no deseados. El concepto de caudal seguro es pues bastante similar al de recursos hidráulicos disponibles. Inicialmente, el concepto de caudal seguro fue sinónimo de volumen constante de agua que se podía extraer anualmente de modo indefinido, sin modificar las reservas de agua subterráneas.

Es obvio que a un plazo muy prolongado ningún acuífero puede ser explotado a un ritmo superior a la recarga natural. De hecho, casi siempre esta explotación ha de ser menor, como se acaba de decir.

Mandel (1967) considera que el agua almacenada en un embalse subterráneo puede ser clasificada como reservas muertas o como reservas vivas. Las reservas vivas (fig. 5.5 A), son las que están situadas por encima de los niveles de desagüe y su altura piezométrica representa la energía que origina el movimiento del agua. Con frecuencia, una parte de las reservas muertas —que son las situadas bajo el nivel de desagüe— también participan en el flujo del agua, pero no lo generan. Considera el citado autor que, a causa de las variaciones en la recarga natural, no es buena práctica bombear todo el agua de las reservas vivas, y define como «reservas utilizables una sola vez» aquéllas que pueden ser extraídas sin perjudicar el funcionamiento del acuífero.

Una característica típica de los embalses subterráneos es su «inercia» a los impulsos de recarga o descarga, debido a que las reservas vivas suelen ser muy superiores a la recarga natural.

En una primera aproximación puede considerarse que la descarga natural del embalse subterráneo es propor-

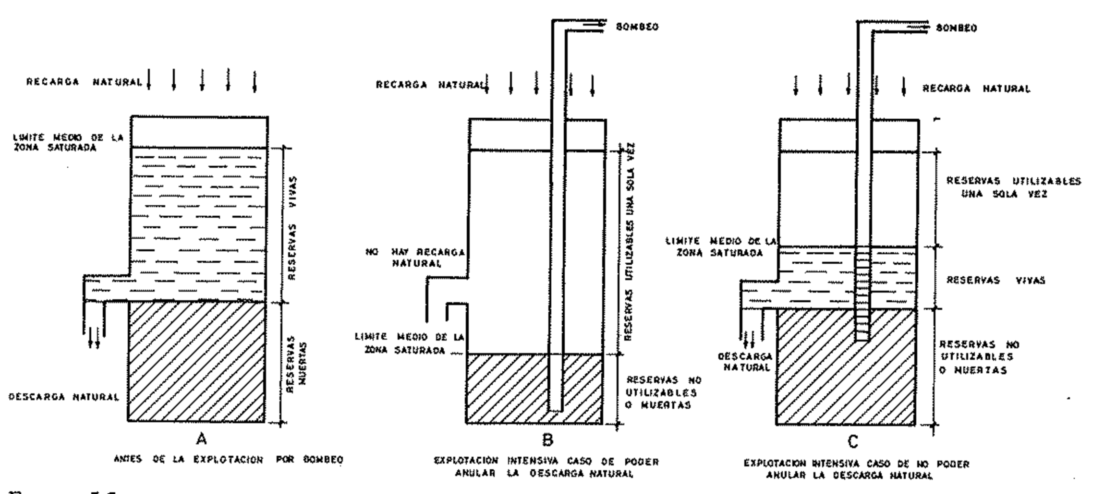


FIGURA 5.5
Representación esquemática de las reservas de un embalse subterráneo.

cional a la altura que las reservas vivas tienen sobre el nivel de desagüe. Por ejemplo, si en el caso representado en la figura 5.5 C, fuese bombeado un caudal igual al 60 % de la recarga natural, a la larga, la descarga natural quedará reducida al 40 %, pero para ello, previamente tendrán que haber descendido las reservas vivas al 40 % de su volumen inicial de equilibrio, lo cual, normalmente, exigiría unos cuantos años de bombeo. Dicho de otro modo, el caudal de la descarga tardará un cierto tiempo en acusar plenamente los efectos del bombeo.

En la figura 5.5 B, se indica también la posibilidad de utilizar totalmente las reservas vivas, es decir, las situadas por encima del nivel de desagüe, y de este modo, el volumen bombeado sería, a largo plazo, igual a toda la recarga natural. Esto es posible siempre que se prevea que la interrupción total de la descarga natural no va a producir efectos contraproducentes.

Aparentemente, podría considerarse que el volumen de las reservas utilizables una sola vez, dividido por el número de años que se tarde en alcanzar el régimen de equilibrio, podría suponer un recurso hidráulico suplementario. Esto es sólo parcialmente cierto, ya que —como se ha dicho— la descarga natural continúa de modo aproximadamente proporcional al volumen de las reservas vivas y por tanto, en los primeros años, la descarga no es afectada por los bombeos. Para evitar la pérdida de agua que supone que la descarga natural sea superior al mínimo imprescindible, puede ser una solución forzar el bombeo en los años iniciales hasta que la reducción de las reservas vivas hayan alcanzado el volumen previsto. Mandel (1967) habla de que, quizás, es posible realizar una extracción 10 ó 20 veces superior a la que después será el bombeo medio. Este esquema fue aplicado en una zona de Israel, donde durante algunos años se realizó una extracción de aguas subterráneas muy superior a la recarga natural, contando con que luego, gracias a la llegada de un canal con agua importada del río Jordán, se podría disminuir el bombeo a un cierto porcentaje de la recarga natural, ya que el resto debía continuar fluyendo subterráneamente al mar, para evitar la intrusión marina.

En resumen, los conceptos de caudal seguro o de recursos hidráulicos disponibles de un embalse subterráneo, dependen en cada caso, no sólo de las condiciones hidrogeológicas y climáticas, sino también del ritmo de bombeo o extracción de agua que se siga.

Lo expuesto anteriormente, junto con el avance en las técnicas de captación y el mejor conocimiento de las causas del flujo de las aguas subterráneas, parece asegurar que la utilización de los embalses subterráneos va a permitir, en un futuro próximo, aumentar en muchas regiones los recursos hidráulicos disponibles de modo más eficiente, rápido y económico (cfr. Nace, 1969; Lvovitch, 1970; Geraghty, 1967; Llamas, 1966, etc.). Es posible, sin embargo, que todavía sea preciso contar con algún tiempo para superar la inercia de una planificación hidráulica basada casi exclusivamente en la regulación de los ríos mediante embalses convencionales (cfr. Llamas, 1970).

Bibliografía

ADAMS, F. D.: *The Birth and Development of Geological Sciences,* Dover Publications, New York, 1954, págs. 426-460.

ALBAREDA, J. M.: *Consideraciones sobre la Investigación Científica,* Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 1951.

ANÓNIMO: *It is «Primary Water» or «Rock Fissure Water» a Potential Source of Water Supply?,* California Department of Water Resources, Bull. 63, 1960, 13 págs. (reprinted in U.S. Senate Select Committee on National Water Resources, 1961, págs. 110-120).

ANÓNIMO: *Ground Water and Wells.* Edward E. Johnson, Editor. Saint Paul (Minn) 1966, 440 págs.

A.S.C.E.: *Ground Water Basin Management,* Manual of Engineering Practice n.° 40, 1961.

BENITO, F.: *Necesidad del Estudio Sistemático de Conjunto de las Cuencas Hidrológicas Subterráneas,* Boletín Inst. Geol. Minero de España, 1943, T. 56, págs. 603-641.

BENÍTEZ, A.: *Captación de Aguas Subterráneas,* Dossat, Madrid, 1963, pág. 137.

BENTABOL y URETA, H.: *Las Aguas de España y Portugal.* Boletín de la Comisión del Mapa Geológico de España, T. XXV, Madrid, 1900, págs. 1-347.

BELLAIR, P., POMEROL, CH.: *Tratado de Geología,* Vicens Vives, Barcelona, 1968, 538 págs.

BISWAS, A. K.: *A Short Hystory of Hydrology,* International Seminar for Hydrology Professors, Urbana 13-25. July, Preprint, 1969, 22 págs.

BISWAS, A. K.: *History of Hydrology,* North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970.

BOWMAN, I.: *Well Drilling Methods,* U.S. Geological Survey, Water Supply Paper 257, 1911, págs. 23-30.

BRANTLEY, J. E.: «Percussion and Rotary System», en *History of Petroleum Engineering,* D. V. Caster, editor. American Petroleum Institute, 1961, págs. 133-452.

CAILLEUX, A.: *Histoire de la Geologie,* París, 1961.

CARTANY, G., MARGAT, J.: *Les Cartes Hydrogeologiques,* Bull. Intern. Assoc. Scien. Hydrol. Vol. 10, N.° 1, 1965, págs. 74-81.

CATENA, R.: *Colección de Disposiciones Dictadas en relación con la Geología en Obras Públicas,* Ministerio de Obras Públicas, Madrid, 1948.

CORTÁZAR, D. DE: *Descripción Física, Geológica y Agrológica de la Provincia de Cuenca,* Memorias de la Comisión del Mapa Geológico de España, Madrid, 1875, 406 págs.

CHAPMAN, T. G., NACE, R. L., DUMITRESCU, S., SOKOLOV, A. A.: *World Water Balance: General Scientific Frame-Work of Study,* UNESCO, International Hidrological Decade. Working Group on Water World Balance, Technical Paper N.° 6, 18 June 1970.

CHOW, VEN TÉ: «Hydrology and its Development», en *Handbook of Applied Hydrology,* Edited by V. T. Chow, McGraw-Hill, New York, 1964, págs. 1-1 a 1-10.

DARDER, B.: *Investigación de Aguas Subterráneas,* Salvat, Barcelona, 1932, 2.ª ed., con J. Darder, 1962, 511 págs.

DAVIS, STANLEY, N., DE WIEST, ROGER, J. M.: *Hydrogeology,* 2.ª ed., Wiley & Sons, New York, 1966, 463 págs.

DOMENICO, P. A., ANDERSON, D. V., CASE, C. M.: *Optimal Ground Water Mining,* Water Resources Research, Vol. 4, N.° 4, 1968, págs. 247-255.

DUPUY DE LÔME, E., NOVO, P.: *Estudios Hidrogeológicos de las provincias de Alicante y Murcia,* Boletín Instituto Geológico y Minero de España, 1917, T. XXXVIII, págs. 373-437.

DUPUY DE LÔME, E.: *Informe acerca de la Cuenca Hidrológica de la Sierra de Mijas,* Boletín del Instituto Geológico y Minero de España, 1924, T. 45, págs. 317-339.

DE CAMP, L. S.: *The Ancient Engineers,* Garden City, New York, 1963, 409 págs.

EATON, E. D.: *Comments on Some Recent Trends in Hydrologic Research,* International Seminar for Hydrology Professors, 1969, Urbana, 13-25 July, Preprint 21 págs.

FARVOLDEN, R. N.: *Methodes of Study of Ground Water Budget in North America,* General Assembly of Bern, Pub. N.° 77, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1967, págs. 108-125.

FAURA I SANS, M.: *Origen Geológico de los Manantiales de la Font de la Polvosa (Gerona),* Bol. Real Sociedad Española Historia Natural, 1909, págs. 477-492.

FAURA I SANS, M.: *Periodicitat de la Font Santa de Subirats, deu intemitent termal,* Butlletí del Centre Excursioniste de Catalunya, 1922, T. XXXII, N.° 235, págs. 381-385.

FERNÁNDEZ NAVARRO, L.: *Cuencas artesianas probables en la Península Ibérica,* Bol. Real. Soc. Esp. Historia Natural, febrero, 1914, págs. 105-122.

FERNÁNDEZ NAVARRO, L.: *Aguas subterráneas, régimen, investigación y aprovechamiento,* Calpe, Madrid, 1922.

FERRANDO, P.: *Resumen de la Conferencia sobre Investigación de Aguas Subterráneas,* Academia de Ciencias de Zaragoza, 1925.

GARCÍA SIÑERIZ, J.: *La Interpretación Geológica de las Mediciones Geofísicas, Aplicadas a la Prospección,* Memorias del Ins. Geológico y Minero de España, Tomos XL (1933), XLIV (1941), XLVIII (1944), LII (1949) y LV (1953), Madrid, 1933 a 1953.

GAVALA, J., GODED, E.: *Informe Relativo a los aprovechamientos de Aguas en las Islas Canarias,* Bol. Ins. Geol. Minero de España, 1930, T. 52, págs. 1-104.

GERAGHTY, J. J.: *Groundwater —A neglected Resource—,* American Water Works Assoc. Journal, 1967, vol. 59, n.° 7, págs. 820-828.

HERAS, R.: *Los Recursos de Agua en España,* Revista de Obras Públicas, mayo, 1969, págs. 337-343.

HERAS, R.: *Données pour l'Étude du Bilan Hydrique en Espagne,* Symposium of Reading, Pub. N.° 93, Intern. Assoc. Scient. Hidrol., 1970, págs. 332-341.

KALININ, E. P., SZESZTAY, K.: *Surface Waters as Elements of the World Water Balance,* Symposium on World Water Balance, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1970, pub. N.° 92, págs. 102-115.

KAZMANN, R. G.: *From Water Mining to Water Management,* Ground Water, 1968, vol. 6, n.° 1, págs. 26-28.

KRYNINE, P. D.: *On the Antiquity of «Sedimentation» and «Hydrology» (with some moral conclusions),* Bull. Geol. Society of America, 1960, vol. 71, págs. 1721-1726.

KUDELIN, B. I., ZEKTSER, I. S., POPOV, O. V.: *The Role of Underground Flow in the Water Balance of the U.R.S.S.,* Symposium on World Water Balance, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1970, Pub. n.° 92, págs. 65-71.

LUCAS, J.: *The Hydrogeology of the Lower Greensands of Surrey and Hampshire,* Inst. Civil Engineers, Minutues of Proc. Vol. 61, págs. 200-227, London, 1880.

LVOVITCH, M. I.: *Water Resources of the World and their Future. General Assembly of Bern.* Pub. No. Inter. Assoc. Scien. Hydrol., 1967, págs. 317-322.

LVOVITCH, M. I.: *World Water Balance (General Report),* Simposium of Reading, Pub. n.° 93, Intern. Assoc. Scien. Hidrol., 1970, págs. 401-414.

LLAMAS, M. R.: *Los embalses subterráneos en la Planificación Hidráulica,* Revista de Obras Públicas, agosto, 1966, págs. 591-604.

LLAMAS, M. R.: *Sobre el Papel de las Aguas Subterráneas en España,* Agua, julio-agosto, 1967, págs. 1-19.

LLAMAS, M. R.: *La formación de expertos en Hidrología Subterránea,* Agua, julio-agosto, 1970, págs. 4-23.

MANDEL, S.: *Underground Water,* International Science and Technology, 1967, n.° 66, págs. 35-41.

MARKOVA, O. L.: *Water Balance Peculiarities of Karst Areas,* Symposium on World Water Balance, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1970, Pub. n.° 93, págs. 524-530.

MCGUINNESS, C. L., POLAND, J. F.: *Availability of Primary or Juvenil Water,* U.S. Geological Survey Open-file, 1954, rept. 5 págs.

MCGUINNESS, C. L.: *The Role of Ground Water in the National Water Situation,* U.S. Geological Survey Water Supply, 1963, Paper 1800. 1121 págs.

MEINZER, O. E.: «Introduction», en *Hydrology* (Editor O.E. Meinzer) McGraw-Hill, 1942.

MEINZER, O. E.: *Hydrology,* McGraw-Hill, New York, 1942, págs. 8-30.

MENDIZÁBAL, CINCÚNEGUI, M. DE: *Estudio de la Cuenca Hidrológica del Condado de Treviño,* Bol. Instituto Geológ. y Minero de España, 1941. T. 55, págs. 255-275.

MESA RAMOS, J.: *Pozos Artesianos y Pozos de Petróleo.* Librería de Roma, Madrid, 1929.

MEYBOOM, P.: *A semantic Review of the Terminology of Ground Water Maps,* Bull. Inst. Assoc. Scien. Hydrol., 1961, vol. 6, n.° 1, págs. 29-36.

MORAGAS, G.: *Corrientes Subálveas, Estudio General sobre el Régimen de las Aguas Contenidas en Terrenos Permeables e Influencia que Ejercen los alumbramientos por Galerías o Pozos y Especial del Régimen o Corriente Subterránea del Delta Acuífero del Besós.* Anales de la Revista de Obras Públicas, Madrid, 1896, 133 págs.

MURCIA, A.: *Pasado, Presente y Futuro del Aprovechamiento de Aguas Subterráneas para la Agricultura Española,* Hidrología, 1970, n.° 1, págs. 21-31.

NACE, R. L.: *Water Resources: A Global Problem with Local Roots,* Environmental Science and Technology, 1968, julio, págs. 550-560.

NACE, R. L.: «World Water Inventary and Control», en *Water Earth and Man,* (Editor R. J. Chorley) Methuen and Co. Ltd. London, 1969.

NACE, R. L.: «Human Use of Ground Water» en *Water, Earth and Man,* R. J. Chorley, editor, Methuen, London, 1969.

NACE, R. L.: *World Hydrology: Status and Prospects,* Symposium of Reading, Pb. n.° 92, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1970, págs. 1-9.

NOVO, P. DE, BENITO, F.: *Programa para el Estudio de las Cuencas Hidráulicas Subterráneas de Valencia,* Notas y Comunicaciones del Instituto Geol. y Minero de España, 1944, n.° 12, págs. 149-168.

NOVO, P., BENITO, F.: *Estudio de los Alumbramientos de Aguas,* Bol. Inst. Geol. y Minero de España, 1945, T. 58, págs. 475-517.

PRUVOST, O.: *Les Grandes Etapes de la Science Geologique.* Encicl. Francesa, París, 1956.

PUCHADES, J. M.: *El Río Besós. Estudio Monográfico de Hidrología Fluvial,* Miscelánea Almera, Instituto Geológico de la Diputación de Barcelona, 1948, vol. 7, págs. 195-354.

SALZMAN: *New Water for a Thirsty World,* Science Foundation Press, Los Angeles, 1960.

SCHOELLER, H.: *Les Eaux Souterraines,* Masson, París, 1962, 642 págs.

SOLÉ, L.: *Un Prólogo a Contribución al Conocimiento de la Morfoestructura de Los Catalanides de N. Llopis,* Consejo Sup. de Inv. Científicas, Barcelona, 1947, págs. 5-10.

THEIS, C. V.: *Relation between the Powering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage.* Am. Geophys. Union Trans., pt. 2, 1935, págs. 519-524.

TODD, D. K.: *Ground Water Hydrology,* ed. Wiley & Sons, New York, 1959, 336 págs.

TOLMAN, C. F.: *Ground Water,* McGraw-Hill, New York, 1973, 593 págs.

VILANOVA Y PIERA, J.: *Teoría y Práctica de Pozos Artesianos y Arte de Alumbrar Aguas,* Imprenta M. Tello, Madrid, 1880, 593 págs.

WALTON, W. C.: «Educational Facilities in Ground-Water Hydrology and Geology in the United States and Canada», *Ground-Water,* vol. 2, N.° 3, 1964, págs. 21-25.

YEVDJEVICH, V.: «Misconceptions in Hydrology and their Consequences», *Water Resources Research,* vol. 4, N.° 2, 1968, págs. 225-232.

Sección 6

Componentes primarios del ciclo hidrológico

MANUEL MARTÍN ARNÁIZ
Doctor Ingeniero de Montes
Licenciado en Derecho

Sumario

Símbolos

A	aportaciones o ingresos de agua
AS	aportación de agua subterránea
C	pérdidas de calor
C_a	calor almacenado
C_L	calor latente
C_s	calor sensible
c_l	calor latente de vaporización
c_p	calor específico del aire seco
d	número de días del mes; desplazamiento del plano cero
d_x	diámetro de granos en la muestra granulométrica tal que el x % tiene diámetro menor
DA	demanda global para riego
e, e_d	tensión de vapor del agua en el aire
e_a	tensión de vapor saturante a la temperatura del aire
e_s	tensión de vapor saturante a la temperatura del agua
E	evaporación
E_f	eficiencia de la aplicación de agua de riego
E_T	evapotranspiración
ETP, E	evapotranspiración potencial
ETR	evapotranspiración real
EX	excedentes de agua
f	capacidad de infiltración
F_{cs}	flujo vertical de calor sensible
G	gastos o salidas de agua
h	altura de agua
H	espesor de lámina de agua
H_R	humedad relativa
i	índice de calor mensual
I	índice de calor anual; volumen infiltrado
I_t	intensidad media de lluvia en el intervalo de tiempo t
K_h	coeficiente de transporte turbulento del calor
K_m	coeficiente de transporte turbulento de cantidad de movimiento
K_v	coeficiente de transporte turbulento de vapor
l	espesor del manto saturado
L	longitud expuesta al viento sin obstáculos
m	coeficiente de nubosidad
n	número de horas diarias de insolación
N	número máximo diario de horas de insolación
p	porcentaje de número máximo de horas diarias de insolación respecto al total anual
P	precipitación
P_a	presión atmosférica
P_G	pérdidas de agua por conducción
q	humedad específica
R_A	radiación global incidente suponiendo que no existe atmósfera
R_e	radiación reflejada de onda larga
R_I	radiación global incidente sobre una superficie lisa y horizontal
R_N	radiación neta
R_n	evaporación producida por la radiación neta (R_N)
R_r	radiación reflejada
r	albedo
S	escorrentía; área
S_x	área de influencia del medidor x
t	temperatura del aire; tiempo
t_s	temperatura del agua
T_a	temperatura absoluta
U	velocidad vertical del viento
u*	velocidad de fricción
V_z	velocidad horizontal del viento a altura z sobre el suelo
V	volumen
W	índice de infiltración
z, Z	altura sobre el suelo
β	relación de Bowen
Δ	pendiente de la curva de saturación
ΔR	incremento en la reserva de agua
Φ	índice de infiltración
γ	constante psicométrica
λ	latitud
μ	peso de un mol de agua/peso de un mol de aire seco
ρ	densidad del aire
σ	constante de Stefan-Bolzman
τ	flujo vertical de cantidad de movimiento

0.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

Se tratan en esta sección con el nombre de componentes primarios del ciclo hidrológico: la precipitación, el agua en la zona no saturada del suelo, la evapotranspiración y la infiltración que, como ya se ha visto en el capítulo 5.3, son algunas de las fases por las que pasa el agua en su recorrido cíclico.

El calificativo primario responde al hecho de que en estas fases el agua no es explotada con intervención directa del hombre, aún cuando éste, en ocasiones, las modifique cualitativa y cuantitativamente tal como en la producción de lluvia artificial, la reducción de la evaporación, la recarga artificial y consiguiente aumento de la infiltración, etc. Por otra parte todas las fases citadas suceden, en general, dentro del ciclo hidrológico, con anterioridad a la existencia de agua subterránea propiamente dicha. Bajo este aspecto, la escorrentía podría ser calificada también de componente primario, pero, por su importancia, se trata independientemente en la sección 7.

También se exponen en el tema, de forma somera, algunas consideraciones sobre los factores climatológicos que influyen en aquellas fases.

Capítulo 6.1

Climatología aplicada de la hidrología

1.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo trata de las cuestiones climatológicas que son de aplicación en Hidrología.

Interesa la influencia de los fenómenos meteorológicos sobre las componentes del ciclo hidrológico, más que el por qué de tales fenómenos y por eso se titula Climatología, aún cuando dentro de esta ciencia sólo se alude a algunos de los elementos meteorológicos, que, junto a otros factores, configuran el clima de una zona.

Influyen sobre componentes del ciclo hidrológico, especialmente sobre la evapotranspiración, los siguientes: radiación, temperatura, duración del día, presión, humedad y viento.

La precipitación definida como una de aquellas componentes, se recoge también, y con mayor amplitud, dentro de este capítulo.

1.2 RADIACIÓN

Los procesos atmosféricos utilizan energía térmica que tiene su fuente principal de producción en las radiaciones solares. En general todos los cuerpos emiten y a su vez absorben radiaciones. Por esta razón, de la radiación del sol que llega al límite exterior de la atmósfera, llamada constante solar, y que algunos autores (Nicolet, Johnson) han evaluado aproximadamente en 2 cal/cm^2 min o lo que es igual 1,39 kw/m^2 (Remenieras 1960) (sin ser una constante absoluta), sólo una parte llega a la superficie de la Tierra, pues, en su recorrido a través de la atmósfera, sufre múltiples reflexiones y refracciones, en parte es absorbida y en parte difundida o dispersada.

La Tierra, a su vez, emite radiaciones, pero no todas se pierden hacia el exterior, pues la atmósfera al recibirlas se caldea y envía hacia la Tierra su propia radiación, conocida con el nombre de contrarradiación.

En resumen, la radiación que recibe la superficie terrestre consta fundamentalmente de tres sumandos: radiación directa, radiación difusa procedente de la atmósfera y contrarradiación.

Para un mismo lugar, la radiación global (radiación directa + radiación difusa) procedente del Sol, varía con la estación del año, con la inclinación y orientación de la superficie receptora y con la hora del día, por influir todos estos factores en el ángulo de incidencia del rayo solar.

Al variar el lugar, es la latitud el factor que predomina, en influencia, sobre la radiación solar recibida.

1.3 TEMPERATURA

Mediante la temperatura se expresa numéricamente el efecto que en los cuerpos produce el calor originado por el balance entre la radiación recibida y la emitida.

Interesa, especialmente, la temperatura del aire en las inmediaciones de la superficie terrestre. El aire se calienta o se enfría a partir del suelo por distintos métodos de transmisión y por los cambios de estado físico del agua atmosférica.

La variación de temperatura sigue dos ciclos principales: el ciclo diario que presenta una forma sinusoidal con un máximo y un mínimo muy acusados, y el ciclo anual que referido a temperaturas medias diarias (véase 2.4) presenta también forma sinusoidal, dependiendo sus máximas y mínimas de la latitud fundamentalmente.

1.4 DURACIÓN DEL DÍA O INSOLACIÓN

La mayor parte de las estaciones metereológicas se conforman con medir la duración de la insolación efectiva, en vez de la intensidad de la radiación solar.

Algunas fórmulas empíricas de cálculo de evapotranspiración (cap. 6.5) precisan este dato para su aplicación.

1.5 PRESIÓN

El peso de la columna de aire que gravita sobre un determinado elemento unitario de superficie se llama presión.

Cada componente de la masa de aire tiene su propia presión, por ser el aire una mezcla de gases, y la suma de todas ellas es la presión total (ley de Dalton).

Se desprende de la definición de presión que su valor disminuye con la altura, si bien esta disminución no es uniforme por no serlo la columna de aire considerada. Es más rápida la disminución en las capas bajas que en las altas.

Para un mismo lugar, la variación diaria de la presión suele ser sinusoidal, con dos máximos y dos mínimos a lo largo del día, pero la amplitud de la variación es pequeña. Superpuestas a estas puede haber variaciones irregulares debidas al paso de perturbaciones.

La oscilación anual es muy variable en amplitud, siendo ésta mínima en las zonas ecuatoriales.

1.6 HUMEDAD

Uno de los gases que compone la mezcla llamada aire, es el vapor de agua. Su presencia se denomina humedad.

La humedad atmosférica es elemento esencial en el ciclo hidrológico, pues es fuente de las precipitaciones e influye notablemente en la evapotranspiración.

Para definir la humedad se utilizan diversas magnitudes. Las más usuales son:

1.6.1 Tensión de vapor

Es la presión parcial del vapor de agua en el aire. Para cada temperatura del aire existe una tensión de vapor máxima, llamada tensión saturante, a partir de la cual el exceso de vapor se condensa.

1.6.2 Humedad absoluta

Es la masa de vapor de agua contenida en un volumen de aire determinado.

Tanto la tensión de vapor, como la humedad absoluta tienden a disminuir con la altura. A unos 3000 m de altura se reduce a una cuarta parte de la existente a nivel del mar y a 5000 m sólo alcanza la décima parte de ésta.

La oscilación diaria es sinusoidal y suele presentar dos máximos y dos mínimos en zonas continentales. La oscilación anual recuerda a la de la temperatura.

1.6.3 Déficit de saturación

Es la diferencia entre la tensión saturante a la temperatura del aire y la tensión de vapor existente en la atmósfera, ambas referidas a un mismo momento de observación.

1.6.4 Humedad específica

Se llama así al cociente entre la masa de vapor de agua y la masa total de aire húmedo, para una masa determinada de aire.

1.6.5 Humedad relativa

Es el cociente, expresado en porcentaje entre la tensión de vapor en un momento dado y la tensión saturante correspondiente a la temperatura del aire en ese momento.

Diariamente varía en forma casi inversa a la temperatura. Su oscilación anual es muy variable de un lugar a otro.

1.6.6 Proporción de mezcla o relación de humedad

Para una masa de aire dada, es el cociente entre la masa de vapor de agua y la masa de aire seco.

1.6.7 Punto de rocío

Es la temperatura a la cual el vapor de agua del aire en un momento dado se haría saturante. Así pues, en el aire, la temperatura en el momento de la saturación es el punto de rocío.

El valor del punto de rocío va disminuyendo con la altura.

1.7 VIENTO

Las masas de aire son impulsadas por efecto de los gradientes báricos a que dan lugar las diferencias de presión entre dos puntos en la atmósfera. Este movimiento se conoce con el nombre de viento.

Generalmente la componente predominante del gradiente es la horizontal y es la única que se considera para determinar la dirección del viento.

Un segundo carácter que interesa es la velocidad según esa dirección, conocida vulgarmente como fuerza o intensidad del viento.

Las variaciones de dirección y velocidad del viento son muy aleatorias.

1.8 PRECIPITACIÓN

Uno de los componentes primarios del ciclo hidrológico es la precipitación. Puede calificarse de factor esencial pues constituye la materia prima del referido ciclo.

Cuando el agua, en estado líquido o sólido, llega a la superficie de la tierra se dice que ha precipitado.

El vapor de agua contenido en la masa de aire, a consecuencia de los cambios de presión y temperatura y del movimiento de estas masas, ayudado, en ocasiones, por minúsculos núcleos de condensación y material sólido en suspensión, se reune en gotas de agua o en cristales de hielo y cae venciendo las resistencias que se le oponen, hasta llegar a la superficie terrestre.

A veces se trata de una simple condensación del vapor de agua que rodea un cuerpo más frío, y la precipitación se llama *rocío* cuando la temperatura es superior a 0 °C, o *escarcha* si el fenómeno ocurre a temperatura inferior a 0 °C.

Las gotas de lluvia son hasta 10^6 veces más grandes que los corpúsculos de agua del aerosol que constituyen las nubes, estando su diámetro medio comprendido entre 0,5 mm y 2,5 mm.

Si el diámetro medio de las gotas es inferior a 0,5 mm la precipitación se llama *llovizna.*

La precipitación sólida amorfa es el *granizo* y cristalizada la *nieve. Nieve en gránulos, aguanieve,* etc., son formas intermedias.

Existen también otras clases de precipitaciones producidas por sobrepresión como la *cencellada, lluvia helada,* etc.

La precipitación es un fenómeno de tipo discontinuo y por eso no se puede hablar de su variación diaria o anual del mismo modo que se ha hecho para otros elementos meteorológicos. Su distribución tanto en el espacio como en el tiempo es sumamente variable.

Según los fenómenos meteorológicos que las originan, o las acompañan, hay tres tipos de precipitaciones:

a) *Precipitación convectiva,* originada por el calentamiento de las masas de aire próximas a la superficie de un suelo que ha recibido una fuerte insolación. Suelen ser tormentas locales propias de la estación cálida.

b) *Precipitación frontal o ciclónica,* con origen en las superficies de contacto de masas de aire (frentes) con temperatura y humedad diferentes. Pueden ser de frente cálido o frío, o bien estar originadas por oclusión de un frente.

c) *Precipitación orográfica o lluvia de relieve,* propias de zonas montañosas, por el enfriamiento y consiguiente condensación de vapor de agua en las masas de aire que al tropezar con una ladera ascienden por ella.

No obstante, hay que advertir que, en general, las precipitaciones estarán originadas por combinaciones de dos de los tipos anteriores o de los tres.

1.9 MEDIDA DE LAS VARIABLES METEOROLÓGICAS

Datos básicos para los estudios hidrológicos, son los meteorológicos. Para obtenerlos existen multitud de aparatos que dan valores de las variables meteorológicas en intervalos de tiempo fijados previamente, o bien registran de modo continuo su variabilidad.

Pero en general, interesa el estudio de una zona más o menos amplia, y el defecto común a todos ellos es el de estar situados en un determinado punto, por lo cual, a los errores propios del aparato, susceptibles de corrección más o menos exacta, se sumará siempre el que se produce al aplicar su medida a toda un área. Por eso no se debe exigir inflexiblemente, una gran precisión del aparato, y hay que aceptar de forma lógica sus medidas, teniendo en cuenta que el objetivo final es obtener un orden de magnitud para toda la zona.

1.10 UNIDADES

En la tabla 6.1, se reúnen las unidades de más corriente uso en el sistema métrico décimal para medir las magnitudes meteorológicas. La elección de la más conveniente en cada caso, está condicionada por la cantidad a medir y, sobre todo, a escala nacional, por la homogeneidad de las medidas en los distintos puntos de observación.

TABLA 6.1 *Unidades más usuales en la medición de variables meteorológicas (sistema métrico decimal)*

Magnitud	Unidades	Equivalencias	Observaciones
Radiación	Langley/min = cal/cm²/min Langley/día = cal/cm²/día kW/m²	1 langley/min = = 1440 langley/día 1 langley/min = 0,7 kW/m²	
Temperatura	°C (grado centígrado) °K (grado Kelvin o absoluto)	1° C = 1° K	El origen es distinto: °K = °C + 273 Países anglosajones °F (grados Fahrenheit) °C = 5/9 (°F — 32)
Duración del día o insolación	Hora Minuto	1 hora = 60 minutos	
Presión	Baria Bar; milibar mm de Hg Atmósfera	Baria = 1 dina/cm² Bar = 10⁶ dinas/cm²; milibar = 10³ dinas/cm² Milibar = 0,75 mm de Hg Atmósfera = 760 mm de Hg	A 0 m altitud y 15° C de temperatura para la latitud 45° N
Tensión de vapor	Unidades de presión		
Humedad absoluta	g/m³		Dimensión M · L⁻³
Déficit de saturación	Unidades de presión		
Humedad específica	g/kg de aire húmedo		Adimensional
Humedad relativa	%		Adimensional
Proporción de mezcla	g/kg de aire seco		Adimensional
Punto de rocío	Unidades de temperatura		
Dirección horizontal del viento	Unidades angulares respecto a ejes fijos		
Velocidad del viento	km/hora m/seg	1 m/seg = 3,6 km/hora	
Precipitación	mm l/m²	1 mm = 1 l/m²	1 mm = 10 m³/Ha Países anglosajones: 1 pulgada = 25,4 mm

1.11 ESTACIONES CLIMATOLÓGICAS E INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Por cada variable meteorológica existe una variada gama de modelos de instrumentos de medida.

Muy frecuentemente, en una misma estación climatológica se encuentran reunidos varios aparatos para medir distintas variables (fig. 6.1). En orden creciente de complejidad, las estaciones climatológicas pueden ser: pluviométricas, termopluviométricas, completas o especiales, según midan respectivamente, sólo precipitación, precipitación y temperatura, todas las variables citadas en este capítulo, o dispongan de aparatos para hacer observaciones singulares (radar meteorológico, radiación cósmica, etc.).

La ubicación de una estación climatológica debe ser tal, que consiga una óptima conservación de las condiciones naturales que influyen sobre la variable que se quiere medir, y tenga fácil acceso para el encargado de las lecturas. Así pues, el terreno deberá ser llano, despejado de obstáculos y próximo al observador.

La elección de los aparatos deberá hacerse atendiendo a su exactitud, sensibilidad, fidelidad y resistencia a la intemperie. El fácil manejo, lectura rápida y posibilidad de conseguir accesorios y repuestos son otros condicionantes.

1.11.1 Medida de la radiación

No son demasiado frecuentes en las estaciones meteorológicas aparatos que midan radiación y los resultados obtenidos rara vez se incluyen en fórmulas empíricas para deducir valores de otras variables sinó más bien al contrario, es la radiación la que se deduce empíricamente (1.11.3).

La radiación global solar que llega a una superficie horizontal situada a nivel del suelo, se mide por la traducción a calorías del voltaje producido en pares termoeléctricos (Moll, Volochine, etc.) por la diferencia de temperatura ocasionada por la radiación al exponer a ella una de las soldaduras.

Otro procedimiento, en el que se basan los *pirheliómetros de compensación,* consiste en recoger, con un tubo dirigido hacia el Sol, un haz de rayos que inciden normalmente sobre una laminilla metálica (manganina o constantan), calentándola. Otra laminilla próxima a la anterior, pero, aislada eléctricamente de ella, se conecta a una corriente eléctrica y se calienta, hasta que las dos alcanzan equilibrio térmico. La intensidad eléctrica necesaria para lograr este equilibrio, traducida a calorías, da la medida de la radiación absorbida por la laminilla expuesta al Sol.



FIGURA 6.1
Estación climatológica
1) *pluviómetro*
2) *tanque de evaporación*
3) *anemómetro*
4) *garita meteorológica (en su interior están): psicrómetro, termómetro de máxima y mínima; evaporímetro Piché*
5) *heliógrafo.*

Los solarímetros o *piranómetros* reciben sobre una superficie sensible horizontal (par termoeléctrico) protegida por un casquete de cristal preparado ópticamente, la radiación solar global que produce una corriente cuyo voltaje se mide y traduce a calorías.

Las radiaciones de origen térmico no son registradas por los aparatos citados anteriormente, por ser su longitud de onda mayor (entre 5 μ y 50 μ) y para medirlas se utilizan los *pirgeómetros.*

También existen aparatos —*solarígrafo, pirheliógrafo*—, que registran, de modo continuo, sobre una banda, las variaciones de intensidad de la radiación.

1.11.2 Medida de la temperatura

En los observatorios meteorológicos se usa corrientemente el *termómetro de mercurio,* líquido que al dilatarse discurre en forma continua por el interior de un capilar, leyéndose directamente en la escala grabada

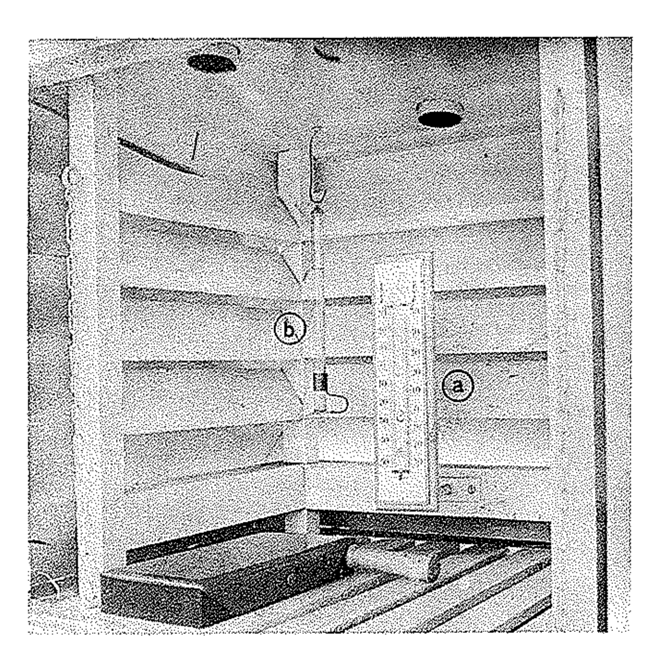


FIGURA 6.2

a) *Termómetro de máxima y mínima, modelo Six Bellani, situado en el interior de una garita meteorológica*

b) *Evaporímetro Piché.*

sobre el tubo termométrico, la temperatura. En graduación centígrada la escala está dividida en medios grados o en décimas de grado.

Para lugares muy fríos ($t < -25°$ C) el mercurio se sustituye por alcohol que tiene un punto de solidificación más bajo.

Otra medida corriente es la máxima y mínima temperatura diaria. Un termómetro de máxima tiene un estrechamiento en la base de la columna capilar, que la impide descender. La vuelta al depósito se consigue con sacudidas bruscas. Los termómetros de mínima son de alcohol con un índice empujado por el menisco que forma el líquido al retroceder por el capilar, pero que no se mueve cuando el líquido asciende. Ambos termómetros se disponen horizontalmente para paliar la acción de la gravedad.

Hay modelos *(Six-Bellani)* (fig. 6.2) que reúnen las medidas de máxima y mínima, señaladas por índices metálicos empujados por mercurio en dos escalas dispuestas en forma inversa. Un imán devuelve los índices, tras la lectura, a los extremos de las columnas de mercurio.

Es importante señalar que interesa medir la temperatura del aire y por tanto no conviene que el sol incida directamente sobre el termómetro, pues ésta actuaría de forma similar a un solarímetro (1.11.1) midiendo su propia temperatura. Tampoco debe estancarse el aire alrededor del termómetro, pues la mayor masa específica del mercurio haría que cediese calor al aire, dilatándose menos de lo debido.

Para evitar ambas cuestiones, se instalan los termómetros en el interior de garitas meteorológicas que permitan la circulación del aire y eviten la incidencia directa del Sol sobre el aparato (fig. 6.1).

La temperatura del aire varía muy rápidamente desde el nivel del suelo hasta 1,50 m sobre él y, a partir de ahí, la variación es pequeña. Por esta razón, los termómetros, en general, se sitúan a 1,50 m de altura sobre el suelo.

Hay aparatos —*termógrafos*— que registran de modo continuo sobre una banda, la variación de temperatura.

1.11.3 Medida de la insolación

El número de horas en que ha lucido el Sol durante un día se mide con el *heliógrafo,* que registra de modo continuo sobre un papel sensible, curvado y orientado convenientemente para que la incidencia de los rayos sea normal, la existencia de éstos.

Los modelos más usados son el *Campbell-Stokes* (fig. 6.3 a) que recibe la radiación sobre una esfera de cristal óptico que, a modo de lente, la concentra sobre un papel registrador dispuesto detrás, y *el Jordán* (figura 6.3 b) que consiste en un cilindro con dos ranuras laterales por las que penetran los rayos del Sol impresionando un papel sensible arrollado en el interior. Para que la incidencia sea normal, debe orientarse según la latitud del lugar.

Empíricamente se obtiene la radiación global incidente a partir de la medida de la insolación, mediante la fórmula de Glover y Mac Cullok, válida para latitudes entre 0° y 60°

$$R_i = R_A \ (0{,}29 \cos \lambda + 0{,}52 \ n/N) \qquad (6.1 \text{ a})$$

R_i = radiación global incidente sobre una superficie horizontal a nivel del suelo, en cal/cm^2 · día

R_A = intensidad teórica de radiación incidente, sobre una superficie horizontal, suponiendo que no exista atmósfera en cal/cm^2 · día (tabla 6.2)

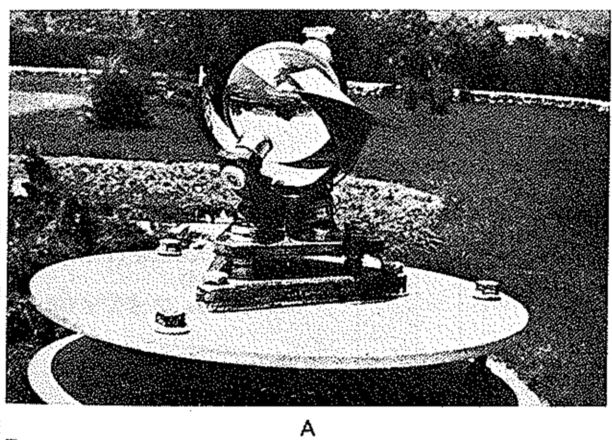
λ = latitud del lugar

n = número de horas de insolación medidas con el heliógrafo

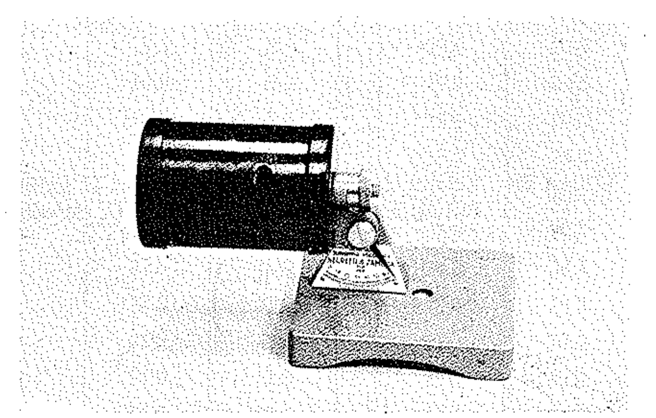
N = número máximo de horas de insolación según latitud y fecha (tabla 6.3).

TABLA 6.2 *Radiación global incidente* (R_A) *suponiendo que no existe atmósfera (latitud Norte)*
Unidad: cal/cm² · día

Lat. \ Mes	En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep	Oc	Nov	Dic
0°	858	888	890	862	816	790	804	833	875	880	860	842
5°	809	855	882	878	851	832	842	857	874	855	814	789
10°	759	821	873	894	885	873	879	880	872	830	767	735
15°	701	777	854	898	908	904	905	891	858	793	712	673
20°	642	732	834	902	930	934	930	902	843	755	656	610
25°	575	678	799	891	940	954	942	896	815	708	593	539
30°	508	624	764	880	950	972	955	891	788	658	528	469
35°	436	559	719	856	947	979	957	874	749	597	459	395
40°	364	495	673	833	944	985	958	858	710	536	390	323
45°	293	427	616	798	932	984	948	829	658	470	317	251
50°	222	360	560	764	920	983	938	800	607	404	246	180
55°	155	288	496	720	900	977	923	764	547	333	179	118
60°	88	215	432	676	880	970	908	728	487	262	111	56




A



B

FIGURA 6.3
Heliógrafos
a) *Modelo Campbell-Stokes, en estación.*
b) *Modelo Jordan.*

TABLA 6.3 *Número máximo diario de horas de sol según latitud Norte*
Unidad: horas/día

Lat. \ Mes	En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep	Oc	Nov	Dic
0°	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1
5°	11,9	12,0	12,1	12,2	12,4	12,4	12,3	12,3	12,1	12,0	11,9	11,8
10°	11,6	11,8	12,1	12,3	12,6	12,7	12,6	12,4	12,2	11,9	11,7	11,5
15°	11,4	11,6	12,1	12,4	12,8	13,0	12,9	12,6	12,2	11,8	11,4	11,2
20°	11,1	11,4	12,0	12,6	13,1	13,3	13,2	12,8	12,3	11,7	11,2	10,9
25°	10,8	11,3	12,0	12,8	13,4	13,7	13,6	13,0	12,3	11,6	10,9	10,6
30°	10,5	11,1	12,0	12,9	13,7	14,1	13,9	13,2	12,4	11,5	10,7	10,2
35°	10,2	10,9	12,0	13,1	14,1	14,6	14,3	13,5	12,4	11,3	10,3	9,8
40°	9,7	10,6	12,0	13,3	14,4	15,0	14,7	13,7	12,5	11,2	10,0	9,4
45°	9,2	10,4	11,9	13,6	14,9	15,6	15,3	14,1	12,5	11,0	9,5	8,8
50°	8,6	10,1	11,9	13,8	15,5	16,3	15,9	14,5	12,6	10,8	9,1	8,1
55°	7,7	9,6	11,8	14,2	16,4	17,5	17,0	15,1	12,7	10,4	8,4	7,2
60°	6,8	9,1	11,8	14,6	17,2	18,7	18,0	15,6	12,7	10,1	7,6	6,3

TABLA 6.4 *Valores de los coeficientes* a *y* b *en la fórmula* (6.1.b). *Fuentes: García Lozano y G. Bernáldez (1964), Ward (1970)*

$$R_i = R_A \left(a + b \frac{n}{N} \right)$$

a	b	Observaciones
0,29 cos λ	0,52	Glover y McCullok (1958) (λ = latitud) Válida para 0° ≤ λ ≤ 60°
0,18	0,55	Penman (1954)
0,18	0,62	Turc (1961)
0,22	0,54	Kimball (1914) para Virginia
0,25	0,54	Prescott (1940) para Camberra

TABLA 6.5 *Valores del albedo (r) para distintas superficies evaporantes*

$$r = \frac{\text{radiación incidente de onda corta}}{\text{radiación reflejada de onda corta}}$$

Superficie evaporante	Albedo (r)
Agua libre a temp < 30° C	0,02-0,06
Agua libre a temp > 30° C	0,06-0,40
Arcillas húmedas	0,02-0,08
Arcillas secas	0,16
Arenas claras	0,34-0,40
Arenas oscuras	0,35
Arenas ribereñas	0,43
Bosques de pináceas	0,10-0,14
Bosques de frondosas	0,18
Cereales	0,10-0,25
Césped verde	0,26
Césped seco	0,19
Hielo	0,36-0,50
Lechugas	0,22
Limos	0,16-0,23
Nieve	0,40-0,90
Patatas	0,19
Rocas	0,12-0,15
Sabanas	0,05-0,22
Zonas urbanizadas	0,15-0,25

TABLA 6.6 *Tensión de vapor saturante* (e_a) *a la temperatura del aire* (t)

Unidades: e_a en mm de Hg; t en °C

t	e_a	t	e_a
0,0	4,6	15,5	13,2
0,5	4,8	16,0	13,6
1,0	4,9	16,5	14,1
1,5	5,1	17,0	14,5
2,0	5,3	17,5	15,0
2,5	5,5	18,0	15,5
3,0	5,7	18,5	16,0
3,5	5,9	19,0	16,5
4,0	6,1	19,5	17,0
4,5	6,3	20,0	17,5
5,0	6,5	20,5	18,1
5,5	6,8	21,0	18,7
6,0	7,0	21,5	19,2
6,5	7,3	22,0	19,8
7,0	7,5	22,5	20,4
7,5	7,8	23,0	21,1
8,0	8,0	23,5	21,7
8,5	8,3	24,0	22,4
9,0	8,6	24,5	23,0
9,5	8,9	25,0	23,8
10,0	9,2	25,5	24,5
10,5	9,5	26,0	25,3
11,0	9,8	26,5	26,0
11,5	10,2	27,0	26,7
12,0	10,5	27,5	27,5
12,5	10,9	28,0	28,3
13,0	11,2	28,5	29,2
13,5	11,6	29,0	30,0
14,0	12,0	29,5	30,9
14,5	12,4	30,0	31,8
15,0	12,8		

La fórmula (6.1 a) pertenece a la familia de fórmulas más general, siguiente:

$$R_i = R_A \left(a + b \frac{n}{N} \right) \qquad (6.1\ b)$$

Valores de a y b dados por diversos autores figuran en la tabla 6.4.

También de forma empírica, se relaciona la radiación neta (radiación incidente — radiación reflejada) R_N, con la insolación y otras variables, en la fórmula de Brunt (1939):

$$R_N = R_i(1 - r) - R_e =$$

$$= R_i(1-r) - 1440\,\sigma \cdot T_a^4(0{,}56 - 0{,}092\sqrt{e_d}) \cdot (1 - 0{,}09\ m) \qquad (6.2)$$

en la que:

R_N = radiación neta en cal/cm² · día
R_i = radiación global incidente, medida con un solarímetro o deducida de las fórmulas (6.1 a) o (6.1 b)
R_e = radiación reflejada de onda larga en cal/cm² · día
r = albedo (relación entre radiación incidente y radiación reflejada de onda corta) (tabla 6.5)
σ = constante de Stefan-Boltzman = $0{,}826 \times 10^{-10}$ cal/cm² min °K⁴
T_a = temperatura del aire en grados Kelvin o absolutos (medida con termómetro en la garita meteorológica)
e_d = tensión de vapor de agua en el aire en mm de Hg = $e_a \cdot H_R/100$, siendo e_a la tensión de vapor saturante a la temperatura del aire (tabla 6.6) y H_R la humedad relativa expresada en porcentaje)
m = coeficiente de nubosidad en décimas de cielo cubierto. Permiter y Billviller dan para él la expresión: $m = 10\,(1 - n/N)$ y por tanto $1 - 0{,}09\ m = 0{,}1 + 0{,}9\ n/N$

n y N definidos anteriormente, para la fórmula (6.1 a).

1.11.4 Medida de la presión

La variación de altura de mercurio en un tubo barométrico en conexión con un recipiente sometido a la presión atmosférica da su medida. Este es el fundamento de los *barómetros.*

Existe el problema de la variación del origen de medidas al contraerse el volumen de mercurio. Los procedimientos más usados para resolverlo son:

Hacer el fondo del recipiente de material flexible (gamuza) accionado por un tornillo que permita enrasar el cero antes de iniciar la lectura *(Fortín)*; suprimir el recipiente y darle al tubo forma de sifón, midiendo diferencias de las columnas en una u otra rama *(Gay-Lussac)*, o bien, relacionar la superficie del recipiente con la sección del tubo y dar a la escala de medidas la graduación correspodiente *(Tonnelot)*.

Son de uso muy corriente, los barómetros de tipo metálico basados en la variación de forma de un recipiente estanco por acción de los cambios de presión.

Los *barógrafos* registran de forma continua la variación de presión (fig. 6.4). Suelen ser de tipo aneroide.

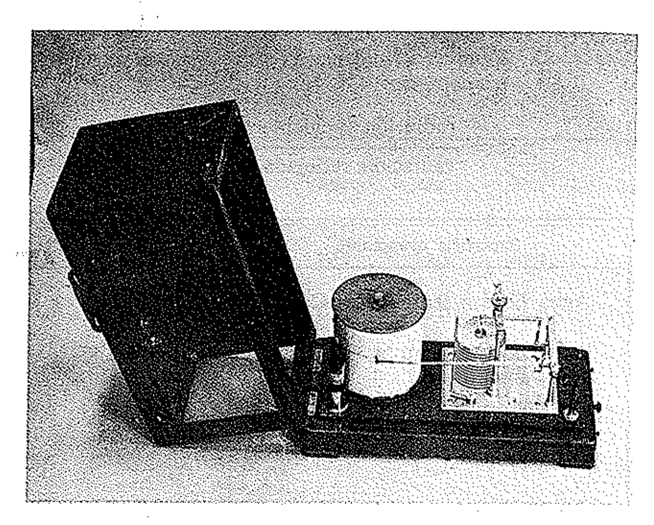


FIGURA 6.4
Barógrafo.

1.11.5 Medida de la humedad

El efecto de la humedad sobre determinadas sustancias higroscópicas, por ejemplo el cabello humano desengrasado puede servir para medirla *(higrómetro)*, pero en las estaciones climatológicas es mucho más utilizado el *psicrómetro.*

Un *psicrómetro* consta de dos termómetros ordinarios llamados seco y húmedo. El húmedo tiene el depósito de mercurio envuelto con una muselina que se mantiene húmeda conectándola con un depósito de agua. El agua de la muselina al evaporarse absorbe calor, produciendo un descenso de temperatura en este termómetro. La dife-

Termómetro húmedo t'	Diferencias medias por 0°,1 en t'	4°,8		5°,0		5°,2		5°,4		5°,6		5°,8	
		Tensión del vapor	Humedad relativa	Tensión del vapor	Humedad relativa	Tensión del vapor	Humedad relativa	Tensión del vapor	Humedad relativa	Tensión del vapor	Humedad relativa	Tensión del vapor	Humedad relativa
0	mm	mm		mm		mm		mm		mm		mm	
0		1,75	27	1,63	25	1,51	23	1,39	21	1,27	19	1,15	17
1	0,03	2,08	30	1,97	28	1,85	26	1,73	24	1,61	22	1,49	20
2	0,04	2,44	33	2,32	31	2,20	29	2,08	27	1,96	25	1,85	23
3	0,04	2,82	36	2,70	34	2,58	32	2,46	30	2,34	28	2,22	26
4	0,04	3,23	38	3,11	36	2,99	34	2,87	33	2,75	31	2,63	29
5	0,04	3,66	40	3,54	39	3,42	37	3,30	35	3,18	33	3,06	32
6	0,05	4,12	43	4,00	41	3,88	39	3,76	37	3,64	36	3,52	34
7	0,05	4,61	45	4,49	43	4,37	41	4,25	40	4,13	38	4,01	36
8	0,05	5,13	47	5,01	45	4,89	43	4,77	42	4,65	40	4,53	39
9	0,06	5,68	48	5,56	47	5,44	45	5,32	44	5,20	42	5,08	41
10	0,06	6,27	50	6,15	48	6,02	47	5,90	45	5,78	44	5,66	42
11	0,06	6,89	52	6,77	50	6,65	49	6,53	47	6,40	46	6,28	44
12	0,07	7,55	53	7,43	52	7,31	50	7,18	49	7,06	47	6,94	46
13	0,07	8,25	55	8,13	53	8,01	52	7,88	50	7,76	49	7,64	47
14	0,07	8,99	56	8,87	54	8,75	53	8,62	51	8,50	50	8,38	49
15	0,08	9,78	57	9,65	55	9,53	54	9,41	53	9,29	51	9,17	50
16	0,08	10,61	58	10,49	57	10,36	55	10,24	54	10,12	53	10,00	51
17	0,09	11,49	59	11,37	58	11,24	56	11,12	55	11,00	54	10,88	53
18	0,09	12,42	60	12,30	59	12,17	58	12,05	56	11,93	55	11,81	54
19	0,10	13,40	61	13,28	60	13,16	59	13,04	57	12,91	56	12,79	55
20	0,11	14,44	62	14,32	61	14,20	60	14,08	58	13,95	57	13,83	56
21	0,11	15,54	63	15,42	62	15,30	60	15,17	59	15,05	58	14,93	57
22	0,12	16,70	64	16,58	63	16,46	61	16,33	60	16,21	59	16,09	58
23	0,12	17,93	65	17,80	63	17,68	62	17,56	61	17,43	60	17,31	59
24	0,13	19,22	65	19,09	64	18,97	63	18,85	62	18,72	61	18,60	60
25	0,14	20,58	66	20,46	65	20,33	64	20,21	63	20,08	62	19,96	60
26	0,14	22,01	67	21,88	65	21,76	64	21,63	63	21,51	62	21,39	61
27	0,15	23,52	67	23,40	66	23,27	65	23,15	64	23,02	63	22,90	62
28	0,16	25,11	68	24,99	67	24,86	66	24,74	65	24,61	64	24,49	63
29	0,17	26,79	68	26,66	67	26,54	66	26,41	65	26,29	64	26,16	63
30	0,18	28,53	69	28,42	68	28,30	67	28,17	66	28,05	65	27,92	64
31	0,19	30,40	69	30,28	69	30,15	68	30,03	67	29,90	66	29,78	65
32	0,19	32,35	70	32,22	69	32,10	68	31,97	67	31,85	66	31,62	65
33	0,20	34,40	71	34,27	70	34,15	69	34,02	68	33,90	67	33,77	66
34	0,21	36,54	71	36,42	70	36,30	69	36,17	68	36,05	67	35,92	67
35	0,22	38,81	71	38,68	70	•							

Diferencia media en la tensión del vapor por 0°,1 en t-t' = 0,06 mm.

FIGURA 6.5
Página de las tablas psicrométricas utilizadas por el Servicio Meteorológico Nacional español.

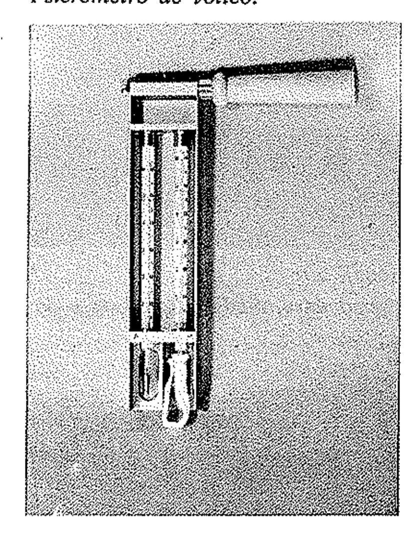


FIGURA 6.6
Psicrómetro de volteo.

rencia de temperaturas entre ambos, está relacionada con la tensión de vapor y éste a su vez con la humedad relativa en tablas psicrométricas (fig. 6.5).

Los modelos de psicrómetros varían según se sometan a ventilación natural o bien sean de ventilación forzada. Estos últimos, que son los más utilizados, provocan la evaporación del agua de la muselina por un volteo rápido del psicrómetro (fig. 6.6) o bien mediante una pequeña turbina accionada por un motor mecánico (psicrómetro de aspiración de Assmann).

1.11.6 Medida de características del viento

El viento es una magnitud vectorial. Será pues preciso determinar su dirección, sentido y módulo (velocidad).

La dirección y el sentido los señalan las *veletas* o *las mangas* sobre unos ejes que definen los puntos cardinales y otros intermedios (rosa de los vientos). También se usan veletas que registran de forma continua sobre una banda las direcciones del viento en un día.

El módulo se mide con los *anemómetros.* En realidad estos determinan el recorrido del viento y de él se deduce la velocidad media dividiendo por el intervalo de tiempo entre dos lecturas consecutivas. El modelo *Robinson* (fig. 6.7), muy empleado, consiste en cuatro semiesferas huecas sujetas por varillas horizontales en cruz, enlazadas a un eje vertical común de giro. El impacto del viento sobre la superficie cóncava de las cazoletas las hace girar y un contador mide las vueltas traduciéndolas a recorrido.

1.11.7 Medida de la lluvia

La lluvia se mide por la altura que alcanzaría sobre una ideal superficie plana y horizontal, antes de sufrir pérdidas (evaporación, infiltración, etc.).

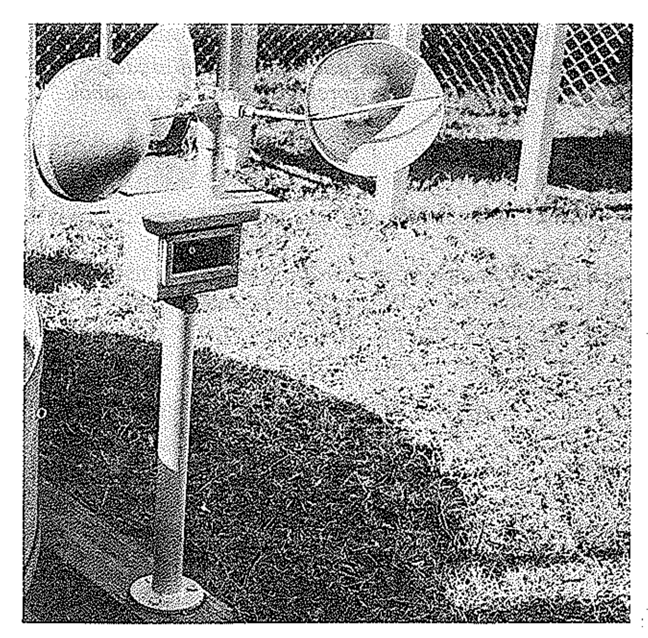
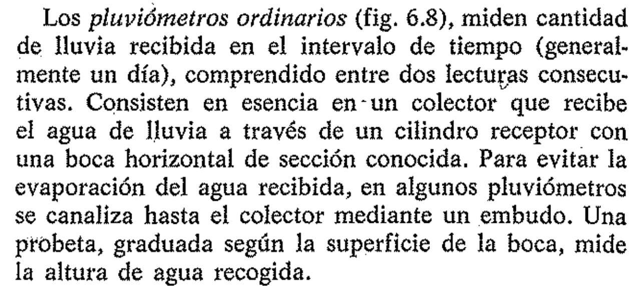


FIGURA 6.7
Anemómetro, modelo Robinson o de cazoletas.

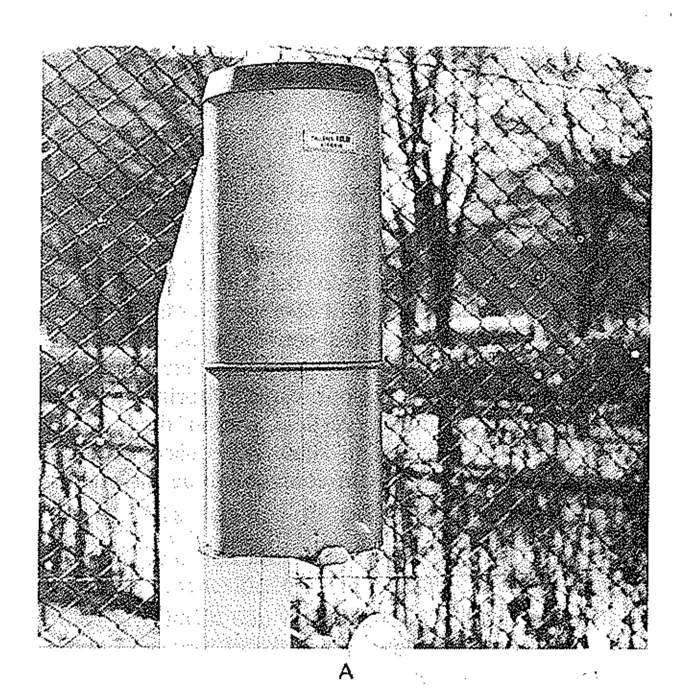


Los *pluviómetros ordinarios* (fig. 6.8), miden cantidad de lluvia recibida en el intervalo de tiempo (generalmente un día), comprendido entre dos lecturas consecutivas. Consisten en esencia en un colector que recibe el agua de lluvia a través de un cilindro receptor con una boca horizontal de sección conocida. Para evitar la evaporación del agua recibida, en algunos pluviómetros se canaliza hasta el colector mediante un embudo. Una probeta, graduada según la superficie de la boca, mide la altura de agua recogida.

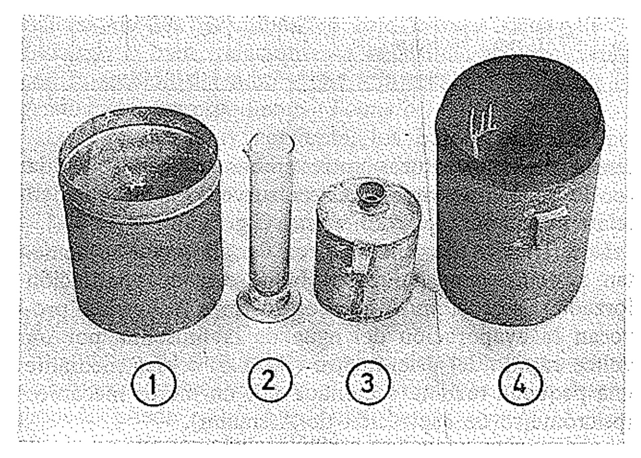
Los distintos modelos difieren en dimensiones, altura de la boca sobre el suelo, forma de medir el agua recogida y material de construcción. En España es de uso corriente el tipo *Hellman,* con boca de 200 cm² de sección y situada a 1,50 m sobre el suelo.

Los *pluviómetros totalizadores* se utilizan en lugares con difícil acceso, donde las lecturas sucesivas se hacen separadas por intervalos amplios de tiempo (hasta de un año). Deberán contar por tanto con un colector de mayor capacidad que el de un pluviómetro ordinario y en él se vierten, previamente medidas, sustancias que eviten la evaporación (por ejemplo: vaselina) y en zonas frías otras que ayuden a la fusión de la nieve (cloruro cálcico anhidro).

Los *pluviógrafos* registran de forma continua la variación de lluvia con el tiempo. Existen tres tipos fun-



A



B

FIGURA 6.8
a) *Pluviómetro ordinario en estación.*
b) *El mismo pluviómetro desmontado:*
1) depósito; 2) probeta graduada para medir; 3) colector; 4) cilindro receptor con la boca como sección horizontal superior.

damentales basados en otros tantos principios: pesajes sucesivos, vaciado por sifonación de un depósito por el que discurre un flotador, o registro del vertido de volúmenes fijos. Los dos últimos son los más usuales.

El *pluviógrafo de sifón automático* (fig. 6.9), recibe la lluvia por una boca de superficie conocida y la recoge en un depósito cilíndrico, empujando un flotador que discurre por él. La guía del flotador lleva adosada una plumilla, que escribe sobre la banda, arrollada a un tambor accionado por un aparato de relojería. Cuando el depósito está lleno, un sifón lo vacía rápidamente y la plumilla vuelve al cero de la banda, prosiguiendo el mismo proceso mientras dure la lluvia.

El *pluviógrafo de vertido de volúmenes fijos* (figura 6.10), consta de dos cangilones solidarios que oscilan alrededor de un eje. Cuando uno de ellos está lleno se produce el vuelco y empuja una plumilla que escribe sobre una banda arrollada a un tambor movido por aparato de relojería, el escalón correspondiente. A continuación es el otro cangilón el que recibe agua y el proceso se repite hasta que cesa la lluvia.

La intensidad de la lluvia, es una característica importante y se deduce de las bandas de los pluviógrafos (2.5.3, ejemplo 2). Existe un aparato inventado por el español *Jardí* que mide directamente intensidades de lluvia, pero su uso está poco generalizado.

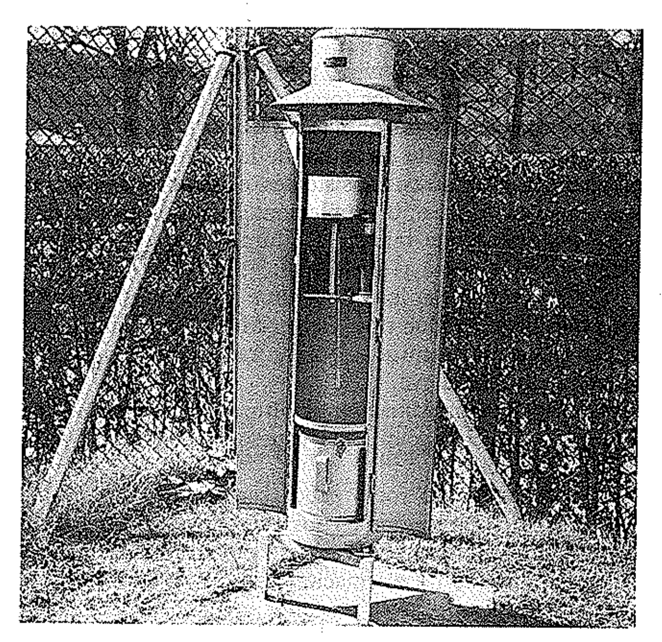
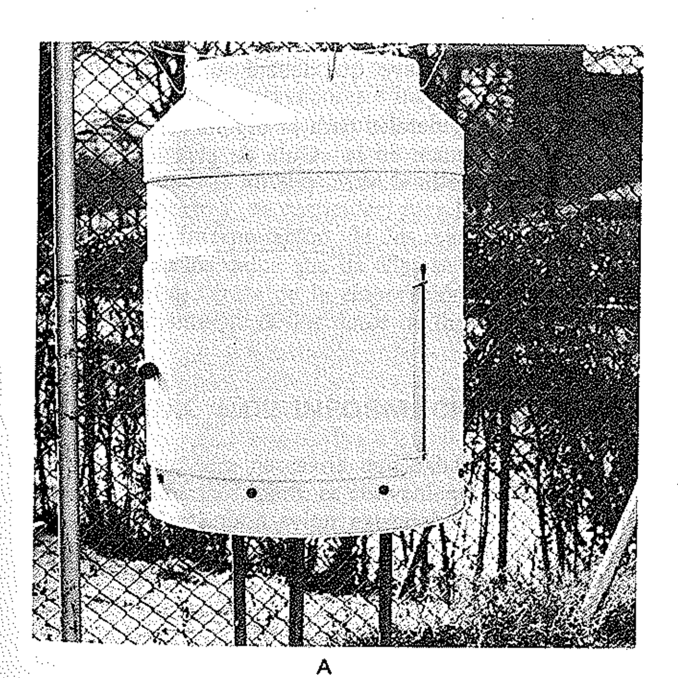


FIGURA 6.9
Pluviógrafo de sifonación automática.



A

B

FIGURA 6.10
a) *Pluviógrafo de cangilones.*
b) *Aparato registrador de pluviógrafo.*

1.11.8 Medida de otros tipos de precipitación

Para la medida de la nieve pueden emplearse los pluviómetros ordinarios o los totalizadores con algún aditivo que facilite su fusión (1.11.7). De esta forma se tendrá el «equivalente en agua» de la nieve. También se utilizan tomamuestras consistentes en cilindros huecos con cierre en la base, o simplemente regletas graduadas —*nivómetros*— que miden la altura de la nieve sobre una superficie plana y horizontal.

Más modernos son los *nivómetros radiactivos* que miden, con un contador tipo Geiger-Müller la atenuación de las radiaciones emitidas por un radioisótopo, al atravesar la capa de nieve.

En primera aproximación la altura de lluvia equivalente es la décima parte del espesor medido con una regleta graduada.

La evaluación del rocío puede ser importante en climas áridos o semiáridos en los que, en algunos casos, se ha dicho que alcanza valores comparables a los de la lluvia, aunque tal afirmación es muy discutible. Los métodos empleados son bastante artificiosos: pesadas sucesivas de material adecuado expuesto a la intemperie, variaciones de la resistencia eléctrica del mismo, o comparación con modelos fotográficos calibrados, del aspecto de piezas de madera situadas a distintas alturas sobre el suelo y expuestas al rocío *(Duvdevani)*.

1.12 REDES DE OBSERVACIÓN

El establecimiento de una red de observaciones hidrometeorológicas en una zona depende en cuanto a densidad y tipo de estaciones climatológicas, del estudio a realizar. En general los elementos que varían de modo continuo (presión, temperatura, humedad, etc.), precisan una red menos densa que los que lo hacen de forma discontinua (lluvia). Una topografía suave, permite un mayor espaciamiento de las estaciones. Debe tenerse en cuenta, también, que el manejo de aparatos delicados necesita contar con personal diestro no siempre asequible. La economía, por último, juega asimismo un importante papel.

A escala nacional, prácticamente todos los países cuentan con un organismo o servicio que se ocupa de la obtención de datos hidrometeorológicos. En España, el Servicio Meteorológico Nacional comenzó a esbozarse a finales del siglo XVIII y en 1900 se configuró en la forma que actualmente es común en los países civilizados: una oficina central y oficinas regionales que abarcan áreas naturales definidas.

En el plano internacional existe la Organización Meteorológica Mundial (O.M.M.), con sede en Ginebra creada en 1946 dentro del marco de la O.N.U.

La densidad de la red española de observatorios hidrometeorológicos sirve para tener una idea de la densidad de una red nacional: existen unas 125 estaciones completas; algo más de 800 estaciones termopluviométricas y cerca de 5000 pluviométricas, sin incluir varios centenares de pluviómetros totalizadores.

En particular para la red pluviométrica, la O.M.M. recomienda una densidad de un pluviómetro, cada 250 km^2 en terreno suave, que deberá aumentar cuando sea más montañoso.

Los principios generales para la organización de una red básica se resumen en la «Guía de prácticas hidrometeorológicas» de la O.M.M. (1970).

Capítulo 6.2

Elaboración de datos climáticos

2.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se ha dado una somera visión de conjunto de las variables meteorológicas, y el instrumental de uso corriente para su evaluación.

En general, el técnico, contará con una serie de datos básicos meteorológicos que ha conseguido reunir. Su misión, en este caso, consiste en una aceptación racional de los mismos, o un intento de selección, completado de series, reunión de elementos que haciéndolos más manejables den suficiente información, etc., por procedimientos que, muy frecuentemente son de naturaleza estadística. Pero, puede ocurrir, que para un determinado estudio o proyecto se maneje una red propia de observación, y, entonces, además, deberá procederse a la elección y ubicación de los aparatos, selección de sus correspondientes observadores e inspección periódica de las instalaciones para conseguir un funcionamiento adecuado. Asimismo se debe establecer un sistema de recepción y análisis inmediato de los datos remitidos por los observadores y, en particular, para los aparatos registradores, la interpretación de las bandas recibidas y obtención de los datos que de ellas se esperen.

Este capítulo trata de la elaboración de datos climáticos, especialmente de los datos de lluvia.

2.2 REUNIÓN DE INFORMACIÓN

No siempre será necesaria una exhaustiva obtención de datos climáticos, pero, es conveniente, que su número sea suficiente para evitar extrapolaciones y más aún el uso, de fórmulas empíricas que generalmente se han establecido para unas condiciones naturales diferentes de las correspondientes a la zona en estudio.

Serán fuentes de datos, las publicaciones de los servicios públicos encargados de su consecución: por ejemplo, en España, el Servicio Meteorológico Nacional, la Dirección General de Obras Hidráulicas del Ministerio de Obras Públicas, el Instituto Nacional de Investigaciones Agrarias del Ministerio de Agricultura, etc. También las publicaciones y archivos de entidades privadas e incluso de particulares interesados por el tema. Por ejemplo: Compañías Hidroeléctricas, Centros de Enseñanza, etc.

Finalmente será interesante la consulta de estudios y proyectos anteriores relacionados con la Hidrología, que merezcan garantías.

2.3 SERIES CLIMÁTICAS

Cuando el objeto del trabajo sea una previsión para el futuro a partir de lo ocurrido en el pasado, deben utilizarse las llamadas series climáticas, que son conjuntos de datos históricos obtenidos sucesivamente en una misma estación. Su tratamiento es un problema estadístico, así como el determinar cuando la serie tiene un número suficiente de términos para permitir extrapolaciones en el tiempo, con suficiente garantía. Lógicamente influirá la mayor o menor variabilidad del elemento en estudio. De una manera general, la O.M.M. recomienda series no menores de 30 años consecutivos de observaciones, pero cualquier decisión absoluta sobre esta cuestión es aventurada.

2.4 ANÁLISIS DE DATOS DE UNA VARIABLE METEOROLÓGICA CONTINUA

La mayoría de las variables meteorológicas son continuas: temperatura, presión, humedad, etc. Generalmente, los datos que llegan a los centros receptores corresponden a lecturas del aparato en determinadas horas

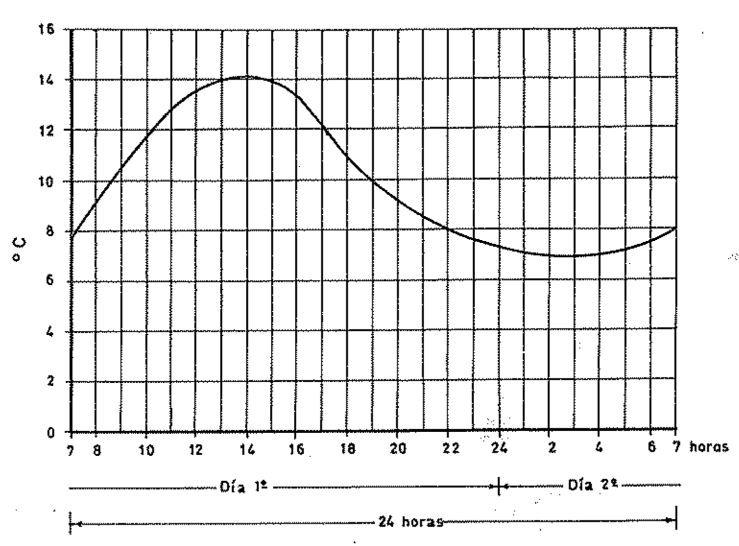


FIGURA 6.11
Curva temperatura-tiempo.

del día, pues no es demasiado frecuente la existencia de registradores continuos, y por eso, a partir de aquellas lecturas es preciso estimar la variabilidad diaria, y algunos valores estadísticos, como la media diaria. Se trata, pues, de interpolar «a estima» una curva de la que se conocen algunos puntos. El siguiente ejemplo muestra la forma de proceder:

Ejemplo 1

Calcular la temperatura media en 24 horas, correspondiente a las lecturas hechas en la estación meteorológica de Sant Joan d'Espí (Barcelona), que se reunen en el siguiente cuadro:

Día	Temperatura en °C				
	7 h	11 h	16 h	19 h	22 h
1.°	7,6	12,8	13,4	10,0	8,0
2.°	8,0				

Sabiendo que la temperatura mínima fue 6,8° C y se produjo poco antes de las 3 horas y la temperatura máxima 14,2° C, entre las 14 y las 16 horas.

En la figura 6.11, está representada la curva continua en ejes tiempos-temperaturas, dibujada «a estima» interpolando entre los datos.

Planimetrando se obtiene como área: 237 hora x · °C.

Por tanto la temperatura media diaria es: 237 hora x · °C/24 horas = 9,9 °C. Comparando con el método abreviado que recomienda la O.M.M.: hallar la media entre temperatura máxima y temperatura mínima para ese día, se tendría:

Temperatura media diaria

$$\frac{t\ max + t\ min}{2} = \frac{14{,}2 + 6{,}8}{2} = 10{,}5°\ C$$

En este caso, la diferencia es de un 6,6 %, pero este porcentaje puede ser mucho mayor cuando es grande la oscilación diaria de temperatura.

2.5 ANÁLISIS DE DATOS DE LLUVIA

A los centros meteorológicos, llegan mensualmente las tarjetas que rellenan los encargados de lectura de los pluviómetros, o en su caso, las bandas de los pluviógrafos, reuniéndose así la información relativa al mes inmediato pasado, y que, en general, es un conjunto de datos de:

— Precipitación total mensual en cada pluviómetro.
— Precipitación en un intervalo de 24 horas (2.5.3), en cada pluviómetro.
— Precipitación máxima mensual en 24 horas en cada pluviómetro.
— Número de días de lluvia, nieve o granizo, durante el mes en cada estación.
— Bandas de pluviógrafos.

Al transcurrir el tiempo, todo este conjunto alcanza un volumen realmente poco manejable. Por eso se debe acudir a procedimientos estadísticos que racionalicen la presentación, sintetizando en unos pocos elementos (valores medios, dispersión respecto a ellos, forma de la curva de observaciones, etc.), el máximo de información.

2.5.1 Módulo pluviométrico anual medio

Se llama así a la media aritmética de la lluvia anual, durante una serie de años. La lluvia en un año, dividida por el módulo pluviométrico anual medio, es el índice de humedad y permite clasificar los años en húmedos, medios o secos. Naturalmente, la posibilidad de aprovechamiento de ese agua, dependerá de la distribución de la lluvia en intervalos más cortos.

Cuando las series disponibles sean de pocos años (menos de 30) el módulo pluviométrico anual debe tomarse con mucha precaución pues en el conjunto es posible que predominen años secos, o por el contrario años húmedos.

2.5.2 Lluvia media mensual

Con el mismo criterio anterior, pueden calcularse las medias de las precipitaciones recibidas en un cierto mes, durante una serie de años. Este valor es la lluvia media mensual. La suma de las lluvias medias mensuales, de todos los meses del año será igual al módulo pluviométrico anual medio (2.5.1). Se tiene así una distribución de ese total medio a lo largo del año.

2.5.3 Lluvia diaria. Curvas de altura de lluvia acumulada

Cuando la estación pluviométrica es un pluviómetro ordinario, generalmente se hace una sola medida al día. En las redes nacionales esta medida se hace a la misma hora todos los días, a fin de homogeneizar los resultados. En España, la hora oficial es las 7 horas (T.M.G.), de modo que la medida que se anota en la tarjeta para un día es la precipitación recogida por el pluviómetro desde las 7 horas del día anterior hasta las 7 horas de ese día. Conviene tener en cuenta esta observación, especialmente al comparar las medidas pluviométricas con registros pluviográficos.

En ocasiones, se hace más de una medida diaria, y se tiene así una idea de la distribución de la lluvia en esas veinticuatro horas. Pero si se precisa conocer detalladamente esta distribución es necesario instalar un pluviógrafo. La banda del pluviógrafo es una curva de lluvia acumulada. De ella se deduce, el total de lluvia recogida y las cantidades recibidas en intervalos parciales de tiempo, tan pequeños como se quiera, es decir la intensidad de la lluvia que se expresa en mm/hora. Cuando el intervalo es infinitésimo se tiene intensidad instantánea.

Ejemplo 2

En la banda de pluviógrafo de la figura 6.12, determinar:
1) Cantidad total de agua recogida en mm.
2) Intensidad máxima instantánea y hora en que se produce.
3) Intensidad máxima en un intervalo de 30 minutos.
4) Tiempo de duración de la lluvia.

1) Comienza la lluvia a las 9 h 05′ aproximadamente. A las 11 h 40′ se han recogido 10 mm y se produce la primera sifonación. Continúa la lluvia, se producen dos sifonaciones más y finalmente cesa de llover a las 16 horas aproximadamente.

El total recogido es por tanto:

$$10 + 10 + 10 + 3{,}1 = 33{,}1 \text{ mm}$$

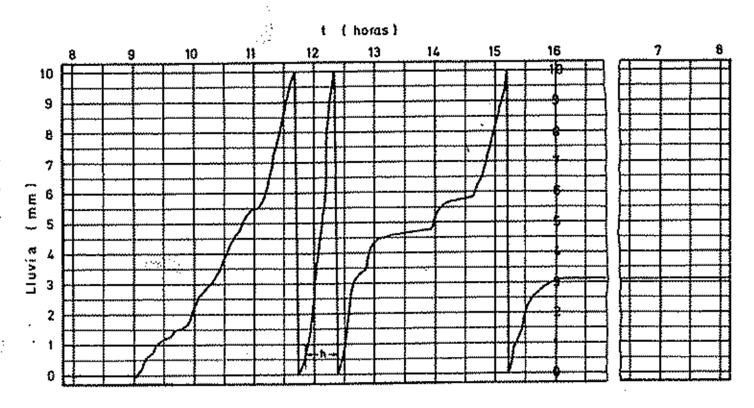


FIGURA 6.12
Banda simplificada de pluviógrafo.

2) En la curva de lluvia acumulada de la figura 6.12, se trata de encontrar el punto en que la tangente tiene mayor inclinación, y la intensidad que representa:
Intensidad máxima instantánea: 120 mm/hora
Hora en que se produce: 12 h 12′

3) Desplazando paralelamente al eje vertical una franja de anchura (según la escala adoptada h = 30 minutos, se encuentra la mayor cantidad de lluvia en ese intervalo en la situación que indica la figura 6.12. La cantidad recogida en esos 30 minutos es 9,5 mm, que equivale a una intensidad de 19 mm/hora.

4) No existe ningún tramo horizontal (sin lluvia) desde que empieza a llover hasta que cesa, por tanto el tiempo de duración de la lluvia es:

16 horas – 9 horas 5 minutos = 6 horas 55 minutos

2.5.4 Yetograma

Se llama así la figura que representa la cantidad de lluvia recogida en intervalos regulares de tiempo. Cuando estos intervalos son pequeños (generalmente de una hora) el yetograma se deducirá de las bandas pluviográficas.

Esta representación es muy utilizada en Hidrología (fig. 6.13).

2.5.5 Curvas intensidad-duración

A medida que se reduce el intervalo de tiempo, la intensidad máxima expresada en unidad constante (por ejemplo mm/hora) va creciendo. Esto es evidente para

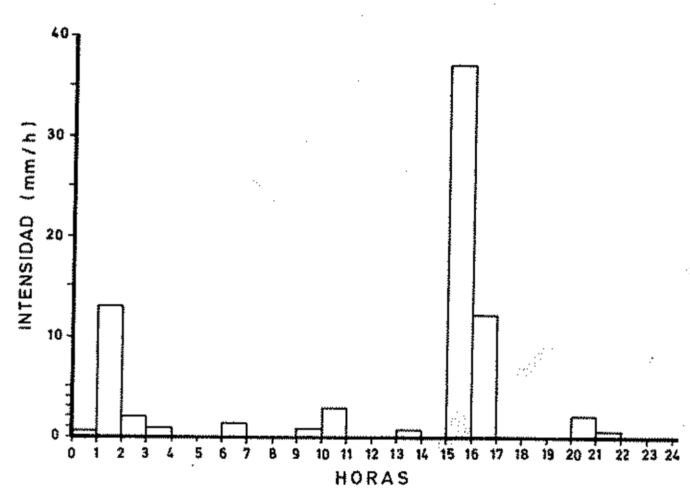


FIGURA 6.13
Yetograma horario.

un mismo aguacero y aplicable a una serie de ellos registrados por un pluviógrafo en la misma estación.

La forma de una curva intensidad-duración viene representada en la figura 6.14.

2.5.6 Curvas intensidad-duración-frecuencia

Cuando en una estación, se dispone de una larga serie de años de registros pluviográficos, se pueden dibujar curvas intensidad-duración para distintas frecuencias.

El siguiente ejemplo muestra el procedimiento:

Ejemplo 3

Durante 50 años los valores máximos, ordenados de mayor a menor y expresados en mm/hora, que se han obtenido en varios intervalos de tiempo están recogidos en el siguiente cuadro:

Dibujar curvas intensidad-duración, para las frecuencias

$\frac{1}{50}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{5}$

La primera columna del cuadro expresa las máximas intensidades registradas en los 50 años para los distintos intervalos. Por tanto su frecuencia es 1/50 (una vez en 50 años). Representando estos valores en unos ejes intensidad-duración tenemos la curva de frecuencia 1/50 (fig. 6.15). En esta misma figura se representan las curvas de frecuencia $\frac{1}{10} = \frac{5}{50}$ y $\frac{1}{5} = \frac{10}{50}$, representando respectivamente

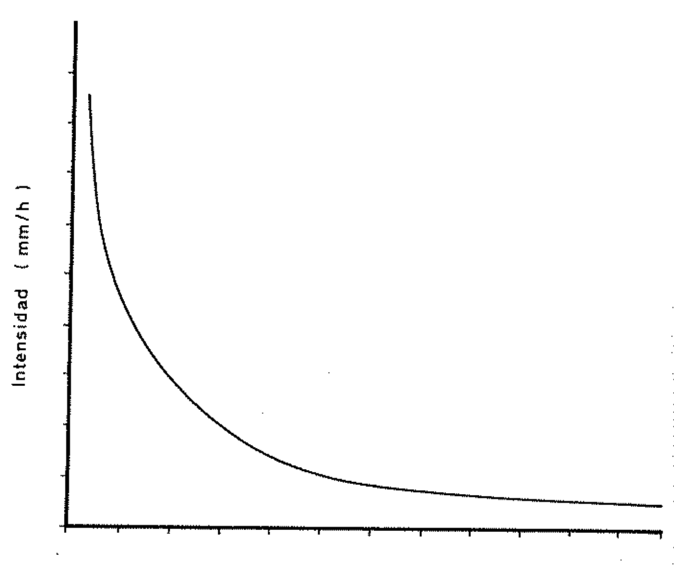


FIGURA 6.14
Curva de intensidad de lluvia-duración del aguacero.

Intervalo	Intensidades en mm/h, clasificadas de mayor a menor									
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
5′	190	173	166	151	118	70	54	48	39	30
10′	150	136	120	115	89	55	36	32	28	24
20′	112	103	92	82	58	35	23	21	10	18
40′	66	61	53	37	28	18	13	11	10	9
60′	44	40	31	23	17	12	9	8	7	6
90′	30	24	21	17	12	8	7	6	5	5
120′	19	16	13	10	7	7	5	4	3	2

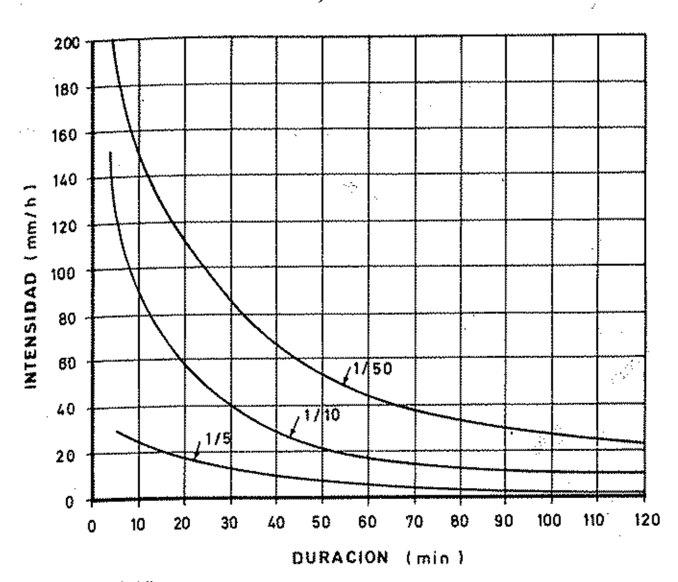


FIGURA 6.15
Curvas intensidad-duración-frecuencia.

los valores de las columnas quinta y décima, pues por ejemplo en un intervalo de 5 minutos, se habrá presentado en los 50 años cinco veces una intensidad igual o mayor que 118 mm/hora y en el mismo tiempo se habrán tenido diez veces intensidades iguales o mayores que 30 mm/hora. Y de forma análoga se razona para los demás intervalos.

2.6 ESTIMACIÓN DE VALORES DE LAS VARIABLES METEOROLÓGICAS PARA UNA ZONA

Para el estudio hidrológico de una determinada extensión superficial de terreno, es preciso estimar a partir de los datos obtenidos en unos cuantos puntos de observación, valores aplicables al conjunto de la zona.

Este es el caso que más frecuentemente se presenta en la práctica, y todo lo que, a continuación, se expone para la lluvia es aplicable por analogía a las demás variables meteorológicas (cap. 6.1).

El primer paso es reunir los datos básicos meteorológicos y completar las series haciéndolas homogéneas en tamaño y calidad por procedimientos estadísticos.

La hipótesis general es considerar aplicable la medida obtenida en un punto a toda un área más o menos extensa según la densidad espacial de la red de observación. Determinar este dominio para cada estación es un problema a resolver en cada caso particular teniendo en cuenta las características del fenómeno meteorológico y de la zona en estudio.

Se citan a continuación algunos procedimientos:

2.6.1 Lluvia media en una zona

a) *Media aritmética*

Consiste en tomar como lluvia media de la zona, la media aritmética de las medidas obtenidas en los pluviómetros situados en ella. La aproximación es escasa, pero el procedimiento puede ser útil en trabajos para los que no es necesaria una gran exactitud, siempre que la zona reuna características suficientes de homogeneidad climática y física.

Siendo $P_1, P_2, \ldots, P_n$ la lluvia recogida por los n pluviómetros de la zona en el mismo intervalo de tiempo, la lluvia media para la zona es:

$$P_m = \frac{P_1 + P_2 + \ldots + P_n}{n} \tag{6.3}$$

b) *Método de los polígonos de Thiessen*

Asigna como dominio a cada pluviómetro un polígono convexo que le rodea. Los polígonos se dibujan trazando sobre un plano de la zona las mediatrices de los segmentos que unen el punto de ubicación del pluviómetro considerado con los de ubicación de los pluviómetros más próximos. En los polígonos limítrofes se considerará solamente el área interior a la zona, pero para su dibujo pueden tenerse en cuenta pluviómetros exteriores.

Si las lluvias medidas por los pluviómetros en el intervalo de tiempo considerado son: $P_1, P_2, \ldots, P_n$ y las áreas respectivas de los dominios poligonales asignadas a cada uno son $S_1, S_2, \ldots, S_n$, la lluvia media será:

$$P_m = \frac{P_1S_1 + P_2S_2 + \ldots + P_nS_n}{S_1 + S_2 + \ldots + S_n} \tag{6.4}$$

Los resultados son buenos en zonas llanas, con pluviometría de distribución bastante homogénea.

c) *Método de las curvas isoyetas*

Situados en un plano, los pluviómetros y las respectivas cantidades de lluvia recogidas, el método consiste en interpolar líneas de igual precipitación (isoyetas) de acuerdo con estos valores. Para el dibujo de las isoyetas no debe realizarse una simple interpolación lineal sino que se tendrán en cuenta las características de ubica-

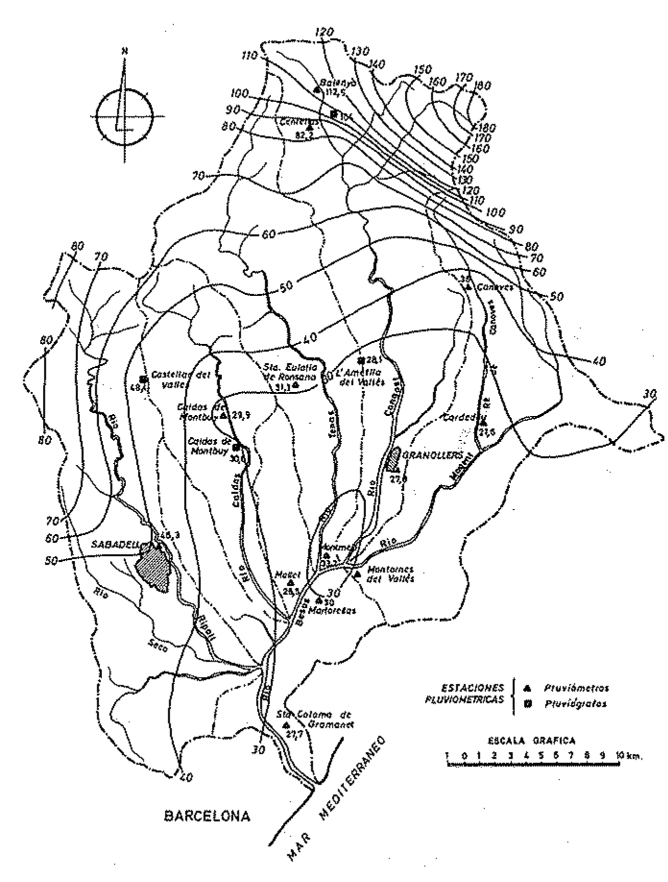


FIGURA 6.16

Isoyetas de los días 28-29-30 de noviembre de 1968 en la cuenca del río Besós.

ción de cada pluviómetro (situación, vegetación circundante, altitud, topografía, etc.), y según ellas se hará una interpolación racional.

Sean P_1, P_2, ..., P_n los valores asignados a cada isoyeta, y S_1, S_2, ..., S_{n-1}, las áreas entre las líneas $P_1 - P_2$, $P_2 - P_3$, ..., $P_{n-1} - P_n$. La lluvia media en la cuenca será:

$$P_m = \frac{\frac{P_1+P_2}{2} S_1 + \frac{P_2+P_3}{2} S_2 + \ldots + \frac{P_{n-1}+P_n}{2} S_{n-1}}{S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1}} \quad (6.5)$$

Existirá duda en la lluvia que corresponde al área situada entre las isoyetas extremas y el límite de la zona. Puede adoptarse como valor el de esas isoyetas extremas y añadir en el numerador de (6.5) el sumando correspondiente, o bien tomar como valor en esas áreas la media aritmética de los valores obtenidos en los pluviómetros que contienen.

El método de las curvas isoyetas es el que da resultados más aceptables, pero el carácter subjetivo del dibujo de isoyetas hace necesario que el autor posea un buen conocimiento de las características climáticas y físicas de la zona.

Ejemplo 4

La figura 6.16 representa la cuenca del río Besós (Barcelona) y en ella están situados varios pluviómetros. La lluvia recogida por cada uno los días 28, 29 y 30 de noviembre de 1968 figura en el plano.

Comparar los resultados de lluvia medida en la cuenca para ese período, por los métodos de la media aritmética y de dibujo de las curvas isoyetas.

Por media aritmética, tenemos (fórmula 6.3)

$$Pm = \frac{112{,}5+104{,}0+82{,}2+36{,}0+48{,}4+28{,}1+31{,}3+ +29{,}9+21{,}6+27{,}8+30{,}0+46{,}3+33{,}2+26{,}5+27{,}7}{15} =$$

$$= \frac{685{,}5}{15} = 45{,}6 \text{ mm}$$

Por el método de curvas isoyetas representadas en la figura 6.16 tenemos (fórmula 6.5),

$$Pm = 180 \times 1{,}7 + 175 \times 2{,}0 + 165 \times 4{,}0 + 155 \times 6{,}2 + + 145 \times 7{,}3 + 135 \times 6{,}8 + 125 \times 9{,}5 + 115 \times \times 27{,}0 + 105 \times 15{,}0 + 95 \times 6{,}1 + 85 \times 16{,}0 + + 75 \times 31{,}2 + 65 \times 80{,}0 + 45 \times 115{,}0 + 35 \times \times 217{,}0 + 30 \times 313{,}2/1038{,}0 = 49{,}9 \text{ mm}$$

La diferencia entre ambas estimaciones es del orden de un 10 % de la media aritmética.

2.6.2 Intensidad media de lluvia en una zona

Lo corriente es que en una determinada zona estén instalados muchos más pluviómetros que pluviógrafos. A partir de la lluvia media calculada por uno de los métodos anteriores y de los registros pluviográficos puede estimarse una intensidad media para la zona, si en ella la lluvia se reparte homogéneamente.

a) *Caso de un solo pluviógrafo y varios pluviómetros*

Si son $P_1, P_2, \ldots, P_n$ las precipitaciones recogidas por los pluviómetros en un día, se admiten como intensidades en el intervalo Δt en cada uno, los valores:

$$I_t \frac{P_1}{P_R};\ I_t \frac{P_2}{P_R};\ \ldots;\ I_t \frac{P_n}{P_R}$$

siendo P_R la lluvia recogida por el pluviógrafo el mismo día, e I_t la intensidad que en la banda registradora corresponde al intervalo Δt.

Sean $S_1, S_2, \ldots, S_n$ las áreas o dominios asignados a cada pluviómetro.

Entonces la intensidad media I_{mt} en el intervalo Δt

$$I_{mt} = \frac{I_t \frac{P_1}{P_R} S_1 + I_t \frac{P_2}{P_R} S_2 + \ldots + I_t \frac{P_n}{P_R} S_n}{S_1 + S_2 + \ldots + S_n} =$$

$$= \frac{I_t}{P_R} \cdot P_m \qquad (6.6)$$

Siendo P_m la lluvia media en la zona.

Ejemplo 5

Suponiendo que la banda pluviográfica de la figura 6.12, sea del único pluviógrafo instalado en una zona que ese día ha recibido una lluvia media de 40 mm. Calcular la intensidad media máxima en 30 minutos correspondiente a la zona.

En el ejemplo 2 (apartado 1) se ha obtenido como total recogido por el pluviógrafo 33,1 mm y en apartado 3) se ha obtenido como intensidad máxima en 30 minutos para ese día 19 mm/hora.

Aplicando la fórmula (6.6) tenemos:

$$\text{Im en 30 minutos} = 19 \text{ mm/hora} \cdot \frac{40 \text{ mm}}{33{,}1 \text{ mm}} =$$

$$= 22{,}9 \text{ mm/hora}$$

b) *Caso de varios pluviógrafos y varios pluviómetros*

Se hacen coincidir los tiempos en las curvas de lluvia acumulada que representan las bandas de los pluviógrafos y se considera como ordenada en cada instante la media de las ordenadas de todas las bandas.

Se tiene así una «banda media» y a partir de ella se aplica el procedimiento, anterior (fórmula 6.6).

2.7 ÓRDENES DE MAGNITUD DE LA LLUVIA

Algunos valores son:

a) *Módulo medio*

Aunque las series de que proceden los valores medios no son homogéneas, se citan a continuación algunos que permitirán fijar ideas respecto a órdenes de magnitud:

G. Remenieras (1960) da entre otros:

Valores altos

Tcherrapoundji (India)	12 040 mm
Sierra Leona	4300 mm
Tamatave (Madagascar)	3090 mm

Valores bajos

El Cairo (Egipto)	34 mm
Suez (Egipto)	25 mm

Siendo las oscilaciones interanuales en estos puntos muy grandes. Así en Tcherrapoundji el máximo anual medido es 20 000 mm aproximadamente, y en ciertas zonas desérticas ha habido lluvia anual nula.

A. Linés (1966) da como valores más destacados en España peninsular, los de Capela (Coruña) (3000 mm), Santiago de Compostela (1544 mm) y Grazalema (1513 mm) y como más bajos: Almería (231 mm) y otros puntos del SE (menos de 300 mm). Casi todas las cumbres de las cordilleras españolas superan los 1000 mm. Los módulos anuales más frecuentes están comprendidos entre 500 mm y 1000 mm.

En algunas zonas de Canarias, la lluvia anual no rebasa los 100 mm.

b) *Intensidades*

Ven Te Chow (1964) destaca valores como:

Fussen (Baviera)	127 mm en 8 minutos
Polumb Point (Jamaica)	203 mm en 16 minutos
Curtea de Arges (Rumania)	216 mm en 20 minutos

G. Remenieras (1960) para Francia da estos valores máximos:

Molitg-les-Bains	313 mm en 95 minutos
Marsella	150 mm en 120 minutos
Perpignan	103 mm en 60 minutos

A. Linés (1966) señala en España estos valores:

Bejís (Valencia) el 15-10-57 210 mm en 90 minutos
Sabadell (Barcelona) el 25-9-62 95 mm en 44 minutos

Martín Arnáiz (1971) da para la cuenca del río Llobregat el día 20-9-71:

Esparraguera (Barcelona) 308 mm en 4 horas
Martorell (Barcelona) 350 mm en 6 horas

y para la cuenca del río Muga el mismo día:

Figueras (Gerona) 400 mm en 4 horas 35 minutos.

Capítulo 6.3

El agua en el suelo

3.1 INTRODUCCIÓN

Parte del agua que natural o artificialmente llega a la superficie de la tierra, penetra a través de ella. En este capítulo se fija la atención sobre el agua que sin llegar a engrosar el volumen de «agua subterránea» propiamente dicha, está situada por debajo de la superficie terrestre. Esta «humedad del suelo» juega un importante papel en ciertos fenómenos como la evapotranspiración y la infiltración y en consecuencia, desde los puntos de vista hidrológico y agrícola, su estudio es muy interesante.

3.2 EL SUELO. DEFINICIÓN. HORIZONTES

El suelo es el resultado de cambios físicos y químicos y de la actividad orgánica sobre las rocas a través del tiempo. La roca que evoluciona así se llama roca madre. La ciencia que se ocupa del estudio de los suelos es la Edafología. A continuación se exponen algunos conceptos básicos:

Un corte vertical del suelo se llama perfil (fig. 6.17) y en él se distinguen sucesivas capas llamadas horizontes. De forma muy elemental, el proceso se describe así: la alteración de una roca madre desnuda C produce una capa (A) que apenas tendrá materia orgánica. A medida que se va acumulando ésta, se forma el horizonte A, generalmente de tono oscuro y, con el tiempo, empobrecido por las aguas, por lo que recibe el nombre de horizonte de lavado o eluvial. El horizonte B aparece debajo del A como depósito de las sustancias arrastradas por el agua desde el horizonte superior. Se le conoce como horizonte de acumulación o iluvial. Naturalmente el proceso descrito anteriormente puede sufrir importantes modificaciones. Por ejemplo, en zonas con fuerte evaporación y alimentación lateral de agua, se produce una inversión de horizontes, formándose el B sobre el A. También puede ocurrir que los horizontes A y B no procedan de la roca madre C. En este caso habrá un nuevo horizonte D originado por ella y debajo del B.

En general el horizonte A es más permeable que el B, pues en este se acumulan arcillas y coloides que cementan los materiales más gruesos.

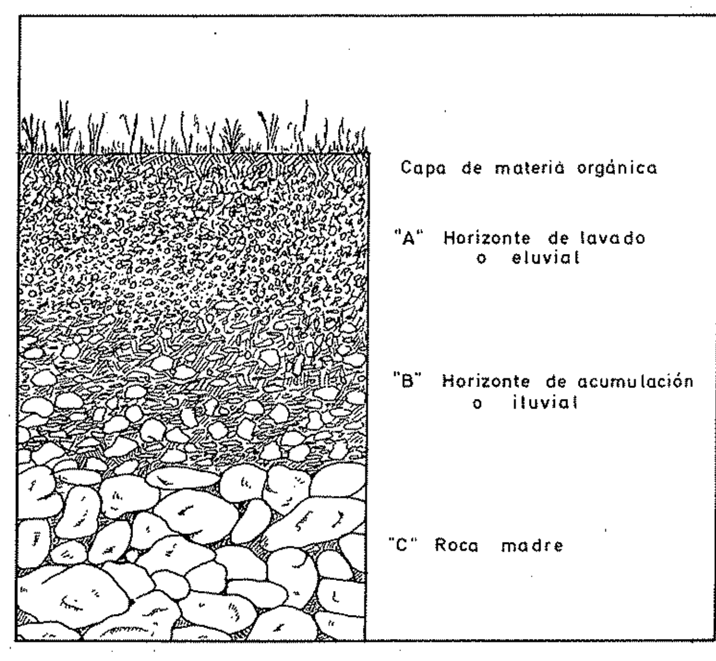


FIGURA 6.17
Perfil del suelo.

Desde el punto de vista hidrológico, el suelo se considera un material complejo compuesto por sólidos (material mineral y materia orgánica), líquidos (fundamentalmente el agua que, en ocasiones, es una componente más de las rocas) y gases (aire y vapor de agua esencialmente).

3.3 MATERIAL SÓLIDO Y GASEOSO DEL SUELO

En el estudio físico de un suelo interesan dos aspectos: *a)* la textura, o proporción relativa en que se presentan los distintos materiales sólidos que lo componen. Esta proporción se expresa en porcentaje del peso de materiales comprendidos en un intervalo de tamaños, respecto al peso total de la muestra seca.

b) la estructura, que es la disposición relativa de esos materiales, en las condiciones naturales de un determinado suelo.

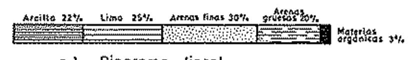
3.3.1 Textura

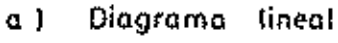
Las denominaciones propuestas para los materiales sólidos de distintos tamaños que componen un suelo, no son universales. Con base en la clasificación dada por el Departamento de Agricultura de los Estados Unidos (U.S.D.A.) pueden aceptarse las de la tabla 6.7.

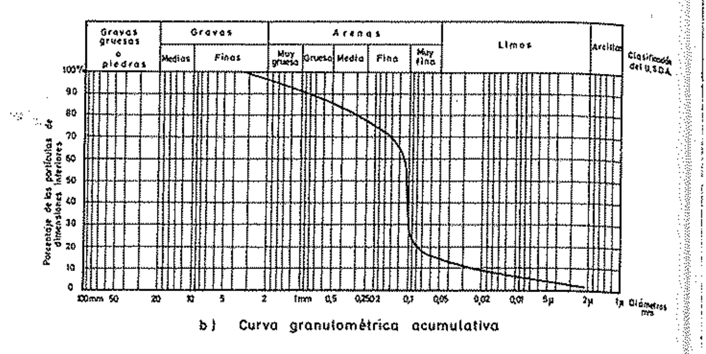
TABLA 6.7 *Clasificación de materiales por tamaños según el U.S.D.A.*

Denominación	Diámetro de los granos
Grava gruesa o piedra.	20 mm
Grava media	20 mm-10 mm
Grava fina	10 mm- 2 mm
Arena gruesa	2 mm- 0,5 mm
Arena media	0,5 mm- 0,25 mm
Arena fina	0,25 mm- 0,10 mm
Arena muy fina	0,10 mm- 0,05 mm
Limo	0,05 mm- 0,002 mm
Arcilla	<0,002 mm

La textura de un suelo, se determina en laboratorio efectuando una clasificación granulométrica de sus materiales sólidos, mediante tamices de distintas mallas dispuestos sucesivamente en un cilindro vertical, de forma que cada uno retenga las partículas de diámetro superior al de malla, y deje pasar el resto de la muestra. Para materiales muy finos se prosigue la diferenciación por otras técnicas de laboratorio.







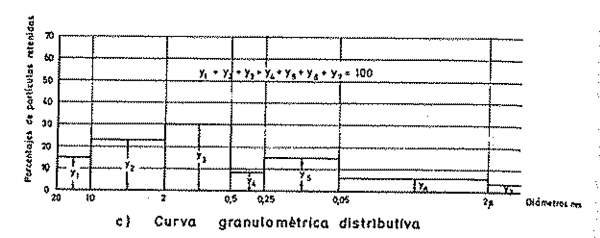


FIGURA 6.18
Representaciones gráficas de distribuciones granulométricas.

Los resultados de un análisis granulométrico es corriente representarlos gráficamente. Hay varios sistemas (fig. 6.18):

a) Sobre una horizontal, se llevan longitudes proporcionales al porcentaje en peso de elementos de cada tipo (M. G. Auber).

b) Dibujando curvas granulométricas acumulativas sobre unos ejes cartesianos, en los que el eje de abscisas tiene escala normal o logarítmica. Se llevan en abscisas los diámetros, generalmente en valores decrecientes desde el origen, y en ordenadas los porcentajes en peso de los materiales que no superan el diámetro correspondiente, respecto al peso total de la muestra.

c) Dibujando curvas granulométricas distributivas sobre unos ejes cartesianos. En abscisas se sitúan los diámetros, en ordenadas los porcentajes respecto al peso total, del peso de los materiales correspondientes a cada intervalo.

La representación más utilizada es la de curvas granulométricas acumulativas. Hazen, define para ellas ciertos parámetros que permiten comparar unas con otras:

a) Diámetro eficaz —d_{10}— es tal que el 10 % del peso de la muestra, tiene un diámetro menor. Juega importante papel en estudios de permeabilidad (Capítulo 8.2).

b) Coeficiente de uniformidad — $\frac{d_{60}}{d_{10}}$ — estando definido d_{60} de forma análoga a la empleada para d_{10}. La granulometría es tanto más uniforme cuanto menor es este coeficiente. La porosidad tanto mayor cuanto más se acerca a 1.

Según su textura, los terrenos se engloban en distintas clases, pero las denominaciones tampoco gozan de acuerdo general. El U.S.D.A.* propone el triángulo de la figura 6.19 para clasificar los suelos.

3.3.2 Estructura

En condiciones naturales, los materiales que componen un suelo tienen una determinada disposición relativa. Esto es su estructura.

El capítulo 8.1 define conceptos como la porosidad que son consecuencia de la estructura del suelo. Conviene precisar que la estructura no es una constante y cualquier acción física sobre el terreno, o el hecho de que permanezca saturado de agua un cierto tiempo puede cambiarla.

3.4 EL AGUA EN EL SUELO

La componente líquida en el suelo es, generalmente, el agua, que al atravesar la superficie del terreno, se distribuye por él, quedando sometida a varias fuerzas, de cuya intensidad depende el mayor o menor grado de fijación al material sólido. También existe agua formando parte de la composición química de las rocas y agua en forma de vapor, pero en lo que sigue se considerará fundamentalmente el agua procedente del exterior en un determinado momento.

La cantidad total de agua que puede extraerse de una muestra en el laboratorio es el contenido de humedad del suelo, y será igual a la suma de los pesos o volúmenes de agua obtenidos de la muestra por procedimientos progresivamente enérgicos, lo cual indica que existen varias formas «de estar» del agua en el suelo. Atendiendo a esta idea se establecen los siguientes tipos:

* Departamento de Agricultura de EE.UU.

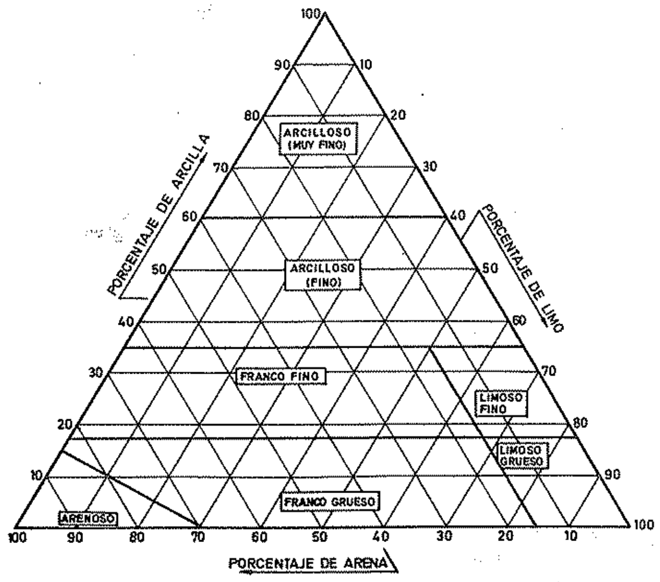


FIGURA 6.19
Clasificación de suelos por texturas según U.S.D.A.

3.4.1 Agua retenida por fuerzas no capilares

Parte del agua es retenida por atracción eléctrica, dado el carácter dipolar de la molécula de agua y de las superficies de los cristales sólidos. A su vez, las sales disueltas en el agua tienden a retenerla con una intensidad igual a la presión osmótica de la solución. Todas estas causas hacen que sean precisos procedimientos especiales para separar este agua de una muestra. Castany (1963) distingue: agua higroscópica, sólo separable en forma de vapor, que forma parcelas aisladas adsorbidas por las partículas sólidas y agua pelicular que se desprende por centrifugación y forma una película que envuelve las partículas y el agua higroscópica. Desde el punto de vista hidrológico estos tipos tienen poco interés, pues no se desplazan por gravedad, ni se extraen de la zona saturada por bombeo. Tampoco es agua útil agronómicamente, pues la fuerza de succión de las raíces es, en general, inferior a la de retención del agua y las plantas no pueden por tanto extraerla del terreno.

3.4.2 Agua retenida por fuerzas capilares

El contacto de dos fluidos no miscibles —caso del agua y el aire— produce una atracción entre sus moléculas que se llama tensión superficial. Esto, unido a la tendencia de las moléculas de agua a adherirse a los

sólidos, hace que el agua sea retenida por los finos canalículos que existen en el suelo llenos de aire. Estas causas de retención constituyen las llamadas fuerzas capilares (Davis, De Wiest, 1966, págs. 186-188).

Cuando un terreno recibe una aportación exterior de agua (lluvia o riego) se produce una saturación de los huecos en las capas superiores y el agua desciende por gravedad. Al cesar la aportación, transcurrido un cierto tiempo, desaparece el estado de saturación, pero parte del agua queda retenida en el terreno por fuerzas capilares. Su distribución es irregular y ello hace que se la conozca con el nombre de agua capilar aislada o suspendida. Esta es la única forma de agua del suelo que aprovechan las plantas (excepción hecha de las freatofitas, Cap. 6.4), pues la fuerza de succión de las raíces es suficiente para extraer una parte de ella. Tiene por tanto un gran interés agronómico.

El mismo efecto de capilaridad se produce sobre el agua de la zona saturada, en el interior del terreno. En este caso, la aportación de agua para el fenómeno es permanente (mientras haya agua en el acuífero) y el agua así retenida se llama agua capilar continua o sostenida. Este tipo de agua acompaña a la fuente de alimentación en sus fluctuaciones, y, al menos en su parte inferior, también satura la zona que ocupa.

3.4.3 Agua no retenida por el suelo

Por último, otra parte del agua que recibe un terreno, penetra y desciende a través de los huecos, sometida fundamentalmente a la acción de la gravedad. Cuando este agua alcanza un fondo impermeable, o una zona ya saturada, satura a su vez completamente la zona suprayacente. Se conoce con el nombre de agua gravífica o agua de gravitación y constituye el agua subterránea propiamente dicha.

Está contenida en el suelo, pero no retenida por él y circula libremente por efecto de los gradientes piezométricos.

3.5 HUMEDAD DEL SUELO, SU MEDIDA

El término humedad del suelo se emplea para referirse al agua retenida por él, y así distinguirla del agua subterránea propiamente dicha (3.4.3).

Los procedimientos más exactos para medirla son los de laboratorio, siempre que la muestra del suelo se extraiga y transporte con las debidas precauciones para conservar íntegra su humedad.

Pero en la práctica, es útil y rápido el determinar «in situ» la humedad del suelo y para ello se emplean diversos métodos y aparatos, que deben ser previamente calibrados con medidas de laboratorio. Algunos son:

3.5.1 Bloques porosos absorbentes

Se sitúan en el terreno, pesándolos antes y después de la operación. El contenido de agua, está expresado por la diferencia entre ambas mediciones.

3.5.2 Tensiometros

Son recipientes porosos, generalmente de cerámica, llenos de agua y provistos de un manómetro que mide la tensión del agua interior. Introducido en el suelo, una vez establecido el equilibrio respecto al contenido de humedad de éste, se mide de nuevo la tensión del agua interior y se relaciona la diferencia respecto a la medida inicial con el contenido de humedad del suelo mediante unas curvas de tarado previamente construidas.

Tienen el inconveniente de ser de empleo delicado y estar su campo de acción limitado a menos de una atmósfera de presión.

3.5.3 Métodos que relacionan conductividad eléctrica del suelo con su contenido de humedad

Miden, por medio de un puente de Wheastone, uno de cuyos extremos se situa en el terreno, la conductividad eléctrica de éste. Posteriormente las medidas se traducen a contenido de humedad.

3.5.4 Métodos geofísicos

a) La resistividad eléctrica al paso de una corriente, a través de materiales húmedos, es función entre otras variables, del grado de humedad. En esto se basan algunos aparatos como el de G. J. Bouyoucos, que consiste en envolver dos electrodos en un material que absorbe humedad (yeso, nylon, etc.) y enterrarlos en el suelo. Un puente de Wheastone mide los cambios de resistividad, según la humedad absorbida por las envolturas y se relacionan ambas magnitudes mediante curvas de tarado.

b) Situando una fuente de neutrones rápidos en el suelo, los emitidos chocan con los núcleos del hidrógeno del agua y pierden energía. Un detector mide el flujo de neutrones térmicos o epitérmicos resultante de la interacción, el cual se relaciona con el contenido de humedad, mediante curvas adecuadas.

3.6 CONTENIDO DE HUMEDAD EN UN SUELO. PARAMETROS CARACTERÍSTICOS

Las medidas de contenido de humedad en un suelo, pueden expresarse en proporción de peso de agua, respecto al peso total de la muestra seca, o en proporción de volúmenes ocupados en el terreno por el agua y los sólidos.

El material sólido que compone un suelo tiene una densidad real del orden de 2,5. Pero el volumen que realmente ocupa en el terreno es mayor y surge el concepto de densidad aparente o relación entre el peso del volumen que ocupa en el terreno una muestra seca y el peso del mismo volumen de agua. Es éste un concepto importante, pues multiplicando las proporciones en peso por la densidad aparente, se obtienen proporciones en volumen. Los valores de la densidad aparente, oscilan según el tipo de partículas del suelo entre 1,1 y 1,6 aproximadamente.

Hay que advertir que la expresión muestra seca no es absoluta, pero en general se acepta como tal, una muestra sometida a desecación en un horno, a temperatura de 105° C, aunque en estas condiciones aún mantiene una pequeña proporción de agua de retención.

Algunos valores característicos de contenido de humedad en un suelo, se citan a continuación, pero conviene tener en cuenta (Demolón 1953) que las técnicas empleadas para obtenerlos influyen en los resultados.

3.6.1 Grado de humedad

Es el porcentaje de peso del agua contenida en la muestra, antes de desecarla, respecto al peso de la muestra desecada a 105° C.

Se obtiene pesando la muestra antes y después de la desecación y hallando el porcentaje que representa la diferencia entre ambas pesadas respecto al peso de la muestra seca.

3.6.2 Capacidad de campo

Es el grado de humedad de una muestra que ha perdido su agua gravífica. Este concepto es de gran importancia en agricultura pues, en la zona de acción de las plantas representa el agua que, transcurrido un tiempo —generalmente unos tres días— después de un riego o de una lluvia, queda en el terreno, parte de la cual podrá ser aprovechada por la vegetación para sus funciones biológicas.

3.6.3 Humedad equivalente

La humedad equivalente es el grado de humedad, determinado en laboratorio, de una muestra que se ha sometido a una fuerza centrífuga 1000 veces superior a la de la gravedad (presión de 10 atmósferas aproximadamente) durante un tiempo de unos 40 minutos.

El hecho de esta determinación se debe a que la humedad equivalente es un valor muy próximo al de capacidad de campo (3.6.2), y sustituye su determinación.

3.6.4 Punto de marchitez permanente

Es el grado de humedad de un suelo que rodea la zona radicular de la vegetación, tal que la fuerza de succión de las raíces es menor que la de retención del agua por el terreno y en consecuencia las plantas no pueden extraerla. Al igual que la capacidad de campo (3.6.2) es un concepto eminentemente agronómico, pero que juega un importante papel en fenómenos como la evapotranspiración de indiscutible influencia sobre el ciclo hidrológico.

Su determinación en laboratorio, sigue un método similar al empleado para determinar la humedad equivalente (3.6.3), sometiendo la muestra a presión centrífuga del orden de 15 atmósferas y hallando después su grado de humedad. Naturalmente su valor real depende del tipo de vegetación que exista sobre el suelo, y sólo a partir de experiencias de marchitamiento de plantas (de ahí su nombre) podrá obtenerse en cada caso.

3.6.5 Agua utilizable por las plantas

Las plantas, salvo algunas excepciones (freatofitas), precisan, para vivir, que en su zona radicular exista oxígeno libre, y por eso, esta zona no debe estar permanentemente saturada de agua. Así el agua gravífica o libre, puede calificarse de perjudicial. Cuando este agua abandona la zona radicular, penetrando a otras más profundas, la planta toma del terreno el agua capilar suspendida o aislada. El máximo contenido disponible lo señala la capacidad de campo. Existe además un límite inferior en contenido de agua, a partir del cual las raíces no tienen fuerza de succión suficiente para extraerla y es el punto de marchitez permanente anteriormente definido (3.6.4).

Así pues, puede considerarse únicamente agua utilizable por las plantas, la diferencia entre los grados de humedad correspondientes a la capacidad de campo

y al punto de marchitez permanente. Estos conceptos no obstante deben utilizarse con cuidado.

Ejemplo 6

En un suelo de densidad aparente 1,4 se han determinado:
Capacidad de campo = 22,7 %
Punto de marchitez permanente = 11,0 %
Hallar la altura de agua utilizable por las plantas, en mm, sabiendo que la profundidad radicular media es de 0,30 m.

Volumen de la zona radicular (por Ha):
100 m × 100 m × 0,30 m = 3000 m³/Ha
Agua utilizable por las plantas:
(22,7 – 11,0) % = 11,7 %
Volumen utilizable (por Ha):
3000 m³/Ha × 0,117 × 1,4 = 491,4 m³/Ha = 49,14 mm

Debe notarse que siendo reales los datos del ejemplo, el resultado es del orden de la décima parte del agua recibida anualmente por precipitación en gran parte del litoral mediterráneo español, por lo cual, es importante el efecto regulador de ese embalse para la vida de la vegetación.

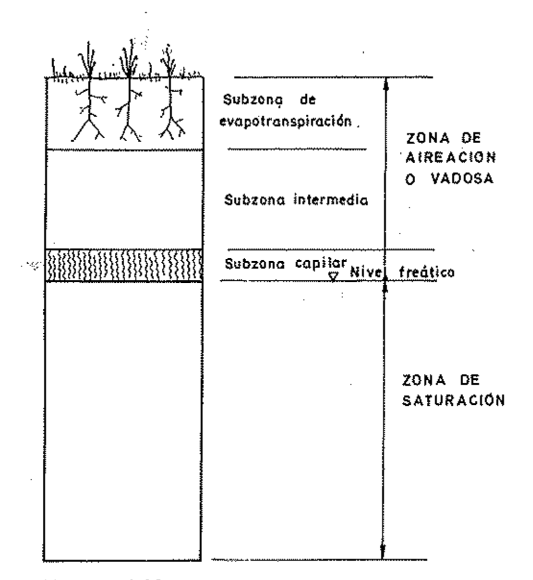


FIGURA 6.20
Zonas de humedad.

3.6.6 Grado de saturación

Es el porcentaje de volumen de agua, respecto a volumen de huecos en una porción de suelo en condiciones naturales.

3.6.7 Capacidad de retención específica

Es el porcentaje de volumen de agua que queda en el terreno, después de que se ha desalojado el agua gravífica, respecto al volumen total de una porción del suelo.

Este concepto es análogo al de capacidad de campo, pero se expresa la proporción en volúmenes y no en pesos como para éste. Así la capacidad de campo multiplicada por la densidad aparente será igual a la capacidad de retención específica.

3.7 DISTRIBUCIÓN VERTICAL DEL AGUA EN EL SUELO

Un perfil del suelo, en un momento determinado, puede contener a lo largo de su dimensión vertical, agua en todas las situaciones descritas anteriormente. Transcurrido un cierto tiempo sin que se alteren las condiciones de aportación y estructura, el agua tiende a alcanzar un relativo equilibrio y queda distribuida en una serie vertical de zonas de humedad. Por eso, cuando se emplean términos como zona saturada, debe suponerse incluida en el concepto, la variable tiempo, y, mantenidas las condiciones iniciales, ya que, en principio, también podrá estar saturada cualquier otra zona del perfil vertical. Incluso, alcanzado el equilibrio, las denominaciones no deben entenderse en sentido absoluto, pues, por ejemplo, el término agua subterránea se concede solamente a la que circula libremente por los acuíferos, cuando, en realidad, toda agua situada por debajo de la superficie de la tierra es, evidentemente subterránea. La zona inferior de la franja capilar situada sobre la llamada zona saturada, también está saturada, pero se considera independiente de ella, y por tanto no entra en tal consideración, por ser distintas las condiciones de equilibrio.

3.7.1 Zonas de humedad

Inicialmente se pueden distinguir (fig. 6.20):

a) Zona de saturación, limitada superiormente por la superficie freática (sometida a la presión atmosférica) en la que el agua llena completamente todos los huecos existentes entre los materiales del suelo.

b) Zona de aireación o zona vadosa, situada entre la superficie freática y la superficie del terreno. Tiene alguna pequeña porción (parte baja de la zona capilar

que después se define) saturada de agua permanentemente, y otras en las que ocasionalmente también puede producirse saturación, pero transcurrido un tiempo estas últimas dejan de estar saturadas al perder el agua gravífica. Por esta razón se conoce también esta zona con el nombre de zona no saturada. En ella a su vez, se distinguen tres subzonas:

b_1) Subzona sometida a evapotranspiración: comprendida entre la superficie del terreno y los extremos radiculares de la vegetación que descansa sobre él. Puede por tanto, tener espesor muy pequeño (entre 8 y 25 cm) cuando no haya vegetación, pues el fenómeno de evaporación afectará al agua de esta zona que asciende por capilaridad hasta la superficie, o alcanzar profundidades del orden de 3 ó 4 metros.

El agua capilar aislada o suspendida, de esta zona es la que emplean las plantas (3.6.5), para sus funciones de nutrición y transpiración.

b_2) Subzona intermedia: Sus características son totalmente similares a la zona anterior y está situada debajo de ella. No está afectada por las raíces de las plantas y por eso su compacidad es mayor. Una vez que ha desaparecido el agua gravífica contiene agua de retención y agua capilar aislada.

b_3) Subzona capilar, es la de transición a la zona saturada propiamente dicha y alcanza una altura sobre la superficie freática que depende de las fuerzas capilares que la hacen ascender. Su parte inferior está también saturada. El límite superior con la subzona intermedia puede estar muy definido o ser apenas perceptible, según el tipo de materiales del suelo.

c) Además existirá en el suelo y distribuida irregularmente por la zona no saturada, agua en forma de vapor.

También las rocas en su composición química tienen moléculas de agua.

3.7.2 Estado de presiones del agua en el suelo

La superficie freática se define como el lugar geométrico de puntos de agua que soportan una presión igual a la atmosférica.

Cualquier punto situado por debajo de esta superficie, estará sometido a la presión atmosférica más el peso de la columna de agua subterránea que descansa sobre él.

Finalmente puntos de agua situados por encima de la superficie freática, están aupados por las fuerzas capilares y por tanto la presión que soportan se verá disminuida por éstas.

Capítulo 6.4

Evaporación y transpiración

4.1 INTRODUCCIÓN

Una gran parte del agua que llega a la tierra, vuelve a la atmósfera en forma de vapor, directamente por evaporación o, a través de las plantas por transpiración.

La cantidad de agua que así escapa al posible uso por el hombre, dada la dificultad de medir por separado ambos términos, se reúne frecuentemente bajo el nombre de evapotranspiración (cap. 6.5).

La influencia de estos fenómenos sobre el ciclo hidrológico, es, evidentemente, importante, si se considera que en muchos lugares del mundo, el 70 % de la precipitación que llega a la tierra es devuelta a la atmósfera por evapotranspiración y en algunos otros este porcentaje alcanza el 90 % (W. R. Hamon 1966).

Desde el punto de vista hidrológico, la evapotranspiración entra, dentro del balance hídrico, en el considerando de pérdidas.

En este capítulo se estudiarán por separado la evaporación y la transpiración.

4.2 EVAPORACIÓN

4.2.1 Concepto

La evaporación es el resultado del proceso físico, por el cual el agua cambia de estado líquido a gaseoso, retornando, directamente, a la atmósfera en forma de vapor.

También el agua en estado sólido —nieve, hielo, etc.— puede pasar directamente a vapor y el fenómeno se llama sublimación.

A efectos de estimar las pérdidas por evaporación en una zona, el término se entenderá en sentido amplio, incluyendo la sublimación. No se incluirá, en cambio, la evaporación de gotas de agua en su recorrido descendente antes de llegar a la superficie de la tierra pues aquellas tampoco se habrán contabilizado como aportación (precipitación) en un hipotético balance hídrico.

La evaporación es un cambio de estado y precisa una fuente de energía que proporcione a las moléculas de agua, la suficiente para efectuarlo. De forma directa o indirecta, esta energía procede de las radiaciones solares.

Todo tipo de agua en la superficie terrestre está expuesta a la evaporación. El fenómeno será tanto más difícil cuanto menor sea la agitación de las moléculas y tanto más intenso cuanto mayor sea la cantidad de agua con posibilidad de evaporarse.

Finalmente será necesario que el aire que envuelve la superficie evaporante tenga capacidad para admitir el vapor de agua. Es lo que se conoce con el nombre de poder evaporante de la atmósfera.

Considerando la evaporación de una superficie de agua libre (lago, río, etc.) como la forma más simple del proceso, éste puede esquematizarse así:

Las moléculas de agua están en continuo movimiento. Cuando llegan a la superficie del líquido, se calientan por efecto de la radiación solar, aumenta su temperatura y en consecuencia su velocidad, creciendo por tanto, su energía cinética, hasta que algunas consiguen liberarse de la atracción de las moléculas adyacentes, y atravesar la interfacies líquido-gas, convirtiéndose en vapor. Ahora bien, la capa de aire inmediata a la superficie, se satura pronto y ocurre simultáneamente a la evaporación el proceso inverso, por el que las moléculas se condensan y vuelven al estado líquido. La diferencia entre la cantidad de moléculas que abandonan el líquido y la cantidad de moléculas que vuelven a él, marca el carácter global del fenómeno. Si es positiva se está produciendo evaporación. Si es negativa condensación.

El calor absorbido por la unidad de masa de agua

para el cambio de estado se llama calor latente de evaporación o de vaporización.

4.2.2 Factores que afectan a la evaporación

La radiación solar, como fuente de energía para que se efectúe el proceso es un primer factor general a considerar (1.2, 1.11.1 y 1.11.3).

Desde hace mucho tiempo se han hecho intentos, más o menos afortunados, de correlacionar la evaporación con ciertos factores meteorológicos que influyen directamente sobre los dos medios intercambiantes —agua y aire—. El hecho de que muchos de estos factores sean dependientes entre sí, incrementa la dificultad.

Atendiendo a la capacidad de la atmósfera que envuelve la superficie evaporante, para admitir vapor de agua, y a la posibilidad de evaporación del agua, Dalton en 1802, dio la fórmula:

$$E = K(e_s - e_d) \qquad (6.7)$$

por la que señalaba, que siendo constante las demás circunstancias, la evaporación era proporcional al déficit higrométrico, o diferencia entre la tensión de vapor saturante a la temperatura del agua y la tensión de vapor existente en el aire circundante. Esta fórmula, en la que el coeficiente K se ajusta según la influencia de otros factores, ha llegado hasta nuestros días.

La tensión de vapor depende de la temperatura, y, por tanto, la temperatura del aire y del agua influyen en la evaporación. La velocidad y turbulencia del viento ayuda a la renovación de la masa de aire que recibe el vapor y, en consecuencia, varía su tensión de vapor, afectando a la evaporación.

La evaporación crece al decrecer la presión atmosférica, manteniendo constantes los demás factores. Por el contrario, al aumentar la altitud, decrece la evaporación. Esta aparente contradicción se explica por la mayor influencia de otros factores —temperatura del aire y del agua— en el ritmo de evaporación que la producida por el decrecimiento con la altitud de la presión atmosférica.

La pureza del agua es otra variable a considerar: para una misma temperatura decrece la tensión de vapor de un agua con el aumento de sólidos disueltos y por tanto disminuye la evaporación. Se estima en un 1 % el descenso de evaporación al aumentar la concentración de sales en un 1 % (Remenieras 1960, Linsley 1949).

Otro grupo de factores influyentes, surgen al considerar la naturaleza y forma de la superficie evaporante:

Una superficie de agua libre presenta el mínimo de dificultades a la evaporación. Esta dependerá de su extensión y profundidad. Si ambas son pequeñas, los cambios atmosféricos y el terreno, tendrán una gran influencia. En superficies extensas y profundas hay menor influencia del terreno adyacente. La radiación solar calienta las capas superiores de agua, pero, no todo este calor se emplea en producir evaporación. Una parte, calienta capas más profundas y en ellas se produce un almacenaje de calor, que cuando cesa la radiación o se enfrían las capas superiores, pasa de nuevo a ellas e incrementa la posibilidad de evaporación.

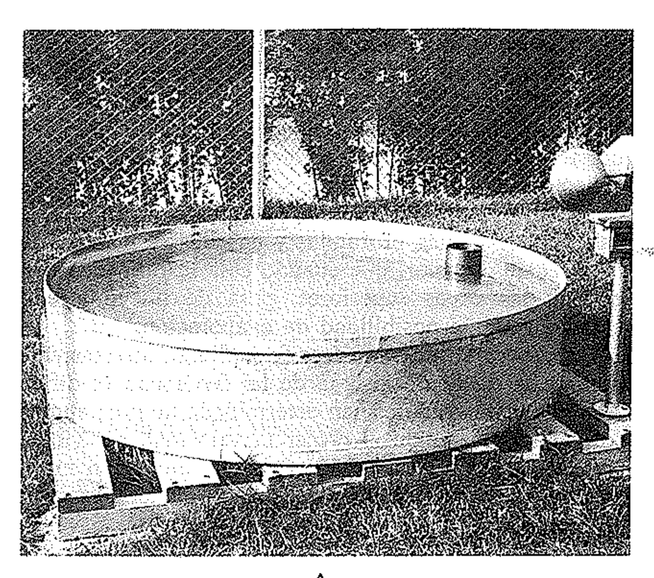
La nieve y el hielo, a veces se subliman directamente, aunque la medición aislada de tal fenómeno es difícil. Algunos investigadores han determinado un gran aumento en la sublimación al crecer la velocidad del viento. Así Fitzgerald estima en 15 mm, la sublimación media mensual con velocidades de viento moderadas y en 150 mm/mes la media cuando el viento tiene velocidades de 5 m/seg.

La evaporación de la humedad de un suelo sin vegetación se produce en la capa superficial. Al disminuir la humedad de ésta, se produce un desequilibrio y hay una atracción de humedad subyacente, que asciende por capilaridad a la superficie, prosiguiendo la evaporación hasta que esta agua capilar se agota. El agua higroscópica (ver 3.4.1) en equilibrio con la humedad atmosférica no se evapora.

Cuando la subzona capilar (3.7.1) alcanza la superficie del terreno, es decir, la superficie freática está muy próxima al suelo, la alimentación de agua capilar está asegurada. Sólo en este caso puede decirse que el agua subterránea propiamente dicha se evapora directamente. El fenómeno continuará mientras no haya un descenso del nivel freático y consiguientemente de la subzona capilar. En suelos arenosos el ascenso capilar es del orden de 8 cm, y en suelos arcillosos alcanza los 25 cm aproximadamente (Davis y De Wiest, 1966).

La evaporación desde un suelo saturado, por la proximidad del nivel freático o, por otras causas (lluvia reciente o riego), tiene un valor cercano al de una superficie de agua libre en las mismas condiciones ambientales. Comparando medidas de evaporación de un suelo saturado y una superficie de agua libre, se han obtenido estos resultados (Remenieras 1960):

Arenas finas saturadas: 100 % de la evaporación en superficie de agua libre.
Margas saturadas: 90 % de la evaporación en superficie de agua libre.
Arcillas saturadas: 75-85 % de la evaporación en superficie de agua libre


A

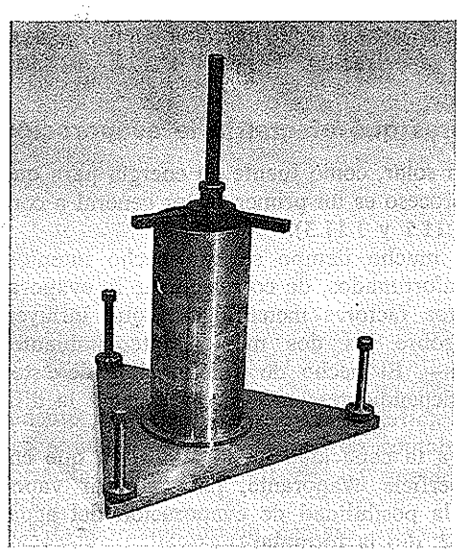

B

FIGURA 6.21
a) *Estanque de evaporación de clase A.*
b) *Limnímetro de gancho situado en el tubo de medición.*

Si el suelo está cubierto por vegetación, las pérdidas de agua a la atmósfera incorporan otro sumando —la transpiración— del que se habla más adelante. No obstante la evaporación a partir de un suelo desnudo es superior a la del mismo suelo cubierto con vegetación (Meinzer 1942) pues en este último las radiaciones solares se amortiguan. Ahora bien, las pérdidas totales de agua, serán la suma de evaporación más transpiración de la vegetación.

4.2.3 Unidades e instrumentos para medir la evaporación

La unidad generalmente empleada para evaluar la evaporación es el mm de altura de lámina de agua evaporada. Se emplea esta unidad con el fin de homogeneizar las medidas de las magnitudes que intervienen en el ciclo hidrológico. Las equivalencias en el sistema métrico decimal son las mismas que las del mm como unidad de medida de precipitación (tabla 6.1)*.

* Obsérvese que el adoptar como unidad de medida el mm es muy significativo, pues indica que la evaporación es un fenómeno de superficie. Así por ejemplo será menor la evaporación de un lago de pequeña superficie y muy profundo que aquella correspondiente a un lago de gran superficie y poca profundidad, aunque el volumen de agua almacenada en ambos sea el mismo.

A continuación se citan instrumentos para medida de la evaporación:

A) La evaporación de superficies de agua libre, se mide con los atmómetros o evaporímetros. Son de cuatro tipos:

a) Estanques de evaporación.
b) Evaporímetros de balanza.
c) Porcelanas porosas.
d) Superficies de papel húmedo.

a) Los estanques de evaporación tienen como principio común la medida del agua perdida por evaporación de un depósito de regulares dimensiones. Los distintos modelos se diferencian entre sí en tamaño, forma y ubicación en el terreno. Están concebidos para medir la evaporación de embalses o grandes lagos y en general se sitúan próximos a ellos. Las medidas obtenidas son, en general, superiores a la evaporación real y precisan coeficientes correctores que dependen del modelo.

El estanque clase A (fig. 6.21), utilizado por el U.S. Weather Bureau, es un depósito cilíndrico de chapa galvanizada con un diámetro de 120 cm y 25,4 cm de altura, instalado sobre un enrejado de madera, a unos 15 cm del suelo. El agua previamente medida, debe mantenerse en días sucesivos entre dos señales a 20 y 17,5 cm del fondo del recipiente. La medición se efectúa apoyando en un tubo de nivelación un tornillo micro-

métrico que tiene un extremo en forma de gancho cuya punta se enrasa con el nivel de agua.

El coeficiente de reducción aconsejado en algunas zonas de EE.UU. para pasar de las medidas del estanque a la evaporación real anual es 0,7, variando mensualmente este valor entre 0,6 y 0,8 (Linsley 1949).

El estanque enterrado más extendido en EE.UU. es el tipo «Colorado». Tiene forma paralelepipédica con sección recta cuadrada de lado 0,91 m. La altura es de 0,46 m. Para instalarlo se hunde en el terreno, hasta que la boca queda 10 cm sobre él. Se procura que el agua de llenado, enrase con el terreno.

Los coeficientes de paso a evaporación real, en EE.UU., varían entre 0,75 y 0,85 con un valor medio anual ligeramente inferior a 0,8 (Linsley 1949). Es decir reproduce algo mejor el fenómeno, pero tiene el inconveniente de recoger rebotes de gotas de lluvia que falsean las medidas.

El estanque flotante, pretende acercarse más a las condiciones de la superficie evaporante real. El mismo tipo «Colorado» descrito anteriormente es el de uso corriente en EE.UU. Se sitúa flotando sobre el embalse o río en observación. Naturalmente existen problemas de amarraje y estabilidad.

Como coeficiente medio anual de paso a evaporación real, se emplea en EE.UU. 0,8 (Linsley 1949). También en este tipo, puede haber falseo en las medidas debido al salpicado de gotas al interior por el oleaje de la superficie líquida real, especialmente en ríos y grandes lagos.

En España, hasta el momento, sólo se utiliza el clase A. Es corriente que su instalación vaya acompañada por la de otros aparatos medidores de variables meteorológicas que influyen en la evaporación (fig. 6.1).

b) El evaporímetro de balanza, modelo Wild, es un pequeño depósito de 250 cm² de sección y 35 mm de profundidad, lleno de agua e instalado sobre una balanza tipo pesa-cartas, en la que se hacen lecturas sucesivas para medir la pérdida de peso. La pequeña dimensión del depósito hace que sus paredes influyan demasiado en la evaporación. Tiene, por el contrario, la ventaja de poderse usar como evaporígrafo, para registro continuo de la variación del fenómeno, si se le adaptan elementos registradores, tambor giratorio y plumilla.

c) Las porcelanas porosas presentan al aire una esfera (Livingston) o un disco (Bellani) de porcelana porosa, en contacto con un depósito de agua que las alimenta ayudado por la presión atmosférica. En la práctica se utilizan, fundamentalmente, como aparatos de investigación y se han empleado en estudios de transpiración.

d) Las superficies de papel húmedo, juegan un papel similar a las porcelanas porosas. El modelo más usado, que se basa en la idea de humedecer permanentemente un papel expuesto al aire, es el evaporímetro Piché. El depósito humedecedor es un tubo graduado, que se coloca invertido con la boca libre hacia abajo. Esta se tapa con un papel secante sujeto por medio de una arandela metálica. La evaporación produce el secado del papel y una succión de agua del depósito. Se mide el descenso de agua en el tubo.

Es corriente situar el evaporímetro Piché en el interior de una garita meteorológica (fig. 6.2). Algunas correlaciones entre medidas en un evaporímetro Piché y en un estanque flotante, obligan a multiplicar las medidas Piché por 0,8 para igualar las del estanque. Otros autores dan valores entre 0,45 y 0,60 para el mismo coeficiente (Remenieras, 1960). Realmente el evaporímetro Piché da grandes errores.

B) Para la medida de la evaporación desde suelos sin vegetación se utilizan:

a) Estanques lisimétricos y lisímetros.

b) Parcelas experimentales.

Ambos tipos se utilizan también para medir evapotranspiración cuando el suelo esté cubierto por vegetación y se tratan en (5.3.6-7) siendo aplicable todo lo que allí se dice a suelos desnudos.

4.2.4 Métodos teóricos para cálculo de evaporación desde superficies de agua libre

Para contrastar las medidas hechas con alguno de los instrumentos citados anteriormente, con la realidad, es preciso profundizar en las características del fenómeno y deducir de ellas los valores en intervalos previamente fijados.

Algunos procedimientos son:

a) *Balance hídrico*

Consiste en establecer una igualdad entre las entradas y salidas de agua en una zona concreta. La concepción responde exactamente al proceso real, pero existe gran posibilidad de error en la medida de los términos que intervienen en el balance, con lo cual los resultados pueden estar muy alejados de los verdaderos.

En un intervalo de tiempo determinado, la ecuación del balance hídrico de un embalse, lago o superficie de agua libre es:

$$E = A - G - \Delta R \qquad (6.8)$$

siendo:

E = evaporación
A = aportaciones o ingresos de agua
G = salidas o gastos de agua (no debidos a evaporación)
ΔR = incremento en el almacenaje o reserva de agua (puede ser negativo)

y estando todos los términos expresados en las mismas unidades.

Las aportaciones, A, son generalmente debidas a la precipitación por lo que pueden medirse con bastante aproximación. Las salidas, G, deben incluir también las que se deben a infiltración, que precisamente son las más difíciles de medir, debiendo recurrirse a estimaciones indirectas: niveles en pozos de la zona, permeabilidad, coeficiente de infiltración, etc.

La posibilidad de aplicación de este método, depende de la precisión con que pueden evaluarse los términos de la ecuación (6.7). En particular, no será aplicable, cuando la estimación de las pérdidas por infiltración, sea un valor similar, o exceda del que resulte para la evaporación.

b) *Balance energético*

La cantidad de agua que puede evaporarse, depende fundamentalmente de la energía disponible para efectuar el cambio de estado.

Siguiendo a Meinzer (1942, págs. 70-72), la evaporación, en un determinado intervalo de tiempo será:

$$E = \frac{R_i - R_r - C_a - C}{c_l(1 + \beta)} \qquad (6.9)$$

siendo:

E = evaporación en cm
R_i = radiación global incidente sobre una superficie horizontal en cal/cm^2
R_r = radiación reflejada y devuelta al espacio en cal por cm^2
C_a = calor almacenado en el agua en cal/cm^2 (debe considerarse toda la profundidad del embalse)
C = pérdidas de calor hacia el terreno circundante o por otras causas en cal/cm^2
c_l = calor latente de vaporización del agua a la temperatura ordinaria en cal/cm^3. (Su valor es del orden de 585 cal/cm^3 para un agua de densidad 1 a 15° de temperatura)

$\beta = \frac{0{,}6 \cdot 10^{-3} (t_s - t) P_a}{(e_s - e_d)}$, llamada relación Bowen, en la que:
t_s = temperatura del agua en °C
t = temperatura del aire en °C
e_s = tensión saturante para la temperatura t en mm de Hg
e_d = tensión de vapor en el aire en mm de Hg
P_a = presión atmosférica en mm de Hg

La aplicación del método está muy limitada pues exige una serie de medidas algunas de ellas —como R_r y C— difíciles de obtener con precisión.

c) *Medida de gradientes de humedad y velocidad del viento*

Este método, también se conoce con los nombres de «aerodinámico», «transferencia o intercambio de masa» y «de difusión turbulenta del vapor». Relaciona la evaporación con los gradientes de humedad y de velocidad del viento, pues, por una parte, el vapor tenderá a pasar de puntos de mayor contenido de humedad a puntos con menor contenido, y por otra, la turbulencia en el aire facilita la evaporación.

Pasquill y Rider modificando una ecuación propuesta por Thornthwaite y Holzman, que supone unos perfiles adiabáticos para el viento y distribuciones logarítmicas de la velocidad del viento y de la humedad para una misma vertical, dan la siguiente ecuación (Eagleson 1970 pág. 216; King 1966 pág. 38, Linsley 1949 pág. 165) para la intensidad de evaporación:

$$E = \frac{6{,}52\,(u_2 - u_1)\,(e_1 - e_2)}{(t + 273)\left[\ln\left(\frac{z_1}{z_2}\right)\right]^2} \qquad (6.10)$$

siendo:

E = evaporación en mm/hora
$u_2 - u_1$ = diferencia de las velocidades del viento a alturas z_2 y z_1 respectivamente, en m/seg
$e_1 - e_2$ = diferencia de tensión de vapor en el aire a alturas z_2 y z_1 respectivamente en mm de Hg
t = temperatura media del aire entre los niveles z_1 y z_2, en °C
z_1 y z_2 = alturas sobre el suelo (en cualquier unidad) de las dos capas en las que se toman medidas.

La aplicación de este método no es fácil, pues deben tomarse medidas de tensión de vapor y velocidad del

viento, a dos alturas diferentes sobre el suelo. En la práctica las condiciones reales para un perfil adiabático, se aproximan a que exista un fuerte viento y el cielo esté nublado.

4.2.5 Fórmulas semi-empíricas para cálculo de evaporación desde superficies de agua libre

Relacionan la evaporación con algunos factores que influyen en el fenómeno y engloban los demás en coeficientes empíricos —constantes para cada lugar— que deben ajustarse según las medidas experimentales obtenidas.

A) Un grupo de fórmulas se basan en la ley de Dalton (fórmula 6.7), cuya ecuación multiplican por coeficientes, en parte empíricos y en parte dependientes de otros factores meteorológicos.

Las que se presentan a continuación, son de las más utilizadas, y se emplearán estas notaciones:

E = evaporación diaria en mm.
E_m = evaporación media mensual en mm
e_s = tensión de vapor saturante para la temperatura superficial del agua en mm de Hg
e_d = tensión de vapor en el aire en mm de Hg
V_z = velocidad del viento a altura z sobre la superficie evaporante en m/seg
z = altura en m.

e_s, e_d y V_z son valores medios diarios cuando se calcula E y valores medios mensuales si se calcula E_m.

a) *Fórmula de Fitzgerald (año 1886)*

$$E = (0,4 + 0,449\ V_o)(e_s - e_d) \qquad (6.11)$$

b) *Fórmula de Meyer (año 1915)*

$$E_m = C(1 + 0,06\ V_{2,5})(e_s - e_d) \qquad (6.12)$$

Para superficies evaporantes pequeñas (por ejemplo, estanques de evaporación) puede sustituirse e_s por la tensión de vapor saturante a la temperatura media del aire en estaciones próximas. En estos casos Meyer aconsejó el coeficiente C = 15. En lagos grandes y profundos, C = 11.

c) *Fórmula de Lungeon (año 1928)*

$$E_m = 0,398\ d(e_s - e_d)\ \frac{273 + t}{273} \cdot \frac{760}{P_a - e_s} \qquad (6.13)$$

siendo:

d = número de días del mes
t = media mensual de las temperaturas máximas diarias en °C
P_a = presión atmosférica media diaria en mm de Hg

d) *Fórmula de Rohwer (año 1931)*

$$E = 0,497(1 - 0,0005\ P)(1 + 0,6\ V_o)(e_s - e_d) \qquad (6.14)$$

siendo P = presión atmosférica diaria en mm de Hg.

e) *Fórmula de los servicios hidrológicos de la U.R.S.S.*

$$E_m = 0,2\ d(e_s - e_d)(1 + 0,072\ V_2) \qquad (6.15)$$

siendo d = número de días del mes.

B) En las fórmulas anteriores interviene, en general, e_s, que depende de la temperatura media diaria o mensual de la superficie del agua. Esta temperatura es difícil de medir, e incluso, puede ser imposible hacerlo, en el caso de un proyecto de embalse, en cuya ubicación quiere estimarse la posibilidad de evaporación.

Algunas de las fórmulas salvan esta eventualidad sustituyendo e_s por la tensión de vapor saturante a la temperatura del aire. Así se hace por ejemplo al aplicar la fórmula de Meyer (6.12) a estanques de evaporación (4.2.3) y algunos autores aplican de este modo la fórmula de Rohwer (6.14).

Más correcto es el procedimiento usado por Penman:

a) *Fórmula de Penman*

Combina la fórmula de Dalton (6.7) multiplicada por una función de la velocidad del viento, con el método del balance energético (fórmula 6.9) con lo que consigue eliminar e_s.

Su fórmula es:

$$E = \frac{\Delta R_n + \gamma E_a}{\Delta + \gamma} \qquad (6.16)$$

E = evaporación diaria en mm
Δ = pendiente de la curva de tensión saturante para la temperatura del aire, en mm de Hg/°C
R_n = radiación neta, traducida a mm de agua que puede evaporar en un día
$E_a = 0,35(0,5 + 0,54\ V_2)(e_a - e_d)$ en mm/día (6.17)
V_2 = velocidad del viento a 2 m de altura sobre la superficie evaporante en m/seg
e_a = tensión de vapor saturante a la temperatura del aire en mm de Hg

TABLA 6.8 *Calor de vaporización* (c_l) *necesario para evaporar* 1 mm · cm² *de agua según la temperatura del aire* (t)

Unidades: c_l en calorías; t en °C

t	c_l	t	c_l
0	59,6	16	58,7
1	59,6	17	58,7
2	59,5	18	58,6
3	59,5	19	58,6
4	59,4	20	58,5
5	59,3	21	58,5
6	59,3	22	58,4
7	59,2	23	58,3
8	59,1	24	58,3
9	59,1	25	58,2
10	59,0	26	58,2
11	59,0	27	58,2
12	58,9	28	58,1
13	58,9	29	58,1
14	58,8	30	58,0
15	58,8		

e_d = tensión de vapor en el aire en mm de Hg
γ = constante psicrométrica, en mm de Hg/°C = =0,485 mm de Hg/°C

El valor de R_n se deduce del R_N que da la fórmula (6.2) estando ambos relacionados así:

$$R_n = \frac{R_N}{c_l} \qquad (6.18)$$

R_n = evaporación en mm/día; R_N = radiación neta en cal/cm² · día siendo c_l = el calor de vaporización preciso para evaporar 1 mm de agua por cada cm² de superficie (tabla 6.8).

La aplicación de esta fórmula puede verse en (5.3.4).

4.2.6 Reducción de la evaporación

Se han hecho diversas tentativas, especialmente en embalses artificiales, para reducir las pérdidas por evaporación del agua almacenada.

En principio, al elegir la ubicación del embalse, debe pensarse en la posibilidad de reducir el área de la superficie de agua.

Cuando el embalse está ya definido, se reducirá la turbulencia y velocidad del viento, y, por consiguiente, la evaporación, estableciendo en las márgenes cortinas de árboles corta-vientos.

Aplicadas al agua embalsada, los mejores resultados se han obtenido mediante sustancias capaces de formar una delgada película monomolecular sobre la superficie líquida. La más utilizada es el hexadecanol, que para los efectos producidos tiene un coste permisible y además, no altera las cualidades físicas (olor, sabor, color, etcétera) ni las biológicas del agua. La reducción de evaporación conseguida por este procedimiento, no supera actualmente el 30 %. Los principales inconvenientes están en que la película se rompe fácilmente con el oleaje, y es fácilmente oxidable o degradable por la acción de microorganismos. También presenta problemas la aplicación de hexadecanol, siendo usual esparcirlo en forma líquida por medio de difusores especialmente diseñados.

4.2.7 Variaciones de la evaporación y órdenes de magnitud

La variación diaria de la evaporación está estrechamente ligada a la de la temperatura, pues, la presión atmosférica varía poco, en general, durante el día (1.5). Así, en España, la intensidad de la evaporación crece a primeras horas de la tarde (fig. 6.11), para ser mínima en las primeras horas del día. Esta evolución, puede ser alterada de forma aleatoria e importante por las variaciones del viento (1.7).

Para un mismo mes, en distintos años las medidas pueden ser muy diferentes. Por el contrario, los valores anuales varían poco. Medidas efectuadas en el lago Elsinore (California) durante 19 años, dan oscilaciones de la evaporación anual entre el 93 % y el 105 % del valor medio (Meinzer 1942 pág. 78).

Un límite superior de la evaporación anual, se puede obtener siguiendo este razonamiento (Davis-De Wiest 1966 pág. 18):

La radiación promedio anual que, como máximo, llega a la superficie de la tierra es del orden de 700 cal/cm² · día. Una superficie de agua libre refleja de un 5 % a un 15 % de esta radiación incidente. Por tanto, como para evaporar 1 cm³ de agua se precisan 585 calorías, si toda la radiación neta se aplicase a evaporar agua, se obtendría una evaporación promedio de 11 mm

por día es decir un máximo anual de 4000 mm/año aproximadamente.

En efecto, las mayores medidas registradas son de 3200 mm/año en Eilath (Israel). Remenieras (1960 página 199) da estos valores:

Regiones tropicales húmedas	1500 mm/año
Regiones tropicales secas	3000 mm/año
Francia, excepto cuencas mediterráneas	660-700 mm/año
Sur de Francia	100-1500 mm/año
Lago Tchad	2260 mm/año
Mar Muerto	2400 mm/año
Lagos Michigan y Hurón	643 mm/año
Lagos de Alta montaña (Alpes: altitud 2000 m)	200 mm/año

Meinzer (1942 pág. 79) resume datos reunidos por Follansbee en unas 300 estaciones de los EE.UU. Algunos son:

Región de los Grandes Lagos	380-500 mm/año
Birmingham	1100 mm/año
Cuenca superior del Missouri	1000 mm/año
SO de Texas	1800 mm/año
N de Nevada	960 mm/año
S de Nevada y Arizona	1500 mm/año
O de Oregón	750-1000 mm/año
California (según altura de la estación)	950-1500 mm/año
California (máximo registro, cerca de Salton Sea)	2466 mm/año

Roche (1963, págs. 129-130) reune medidas obtenidas en estanques enterrados tipo Colorado, en África. Los valores están comprendidos entre 4106 mm/año (Fada) y alrededor de 1000 mm/año (Brazzaville, Man, Kouilou en Sonda). Multiplicando estos valores por el coeficiente del estanque (4.2.3) que para este tipo es 0,8, se tendrían valores admisibles.

Custodio (1973, comunicación personal) estima para Lanzarote (Canarias) valores superiores a 2000 mm/año.

La evaporación mensual, varía mucho con la estación del año, siendo valores corrientes 20-30 mm/mes, en la estación fría y superiores a 100 mm/mes en la estación cálida. Naturalmente, todos los valores citados anteriormente suponen la existencia de agua e indican su posibilidad de evaporación. En condiciones reales, puede ocurrir que la evaporación diaria en una zona sea nula por no existir agua.

4.3 TRANSPIRACIÓN

4.3.1 Concepto

Es el resultado del proceso físico-biológico, por el cual, el agua cambia de estado líquido a gaseoso, a través del metabolismo de las plantas, y pasa a la atmósfera.

En sentido amplio, en el concepto, se incluirá, también, el agua perdida por la planta en forma líquida (goteo o exudación), que puede alcanzar valores relativamente importantes, especialmente cuando las condiciones ambientales para que se produzca transpiración no son favorables. Asimismo debe incluirse el agua que la planta incorpora a su estructura en el período de crecimiento.

Existen varios tipos de plantas según su manera de abastecerse de agua: las hidrofitas viven total o parcialmente sumergidas en agua. Las mesofitas y xerofitas toman el agua de la zona no saturada del suelo (3.7.1). Finalmente las freatofitas pueden, alternativamente, tomar agua de la zona no saturada o de la zona saturada del suelo. Los tres últimos tipos, son los de mayor interés desde el punto de vista práctico.

El agua del suelo penetra por las células epidérmicas de los pelos absorbentes de las raíces, debido al fenómeno de ósmosis y a la imbibición que rompe el equilibrio osmótico entre una célula y la contigua interior, pasando así el agua de célula en célula, hasta llegar a los vasos y traqueidas del tallo a los que, llega el agua con cierta presión —por causas no bien definidas— llamada presión radicular, y a su vez la transpiración desde las hojas efectúa una potente aspiración de este agua. Se llama succión a la combinación de ambos efectos. Cuando el agua alcanza la hoja, humedece las membranas celulares del mesodermo y a través de la cutícula o a través de pequeñas aberturas —estomas— se pone en contacto con el aire que la recibe en forma de vapor, bien porque ya ha habido evaporación en el interior de la hoja, o bien al producirse evaporación por este contacto agua-aire.

4.3.2 Factores que afectan a la transpiración

En su aspecto físico, la transpiración, está influida por los mismos factores que afectan a la evaporación (4.2.2).

A su vez, ciertos factores meteorológicos —iluminación, temperatura y humedad del aire— condicionan la apertura de los estomas, y, por tanto influyen también de este modo en el fenómeno.

La humedad del suelo es, en mesofitas, xerofitas y freatofitas, la fuente de alimentación de agua. Cuando el contenido de agua en el suelo es igual o menor que el punto de marchitez permanente (3.6.4), y esta situación se mantiene, las fuerzas de succión no son suficientes para mantener el proceso y la planta muere (se marchita).

En su aspecto biológico, influye en la transpiración, la especie vegetal, edad, desarrollo y tipo de follaje y profundidad radicular. El número de estomas por unidad de superficie foliar, es una característica de la especie, pero influyen también las condiciones ambientales. Varía entre 7500 y 120 000 por cm^2 y se reparten entre la superficie inferior y la superior de la hoja en la proporción 3/1 (Linsley 1949, pág. 172 y Meinzer 1942, pág. 269).

4.3.3 Medida de la transpiración

Las cantidades de agua que vuelven a la atmósfera por transpiración, se expresan de dos maneras:

— En mm de agua, equivalentes a dividir el volumen transpirado, por la superficie cubierta de transpiración. En Hidrología es la más corrientemente usada.

— Mediante un coeficiente de transpiración (en inglés «transpiration ratio») que expresa el cociente entre el peso de agua consumida y el peso de materia seca producida (excluidas las raíces, por razones prácticas). Su uso es preferentemente agronómico, pues mide, en cierto modo, el rendimiento con el que las plantas aprovechan el agua.

Los procedimientos para medir la transpiración, dada la dificultad para separarla de la evaporación física, en superficies naturales cubiertas con vegetación, son generalmente de laboratorio. A continuación se citan algunos, brevemente, por ser mayor su interés teórico que su interés práctico.

Freeman y de forma similar Garreau, miden el vapor de agua que recoge una campana de vidrio, cerrada en su base por una hoja de la planta, por el aumento de peso de una sustancia higroscópica colocada en el interior. El experimento demuestra la influencia de los estomas en la transpiración, pues colocando una campana de vidrio en la parte superior de la hoja y otra en la parte inferior, las cantidades de vapor de agua medidas están en proporción similar a la relación de densidad estomática.

Los resultados obtenidos con el atmómetro de Livingston (4.2.3) son comparables a los de transpiración en algunas especies, y la variación diurna muy parecida a la de la transpiración.

Otros métodos, se basan en medir el cambio de peso de una planta por la pérdida de agua. El procedimiento más simple es cortar una planta e ir pesándola en intervalos regulares de tiempo, antes de que se marchite. Es, no obstante, muy discutible, la hipótesis de que la transpiración en la planta cortada se mantiene al mismo ritmo que en la planta viva. Por eso, se aproximan más a la realidad los fitómetros que son grandes recipientes rellenos de un suelo, sobre el que se planta alguna especie vegetal. El suelo se protege contra la evaporación de modo que toda la humedad desprendida provenga de transpiración y ésta se determina por pesadas sucesivas. Los potómetros son recipientes mucho menores y que sustituyen el suelo por agua de la cual se alimenta un corte de una hoja o tallo, cuyo extremo se introduce en el agua.

A escala natural, se han hecho algunas experiencias en cuencas pequeñas consistentes en ver los efectos que sobre la escorrentía produce una reducción de la vegetación.

Finalmente, en zonas áridas pobladas con plantas freatofitas, durante períodos de sequiaje, se puede obtener una razonable aproximación del valor de la transpiración, midiendo las fluctuaciones de nivel de agua en pozos de la zona, si ésta, está bien definida hidrológicamente.

4.3.4 Variaciones de la transpiración

De los resultados obtenidos por los procedimientos anteriores, se han deducido las siguientes conclusiones:

Las variaciones diurnas de la transpiración están estrechamente ligadas a las de temperatura, humedad y fundamentalmente intensidad de iluminación. La transpiración cesa prácticamente al ponerse el sol, debido al cierre de los estomas.

Las variaciones estacionales, dependen de la actividad vegetativa y de la posibilidad de que la atmósfera reciba vapor de agua. Fuera del período vegetativo la transpiración es prácticamente nula.

Finalmente las variaciones interanuales, son muy parecidas a las de evaporación de una superficie de agua libre en las mismas condiciones ambientales.

Algunos autores, dan valores de transpiración diaria, mensual y anual (Remenieras 1960, Meinzer 1942, Linsley 1949, etc.) pero, la ya citada dificultad de separar pérdidas por evaporación y por transpiración, reduce el interés real de tales estimaciones.

Capítulo 6.5

Evapotranspiración

5.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior, se trataban por separado la evaporación y la transpiración, pero, en condiciones naturales, es preciso reunir ambos términos, pues, en terreno con vegetación, los dos procesos se efectúan simultáneamente y son interdependientes. El término evapotranspiración es el empleado para expresar tal reunión.

Ya se destacó (4.1) la importancia relativa de la evapotranspiración respecto al total de agua recibida por una zona, que muy frecuentemente, es del orden del 70 % de ésta y puede llegar en algunos lugares al 90 %. En la España peninsular, las pérdidas totales por evapotranspiración son unas tres veces superiores a las pérdidas al mar por los ríos (Llamas 1967). Para los EE.UU. esta relación es muy similar: de 2,5 a 3 (W. R. Hamon 1966).

5.2 CONCEPTO DE EVAPOTRANSPIRACIÓN

Evapotranspiración es el resultado del proceso por el cual, el agua cambia de estado líquido a gaseoso, y directamente, o a través de las plantas, vuelve a la atmósfera en forma de vapor, es decir, la evapotranspiración no es un fenómeno distinto a los descritos en el capítulo anterior, sino la suma de evaporación y transpiración, y el término, sólo es aplicable correctamente a una determinada área de terreno cubierta por vegetación. Cuando ésta no existe, únicamente podrá hablarse de evaporación. Por el contrario, en condiciones naturales, y aunque el fenómeno tiene sus características propias, no es posible la ocurrencia exclusiva de transpiración. Es la dificultad en la medida por separado de esta variable lo que ha obligado a introducir el concepto de evapotranspiración.

Todos los factores que influyen en la evaporación (4.2.2) y en la transpiración (4.3.2) influirán, por consiguiente, en la evapotranspiración.

Desde el punto de vista práctico, dado que la evapotranspiración depende, entre otros, de dos factores muy variables y difíciles de medir: el contenido de humedad del suelo y el desarrollo vegetal de la planta, Thornthwaite (1948) introduce un nuevo concepto optimizando ambos. Es la llamada *evapotranspiración potencial* o pérdidas por evapotranspiración, en el doble supuesto de un desarrollo vegetal óptimo y una capacidad de campo (3.6.2) permanentemente completa. Será, por tanto, un límite superior de la cantidad de agua que realmente vuelve a la atmósfera por evaporación y transpiración y que se conoce con el nombre de *evapotranspiración real.*

Alrededor del concepto de evapotranspiración, existen algunos términos que conviene precisar:

Uso consuntivo: se refiere al agua consumida en una zona, al satisfacer, total o parcialmente, la demanda. Para el caso de demanda agrícola, los términos uso consuntivo y evapotranspiración pueden considerarse sinónimos.

Demanda de agua para riego, está estrechamente relacionada con el concepto de evapotranspiración, pero no son equivalentes, pues tiene como base de cálculo la diferencia entre evapotranspiración potencial y evapotranspiración real.

En consecuencia tampoco son sinónimos uso consuntivo agrícola y demanda de agua para riego. Esta debe considerar las pérdidas por aplicación y conducción del agua además de las necesidades estrictas y aquel debe incluir la parte de precipitación que se pierde por evapotranspiración.

5.3 UNIDADES Y MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA EVAPOTRANSPIRACIÓN

La unidad más usual para expresar las pérdidas por evapotranspiración es, de acuerdo con lo dicho en (4.2.3) el mm de altura de agua, que equivale a 10 m^3/Ha (Tabla 6.1). La medida siempre se refiere a un determinado intervalo de tiempo.

Las cantidades de agua que por este concepto vuelven a la atmósfera y la energía necesaria para ello, alcanzan cifras realmente notables. En efecto: en un día cálido, es frecuente en muchas zonas una evapotranspiración de 3-4 mm/día. Esto equivale a que se desplacen hacia la atmósfera de 30 a 40 Tn/Ha · día. Una evapotranspiración de 1 mm/día sería relativamente modesta y precisa una energía del orden de $585 \cdot 10^7$ cal/Ha · día.

A la vista de las cifras anteriores, es lógico que hayan sido numerosos los intentos para precisar el valor real de la evapotranspiración, pero las ya referidas dificultades de una medida por separado de evaporación y transpiración, hacen que muchos autores se hayan inclinado por suponer unas condiciones ideales de humedad del suelo y desarrollo vegetal y, admitidas éstas, correlacionar la evapotranspiración con uno o varios factores que influyen en ella.

La evapotranspiración es un fenómeno microclimático y, en consecuencia, serán tanto más válidos los métodos, cuanto más consideren esta cuestión. La necesidad de tener, al menos, órdenes de magnitud, hace aceptar en muchas ocasiones los valores deducidos de fórmulas empíricas que se apoyan en datos meteorológicos corrientemente asequibles. Estas fórmulas se usan, especialmente cuando se hacen previsiones futuras.

Sin pretender una total sistematización, los métodos más aplicados, pueden agruparse del siguiente modo*:

a) *Métodos basados en Física teórica del microclima:*

Balance de energía (5.3.1)
Perfiles de humedad y velocidad del viento (5.3.2)
Flujo turbulento de humedad (5.3.3)
Fórmulas semiempíricas o combinadas (5.3.4)

b) *Medidas directas:*

Evapotranspirómetros (5.3.5)
Lisímetros (5.3.6)
Parcelas y Cuencas experimentales (5.3.7)
Perfiles de humedad del suelo (5.3.8)

c) *Métodos empíricos:*

Relación evapotranspiración-evaporación media en estanques (5.3.9)
Fórmula de Thornthwaite (5.3.10)
Fórmula de Blaney-Criddle (5.3.11)
Fórmula de Makkink (5.3.12)
Fórmula de Turc (5.3.13)
etcétera.

A continuación se exponen sus características más importantes:

5.3.1 Métodos teóricos: balance de energía

En este método, simplemente enunciado en (4.2.4), se considera el balance total de energía correspondiente a un elemento de volumen con base en la superficie, y que contiene cobertura vegetal y la atmósfera circundante. Una parte de la energía que recibe se empleará en producir evapotranspiración y es la que, en definitiva, interesa evaluar, traduciendo el resultado a unidades de agua evaporada.

La ecuación del balance de energía, en forma simplificada es:

$$R_N = C_a + C_s + C_L \qquad (6.20)$$

en la que:

R_N = flujo de radiación neta
C_a = flujo de calor almacenado en el suelo
C_s = flujo de calor sensible
C_L = flujo de calor latente

y estando medidos todos los términos en las mismas unidades (por ejemplo: cal/cm² · min; cal/cm² · día, etc.).

En esta ecuación, se han despreciado varios términos de pequeño valor relativo: radiación neta empleada en fotosíntesis, divergencia horizontal de calor latente y de calor sensible en el volumen considerado y almacenamiento de calor en dicho volumen. También se supone nulo, el flujo de calor adventicio procedente de las zonas circundantes, para cuya hipótesis será preciso crear una zona de amortiguamiento de este efecto (conocido como efecto «oasis») alrededor de la parcela experimental, especialmente si se trabaja en zonas áridas y la parcela se mantiene húmeda artificialmente (por irrigación).

Los términos R_N y C_a de la ecuación (6.20) pueden medirse con bastante aproximación. R_N directamente con el radiómetro de radiación neta, sistema de termo-

* No se incluyen métodos de balance químico, ya que se exponen en el capítulo 10.2.

pares de láminas ennegrecidas que reciben en una y otra cara la radiación global incidente, R_i, y la radiación global reflejada, R_r, y miden la diferencia R_N.

C_a se mide de forma análoga a R_N, con pequeños termopares enterrados en el suelo. En ocasiones también se desprecia este término pero esto puede ocasionar errores importantes. Por ejemplo en las primeras horas de la mañana, C_a puede ser negativo y del orden del 25 % de R_N, mientras que al final de la tarde es positivo y alrededor de un 5 % de R_N, por lo que despreciar este término producirá tanto más error, cuanto más corto sea el intervalo de medida, y más próximo a las horas matinales. Otras veces C_a se estima empíricamente como función fija de R_N.

Los valores de C_s y C_L por el contrario, no pueden medirse por separado. C_s es el calor que caldea el aire en el volumen elemental considerado y C_L es la energía que se emplea exclusivamente en producir evaporación. El cociente C_s/C_L se conoce con el nombre de relación de Bowen y tiene como expresión:

$$\beta = \frac{C_s}{C_L} = \frac{c_p}{c_l} \cdot \frac{P_a}{\mu} \cdot \frac{K_h}{K_v} \cdot \frac{\partial t/\partial z}{\partial e/\partial z} \qquad (6.21)$$

siendo:

c_p = calor específico del aire seco a presión constante en cal/gr °C
c_l = calor latente de vaporización en cal/gr
P_a = presión atmosférica en g/cm²
μ = relación entre los pesos de un mol de vapor de agua y un mol de aire seco (adimensional)
K_h = coeficiente de transporte turbulento de calor en cm²/min
K_v = coeficiente de transporte turbulento de vapor de agua en cm²/min
t = temperatura en °C
e = tensión de vapor en el aire en mb
z = altura sobre la superficie del terreno en cm

De las fórmulas (6.20) y (6.21), se deduce:

$$R_N = C_a + (1 + \beta)\, C_L \qquad (6.22)$$

y por tanto:

$$C_L = \frac{R_N - C_a}{1 + \beta} \qquad (6.23)$$

En la práctica se hace, tal como se vio en la expresión (6.9), una estimación aproximada de β a partir de medidas de temperatura a dos alturas z_1 y z_2 y medidas de tensión de vapor a las mismas alturas y sustituyendo en (6.21) la expresión $\frac{\delta t/\delta z}{\delta e/\delta z}$ por $\frac{t_1 - t_2}{e_1 - e_2}$. Se fija, además la hipótesis $K_h = K_v$ (ver apartado 4.2.4 b).

Determinado β de este modo, y medidos R_N y C_a tal como se dijo anteriormente, la ecuación (6.23) da el valor C_L y, en consecuencia, de la evapotranspiración que ese calor produce en las condiciones de trabajo.

Las variaciones de temperatura y tensión de vapor, al pasar del nivel z_1 al z_2, son pequeñas y, por tanto, difíciles de medir. Además no son constantes al variar el tiempo o el espacio. Se utiliza un termopar (seco-húmedo) en cada nivel y ambos deben tener el mismo tiempo de respuesta.

Es recomendable que la altura z_1 sea lo menor posible y que la diferencia $z_2 - z_1$ sea también pequeña. Con ello además se favorece la hipótesis $K_h = K_v$.

Otras precauciones convenientes son, que la parcela experimental sea homogénea, lo cual también favorece la hipótesis $K_h = K_v$, y que haya una adecuada proporción entre el máximo nivel de medidas, y la longitud expuesta a la acción del viento sin obstáculos, L. Algunos valores se dan en (5.3.2), (tabla 6.9).

El contraste de este método con medidas lisimétricas ha dado excelentes resultados tanto en zonas húmedas como áridas (L. J. Fritschen 1966), especialmente, cuando pueden obtenerse buenas medidas de C_a (C. B. Tanner 1966).

Cuando el terreno no es muy homogéneo, y además se toman, tal como se ha recomendado, medidas muy próximas a la superficie, debe realizarse un cuidadoso muestreo para dar un valor medio de evapotranspiración en la parcela.

5.3.2 Métodos teóricos: perfiles de humedad y velocidad del viento

El aire, en las capas inferiores de la atmósfera se mueve en régimen turbulento, por influencia de la rugosidad de la superficie del terreno y la velocidad del viento. El vapor de agua encuentra, así, este medio de transporte turbulento para su difusión. A su vez, se admite, de modo general, que la concentración de vapor de agua decrece con la altura sobre la superficie evaporante. El método de los perfiles relaciona la evaporación con medidas de los gradientes de humedad y velocidad del viento.

Suponiendo nulas las componentes horizontales de los gradientes, se tienen las ecuaciones del flujo vertical

de vapor de agua y de cantidad de movimiento siguientes:

$$E = -\rho K_v \frac{\partial q}{\partial z} \quad (6.24)$$

$$\tau = \rho K_m \frac{\partial u}{\partial z} \quad (6.25)$$

en las que:

E = flujo vertical de vapor de agua (evaporación) en gr/cm² seg
ρ = densidad del aire en gr/cm³
K_v = coeficiente de transporte turbulento de vapor de agua en cm²/seg
q = humedad específica (adimensional: gr de vapor/gr de aire)
z = altura en cm
τ = flujo vertical de cantidad de movimiento en gr/cm seg²
K_m = coeficiente de transporte turbulento de cantidad de movimiento en cm²/seg
u = velocidad vertical del viento en cm/seg

De (6.24) y (6.25) se deduce:

$$E = -\tau \frac{K_v}{K_m} \frac{\partial q/\partial z}{\partial u/\partial z} \quad (6.26)$$

Por definición: $\tau = \rho u^2{}_*$ (6.27)
siendo u_* la llamada «velocidad de fricción» que depende de la naturaleza de la superficie y de la velocidad media del viento.

Así pues:

$$E = -\rho u^2{}_* \frac{K_v}{K_m} \frac{\partial q/\partial z}{\partial u/\partial z} \quad (6.28)$$

En primera aproximación:

$$\frac{\partial q/\partial z}{\partial u/\partial z} = \frac{q_1 - q_2}{u_1 - u_2}$$

siendo (q_1, u_1), (q_2, u_2) humedades específicas y velocidades verticales del viento, medidas a las alturas z_1 y z_2 respectivamente. La ecuación (6.28) se escribe:

$$E = -\rho u^2{}_* \frac{K_v}{K_m} \frac{q_1 - q_2}{u_1 - u_2} \quad (6.29)$$

Si se supone un perfil adiabático del viento, se verifica:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \quad (6.30)$$

siendo $k \simeq 0,4$ la constante de von Karman.
Integrando, se tiene, en primera aproximación:

$$u = \frac{k(u_2 - u_1)}{\ln(z_2/z_1)} \quad (6.31)$$

Generalmente, se hace la hipótesis $K_v = K_m$, tanto más cierta cuanto más homogénea sea la superficie y más cerca de ella se realicen las medidas necesarias.

De las ecuaciones (6.29) y (6.31) resulta:

$$E = \frac{-\rho k^2(u_2 - u_1)(q_1 - q_2)}{[\ln(z_2/z_1)]^2} \quad (6.32)$$

expresión que ya se enunció en la fórmula (6.10) con otras unidades para E y valores de ρ y k determinados y poniendo q_1 y q_2 en función de las tensiones de vapor y de la temperatura del aire a un cierto nivel.

Si se define el llamado parámetro de rugosidad como la altura z_o a la cual la velocidad $u_o = 0$, se tiene a partir de la fórmula (6.30) la ecuación:

$$u = (u_*/k)[\ln z/z_o] \quad (6.33)$$

Esta altura $z = z_o$ no es permanente y el desplazamiento d, llamado «desplazamiento del plano cero» determina en cada medición el valor $z = z_o + d$ que hace $u_o = 0$. Tomando este plano como origen, la ecuación (6.32) queda finalmente así:

$$E = \frac{\rho k^2 u(q_1 - q_2)}{\left[\ln \dfrac{z + z_o - d}{z_o}\right]^2} \quad (6.34)$$

Sin embargo, lo corriente es que las condiciones no sean adiabáticas y haya que introducir en la ecuación de los perfiles (6.30) una función de corrección que represente la estabilidad. Varios autores (Deacon, Monin y Dbukhov, Brooks, Swinbank, etc.) han propuesto diversas funciones de este tipo, pero no se ha llegado a establecer una aplicable en general. Las ecuaciones del tipo (6.33) y aquellas en las que interviene la corrección de estabilidad, dependen del «desplazamiento del plano

cero» (d) y del valor del parámetro de rugosidad (z_o) variables con los cambios de velocidad y de estabilidad.

En la práctica la medida de los gradientes debe hacerse lo más cerca posible de la superficie estudiada, con pares termoeléctricos de sensibilidad suficiente para apreciar pequeñas variaciones. Pero como la homogeneidad de la superficie nunca es total, esto obliga a realizar muestreos en varias subzonas más homogéneas.

Para mantener la hipótesis de flujo unidimensional debe haber una adecuada proporción entre la altura máxima a la que se toman las medidas (Z) y la longitud expuesta a la acción del viento sin obstáculos (L) tal como se dijo en (5.3.1).

Dyer para que los perfiles del viento se ajusten en un 90 % a los reales, da estos valores para Z y L (tabla 6.9):

TABLA 6.9

Z en metros:	0,4	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
L en metros:	53	70	170	420	1350	3300

Los valores de evapotranspiración obtenidos por este método pueden referirse a pequeños intervalos, siendo deseable para mantener las condiciones de estabilidad que sean de duración entre 30 minutos y 60 minutos.

5.3.3 Métodos teóricos: flujo turbulento de humedad

Consiste en medir, en un determinado punto y en intervalos muy pequeños de tiempo, el flujo de vapor, y de calor sensible que discurre por él.

Las ecuaciones de estos flujos son (C. B. Tanner, 1966):

$$E = \frac{\rho\mu}{P_a}[\bar{e}\bar{u} + \bar{e}'\bar{u}'] \qquad (6.35)$$

$$F_{cs} = \rho c_p[\bar{t}\bar{u} + \bar{t}'\bar{u}'] \qquad (6.36)$$

donde:

E = flujo de evaporación
F_{cs} = flujo de calor sensible
ρ = densidad del aire
μ = relación entre los pesos de un mol de vapor de agua y de aire seco
P_a = presión atmosférica
c_p = calor específico del aire
e = tensión de vapor en el aire
u = velocidad vertical del viento
t = temperatura del aire

Las cantidades suprarrayadas indican medias en el intervalo de tiempo, y los acentos indican fluctuaciones alrededor de la media.

En las expresiones encerradas entre corchetes en (6.35) y (6.36), los primeros sumandos indican difusión molecular y los segundos difusión turbulenta. Despreciando la difusión molecular o, lo que es lo mismo, suponiendo $\bar{u} = 0$.

E y F_{cs} son valores aproximados de flujos de evaporación y calor sensible, respectivamente.

La Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization de Australia, ha construido un aparato, el Evapotron, que mide por separado ambos flujos, y por tanto, registra valores de evaporación. El Evapotron, mide simultáneamente, y registra de modo continuo variaciones de humedad, velocidad vertical del viento y temperatura e integra automáticamente las expresiones $\bar{e}'\bar{u}'$ y $\bar{t}'\bar{u}'$. Aunque voluminoso, el aparato es fácilmente transportable, pero todavía presenta algunos problemas de respuesta a las variaciones pequeñas de humedad, especialmente. El hecho de ocupar bastante volumen hace que la relación entre la altura y la longitud expuesta al viento sin obstáculos (5.3.1 y 5.3.2) dé un valor grande para esta última. No obstante, su futuro es prometedor.

5.3.4 Métodos semiempíricos: fórmula de Penman

Se han sugerido varios métodos (McIlroy, Halstead, Penman, etc.) llamados combinados porque mezclan varios de los conceptos en que se basan los anteriormente citados, con el fin de evitar las medidas más difíciles de obtener, sacrificando quizás, la aproximación, en aras de una aplicabilidad más general.

De todos estos, el más difundido, es el método de Penman. Es semiempírico, pues parte de la ecuación (6.16) enunciada en (4.2.5) y los valores de evaporación en superficie de agua libre, se multiplican por un coeficiente reductor empírico (tabla 6.11) para obtener evapotranspiración potencial. Si en la fórmula (6.2) se da al albedo el valor correspondiente a la superficie evaporante (cuadro 6.5) no será preciso el coeficiente reductor, pero para ello esta superficie debe ser totalmente

homogénea. En la práctica, conviene escribir la ecuación (6.16) así:

$$E = \frac{\frac{\Delta}{\gamma} R_n + E_a}{\frac{\Delta}{\gamma} + 1} \tag{6.37}$$

Los datos necesarios para la aplicación de la fórmula (6.37) se obtienen en las estaciones climatológicas completas (apartado 1.11) y son:

Datos necesarios	*Símbolo*	*Unidad*
Latitud	λ	grado sexagesimal
Horas de insolación	n	hora
Temperatura	t	°C
Velocidad del viento a 2 m de altura sobre la superficie evaporante	v_2	m/seg
Humedad relativa	H_R	% (adimensional)

Los datos meteorológicos son medias diarias del mes. El cálculo puede realizarse del siguiente modo:

a) Δ/γ para la temperatura t — Tabla 6.10
b) $R_n = R_N/c_l$ — Fórmula (6.2) y tabla 6.8
c) E_a — Fórmula (6.17)
d) E (operando con estos valores) — Fórmula (6.37)
e) Si en *b)* para el cálculo de R_N se ha utilizado el albedo correspondiente a una superficie de agua libre (r = 0,05 según tabla 6.5), la evapotranspiración potencial mensual será:

$$ETP = f \cdot d \cdot E \tag{6.38}$$

siendo:

f = coeficiente reductor correspondiente al mes (tabla 6.11)
d = número de días del mes
E = evaporación en superficie de agua libre en mm/día [fórmula (6.37)]

Ejemplo 7

Aplicar el método de Penman para calcular evapotranspiración potencial en el mes de abril de 1966, en la estación climatológica de Tarragona (latitud 41° 7′).

TABLA 6.10 *Relación* Δ/γ *en función de la temperatura del aire* (t)

Δ = pendiente de la curva de tensión saturante a la temperatura t
γ = constante psicrométrica

Unidades: t en °C; Δ/γ adimensional

t	Δ/γ	t	Δ/γ
0,0	0,67	15,5	1,68
0,5	0,69	16,0	1,73
1,0	0,72	16,5	1,78
1,5	0,74	17,0	1,82
2,0	0,76	17,5	1,88
2,5	0,79	18,0	1,93
3,0	0,81	18,5	1,98
3,5	0,84	19,0	2,03
4,0	0,86	19,5	2,09
4,5	0,89	20,0	2,14
5,0	0,92	20,5	2,20
5,5	0,94	21,0	2,26
6,0	0,97	21,5	2,32
6,5	1,00	22,0	2,38
7,0	1,03	22,5	2,45
7,5	1,06	23,0	2,51
8,0	1,10	23,5	2,58
8,5	1,13	24,0	2,64
9,0	1,16	24,5	2,71
9,5	1,20	25,0	2,78
10,0	1,23	25,5	2,85
10,5	1,27	26,0	2,92
11,0	1,30	26,5	3,00
11,5	1,34	27,0	3,08
12,0	1,38	27,5	3,15
12,5	1,42	28,0	3,23
13,0	1,46	28,5	3,31
13,5	1,50	29,0	3,40
14,0	1,55	29,5	3,48
14,5	1,59	30,0	3,57
15,0	1,64		

Disposición del cálculo:

Datos	Nombre	Valor medio diario en abril
n	horas de insolación	6,8 horas
t	temperatura del aire	15° C
v_2	velocidad del viento	2,1 m/seg
H_R	humedad relativa	61 %

	Variables	Modo de obtenerla	Cálculo	Resultado
1	R_A	Tabla 6.2	Para $\lambda = 41°7'$ (interpolando)	829,00 cal/cm² · día
2	N	Tabla 6.3	Para $\lambda = 41°7'$ (interpolando)	13,40 horas
3	R_i	$R_i = R_A(0{,}18 + 0{,}55\ n/N)$	$829 \times (0{,}18 + 0{,}55 \times 6{,}8/13{,}4)$	381,34 cal/cm² · día
4	r	Tabla 6.5	Se supone agua libre $t_s < 30°$	0,05 adimensional
5	$R_i(1-r)$	Operando	$381{,}34(1 - 0{,}05)$	362,27 cal/cm² · día
6	e_a	Tabla 6.6	Para $t = 15°$	12,80 mm de Hg
7	e_d	$e_d = e_a \cdot H_R/100$	$12{,}8 \dfrac{61}{100}$	7,70 mm de Hg
8	R_e	$R_e = 1440\sigma T_a^4(0{,}56 - 0{,}092\sqrt{e_d}) \times \times (0{,}1 + 0{,}9\ n/N)$	$1440 \times 0{,}826 \times 10^{-10}\ (273 + 15)^4 \times \times (0{,}56 - 0{,}092\ \sqrt{7{,}7})(0{,}1 + + 0{,}9 \times 6{,}8/13{,}4)$	137,42 cal/cm² · día
9	R_N	$R_i(1 - r) - R_e$	$362{,}27 - 137{,}42$	224,85 cal/cm² · día
10	c_l	Tabla 6.8	Para $t = 15°$	58,8 cal/mm/cm²
	R_n	R_N/c_l	$224{,}85/58{,}8$	3,82 mm
12	E_a	$E_a = (e_a - e_d)0{,}35(0{,}5 + 0{,}54\ v_2)$	$(12{,}8 - 7{,}7) \times 0{,}35$ $(0{,}5 + 0{,}54 \times 2{,}1)$	2,91 mm
13	Δ/γ	Tabla 6.10	Para $t = 15°$	1,64 adimensional
14	E	$E = \dfrac{\dfrac{\Delta}{\gamma} R_n + E_a}{\dfrac{\Delta}{\gamma} + 1}$	$\dfrac{1{,}64 \times 3{,}82 + 2{,}91}{1{,}64 + 1}$	3,47 mm
15	f	Tabla 6.11	Para abril	0,7 adimensional
16	ETP	$ETP = f \times d \times E$	$0{,}7 \times 30 \times 3{,}47$	72,9 mm

Por tanto, la evapotranspiración potencial en el mes de abril por la fórmula de Penman es: ETP = 72,9 mm/mes

TABLA 6.11 *Coeficiente reductor (f) para aplicar la fórmula de Penman al cálculo de evapotranspiración potencial*

Nota: Valores deducidos por Penman como resultado de experiencias con superficies cubiertas de ray-grass en el SE de Inglaterra.

Mes	f
Enero	0,6
Febrero	0,6
Marzo	0,7
Abril	0,7
Mayo	0,8
Junio	0,8
Julio	0,8
Agosto	0,8
Septiembre	0,7
Octubre	0,7
Noviembre	0,6
Diciembre	0,6

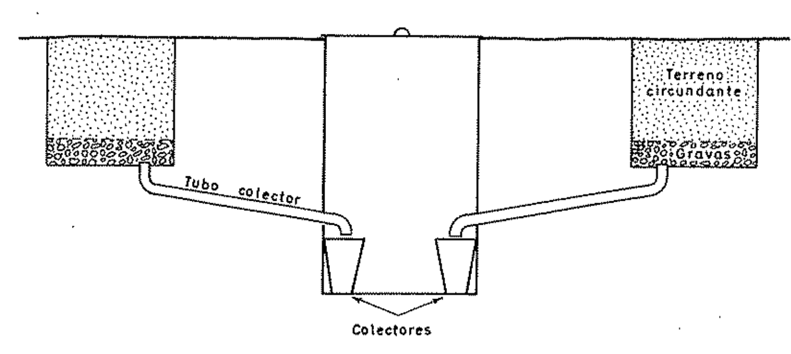


FIGURA 6.22
Evapotranspirómetro.

5.3.5 Medidas directas: evapotranspirómetro

La ecuación (6.8) puede escribirse, si se aplica a un suelo cubierto con vegetación, del siguiente modo:

$$ET = A - G - \Delta R \qquad (6.39)$$

y análogamente a lo que en (6.8) representaba cada símbolo:

ET = evapotranspiración
A = aportaciones o ingresos de agua
G = salidas o gastos de agua (no debidos a evapotranspiración)
ΔR = incremento en la reserva de agua del suelo utilizable por las plantas (3.6.5) (puede ser negativa)

Debe usarse la misma unidad (corrientemente el mm) para medir todos los términos.

El evapotranspirómetro (fig. 6.22) está diseñado para obtener medidas directas de evapotranspiración potencial a partir de la ecuación (6.39). Consiste en uno o más depósitos excavados en el terreno y rellenos con el producto de la excavación, o con el perfil que se quiera estudiar. En la superficie se planta un césped vegetal continuo (cualquier pratense). El fondo tiene un tubo colector que recoge las salidas G y las conduce a un depósito colector también enterrado y situado a nivel inferior, para medirlas.

Las aportaciones A_1 procedentes de la precipitación, se miden con un pluviómetro, y las aportaciones artificiales (riego), A_2, se miden previamente, de modo que el término $A = A_1 + A_2$ sea conocido.

Finalmente se procura —mediante A_2— mantener la humedad del suelo permanentemente en su capacidad de campo (3.6.2). Es decir, $\Delta R = 0$, y la ecuación (6.39) queda:

$$ET = A - G \qquad (6.40)$$

en la que A y G son conocidas.

El intervalo de medidas es, generalmente, de un día. Las condiciones de ubicación serán similares a las exigidas en (1.11) para una estación climatológica y el terreno circundante no debe diferir del situado en el interior, para que las medidas sean representativas de la zona. En regiones húmedas, el mantenimiento a nivel de capacidad de campo de la humedad del suelo no diferirá demasiado de lo que ocurre alrededor para intervalos no muy cortos, pero en zonas áridas existe el problema de advención de calor desde zonas adyacentes (efecto

oasis) y los valores obtenidos para la evapotranspiración potencial son más altos de lo que cabría esperar. Una forma de evitar el efecto oasis es crear un área de amortiguamiento rodeando el evapotranspirómetro, pero las dimensiones requeridas son en muchas ocasiones prohibitivas. Otras veces se han aplicado coeficientes reductores, pero su validez es sólo local.

5.3.6 Medidas directas: lisímetros

La misma ecuación (6.39) puede aplicarse en condiciones naturales, es decir manteniendo en juego ΔR, a un depósito similar al evapotranspirómetro, que se llama lisímetro. En estas condiciones las medidas son de evapotranspiración real. Los intervalos de medida pueden ser tan cortos como permita, el tener una buena estimación de ΔR en ellos.

Para determinar ΔR se utilizan dos sistemas:

a) Toma de muestras a distintos niveles en el lisímetro y determinación de su humedad (3.5).

b) Situar el lisímetro sobre una gran báscula de sensibilidad adecuada y deducir de la diferencia entre dos pesadas sucesivas el ΔR. En este caso es corriente realizar, de vez en cuando, comprobaciones por el método anterior. Estos lisímetros de báscula permiten determinaciones de evapotranspiración real en intervalos muy cortos de tiempo (una hora o menos), pero su manejo es delicado y su instalación costosa.

Conocido ΔR y determinados A y G del mismo modo que en (5.3.5) la ecuación (6.39) da el valor de evapotranspiración buscado.

Las condiciones de instalación son las citadas en (5.3.5) para el evapotranspirómetro. En cualquier caso tanto los evapotranspirómetros como los lisímetros son artificiales y existen en ellos circunstancias inevitables (relleno artificial, imposibilidad de movimiento lateral del agua) y otras difícilmente evitables (dificultad en el drenaje de fondo, que puede facilitarse con sistemas de succión especiales). En el interior del lisímetro puede ser mayor la profundidad radicular de la vegetación al impedir las paredes la expansión lateral, ampliándose así la zona afectada por evapotranspiración. A pesar de todo, hasta el momento actual los lisímetros y evapotranspirómetros son los únicos aparatos usados, de modo general, para contrastar fórmulas empíricas.

El origen de los lisímetros se remonta al año 1688 en Francia para medidas de infiltración. Actualmente son muchos y de variadas formas los modelos instalados en distintos lugares del mundo.

5.3.7 Medidas directas: parcelas y cuencas experimentales

Con parcelas y cuencas experimentales, se conservan las condiciones naturales y se evitan algunos de los efectos descritos anteriormente en evapotranspirómetros y lisímetros.

Las parcelas experimentales tienen una superficie de algunos centenares de m^2 y a ellas se aplica la ecuación (6.39): El término A se mide como en (5.3.5) y (5.3.6).

ΔR puede determinarse mediante tomas sistemáticas de muestras (5.3.6).

G deberá deducirse de las variaciones de niveles en sondeos situados en la parcela. Las dimensiones de la parcela ya no permiten suponer con garantía que la escorrentía superficial es nula y por tanto deberá medirse. Para ello se construyen zanjas colectoras siguiendo las curvas de nivel de menor cota.

Los mayores errores derivan del agua que escapa subterráneamente a través de los límites de la parcela. Si el substrato impermeable no es demasiado profundo puede evitarse construyendo pantallas verticales de hormigón que lleguen a él y así convertir la parcela en un monumental lisímetro con el terreno interior en condiciones naturales.

En las cuencas experimentales, con áreas de hasta 5-10 km^2 y límites superficiales y subterráneos bien definidos, se procede de forma análoga a la determinación de todos los términos del segundo miembro de la ecuación (6.39). En la determinación de G tendrá aquí mayor importancia medir la escorrentía superficial con una estación de aforos en la sección transversal inferior, del cauce drenante.

Al aumentar el área de la cuenca decrece la aproximación de la estimación.

5.3.8 Medidas directas: perfiles de humedad del suelo

En este método se hace la hipótesis de que en el intervalo de medida no hay aportaciones ni pérdidas de agua en la zona de estudio. Por tanto en la ecuación (6.39): $A = 0$ y $G = 0$ quedando reducida a

$$ET = -\Delta R \qquad (\Delta R \text{ será negativo}) \qquad (6.41)$$

y determinándose valores de evapotranspiración real.

Se toman muestras del suelo a distintos niveles de una misma vertical en los instantes t_1 y t_2. Los perfiles de humedad obtenidos por los procedimientos citados en (3.5) dan valores R_1 y R_2 respectivamente.

Entrando con ellos en la fórmula (6.41)

$$ET = R_1 - R_2$$

El método, que en teoría es válido, tiene serias dificultades para su aplicación práctica y los valores obtenidos pueden estar muy alterados, especialmente por aportaciones laterales de agua, o, en general, aportaciones de agua exteriores a la zona radicular estudiada. A su vez, el uso de coeficientes correctores, no es efectivo por los cambios en calidad y cantidad de agua aplicada artificialmente al terreno antes de proceder a las medidas y por el crecimiento de las raíces durante el período vegetativo. Los valores de evapotranspiración obtenidos están muy vinculados al tipo de suelo y tendrán sólo validez local.

5.3.9 Métodos empíricos: correlación entre medidas de evaporación en estanques y evapotranspiración

Desde principios del presente siglo, muchos investigadores han intentado correlacionar medidas de evaporación (E) en estanques evaporimétricos (4.2.3) con medidas de evapotranspiración (ET) en lisímetros. En este sentido están dirigidos los trabajos de Penman (1940) en el SE de Inglaterra, Stanhill (1958 y 1961) en Inglaterra e Israel, Aysling (1965) en Dinamarca, McIlory y Agnus (1964) en Australia, etc.

En muchos casos se ha obtenido una estrecha correlación entre ambas medidas, variando el cociente ET/E entre 0,75 y 1,05, pero los resultados obtenidos están muy ligados a los tipos de estanque evaporimétrico y lisímetro utilizados, a las condiciones ambientales de su ubicación y a la época del año. Respecto a esta última las mayores divergencias ocurren en los meses secos y ventosos, en los que la advención lateral de calor es importante. Debido a estas divergencias, Pruitt (1966) ha intentado introducir el factor viento en la correlación entre el cociente ET/E y el término aerodinámico, $E_a \cdot \frac{\gamma}{\Delta + \gamma}$ de la fórmula de Penman (6.16). Se deduce así una ecuación del tipo

$$ET = f(E)$$

pero en condiciones de fuerte advención, el ajuste no es demasiado bueno, y debe incluirse también el término energético de la fórmula (6.16).

TABLA 6.12 *Indice de calor mensual* (i) *en función de la temperatura del aire* (t). *Latitud Norte*

Unidades: i en $(°C)^{1,514}$; t en °C

t	i	t	i
0,0	0,00	15,5	5,55
0,5	0,03	16,0	5,82
1,0	0,09	16,5	6,10
1,5	0,16	17,0	6,38
2,0	0,25	17,5	6,66
2,5	0,35	18,0	6,95
3,0	0,46	18,5	7,25
3,5	0,58	19,0	7,55
4,0	0,71	19,5	7,85
4,5	0,85	20,0	8,16
5,0	1,00	20,5	8,47
5,5	1,16	21,0	8,78
6,0	1,32	21,5	9,10
6,5	1,49	22,0	9,42
7,0	1,66	22,5	9,75
7,5	1,85	23,0	10,08
8,0	2,04	23,5	10,41
8,5	2,23	24,0	10,75
9,0	2,44	24,5	11,09
9,5	2,64	25,0	11,44
10,0	2,86	25,5	11,78
10,5	3,08	26,0	12,13
11,0	3,30	26,5	12,49
11,5	3,53	27,0	12,85
12,0	3,76	27,5	13,21
12,5	4,00	28,0	13,58
13,0	4,25	28,5	13,94
13,5	4,50	29,0	14,32
14,0	4,75	29,5	14,69
14,5	5,01	30,0	15,07
15,0	5,28		

5.3.10 Métodos empíricos: fórmula de Thornthwaite

Thornthwaite utiliza como variable primaria para el cálculo de evapotranspiración potencial la media mensual de las temperaturas medias diarias del aire. Con ella calcula un índice de calor mensual, según la fórmula:

$$i = (t/5)^{1,514} \qquad (6.42)$$

y halla el valor del índice de calor anual, I:

$$I = \Sigma i \qquad (6.43)$$

siendo Σi la suma de los doce índices mensuales del año considerado. Para meses teóricos de 30 días, con 12 horas diarias de sol, formula la siguiente expresión:

$$\varepsilon = 16(10\,t/I)^a \qquad (6.44)$$

ε = evapotranspiración potencial media en mm/día
t = temperatura media diaria del mes en °C
I = índice de calor anual [fórmula (6.43)]
$a = 675 \cdot 10^{-9}\, I^3 - 771 \cdot 10^{-7}\, I^2 + 1972 \cdot 10^{-5}\, I + 0{,}49239$

Finalmente tiene en cuenta la duración real del mes y el número máximo de horas de sol, según la latitud del lugar, y llega a la expresión:

$$ETP = K \cdot \varepsilon \qquad (6.45)$$

donde:

ETP = evapotranspiración potencial en mm/mes
$K = \frac{N}{12} \cdot \frac{d}{30} \cdot d$
N = número máximo de horas de sol, según la latitud (tabla 6.3)
d = número de días del mes
ε = valor obtenido con la fórmula (6.44)

Para el cálculo, los valores de i que da la fórmula (6.42) están tabulados (tabla 6.12) y los valores de ε, en función de I y t, según la fórmula (6.44) también (tabla 6.13).

Ejemplo 8

Aplicar el método de Thornthwaite para el cálculo de evapotranspiración potencial en el mes de junio de 1967, en la estación climatológica de San Joan D'Espí (Barcelona) latitud 41° 22'

Disposición del cálculo

Datos			En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep	Oc	Nov	Dic
	t	Temperatura diaria media mensual	3,9	6,1	8,7	10,2	15,7	18,0	22,0	21,0	17,0	15,0	10,0	3,6
Variables		Modo de obtenerla												
1)	i	Tabla 6.12 para cada t	0,69	1,35	2,31	2,94	5,65	6,95	9,42	8,78	6,38	5,28	2,86	0,61
2)	I	$\sum_{En}^{Dic} i$; I = 53,21												
3)	ε	Tabla 6.13 para t = 18,0; I = 53,21; ε = 2,74 mm												
4)	N	Tabla 6.3 para λ = 41° 22' en junio; N = 15,1 horas												
5)	ETP	$ETP = \frac{N}{12} \cdot \frac{d}{30} \cdot d \cdot \varepsilon = \frac{15{,}1}{12} \times \frac{30}{30} \times 30 \times 2{,}74 = 103{,}43$ mm												

Así pues la evapotranspiración potencial en el mes de junio, calculada por el método de Thornthwaite es:

103,43 mm

TABLA 6.13 *Evapotranspiración potencial diaria* (ε) *para meses de 30 días con 12 horas/día de luz. En función de la temperatura del aire* (t) *y del índice de calor anual* (I)
Unidades: ε en mm/día; t en °C; I en $(°C)^{1,514}$

t \ I	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,0	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,5	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2,0	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3,0	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3,5	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5,5	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
6,0	1,2	1,1	0,9	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
6,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
7,0	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
7,5	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
8,0	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
8,5	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
9,0	1,7	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
9,5	1,8	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1
10,0	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2
10,5	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2
11,0	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2
11,5	2,1	2,0	1,9	1,7	1,6	1,6	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3
12,0	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,7	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3
12,5	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,8	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4
13,0	2,4	2,3	2,1	2,0	1,9	1,9	1,7	1,6	1,5	1,5	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4
13,5	2,5	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,8	1,7	1,6	1,6	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5	0,5
14,0	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5
14,5	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6
15,0	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7
15,5	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8
16,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9
16,5	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,4	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9
17,0	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0
17,5	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,2
18,0	3,2	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,3	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,6	1,5	1,5	1,4	1,3
18,5	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,4	2,2	2,2	2,2	2,0	1,9	1,9	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4
19,0	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5
19,5	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,4	2,2	2,2	2,1	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6
20,0	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8
20,5	3,6	3,5	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0
21,0	3,7	3,6	3,5	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,6	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2
21,5	3,8	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3
22,0	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,2	3,1	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,7	2,6	2,6	2,6	2,5
22,5	3,9	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	2,9	2,8	2,8	2,8	2,7
23,0	4,0	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,1	3,0	3,0	3,0	2,9
23,5	4,1	4,0	4,0	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,4	3,3	3,2	3,2	3,2	3,1
24,0	4,2	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,6	3,5	3,5	3,5	3,4	3,3	3,3	3,3	3,2
24,5	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,5	3,5	3,5	3,4
25,0	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
25,5	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,1	4,1	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	3,9
26,0	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,2

Cuando $t \geq 26{,}5°$, para cualquier valor de I:

t	ε
26,5	4,5
27,0	4,6
27,5	4,8
28,0	4,9
28,5	5,1
29,0	5,2
29,5	5,3
30,0	5,4
30,5	5,5
31,0	5,6
31,5	5,7
32,0	5,8

t	ε
32,5	5,8
33,0	5,9
33,5	6,0
34,0	6,0
34,5	6,1
35,0	6,1
35,5	6,1
36,0	6,1
36,5	6,2
37,0	6,2
37,5	6,2
38,0	6,2

5.3.11 Métodos empíricos: fórmula de Blaney-Criddle

H. F. Blaney y W. D. Criddle proponen la siguiente fórmula:

$$ETP = Kp \frac{45{,}7\,t + 813}{100} \qquad (6.46)$$

con:

ETP = evapotranspiración potencial en mm/mes
K = coeficiente empírico según tipo de vegetación (tabla 6.14)
t = temperatura media diaria del mes en °C
p = porcentaje de número máximo de horas de insolación en el mes, respecto al total anual (tabla 6.15).

La fórmula (6.46) es aplicable a los meses que comprende el período vegetativo. En ella el coeficiente K deriva, no solamente del tipo de vegetación sino también del conjunto de factores, que influyen en la evapotranspiración, no considerados. Por eso su determinación debe ser previa a la aplicación de la fórmula y basada en experiencias de riegos. Los valores de la tabla 6.14 son meramente orientativos.

Cuando la fórmula (6.46) se aplica a una superficie cubierta por varios cultivos, debe realizarse un inventario a fin de determinar el porcentaje de área cubierto por los distintos tipos y se usará para cada uno de ellos el coeficiente correspondiente. Puede ocurrir que a lo largo del año se cultiven en una determinada parcela dos o más especies consecutivamente.

El siguiente ejemplo muestra el procedimiento de cálculo.

Ejemplo 9

Aplicar el método de Blaney-Criddle para calcular uso consuntivo agrícola (evapotranspiración potencial), en los meses de junio y julio de 1969, de una zona representada climáticamente por los datos de la estación del Prat de Llobregat (Barcelona) (latitud 41° 18′).

La distribución espacial de cultivos en las distintas alternativas es*:

Hortalizas	60 %
Frutal de pepita	10 %
Patata temprana	15 %
Tomate temprano	15 %
Tomate tardío	10 % (en julio)
Maíz ciclo normal	20 % (en julio)

Datos		Junio	Julio
t	Temperatura diaria media mensual	20,0	23,7
K	Tabla 6.14 Estos valores se suponen válidos para la zona.		

Variables	Modo de obtenerla	Junio	Julio
1) p	Tabla 6.15	10,18	10,34
2) K (Hortalizas)	Tabla 6.14	0,50	0,60
3) K (Fruta pepita)	Tabla 6.14	0,74	0,71
4) K (Patata temprana)	Tabla 6.14	0,62	—
5) K (Tomate temprano)	Tabla 6.14	0,30	—
6) K (Tomate tardío)	Tabla 6.14	—	0,32
7) K (Maíz ciclo normal)	Tabla 6.14	—	0,38
8) ETP/K	$p \frac{45{,}7\,t + 813}{100}$	175,81	196,05
9) ETP (Hortalizas)	(8) × (2)	87,90	117,63
10) ETP (Frutal pepita)	(8) × (3)	130,10	139,20
11) ETP (Patata temprana)	(8) × (4)	109,00	—
12) ETP (Tomate temprano)	(8) × (5)	52,74	—
13) ETP (Tomate tardío)	(8) × (6)	—	62,74
14) ETP (Maíz ciclo normal)	(8) × (7)	—	74,50

ETP (para la zona) = suma de ETP correspondiente a cada cultivo multiplicado por los porcentajes de terreno que respectivamente ocupan, según el enunciado del ejemplo.

* Obsérvese que según la tabla 6.14, para cualquier mes del año, la distribución espacial de cultivos nunca supera el 100 %, como, naturalmente, cabe esperar.

TABLA 6.14 *Coeficiente K para aplicación de la fórmula de Blaney-Criddle según tipo de vegetación y mes del período vegetativo. (Fuentes: García Lozano, G. Bernáldez, 1964; Ven Té Chow, 1964)*

Vegetación	Lugar \ Mes	En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep	Oc	Nov	Dic
AGRIOS	Andalucía y Levante			0,41	0,36	0,44	0,43	0,44	0,41	0,41	0,64	0,41	
	Arizona			0,57	0,60	0,60	0,64	0,64	0,68	0,68	0,65	0,62	
	California litoral				0,40	0,42	0,52	0,55	0,55	0,55	0,50	0,45	
ALFALFA	Andalucía y Levante			0,41	0,70	0,64	0,67	0,74	0,67	0,64	0,40	0,41	
	California litoral			0,60	0,65	0,70	0,80	0,85	0,85	0,80	0,70	0,60	
	California interior			0,65	0,70	0,80	0,90	1,10	1,00	0,85	0,80	0,70	
	Dakota del Norte				0,84	0,89	1,00	0,86	0,78	0,72			
	Utah				0,88	1,15	1,24	0,97	0,87	0,81			
ALGODÓN	Andalucía y Levante			0,12	0,38	0,50	0,50	0,60	0,65	0,30	0,30		
	Arizona				0,27	0,30	0,49	0,86	1,04	1,03	0,81		
	Texas			0,24	0,22	0,61	0,42	0,50					
ARROZ	Andalucía y Levante				0,32	1,34	1,42	1,40	1,44	0,51			
CEBOLLA TARDÍA	Andalucía y Levante			0,28	0,45	0,30	0,31	0,28					
CEBOLLA TEMPRANA	Andalucía y Levante			0,28	0,45	0,30							
CEREAL GRANO PEQUEÑO	Dakota del Norte				0,19	0,55	1,13	0,77	0,30				
FRUTALES DE PEPITA	Andalucía y Levante			0,14	0,45	0,49	0,74	0,71	0,55	0,43	0,36		
HORTALIZAS	Andalucía y Levante	0,20	0,20	0,30	0,40	0,40	0,50	0,60	0,70	0,60	0,50	0,20	0,20
MAÍZ DE CICLO LARGO	Andalucía y Levante					0,12	0,20	0,38	0,42	0,26	0,10		
	Dakota del Norte					0,47	0,63	0,78	0,79	0,70			
MAÍZ DE CICLO NORMAL	Andalucía y Levante						0,12	0,38	0,42	0,26	0,10		
PASTOS	California					0,84	0,84	0,77	0,82	1,09	0,70		
PATATA	Dakota del Norte					0,45	0,74	0,87	0,75	0,54			
	Dakota del Sur					0,69	0,60	0,80	0,89	0,39			
PATATA TARDÍA	Andalucía y Levante						0,40	0,65	0,70	0,75	0,30		
PATATA TEMPRANA	Andalucía y Levante			0,55	0,72	0,73	0,62						
REMOLACHA AZUCARERA	Andalucía y Levante			0,19	0,27	0,55	0,87	0,69	0,36	0,15	0,10	0,03	
	California litoral				0,39	0,38	0,36	0,37	0,35	0,38			
	California interior				0,30	0,60	0,36	0,96	0,91	0,41			
	Montana							0,83	1,05	1,02			
SORGO	Arizona							0,34	0,72	0,97	0,62	0,60	
	Kansas				0,80			0,94	1,17	0,86	0,47		
	Texas				0,26			0,73	1,20	0,85	0,49		
TOMATE TARDÍO	Andalucía y Levante				0,32			0,41	0,71	0,67	0,81		
TOMATE TEMPRANO	Andalucía y Levante			0,15	0,20	0,30	0,30						
TRÉBOL	Andalucía y Levante			0,50	0,81	0,55	0,77	0,83	0,76	0,70	0,44		
TRIGO	Texas			0,64	1,16	1,26	0,87						

Así:

Para mes de junio

$$87{,}90 \times \frac{60}{100} + 130{,}10 \times \frac{10}{100} + 109{,}00 \times \frac{15}{100} + $$

$$+ 52{,}74 \times \frac{15}{100} = 90{,}01 \text{ mm}$$

Para mes de julio

$$117{,}63 \times \frac{60}{100} + 139{,}20 \times \frac{10}{100} + 62{,}74 \times \frac{10}{100} + $$

$$+ 74{,}50 \times \frac{20}{100} = 106{,}67 \text{ mm}$$

TABLA 6.15 *Porcentaje (p) de número máximo de horas de insolación mensual respecto al total anual según latitud (latitud Norte)*

Latitud \ Mes	En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep	Oc	Nov	Dic
0°	8,50	7,66	8,49	8,21	8,50	8,22	8,50	8,49	8,21	8,50	8,22	8,50
5°	8,32	7,56	8,47	8,29	8,66	9,41	8,68	8,60	8,23	8,42	8,06	8,30
10°	8,13	7,47	8,45	8,37	8,81	8,60	8,86	8,71	8,25	8,34	7,91	8,10
15°	7,94	7,36	8,43	8,44	8,98	8,80	9,05	8,83	8,28	8,26	7,75	7,88
20°	7,74	7,25	8,41	8,52	9,15	9,00	9,25	8,96	8,30	8,18	7,58	7,66
25°	7,53	7,14	8,39	8,61	9,33	9,23	9,45	9,09	8,32	8,09	7,40	7,42
30°	7,30	7,03	8,38	8,72	9,53	9,49	9,67	9,22	8,33	7,99	7,19	7,15
35°	7,05	6,88	8,35	8,83	9,76	9,77	9,93	9,37	8,36	7,87	6,97	6,86
40°	6,76	6,72	8,33	8,95	10,02	10,08	10,22	9,54	8,39	7,75	6,72	6,52
45°	6,37	6,51	8,28	9,09	10,35	10,50	10,61	9,77	8,42	7,60	6,41	6,09
50°	5,98	6,30	8,24	9,24	10,68	10,91	10,99	10,00	8,46	7,45	6,10	5,65
55°	5,33	5,98	8,16	9,44	11,21	11,65	11,65	10,35	8,52	7,21	5,57	4,93
60°	4,67	5,65	8,08	9,65	11,74	12,39	12,31	10,70	8,57	6,98	5,04	4,22

5.3.12 Métodos empíricos: fórmula de Makkink

Makkink con base, en sus experiencias, en Holanda, propone la fórmula:

$$ETP = 0{,}61 \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} R_i - 0{,}12 \qquad (6.47)$$

en la que:

ETP = evapotranspiración potencial en mm/día
Δ = pendiente de la curva de saturación para la temperatura media diaria del aire
γ = constante psicrométrica
R_i = radiación global incidente expresada en mm/día de agua evaporable

La expresión $\frac{\Delta}{\Delta + \gamma}$ para distintas temperaturas está tabulada en la tabla 6.16.

5.3.13 Métodos empíricos: fórmula de Turc

En su versión más moderna (1961) la fórmula de Turc es:

$$ETP = 0{,}40 \frac{t}{t + 15} (R_i + 50) \qquad (6.48\ a)$$

siendo:

ETP = evapotranspiración potencial en mm/mes
t = temperatura media diaria del mes en °C
R_i = radiación global incidente media diaria del mes en cal/cm² · día

Para el mes de febrero el coeficiente 0,40 se sustituye por 0,37.

Cuando la humedad relativa (H_R) es menor del 50 % introduce un factor de corrección y la fórmula queda así:

$$ETP = 0{,}40 \frac{t}{t + 15} (R_i + 50) \left(1 - \frac{50 - H_R}{70}\right) \qquad (6.48\ b)$$

TABLA 6.16 *Relación* $\frac{\Delta}{\Delta+\gamma}$ *en función de la temperatura del aire* (t)

Δ = pendiente de la curva de tensión saturante a la temperatura t

γ = constante psicrométrica

Unidades: t en °C; $\Delta/(\Delta + \gamma)$, adimensional

t	$\Delta/(\Delta+\gamma)$
0,0	0,401
0,5	0,409
1,0	0,418
1,5	0,426
2,0	0,432
2,5	0,440
3,0	0,448
3,5	0,445
4,0	0,462
4,5	0,470
5,0	0,478
5,5	0,485
6,0	0,493
6,5	0,500
7,0	0,508
7,5	0,515
8,0	0,522
8,5	0,530
9,0	0,537
9,5	0,544
10,0	0,552
10,5	0,559
11,0	0,566
11,5	0,573
12,0	0,580
12,5	0,587
13,0	0,593
13,5	0,600
14,0	0,607
14,5	0,614
15,0	0,621
15,5	0,627
16,0	0,633
16,5	0,640
17,0	0,646
17,5	0,652
18,0	0,658
18,5	0,664
19,0	0,670
19,5	0,676
20,0	0,682
20,5	0,688
21,0	0,694
21,5	0,699
22,0	0,705
22,5	0,710
23,0	0,715
23,5	0,720
24,0	0,725
24,5	0,730
25,0	0,735
25,5	0,740
26,0	0,745
26,5	0,750
27,0	0,755
27,5	0,760
28,0	0,764
28,5	0,768
29,0	0,772
29,5	0,776
30,0	0,780

Ejemplo 10

Aplicar el método de Turc, para calcular evapotranspiración potencial en el mismo mes, año y estación que en el ejemplo 7.

En el ejemplo 7, se calcula en fila 3) $R_i = 381{,}34$ cal/cm² por día. Como $H_R = 61\ \% > 50\ \%$ no es preciso el factor de corrección $1 - \frac{50 - H_R}{70}$ Aplicando la fórmula (6.48 a):

$$ETP = 0{,}40 \frac{15}{15 + 15} (381{,}34 + 50) = 86{,}27 \text{ mm}$$

Como se dice en 5.4 la fórmula de Turc da en general valores por exceso.

5.4 COMENTARIO A LOS MÉTODOS PARA CÁLCULO DE EVAPOTRANSPIRACIÓN

Los métodos teóricos y las medidas directas, están ligados al carácter microclimático del proceso, y, en consecuencia, son los únicos realmente válidos, siempre que se reflejen fielmente las condiciones naturales. Desgraciadamente son de delicada y costosa aplicación.

Los métodos empíricos tienen la ventaja de su mayor economía, pues, en general se basan en datos meteorológicos corrientemente obtenibles en las estaciones climatológicas de todo el mundo. No obstante los valores que con ellos se obtienen tendrán escasa validez si no están contrastados con medidas directas en la zona a la que se aplican. Sin este requisito será muy aventurado darles un significado ni siquiera orientativo. La fórmula de Turc (6.48 a y 6.48 b) ha dado en general, valores más altos que los obtenidos con medidas directas. Por el contrario, con la fórmula de Thornthwaite (6.45) los valores correspondientes a zonas áridas y semiáridas han resultado algo bajos. La fórmula de Blaney-Criddle (6.46) tiene en cuenta el tipo de cultivo y por eso si se tienen valores propios del coeficiente K puede dar buenas aproximaciones.

El contraste con medidas directas, de valores obtenidos por el método semiempírico de Penman (6.37), ha dado en numerosos lugares, resultado satisfactorio. Tiene el inconveniente de que no es corriente encontrar para una estación climatológica todos los datos que requiere su aplicación.

5.5 ESTIMACIÓN DE LA EVAPOTRANSPIRACIÓN REAL A PARTIR DE VALORES DE EVAPOTRANSPIRACIÓN POTENCIAL

La evapotranspiración potencial es un límite superior de la cantidad de agua que vuelve a la atmósfera. Para determinar la evapotranspiración real debe tenerse en cuenta no sólo ese límite sino también el agua que efectivamente existe en la zona.

En esquema, un balance hídrico, para un determinado intervalo, puede plantearse así:

$$P = ETR + EX + \Delta R \qquad (6.49)$$

P = precipitación en mm
ETR = evapotranspiración real en mm
EX = excedentes de agua (escorrentía + infiltración) en mm
ΔR = incremento en la reserva de agua utilizable por las plantas (3.6.5) en mm

y con la condición:

$$ETR \leq ETP \qquad (6.50)$$

es decir: evapotranspiración real menor o igual que evapotranspiración potencial.

Es muy corriente que los datos climáticos disponibles en una zona permitan únicamente realizar una estimación de la evapotranspiración potencial aplicando una fórmula empírica (Thornthwaite, Blaney-Criddle, Turc, etcétera).

Las expresiones (6.49) y (6.50), cuando se conocen los valores de la precipitación y de la reserva de agua utilizable (3.6.5) permiten deducir la evapotranspiración real a partir de la potencial. Lo más importante es definir razonablemente el intervalo de tiempo al que se aplica el balance: cuando la precipitación está uniformemente repartida en el tiempo podrá ser largo —un mes— pero si el reparto temporal de lluvias es muy irregular habrá que tomar intervalos mucho menores —un día o menos— siempre que en ellos se tengan estimaciones de evapotranspiración potencial.

En el siguiente ejemplo se muestra el procedimiento de cálculo:

Ejemplo 11

En una zona de características idénticas a las citadas en el ejemplo 6, se supone completa la reserva de agua utilizable (49,1 mm) al comienzo del año hidrológico (octubre-septiembre para este ejemplo).

Los datos de lluvia, y de evapotranspiración potencial debidamente contrastada con medidas directas, son los siguientes:

	Oc	Nov	Dic	En	Fb	Mz	Ab	My	Jn	Jl	Ag	Sep
Lluvia (P) mm	25,7	31,7	60,8	6,7	84,0	23,8	32,0	17,7	5,0	7,0	5,6	28,1
Evapotranspiración potencial (ETP) mm	56,7	27,9	13,0	13,6	12,2	36,9	52,8	77,2	109,9	126,1	126,5	75,8

Calcular la evapotranspiración real y los excedentes y déficits de agua para la zona:

	(1) Oc	(2) Nov	(3) Dic	(4) En	(5) Fb	(6) Mz	(7) Ab	(8) My	(9) Jn	(10) Jl	(11) Ag	(12) Sep	Total
P	25,7	31,7	60,8	6,7	84,0	23,8	32,0		5,0	7,0	5,6	28,1	328,1
ETP	56,7	27,9	13,0	13,6	12,2	36,9	52,8		109,9	126,1	126,5	75,8	728,6
Variación reserva	−31,0	+3,8	+27,2	−6,9	+6,9	−13,1	−20,8		—	—	—	—	
Reserva de agua utilizable	18,1	21,9	49,1	42,2	49,1	36,0	15,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
ETR	56,7	27,9	13,0	13,6	12,2	36,9		32,9	5,0	7,0	5,6	28,1	292,7
Excedentes	—	—	20,6	—	65,1	—		—	—	—	—	—	85,7
Déficits	—	—	—	—	—	—		44,3	104,9	119,1	120,9	47,7	436,9

La figura 6.23 expresa gráficamente estos resultados.

Notas al cálculo (numeradas igual que las columnas de cálculo a que se refieren)

1) Al comenzar octubre se supone completa la reserva de agua utilizable. Durante el mes de octubre ETP > P por tanto la vegetación utilizará la reserva de agua hasta suplir el déficit ETP – P = 31,0 mm. Quedará para el mes siguiente una reserva de 49,1 – 31,0 = 18,1 mm ETR = ETP pues se puede alcanzar este valor entre el agua llovida y la reserva utilizada. En estas circunstancias no habrá excedentes ni déficits de agua para la vegetación.

2) En noviembre P > ETP. El exceso P – ETP = 3,8 milímetros se añadirá a la reserva de agua utilizable pues no está completa. ETR = ETP y no hay excedentes ni déficits de modo análogo a lo que ocurre en 1).

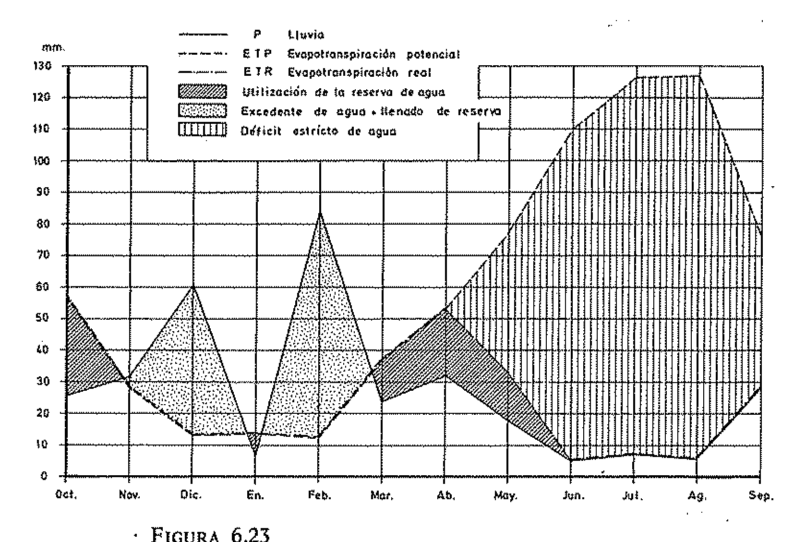


FIGURA 6.23
Representación gráfica de un balance hídrico, según los datos del ejemplo 11.

3) En diciembre P > ETP. El exceso P – ETP = 47,8 milímetros es mayor que lo que le falta a la reserva: 49,1 – – 21,9 = 27,2 mm para completarse. Así pues 47,8 – 27,2 = = 20,6 mm será excedente de agua (escorrentía + infiltración) ETR = ETP pues hay agua suficiente para ello.

4) De nuevo la diferencia 13,6 – 6,7 = 6,9 mm se cubrirá con la reserva y no habrá excedentes. ETR = ETP y por tanto no habrá tampoco déficits.

5) La lluvia P = 84,0 mm en el mes de febrero, es importante: Será preciso conocer si ha habido algún día con precipitación fuerte. En caso afirmativo deberá restarse directamente la escorrentía directa y sustituir los 84,0 mm por esa diferencia para continuar el balance. En este caso se hace la hipótesis de que los 84,0 mm están uniformemente repartidos a lo largo del mes.

El exceso P – ETP = 84,0 – 12,0 = 72,0 mm cubre el completar la reserva, y la diferencia 72,0 – 6,9 = 65,1 mm será excedente de agua (escorrentía + infiltración). ETR = = ETP y en consecuencia déficit nulo.

6) La diferencia ETP – P = 36,9 – 23,8 = 13,1 mm se cubre con la reserva de agua, que queda disminuida en esa cantidad. Excedentes y déficits nulos y ETR = ETP.

7) ETP – P = 20,8 mm. Existe aun reserva para suministrar esa cantidad ETR = ETP. Excedentes y déficits nulos.

8) ETP – P = 77,2 – 17,7 = 59,5 mm no puede cubrirse totalmente con la reserva que existe (15,2 mm). La diferencia 59,5 – 15,2 = 44,3 mm será un déficit de agua que habrá que cubrir con riego. El agua de riego necesaria será 44,3 mm + pérdidas = 443 m^3/Ha · mes + pérdidas (ver 5.7).

ETR = P + reserva = 17,7 + 15,2 = 32,9 mm y el déficit es evidentemente: ETP – ETR = 77,2 – 32,9 = 44,3, mm tal como se ha calculado anteriormente.

9) Agotada la reserva, sólo podrá evapotranspirarse el agua de lluvia P = 5,0 mm. Así pues, ETR = 5,0 mm y el déficit será: ETP – ETP = 109,9 – 5,0 = 104,9 mm.

10), 11) y 12) Se procede de manera análoga a lo dicho en 9).

Notas al método

a) Para que los resultados obtenidos por este método sean significativos es preciso que el reparto de lluvias sea uniforme en el mes pues de lo contrario pueden verse alterados de forma importante.

b) Si no hay uniformidad deberá aplicarse para intervalos más cortos separando los resultados para cada tormenta, si bien en este caso los datos de evapotranspiración no son fácilmente obtenibles.

c) El déficit anual es 436,9 mm = 4369 m^3/Ha. Si se añaden unas pérdidas del orden del 40 % (usual en riego por canales) se tendrá una demanda de agua para uso agrícola en la zona del orden de 6000 m^3/Ha año.

5.6 FÓRMULAS EMPÍRICAS PARA CÁLCULO DE EVAPOTRANSPIRACIÓN REAL

Algunos autores han propuesto fórmulas para calcular la evapotranspiración real en función de variables climáticas como precipitación, temperatura, etc.

Se citan a continuación, como ejemplo, las de Turc y Coutagne.

5.6.1 Fórmula de Turc

Turc, experimentando en más de doscientas cuencas de diversas partes del mundo, llega a la expresión:

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L^2}}} \qquad (6.51)$$

en la que:

ETR = evapotranspiración real en mm/año
P = precipitación en mm/año
L = $300 + 25\ t + 0,05\ t^2$
t = temperatura media anual en °C

5.6.2 Fórmula de Coutagne

Para valores de precipitación comprendidos entre

$$\frac{1}{8\chi} \text{ y } \frac{1}{2\chi}$$

siendo:

$$\chi = \frac{1}{0,8 + 0,14\ t}$$

y

t = temperatura media anual en °C

Coutagne propone la fórmula

$$ETR = P - \chi P^2 \qquad (6.52)$$

en la que:

ETR = evapotranspiración real en m/año
P = precipitación en m/año

5.7 EVAPOTRANSPIRACIÓN Y DEMANDA DE AGUA PARA RIEGO

Las demandas de agua para riego suponen en general, un importante capítulo dentro del conjunto de las necesidades hídricas en una zona.

Su determinación depende fundamentalmente de la evapotranspiración potencial, pues, ésta, señala la cantidad de agua precisa en el supuesto de un desarrollo vegetal óptimo.

El valor estricto de esta demanda sería la diferencia entre evapotranspiración potencial y evapotranspiración real en un cierto período de tiempo, pero es preciso considerar además la posible contribución de agua subterránea por ascenso capilar, la eficiencia de la aplicación y las pérdidas por conducción.

La expresión de la demanda de agua para riego es:

$$DA = \frac{ETP - ETR - AS}{Ef} + PG \qquad (6.53)$$

con:

DA = demanda global de agua para riego en mm
ETP = evapotranspiración potencial en mm
ETR = evapotranspiración real en mm
AS = aportación de agua subterránea en mm
Ef = eficiencia de la aplicación (coeficiente adimensional)
PG = pérdidas por conducción en mm

y referidos todos los valores al período de tiempo considerado.

En riegos a pie el coeficiente Ef es del orden de 0,75. En riegos por aspersión puede llegar a 0,85 ó 0,90.

Las pérdidas por conducción son prácticamente nulas en el caso de riego con agua de pozos situados en la zona.

Capítulo 6.6

Infiltración

6.1 INTRODUCCIÓN

El agua precipitada sobre la superficie de la tierra, queda detenida, discurre por ella, o bien penetra hacia el interior. De esta última fracción se dice que se ha infiltrado.

El interés del fenómeno, es evidente, si se considera que la mayor parte de los vegetales utilizan para su desarrollo agua infiltrada y que el agua subterránea de una región, tiene como presupuesto previo para su existencia, que se haya producido infiltración.

En este capítulo se tratan los aspectos conceptuales básicos de esta componente del ciclo hidrológico, y los métodos para su determinación. En el capítulo 8.9 se desarrolla la teoría de la infiltración desde el punto de vista físico-matemático.

6.2 CONCEPTO DE INFILTRACIÓN

Infiltración es el proceso, por el cual el agua penetra en el suelo, a través de la superficie de la tierra, y queda retenida por él (capítulo 6.3) o alcanza un nivel acuífero incrementando el volumen acumulado anteriormente.

Superada la capacidad de campo del suelo, el agua desciende por la acción conjunta de las fuerzas capilares y de la gravedad. Es el agua gravífica definida en (3.4.3). Esta parte del proceso recibe distintas denominaciones: percolación (Davis y De Wiest, 1966, Eagleson, 1970, Ward 1967), infiltración eficaz (Castany, 1963) infiltración profunda[1], etc.

[1] Infiltración profunda es el término más acertado. Percolación se usa actualmente, con preferencia, en problemas de depuración. Infiltración eficaz lo es también, desde el punto de vista agrícola, la que no llega a alcanzar el acuífero.

Horton (1933) llama capacidad de infiltración de un suelo, a la máxima cantidad de agua de lluvia que puede absorber en la unidad de tiempo y en unas condiciones definidas previamente. Precisamente, la relación entre la intensidad de la lluvia y la capacidad de infiltración será la que determine la cantidad de agua que penetrará en el suelo y la que por escorrentía directa alimentará los cauces de las corrientes superficiales.

Esta capacidad de infiltración, va decreciendo con el tiempo a partir de un máximo al comienzo de la lluvia y después de alguna fluctuación. Horton, la relaciona con la duración de una lluvia de intensidad superior a la capacidad de infiltración en cada momento, mediante la ecuación:

$$f = f_c + (f_o - f_c) \cdot e^{-kt} \qquad (6.54)$$

similar a la de la curva de agotamiento en un hidrograma (sección 7; 3.2) y en la que:

f = capacidad de infiltración en el instante t
f_c = valor constante de la capacidad de infiltración que se alcanza al cabo de un cierto tiempo.
f_o = valor máximo de la capacidad de infiltración al comienzo de la lluvia
k = constante positiva que depende del tipo de terreno
t = tiempo transcurrido desde el comienzo de la lluvia

Valores de f_o y f_c deben obtenerse por medidas directas.

Cuando la intensidad de la lluvia es menor que la capacidad de infiltración se alcanzará una intensidad de infiltración inferior a la capacidad de infiltración. Esta es, por tanto, el valor máximo de la intensidad de infiltración, para unas determinadas condiciones del suelo.

6.3 FACTORES QUE AFECTAN A LA INFILTRACIÓN

El agua, para infiltrarse, debe penetrar a través de la superficie del terreno y circular a través de éste. Hay dos grupos de factores que influyen en el proceso:

a) Factores que definen las características del terreno o medio permeable.

b) Factores que definen las características del fluido (agua) que se infiltra.

Algunos de estos factores influyen más, en la intensidad de la infiltración al retardar la entrada del agua, que en el total de volumen infiltrado, pero tal consideración se desprende, intuitivamente, de la descripción que a continuación se hace de ellos.

6.3.1 Características del terreno o medio permeable

a) *Condiciones de superficie*

La compactación natural, o debida al tránsito, dificulta la penetración del agua y, por tanto, reduce la capacidad de infiltración. Una superficie desnuda está expuesta al choque directo de las gotas de lluvia, que también da lugar a compactación, y consiguiente disminución de la infiltración. Los agregados de partículas son divididos por el agua que arrastrará de este modo elementos más finos con mayor posibilidad de penetrar hacia el interior y bloquear poros y grietas impidiendo o retardando la infiltración. Así, un suelo con excelente drenaje, puede tener una capacidad de infiltración baja, debido a este sellado de la superficie y capas superiores.

Cuando el suelo está cubierto por vegetación las plantas protegen de la compactación por impacto de la lluvia, se frena el recorrido superficial del agua que está, así, más tiempo expuesta a su posible infiltración, y las raíces de las plantas abren grietas en el suelo que facilitan la penetración del agua.

La pendiente del terreno influye en el sentido de mantener durante más o menos tiempo una lámina de agua de cierto espesor sobre él.

La especie cultivada, en cuanto define mayor o menor densidad de cobertura vegetal, y sobre todo, el tratamiento agrícola aplicado, influirán en la infiltración.

En las áreas urbanizadas, se reduce considerablemente la posibilidad de infiltración.

En los terrenos fracturados, sin formación de suelo o siendo éste muy incipiente, la clase, orientación y tamaño de las fracturas serán factores de primordial importancia.

b) *Características del terreno*

La textura del terreno influye por sí y por la influencia en la estabilidad de la estructura, tanto menor cuanto mayor sea la proporción de materiales finos que contenga. Un suelo con gran cantidad de limos y arcillas está expuesto a la disgregación y arrastre de estos materiales por el agua, con el consiguiente llenado de poros más profundos.

La estructura define el tamaño de los poros. La existencia de poros grandes reduce la tensión capilar pero favorece directamente la entrada de agua.

Los sucesivos horizontes en el perfil vertical de un suelo (3.2) tienen distintas capacidades de infiltración. El horizonte A es, generalmente, bastante más permeable que el B y este menos que el D, (cuando existe). Al alcanzarse la capacidad de retención en A, es el horizonte B el que marca la capacidad de infiltración. En cambio, en el horizonte D, difícilmente se llega a la capacidad de infiltración, y la intensidad queda limitada por la correspondiente a B.

El calor específico del terreno influirá en su posibilidad de almacenamiento de calor que, afecta a la temperatura del fluido que se infiltra, y, por tanto a su viscosidad.

El aire que llena los poros libres del suelo, tiene que ser desalojado por el agua para ocupar su lugar y esto suaviza la intensidad de la infiltración, hasta que es desalojado totalmente. En este momento (Davis 1966) habrá un incremento de esa intensidad, para finalmente seguir la curva típica definida por la ecuación (6.54).

c) *Condiciones ambientales*

La humedad inicial del suelo juega un importante papel. Cuando el suelo está seco al comienzo de la lluvia, se crea una fuerte capilaridad al humedecerse las capas superiores, y este efecto, se suma al de gravedad incrementando la intensidad de infiltración. A medida que se humedece se hinchan por hidratación, las arcillas y coloides y cierran las fracturas y grietas disminuyendo, en consecuencia, la capacidad de infiltración.

Por otra parte, el agua que alcanza el nivel acuífero, es el total de la infiltrada menos la retenida por el suelo.

Cuando un suelo tiene completa su capacidad de campo (3.6.2) al comenzar la recarga, es evidente que admitirá menos agua.

La temperatura del suelo puede ser suficientemente baja para provocar la congelación del agua recibida. La capa helada que se forma puede considerarse prácticamente impermeable. No obstante el agua de lluvia, puede

llegar a proporcionar calor suficiente para la fusión de esa primitiva capa, y penetrar en el terreno. Sólo ocurrirá, entonces, una disminución en la intensidad de infiltración.

6.3.2 Características del fluido que se infiltra

En primer lugar, el espesor de la lámina de agua sobre el terreno favorece la infiltración. Al comienzo de la lluvia, el espesor de lámina (H) y el espesor de manto saturado (l) son del mismo orden de magnitud (Wisler y Brater, 1963). La resistencia a la penetración es proporcional a l y la diferencia de potencial hidráulico (ver cap. 8.9 ap. 9.9) que favorece la penetración, es proporcional a H + l. Por eso al ser el principio H + l aproximadamente el doble que l, la penetración es rápida y poco a poco va decreciendo al aumentar l.

Si la intensidad de la lluvia es superior a la capacidad de infiltración no tiene influencia sobre ésta. En cambio si es menor, produce una intensidad de infiltración proporcional, a ella, e inferior a la capacidad de infiltración.

La turbidez del agua, afecta especialmente por los materiales finos en suspensión que contiene, que penetran en el suelo y reducen por colmatación la permeabilidad, y, por tanto la intensidad de la infiltración.

El contenido en sales, a veces, favorece la formación de flóculos con los coloides del suelo y reduce por el mismo motivo anterior la intensidad de infiltración. En otras ocasiones, puede ocurrir lo contrario, al producirse defloculación.

La temperatura del agua afecta a su viscosidad y en consecuencia, a la facilidad con que discurrirá por el suelo. Debido a ello se han obtenido para el mismo terreno, intensidades de infiltración menores en invierno que en verano (Musgrave, 1964).

6.4 UNIDADES Y MÉTODOS PARA DETERMINAR LA CAPACIDAD DE INFILTRACIÓN

Es corriente utilizar como unidad el mm/hora. En algunos casos el mm/día. Para medidas directas, los intervalos de tiempo entre dos medidas sucesivas son generalmente más cortos, pero el resultado se traduce a una de las dos unidades citadas. Un mm equivale a 10 m^3/Ha (tabla 6.1).

Todos los factores que afectan a la infiltración, se ha visto en el apartado anterior, que tienen un carácter eminentemente local. Por eso los métodos para determinar la capacidad de infiltración, tienen, sólo, un valor relativo e, incluso, en muchos casos, los resultados dependen del método empleado.

Existen tres grupos fundamentales de métodos.

a) Infiltrómetros

b) Análisis de hidrogramas de escorrentía en cuencas pequeñas.

c) Lisímetros.

6.4.1 Infiltrómetros

Se utilizan para medidas muy locales y, con ellos, la capacidad de infiltración se determina directamente. Con bastantes reservas, los valores obtenidos pueden aplicarse a pequeñas cuencas homogéneas. Cuando la cuenca es mayor, y no homogénea en suelo o vegetación, deberá subdividirse en áreas que lo sean y utilizar infiltrómetros en cada una de ellas.

Hay dos tipos de infiltrómetros:

A) INFILTRÓMETRO TIPO INUNDADOR

La capacidad de infiltración se deduce del volumen de agua que es necesario añadir para mantener una lámina de espesor constante sobre un área bien definida de terreno. Se debe procurar que este espesor sea similar al que habitualmente tiene la lámina de agua después de una lluvia o riego.

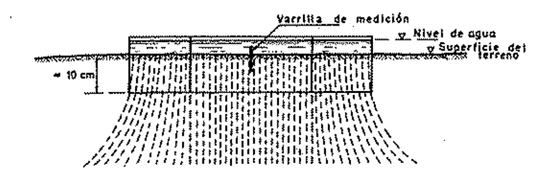
Los defectos más importantes de este tipo son que se anula la compactación que produce la lluvia, y que no es posible aplicarlos sin alterar la estructura del terreno.

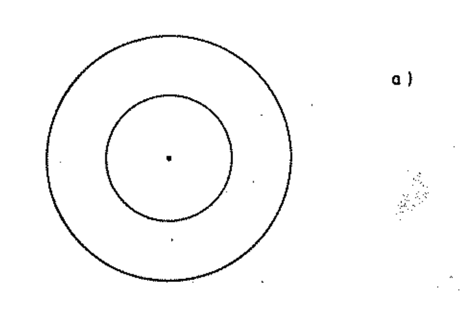
Los diferentes modelos difieren en forma y métodos de medida. Algunos son:

a) *Cilindros concéntricos (Método de Müntz)*

Son dos superficies cilíndricas abiertas por las dos bases y unidas entre sí para mantenerse concéntricas al hincarlas parcialmente en el terreno a una profundidad de unos 10 cm (fig. 6.24 a). Se añade una cantidad conocida de agua hasta que cubra suficientemente la punta de una varilla de medición situada en posición vertical en el área encerrada por el cilindro interior y, entre los dos cilindros, se mantiene ese mismo nivel de agua. La misión del cilindro exterior es, únicamente impedir la expansión lateral del agua infiltrada a través del área que limita el cilindro interior.

Al cabo de un cierto tiempo, que debe medirse, la lámina de agua enrasa con la punta de la varilla y se repite la operación de añadido de una cantidad conocida de agua. Midiendo los tiempos que tardan en infiltrarse estos volúmenes de agua, se deduce la capacidad de infiltración.





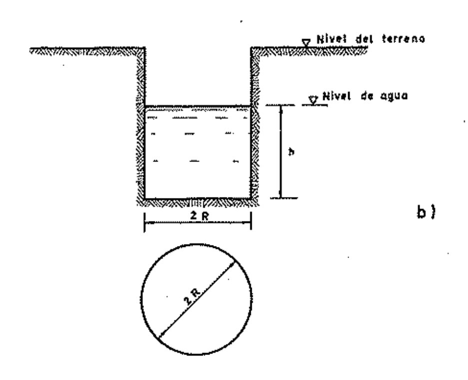


FIGURA 6.24
Infiltrómetros tipo inundador:
a) *Método de Müntz.*
b) *Método de Porchet.*

b) *Cilindro excavado en el suelo (Método de Porchet)*

Se excava en el suelo un hoyo cilíndrico de radio R y se llena de agua hasta una altura h (fig. 6.24 b).

La superficie a través de la cual se infiltra agua es:

$$S = \pi R(2h + R)$$

Para un tiempo, dt, suficientemente pequeño para que pueda suponerse constante la capacidad de infiltración, f, se verificará la igualdad:

$$\pi R(2h + R)f = -\pi R^2 \frac{dh}{dt} \qquad (6.55)$$

Simplificando y separando variables:

$$f dt = -R \frac{dh}{2h + R} \qquad (6.56)$$

Al integrar, resulta:

$$f = \frac{R}{2(t_2 - t_1)} \cdot \ln \frac{2h_1 + R}{2h_2 + R} \qquad (6.57)$$

Así pues, para determinar f, basta medir pares de valores (h_1, t_1) (h_2, t_2), de forma que t_2 y t_1 no difieran demasiado y entrar con ellos en la expresión (6.57).

B) INFILTRÓMETRO TIPO SIMULADOR DE LLUVIA

El agua mediante un sistema de tipo aspersión, se distribuye lo más uniformemente posible por la parcela de la que se quiere conocer la capacidad de infiltración. Estas parcelas son de pequeño tamaño (1 a 40 m^2) y para comprobar la uniformidad del reparto y medir el agua recibida se colocan en ellas algunos pluviómetros. Debe existir, asimismo, un sistema para medir la escorrentía directa. Conocidas la lluvia P y la escorrentía S y despreciando la evapotranspiración, por ser muy cortos los intervalos entre medidas sucesivas el valor de la infiltración, es:

$$I = P - S$$

en el correspondiente intervalo de tiempo.

Con este tipo se intenta reproducir lo más exactamente posible la forma natural de ocurrencia del fenómeno. Algunos modelos aplican cierta presión al agua distribuida, para que la compactación del terreno sea similar a la que produce la lluvia.

Existen varios modelos que se diferencian en la forma de aplicar el agua y la principal condición para elegir uno u otro es que esta aplicación se acerque lo más posible a las condiciones locales. Algunos tipos son: Horton, Pearse, FA; F modificado, etc. (Wisler-Brather 1963, pág. 112; Chow 1964, págs. 12-7).

6.4.2 Análisis de hidrogramas en cuencas pequeñas

El funcionamiento hidrológico de una cuenca de pequeña extensión (menor de 10 km^2) es en esencia, la reproducción que se pretende con los infiltrómetros simuladores de lluvia.

En el cauce que drena, después de una lluvia, incluso moderada, se produce, un apreciable incremento del caudal superficial, y, en general, la corriente de agua será intermitente y sólo existirá cuando llueva.

Con un limnígrafo instalado en la sección transversal del cauce situada a inferior cota, se tendrá un registro continuo de niveles y, su correspondiente traducción a caudales, permite deducir el volumen de agua que ha discurrido superficialmente. El resto hasta el total de agua precipitada será la suma de: intercepción, detención superficial, evapotranspiración e infiltración. De estos sumandos, pueden despreciarse los tres primeros, dado que el área es pequeña y en el tiempo en que se hace el balance no será significativa la evapotranspiración. Así pues, con poco error por exceso, el volumen infiltrado será la diferencia entre el volumen de agua precipitada y el de escorrentía superficial. El tiempo durante el cual puede considerarse que se infiltra ese volumen en el conjunto de la cuenca, es cuestión de apreciación. Horton (en Wisler-Brater, 1963) toma como tal la tercera parte del tiempo que transcurre entre el momento en que la intensidad de lluvia es inferior a un valor previamente estimado de la capacidad de infiltración (en la práctica el instante en que cesa la lluvia intensa) y el momento en que la rama descendente del hidrograma de escorrentía presenta la inflexión que inicia su curva de agotamiento (ver sección 7; 3.2).

Esta falta de definición precisa del tiempo, hace que el método se emplee para realizar comparaciones entre las capacidades de infiltración de distintas cuencas, más que para la obtención de valores absolutos.

En el siguiente ejemplo se muestra el procedimiento a seguir:

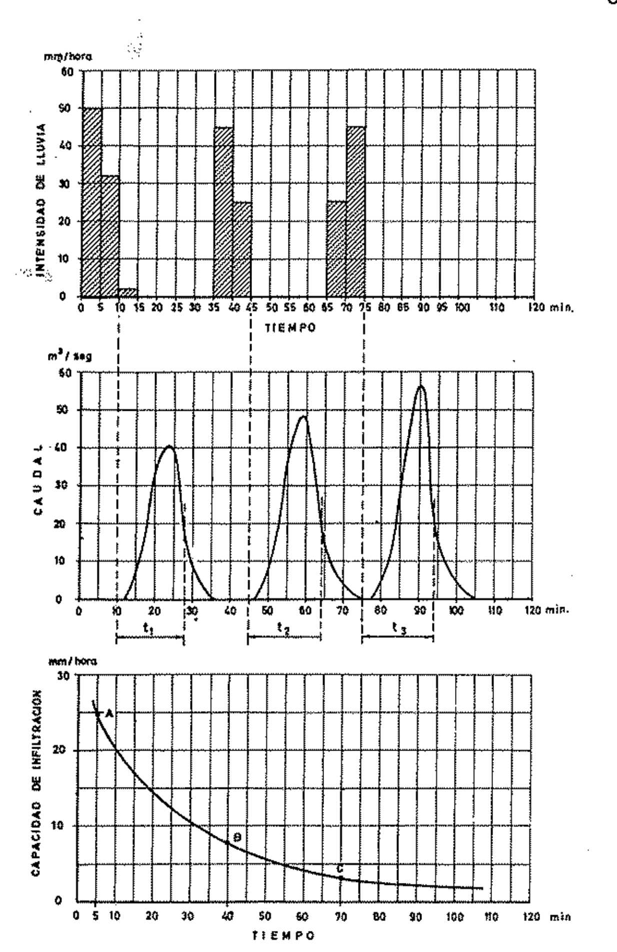


FIGURA 6.25
Análisis de hidrogramas en cuencas pequeñas.

Ejemplo 12

En una cuenca de 6 km² de extensión, se han registrado los yetogramas de lluvia e hidrogramas de escorrentía superficial en su desembocadura, que indica la figura 6.25. Determinar puntos de la curva capacidad de infiltración-tiempos, y dibujar aproximadamente ésta.

El volumen de agua de lluvia producido por el primer aguacero en la cuenca es:

$$V_1 = (50 + 32 + 2) \times \frac{5}{60} \times 10 \text{ m}^3/\text{Ha} \times 600 \text{ Ha} =$$
$$= 42\,000 \text{ m}^3$$

El volumen de escorrentía superficial, correspondiente, se obtiene planimetrando el primer hidrograma:

$$V'_1 = 27\,000 \text{ m}^3$$

Por tanto el volumen infiltrado es:

$$I_1 = V_1 - V'_1 = 15\,000 \text{ m}^3$$

El tiempo durante el cual se ha infiltrado ese volumen en el conjunto de la cuenca es, según Horton:

$$t_{1/3} = 6 \text{ min}$$

La capacidad de infiltración será pues:

$$f_1 = \frac{15\,000 \text{ m}^3}{6 \text{ min} \times 600 \text{ Ha}} = \frac{15000}{3600} \text{ mm/min} = 24{,}96 \text{ mm/h}$$

El punto A de la curva capacidad de infiltración — tiempo, tendrá por ordenada f_1 y por abscisa la mitad del tiempo de lluvia con intensidad superior a la capacidad de infiltración es decir:

$$\text{abscisa} = \frac{10 \text{ min}}{2} = 5 \text{ min}$$

Del mismo modo:

$$V_2 = (45 + 25) \times \frac{5}{60} \times 10 \text{ m}^3/\text{Ha} \times 600 \text{ Ha} = 35\,000 \text{ m}^3$$

$$V'_2 = 30\,000 \text{ m}^3$$

$$I_2 = V_2 - V'_2 = 5000 \text{ m}^3$$

$$t_2/_3 = 6{,}3 \text{ min}$$

$$f_2 = \frac{5000 \text{ m}^3}{6{,}3 \text{ min} \times 600 \text{ Ha}} = \frac{50}{378} \text{ mm/min} = 7{,}92 \text{ mm/h}$$

f_2 es la ordenada del punto B. Su abscisa es 40 min.

Y análogamente:

$$V_3 = (25 + 45) \times \frac{5}{60} \times 10 \text{ m}^3/\text{Ha} \times 600 \text{ Ha} = 35\,000 \text{ m}^3$$

$$V'_3 = 33\,000 \text{ m}^3$$

$$I_3 = V_3 - V'_3 = 2000 \text{ m}^3$$

$$t_3/_3 = 6{,}3 \text{ min}$$

$$f_3 = \frac{2000 \text{ m}^3}{6{,}3 \text{ min} \times 600 \text{ Ha}} = \frac{20}{378} \text{ mm/min} = 3{,}18 \text{ mm/h}$$

Las coordenadas del punto C son (70 min, 3,18 mm/hora).

Una curva a «estima», que una los puntos A, B y C es la buscada.

6.4.3 Lisímetros

Los lisímetros se describen en 5.3.6 y allí ya se dijo que los primeros modelos construidos (año 1688 en Francia) tenían como objetivo la determinación de la infiltración y usaban para ello un colector del agua que atravesaba totalmente el terreno contenido en el aparato. El sistema, con algún perfeccionamiento, como dispositivos de succión, capas drenantes, etc., ha llegado a la actualidad.

Al agua recogida en el colector debe añadirse la medida del incremento en retención por el terreno, y una estimación de la parte de agua infiltrada que se pierde por evapotranspiración. Esta última puede despreciarse en intervalos cortos de tiempo.

En 5.3.6 se citan las limitaciones que se derivan del uso y artificialidad de los lisímetros.

6.5 ÍNDICES DE INFILTRACIÓN

La estrecha relación entre la escorrentía superficial y la infiltración en una cuenca, ha hecho que muchos autores, preocupados por la determinación de aquella, opten por restar de la intensidad de lluvia que se considera, a estima, superior a la capacidad de infiltración, una cantidad constante en el tiempo. Esta constante, a la que llaman índice de infiltración, es simplemente, un valor medio —estimado— de la intensidad de infiltración y como ésta es decreciente con el tiempo la lluvia neta (sección 7; 3.1) así determinada lo será por exceso al principio y por defecto al final del aguacero considerado:

Los índices de infiltración más divulgados son:

6.5.1 Índice Φ

Incluye, todas las porciones de precipitación que por una u otra causa no llegan a discurrir superficialmente por una determinada sección transversal del cauce que drena una cuenca, es decir: infiltración, intercepción, detención superficial y evapotranspiración. Por el contrario, parte del agua que se registra como superficial habrá penetrado antes en el terreno y discurrido a través de él para verter finalmente, al cauce de aguas vistas.

Para determinar el índice Φ se traza una paralela al eje de tiempos (fig. 6.26) que determine sobre el yetograma de lluvia, un área tal que de acuerdo con la superficie de la cuenca, equivalga, en volumen de agua, al de escorrentía superficial medido en la estación de aforos.

6.5.2 Índice W

Con él se intenta una mayor precisión restando de la lluvia, además de la escorrentía la detención superficial. Del mismo modo que el índice Φ, se determina trazando una paralela al eje de tiempos (fig. 6.26) que limite en el yetograma un área equivalente a la suma de volúmenes de escorrentía superficial y detención superficial, el primero medido en la estación de aforos y el segundo estimado.

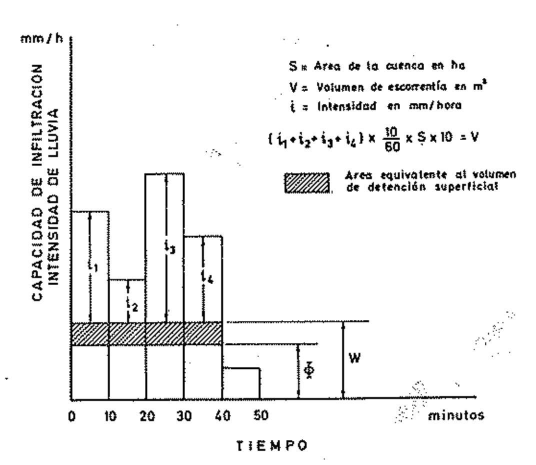


FIGURA 6.26
Indices de infiltración.

Cuando la cuenca está muy húmeda antes de que se produzca el aguacero en estudio, la detención superficial será prácticamente nula y se llega al llamado índice W mínimo que en esas condiciones previas de humedad coincidirá, por tanto, con el índice Φ.

En general, los índices de infiltración se utilizan en sentido inverso, es decir, se supone que tienen un determinado valor, y restándolo del yetograma se llega a poder construir un hidrograma aproximado de escorrentía superficial, o a estimar, al menos un valor aproximado del volumen de escorrentía en una sección del cauce. Pero cualquiera que sea la forma de utilización de estos índices, con su empleo sólo puede esperarse una aproximación muy grosera.

6.6 VOLUMEN DE AGUA INFILTRADA

En muchas ocasiones y especialmente en cuencas de mayor extensión que las citadas en 6.4.2 interesa, más que la intensidad de infiltración, un valor global del volumen de agua infiltrado en períodos de tiempo más largos (un mes, una estación, un año) que es, en definitiva, el que permitirá estimar, racionalmente, cual debe ser la explotación de los recursos de agua subterránea, sin merma, de las reservas o ver a que ritmo se irán agotando estas.

En el ejemplo 11 (cap. 6.5) se hizo una estimación de los excedentes de agua (escorrentía e infiltración) a partir de datos de lluvia, evapotranspiración y capacidad de retención del suelo. Si puede determinarse la escorrentía superficial, aforando todos los cauces que drenan la zona se tendrá, para el período considerado, el volumen de infiltración, restando el de escorrentía superficial de los excedentes. Esta estimación será por defecto pues ya se comentó (6.5.1) que una parte del agua infiltrada vuelve al cauce como agua superficial, y otra parte queda retenida por el suelo, pero el volumen obtenido es, en definitiva el que interesa a efectos de estimar la recarga de agua en los acuíferos.

Otros balances hídricos, se basan en observaciones de la variación de nivel piezométrico del agua subterránea para deducir de ellas y teniendo en cuenta las extracciones, el volumen infiltrado en un período de tiempo.

Análisis químicos que determinen la concentración de cloruros en el agua subterránea y en la lluvia de una zona, pueden servir para deducir el volumen de agua que por infiltración se ha unido al agua subterránea (ver sección 10, apartado 2.11.2).

Para cuencas de regiones semiáridas, se han utilizado, con éxito, fórmulas empíricas del tipo:

$$I = \alpha(P - P_o) \tag{6.58}$$

en las que:

I = infiltración
α = coeficiente adimensional característico de la cuenca
P = precipitación sobre la cuenca en mm/año
P_o = valor en mm/año característico de la cuenca

Goldschmidt (1958, 1959) en varias regiones de Israel, toma el valor P_o = 360 mm/año y, según la cuenca en estudio, valores de α que oscilan entre 0,78 y 0,87. Para el cálculo del volumen anual infiltrado, considera, solamente el área de la cuenca en la que P es mayor que P_o.

6.7 ÓRDENES DE MAGNITUD

Tanto la capacidad de infiltración, como el total de agua infiltrada en un determinado período de tiempo, están tan íntimamente ligados a las condiciones locales (ver 6.3) que es conveniente tener muy en cuenta las circunstancias en las que se han obtenido los valores que se presentan en la literatura especializada (ver bibliografía). Todo esto, por tanto, debe considerarse en lo que sigue:

Valores medios de capacidad de infiltración, para distintas clases de suelos, y en intervalos cortos de tiempo, varían entre 0 y 120 mm/hora o más (Alekseev en Remenieras, 1960).

Varios autores (Wisler y Brater, 1963; Musgrave y

Holtan, 1964) para cálculo de lluvia excedente, hacen oscilar los valores medios que fijan para la capacidad de infiltración, entre 0 y 12,5 mm/hora. Roche (1963) amplía el intervalo hasta 60 mm/hora.

En terrenos fracturados estos valores estarán, en muchos casos, limitados solamente por la intensidad de lluvia.

Para determinar el volumen anual de infiltración, influye muy especialmente, la distribución de la lluvia en el año. Por eso, el considerar ese volumen, como un porcentaje fijo de la precipitación anual, puede dar lugar a grandes errores. Así Kessler (1965) para regiones kársticas de Hungría, encuentra en una misma zona, valores del volumen anual infiltrado, que varían entre el 7 % y el 70 % del total anual precipitado. Del mismo modo se expresa Castany (1963) y algunos resultados que recoge de experiencias realizadas por Megnien en la cuenca de La Vanne (París) oscilan entre el 12 % y el 23 % de la precipitación anual correspondiente.

Martín Arnáiz y Vilaró (1968) en el delta del río Llobregat (Barcelona), fijan valores de infiltración procedente de lluvia que oscilan entre el 12 % y el 56 % de la precipitación anual.

Tal como se dijo (ver 5.7) la infiltración debida al agua de riego, para una determinada zona, depende del sistema de aplicación, y fijado éste, es un porcentaje poco variable del volumen total aplicado. En riegos por aspersión puede estimarse en un 10 %. En riegos a pie, del orden del 25 %.

Finalmente, la infiltración debida a ríos influentes es un valor, también, bastante variable. Para el río Llobregat, Martín Arnáiz y Vilaró (1968) deducen, según los años, valores que oscilan entre el 6 % y el 18 % de la aportación anual.

Bibliografía

AYSLING, H. C.: «Evaporation, evapotranspiration and water balance investigations at Copenhagen 1955-1964, *Acta Agriculturae Scandinávica* 15, 1965, págs. 284-300.

CAÑEDO-ARGÜELLES, E.: *Curso de Meteorología.* Sección de Publicaciones de la E. T. S. de Ingenieros de Montes. Madrid, 1947, págs. 13-44; 147-153; 270-286.

CASTANY, G.: *Traité Practique des Eaux Souterraines.* Dunod, Paris, 1963, págs. 17-41; 81-87; 109-172.

CASTAÑS CAMARGO, M.: *Apuntes del Curso de Hidrología General y Aplicada.* Edición multicopiada. Centro de Estudios Hidrográficos. Madrid, 1965.

CEBALLOS, L.: *Botánica Especial. Elementos de Historia Natural.* Sección de Publicaciones de la E. T. S. de Ingenieros de Montes. Madrid, 1955, págs. 347-366.

CHILDS, E. C.: *Soil Moisture Theory Advances in Hydroscience,* vol. 4. Academic Press. London, 1967, págs. 73-115.

CHOW, V. T.: *Handbook of Applied Hydrology.* Mc Graw-Hill Inc., New York, 1964, sections: 3; 5; 9; 11; 12.

DAVIDSON, J. M., NIELSEN, D. R.: *Soil Profile Sampling* Conference Proceedings of Amer. Society of Agricultural Engin. St. Joseph Michigan 49 085. December 1966, página 27.

DAVIS, S. N., DE WIEST, R. J.: *Hydrogeology.* John Wiley and Sons Inc., New York, 1966, págs. 15-45; 156-175.

DEMOLON, A.: *Dynamique du sol.* Edit. Dunod, París, 1953.

DYER, A. J., MAHER, F. J.: *Automatic Eddy-Flux measurement with the Evapotron.* Jorn. Applied Metereology, volumen 4, págs. 622-625.

EAGLESON, P. S.: *Dynamic Hydrology* Mc. Graw-Hill Inc., New York, 1970, págs. 29, 211-239.

ELÍAS CASTILLO, F., GIMÉNEZ ORTIZ, R.: *Evapotranspiraciones potenciales y balances de agua en España.* Dirección General de Agricultura. Sección 9.ª Mapa Agronómico Nacional, Madrid, 1965, págs. 11-73.

FRITSCHEN, L. J.: *Energy Balance Method* Conference Proceedings of Amer. Society of Agricultural Engin., St. Joseph Michigan 49 085, December 1965, págs. 34-37.

GALLEGO, F.: *Botánica General. Elementos de Historia Natural.* Sección de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Montes, Madrid, 1955, págs. 198-203.

GARCÍA LOZANO, F., GONZÁLEZ BERNÁLDEZ, F.: *Métodos para análisis de las propiedades físicas del suelo, etc.* Ediciones Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1963, págs. 5-23.

GARCÍA LOZANO, F., GONZÁLEZ BERNÁLDEZ, F.: *Métodos en uso y su empleo para cálculo de la evapotranspiración.* Ediciones Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1964, págs. 5-78.

GARCÍA LOZANO, F.: *Ampliación de Hidráulica: Riegos y Saneamientos.* Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1965, págs. 11-51.

GOLDSCHMIDT, M. J., JACOBS, M.: *Precipitation over and replenishment of the Yargon and Nahal Hatteninim underground catchments.* Hydrological Service of State of Israel. Hydrological paper n.º 3, Jerusalem, 1958.

GOLDSCHMIDT, M. J.: *On the water balances of several mountain underground water catchments in Israel and their flow patterns.* Hydrological paper n.º 4, Jerusalem, 1959.

GOLDSCHMIDT, M. J.: *On the mechanism of the replenishment of aquifers in the Negev (The arid region of Israel).* I.A.H.S. Symposium of Athens, tomo II, vol. II. Publication 57, Gentbrugge, 1961.

HAMON, W. R.: *Evapotranspiration and water yield predic-*

tions. Conference Proceedings of Amer. Society of Agricultural Engin. St. Joseph-Michigan 49 085, December, 1966, págs. 8-9-13.

HORTON, R. E.: *The role of infiltration in Hydrologic cycle* Amer. Geophys. Union Trans., vol. 14, 1933, págs. 446-460.

KESSLER, H.: *Water balance investigations in the Karstic regions of Hungary,* vol. 1, I.A.H.S. UNESCO, 1965.

KING, K. M.: *Mass Transfer-Profile Methods.* Conference proceedings of Amer. Society of Agricultural Engin. St. Joseph-Michigan 49 085, December, 1966, págs. 38-41.

LINES, A.: *Apuntes del Curso de Hidrología General y Aplicada.* Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1965, (edición multicopiada).

LINSLEY, L. K., J. R., KOHLER, M. A., PAULHUS, J. L. H.: *Applied Hydrology.* Mc. Graw-Hill Book Company Inc., 1949, págs. 18-126, 154-182, 309-315, 424-427.

LINSLEY, R. K., FRANZINI, K. B.: *Ingeniería de los Recursos Hidráulicos.* Traducción de Water-Resources Engineering, 1964, por Fernández de Lara, G. A. Cía. Editorial Continental, México, 1967, págs. 23-59, 465-478.

LORENTE, J. M.ª: *Meteorología.* Editorial Labor, Barcelona, 1961, 4.ª ed., págs. 15-86, 232-233.

LUTHIN, J. N.: *Drainage engineering.* John Wiley & Sons Inc., New York, 1966, págs. 28-59.

LLAMAS, M. R.: *Sobre el papel de las aguas subterráneas en España.* Revista AGUA, julio-agosto, Barcelona, 1967.

MARTÍN ARNÁIZ, M.: *Climatología,* cap. 3, Estudio de los recursos hidráulicos totales de las cuencas de los ríos Besós y bajo Llobregat (2.º informe). Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental, Barcelona, 1966.

MARTÍN ARNÁIZ, M.: *Apuntes de uso interno del Curso Internacional de Hidrología Subterránea de Barcelona,* 1967 a 1972.

MARTÍN ARNÁIZ, M., VILARÓ, F.: *Balance hídrico del Bajo Llobregat.* Balances hídricos. F.A.O. e Instituto Geológico y Minero de España. Madrid, 1968.

MARTÍN ARNÁIZ, M., DICHTL, L.: *Análisis de hidrogramas en la cuenca del Pirineo Oriental.* Revista Agua, n.º 6. Barcelona, 1969.

MARTÍN ARNÁIZ, M., VILARÓ, F.: *Los datos de la cuenca piloto del río Besós, base para el sistema de previsión de avenidas.* Boletín de Información del Ministerio de Obras Públicas; n.º 198, abril. Madrid, 1970.

MARTÍN ARNÁIZ, M.: *Informe de avenidas de septiembre en la cuenca del Pirineo Oriental.* (Informe interno) Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental. Barcelona, 1971.

MCILORY, AGNUS: *Grass Water and soil evaporation at Aspendale.* Agricultural Meteorology 1, 1964, págs. 201-224.

MEINZER, O. E.: *Hydrology.* McGraw-Hill Book Company Inc. New York, 1942, págs. 60-80; 245-257; 307-310.

MUSGRAVE, G. W., HOLTAN, H. N.: *Infiltration. Handbook of Applied Hydrology,* McGraw-Hill Inc. New York, 1964, págs. 12-2/12-30.

O.M.M. (Organización Meteorológica Mundial): *Guía de Prácticas Hidrometeorológicas.* 2.ª edición. Ginebra (Suiza) 1970.

PENMAN: *Natural evaporation from open water, bare soils and grass.* Proceedings Royal Soc. Series A. Vol. 193, 1948, págs. 120-145.

PHILIP, J. R.: *Theory of Infiltration. Advances in Hydroscience.* Vol. 5. Academic Press, London, 1969, págs. 216-290.

POIREE, M., OLLIER, C. H.: *Saneamiento agrícola.* Traducción española de Arteaga Padilla. Rosario. Editores técnicos asociados. Barcelona, 1966, 1.ª ed., págs. 19-46.

PRUITT: *Empirical Method of Estimating Evapotranspiration using Primarily Evaporation Pasn.* Conference Proceeding of American Society of Agricultural Engineers. St. Joseph-Michigan 49085, 1966, págs. 57-60.

REMENIERAS, G.: *L'Hydrologie de l'Ingénieur.* Eyrolles Editeur, París, 1960, págs. 13-47; 79-115; 181-233; 309-316.

ROCHE, M.: *Hydrologie de surface.* Gauthier-Villars Editeur París, 1963, págs. 55-105; 107-139; 161-165.

ROE, H., AYRES, Q. C.: *Drenajes agrícolas para Ingenieros.* Traducción española de Sust M. Ediciones Omega. Barcelona, 1960, págs. 42-46; 75-84.

SHOCKLEY, D. G.: *Evapotranspiration and Farm Irrigation Planning and Management.* Conference Proceedings of American Society of Agricultural Engineers. St. Joseph Michigan 49085. December, 1966, págs. 3-5.

STALLMAN, R. W.: *Flow in the zone of Aeration.* Advances in Hydroscience. Academic Press. London, 1967, págs. 151-192.

STANHILL: *Una comparación de métodos de cálculo de la evapotranspiración potencial a partir de datos climáticos.* Traducción española de M. Martín Arnáiz para uso interno, 1958.

TANNER, C. B.: *Comparisson Methods for measuring evaporation.* Conference Proceedings of Amer. Society of Agricultural Engin. St. Joseph Michigan 49085, diciembre, 1966, págs. 45-48.

TAPIA, J.: *Apuntes del Curso de Hidrología General y Aplicada.* Edición multicopiada. Centro de Estudios Hidrográficos, Madrid, 1965.

THORNTHWAITE: *An approach toward a rational classification of climate.* Geologic. Rev. Vol. 38, 1948, págs. 55-94.

TODD, D. K.: *Ground water Hydrology.* John Wiley & Sons Inc. 5.ª ed., New York, 1966, págs. 17-23.

VEIHMEYER, F. J.: *Evapotranspiration Handbook of Applied Hydrology.* McGraw-Hill Inc. New York, 1964, págs. 11-12/11-33.

WARD, R. C.: *Principles of Hydrology.* McGraw-Hill Publishing Company Lt. Maidenhead-Berkshire (England), 1967, págs. 77-197.

WISLER, CH. O., BRATER, E. F.: *Hydrology.* John Wiley & Sons Inc. 2.ª ed., New York, 1963, págs. 103-125.

ZIMMERMAN, J. D.: *Irrigation.* John Wiley & Sons Inc. New York, 1966, págs. 32-40.

Sección 7

Elementos de hidrología de superficie

FRANCISCO VILARÓ
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Capítulos 1, 2, 3, 4 y Apéndice 2)

JOSÉ CUENA
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Capítulo 5 y Apéndice 2)

Con la colaboración de

ANTONIO LÓPEZ BUSTOS
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Capítulo 1)

MANUEL NOVOA
Ingeniero Técnico de Obras Públicas
(Capítulo 1, Apéndice 1)

EMILIO CUSTODIO
Doctor Ingeniero Industrial
(Capítulo 1, Apéndice 1)

JOSÉ ANTONIO FAYAS
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
(Apéndice 2)

Coordinador

FRANCISCO VILARÓ

Sumario

Símbolos

a	aportación
A	superficie de cuenca, aportación
$\bar{A}$	aportación media
B	ancho del río
C	concentración de trazador en el río
C_0	concentración de trazador inicial en el río
C_1	concentración añadida de trazador
C_2	concentración de trazador en el punto de muestreo
e	base de los logaritmos neperianos = = número e = 2,7172...
E	escorrentía superficial, volumen de embalse
E, E(y)	número aleatorio
g	aceleración de la gravedad
G	garantía
i	pendiente de la superficie libre del agua, de la cuenca
I	intensidad de la lluvia
h	altura, altura de escala
H	profundidad de agua del río, diferencia de altitudes
k	permeabilidad
K	constante, coeficiente
l	longitud, distancia
L	longitud de buena mezcla, recorrido
n	número de vueltas por unidad de tiempo, número de divisiones del transversal de un río
p	peso de sal, probabilidad
P	perímetro de cuenca
q	caudal de trazador añadido, caudal por unidad de anchura
Q	caudal
Q_0	caudal inicial
Q_1	caudal de un río
r	coeficiente
R	radio hidráulico
S	sección de un río, sección
t	tiempo
t_b	tiempo base del hidrograma
t_c	tiempo de concentración
t_r	duración de la tormenta
T	tiempo total, transmisividad
v	velocidad
V	volumen, velocidad
X, Y	series de valores simultáneos en dos lugares distintos
x	variable independiente
y	variable función
α	constante, coeficiente
Φ	probabilidad
$\varphi(x)$	función de Goodrich
$\varkappa$	caudal regulado
σ	sección normal del cauce

Hm^3 = hectómetro cúbico = millón de m^3

0.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de la presente sección es el de proporcionar las bases de hidrología de superficie que son necesarias para el trabajo del hidrólogo de aguas subterráneas, y al mismo tiempo dar una visión de las técnicas que se utilizan en estudios de recursos hídricos superficiales o conjuntos de aguas superficiales y subterráneas.

En el capítulo 1 se expone el modo de aforar los cursos de agua directamente y a través de instalaciones para medir el nivel del agua. Se complementa con el Apéndice A.1, donde se dan algunos ejemplos prácticos. El aforo de pequeños cursos de agua o de canales y tuberías fue objeto del capítulo 6 de la sección 2, al cual debe remitirse el lector.

En el capítulo 2 se indica como tratar los datos de aforo de caudales de agua a fin de obtener información contrastada sobre las características del curso fluvial.

En el capítulo 3 se dan las ideas más importantes de las características y análisis de hidrogramas de ríos, aspectos muy en relación con el estudio y aprovechamiento de las aguas subterráneas y que vuelve a ser tratado más sucintamente en la sección 11, con un enfoque diferente.

Los conceptos básicos sobre regulación fluvial son objeto del capítulo 4 y el capítulo 5 se dedica a las aplicaciones de los ordenadores en hidrología, primero exponiendo las ideas básicas e introductorias, para luego presentar brevemente y a modo de ejemplo los métodos de optimización, de uso cada día más universal y fructífero, aunque el tema por sí solo constituye una verdadera especialidad; el lector interesado por el tema encontrará orientaciones, pero luego deberá recurrir a la bibliografía que se cita. En el apéndice A.7.2 se exponen brevemente los resultados de un caso real elaborado por los autores.

No se tratan en esta sección los problemas de navegación fluvial por considerarse que queda fuera del objetivo perseguido.

Capítulo 7.1*

Aforos en cursos de agua

1.1 CONOCIMIENTO DEL RÉGIMEN DE UN RÍO

La estación de aforos mide el régimen del río a través del conocimiento de los caudales circulantes medios, instantáneos o aportaciones en cada unidad de tiempo más dilatada, día, mes o año.

La medida directa en forma continua de los caudales, es cuestión que exige técnicas muy complicadas y en la mayoría de los casos totalmente inaceptables. Por ello las estaciones de aforo normales buscan la medida de una variable auxiliar, cuyo conocimiento nos conduzca a través de una función intermedia al conocimiento del caudal.

La variable auxiliar idónea es el valor h o nivel variable de las aguas y la función intermediaria la llamada curva o tabla de gastos $Q = f(h)$, también llamada frecuentemente curva de tarado. Así cada valor instantáneo de h_i nos da a conocer el valor del caudal Q_i en el mismo instante.

1.1.1 Semimódulos

Cuando en un cauce el caudal que circula sólo depende del nivel de las aguas dentro del tramo que le limita, pero no del nivel de aguas abajo, se dice que está en régimen de semimódulo. Así en este caso, las alturas h leídas en una escala colocada en ese cauce representan de manera unívoca los correspondientes valores de Q, es decir la función $Q = f(h)$ no tiene sino una sola variable independiente h (fig. 7.1). El establecimiento de una estación de aforos es en estas condiciones fácilmente logrado.

Los canales cuyas pendientes están generalmente limitadas para mejorar su rendimiento y que además en su recorrido ofrecen frecuentes compuertas para distintos fines, no suelen ofrecer tramos en semimódulo. Entonces $Q = F(i \cdot h)$, apareciendo así una segunda variable i que puede ser la pendiente de la lámina de agua.

Para lograr el semimódulo artificialmente, es preciso colocar en el cauce un vertedero o en general provocadores de resalto que independicen el tramo superior del inferior.

La estación de aforos normal y que se estudiará con generalidad es la instalada en el semimódulo, bien en un cauce natural o artificial adecuado de antemano, o acondicionado para ello con vertederos o estranguladores.

Cuando no es así, la curva de gastos no es una, sino una familia de ellas, cada una individualizada por el

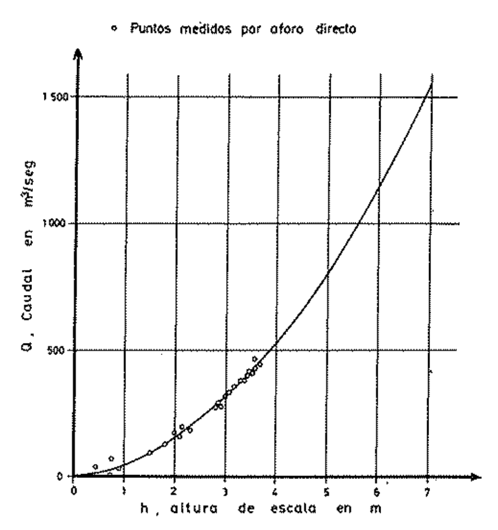


FIGURA 7.1
Curva de gastos.

* Redactado y completado por F. Vilaró en base a un texto preliminar de A. López Bustos, con comentarios y aclaraciones de M. Novoa. La parte final del apartado 1.6.2 y el 1.6.3 han sido redactados por E. Custodio.

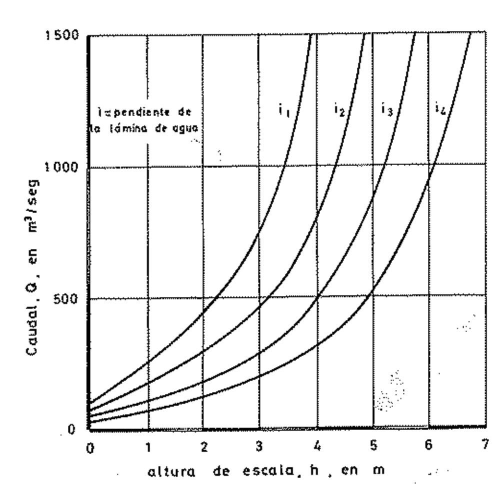


FIGURA 7.2
Curva de gastos en el caso que no existe semimódulo.

valor i_n de la otra variable. El problema así se complica y es preciso huir de estos casos donde se tiene que recurrir a dos escalas (fig. 7.2).

1.1.2 Métodos de ajuste de alturas caudales*

Para determinar la curva de gastos que establece una correspondencia entre los niveles, h, referidos a la escala limnimétrica y los caudales que circulan por la estación de aforos en régimen permanente, se parte de los aforos directos que dan pares de valores (h_i, Q_i).

Si se representan en un gráfico de dos dimensiones estas parejas de puntos, se puede dibujar una curva suave lo más ajustada posible, o bien si se quiere obtener una expresión matemática, recurrir a ajustes estadísticos, a una parábola de segundo grado, a una exponencial, a una potencial o bien a fórmulas teóricas tal como la de Manning.

La curva que mejor se ajusta en general es la parábola de segundo grado del tipo:

$$Q = ah^2 + bh + c$$

Para la determinación de los parámetros a, b y c, el ajuste se hace por mínimos cuadrados, tal que la función:

$\varphi = \Sigma\, \delta_i^2$ sea mínima, siendo $\delta_i = Q - Q_i$

* Párrafo redactado por M. Novoa.

Por tanto, derivando respecto a los parámetros la expresión:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} (ah_i^2 + bh_i + c - Q_i)^2$$

e igualando a cero estas derivadas parciales, se obtendrá un sistema de ecuaciones que determinarán los valores de los parámetros de la curva de gastos.

Los ajustes a leyes exponenciales del tipo $h = h_o \cdot Q^a$ o potenciales de la forma $Q = (h - h_o)^A$ tienen la ventaja que representadas, en papel semilogarítmico la primera, o doblemente logarítmico la segunda, la curva de gastos tiene la forma de una recta, cuyos parámetros (a y A, además de h_o altura de escala para caudal nulo) se ajustan por el método de mínimos cuadrados.

El ajuste por la fórmula de Manning, cuya expresión viene dada de la forma:

$$Q = \frac{1}{\mu} S R^{2/3} \sqrt{i}$$

μ = coeficiente de rozamiento
S = sección
R = radio hidráulico (ver sección 2)
i = pendiente de lámina de agua

se hace de la siguiente manera: i se llama $k = \frac{1}{\mu}\sqrt{i}$,

en donde μ es prácticamente constante en la misma sección; con aforos directos se pueden obtener experimentalmente valores de k. Con estos valores de k, se puede calcular la pendiente real de circulación.

$$i = \mu^2 k^2$$

para cada altura de escala. Con ello es posible dibujar la curva de gastos.

Es importante tener en cuenta que, salvo que se hayan tenido precauciones especiales en la colocación, el cero de la escala no se corresponde con el caudal cero.

Para la interpolación de puntos es fácil seleccionar la fórmula más apropiada, y en general cualquiera de ellas es aceptable. En cambio, para la extrapolación de pares de valores (Q, h), es preciso seleccionar la más correcta, pues de otro modo se pueden cometer errores importantes; esta extrapolación no es recomendable,

aunque a falta de datos directos es la única forma de obtener unos valores de trabajo; existen métodos aceptables dentro de ciertas restricciones (Convit, 1966).

1.2 MEDICIÓN DE NIVELES-TIEMPOS

El nivel del río se ha de leer en una escala colocada al efecto, pero como las oscilaciones de la lámina pueden ser frecuentes, es preciso hacer las lecturas a intervalos que puedan reflejar después las variaciones de caudal de manera precisa.

La lectura diaria suele ser insuficiente en cuencas menores de 3000 km², aun cuando se trate de estudiar balances anuales y entonces es necesario recurrir a aparatos registradores o limnígrafos que son indispensables cuando se investigan los regímenes diarios o aun los mensuales en cuencas menores de 50 000 km².

Para el estudio de avenidas el limnígrafo es indispensable aún en cuencas mucho mayores y la lectura de escalas en intervalos cortos es poco eficiente, particularmente contando con las dificultades de necesitarse un cómodo acceso e iluminación de noche.

1.3 ESCALAS O LIMNIMETROS

Es un elemento que, a pesar de su simplicidad, es fundamental en la instalación (fig. 7.3).

La escala, aparte de su fácil accesibilidad, ha de ser claramente visible en todo tiempo; por ello es preciso que esté construida de forma durable para que su conservación y en especial, su pintura, no precise cuidados con excesiva frecuencia y sin dar nunca lugar a períodos de situaciones deficientes, en las cuales podrían cometerse errores de lectura.

Hay que buscar como norma general que los caracteres estén de todas formas grabados de manera que no desaparezca su huella en el caso de que la pintura llegase a desaparecer.

Los materiales más empleados son: fundición, cerámica y plástico.

La colocación ha de ser cuidadosa pues es preciso registrar tanto los caudales mínimos sin que la escala quede en seco, como los caudales máximos sin ser arrastrada por un deficiente anclaje. En los lugares en que por ser tramo natural y no estar estabilizado el cauce puedan haber erosiones, el cero de la escala debe quedar enterrado a fin de evitar que tras una excavación por erosión se tengan que registrar alturas negativas*

* Párrafo contribuido por M. Novoa.

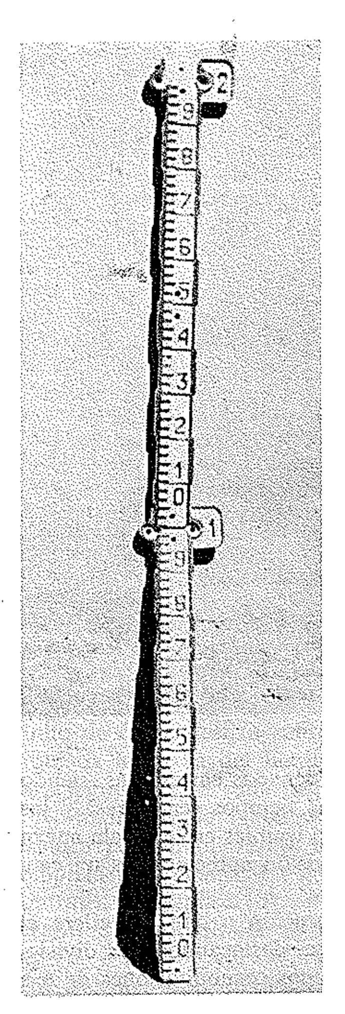


FIGURA 7.3
Escala.

1.4 LIMNÍGRAFOS

Por ser el limnígrafo un aparato verdaderamente fundamental en las estaciones de aforo, se le va a dedicar atención particular.

1.4.1 El limnigrama

El limnigrama es la curva que registra en cada instante el valor del nivel o altura del río, o sea el gráfico representativo del trabajo útil del limnígrafo.

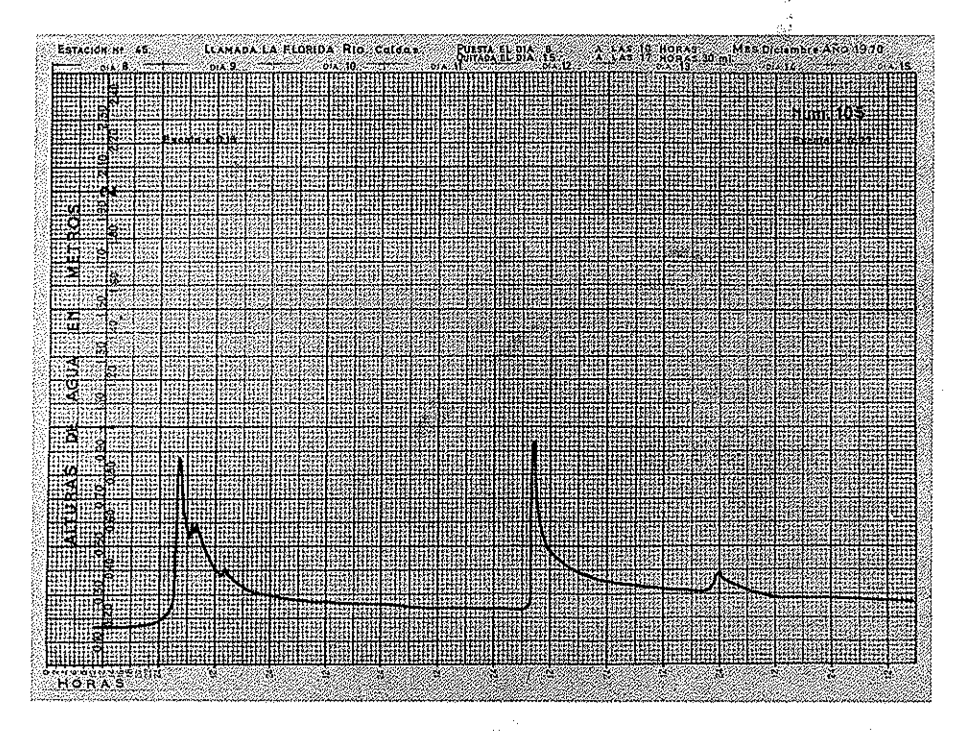


FIGURA 7.4
Limnigrama.

Este gráfico se da en coordenadas cartesianas, siendo normalmente las abscisas los tiempos (en horas) y las ordenadas las alturas leídas o legibles en la escala anexa (normalmente la mínima división apreciable es un centímetro) (fig. 7.4).

El período normal de duración a que se refiere el limnigrama es de una semana, destacándose las divisiones horarias en días con grupos o subdivisiones de 6 a 12 horas.

Hay limnigramas para 15 días y también, aunque menos utilizados, para 30 días. Tampoco es imposible disponer cuando es indispensable de limnigramas de un año de intervalo.

Las curvas h = f (t) del limnigrama, no tienen significación inmediata respecto a los caudales Q del río si no se hace entrar en juego la tabla de gastos Q = f (h).

Por puntos puede dibujarse en el mismo limnigrama la curva Q = f (t) llamada habitualmente hidrograma.

La curva transformada se suele dibujar más o menos rápidamente valiéndose de una doble escalilla superpuesta de alturas y caudales deducidos de la curva de gastos. La escalilla de alturas (h) está en la misma escala que el limnigrama y haciendo deslizar sobre él las alturas, indican directamente el valor de los caudales correspondientes que se van dibujando directamente a la escala conveniente establecida de antemano.

También se puede usar otro sistema, quizás más práctico, que consiste en dibujar la curva de gastos sobre un papel transparente, con la misma escala de alturas que la del limnigrama y la de caudales que se quiera como definitiva. Además en este ábaco se dibuja la primera bisectriz, con lo cual sobre cada punto de la curva de gastos y en la misma vertical, se tiene marcado el valor de Q que corresponde a esa h. De esta manera basta deslizar este ábaco transparente sobre el hidrograma, coincidiendo los ejes de abscisas, hasta que la curva de gastos pase por el punto del hidrograma, cuya h se quiera transformar en Q. Lograda esta coincidencia, la ordenada que señala la bisetriz será la Q buscada.

Una vez que sobre el limnigrama, o en otra parte, se ha dibujado el hidrograma Q = f(t), es fácil deducir los caudales medios diarios, puesto que las áreas S = Q (Δ t) representan las aportaciones del río en el intervalo Δ t; si se hace Δ t = un día, el valor S dividido por 86 400 segundos será precisamente el caudal medio de ese día.

1.4.2 Clases de limnígrafos

Una vez conocido con suficiente detalle el objeto que debe cumplir el limnígrafo y cómo se utiliza el limni-



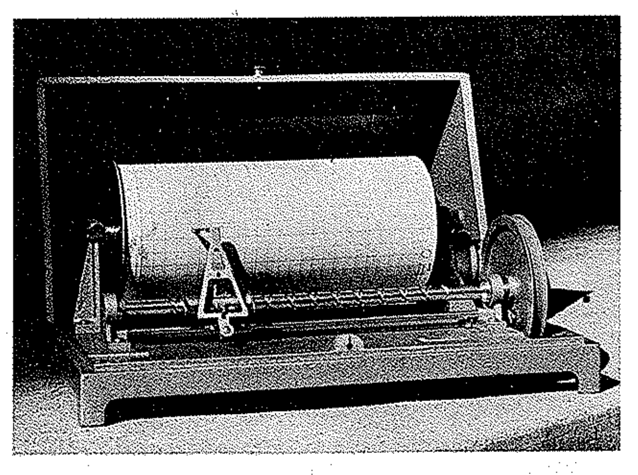


FIGURA 7.6
Limnígrafo de eje horizontal.

FIGURA 7.5
Limnígrafo de eje vertical (instalación para aguas subterráneas).

grama donde esta misión queda reflejada, se va a pasar a dar una idea somera de los modelos de limnígrafos más diversos que son utilizados con resultado eficiente.

Como es natural, todos los limnígrafos se fundamentan en dibujar sobre el limnigrama los puntos definidos por dos variables. La variable tiempo es promovida siempre por un reloj que marca por lo menos con claridad los intervalos de una hora. La variable altura de escala es materializada con movimientos, cuyo par motor tiene que ser la oscilación del nivel del río, y así estos puntos pueden medir la magnitud de la misma.

Limnígrafo de flotador

Se incluyen aquí todos aquellos en que el par motor del movimiento de niveles está ocasionado por el desplazamiento de un flotador posado en las aguas del río, que normalmente cuelga de un cable, que pasando por una polea en el aparato es mantenido en tensión suspendiendo en el otro extremo un contrapeso que desciende o asciende cuando la boya sube o baja respectivamente.

El limnigrama está arrollado sobre el cilindro, igual que en casi todos los aparatos registradores, y al mismo tiempo que el cilindro gira, el estilete que reposa en un punto de él, se desliza sobre una generatriz, quedando dibujada la curva del limnigrama por las coordenadas correspondientes a cada instante.

Normalmente, la maquinaria de relojería mueve el cilindro porta-limnigramas imprimiéndole una rotación completa por semana. La polea del sistema flotador de contrapeso, desplaza el estilete por la generatriz en magnitud proporcional a la oscilación del río (figuras 7.5 y 7.6).

Existe otro tipo de aparatos en que el sistema flotador-contrapeso, produce el giro del cilindro. El estilete hace el recorrido total de la generatriz normalmente en una semana o impulsado por un aparato de relojería que en general se transmite a través de un cable sin fin, que produce el movimiento de traslación del estilete a lo largo de una guía.

El giro del cilindro se hace así por transmisiones mecánicas muy sencillas y eficientes, siendo fácil también por cambio de engranaje o de diámetro de poleas, acoplar la escala de las alturas a las dimensiones más adecuadas; las escalas más generalmente usadas son, 1/5, 1/10, ó 1/20, de ellas, la intermedia es la más práctica.

Además existe la ventaja de que la oscilación del río que se puede registrar es prácticamente ilimitada, pues cuando la altura del río agota el cilindro, como éste sigue girando, el lápiz o plumilla de tinta salta la costura del papel y sigue dibujando la curva en el borde

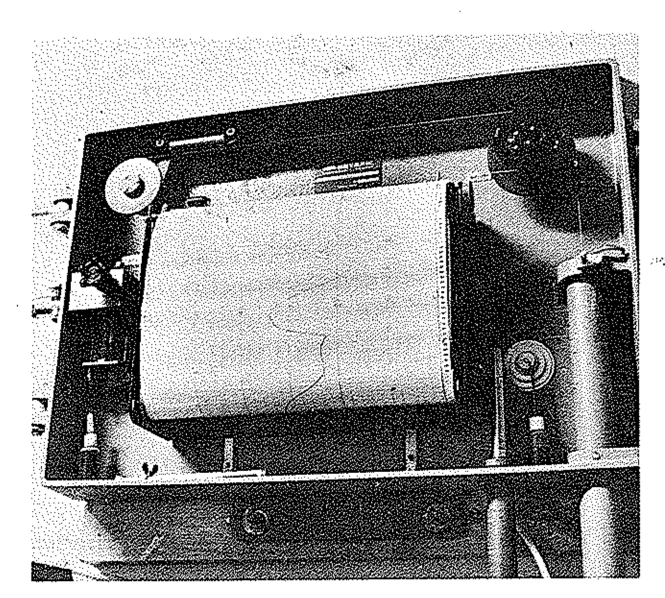


FIGURA 7.7
Limnígrafo de larga duración.

opuesto.

Los limnígrafos de los modelos anteriores pueden llegar razonablemente hasta duración de la cuerda de 15 días y en los más perfectos, forzando las escalas hasta un mes, cosa poco recomendable, porque al mantenerse constante el diámetro del cilindro, las divisiones de hora en hora resultan excesivamente pequeñas, perjudicando el rendimiento del limnigrama.

Hay casos excepcionales donde por lo difícil del acceso se requiere limnígrafos de un año de duración, y por consecuencia el reloj debe soportar todo este tiempo sin necesidad de darle cuerda.

Los relojes eléctricos movidos por pilas son poco utilizados para este caso, porque el par motriz tiene que ser muy pequeño para garantizar la duración de la pila, que no obstante a veces sufren averías accidentales que hacen perder todo el estudio durante varios meses, hasta que se enteran los observadores.

Es preciso por otra parte, evitar el inconveniente de una reducción de la escala de tiempo, lo cual se logra abandonando el sistema porta-limnigramas cilíndrico. En este caso se emplean dos cilindros movidos por el reloj, uno donde está arrollado el papel y otro al que va pasando con velocidad constante a razón de 1/365 de la longitud total de cada día (fig. 7.7).

Normalmente se asigna a cada hora un espacio de aproximadamente un milímetro con lo cual la longitud total del limnigrama no suele pasar de 10 m.

A veces, para evitar que el lápiz se desgaste o que la tinta de una plumilla se seque, el estilete que se utiliza es un simple punzón que raya el papel previamente preparado con sustancias grasas para que quede marcada claramente la curva: $h = f(t)$.

Limnígrafos neumáticos

En ellos el estilete que señala las alturas del río está movido mediante las variaciones del peso o carga de agua, sobre un cilindro testigo que se coloca en el fondo del río y se comunica el aparato a través de un tubo de escaso diámetro suficientemente flexible y fuerte que habitualmente va enterrado hasta el detector de presiones.

Tanto el testigo en el fondo del río como el detector en el aparato, son cámaras herméticamente cerradas de forma cilíndrica de diámetro constante, pero altura variable con la presión interior, gracias a la forma ondulada de la superficie análogas a las usadas en algunos tipos de barómetros aneroides.

La variación del volumen en el testigo, es compensada a través del tubo con la variación del detector y el movimiento relativo entre las dos bases de este segundo cilindro, se recoge con varios juegos de palancas amplificadoras, a la aguja portadora del lápiz o plumilla.

La ventaja más importante de este sistema, es el poder prescindir de la construcción del pozo para el flotador y contrapeso, que generalmente es bastante costoso y además obliga a colocar la instalación muy próxima al río, que durante las avenidas puede ocasionar averías graves si no está todo muy bien diseñado y construido.

El limnígrafo neumático solamente exige la construcción de una pequeña zanja para alojar el tubo y cubrirlo después, además el aparato puede alejarse bastante de la orilla ganando seguridad, sin gastos importantes.

La sensibilidad de estos aparatos es, sin embargo muy inferior a los de flotadores y precisa más que ninguno, constantes comprobaciones respecto a la escala de referencia.

Limnígrafos de burbujas

Es un perfeccionamiento del modelo anterior con el que se mejora notablemente la sensibilidad, hasta límites comparables con los limnígrafos de flotador (se llegan a dominar errores de 1 cm de altura en el agua,

en oscilaciones del orden de 6 m y de 2 cm para oscilaciones de 18 m) (fig. 7.8).

La mejora consiste en sustituir el depósito testigo del lado del río, por un orificio de pequeño diámetro que expulsa un muy débil caudal de aire, emitiendo el chorro de burbujas desde el fondo del río, que da nombre al aparato.

Este pequeño caudal de aire, mantiene en el tubo una presión constante que sólo puede cambiar a causa de la altura del agua sobre la boquilla. Esta variación de presión es la que a través del detector, transmite los movimientos al estilete en el otro extremo donde se sitúa el aparato. Para tener suficiente sensibilidad, es recomendable que sobre el extremo de la boquilla del borboteador quede siempre una altura de agua superior a 20 cm.

Para mejorar la estabilidad del sistema indicador y que no oscile el ritmo de las burbujas, se coloca antes del detector un dispositivo tranquilizador, consistente en un pequeño depósito de mercurio, cuyo nivel oscile medido por la presión media del tramo donde está el chorro de aire, entendiendo por presión media, la que corresponde a un período de varios segundos de tiempo, donde queda anulada la pulsación que pudiera imprimir el borboteo. La cámara superior al depósito de mercurio se estanca y es la que transmite las oscilaciones de su presión al estilete del lápiz o plumilla.

El único inconveniente que resta, es la necesidad de disponer permanentemente de una botella de aire comprimido, con su repuesto preparado, para alimentar el pequeño caudal de burbujas. Con las boquillas actualmente utilizadas en la salida de aire, es fácil hacer durar entre uno y seis meses a las botellas de aire comprimido de tipo medio comercial.

La circunstancia negativa que debe de cuidarse antes de adoptar este sistema, es su escasa capacidad para registrar oscilaciones muy rápidas en el río. Sin embargo estas oscilaciones rápidas son poco frecuentes en la realidad.

Cuando se trata de apurar hasta el máximo posible la longitud del tubo acercándose a los 300 m habrá que comprobar la rapidez de respuesta.

Limnígrafos de banda perforada

En este caso se trata de acoplar un aparato perforador de bandas para introducir directamente las alturas en un ordenador electrónico, que haga los cálculos correspondientes de acuerdo con un programa adecuado.

El aparato de relojería mueve la cinta de manera que cada período de tiempo adoptado (normalmente cada 1, 3, 4 ó 6 horas) es perforada con indicación de la altura de ese instante (fig. 7.9).

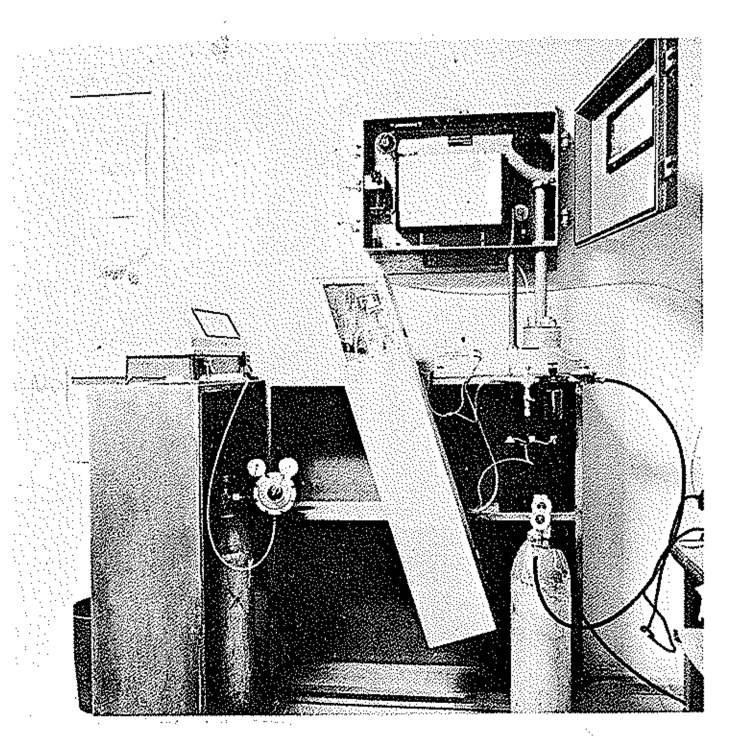


FIGURA 7.8
Limnígrafo de burbujas.

Aparte de introducir esta cinta perforada, indicadora de las alturas, en la memoria de la máquina electrónica, se introduce también en ella, otra cinta perforada con pares de coordenadas de la curva de gastos que ha de servir para deducir los caudales y presentarlos en la forma que sean más convenientes.

Estos limnígrafos, pueden también disponerse de manera que registren en la cinta las alturas máximas instantáneas cuando no coinciden con los tiempos de llamada. Sin embargo la incorporación de estos datos, aunque es de bastante utilidad, representan un aumento muy sensible en la complicación del programa posterior.

Limnígrafos de doble pluma

Estos limnígrafos suelen ser de tipo ordinario con flotador y contrapeso que mueven el lápiz o plumilla a través del eje con doble hélice.

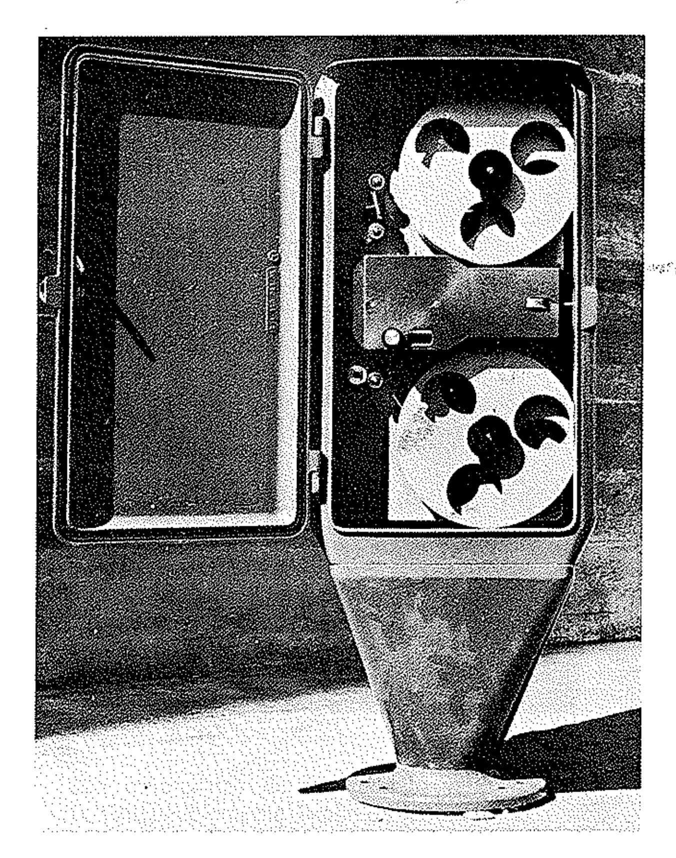


FIGURA 7.9
Limnígrafo de banda perforada.

Se adopta cuando la escala tiene una gran longitud (particularmente en las escalas que indica el nivel de los grandes embalses).

Igual que la mayoría de los cronómetros que tienen una esfera principal que mide segundos y otra más pequeña auxiliar que mide minutos, estos limnígrafos tienen dos estiletes, uno que marca los cm con detalle suficiente y otro auxiliar que mide los m para saber en que metros se refieren los centímetros de la otra lectura.

1.5 MOLINETES

Para medir el caudal de una corriente de forma directa, o sea sin tener que llegar al empleo de una ecuación empírica del tipo Q = f (h) se emplean aparatos como los molinetes y flotadores o se realizan diluciones químicas.

Se llaman molinetes hidráulicos, los que se destinan para medir mecánicamente la velocidad de la corriente de agua, en la que están sumergidos, y son los instrumentos más utilizados en la actualidad para la realización de aforos directos en canales o ríos (fig. 7.10).

El fundamento que utilizan los molinetes para el cumplimiento de su función es que el movimiento de la corriente haga girar un eje a través de una hélice. Estando el aparato correctamente colocado en el seno de la corriente, mientras la velocidad de la misma permanezca constante, el eje girará con una velocidad también constante, que tendrá una relación unívoca con la de los filetes líquidos, o sea que así podemos medir la velocidad v de las aguas en la zona donde esté colocado el aparato.

La velocidad n de giro se mide a través de un sistema de platinos que cierran un contacto por cada revolución del eje (frecuentemente por cada 10 ó 50 revoluciones y

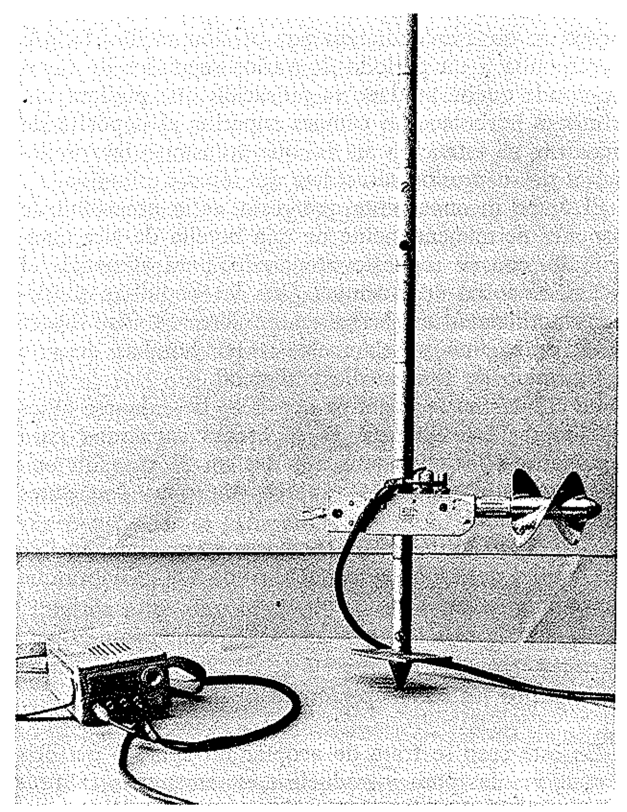


FIGURA 7.10
Molinete.

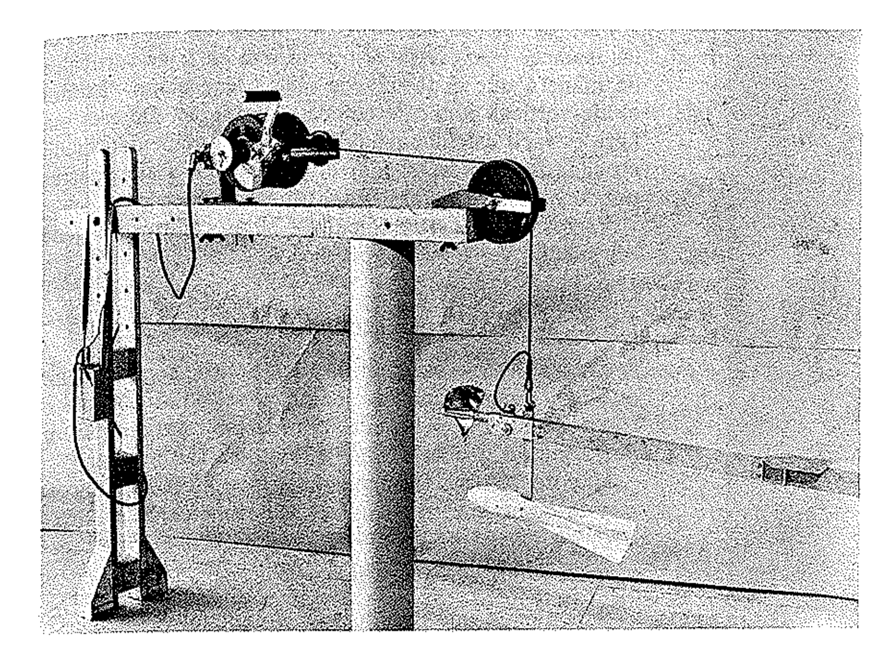


FIGURA 7.11
Molinete suspendido de un torno.

a veces más). Estos platinos comunican con unas bornas en el exterior del aparato a los que se conecta un circuito eléctrico, que a través de un cable conductor tan largo como sea necesario hace sonar un timbre por medio de la correspondiente batería de pilas. Los golpes del timbre se pueden contrastar fácilmente con un cronómetro, de forma que se llega a conocer con suficiente exactitud el valor de la velocidad angular n (revoluciones por minuto, r.p.m.).

La función $v = f(n)$ está determinada por el fabricante del aparato según la naturaleza de la hélice que se emplea y puede asimilarse fácilmente a una parábola de segundo grado de eje vertical, siempre que las experiencias se realicen dentro de un campo no muy dilatado, cosa que así suele suceder, puesto que las características mecánicas del aparato no suelen permitir otra cosa.

El molinete puede ir fijado a unas barras verticales que se apoyan en el fondo del cauce (fig. 7.10), o bien suspendido de un cable.

Cuando el aparato está sostenido por barras, queda solidario a ellas y la orientación del mismo, que debe ser la de un plano vertical paralelo al eje de la corriente, ha de ser dada por el propio aforador, que cuidará sea correcta.

Cuando va suspendido, para que permanezca orientado correctamente ha de ir provisto de un timón o cola orientadora, de forma que una vez sumergido en el agua, quede suspendido aproximadamente de su centro de gravedad, y así sólo los filetes líquidos determinen su alineación con la corriente (fig. 7.11). El elemento que sirve para enrollar el cable de suspensión y que a su vez mide la profundidad a que se encuentra el aparato, se denomina torno.

1.6. PRÁCTICA DE AFOROS DIRECTOS

La realización de los aforos directos es el fundamento del buen funcionamiento de las estaciones de aforos.

Estas mediciones se realizan para obtener los puntos necesarios para construir las tablas de gastos o comprobar su bondad una vez que se están ya utilizando, o también por el interés especial de conocer directamente el caudal de un río, canal o manantial en el momento en que se hace la medida.

1.6.1 Aforos con molinete

El aforo con molinete se fundamenta en determinar mediante el mismo, la velocidad de las aguas en distintos puntos de un transversal del río, lo suficientemente próximos como para poder dibujar en ese mismo transversal, en escala suficientemente grande, las líneas

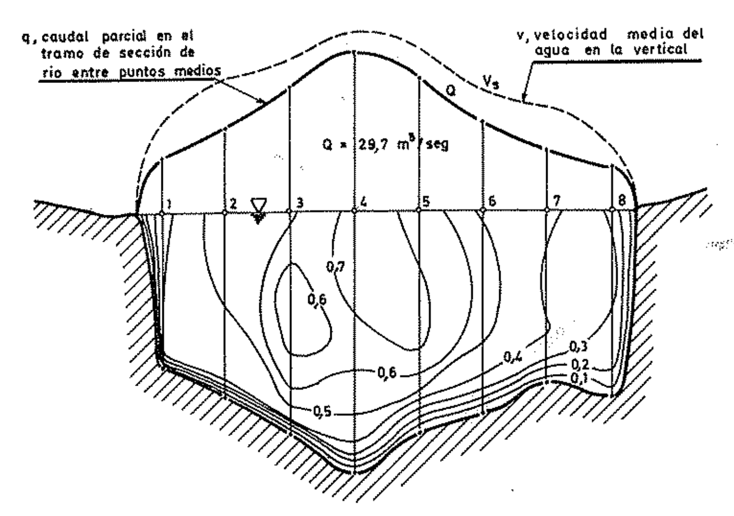


FIGURA 7.12
Líneas isotacas.

isotacas, o sea aquellas líneas que son el lugar geométrico de los puntos donde la velocidad es la misma (fig. 7.12). De esta manera, planimetrando las superficies comprendidas entre dos isotacas consecutivas y multiplicando éstas por la velocidad correspondiente se deduce de manera teóricamente exacta el volumen de agua que ha pasado por cada faja en la unidad de tiempo, o sea que la suma de todos estos volúmenes es por la misma razón el volumen total que en la misma unidad de tiempo atravesó la sección considerada, es decir, el caudal que se buscaba al hacer los aforos.

En la práctica, este sistema de dibujar las isotacas no se utiliza nunca, pues el mismo queda solamente limitado a estudios de tipo acusadamente teórico, cuando se busca conocer la conducta de las aguas en la determinada sección de un río, principalmente cuando en ella se emplazan las pilas de un puente o se quiere estudiar fenómenos de sedimentación o erosión.

La utilización práctica del molinete se hace normalmente dividiendo la superficie libre del transversal del río en (n + 1) partes, fijando n puntos, de los cuales el primero estará muy próximo a una orilla y el segundo a la opuesta. En cada uno de estos puntos se sitúa el molinete a distintas profundidades, con lo que se logra conocer la velocidad del río en N puntos, donde siempre N es mayor o muy excepcionalmente igual a n.

De esta manera, los puntos del transversal donde la velocidad se ha determinado, quedan situados todos en línea vertical, o sea perpendiculares a la traza en el plano del transversal de la superficie libre de las aguas.

Para el cálculo del aforo, se prescinde del dibujo de las isotacas y se divide el transversal en fajas verticales, de manera que cada una de ellas, tiene como mediana el eje vertical donde se coloca el molinete. De esta manera es fácil calcular metódicamente la velocidad media en cada una de éstas, fijar el caudal que a ellas corresponde y finalmente el caudal total en esa sección.

Varios ejemplos de cálculo y el procedimiento general pueden verse en el apéndice A.7.1.

1.6.2 Aforos químicos

Estos aforos se basan en la variación de concentración que experimenta una disolución al ser vertida sobre el cauce de un río en el cual circula un caudal de Q m³ por segundo que es el que se trata de determinar.

Hay dos grupos fundamentales de «aforos químicos» que es como suelen llamarse estas mediciones:

Aforos químicos de régimen constante

Suponiendo que un río lleva un caudal constante Q_1, con agua de una muy débil concentración C_0 en determinada sustancia química. En la sección S_1 se vierte un caudal q constante, con una fuerte concentración C_1 de la misma sustancia química.

Si esta inyección de disolución concentrada de concentración C_1, se mantiene durante un tiempo suficientemente largo, se establecerá un régimen permanente en otra sección S_2 más aguas abajo, a suficiente distancia, y allí el caudal será $Q_2 = Q_1 + q$ y la concentración C_2 menor que C_1 y mayor que C_0.

Es fácil establecer la ecuación de continuidad, en ausencia de tomas, fugas, aportes o infiltración entre los puntos 1 y 2

$$Q_1 \cdot C_0 + q \cdot C_1 = Q_2 \cdot C_2$$

de donde se deduce

$$Q_1 = q \frac{C_1 - C_2}{C_2 - C_0}$$

En todos los casos corrientes sucede que C_0 es despreciable de por sí y también que C_2 tiene poca importancia frente a C_1; así la fórmula práctica queda simplificada en la más sencilla,

$$Q_1 = q \frac{C_1}{C_2}$$

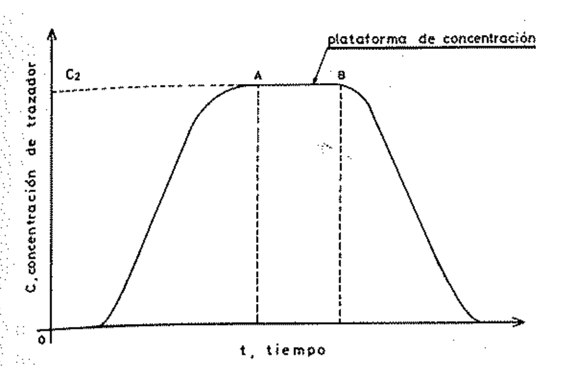


FIGURA 7.13
Curva de concentración en el río en un aforo químico a caudal constante.

Para realizar bien esta clase de aforos es indispensable tener la seguridad de que se cumplen las siguientes condiciones;

1.° Que en el lugar S_2 de extracción de la muestra, la concentración presenta un régimen permanente, que permite la aplicación de la fórmula deducida (fig. 7.13).

2.° Que el caudal q se mantenga también constante.

Para realizar la inyección a caudal constante se utilizan dos tipos de dispositivos.

Cuando se trata de torrentes o ríos de poco caudal

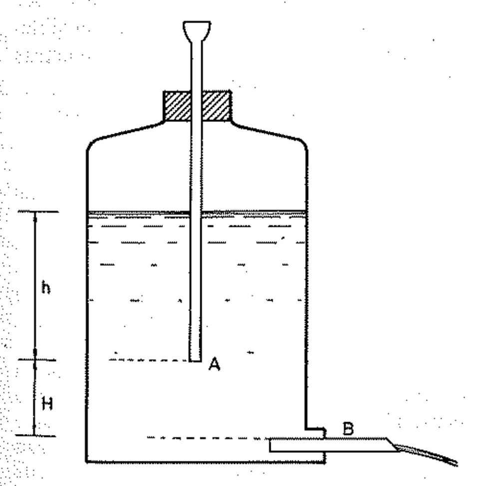


FIGURA 7.14
Frasco de Mariotte.

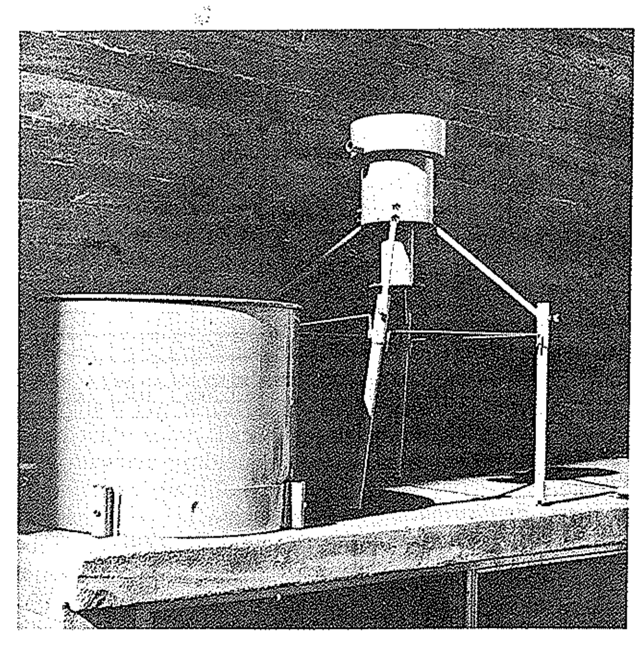


FIGURA 7.15
Inyector de nivel constante.

(menos de 500 l/seg) el caudal q de inyección puede ser muy pequeño (del orden de milésimas de l/seg). Entonces la inyección puede realizarse mediante el frasco de Mariotte (fig. 7.14). La carga que actúa para producir el caudal q es el desnivel H fijo entre los puntos A y B, puesto que en el punto A la carga es constante e igual a la presión atmosférica, independiente de la altura variable h. El frasco de Mariotte puede ser una garrafa de 10 litros, con el tapón adecuado según la figura.

En el caso de que los caudales del río son más importantes pasando ya de 1 m^3/seg, el frasco de Mariotte se hace insuficiente y es preciso recurrir a los inyectores llamados de nivel constante (fig. 7.15), que permiten aumentar el caudal q a valores de décimas de 1/seg nutriéndose de depósitos que pueden llegar al orden de 300 l de capacidad y garantizando operaciones de hasta 10 y 15 minutos de duración entre el tiempo de comienzo y final de la inyección. En la figura 7.16 se muestra un esquema de este tipo de dispositivo con el cual se logra dominar con relativa facilidad hasta anchuras de más de 10 metros, a fin de distribuir el trazador en todo el ancho de la sección.

Tanto el módulo como el inyector pueden ser cons-



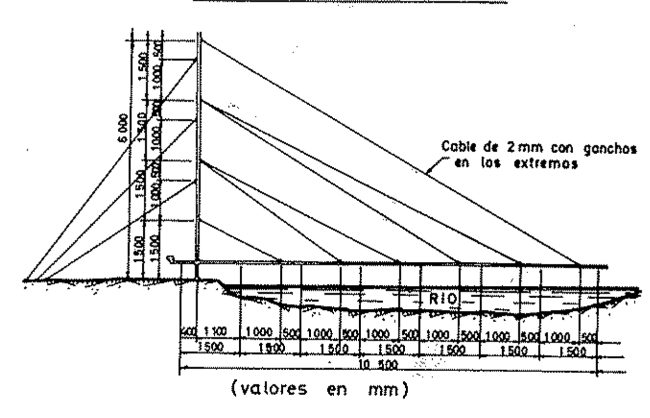


FIGURA 7.16
Esquema de distribución de la solución para un aforo químico en un río poco turbulento.

truidos en forma desmontable con fácil manejo y transporte, siendo el impedimento principal, y casi único, el depósito grande de los 300 l, por lo cual conviene tener otros del tamaño intermedio para transportar siempre el mínimo indispensable.

En ocasiones se ha propuesto realizar la inyección mediante una bomba de pistón de caudal regulable, pero no tiene ventajas especiales y sí tiene inconvenientes. En el apéndice A.7.1 se dan dos ejemplos.

Aforos químicos por integración

Su fundamento radica en que si se vierte repentinamente en un cauce estrecho (con caudal Q, que es el que se quiere medir) un volumen V de disolución concentrada C_1 con un peso P de sustancia química disuelta ($P = C_1 V$), se produce una nube expansiva que aumenta de dimensiones a medida que es transportada aguas abajo.

Al situarse en un punto S_2 del río, y allí extraerse «p» muestras a intervalos regulares Δt, en un tiempo $T = (p - 1) \Delta t$ desde que comienza el paso de la nube hasta que se termina, se obtendrá una serie de muestras, cuyas concentraciones n_2, dibujadas en un sistema cartesiano, darán una curva en forma de campana, siendo las abscisas los tiempos de extracción y las ordenadas las concentraciones C_2 de cada una.

El área de esta curva mide, en la escala adecuada el peso p de la sal arrojada al cauce en el lugar S_1 de la inyección. Es así fácil establecer la ecuación de continuidad que seguidamente se reseña[1]:

$$V \cdot C_1 = P = \left(Q + \frac{V}{T}\right)\int_0^T C_2\, dt$$

y despreciando $\frac{V}{T}$ al lado de Q, tenemos:

$$P = Q \int_0^T C_2\, dt$$

de donde se deduce

$$Q = \frac{P}{\int_0^T C_2\, dt}$$

La integral ha de comprender todo el tiempo T, desde el principio hasta el final del paso de la nube. En el caso de considerar finitos de tiempo, la fórmula se transforma en:

$$Q = \frac{P}{\Delta t\, \Sigma\, C_2}$$

Donde Δt es el intervalo constante entre cada extracción de muestras, y Σ abarca el conjunto de todas ellas.

Como siempre se supone que los intervalos Δt son todos iguales; el denominador de esta fórmula puede ser sustituido por el productor $T \times C$, siendo C sensiblemente la concentración media de todas las muestras extraídas y T el tiempo total base de la onda.

En el apéndice A.7.1 se da un ejemplo práctico.

La operación puede hacerse en la práctica de dos maneras:

La primera sería extraer las «p» muestras a intervalos iguales y tomando volúmenes iguales de todas ellas mezclados después, para llevar al laboratorio solamente un volumen de concentración media C y hacer también un solo análisis, simplificando el trabajo y el transporte.

El segundo sería utilizar una pequeña bomba extractora a caudal constante y que llena la muestra en el tiempo de paso de la nube, comenzando a funcionar al principio y durante la totalidad de su transcurso. Con este sistema se realiza una verdadera integración, pero ello no quiere decir que

[1] Se supone que en el punto de muestreo se ha alcanzado una distribución transversal del trazador que sea homogénea.

sea el método más exacto, puesto que depende en general, más de la meticulosidad y pulcritud de los trabajos, que de los sistemas empleados.

Este sistema es rápido y útil cuando el cauce es bastante estrecho, a lo máximo 2 m si las aguas están muy batidas inclusive transversalmente, pues si no es así la nube no es homogénea a lo ancho del cauce en el lugar de extracción, lo que es fundamental para la validez de la ecuación de continuidad.

Productos químicos utilizados

En la práctica de estos aforos es conveniente utilizar en disolución cuerpos de los que no exista probabilidad alguna de vestigio previo en el río, lo cual hace descartar el empleo de cloruro de sodio, que fue por su economía el que en principio era utilizado. El cálculo demuestra fácilmente que la concentración inicial C_0 hace crecer los errores y cuando es cero se aumenta considerablemente el rendimiento de la operación.

En España actualmente es normal utilizar el dicromato de sodio y la medida de las concentraciones se practica por procedimientos colorimétricos mediante el reactivo de difenil carbacida, que produce la máxima escala de matices medible con espectrofotocolorímetros.

De esta forma es alcanzable, con el mismo aparato, valorar disoluciones desde diezmilésimas hasta centenas de gramo por litro.

Como la relación C_1/C_2 alcanza fácilmente hasta el orden de 800 000, quiere decirse con ello, que con un caudal de inyección de 0,3 l/seg pueden ser aforados teóricamente caudales próximos a los 250 m³/seg como límite.

Conviene desenvolverse en la práctica próximos a los siguientes valores:

$q = 0{,}10$ l/seg

$C_1 = 250$ g/l

$C_2 = 0{,}0003$ g/l

Cuando los caudales Q a medir son pequeños (menor de 15 m³/seg) C_1 puede rebajarse a la mitad o menos, o si es más cómodo dejar C_1 en su valor y reducir q.

Cuando los caudales Q se acercan a los 100 m³/seg conviene forzar q hasta unos 0,3 l/seg, lo que obliga a disponer un volumen V de disolución concentrada, suficiente para por lo menos 10 minutos, o sea:

$$V = 0{,}30 \times 10 \times 60 = 180 \text{ litros}$$

y el depósito por lo menos de 250 litros para no apurarlo.

El peso P de dicromato necesario será como mínimo: $P = V \cdot C_1 = 250 \times 250/1000 = 62$ kg.

Si se quiere trabajar en perfectas condiciones de comodidad y seguridad, puede aplicarse la regla práctica de llevar al campo 1 kg de dicromato sódico para cada 1 m³/seg que se pretenda aforar y el caudal Q no debe pasar de 100 m³/seg si no son extremadamente favorables las restantes circunstancias.

*El dicromato sódico contamina el agua del río y debe tenerse en cuenta que el límite tolerable en Cr^{+6} en el agua de bebida es de 0,05 ppm (ver capítulo 18.1); por ello se debe utilizar con precauciones.

Es también de uso corriente la fluoresceína (en realidad su sal sódica, llamada uranina), fácilmente detectable con fluorómetros, mucho menos tóxica que el dicromato y que en circunstancias normales de uso no es retenida por la carga de sedimentos ni destruida por la radiación solar. También pueden emplearse con éxito y sin mayores problemas otros colorantes tales como la rodamina en sus diferentes variedades.

Precauciones a tener en cuenta. La realización del aforo químico precisa que se cumplan algunas condiciones necesarias para la validez de los cálculos.

En cualquiera de los métodos, en el lugar de muestreo la distribución transversal del trazador debe ser homogénea. La distancia mínima aguas abajo del punto de inyección a partir de la cual tal requisito se cumple constituye la distancia de buena mezcla. Varía con la velocidad del agua del río, su turbulencia, el modo de inyección, la presencia de obstáculos, etc. Es difícil dar una regla universal: en torrentes pueden bastar unas pocas decenas de m de recorrido, en ríos rápidos unos pocos centenares de metros, pero en ríos grandes y lentos puede llegar a varios km. Rimmar (en Clayton y Smith, 1963) propone la fórmula:

$$L = 0{,}13 \frac{B^2}{H} \cdot \frac{C}{g} (0{,}7\,C + 6)$$

en la que:

L = longitud mínima de buena mezcla (m)
B = ancho del río (m)
H = profundidad del río (m)
C = coeficiente de Chezy; generalmente $15 < C < 50$
g = aceleración de la gravedad = 9,81 m/seg²

Hull (en Clayton y Smith, 1963) propone, a su vez, la fórmula:

$$L \simeq 50 \sqrt[3]{Q}$$

* El texto que viene a continuación, hasta el final del apartado 1.6.3 ha sido redactado por E. Custodio.

en la que:

L = longitud mínima de buena mezcla (m)
Q = caudal del río (m^3/seg).

Es también importante que la inyección de trazador se realice correctamente. Debe hacerse donde el agua del río circula y no donde hay remansos con nula o escasa circulación o cerca de los márgenes donde la velocidad es menor o hay una retención por la vegetación ribereña. En ríos anchos y/o con escasa profundidad de agua, la inyección se mejora si se realiza al mismo tiempo en varios puntos de la misma transversal.

Los cálculos realizados son válidos en ausencia de tomas, fugas, aportes o infiltraciones entre el punto de inyección S_1, y el punto de muestreo, S_2. Suponiendo que se alcance en cada caso la longitud de buena mezcla, es fácil deducir que:

a) en el caso de aportes por afluentes, vertidos o descarga de agua subterránea entre S_1 y S_2, el caudal que en realidad se mide es el caudal en el punto de muestreo;

b) en el caso de tomas de agua, derivaciones o infiltraciones entre S_1 y S_2, el caudal que en realidad se mide es el caudal en el punto de inyección.

Por ello, para realizar un correcto aforo químico es preciso encontrar un tramo en el que no haya variación de caudal, o las variaciones sean bien conocidas. No debe realizarse el aforo químico cuando los niveles del río varían rápidamente, ya que entonces interviene el almacenamiento en el tramo de río entre S_1 y S_2; ello tiene importancia si existen embalsamientos intermedios.

En general, el aforo químico con caudal de inyección constante es mejor que el que emplea el método de inyección instantánea de una cantidad P de trazador (integración), pero requiere a veces un largo tiempo de inyección para alcanzar el nivel de concentración de dilución estable (fig. 7.13) con las consiguientes molestias, grandes recipientes, gran consumo de trazador y posibles problemas asociados de contaminación; por otro lado el sistema de inyección es más complejo. El problema se agudiza si existen presas en el río que crean embalsamientos de agua que hacen que sea difícil llegar a la concentración estable. No obstante, en el método de inyección a caudal constante, basta con una sola muestra, aunque es aconsejable tomar varias para asegurar que se ha alcanzado la concentración estable; operando correctamente es posible trabajar con errores de sólo 2 %.

En un tramo de río muy dispersivo, la duración de la inyección de trazador a caudal constante es grande, y en el caso de inyección instantánea, la curva de paso queda muy aplanada y con una larga cola, difícil de medir, y que puede ser causa de errores importantes (en ocasiones se procede a efectuar una extrapolación por ajuste de la cola a una exponencial decreciente).

El problema principal del aforo químico es que no puede mecanizarse, si no es de forma muy compleja y con intervalos largos de reposo, y por ello no es sustitutivo del aforo con escala. Sin embargo, es un método sencillo para ayudar a determinar la curva de gastos cuando es difícil el empleo de molinete o no hay condiciones apropiadas para su empleo por ser excesiva la turbulencia. También es útil para comprobar por un método independiente los aforos con molinete.

1.6.3 Aforos con trazadores radioactivos

El aforo con trazadores radioactivos sólo difiere del aforo químico en el trazador a emplear, que ahora es un radioisótopo de vida corta. Sus principales ventajas son:

— poder medir la concentración del trazador en el río sin necesidad de tomar muestras, aunque en ocasiones se prefiere tomar muestras discretas o continuas por bombeo y medirlas «in situ» o en el laboratorio (en general en el caso de muestras discretas)

— manejar pequeñas cantidades de trazador a muy bajas concentraciones

— que la contaminación desaparece al cabo de un tiempo si se ha usado un radioisótopo de vida corta.

Aunque existen inconvenientes dignos de tenerse en cuenta:

— el manejo del radioisótopo precisa de precauciones especiales y personal especializado en la manipulación y uso de sustancias radioactivas

— en muchos países se precisa de un permiso oficial de uso, que en general sólo se expide para una experiencia

— el aparellaje de detección en el campo es costoso, sometido a frecuentes averías y se precisa una fuente de energía eléctrica portátil y por ello sólo disponen de los mismos, organismos muy especializados. El aparellaje de laboratorio también es complejo. Por otro lado, la resolución debe ser elevada para tener una buena medida estadística.

En general se utiliza el método de integración, que es el que permite trabajar con la menor cantidad de radioisótopo; como se ha dicho, la muestra se toma en unidades discretas o en continuo formando una muestra compuesta, o bien se hace pasar en continuo por un recipiente que incorpora el detector; en este

último caso se mide la actividad a intervalos regulares de tiempo o se registra en papel o en cinta magnética; también puede utilizarse un totalizador de cuentas (escala) que da la actividad total que ha pasado.

La inmersión de un detector en el río parece la mejor solución, pero es difícil conocer bien el factor geométrico de medida a menos que el espesor de agua sea muy grande; en ríos poco profundos con oleaje, existe además el problema de la variación de ese factor geométrico con las oscilaciones y vaivenes.

La selección de un trazador radioactivo debe tener en cuenta:

— estabilidad y solubilidad en el agua, y en ríos muy turbios la posibilidad de retención
— período de semidesintegración
— tipo y energía de la radiación emitida
— concentración máxima permisible en el agua
— actividad específica (actividad/volumen) de suministro.

En general se usa Br-82 en forma de $BrNH_4$, con $BrNH_4$ como portador (ver capítulo 12.2), con un período de semidesintegración de 35,9 horas, cuya concentración máxima permisible en el agua es de 300 microcurios/m^3.

A veces se ha empleado I-131 (como INa) (Guizerix, 1968), cuyo período es más largo (8,04 días) y su concentración máxima permisible en el agua es más baja (2 microcurios/m^3), lo cual es un inconveniente y sólo está justificado en el caso de que el transporte del radioisótopo requiera algunos días.

La actividad inicial del radioisótopo debe corregirse por desintegración al momento de la inyección; en experiencias que duran menos de la décima parte del período radioactivo no es preciso corregir la actividad cuando se mide «in situ», pero si que es preciso hacerlo si la duración es mayor o las muestras se miden algún tiempo después.

1.6.4 Aforo con flotadores

Es el método más rudimentario para hallar la velocidad media de una corriente, pero también el más rápido y que precisa de menos elementos y preparativos.

En muchos casos uno se encuentra sin tiempo ni medios suficientes para realizar un aforo con mayor precisión, como en el caso de puntas de avenida en ríos de régimen torrencial donde el tiempo de duración es corto y las condiciones poco aptas para montar un molinete, o hacer un aforo químico. En estos casos el uso de flotadores será lo más recomendable.

El flotador puede ser una botella lastrada, o incluso cuerpos flotantes transportados por las aguas de avenida. El tramo de aforo debe ser recto.

Conviene medir la velocidad en varios puntos de la sección transversal, para luego hallar la velocidad media en cada franja en que se ha dividido dicha sección.

Para hallar la velocidad media v_m en función de la velocidad superficial medida v_s, se tendrá en cuenta que la relación v_m/v_s varía entre 0,80 y 1,05, siendo mayor cuando mayor es la turbulencia y la pendiente, y adoptando los valores más pequeños para corrientes de poca velocidad y pendientes débiles. Si se han realizado medidas con flotadores en varios puntos de la sección y se toma un valor medio v_{sm}, v_m/v_{sm} varía entre 0,8 y 0,95. Si se toma la velocidad máxima en el perfil la relación varía entre 0,55 y 0,90.

Además de la velocidad hay que tomar la referencia del nivel alcanzado, para levantar el perfil transversal una vez pasada la avenida. Dicho perfil transversal debe representar una media de los perfiles transversales en el tramo donde se midió la velocidad.

1.7 EMPLAZAMIENTO DE ESTACIONES DE AFOROS

El emplazamiento de una estación de aforo, ha de reunir las siguientes condiciones técnicas como más importantes:

Curso recto del río, al menos aguas arriba de la escala o limnígrafo, cauce bien definido tanto en estiaje como para desaguar las avenidas sin desbordamientos, lecho impermeable o que garantice al menos la no existencia de caudales subterráneos que desvirtuen las mediciones superficiales, variabilidad mínima por erosión o sedimentación y régimen de semimódulos en el tramo inmediato, buen emplazamiento para la escala a pocos metros de la sección de control y finalmente, deberá tener en las proximidades secciones adecuadas para hacer aforos directos en cualquier momento (avenidas, aguas bajas, etc.).

Deben buscarse también buenas condiciones constructivas, tanto más cuanto se piense en hacer una obra más importante, que debe estar sólidamente cimentada y dentro de un presupuesto razonablemente moderado.

Deben finalmente buscarse condiciones geográficas como son buenas comunicaciones, proximidad de poblados que proporcionen vigilancia eficaz y a ser posible existencia previa de puentes adecuados para hacer los aforos desde ellos sin obligar a instalaciones especiales aun cuando los pilares pueden complicar la medición. En ríos poco profundos se puede aforar a pie, en muchas ocasiones.

1.8 CLASES DE ESTACIONES DE AFOROS

Si no fuera por el peso de las consideraciones de carácter económico, sería muy escaso el número de clases de estaciones de aforos, pues todas se acercarían al modelo más completo con variaciones ceñidas casi exclusivamente a las dimensiones del cauce del río.

En los ríos principales, las dimensiones del cauce son mayores y así son también, en general, mucho más grandes las dificultades de cimentación y desviación de las aguas al ejecutar las obras, por ello es corriente que las estaciones de los pequeños ríos sean de tipo más completo que en los grandes.

Claro está que, las estaciones de aforos de los ríos principales suelen ser de mayor importancia estratégica y valor general para los estudios estadísticos. Cuando no es posible, como suele suceder, dotarlas económicamente de instalaciones muy completas, se recurre con gran eficiencia a mejorar su explotación mediante más estrecha vigilancia y realizando con mayor frecuencia los aforos periódicos, para mantener bien exacta la curva de gastos, $Q = f(h)$.

Los dos elementos imprescindibles en cualquier estación de aforos son la escala y el limnígrafo, con la advertencia de que eventualmente o por circunstancias especiales, se puede prescindir del limnígrafo, pero nunca de la escala.

Uno de los puntos esenciales en la elección del tipo de estación es que su sensibilidad sea la máxima posible dentro de la gama de caudales que se pretende medir, o sea, dicho de otra forma que la relación $\Delta h/\Delta Q$ que representa la pendiente de la curva de gastos sea la máxima posible en cada punto puesto que si en algún tramo de la curva ésta resulta demasiado tendida ello se traduciría en imprecisión en el momento de traducir a caudales las alturas registradas.

La curva de gastos es de la forma:

$$Q = k\,h^{\frac{2m+1}{2}}$$

siendo k constante

m un valor que oscila entre 1 para sección rectangular y 2 para sección triangular.

Esto indica que las secciones de aforo que tienden al triángulo son más sensibles que las secciones que tienden a la forma rectangular.

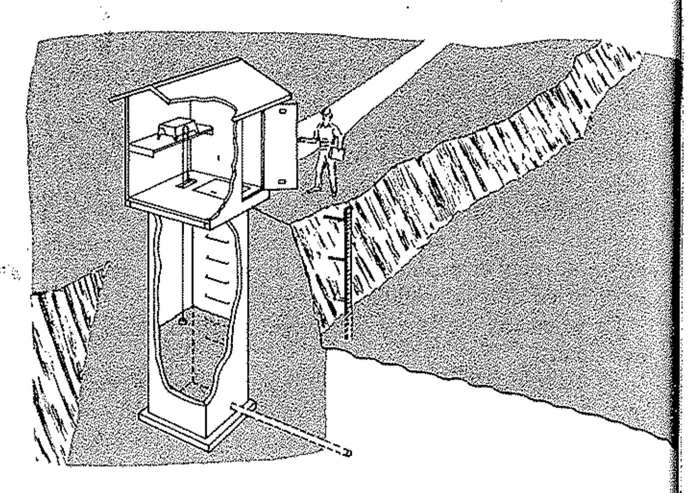


FIGURA 7.17
Estación de aforo tipo en cauce natural.

1.8.1 Estaciones de cauce natural

La curva de gastos es en este caso más o menos variable con el tiempo. Esta variabilidad es muy sensible en la zona de caudales bajos y se hace poco perceptible en la correspondiente a avenidas extraordinarias.

La escala habrá de instalarse siempre con el cero por debajo de los niveles mínimos, para prevenir futuras erosiones que pudieran dejarle en seco. En general debe procurarse colocar el cero de 50 a 150 cm por debajo del nivel correspondiente a los caudales nulos.

No es necesario que la escala esté enteramente en la misma vertical, lo más práctico es escalonada en trozos, según el tendido de la orilla; además, en caso de destrucción, ésta suele ser parcial, quedando a salvo trozos para referencia, facilitándose la rápida reconstrucción. En otro caso será preciso dejar para este fin un clavo o señal nivelada en sitio seguro. Al hacer el escalonamiento deberá cuidarse de aprovechar las rocas y lugares más firmes de la orilla, para el anclaje de las escalas, cuidando al mismo tiempo, de que en cualquier nivel del río, el observador pueda llegar al lugar donde ha de ser hecha la lectura con comodidad y hacerlo sin esforzar su vista.

La instalación de escala y limnígrafo suele considerarse suficiente en muchos casos para los ríos principales, donde la importancia del cauce no admite normalmente encauzamientos ni vertederos (fig. 7.17).

Bien atendidas las instalaciones y con aforos frecuentes para garantizar la curva de gastos aplicada, se puede llegar a la mayor precisión y seguridad que quepa nor-

malmente desear, siempre que haya puentes adecuados para aforar o se pueda efectuar el aforo a pie. De todos modos, para medir aguas altas, es conveniente la proximidad a la estación de aforos de un puente.

La instalación del limnígrafo en una margen escarpada consiste en colocar adosado al escarpe o muro marginal, un tubo vertical de por lo menos 30 cm de diámetro, de fibrocemento resistente, para alojar el flotador del limnígrafo y en la coronación, ya fuera del nivel de las máximas avenidas, establecer una plataforma de no menos de 1 × 1 m² de sección parcialmente en voladizo, lo suficiente para emboquillar la parte superior del tubo y sobre la cual se instalará una garita visitable donde se alojará el limnígrafo. Es conveniente colocar junto al tubo del flotador, otro de unos 8 a 10 cm de diámetro, para alojar el contrapeso, lo cual evita que se enreden los cables, como a veces sucede en las instalaciones muy elevadas; en este caso puede reducirse el diámetro del tubo grande, y llegar hasta 20 cm sin olvidar que la menor sección del flotador reduce la sensibilidad del aparato. Es conveniente instalar un dispositivo en el extremo del tubo del flotador como el de la figura 7.18 que evite que se transmitan olas al interior del tubo, y sirva al mismo tiempo para limpieza de sedimentos.

Es muy conveniente que la garita superior sea de fábrica y los tubos de flotador y contrapeso estén sólidamente amarrados al escarpe o al muro, mejor envueltos ambos y sus anclajes con una pila cilíndrica de hormigón que evita el enganche de ramas.

Cuando las márgenes son tendidas se puede optar por varias soluciones: *a)* Colocar un pilar hueco en el cauce de aguas bajas, y de altura suficiente para que no sea inundado en época de avenidas; dicho pilar tendrá una cimentación generalmente costosa. *b)* Colocar la garita con un pozo en una margen preservada de las máximas avenidas, y comunicarla con el cauce de aguas bajas mediante un pozo y un tubo horizontal, dicho tubo conviene que sea de pequeño diámetro (25 a 50 mm), pues de esta forma la circulación de agua será más rápida y no se producirán depósitos.

En estos casos es interesante considerar la posible instalación de un limnígrafo neumático, que simplificará la obra.

1.8.2 Tramo canalizado con vertedero simple

Se utiliza cuando las dimensiones del cauce y terreno de cimentación permiten hacer un encauzamiento, dejando una sección rectangular mediante muros laterales en ambas márgenes y un vertedero que marque el umbral.

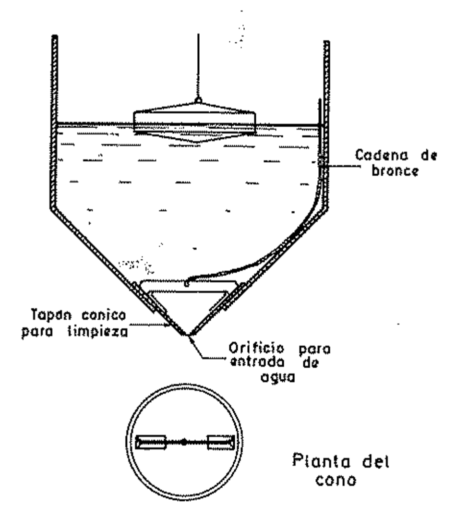


FIGURA 7.18
Dispositivo final del tubo del flotador.

La longitud del tramo canalizado debe ser tal que, aguas arriba del vertedero quede por lo menos 1,5 veces el ancho a del cauce, y aguas abajo de él un mínimo de 0,25 a, sin bajar nunca de tres metros. Aguas arriba del tramo canalizado el río deberá ser recto, por lo menos en tantos metros como la total longitud de aquel.

Para la altura del vertedero deberán considerarse las dos siguientes condiciones: *a)* evitar, si es posible, que no se anegue, sino en caudales superiores a los normales; *b)* evitar a toda costa la posibilidad de que las oscilaciones del nivel ocasionadas por los acarreos depositados aguas abajo, pueden anular o reducir la efectividad del salto.

El vertedero normalmente deberá estar aireado para que la lámina de agua se despegue de la pared; basta disponer unos respiraderos laterales.

Estas estaciones de aforos suelen estar dotadas, mientras la luz no es muy excesiva (hasta 15 ó 20 m de límite cómodo) de pasarela para aforar, que se debe situar inmediatamente al limnígrafo, bien aguas abajo o aguas arriba de la garita, según convenga. Para luces mayores, lo que es poco frecuente, se puede colocar una vagoneta de aforar, partiendo de una garita común con la del limnígrafo.

Con relación al tipo de vertedero, cabe el uso de dos clases, pues aunque como mejor funciona la estación es con su vertedero de tipo pantalla que remansa las aguas arriba de él, son muchos los casos en que, por la abundancia de acarreos, este remanso es imposible mantenerlo limpio y entonces hay que recurrir al verte-

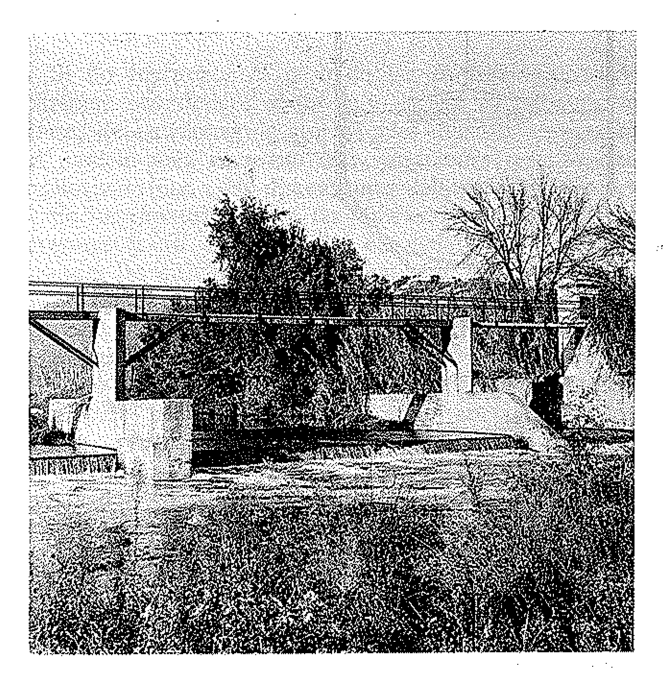


FIGURA 7.19
Vertederos múltiples escalonados.

dero en forma de escalón con solera aguas arriba de él, enrasada a la arista.

Vertedero de pantalla

Los vertederos de pantalla se construyen generalmente de hormigón en masa y sección trapecial con el paramento de aguas abajo vertical, el de aguas arriba en talud a 45° y la coronación superior con una anchura de 10 a 20 cm.

Se debe mantener el remanso con relativa limpieza de acarreos pues a medida que estos se acumulan, y particularmente cuando levanten sensiblemente el nivel de su fondo, el régimen hidráulico se altera apreciablemente y las lecturas de la escala no dependen exclusivamente del caudal circulante, sino también del estado del cauce, perdiéndose así la deseable invariabilidad de la curva de gastos $Q = f(h)$ que es la cualidad característica de las estaciones de vertederos y en general, de todas las de umbral fijo.

Cuando los caudales de estiaje son suficientemente pequeños, se dejan, a veces, para facilitar la conservación y limpieza de la obra, uno o dos desagües de fondo en el vertedero, que permitan vaciar el remanso.

Para adoptar el vertedero pantalla es necesario poder contar con mantener el remanso libre de acarreos, por lo menos hasta unos 20 cm por debajo de la coronación del vertedero como límite; de otra forma deberá adoptarse otra solución.

Vertedero escalón

Cuando, por lo que se acaba de exponer no es aconsejable construir un vertedero pantalla, se suele adoptar el vertedero escalón (fig. 7.19).

Este vertedero es efectivamente más caro, porque obliga a construir una sólida solera que arrancando de la arista del vertedero se prolongue hacia aguas arriba de orilla a orilla, hasta 1,5 veces el ancho del cauce, o por lo menos un metro más arriba del transversal del limnígrafo, prolongando el resto con encachado de piedra o simple igualación del lecho natural cuando ello sea posible.

Esta solera deberá ser de hormigón rico y sólidamente acabada para que no sea desgastable con el roce de los acarreos que sobre ella deslizan. La pendiente será como mínimo el 1 % para facilitar el arrastre y si la pendiente natural del cauce fuese menos, ese 1 % puede reducirse a la zona de 2 a 3 metros aguas arriba del vertedero, y el resto con pendiente rebajada hasta casi horizontal.

1.8.3 Tramo canalizado con vertederos múltiples

En los ríos de régimen muy irregular, es frecuente que cuando se quiere construir un vertedero, al respetar el indispensable desagüe para las máximas avenidas, resulte de una longitud tal que durante el estiaje, las alturas de lámina vertiente sean prácticamente inapreciables y, en todo caso, los incrementos de caudal que por su cuantía deben de ser bien apreciados, apenas signifiquen oscilación de nivel, imposibilitando su valoración.

En España no es raro que en ríos con avenidas relativamente frecuentes, de más de 500 m^3/seg durante los sequiajes sus caudales sean de pocos litros por segundo; lo primero exige normalmente, vertederos de 20 m de longitud o más y lo segundo, que ella no pase de 2 ó 3 m, esta incompatibilidad ha de evitarse con los vertederos dobles (fig. 7.19).

La solución es colocar un vertedero inferior de por ejemplo, dos metros de longitud (llamado vertedero sensible) y otro de 18 m de longitud con una coronación 15 cm más elevada, o lo que se precise (llamado vertedero de avenidas). Escogiendo acertadamente las longitudes y desniveles de ambos vertederos, puede lograrse fácilmente que durante los sequiajes funcione solamente el sensible, valorando los caudales pequeños con errores relativos moderados y en los regímenes medios y particularmente de avenidas que desaguan holgadamente por el de avenidas con errores absolutos mucho

mayores, pero conservando sensiblemente el grado de aproximación porcentual.

El doble vertedero nace así, colocado a un lado el sensible y al otro el de avenidas. Ambos deberán tener sus coronaciones paralelas, y en el mismo transversal, aunque esta segunda condición no sea técnicamente indispensable.

Es indispensable que entre los dos vertederos se construya un muro separador de altura superior al nivel de avenidas (por lo menos ordinarias), y cuya longitud, sea por el lado de aguas arriba por lo menos 1,5 veces el ancho del cauce sensible y aguas abajo, de unos 3 metros.

Este muro es indispensable para separar las aguas que vierten por el cauce sensible, de las de avenidas, animadas de muy diferentes velocidades, particularmente cuando el segundo comienza a sobrar.

En esta situación la depresión de lámina del vertedero sensible, que además es el más bajo, es muy superior al de avenidas que entonces comienza a verter y si no hay muro separador se producen corrientes de fuerte componente transversal que alteran el buen régimen dentro del cauce canalizado y sobre todo imposibilitan realizar aforos dentro de él.

Por ello, el muro separador debe alcanzar una altura suficiente para que cuando quede sumergido, las velocidades y niveles del agua a ambos lados sean relativamente parecidos y no ocasionar perturbaciones. Este suele ser ya aceptable cuando se alcanza la altura de 1 a 2 metros sobre el cauce de avenidas.

Tampoco es conveniente en muchos casos que el muro separador alcance la altura de los laterales, pues al quedar sumergido en avenidas fuertes, favorece su mejor desagüe al desaparecer una causa de enganche de ramas y cuerpos flotantes. Por este medio la coronación del muro sumergido debe ser en lomo de potro (redondeados).

Cuando el cauce de avenidas es muy amplio, nunca conviene estrangularlo con un tramo canalizado más estrecho, pues no suele tardar en presentarse una riada destructora, e incluso habiendo resistencia suficiente, con la estrangulación, las aguas de la riada saltan sobre muros y estribos, haciendo siempre peligrar la obra y dificultando los normales aforos. Por ello resulta entonces en extremo útil usar los vertederos múltiples inclusive, a base del cauce sensible central y varios vertederos de avenidas a cada lado, cuyas coronaciones se van elevando al aproximarse hacia las orillas y marcando un perfil transversal más o menos semejante del río natural.

Naturalmente no es necesario que el número de vertederos sea impar ni que el sensible ocupe una posición exactamente central. Incluso a veces la sección asimétrica del cauce natural aconseja poner más vertederos de avenidas a un lado del sensible que al otro, pues el transversal del tramo de aforos ha de parecerse siempre lo más posible al primitivo del río en las inmediaciones, y particularmente aguas arriba.

La longitud de los vertederos conviene que no sea excesiva para mantener en cada caso la deseable sensibilidad y también reducir los vanos de la pasarela de aforos, pero sin olvidar, como se ha dicho, los márgenes de garantía para el desagüe de las grandes avenidas y cuerpos flotantes.

La estación de vertederos múltiples puede llegar a ser solución económicamente aconsejable, aun en dimensiones relativamente grandes, cuando las condiciones de cimentación son excepcionalmente buenas pues no es raro encontrar el lecho de un río realmente importante, cruzado de orilla a orilla por un afloramiento rocoso que evita cimentar vertederos y muros, si el resto de las condiciones no son muy malas. En algún caso, para no multiplicar el número de muros separadores puede prescindirse de la pasarela y colocar vagoneta de aforar, pero siempre habrá que contar con buen acceso al limnígrafo, e inclusive con una pasarela parcial, desde una de las orillas si está alejada de ambas. También, a veces resulta el vertedero sensible de longitud comparable o aún mayor que los de avenidas, si los sequiajes o la economía así lo aconsejan.

De esta forma existe, por ejemplo, una estación en el río Aragón aguas abajo del embalse de Yesa (Navarra). El vertedero central, que es el más bajo y hace de sensible, tiene unos 45 m de longitud y a cada lado hay dos vertederos de 10 m más elevados en armonía todo el conjunto con el lecho natural, allí de roca, donde se cimientan también los muros separadores, en el de la margen derecha está el pozo y la garita con su limnígrafo, accesible con una pasarela parcial de 10 m de luz. Los aforos se hacen desde vagoneta con cable carril a tensión constante por contrapeso y vano de unos 75 m de luz dominando los tres cauces. Las avenidas pueden ser del orden de 3000 m^3/seg.

1.8.4 Estaciones de resalto

Uno de los inconvenientes de la estación de vertedero es la necesidad de limpieza de los acarreos aguas arriba del mismo, así como la necesidad de levantar la lámina de agua creando un remanso, lo cual en algunos ríos resulta prohibitivo.

El aforador de resalto consiste en un dispositivo que provoca el paso de la corriente de un régimen lento aguas arriba, a un régimen rápido en el aforador, para volver a tomar el régimen lento aguas abajo mediante un resalto. El paso rápido por el aforador evita la sedimentación; no obstante, en regímenes muy torrenciales con arrastres de grandes piedras no se consigue evitar el depósito y peligra la integridad del aforador.

El dispositivo es del tipo descrito en el capítulo 6 de la sección 2 que se denominó aforador Parshall.

Para caudales medios y pequeños se produce el cambio de régimen de forma clara y el caudal se deduce de la lectura de una sola escala, pero en el caso de caudales grandes el resalto queda anegado y es preciso la lectura de dos escalas para la determinación del caudal.

1.8.5 Utilización de centrales hidroeléctricas

Es frecuente que en los ríos muy aprovechados no se encuentren tramos libres de derivaciones y canales, donde poder aforar todo el caudal circulante de una sola vez.

En este caso es frecuente encontrar aprovechamientos energéticos compuestos por una presa de derivación, un canal que puede tener varias tomas y aliviaderos y finalmente un grupo de turbinas.

El conjunto no representa una estación de aforos buena en ningún caso, puesto que al tener que realizar varias lecturas los errores totales pueden resultar mayores de lo tolerable, pero en muchas ocasiones no se dispone de emplazamiento más adecuado.

En este caso hay que aforar las turbinas, los aliviaderos del canal y de la presa de forma continua, puesto que a lo largo de un día el caudal por cada una de estas salidas puede cambiar en función del régimen de producción, de la central y del régimen del río.

Las turbinas en general están bien calibradas y pueden dar una gráfica horaria de producción fácilmente traducible a caudales. También la presa equipada con escala y limnígrafo puede dar una buena indicación de caudales vertidos, no así en cambio los aliviaderos del canal generalmente controlados con compuertas.

Los caudales de avenida pueden medirse bien en este tipo de estaciones, puesto que en su mayor parte discurren por la presa, pero en aguas bajas es preciso llevar un control muy detallado.

1.8.6 Observaciones finales

A través de la anterior descripción de las distintas soluciones, se comprueba la influencia permanente del factor económico y como muchas veces sucede, será preciso prescindir de la solución ideal por esta causa.

Así, antes de terminar es imprescindible, llamar la atención sobre un punto que resulta casi decisivo en instalaciones destinadas a proveer datos para la estadística donde la continuidad de funcionamiento es cualidad básica se hace referencia a la solidez de la obra que es un factor que deberá considerarse preponderante al escoger el lugar de ubicación y tipo de estación.

Por lo expuesto deberá siempre adoptarse ante todo, la solución más sólida en garantías de duración y supervivencia a las mayores avenidas previsibles. Si el coste resultara excesivo, debe considerarse necesaria la adopción de un modelo más modesto, pero sin perder las señaladas exigencias de seguridad.

Las obras complicadas exigen también mayores gastos de conservación que las sencillas, por muy sólidamente que estén construidas. Este factor deberá también ser tenido en cuenta, pues para el buen rendimiento de una red de estaciones de aforos, es primordial condición la posibilidad de mantener todas ellas en perfecto estado, atendiendo las reparaciones con rapidez y holgura.

Capítulo 7.2

Tratamiento de datos de aforo

2.1 ESTABLECIMIENTO DE UNA RED DE AFOROS

Como base de todo estudio hidrológico, es preciso disponer de datos históricos de aforos. Sin ellos, el estudio carecerá de un apoyo fundamental. Será posible hacer hipótesis transformando los datos de lluvia en caudales, buscando correlaciones más o menos ajustadas con otras cuencas, pero nunca tendremos una base de apoyo tan exacta, como si disponemos de una buena serie de datos históricos.

Una serie de datos, para ser realmente buena, necesita por lo menos de 20 años de observaciones y más aún si se trata de cuencas muy irregulares, por tanto, es evidente que estos datos no pueden improvisarse.

De todo esto se deduce la necesidad de establecer una red básica de aforos aunque no exista la necesidad inmediata de llevar a cabo el estudio hidrológico de una cuenca.

Este razonamiento expuesto fundamentalmente para hidrología superficial, es válido igualmente al tratar de hidrología subterránea, aunque en este caso los datos históricos requeridos no sean los de caudales, sino niveles y explotación del acuífero, pero será sin duda importante disponer también de una buena serie de datos históricos (ver sección 3).

Según los objetivos perseguidos, varían los criterios para establecer una red de aforos. A continuación se exponen los más usuales:

a) Conocimiento de caudales circulantes en los ríos de la región.

Para ello es preciso que la red sea suficientemente densa. Esto dependerá de las características de la cuenca, o sea, de la variación de características de los cauces y de sus cuencas, o sea, si la región está formada por multitud de pequeñas cuencas independientes y heterogéneas en cuanto a pluviometría, geología, vegetación y sistema de drenaje, es evidente que la densidad de estaciones deberá ser mayor que si la cuenca es homogénea y uniforme. En principio debemos considerar que una densidad de una estación por 500 km² puede ser suficiente para una cuenca de características medias (ver tabla 7.1).

TABLA 7.1 *Densidad de estaciones de aforo (según Kovzel) en una red básica*

Tipo de región	Área (km²) por estación
Zonas llanas	1500-2000
Áreas con lagos o colinas	1000-1500
Áreas montañosas	500-1000
Áreas muy montañosas	300- 500

b) Conocimiento de drenaje de manantiales y fuentes.

Dado que este conocimiento puede aportar datos interesantes en cuanto a acuíferos situados aguas arriba de la estación de aforo es preciso establecer estaciones en puntos donde se pueda medir la oscilación de caudales abarcando la totalidad de los drenajes de la zona. Por ejemplo, aguas abajo de una región cárstica.

c) Conocimiento de las zonas de infiltración.

Es posible que un río tenga pérdidas por infiltración importantes en alguno de sus tramos. Para su conocimiento deberíamos situar estación de aforo aguas arriba y aguas abajo del tramo considerado como filtrante.

Al pensar en una instalación de este tipo hay que tener en cuenta que difícilmente se puede lograr una

estación de aforos que tenga un error menor del 5 % el cual es frecuente que se sitúe entre el 10 y el 20 %; el error de aforo con molinete es del orden del 10 %. Por lo tanto, por éste método no se puede conocer el valor de infiltraciones cuyo valor absoluto esté dentro del margen de error de medida de la estación.

d) Caudales en puntos donde se prevén obras hidráulicas.

Es necesario al programar o completar una red de aforos, tener una cierta visión del futuro, previendo posibles obras hidráulicas como presas de regulación, o canales de derivación, etc., pues es muy frecuente que aun teniendo datos de una cuenca, estos datos no correspondan a los puntos donde hay que emplazar las obras, y esto conduce a tener que realizar extrapolaciones a veces peligrosas.

e) Conocimiento de caudales vertidos al mar.

Los caudales vertidos al mar son recursos hidráulicos que convenientemente regulados podrían utilizarse o quizá reutilizarse, por tanto, nos dan un índice de los recursos hidráulicos potenciales de una región y su conocimiento es fundamental a la hora de hacer el balance de los recursos hidráulicos disponibles.

Para ello es preciso el emplazamiento de estaciones de aforo próximas a las desembocaduras de los ríos, teniendo presente que no se vean influenciadas por el remanso que producen las mareas o temporales marinos. La distancia a la costa quedará determinada por la máxima elevación marina y la pendiente del río en su último tramo. Dicho emplazamiento es en ocasiones muy difícil.

f) Conocimiento de la aportación de avenidas.

Es muy importante y a veces difícil, especialmente en cuencas pequeñas e irregulares, conocer el caudal punta y la aportación de las avenidas. El primero, para dimensionar obras hidráulicas tales como encauzamientos, coberturas, etc., y la aportación, porque además de las obras de acondicionamiento propio de avenidas, como presas de laminación, puede ser una parte importante en la valoración de los recursos de una cuenca.

Para el conocimiento de las aportaciones de avenidas es indispensable disponer del limnígrafo, situado a salvo de la posible destrucción por una avenida extraordinaria, más que por el valor propio del aparato, por la pérdida de unos datos de gran significado.

2.2 PRESENTACIÓN DE DATOS

Una vez establecida la red de aforos, se empezarán a recibir estadillos y limnigramas, que de forma periódica, generalmente semanal, envían los encargados de cada estación. Es preciso la transcripción y ordenación de estos datos de forma útil y manejable.

Para ello elaboramos las fichas de caudales diarios (fig. 7.20).

Para cada estación se elabora otra página del anuario donde figuran los datos estadísticos más significativos del período en que la estación ha funcionado (fig. 7.21).

Los datos estadísticos más interesantes son: curva de caudales clasificados, distribución de frecuencia de las aportaciones, caudales mensuales y su probabilidad de ser alcanzados.

2.3 CURVA DE CAUDALES CLASIFICADOS

Si los caudales diarios a lo largo del año hidráulico los ordenamos de mayor a menor y dibujamos en ordenadas y en abscisas, el número de días del año en que se ha producido un caudal mayor o igual que el expresado en ordenadas, o sea, el número de orden en la lista que ocupa un determinado caudal tendremos la curva de caudales clasificados (fig. 7.22).

Esta curva expresa la regularidad o irregularidad de los caudales de un río, o dicho de otra forma, el tiempo de permanencia en el cauce de un determinado caudal. En realidad es una curva de distribución de frecuencia de los caudales diarios para un año determinado, y si dividimos, en la escala de abcisas, el número de días por 365 obtendremos la probabilidad* de que se presente (para el año en estudio) un caudal igual o mayor que el que se representa en ordenadas (fig. 7.22).

En los anuarios de aforos esta curva se da mediante la publicación de los puntos más característicos de la misma, que son:

Q = caudal medio anual o «módulo».
Q_C = caudal máximo absoluto de las medias diarias.
Q_{MC} = caudal máximo característico, igualado o superado en 10 días al año.
Q_{90} = caudal igualado o superado en 90 días.
Q_s = caudal semipermanente, igualado o superado la mitad del año.
Q_{270} = caudal igualado o superado en 270 días.
Q_{Mm} = caudal característico de aguas medias

$$= \frac{\int_{90}^{270} Q\,dt}{180}$$

* En realidad es frecuencia relativa. Puede tomarse en primera aproximación como valor de la probabilidad.

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS

CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL PIRINEO ORIENTAL

NIVELES Y CAUDALES AÑO 1964-65

ESTACION DE AFOROS

DENOMINACION	DESIGNACION
Número 5	Del río 0-10
Río LLOBREGAT	
Lugar MARTORELL	De la estación 0-10-(4)

Días	Octubre Niveles Mts.	Octubre Caudal m³/seg	Noviembre Niveles Mts.	Noviembre Caudal m³/seg	Diciembre Niveles Mts.	Diciembre Caudal m³/seg	Enero Niveles Mts.	Enero Caudal m³/seg	Febrero Niveles Mts.	Febrero Caudal m³/seg	Marzo Niveles Mts.	Marzo Caudal m³/seg.	Días
1		9,54		6,41		11,53		11,81		7,02		7,26	1
2		20,54		7,36		10,50		12,12		7,43		89,76	2
3		13,13		10,20		10,01		11,89		7,43		53,32	3
4		10,75		7,16		10,33		11,14		7,43		31,72	4
5		8,43		6,84		6,93		12,73		7,43		25,67	5
6		7,88		153,40		7,02		8,91		7,43		21,26	6
7		7,88		87,24		7,02		10,19		7,43		18,77	7
8		7,88		54,56		7,02		11,68		6,61		17,20	8
9		6,41		32,91		7,02		10,22		7,26		15,99	9
10		5,70		27,14		7,02		7,81		7,25		15,33	10
11		6,31		24,20		7,02		9,56		6,96		16,27	11
12		5,30		20,39		7,02		11,53		6,63		17,25	12
13		6,31		19,42		7,02		10,10		6,81		19,12	13
14		7,88		17,53		6,98		10,07		5,56		22,64	14
15		7,88		16,04		7,19		9,49		6,34		25,49	15
16		7,93		15,67		7,19		7,99		7,26		23,03	16
17		7,42		15,18		7,00		5,96		7,26		24,07	17
18		6,51		14,82		7,19		9,91		7,25		27,81	18
19		6,51		13,55		7,19		6,27		6,71		26,24	19
20		7,21		13,30		6,28		6,22		6,35		24,96	20
21		7,74		12,79		6,67		7,23		5,23		22,82	21
22		6,66		11,26		9,11		7,23		6,22		20,72	22
23		6,44		12,44		11,70		7,23		7,26		20,13	23
24		5,98		13,02		32,72		4,27		7,26		19,12	24
25		5,66		12,25		44,06		7,23		7,24		19,10	25
26		6,09		10,95		26,94		7,23		7,25		18,45	26
27		7,38		11,05		20,09		6,73		7,26		18,45	27
28		7,32		8,12		18,28		7,23		6,42		18,45	28
29		7,38		7,06		16,39		7,04				17,50	29
30		7,38		10,92		14,29		6,91				17,50	30
31		7,31				13,67		6,73				17,50	31
Suma		242,74		673,18		368,40		270,61		193,99		732,90	
Medias mensuales m³/seg.		7,83		22,44		11,88		8,73		6,93		23,64	
Aportaciones mensuales Hm³		20,97		58,16		31,83		23,38		16,76		63,32	
[illegible] m³/seg		29,86		247,00		58,25		14,00		8,00		129,30	

Días	Abril Niveles Mts.	Abril Caudal m³/seg	Mayo Niveles Mts.	Mayo Caudal m³/seg	Junio Niveles Mts.	Junio Caudal m³/seg.	Julio Niveles Mts.	Julio Caudal m³/seg	Agosto Niveles Mts.	Agosto Caudal m³/seg	Septiembre Niveles Mts.	Septiembre Caudal m³/seg.	Días
1		17,41		7,15		13,17		6,86		5,68		28,31	1
2		16,39		7,14		11,92		6,51		6,85		15,30	2
3		16,39		7,31		11,39		6,65		7,42		12,02	3
4		13,08		7,31		11,56		4,83		7,36		9,49	4
5		15,15		7,31		15,57		4,58		5,46		12,77	5
6		15,89		7,31		13,79		5,47		5,23		4,56	6
7		16,64		7,31		14,90		6,44		3,43		6,86	7
8		15,89		7,31		13,86		6,60		3,80		7,34	8
9		15,08		6,53		13,42		5,24		3,16		7,48	9
10		14,27		6,64		11,80		3,25		4,77		7,56	10
11		13,27		7,31		11,26		4,73		6,37		7,56	11
12		14,29		7,22		9,74		3,58		5,56		6,95	12
13		14,29		6,67		7,71		4,81		4,73		7,27	13
14		13,39		6,58		6,88		6,56		5,57		7,56	14
15		12,60		6,57		9,35		5,50		5,21		7,56*	15
16		11,23		5,52		7,53		5,35		5,27		6,87	16
17		11,53		5,30		5,37		5,71		11,41		6,69	17
18		12,15		7,40		5,13		5,94		27,73		6,14	18
19		11,17		7,40		7,56		4,97		24,46		5,98	19
20		12,75		7,40		7,24		11,02		17,72		5,55	20
21		12,91		8,75		6,58		9,48		10,87		7,40	21
22		11,33		8,30		7,56		9,44		8,85		6,09	22
23		10,78		7,14		7,56		7,27		18,13		6,72	23
24		10,24		9,71		5,85		10,65		14,29		6,60	24
25		8,22		14,50		4,00		7,70		11,26		196,75	25
26		9,20		26,53		6,83		6,17		8,89		296,70	26
27		10,90		17,33		4,32		7,44		7,35		73,80	27
28		8,13		16,64		4,18		6,57		7,62		47,83	28
29		7,15		13,68		3,32		4,96		5,98		33,01	29
30		7,15		11,78		3,77		6,91		5,22		32,76	30
31				10,02				6,19		7,21			31
Suma		379,47		282,97		263,12		197,38		270,86		888,38	
Medias mensuales m³/seg.		12,64		9,13		8,77		6,36		8,73		29,61	
Aportaciones mensuales Hm³		32,78		24,45		22,73		17,05		29,40		76,75	
[illegible] m³/seg		17,50		37,30		18,00		40,53		50,60		763,00	

CAUDALES CARACTERISTICOS

	m³/seg.	Fecha	Nivel
Máximo instantáneo (del año)	763,0	26-9	
id. (años estudiados)	1550,0	IX-62	
Mínimo medios diarios (del año)	1,80	8-8	
id. (años estudiados)	0,00	varios	

CAUDALES MEDIOS

TOTALES		ESPECIFICOS
Q	13,05 m³/seg	2,5 l/seg Km²
Q_e	21,3 "	4,2

PRECIPITACIONES

Km² hs	637	mm.
Km² Ls	96	mm.
$\frac{Ls}{hs}$	0,14	

APORTACIONES

A =	912
A_e =	676
$\frac{A}{A_e}$ =	0,61

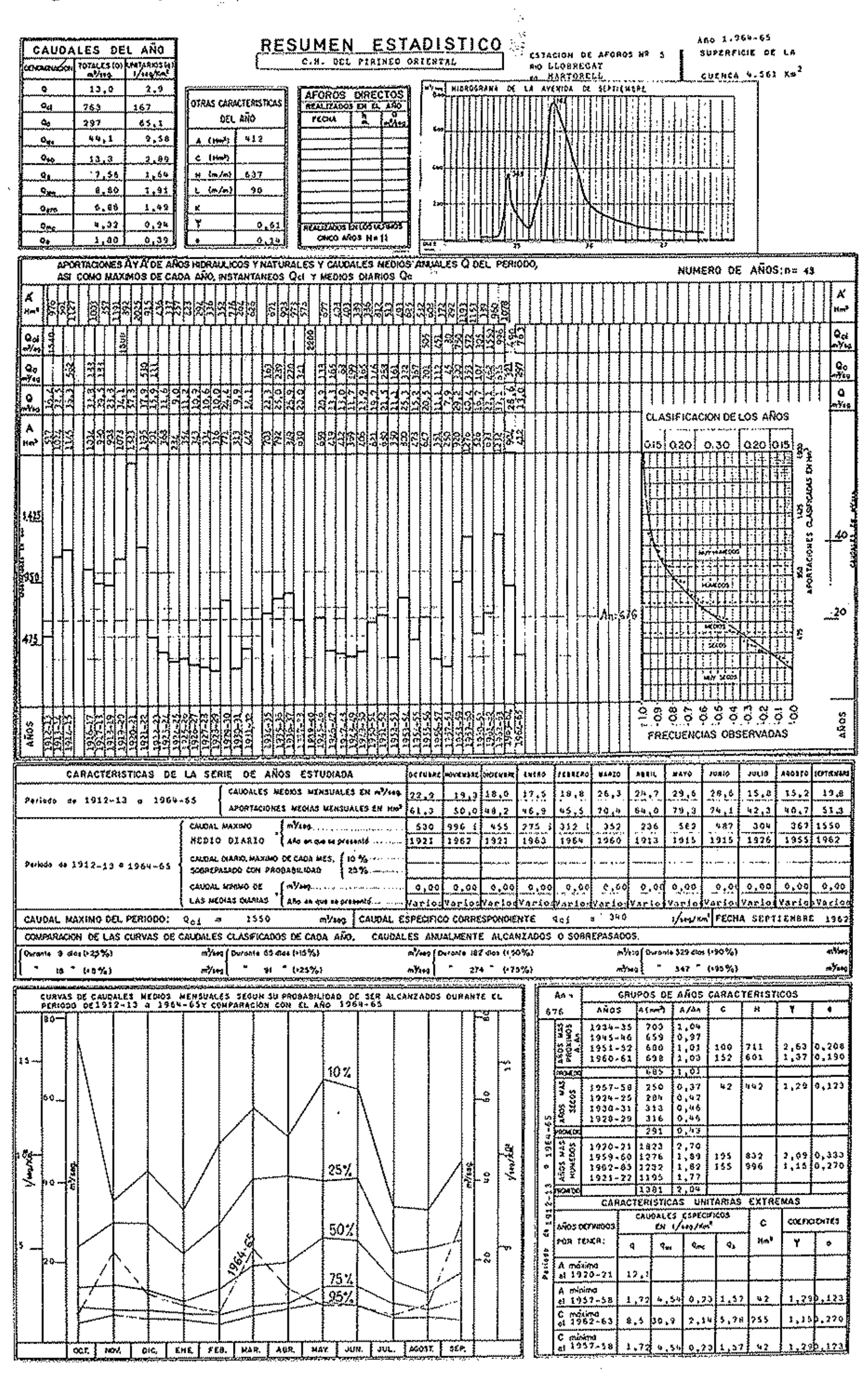
DATOS GENERALES DE LA ESTACION

AÑOS ESTUDIADOS	SUPERFICIE DE LA CUENCA	COORDENADAS GEOGRAFICAS	ALTITUD DE LA CUENCA (en la estación)
1.er año 1912-13	Total del río 4.948 Km²	Longitud (M.º Madrid) 5º 38' 10" E	Media 670 m.
Nº de años 43	De la estación de aforos 4.561 Km²	Latitud 41º 28' 10"	Cota máxima 2.531 m.
			Cota de la estación (cero de la escala) 44 m.

LA ESTACION DE AFOROS ESTA UBICADA AGUAS ABAJO DE LA TOMA DE UN CANAL DERIVADO Y LOS DATOS ANTERIORES SON LA SUMA DE AMBOS CAUDALES. EL DETALLE MENSUAL DE CADA UNO ES:

MEDIAS MENSUALES	OCT.	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.	MAY.	JUN.	JUL.	AGO.	SEP.
CAUDAL DEL RIO	4,74	10,95	2,71	2,56	0,24	11,15	1,28	1,35	0,76	0,74	2,01	22,08
ALTURA CORRESPONDIENTE	0,07	0,13	0,03	0,05	0,01	0,14	0,03	0,03	0,02	0,02	0,04	0,21
CAUDAL EN CANAL	3,09	11,49	9,17	6,17	6,69	12,49	11,36	7,78	8,01	5,62	6,72	7,53

FIGURA 7.20
Ficha de caudales diarios utilizada en España



RESUMEN ESTADISTICO

C.H. DEL PIRINEO ORIENTAL

ESTACION DE AFOROS Nº 5
RIO LLOBREGAT
EN MARTORELL

AÑO 1.964-65
SUPERFICIE DE LA CUENCA 4.561 Km²

CAUDALES DEL AÑO		
DENOMINACION	TOTALES (Q) m³/seg.	UNITARIOS (q) l/seg/Km²
Q	13,0	2,9
Q_{ci}	763	167
Q_c	297	65,1
Q_{dc}	44,1	9,58
Q_{90}	13,3	2,89
Q_1	7,56	1,64
Q_{dm}	8,80	1,91
Q_{270}	6,88	1,49
Q_{mc}	4,32	0,94
Q_e	1,80	0,39

OTRAS CARACTERISTICAS DEL AÑO	
A (Hm³)	412
C (Hm³)	
H (m/m)	637
L (m/m)	90
K	
Y	0,61
φ	0,14

AFOROS DIRECTOS REALIZADOS EN EL AÑO		
FECHA	h m	Q m³/seg
REALIZADOS EN LOS ULTIMOS CINCO AÑOS N = 11		

CARACTERISTICAS DE LA SERIE DE AÑOS ESTUDIADA		OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE
Periodo de 1912-13 a 1964-65	CAUDALES MEDIOS MENSUALES EN m³/seg.	22,9	19,3	18,0	17,5	18,8	26,3	24,7	29,6	28,6	15,8	15,2	19,8
	APORTACIONES MEDIAS MENSUALES EN Hm³	61,3	50,0	48,2	46,9	45,5	70,4	64,0	79,3	74,1	42,3	40,7	51,3
Periodo de 1912-13 a 1964-65	CAUDAL MAXIMO MEDIO DIARIO — m³/seg.	530	996	455	275	312	352	236	562	487	304	367	1550
	Año en que se presentó	1921	1962	1921	1963	1964	1960	1913	1915	1915	1926	1955	1962
	CAUDAL DIARIO, MAXIMO DE CADA MES, SOBREPASADO CON PROBABILIDAD — 10 %												
	25 %												
	CAUDAL MINIMO DE LAS MEDIAS DIARIAS — m³/seg.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Año en que se presentó	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios	Varios

CAUDAL MAXIMO DEL PERIODO: Q_{ci} = 1550 m³/seg | CAUDAL ESPECIFICO CORRESPONDIENTE q_{ci} = 340 l/seg/Km² | FECHA SEPTIEMBRE 1962

COMPARACION DE LAS CURVAS DE CAUDALES CLASIFICADOS DE CADA AÑO. CAUDALES ANUALMENTE ALCANZADOS O SOBREPASADOS.

Durante 3 días (≈2,5%) m³/seg	Durante 55 días (≈15%) m³/seg	Durante 182 días (≈50%) m³/seg	Durante 329 días (≈90%) m³/seg
" 18 " (≈5%) m³/seg	" 91 " (≈25%) m³/seg	" 274 " (≈75%) m³/seg	" 347 " (≈95%) m³/seg

Am = 676	GRUPOS DE AÑOS CARACTERISTICOS						
	AÑOS	A (Hm³)	A/Am	C	H	Y	φ
AÑOS MAS PROXIMOS A Am	1934-35	700	1,04				
	1945-46	659	0,97				
	1951-52	680	1,01	100	711	2,63	0,208
	1960-61	698	1,03	152	601	1,37	0,190
PROMEDIO		685	1,01				
AÑOS MAS SECOS	1957-58	250	0,37	42	442	1,29	0,123
	1924-25	284	0,42				
	1930-31	313	0,46				
	1928-29	316	0,46				
PROMEDIO		291	0,43				
AÑOS MAS HUMEDOS	1920-21	1823	2,70				
	1959-60	1276	1,89	195	832	2,09	0,333
	1962-63	1232	1,82	155	996	1,15	0,270
	1921-22	1195	1,77				
PROMEDIO		1381	2,04				

Periodo de 1912-13 a 1964-65

CARACTERISTICAS UNITARIAS EXTREMAS							
AÑOS DEFINIDOS POR TENER:	q	q_M	q_{mc}	q_1	C Hm³	Y	φ
A máxima el 1920-21	12,1						
A mínima el 1957-58	1,72	4,54	0,23	1,57	42	1,29	0,123
C máxima el 1962-63	8,5	30,9	2,14	5,78	255	1,15	0,270
C mínima el 1957-58	1,72	4,54	0,23	1,57	42	1,29	0,123

FIGURA 7.21

Página de datos estadísticos del anuario de aforos publicado por el Centro de Estudios Hidrográficos (Madrid).

Q_{mc} = caudal mínimo característico, igualado o superado todo el año salvo los 10 días más secos.

Q_c = caudal del día más seco.

A veces es interesante dar la curva de distribución de frecuencia de caudales en forma analítica. Para ello pueden tantearse las curvas clásicas de distribución de Gumbel, Goodrich, Pearson, Halphen o Galton. Coutagne ha dado una curva de distribución estudiada para estos casos que tiene la forma de una parábola de grado n:

$$q = f(t) = Q_{mc} + K (T - t)^n$$

en que T es el número de días del período, t el número de días de permanencia de un caudal igual o mayor que q

$$K = \frac{(Q - Q_{mc})(1 + n)}{T^n}$$

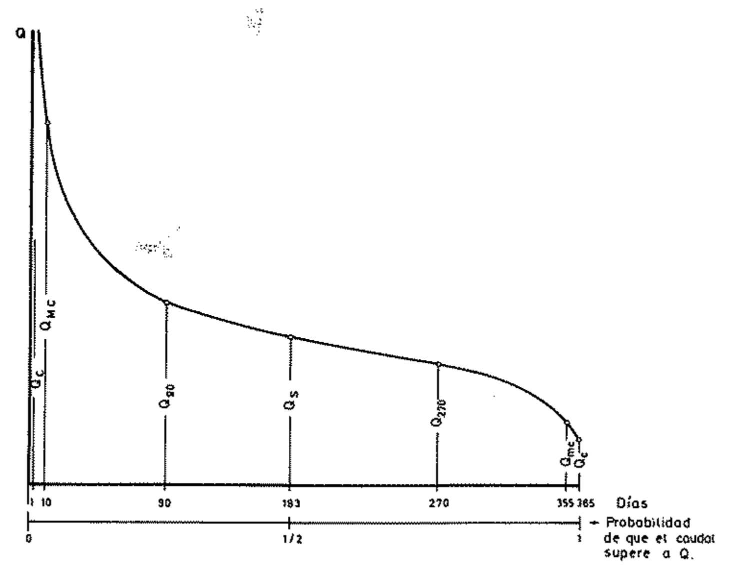


FIGURA 7.22
Curva de caudales clasificados.

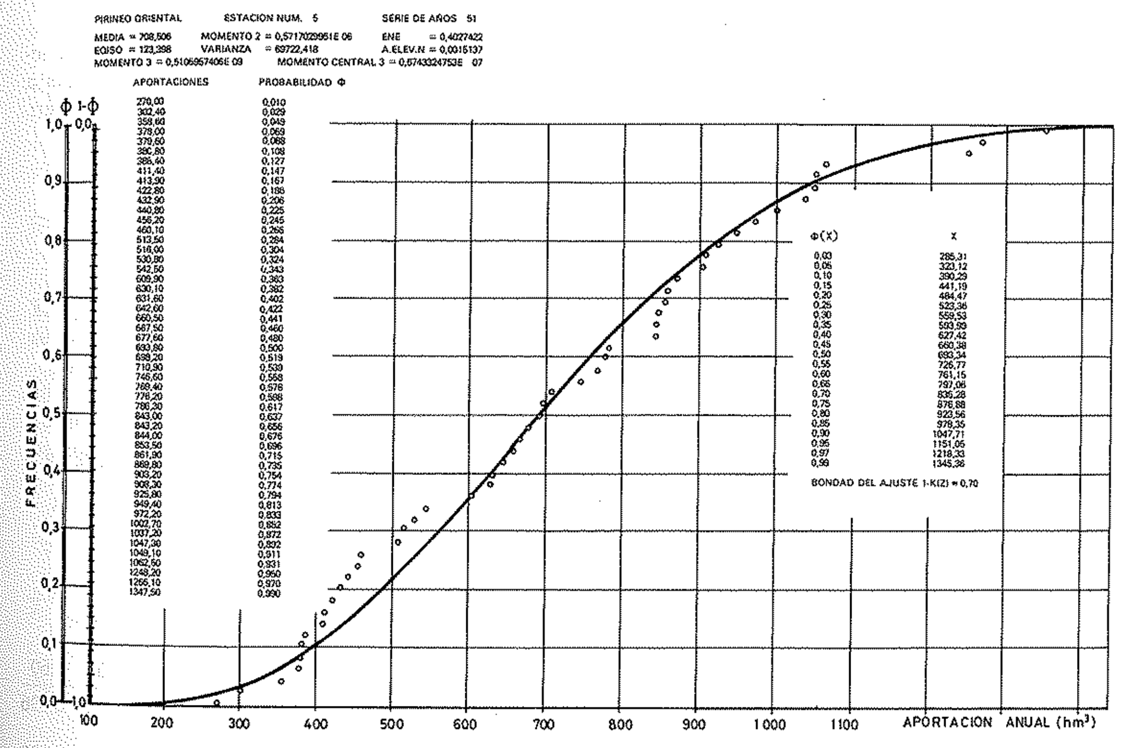


FIGURA 7.23
Distribución de frecuencia de aportaciones.

y n es un coeficiente de irregularidad que obedece a la expresión:

$$\frac{Q_s - Q_{mc}}{Q - Q_{mc}} = \frac{(n+1)}{2^n}$$

2.4 DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIA DE LAS APORTACIONES

Una curva interesante desde el punto de vista del aprovechamiento de los recursos de una cuenca y su regulación interanual es la de distribución de frecuencia de las aportaciones anuales registradas en la estación de aforos (fig. 7.23).

En dicha curva las abcisas representan aportaciones anuales y en ordenadas se representa la probabilidad Φ que se presente una aportación menor que un valor dado, o bien la probabilidad contraria, o sea, que se presente una aportación mayor o igual que un valor dado y que valdrá $1 - \Phi$.

Esta probabilidad se obtiene dividiendo el número de aportaciones existentes iguales o mayores al valor en cuestión por el número total de aportaciones de la serie.

Es conocido por Estadística (ver sección 3) que la curva de distribución de frecuencia de una población es la integral de la curva de frecuencia de dicha población. Pues bien, en este caso es corriente utilizar como curva de frecuencia de las aportaciones la función de Goodrich:

$$\varphi(x) = Ke^{-x^m} \cdot x^n$$

del grupo $y = K \cdot e^{-x^m} \cdot x^{x-1}$

Veamos como se realiza el ajuste: Sea una población que se supone según la ley de distribución

$$\Phi(x) = 1 - e^{-a(x-x_o)^{1/n}}$$

cuya curva de frecuencia es:

$$\varphi(x) = \frac{a}{n}(x - x_o)^{(1/n)-1} \cdot e^{-a(x-x_o)^{1/n}}$$

Si se tiene una muestra cuyos momentos de primer, segundo y tercer orden son: (haciendo $X_i = x_i - x_o$)

$$\alpha_1 = \frac{\sum_1^N X_i}{N} = \bar{x} - x_o$$

$$\alpha_2 = \frac{\sum_1^N X_i^2}{N} = S^2 + (\bar{x} - x_o)^2$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum_1^N X_i^3}{N} = m_3 - 3\,S^2(\bar{x} - x_o) - (\bar{x} - x_o)^3$$

donde $\bar{x}$ es la media, S la desviación típica y m_3 el momentro central de tercer orden.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$m_3 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^3}{N}$$

Teniendo en cuenta que los momentos de primero, segundo y tercer orden de una población que se ajusta a la distribución de Goodrich son funciones de Euler:

$$\alpha_1 = \frac{1}{a^n}\Gamma(n+1)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{a^{2n}}\Gamma(2n+1)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{a^{3n}}\Gamma(3n+1)$$

Se obtiene que la asimetría es función únicamente de n

$$\psi(n) = \frac{m_3}{S^3}$$

La tabla siguiente da los valores de esta función:

n	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
ψ (n)	0,069	0,217	0,359	0,496	0,631	0,764	0,896

n	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,000
ψ (n)	1,028	1,160	1,294	1,430	1,567	1,708	1,852	2,000

TABLA 7.2 *Tabla de los valores de Γ(t) de Euler y valores de 1/n*

1/n	n	Γ(1+n)	1/Γ(1+n)
1	1	1	1,000
1,1	0,909	0,9652	1,037
1,2	0,833	0,9397	1,064
1,3	0,769	0,9238	1,082
1,4	0,714	0,9106	1,098
1,5	0,667	0,9033	1,107
1,6	0,625	0,8959	1,116
1,7	0,588	0,8924	1,120
1,75	0,571	0,8905	1,123
1,8	0,555	0,8889	1,125
1,9	0,526	0,8870	1,127
2,0	0,500	0,8862	1,128
2,2	0,454	0,8856	1,129
2,4	0,417	0,8864	1,128
2,6	0,385	0,8885	1,125
2,8	0,357	0,8902	1,123
3,0	0,333	0,8934	1,119
3,5	0,285	0,8990	1,112
4,0	0,250	0,9064	1,103
5,0	0,200	0,9182	1,089
6,0	0,167	0,9265	1,079
7,0	0,143	0,9364	1,068
8,0	0,125	0,9460	1,057
9,0	0,111	0,9474	1,055
10,0	0,100	0,9513	1,051
15,0	0,067	0,9665	1,035
20,0	0,050	0,9735	1,027

De esta forma, dada una población, se puede calcular $\bar{x}$, S y m_3 de ahí la asimetría ψ (n) y con la tabla anterior se tiene el valor de n.

Una vez conocido n se halla Γ (n + 1) y Γ (2 n + 1) en unas tablas (7.2) de funciones de Euler y se puede entrar en la fórmula que nos da los valores de a y x_o, parámetros del ajuste

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt{\frac{S^2}{\Gamma(2n+1) - \Gamma^2(n+1)}}$$

y

$$x_o = \bar{x} - \frac{1}{a^n}\,\Gamma(n+1)$$

La figura 7.23 muestra el ejemplo del ajuste de la curva de distribución de frecuencia de las aportaciones del río Llobregat en la estación de aforos de Martorell según C.E.H. (1970).

De las tres constantes de ajuste, x_o es el valor de la aportación mínima permanente, o sea, aquella cuya probabilidad de ser igualada o superada es la unidad, es decir, la que hace Φ = 0; n es un coeficiente de irregularidad y a es la constante de ajuste de la media.

Como veremos más adelante este ajuste estadístico de las aportaciones de un río permite tener una visión global de su comportamiento y hacer tanteos de regulación de forma rápida.

2.5 CURVAS DE APORTACIONES MENSUALES

De la misma forma que se obtiene una curva de distribución de frecuencias de las aportaciones correspondientes a una serie de años, se pueden obtener las de las aportaciones mensuales de octubre, noviembre, diciembre, etc. De las doce curvas de distribución así obtenidas, resulta una familia de curvas de aportaciones mensuales con su probabilidad de que sean igualadas o superadas (fig. 7.24).

Para ello buscaremos en la curva de distribución de frecuencia de las aportaciones de octubre, aquellas aportaciones con probabilidad, 10 %, 25 %, 50 %, etc., señalando los puntos en ordenadas en la columna octu-

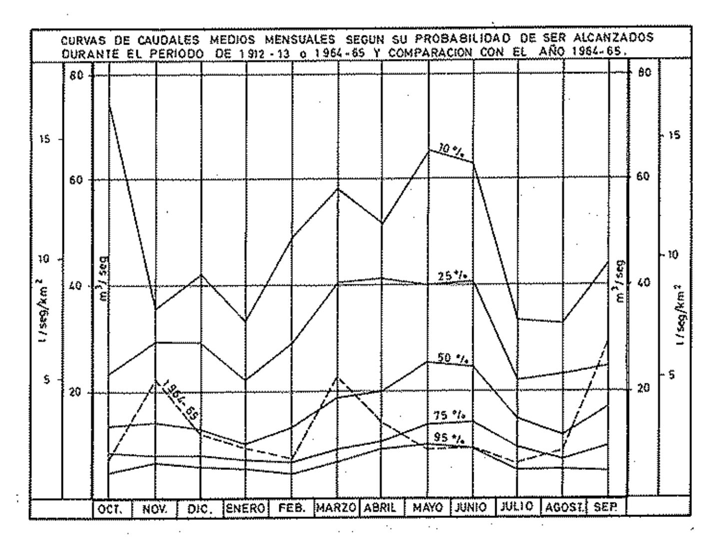


FIGURA 7.24
Curvas de aportaciones mensuales según su probabilidad de ser alcanzada.

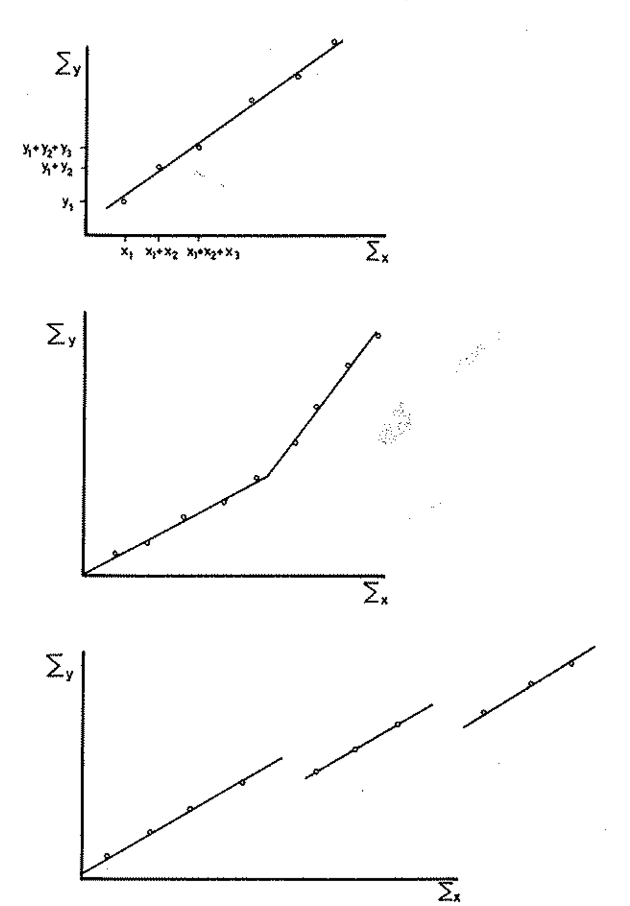


FIGURA 7.25
Curvas de contraste por dobles acumulaciones.

bre, procediendo igualmente con los otros meses y luego uniendo los puntos con igual probabilidad obtendremos la familia de curvas indicada.

2.6 CONTRASTE DE DATOS DE AFORO

Una vez tenemos recopilados los datos de aforo necesarios para la realización de un estudio, es importante la comprobación de su fiabilidad. Para ello se deben de contrastar relacionándolos estadísticamente con otras estaciones vecinas, y con los datos de lluvia.

Uno de los métodos más utilizados es el de dobles acumulaciones.

La teoría del método se basa en que si dos series de valores X_i e Y_i correspondientes a dos estaciones vecinas, están relacionadas entre sí por una relación lineal del tipo $X_i = a Y_i + b$, para un mismo período de observaciones, representando en ejes coordenadas las acumulaciones sucesivas de ambas series ΣX_i y ΣY_i, la resultante es una recta, puesto que las acumulaciones guardarán también una relación lineal.

Ahora bien, en el caso de dos series de aportaciones, los valores homólogos no guardan la relación lineal tipo, pero el sistema es válido siempre que el coeficiente de ajuste a una relación lineal esté comprendido entre 0,8 y 1. Procederemos de la siguiente forma: llevemos al eje de abcisas los valores X_1; $X_1 + X_2$; $X_1 + X_2 + X_3$; ......; $X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$, acumulaciones sucesivas de la primera serie, e, Y_1; $Y_1 + Y_2$; ......; $Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$, acumulaciones sucesivas de la segunda serie.

Pueden ocurrir los tres casos señalados en la figura 7.25:

Una recta indica la perfecta homogeneidad de ambas series y ninguna anomalía se evidencia.

La existencia de una desviación angular indica una anomalía que se ha repetido proporcionalmente a partir de un cierto año. Ello puede ser debido a un error sistemático en una de las estaciones durante uno de los dos períodos que tienen coeficiente angular distinto.

La existencia de quiebros bruscos manteniéndose paralelas las rectas después del quiebro, puede indicar irregularidades o medidas erróneas en un año determinado, errores que son circunstanciales y que no se repiten sistemáticamente.

Para averiguar cual de las dos estaciones registra el error es preciso la comparación de cada una de las estaciones con otras o incluso con una serie tipo realizada como media de varias estaciones de mayor fiabilidad.

El método es válido y suele dar buenos resultados cuando se aplica a series de datos proporcionados por estaciones de características análogas en cuanto a superficie de cuenca, geología, red de drenaje, pluviometría, vegetación, etc.

El método es igualmente aplicable para el contraste de datos pluviométricos.

Otro método utilizado es el de las curvas de desviaciones acumuladas.

El dibujo de las curvas de desviaciones acumuladas, que veremos con detalle en los capítulos que tratan de regulación, tiene una forma que debe ser homóloga para las estaciones que son comparables y por tanto comparando estas curvas obtenidas para varias estaciones distintas podemos comprobar los puntos donde se ven desviaciones anómalas.

Existen métodos más sofisticados, como los basados

en comparación de medias y varianzas, que generalmente se han preparado para el tratamiento con ordenadores, y cuyo desarrollo excede el ámbito del presente trabajo. Hay que hacer resaltar en todos estos trabajos la necesidad de no perder de vista las características físicas de los datos que manejamos, ya que muchas veces, las anomalías corresponden a diferencias reales entre las características de las cuencas que comparamos en cuyo caso la corrección de los datos para lograr una mejor relación estadística de los mismos llevaría a errores graves.

2.7 MÉTODOS PARA COMPLETAR DATOS INEXISTENTES

Es muy frecuente al estudiar determinadas obras hidráulicas, que nos encontremos con series de datos que tienen algún año, o algún período sin datos.

También suele suceder que los datos que necesitamos no sean precisamente de los puntos donde están instaladas las estaciones de aforo, sino de puntos intermedios entre ellas, o más o menos próximos a alguna.

Finalmente es frecuente también el caso de tener períodos cortos de observación, de forma que aun siendo suficientes para la obtención de las aportaciones medias, no nos pueden dar valores extremos de la aportación o del estiaje, o períodos de estiaje muy desfavorables que necesitamos estudiar, por ejemplo, cuando se trata de problemas de regulación. Es decir, tenemos una serie real que no refleja los casos extremos que pueden presentarse en la sucesión del fenómeno hidrológico, como sequías prolongadas, períodos de aportaciones altas, etc.

Los métodos empleados más usualmente son los siguientes:

Proporcionalidad de cuencas

Cuando se tienen datos de una estación próxima al punto donde queremos obtener los datos inexistentes, y las características pluviométricas y físicas de ambas cuencas son similares, se pueden obtener los datos por una proporcionalidad de las superficies de las cuencas. Ello equivale a suponer para ambas cuencas un mismo coeficiente de escorrentía.

Ley de aportaciones específicas

Equivale a suponer que en el punto donde tratamos de obtener los datos existen aportaciones específicas que están relacionadas a la superficie de la cuenca de la misma forma que las estaciones consideradas análogas.

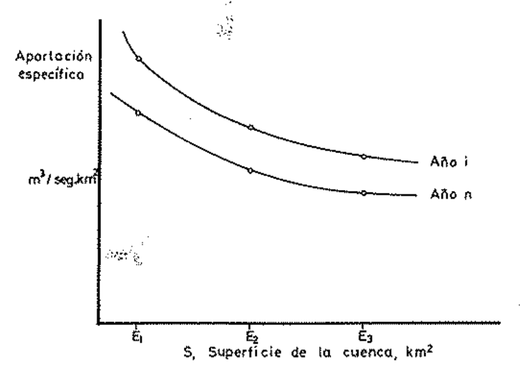


FIGURA 7.26
Relación caudal específico-superficie de cuenca.

Para ello dibujaremos la ley de aportaciones específicas-superficie de cuenca para cada año del período (fig. 7.26) en cuya familia de curvas podemos interpolar el punto dado según su superficie de cuenca.

Ley de precipitación-coeficiente de escorrentía

Para interpolar datos que faltan en una serie, el método que más se aproxima a la realidad física consiste en obtener los datos que faltan partiendo de los datos pluviométricos de estos años y del coeficiente de escorrentía que corresponde a una determinada aportación de lluvia.

Si dibujamos como en la figura 7.27, la relación precipitación-aportación anual para los datos existentes obtendremos una nube de puntos que nos dará los coeficientes de escorrentía aplicables a los años que faltan.

Este ajuste es a veces difícil de realizar puesto que el coeficiente de escorrentía no se relaciona solamente con el valor de la precipitación anual, sino que depende

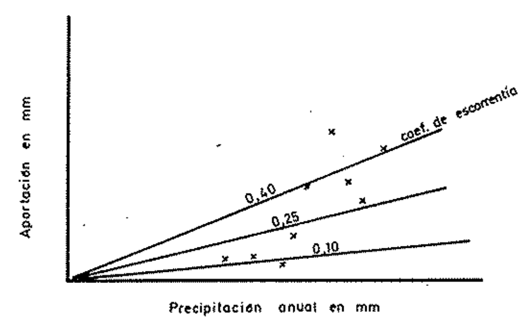


FIGURA 7.27
Relación precipitación-aportación.

de la forma como ésta se haya producido y también de las características de los años anteriores. Esto hace que estos coeficientes se deben determinar matizando estimativamente las características hidrológicas del período que se pretende analizar.

Estudio del balance hídrico

Este método es el que mejor tiene en cuenta la realidad física de la cuenca, aún considerando las simplificaciones y coeficientes difíciles de determinar que hay que aplicar en su desarrollo.

Sucede en muchas ocasiones que los registros existentes de datos de lluvia y temperaturas son más completos y abarcan períodos más largos que los datos de aforo. En dichos casos es posible completar los datos de aforo mediante el balance*

$$E = P - ETP$$

(E, escorrentía; P, pluviometría; ETP, evapotranspiración potencial).

Este balance permite hallar la aportación mensual como exceso entre la pluviometría y la evapotranspiración potencial y teniendo en cuenta la reserva del suelo. El método se analiza con detalle en los capítulos que tratan de evapotranspiración (sección 6).

Es preciso decir que cualquiera de estos métodos tiene indeterminaciones que sólo el buen conocimiento de la cuenca y la experiencia del hidrólogo puedan suplir, y en muchos casos la comprobación por varios métodos de los resultados obtenidos es la única forma de obtener los criterios que más se aproximen a la realidad.

Finalmente hemos dejado para los capítulos de regulación los métodos para preparar largas series de datos hidrológicos partiendo de las series reales que se posean, pues son los estudios de regulación los que precisan de este tipo de análisis.

* Se entiende que se trata de lugares en los que la variación de reserva de agua en el suelo y la variación de almacenamiento de agua en los acuíferos de un año a otro es pequeña, y que el agua de recarga subterránea se vierte al cauce aguas arriba de la estación de aforos considerada.

Capítulo 7.3

Análisis de hidrogramas

Se llama hidrograma, en el sentido más amplio, a cualquier gráfico que relaciona alguna propiedad del flujo de agua de un cauce, tal como caudal, velocidad, etcétera, con el tiempo. En un sentido más estricto y mientras no se especifique otra cosa, se entenderá por hidrograma el gráfico que muestra la variación del caudal de un río con el tiempo.

El hidrograma puede ser considerado como una expresión integral de las características físicas y climáticas que gobiernan las relaciones entre precipitación y escorrentía en una cuenca determinada. Se llamará hidrograma simple al producido por una tormenta única concentrada y complejo si está producido por varias tormentas. En lo que sigue se supondrá que el hidrograma es simple.

3.1 COMPONENTES DEL YETOGRAMA

La figura 7.28, representa el yetograma de una lluvia uniforme durante un tiempo t. El volumen total de agua es proporcional al área del rectángulo. Asimismo queda representada la distribución del agua caída que es como sigue:

a) Una parte de la lluvia, S, en general pequeña, cae directamente sobre superficies de agua tales como ríos, lagos, etc. Es ligeramente creciente debido al aumento de superficie de agua con la avenida que se produce.

b) La zona ED es la escorrentía superficial directa, que no se infiltra en ningún momento y llega al río circulando por la superficie del terreno. Esta escorrentía comienza a partir de un cierto intervalo de tiempo. La llamaremos escorrentía directa.

c) La zona EH es la escorrentía hipodérmica, está formada por la parte de lluvia que inicialmente se infiltra pero vuelve a salir a la superficie en alguna depresión, talud, etc., antes de llegar al río.

d) La zona ES es la escorrentía de origen subterráneo que se produce como consecuencia del ascenso del nivel freático.

e) HS es la fracción de lluvia que humedece el suelo y queda retenida por él. Posteriormente se evapora o es utilizada por la vegetación y nunca llega al río.

f) D es lo que se llama detención, parte de agua que queda almacenada en charcos, balsas, etc., y se evapora sin llegar al río.

g) INT es la intercepción o parte de lluvia que queda retenida por los órganos aéreos de las plantas desde donde se evapora y vuelve a la atmósfera o es absorbida por las mismas plantas.

Así pues, del agua total caída sólo una parte (la rayada) llega al río, el resto vuelve a la atmósfera. La infiltración es EH + ES + HS de la que sólo ES es útil para incrementar la cantidad de agua subterránea. Lo que se mide en la estación de aforo es a+b+c+d, o sea S + ED + EH + ES.

La parte de lluvia que compone la escorrentía directa, la llamaremos *lluvia neta* y al resto *absorción.*

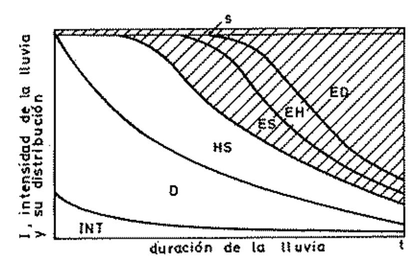


FIGURA 7.28
Componentes del yetograma.

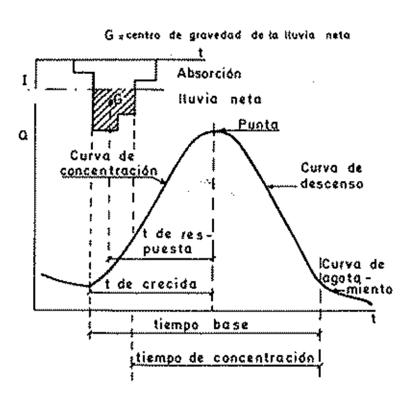


FIGURA 7.29
Partes del hidrograma.

3.2 LA FORMA DEL HIDROGRAMA

En la figura 7.29 se representa el hidrograma producido por el yetograma de la figura 7.28. Los caudales del río que eran decrecientes llegan a un punto en que, como consecuencia de la lluvia, empiezan a crecer hasta un máximo llamado *punta* según una *curva* llamada de *concentración*. La curva de concentración es debida a la creciente acumulación de escorrentía, fundamentalmente escorrentía superficial. Pasada la punta comienza una *curva de descenso* debido a la disminución de la escorrentía superficial, hasta que llega un momento en que ésta cesa por completo. Cuando todo el caudal es debido a la escorrentía subterránea, se le llama *curva de agotamiento*. Se llama *tiempo de crecida* al tiempo transcurrido desde el comienzo del ascenso hasta la punta. *Tiempo de respuesta* o *«lag»* es el transcurrido desde el centro de gravedad del yetograma hasta la punta y representa el retraso de la escorrentía. El volumen mayor de agua de una punta procede de la escorrentía superficial.

Se llama *tiempo base* del hidrograma al que transcurre entre el comienzo de la crecida y el final de la escorrentía directa y *tiempo de concentración* al que va desde el final de la lluvia neta y el final de la escorrentía directa; en realidad, representa el tiempo que tarda en llegar al aforo la última gota de lluvia neta caída en el extremo más alejado de la cuenca y que circula por escorrentía directa, puesto que se ha definido como escorrentía directa la que está producida por la lluvia neta.

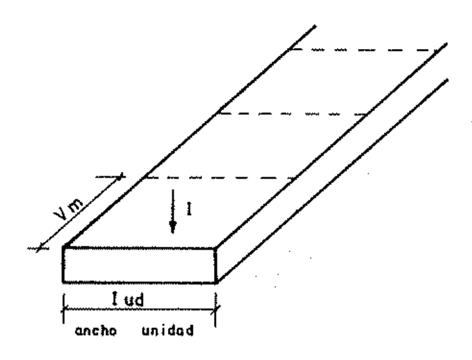


FIGURA 7.30
Esquema de una cuenca lineal.

3.2.1 Influencia de la lluvia en la forma del hidrograma

Para estudiar la influencia del tiempo de duración de la tormenta t_r, sobre el hidrograma, se va a considerar el caso ideal de una cuenca formada por un canal de anchura unidad y longitud infinita (fig. 7.30). Si la velocidad del agua en el canal es V m/seg (constante e independiente del caudal), se considera dividido el canal en porciones de longitud V en metros, de modo que el agua recorrerá una porción en el tiempo unidad. La lluvia es de intensidad uniforme I.

En el tiempo primer segundo de lluvia, llega al aforo un caudal $V \times I$, que es la lluvia caída en la primera porción de canal. En el tiempo 2 segundos llegará la lluvia caída en las dos primeras porciones, o sea $2\,V\,I$ y en general en el tiempo t será $q = V\,I\,t$, por tanto el hidrograma será la recta representada en la figura 7.31.

Suponiendo que la longitud no es infinita y tiene un valor l, donde $l = t_c\,V$, al principio el caudal crece según una recta, pero a partir de un cierto tiempo t_c el caudal que llega es el de la lluvia caída en todo el canal, y a partir de ese momento q* permanece cons-

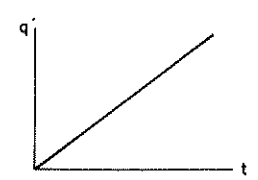


FIGURA 7.31
Hidrograma de concentración de una cuenca lineal para $t < t_c$.

* q es caudal por unidad de anchura del canal.

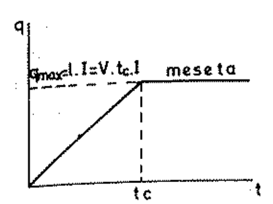


FIGURA 7.32
Punta máxima de una cuenca lineal.

tante; t_c es el tiempo de concentración. El hidrograma originado es el de la figura 7.32.

Entonces:

$q_{max} = V\,I\,t_c$

Si se limita la duración de la tormenta, t_r, puede ocurrir:

a) Si $t_r > t_c$. El hidrograma es el de la figura 7.33. El tiempo de descenso es t_c y por tanto el tiempo base del hidrograma es $t_b = t_c + t_r$.

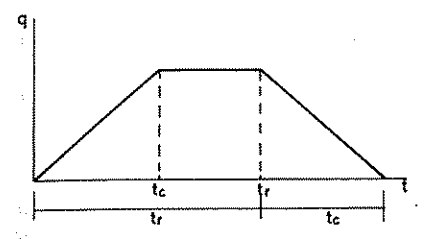


FIGURA 7.33
Hidrograma de un canal lineal, $t_r > t_c$.

b) Si $t_r < t_c$, también en este caso es $t_b = t_c + t_r$ (fig. 7.34). En el momento t_r que se detiene la lluvia se formará una meseta que durará $t_c - t_r$ y a partir de este momento empezará el descenso que durará t_r igual que el tiempo de crecida.

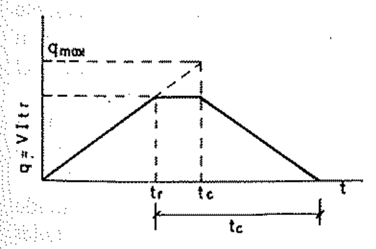


FIGURA 7.34
Hidrograma de un canal lineal, $t_r \leq t_c$.

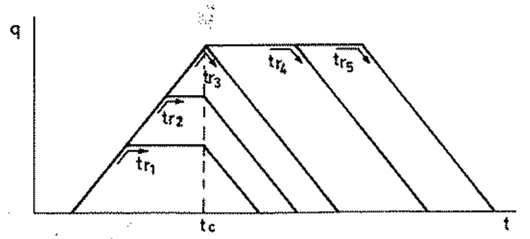


FIGURA 7.35
Hidrogramas de un canal lineal para duración de la lluvia variable.

En la figura 7.35 se muestran los hidrogramas para diferentes duraciones de lluvia; t_{r1} y t_{r2} son menores que el tiempo de concentración, t_{r3} es igual y t_{r4} y t_{r5} son mayores.

Supóngase el caso de que la cuenca ideal tenga la forma de un sector circular (fig. 7.36). Ahora los segmentos tienen áreas distintas y los volúmenes de agua recogidos en cada uno de ellos crecen con la distancia $e = V\,t$ de la salida.

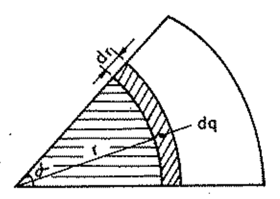


FIGURA 7.36
Esquema de una cuenca en forma de sector.

En el tiempo dt el incremento de caudal es

$$dQ = I\,r\,\alpha \cdot dr = \alpha\,V^2\,I\,t \cdot dt$$

integrando:

$$Q = \frac{\alpha\,V^2}{2}\,I\,t^2$$

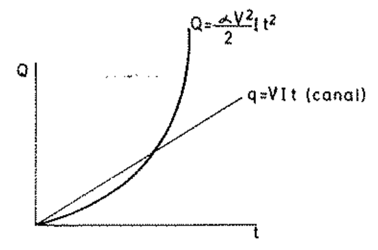


FIGURA 7.37
Curva de concentración de una cuenca en forma de sector.

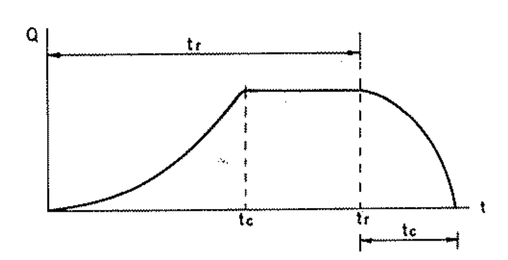


FIGURA 7.38
Hidrograma de una cuenca en forma de sector para $t_r > t_c$.

que da la forma de hidrograma (fig. 7.37). En este caso según sea $t_c > t_r$ o $t_c < t_r$ se producen los hidrogramas de las figuras 7.38 y 7.39 respectivamente. En el caso de $t_c > t_r$ se observa que la meseta desaparece y toma una forma redonda debido a que se suprime el agua de las superficies pequeñas próximas a la salida y se suma el agua de las superficies mayores más alejadas. En el caso de tormentas crecientes en duración, manteniendo la misma intensidad, se obtienen los hidrogramas de la figura 7.40.

De estos esquemas sencillos se deducen unas conclusiones que la práctica demuestra que son aplicables a cuencas reales donde la intensidad de lluvia pueda considerarse uniforme en toda ella. Serán por tanto cuencas pequeñas hasta 100 km².

1) El tiempo base de escorrentía directa es igual al tiempo de concentración, más el tiempo de duración de la lluvia neta.

2) Dado un hidrograma correspondiente a una lluvia neta de intensidad I y duración determinada t_r es posible deducir el hidrograma generado por otra lluvia neta de igual duración e intensidad I_2, simplemente por una afinidad de razón I_2/I_1, o sea multiplicando las ordenadas de la primera por la razón de afinidad.

3) El máximo caudal punta que se puede registrar en una cuenca, lo dará la intensidad de lluvia máxima

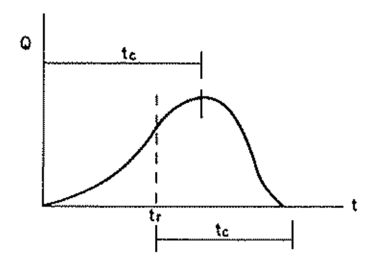


FIGURA 7.39
Hidrograma de una cuenca en forma de sector para $t_r < t_c$.

que se puede producir con una duración de la lluvia neta igual al tiempo de concentración, puesto que una lluvia de mayor duración sólo puede producir una mayor duración de la punta, pero no un aumento del caudal de la misma.

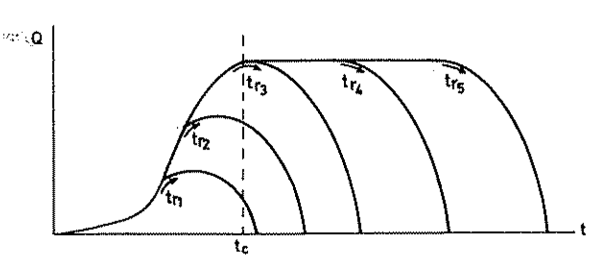


FIGURA 7.40
Hidrogramas de una cuenca en forma de sector para duración de lluvia variable.

3.2.2 Hidrograma unitario

El método del hidrograma unitario fue propuesto por Sherman en 1932. Tiene por objeto determinar el hidrograma de escorrentía directa de una cuenca, a partir de los yetogramas de la tormenta correspondiente.

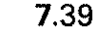
Conviene especificar que el método se aplica exclusivamente para obtener los caudales debidos a la *escorrentía directa.* Los caudales debidos a las escorrentías hipodérmica y subterránea tendrán que ser hallados por otros métodos si se quiere obtener el hidrograma global. Dicho de otro modo, los yetogramas considerados en la teoría del hidrograma unitario son los que representan las alturas de lluvia neta.

El método consiste en obtener un hidrograma tipo de la cuenca, llamado hidrograma unitario, para determinar a partir de él, el hidrograma producido por cualquier lluvia.

Se basa en la hipótesis de que si se conoce el hidrograma producido por una tormenta suficientemente corta, $t_c < t_c/(3$ a $5)$, o sea que el tiempo de duración de la misma oscila entre un tercio y un quinto del tiempo de concentración de la cuenca se verifica:

1) *Afinidad.* Cualquier tormenta de la misma duración da lugar a un hidrograma afín cuya razón de afinidad es la relación de intensidades I_2/I_1 (fig. 7.41).

2) *Aditividad.* El hidrograma compuesto producido por varias tormentas unitarias sucesivas, de intensidades I_1, I_2, ..., etc., es suma de los hidrogramas producidos por cada una de las tormentas aisladas.



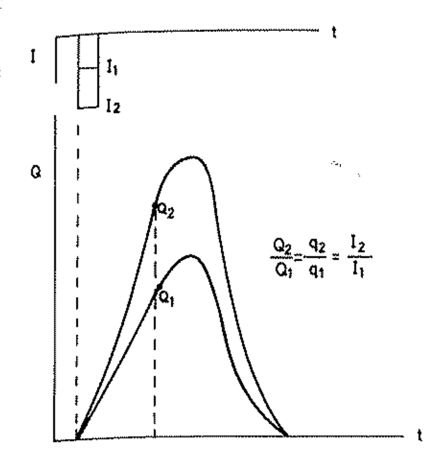


FIGURA 7.41
Afinidad del hidrograma unitario.

Se llama hidrograma en S a la curva de concentración, o de crecida, obtenida por suma de varios hidrogramas unitarios que sumen una duración de la tormenta igual al tiempo de concentración de la cuenca (fig. 7.42), siendo constante la intensidad I.

Este hidrograma característico de la cuenca se puede considerar como un operador que permite deducir los hidrogramas de escorrentía directa para cualquier tipo de lluvia.

En la práctica para la obtención del hidrograma unitario de una cuenca se procede de la siguiente forma:

1) Recogida y análisis de datos pluviométricos. Para cada tormenta se dibujan las isoyetas y se obtiene un yetograma medio de la cuenca. Se analizan los yetogramas medidos y se escogen los de tormentas más uniformes, más intensas y de duración tal que son aplicables al hidrograma unitario, es decir

$$t_r < \frac{t_c}{3 \text{ a } 5}$$

2) Para cada tormenta elegida deducir el hidrograma hipodérmico y el caudal base.

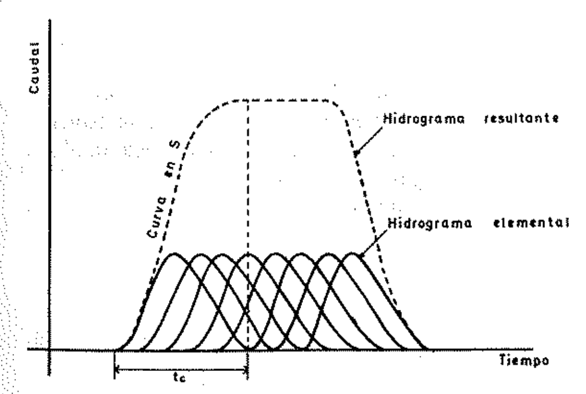


FIGURA 7.42
Aditividad del hidrograma unitario.
Curva de concentración en S.

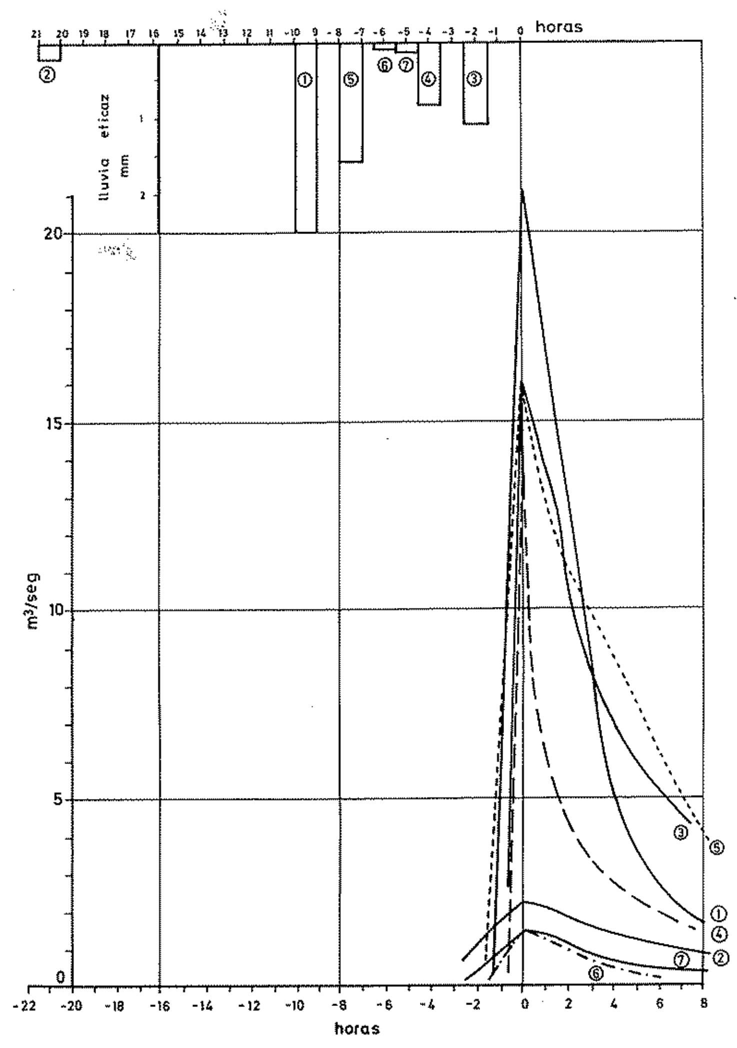


FIGURA 7.43
Avenidas unitarias del río Congost.
Lluvia eficaz-punta del hidrograma.

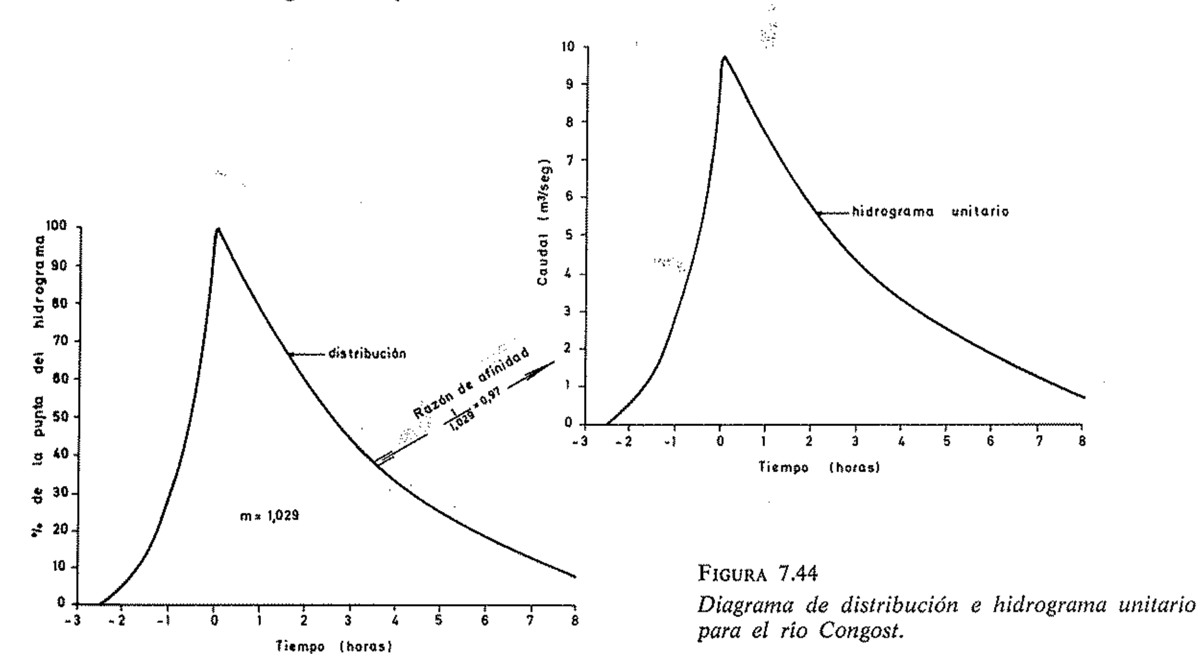


FIGURA 7.44
Diagrama de distribución e hidrograma unitario para el río Congost.

3) Dibujar el hidrograma correspondiente a la escorrentía directa y determinar el volumen de escorrentía directa para cada uno de los yetogramas escogidos, lo cual se determina por planimetría del hidrograma.

4) Deducir la lluvia neta,

$$P_n = \frac{\text{Volumen de escorrentía directa}}{\text{Superficie de cuenca}}$$

deduciendo de ello la absorción media en mm.

5) Dibujar el diagrama de distribución, que no es más que el hidrograma cuyas ordenadas son la media de los distintos hidrogramas unitarios experimentales obtenidos para una intensidad unidad, puestos en % del caudal punta (fig. 7.44).

Este proceso puede verse en las figuras 7.43 y 7.44 y tablas 7.3 y 7.4.

Cuando la cuenca a estudiar tiene una superficie bastante mayor de los 100 km², que se consideran ideales para una cierta uniformidad de la lluvia, el hidrograma deberá componerse como suma de los diversos hidrogramas de sus cuencas parciales desplazados de forma que se tenga en cuenta la velocidad de transmisión de la onda de avenida a través de los cauces de la cuenca. Para el caso de cuencas complejas se han obtenido resultados satisfactorios mediante un modelo matemático, para lo cual hace falta tener una buena base de información real.

3.2.3 Estimación de los principales elementos del hidrograma unitario cuando no se dispone de datos reales

Se han determinado algunas fórmulas para calcular el tiempo de respuesta o lag. Así para la región de los Apalaches se ha llegado a la fórmula:

$$\text{lag (horas)} = 1{,}1 \text{ a } 1{,}4\,(L \times lg)^{0{,}3} \qquad \text{(Snyder)}$$

siendo L la distancia en km medida desde el aforo hasta el punto más alejado, lg es la distancia desde la estación de aforo al centro de gravedad de la cuenca también medido en km y siguiendo el curso del río.

El tiempo de duración de la tormenta unitaria es

$$t_r = \frac{\text{lag}}{5{,}5}$$

El tiempo de concentración viene dado por las siguientes fórmulas:

$$t_c\,(\text{minutos}) = 0{,}0195\,K^{0{,}77}$$

(Soil Conservation Service de California)

TABLA 7.3

Río: Congost Estación Aforos { n.º 37 Lugar: La Garriga Cuenca tributaria: 144 km²

Hidrograma n.º	Fecha	Intensidad máxima de lluvia* mm/hora	Intensidad máxima sin respuesta* mm/hora	Caudal punta instantáneo m³/seg	Tiempo de respuesta horas	Tiempo base del hidrograma de escorrentía superior horas	Volumen de escorrentía superior Hm³	Lluvia eficaz mm	Duración de la lluvia eficaz horas	Tiempo de concentración horas
1	30- 8-66	29,50	27,87	21,00	9,5	9,0	0,234	1,63	1	17,0
2	11-10-66	7,00	6,80	2,20	21,0	11,0	0,030	0,20	1	29,0
3	15-10-66	22,40	21,30	16,00	2,0	8,25	0,158	1,10	1	9,0
4	8- 6-67	13,80	12,96	13,50	4,0	8,5	0,121	0,84	1	11,0
5	20-11-67	8,40	6,81	16,00	7,5	9,5	0,229	1,59	1	15,0
6	16- 6-68	14,30	14,16	1,45	6,0	7,0	0,019	0,14	1	11,0
7	18- 6-68	27,00	26,83	1,48	5,0	10,0	0,024	0,17	1	12,5

* Se calcula intensidad media en intervalos de 1 hora.

donde

$$K = \sqrt{\frac{L^3}{H}}$$

siendo L la longitud del recorrido en metros y H la diferencia de cotas entre el punto más alejado y el desagüe, en metros (fig. 7.45).

Ventura (Italia) da la siguiente fórmula:

$$t_c \text{ (horas)} = 0{,}1272 \sqrt{\frac{A}{i}}$$

A es el área de la cuenca en km²

i la pendiente media, o sea la diferencia entre las cotas extremas divididas por la longitud.

TABLA 7.4 *Distribución en % del caudal punta instantáneo*

Río: Congost Estación Aforos { n.º 37 Lugar: La Garriga Cuenca tributaria: 144 km²

(Número) Hidrograma \ Tiempo (horas)	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	—	—	0,0	22,0	60,0	100	81,0	61,0	39,0	22,0	15,5	10,7	7,8	5,8
2	0,0	25,0	46,8	62,5	81,3	100	87,5	75,0	59,4	50,0	37,5	25,0	18,7	12,5
3	—	—	—	0,0	20,3	100	84,0	60,8	43,5	34,8	26,1	21,0	16,6	0,0
4	—	—	—	—	0,0	100	43,2	31,0	22,7	18,2	14,4	12,1	9,8	0,0
5	—	0,0	9,1	41,5	71,4	100	80,5	67,5	60,4	53,2	45,4	35,0	28,5	22,0
6	—	—	0,0	36,0	64,7	100	79,1	57,5	36,0	21,6	13,9	7,0	0,0	—
7	0,0	20,4	40,8	57,8	74,8	100	81,6	68,0	47,6	34,0	25,8	20,4	17,0	13,6
Valores medios para el diagrama de distribución	0,0	6,5	13,8	31,4	53,2	100	77,0	60,1	44,0	33,4	25,5	18,7	14,0	7,7

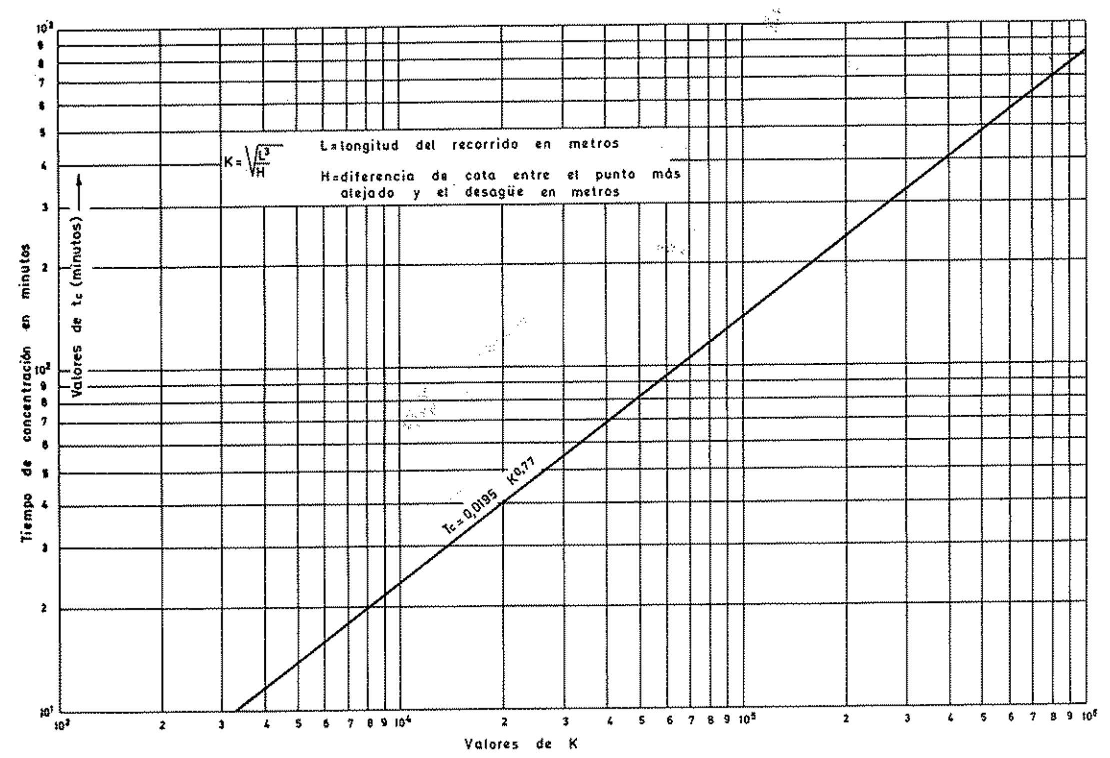


FIGURA 7.45
Gráfico de tiempo de concentración.

3.3 SEPARACIÓN DE COMPONENTES DE ESCORRENTÍA DE ORIGEN SUBTERRÁNEO

El hidrograma representa la distribución de la escorrentía total que pasa por una determinada estación de aforos del río. Se sabe que en un momento dado la escorrentía total se compone de una escorrentía directa, E D, una escorrentía hipodérmica E H y una escorrentía subterránea E S. En la práctica resulta imposible dibujar exactamente las curvas que separan estos tres componentes del hidrograma. Sin embargo, se han propuesto diversos procedimientos empíricos para su desglose.

3.3.1 Curva de agotamiento del hidrograma

Pasada la punta del hidrograma se inicia la curva de descenso que al principio se debe al aporte conjunto de las tres escorrentías antedichas. Pasado un cierto tiempo se anula primero la escorrentía directa y después la hipodérmica, quedando el caudal reducido a los aportes debidos a la escorrentía subterránea. Entonces recibe el nombre de curva de agotamiento. Dicha curva representa la disminución del agua almacenada en los acuíferos.

El proceso físico de la liberación del agua subterránea sigue una ley exponencial de la forma:

$$Q_t = Q_o\, e^{-\alpha t}$$

El proceso puede ser simulado mediante un recipiente ficticio (fig. 7.46), provisto en su parte inferior de un tapón poroso de sección s y longitud L. Sea S la sección del depósito y h la altura de agua. Al flujo a través del tapón poroso se le puede aplicar la ley de Darcy (ver capítulo 8.1), suponiendo que su permeabilidad es k:

$$q = k\frac{h}{L}S' = \text{caudal saliente}$$

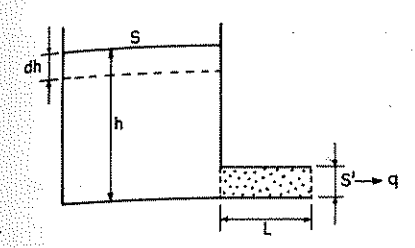


FIGURA 7.46
Esquema de drenaje de un acuífero (ley exponencial).

Si en el tiempo d t el agua desciende d h en el depósito se tiene:

$$dq = k\frac{S'}{L}dh$$

$$S\,dh = -q\,dt$$

eliminando d h resulta

$$\frac{dq}{q} = -\alpha\,dt$$

siendo

$$\alpha = \frac{k\,S'}{S\,L} = \text{constante}$$

Si se hubiera supuesto el depósito lleno del material permeable del tapón, se hubiese llegado a la misma ecuación sólo que, teniendo en cuenta la porosidad eficaz, m, el valor de α sería

$$\alpha = \frac{k\,S'}{m\,S\,L}$$

Integrando resulta

$$q = q_o \cdot e^{-\alpha(t-t_o)}$$

siendo t_o el instante en que $q = q_o$.
Si $t_o = 0$ queda:

$$q = q_o \cdot e^{-\alpha t}$$

Podríase deducir análogamente a partir del recipiente de la figura 7.47, relleno de material permeable

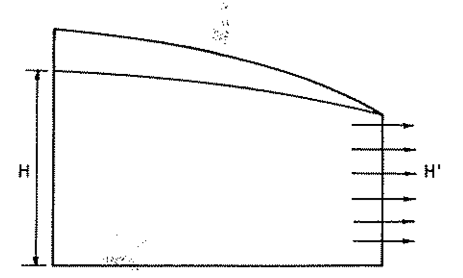


FIGURA 7.47
Esquema de drenaje de un acuífero (ley de inversa de cuadrados).

y en el que el agua sale por la parte H'. En este caso la ecuación obtenida es (Roche, 1963):

$$q = q_o\,[1 + \mu\,\sqrt{q_o}\,(t - t_o)]^{-2}$$

(ley de inversa de cuadrados)

siendo μ una constante que depende de las características de la cuenca. Esta expresión se acerca más a la realidad que la anterior; sin embargo la primera es de más cómodo manejo.

En el caso representado en la figura 7.48 y en el caso de acuíferos que drenan a un río después de una recarga, el caudal del río (drenaje) sigue una ley exponencial como la anteriormente indicada en la que α vale (ver capítulo 9.17, apartado 1.7.4):

$$\alpha = \frac{\pi^2\,T}{4\,S\,l^2}$$

siendo: T = transmisibilidad del medio permeable
S = coeficiente de almacenamiento acuífero
l = distancia del eje de simetría del acuífero al manantial.

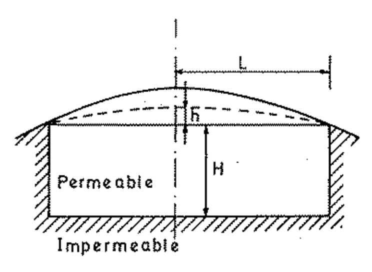


FIGURA 7.48
Esquema de drenaje de un acuífero.

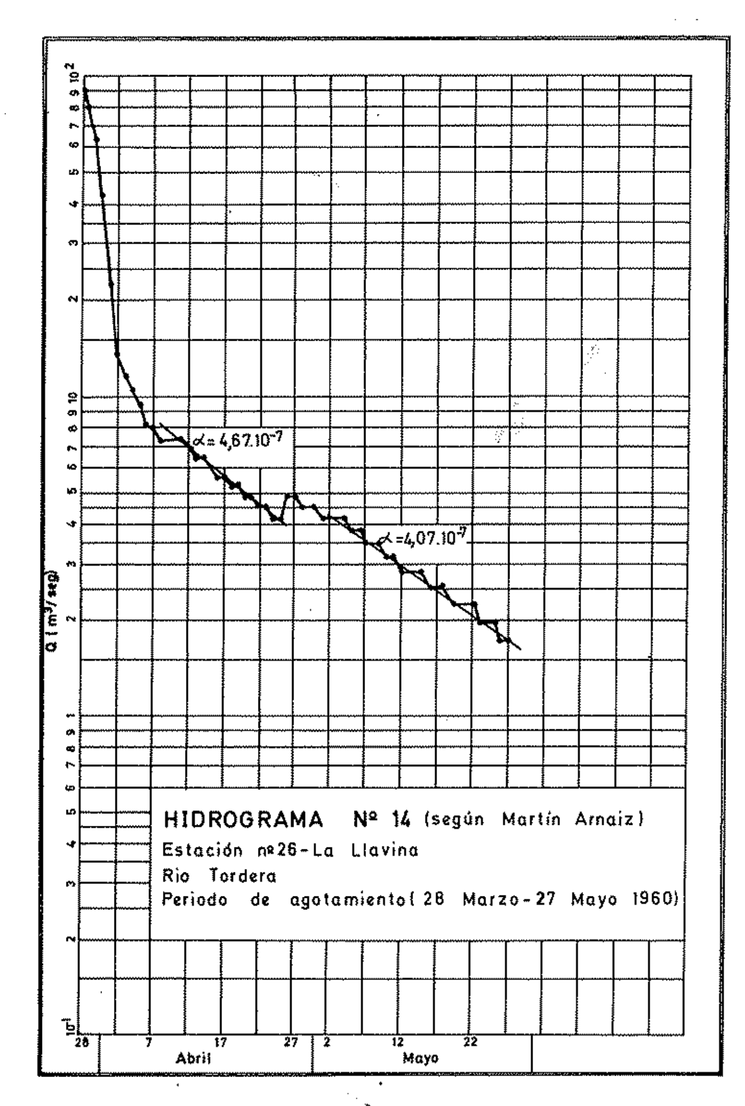


FIGURA 7.49
Río Tordera. Curva de agotamiento.

En las figuras 7.49 y 7.50, se estudian las curvas de agotamiento según los hidrogramas de las estaciones de aforo de los ríos Tordera y Gaià en la Llavina y Querol respectivamente.

La escorrentía subterránea puede proceder de varios acuíferos en cuyo caso:

$$q_t = q_1 e^{-\alpha_1(t-t_o)} + q_2 e^{-\alpha_2(t-t_o)} + \dots + q_n e^{-\alpha_n(t-t_o)}$$

Desarrollando en serie esta expresión:

$$q = \sum_1^n q_i - (t - t_o) \sum_1^n q_i\alpha_i + \frac{1}{2}(t - t_o)^2 \sum_1^n q_i\alpha_i^2 + \dots$$

Comparando miembro a miembro con el desarrollo en serie de:

$$q = (\sum_1^n q_i)e^{-\alpha(t-t_o)} = \sum_1^n q_i - \alpha(t - t_o) \sum_1^n q_i +$$

$$+ \frac{1}{2}\alpha^2(t - t_o)^2 \sum_1^n q_i + \dots$$

se tiene:

$$\Sigma q_i\alpha_i = \alpha \Sigma q_i$$

$$\Sigma q_i\alpha_i^2 = \alpha^2 \Sigma q_i$$

lo cual sólo es rigurosamente verdad si

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n$$

Como α es pequeño si los acuíferos tienen cierta homogeneidad respecto a S y T se puede suponer sin gran error que se verifican las anteriores igualdades y tomar un valor de α único para todos los acuíferos igual a la media de:

$$\alpha = \frac{\Sigma q_i\alpha_i}{\Sigma q_i}$$

En realidad, si se representa una curva de agotamiento real en papel semilogarítmico, la curva se transforma en una recta y los cambios de pendiente indican el agotamiento de alguno de los acuíferos drenados por el cauce.

3.3.2 Análisis de la curva de agotamiento

Si se cumple que $q = q_o e^{-\alpha(t-t_o)}$ y se conoce q_o y el valor de α se puede determinar el volumen de agua subterránea en el momento t_o, almacenado por encima del nivel de drenaje

$$V = \int_o^\infty q\,dt = \int_o^\infty q_o e^{-\alpha t}\,dt = \frac{q_o}{\alpha}$$

Al volumen V se le llama *capacidad de retención de la cuenca.*

Se plantea el problema de dado un hidrograma separar las tres componentes y determinar el punto a partir

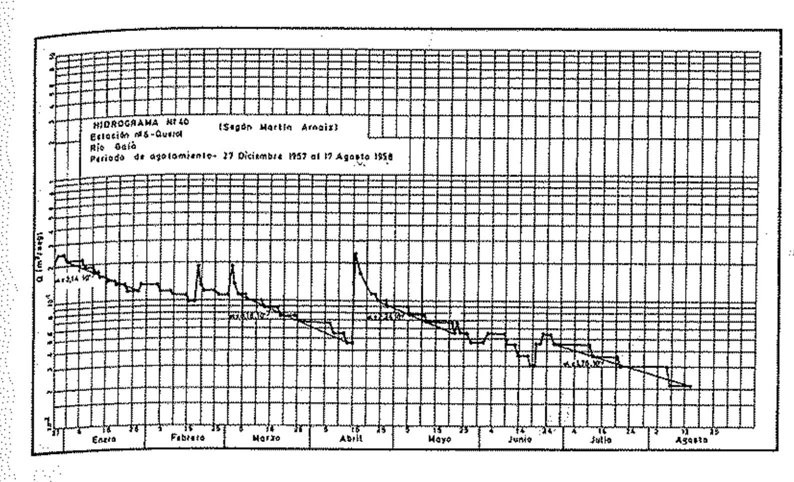


FIGURA 7.50
Río Gaià. Curva de agotamiento.

del cual comienza la curva de agotamiento. En realidad el problema se reduce a separar la escorrentía directa de la subterránea, puesto que la hipodérmica en última instancia da lugar a una u otra. He aquí diversas soluciones.

a) El método más simplista (fig. 7.51) consiste en trazar una paralela al eje de abscisas por el punto de la subida y dar así por dividido el hidrograma. Es una apreciación muy grosera y el punto B resulta demasiado alejado.

b) Considerar el punto B el de máxima curvatura. M se une con B mediante una recta o mediante una curva M C B (fig. 7.52) trazada a estima. Hay quien hace coincidir C con la punta.

c) Otro método consiste en determinar el tiempo T transcurrido desde la punta hasta que el agua superficial ha evacuado. Según Linsley (1949) se puede determinar por la fórmula:

$$T = A^{0,2}$$

siendo T días y A la superficie medida en millas cuadradas.

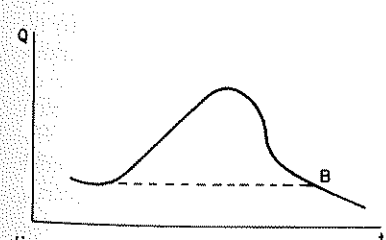


FIGURA 7.51
Separación de escorrentía subterránea.

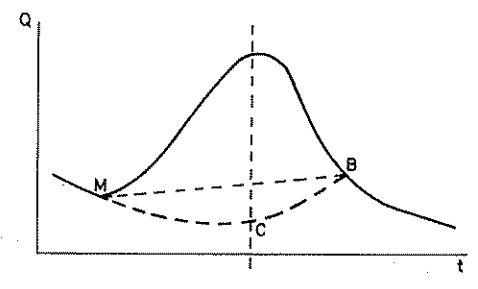


FIGURA 7.52
Separación de escorrentía subterránea.

d) El método más aproximado es el de Barnes. Puesto que la curva de agotamiento tiene por ecuación $q = q_0 e^{-\alpha t}$ su representación en papel semilogarítmico será una recta de pendiente $-\alpha$. Por tanto representando el hidrograma en papel semilogarítmico la parte final es una recta (fig. 7.53). Prolongando la recta hasta la

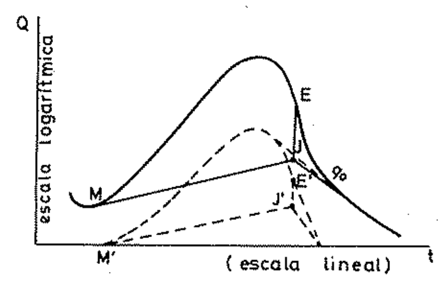


FIGURA 7.53
Separación de escorrentía subterránea. Método de Barnes.

vertical que pasa por el punto de inflexión E se obtiene el punto J. Se une J con M y queda desglosada la escorrentía subterránea. Restando a la curva superior la inferior se obtiene otra curva con la que se opera del mismo modo que antes y así queda desglosada la escorrentía superficial de la hipodérmica.

En la práctica el estudio del hidrograma de escorrentía de origen subterráneo interesa precisamente en las épocas en que el estiaje dura varios meses en los cuales no existe escorrentía superficial. Se inicia el estudio eligiendo un período largo de estiaje y dibujando el hidrograma en papel semilogarítmico (figs. 7.48 y 7.49) se obtiene claramente la pendiente de la recta de escorrentía subterránea.

El caso de tener que separar la escorrentía subterránea de una punta del hidrograma, se presenta en el caso en que se quiere determinar el hidrograma unitario de una cuenca, que como se ha visto se refiere exclusivamente a la escorrentía directa.

3.4 FACTORES QUE AFECTAN LA FORMA DEL HIDROGRAMA

Para hacerse una idea de la forma del hidrograma en relación con la cuenca que lo provoca, es interesante analizar los factores que influyen en ello y la manera como lo hacen.

Se consideran factores de dos tipos: climáticos y fisiográficos (según Wisler-Brater, 1963).

Entre los primeros citan: tipo de precipitación, intensidad, duración de la lluvia, distribución en la cuenca, dirección del movimiento de la tormenta, antecedentes de la precipitación y efectos varios.

Los factores fisiográficos son: uso del suelo, tipo de suelo, superficie, forma, altitud, pendiente, orientación, tipo de red de drenaje, drenaje indirecto, drenaje artificial.

Realmente si estas son las variables que influyen en el hidrograma, cualquier forma de determinarlo, prescindiendo de estos elementos es una simplificación que puede conducir a buenos resultados si se sabe el grado de influencia de los factores despreciados, pero en caso contrario, puede conducir a errores graves.

El tipo de precipitación puede ser de lluvia o nieve. La lluvia da lugar a una respuesta inmediata mientras las regiones nivales provocan estiaje de sus ríos en invierno para alcanzar las aguas altas en primavera y verano. Las crecidas provocadas por lluvia dan lugar a puntas, mientras que las que provocan la fusión de nieve, pueden dar lugar a mesetas en el hidrograma.

El efecto de la intensidad es importante dado que cuando la intensidad sobrepasa la capacidad de absorción la punta aumenta rápidamente. Por ejemplo para una lluvia de 10 mm/h puede existir una absorción de 5 mm/h y escorrentía de 5 mm/h si la lluvia se triplica 30 mm/h manteniéndose como es lógico la absorción, la escorrentía pasa a ser de 25 mm/h, o sea, que se multiplica por cinco.

Se ha visto que para una intensidad determinada la duración de la lluvia sólo aumenta la altura de la punta del hidrograma cuando dicha duración es menor que el tiempo de concentración. A partir de este tiempo crítico, la mayor duración sólo alarga la duración de la punta pero no aumenta el valor de la misma. Otro efecto es que dado que la capacidad de absorción disminuye con el tiempo, resulta que la intensidad de lluvia neta aumenta aunque la intensidad de lluvia total permanezca constante.

Otro factor es la distribución de la lluvia en la cuenca. Si un volumen determinado de lluvia cae uniformemente repartido en toda la cuenca dará lugar a un hidrograma cuyo tiempo base será mayor que si el mismo volumen de agua cae en una subcuenca de forma concentrada en cuyo caso el caudal punta será mayor que en el primero. Para valorar este factor se utiliza el denominado coeficiente de distribución que es el cociente entre la lluvia máxima registrada y la lluvia media. La dirección del movimiento del frente lluvioso puede dar lugar, especialmente en cuencas alargadas, a laminación de la crecida si el movimiento del frente va en sentido contrario a la corriente, o a aumento del caudal punta si el frente se mueve en el mismo sentido de la onda de avenida.

En cuanto a los antecedentes influyen sobre el valor de la absorción y la lluvia neta, sobre todo del estado de humedad del suelo en el momento de producirse la lluvia.

Influyen en menor medida otros factores climáticos como pueden ser temperatura, evaporación, humedad relativa, viento.

En cuanto a los factores fisiográficos señalados cabe destacar en primer lugar el uso del suelo según esté plantado y con vegetación abundante en cuyo caso retiene más el agua de lluvia y produce mayor evapotranspiración dando lugar a una lluvia neta menor que en el caso de terreno desnudo donde el agua circula rápida y cargada de arrastres que dará lugar a un caudal virtual incluso mayor que el real, por efecto del caudal sólido. El aumento de suelo urbanizado, autopistas, redes de saneamiento, etc., da lugar a que decrezcan los tiempos base del hidrograma y aumenten las puntas.

El tipo de suelo, tamaño de grano, forma y distribu-

ción de las partículas y contenido en materia coloidal, hace variar la capacidad de campo y con ello el valor de la absorción (infiltración).

Otro factor influyente es el área de la cuenca. Las cuencas grandes, en general, tienen un caudal más regular porque reciben aportación de varias regiones de diversas características climáticas y los factores que producen variaciones no afectan nunca por igual a toda el área. Por otra parte siempre es probable que en el conjunto de la cuenca existan suficientes terrenos permeables para dar lugar a una curva de agotamiento suave. Finalmente, hay que precisar que la cuenca física superficial no coincida exactamente con la subterránea y haya trasvases circunstanciales o permanentes que puedan provocar efectos sorprendentes como pueden ser caudales específicos que son mayores o menores de lo normal. Respecto al efecto de la superficie de cuenca sobre las puntas de avenidas cabe señalar que a mayor área corresponde menor caudal específico*, en la relación $q\ (m^3/seg/km^2) = C/S^{\alpha}$ donde, C es constante y α es un coeficiente menor que la unidad y próximo a 0,5.

La forma de la cuenca puede ser alargada o achatada en la dirección del eje principal de escorrentía. Se definen dos índices que indican los factores de forma.

a) El índice de Gravelius $= \dfrac{\text{área}}{(\text{longitud axil})^2}$

Cuando la cuenca es alargada este coeficiente es menor que 0,5 y mayor cuando la cuenca es más ancha que larga.

Otro coeficiente que da el índice de forma es el coeficiente de compacidad que relaciona el perímetro (más o menos suavizado) de la cuenca, con el de un círculo que tenga la misma área. Es decir:

$$K = \frac{P}{2\pi\sqrt{\dfrac{A}{\pi}}} = 0{,}28\,\frac{P}{\sqrt{A}}$$

El relieve viene definido por la curva hipsométrica que representa en ordenadas la altitud y en abscisas el porcentaje de área de la cuenca situada por encima de dicha altitud (fig. 7.54).

El conjunto de los coeficientes de forma da lugar a una representación simplificada de la cuenca que sirve para comparar el grado de semejanza que guardan dos cuencas entre sí. Es lo que se llama el rectángulo equivalente (fig. 7.55) o sea, un rectángulo que tiene la misma área, la misma compacidad e igual reparto hipsométrico que la cuenca a la que representa. Los lados del rectángulo vienen definidos pues por el sistema de ecuaciones:

$$K = 0{,}28\,\frac{P}{\sqrt{A}} = 0{,}28\,\frac{2\,(L + l)}{\sqrt{A}}$$

$$L \times l = A$$

La pendiente media de la cuenca es un factor decisivo en la determinación del tiempo de concentración y por tanto de los elementos básicos en el hidrograma. Se puede determinar la pendiente media por la siguiente fórmula:

$$i = \frac{e \times \Sigma\, l}{A}$$

* Caudal específico de la punta es decir caudal de la punta del hidrograma dividido por la superficie de la cuenca.

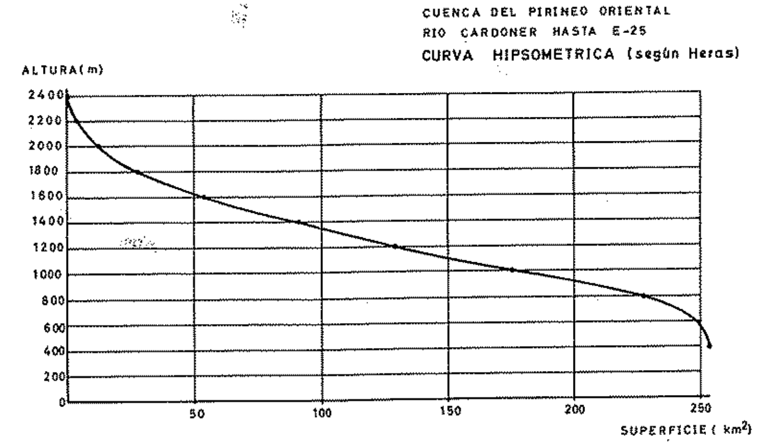


FIGURA 7.54
Río Cardoner. Curva hipsométrica.

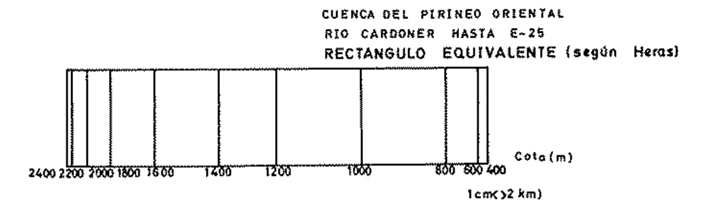


FIGURA 7.55
Río Cardoner. Rectángulo equivalente.

siendo i la pendiente media, e equidistancia entre curvas de nivel, Σ l la suma de la longitud de todas las curvas de nivel (ligeramente suavizadas) y A la superficie de la cuenca. Para cuencas llanas se pueden emplear equidistancias de 5 m mientras en cuencas de fuerte pendiente se obtienen buenos resultados con curvas de nivel cada 20 m.

La red de drenaje natural o artificial de la cuenca resulta un factor determinante del hidrograma y puede cambiar el comportamiento de un río en función de obras realizadas en la cuenca. Se ha observado que en cuencas llanas e inundables, la mejora de los drenajes agrícolas y la limpieza de vegetación en los cauces, así como el encauzamiento de ciertos tramos ha provocado que las puntas de avenidas aguas abajo aumentaran de forma alarmante, pues las aguas que antes permanecían más o menos encharcadas durante cierto tiempo, son evacuadas en la actualidad de forma inmediata.

Todos los factores citados deberán tenerse en cuenta a la hora de enjuiciar los hidrogramas de una cuenca y aunque es prácticamente imposible dar a todos ellos una expresión cuantitativa de la cual se pueda deducir una ecuación $q = f(t)$ del hidrograma, es evidente que su evaluación, aunque sea a nivel cualitativo, ayudará a comprender la forma de los hidrogramas tipo obtenidos experimentalmente.

Capítulo 7.4

Regulación

4.1 CONCEPTOS GENERALES

La regulación de una cuenca es la adaptación del caudal de escorrentía a las necesidades de la demanda de agua.

Para efectuar la regulación no hay que hacer sino almacenar agua cuando la aportación es superior a la demanda y verterla cuando ocurre el fenómeno contrario. Esto implica la construcción de un embalse superficial o la explotación adecuada de embalses subterráneos.

Así pues, el problema se reduce a determinar la capacidad del embalse necesario para regular la cuenca en el punto de estudio.

Inicialmente se dispone de datos de las aportaciones que han tenido lugar durante un período de tiempo suficiente para poder estimar las aportaciones previsibles en el futuro. Es esta una clara indeterminación, ya que la sucesión de aportaciones futuras, no coincidirá con la registrada; si bien es previsible que su distribución tenga las mismas media y desviación típico.

Otra cuestión digna de tenerse en cuenta es la capacidad de retención, esto es, la posibilidad de que el embalse admita instantáneamente la escorrentía del río. En los embalses superficiales no se presenta este problema, salvo en aquellos situados fuera de la cuenca receptora, pero en los subterráneos hay que pensar en que la admisión del embalse no puede sobrepasar la capacidad de infiltración natural o artificial del mismo.

Este problema de la regulación es de gran importancia en la Hidrología, puesto que en el fondo la mayor parte de los estudios hidrológicos tienen por fin último, el de proporcionar recursos hidráulicos a la demanda.

4.2 TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE DATOS

Como se ha visto antes, en general se dispone de una sucesión de datos pretéritos de las aportaciones de la cuenca en estudio, que es preciso extrapolar. Para ello existen diversos procedimientos obtenidos de estudios estadísticos más o menos depurados, a los que se pasará revista a continuación:

a) Se trata de obtener una serie de aportaciones anuales por la sucesión aleatoria de las aportaciones obtenidas durante el período de observación. Anotadas las aportaciones observadas en las bolas de una urna, se procederá a hacer las extracciones de la siguiente forma: introdúzcase una serie de bolas numeradas con la sucesión de aportaciones en una urna; a continuación, se extraen directamente sin volverlas a introducir en la urna. Naturalmente, conforme el número de bolas que queda es menor, la aleatoriedad del fenómeno es más pequeña y la probabilidad se convierte en certeza al extraer la última bola. Seguidamente se vuelven a introducir todas y se repite la operación, y así sucesivamente el número de veces necesario hasta obtener una serie suficientemente larga que permita asegurar que los casos más desfavorables de estiaje prolongado se han presentado.

b) Se procede de igual modo que en el caso anterior, pero al extraer una bola se devuelve a la urna, con lo que la probabilidad de obtener un determinado caudal es siempre la misma. Tiene el inconveniente de que una extracción es totalmente independiente de las contiguas, y pueden darse valores sucesivos que difieran grandemente entre sí, lo que en general no está de acuerdo con el fenómeno natural de las aportaciones de un río, puesto que no es posible la sucesión consecutiva de períodos extremadamente secos y húmedos.

c) Ajuste de la serie de aportaciones disponibles para acoplarla a una expresión matemática (por ejemplo del tipo Goodrich, véase el apartado 2.4) y posterior obtención de aportaciones a partir de la distribución obtenida y con su probabilidad de presentarse; se procede, igual que en los casos anteriores a marcar las bolas de una urna. Este fue el método puesto a punto por Barnes, y perfeccionado por Benson en el

sentido de alargar las colas de la distribución para obtener valores extremos más alejados del centro de gravedad de la misma, cuando el número de años de estudio es superior al período de aforos obtenido*.

d) El empleo de una tabla de números aleatorios es una variante del anterior encaminada a eliminar el sorteo, utilizando en vez de ello una tabla de valores aleatorios tal que la desviación típica y la media sean las mismas que en la serie de valores observados y se ajusten a una ley de distribución del mismo tipo.

e) Cadenas de Markov. Consisten en la obtención de una sucesión recurrente de números en los que cada uno depende del anterior en un cierto porcentaje, que para estos estudios suele fijarse en el 25 %. El algoritmo que genera estos números es:

$$x_t = r \cdot x_{t-1} + E\,(y)$$

donde r es el coeficiente de correlación de primer orden o coeficiente de cadena de Markov.

E (y) es un número aleatorio. El objeto de estas cadenas es el de generar números aleatorios lo más aproximados posibles a la sucesión real esperable.

Brittan aplicó estas cadenas a la Hidrología, obteniendo cada número a partir de la expresión:

$$x_t = r\,x_{t-1} + (1 - r)\,\bar{x} + S_x\,(1 - r^2)\,E$$

Donde $\bar{x}$ es la media de las aportaciones observadas. S_x es la desviación standard de las mismas, E el número aleatorio normalizado cuya media es cero y su desviación standard la unidad. r es como en el caso anterior un coeficiente que se suele tomar entre 0,20 y 0,25 (Ven té Chow, 1964).

Ahora bien, todos los procedimientos reseñados hasta aquí son válidos para generar series de aportaciones anuales, pero para el caso de precisar series de aportaciones mensuales, que se usan actualmente para los estudios de regulación con ordenador, se debe elegir el sistema propuesto por Hufschmidt-Fiering (1966).

La fórmula propuesta es:

$$Q_{i+1} = \bar{Q}_{j+1} + B_j\,(Q_i - \bar{Q}_j) + S_{j+1}\,(1 - r_j^2)^{1/2}\,E_i$$

donde Q_i: aportaciones en los meses i, contando desde el principio de la serie generada.

$\bar{Q}_j$: aportaciones medias del mes j contando j de 1 a 12. El mes j considerado ha de ser el de la misma posición en el año que el i.

S_{j+1}: desviación típica de las aportaciones en el mes j + 1.

B_j: coeficiente de regresión entre las aportaciones de los meses j y j + 1, ajustada, por mínimos cuadrados.

r_j: coeficiente de correlación entre las aportaciones de los meses j y j + 1.

E_i: número aleatorio normalizado, cuya media es cero y varianza unidad.

* La serie histórica de que se dispone no tiene por qué incluir los valores máximos y mínimos posibles; el ajuste a una ley teórica permite, aunque con reservas, dar valores extremos extrapolados con su probabilidad.

4.3 UTILIZACIÓN DE LA CURVA DE APORTACIONES ACUMULADAS GARANTÍA DE SUMINISTRO

Un método gráfico muy simple para determinar el volumen de embalse necesario, para servir una demanda conocida, es el de la curva de aportaciones acumuladas.

Se supone que en el punto donde se va a construir el embalse se conoce la sucesión de aportaciones, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ durante un período n años. Se dibuja la curva que tiene por abscisas los años sucesivos y por ordenadas, la acumulación de aportaciones durante el tiempo transcurrido. O sea:

Ordenadas	Abscisas
Año 1	a_1
Año 2	$a_1 + a_2$
:	:
Año n	$a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

Si se superpone a esta curva la de demandas acumuladas, se puede obtener gráficamente el volumen de embalse necesario para servirlas.

En efecto, sea la curva de línea llena en la figura 7.56 la que expresa las aportaciones acumuladas; y sea la de trazos la representación de las demandas acumuladas.

Trazando sendas paralelas a esta última que sean tangentes a la curva de caudales acumulados, la orde-

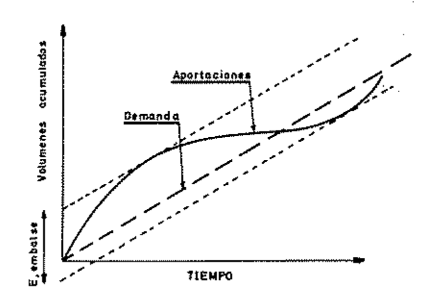


FIGURA 7.56
Curva de aportaciones acumuladas.

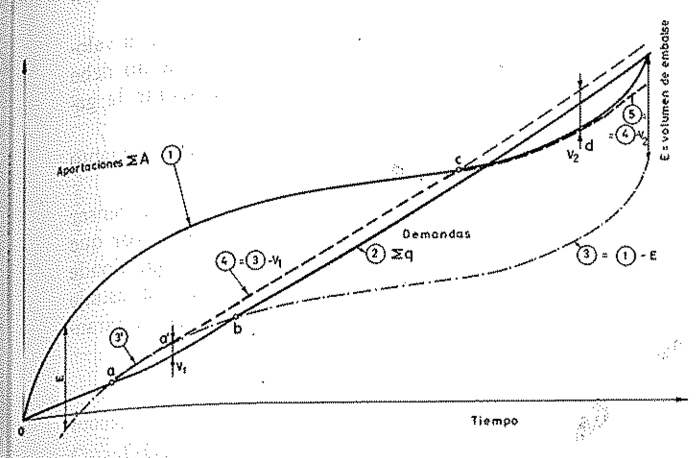


FIGURA 7.57
Cálculo de la garantía con la curva de aportaciones acumuladas.

nada entre las dos más alejadas dará el volumen del embalse necesario para servir dichas demandas durante el período de aportaciones mínimas.

De la simple inspección de la figura 7.57 se deduce que la curva de demanda influye con la misma importancia que la de caudales en la determinación del volumen de embalse, ya que aquella puede adaptarse más o menos a la de caudales o diferir notablemente ambas, en cuyo caso E será mayor.

Este sería el planteamiento del problema directo. También puede presentarse el inverso, esto es, dada la cuenca y el volumen del embalse, obtener el suministro esperable a una demanda dada, o sea la garantía de suministro.

Sea la curva de aportaciones acumuladas (1), la curva de demandas acumuladas (2) y la paralela a (1) restando el volumen del embalse a la que se llama (3) (fig. 7.57).

Si se parte del origen a embalse vacío y las aportaciones son superiores a las demandas, se llega a un punto a en el que el embalse se llena. A partir de este punto hasta el a' hay un sobrante de agua que rebosa del embalse, desaprovechándose el volumen V_1, ya que la curva de consumos* pasa a ser la (3') en el tramo a' **.

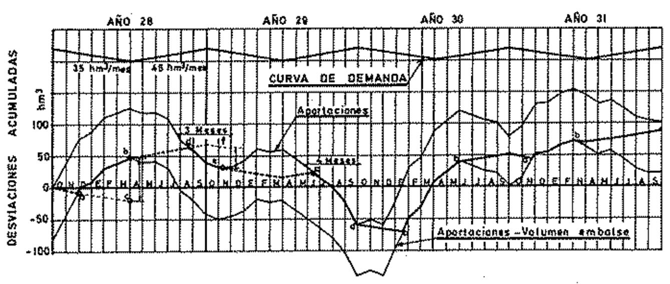
Se restablece el sistema a partir del punto a'. Como el embalse ha suministrado un volumen de agua V_1 además del demandado, a partir de a' debe sumarse V_1 a la curva de demanda y considerar la curva (4). Como las demandas (4) son superiores a las aportaciones, llega un momento en el que el embalse se vacía, c. A partir de ahí y hasta el punto d (determinado de igual forma que el punto a') no puede consumirse más que lo que aporta el río, es decir, que la curva de consumos pasa a ser la (1) en el tramo cd y se ha tenido un déficit de suministro V_2. La curva real de suministro y la demanda que se debe considerar es la (5). A partir de d el embalse va llenándose.

Se llama garantía anual en un suministro dado a la relación entre los años satisfactoriamente suministrados y el número total de años. Igualmente puede establecerse una garantía mensual o una garantía diaria.

4.4 UTILIZACIÓN DE LA CURVA DE DESVIACIONES ACUMULADAS

La realización práctica es engorrosa, ya que se utilizan superficies de papel muy grandes y de difícil manejo. Por ello se ha puesto a punto una variante de procedimiento expuesto, consistente en trabajar con las desviaciones acumuladas sobre la media de aportaciones y demandas. Es decir, trabajar con curvas cuyas ordenadas sean respectivamente (fig. 7.58).

Abscisas	Aportaciones Ordenadas	Demandas Ordenadas
Año 1	$a_1 - \bar{A}$	$d_1 - \bar{A}$
Año 2	$a_1 + a_2 - 2\bar{A}$	$d_1 + d_2 - 2\bar{A}$
Año 3	$a_1 + a_2 + a_3 - 3\bar{A}$	$d_1 + d_2 + d_3 - 3\bar{A}$
:	: : : :	: : : :
Año n	$\sum_{i=1}^{n} a_i - n\bar{A} = 0$	$\sum_{i=1}^{n} d_i - n\bar{A}$



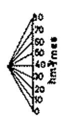


FIGURA 7.58
Curva de desviaciones acumuladas.

* En realidad es la curva de servicio en el tramo aa', ya que el embalse aporta la suma del caudal de demanda y el sobrante que no puede retener.

** El punto a' se determina en el lugar en que las tangentes en una misma vertical a las curvas ab superior e inferior son paralelas, a partir de ese punto la demanda supera a las aportaciones.

* La curva de aportaciones inferior es la curva de aportaciones restándole el volumen de embalse, E.

donde a = aportación: A = aportación media; d_i = demanda.

Supóngase que el año anterior a los representados, año 27 se agotó la capacidad útil del embalse; la curva de desagüe se obtendría trazando por el origen una paralela a la de la demanda. En el punto a, corta a la curva de desviaciones acumuladas inferior, lo que indica que el embalse se encuentra lleno, y se desaguará dando «entrada por salida»** hasta el punto b tal, que a partir del mismo las necesidades superen a las aportaciones***. El segmento bc representará el volumen de agua desperdiciada. A partir del punto b, se sigue la ley de demanda hasta que en d se corta a la curva superior, el embalse habrá agotado su capacidad útil y sólo podrá satisfacer la demanda en la medida que permitan las aportaciones. El segmento ef representará el déficit de agua del período. El proceso se continúa hasta terminar con la serie de años.

En la misma figura 7.58 se ve que durante siete meses —agosto y septiembre del año 28, octubre, junio, julio, agosto y septiembre del 29— no se ha satisfecho la demanda; la garantía mensual, G_m, del período representado en la figura será (48 meses totales y 7 con déficit de suministro):

$$G_m = \frac{48 - 7}{48} = 0,854$$

De igual modo, durante los años 28 y 29 no se ha proporcionado la regulación deseada; la garantía de suministro anual, G_a, será (4 años totales y 2 con déficit de suministro):

$$G_a = \frac{4 - 2}{4} = 0,50$$

El concepto de garantía de suministro debe considerarse con suficiente elasticidad para que no dé lugar a interpretaciones erróneas. En efecto, no debe considerarse igual un déficit que permita cubrir el 80 % de la demanda, que otro que sólo permita cubrir el 50 %, o un déficit que inutilice una cosecha en una zona regable, que otro que provoque graves trastornos en una zona urbana.

Todo ello tiene unas repercusiones económicas cuya valoración permitirán fijar el nivel de garantía óptimo desde el punto de vista económico de forma que la valoración de los trastornos por falta de garantía no debe ser mayor que el costo que supone incrementar la garantía de suministro.

Por otra parte hay otro punto a considerar en cuanto a la serie de aportaciones utilizada.

Si dicha serie es corta, 20 a 30 años hay que pensar que la garantía obtenida con dicha serie es mayor que la que se obtendría con una serie más larga donde lógicamente pueden presentarse situaciones de estiaje más desfavorables y que por tanto darían lugar a garantías menores.

4.5 CURVA VOLUMEN DE EMBALSE-CAUDAL REGULADO

Si se pretende obtener un caudal constante a la salida del embalse, es lógico, y así se ve en los métodos explicados que a mayor volumen de embalse, mayor será el caudal regulado. Ahora bien también se expondrá que a partir de un cierto valor el aumento del volumen de embalse conduce a aumentos relativamente pequeños del caudal regulado. Por ello interesa obtener la curva que liga estas dos variables para obtener de esta forma el punto de máxima regulación, o sea un valor tal del caudal regulado cuyo aumento no sería económicamente interesante.

Si se llama a_{ki} a la aportación en el mes i del año K, expresado en Hm^3, N al número de miles de segundos que tiene el mes considerado, y q al caudal constante por segundo que sale del embalse, el déficit o superávit de la aportación en Hm^3 será:

$$E_i = N\,q - a_{ki}$$

El volumen de embalse necesario para superar un estiaje de varios meses consecutivos será la mayor de las sumas:

$$E_n = \Sigma\,(N\,q - a_{ki})$$

n = número de meses consecutivos considerados tomando el conjunto de meses consecutivos más desfavorable.

Para hallar este valor de E empiécese buscando los meses más desfavorables (de menor a_{ki}) (N = 2,6 millones de segundos)

$$E_i = 2,6\,q - a_{ki}$$

siendo a_{ki} una constante, se obtiene la ecuación de una recta (1) (fig. 7.59).

** Quiere decir que al estar el embalse lleno, toda el agua que entra sale.

*** A partir de b la pendiente de la curva de aportaciones es menor que la de demandas.

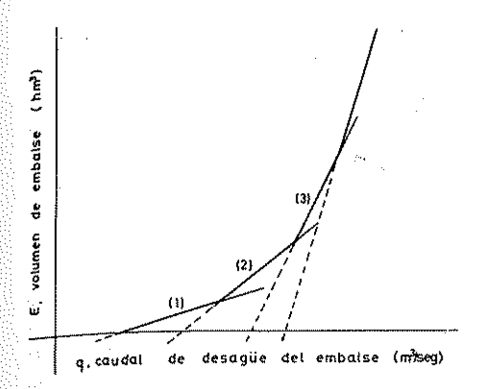


FIGURA 7.59
Curva volumen de embalse-caudal regulado.

Haciendo lo mismo para los dos meses consecutivos más desfavorables se obtiene:

$$E_2 = 5{,}2\,q - (a_{ki} + a_{k(i+1)})$$

obteniéndose la recta (2) (fig. 7.59).

Si se sigue operando así, se obtiene una quebrada que representa la curva E en función de q.

Esta curva así obtenida tiene un 100 % de garantía para el período de aportaciones considerado puesto que no se ha considerado la posibilidad de fallos.

Para obtener la curva E-q de regulación con garantías menores hay que considerar la posibilidad de fallos en los casos más desfavorables, o sea utilizando el mismo procedimiento pero considerando que en una o varias ocasiones

$$E < \Sigma\,(n\,q - a_{ki})$$

Con ello es posible obtener una familia de curvas como la de la figura 7.60, en las que la garantía se deduce del número de meses consecutivos más desfavorables no considerados, respecto al total de meses.

4.6 MÉTODO DE BECERRIL

Es muy interesante para obtener en primera aproximación las curvas embalse-regulación-garantía.

En estas curvas el volumen de embalse es una función de tres variables independientes E = f (n, r, G) donde E representa el volumen de embalse, n el coeficiente de irregularidad de las aportaciones anuales del río (es el coeficiente n de la ley de Goodrich, ver apartado 2.4), x el caudal regulado y G la garantía de regulación.

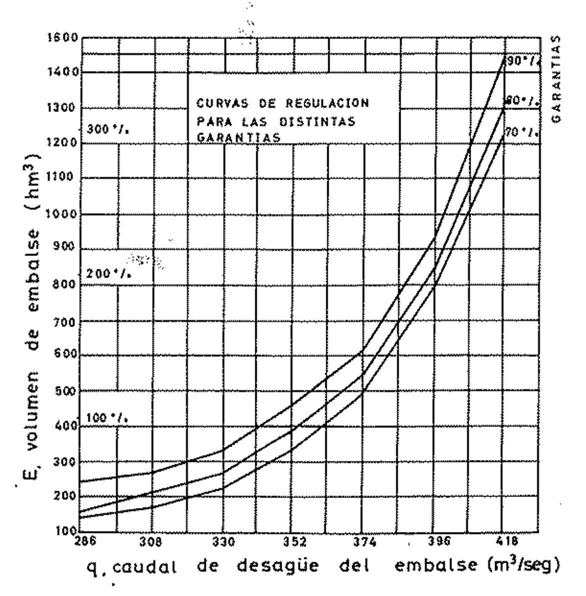


FIGURA 7.60
Curvas volumen de embalse-caudal regulado-garantía, para un caso real.

Como siempre que se trabaja con aportaciones anuales, el embalse obtenido representa el volumen de reserva necesario para la regulación interanual, puesto que no se considera la irregularidad de la aportación a lo largo del año.

El método se basa en que las aportaciones se ajustan a una ley de Goodrich del tipo descrito en el capítulo segundo (apartado 2.4):
Una vez obtenido el ajuste, se puede entrar en la curva de la figura 7.61 que da

$$x = \frac{q - x_o}{\bar{x} - x_o}$$

$$e = \frac{E}{\bar{x} - x_o}$$

en que q es la aportación anual regulada, en Hm³/año, x_o aportación mínima que da $\varphi(x) = 0$* y $\bar{x}$ media de las aportaciones registradas y E el volumen del embalse.

El método se basa en que una vez conseguida la ley de aportaciones y su probabilidad, es posible formar las series de aportaciones tan largas como sea preciso para

* x_o es el caudal mínimo del río deducido de la ley de Goodrich, que puede ser menor que los observados.

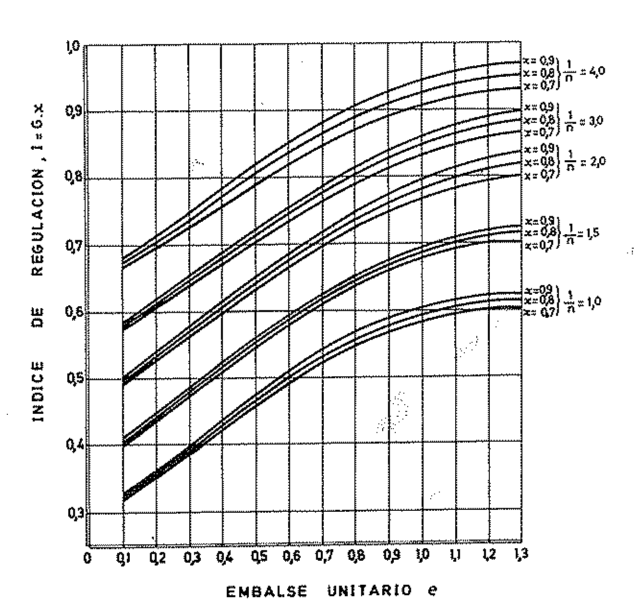


FIGURA 7.61
Curvas de regulación según Becerril.

trabajar en la regulación. Si entonces se agrupan de año en año, en dos años, etc., los casos de estiaje más desfavorables tal como se hacía en el apartado 4.5, las curvas de desviaciones acumuladas que tienen probabilidad p_1, p_2, p_3, ... de presentarse (fig. 7.62) y de ellas el embalse necesario para obtener un determinado régimen de regulación.

El método cuyo fundamento se explica puede verse desarrollado en Becerril (1959).

Los valores de las constantes de ajuste n, x_o y a correspondientes a series de aforo comprendidas entre 1912 y 1963 para toda la red de estaciones de aforo españolas están publicadas en C.E.H. (1970).

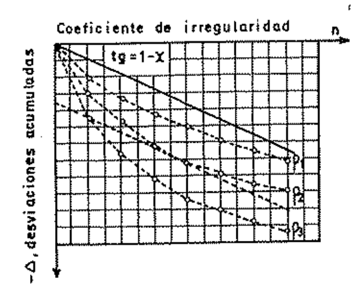


FIGURA 7.62
Curvas de desviaciones acumuladas con probabilidad p_1, p_2 ...

4.7 REGULACIÓN DE UNA CUENCA PARA USOS MÚLTIPLES

Hasta ahora se ha analizado el problema de la regulación del río en un punto con solo un embalse que debe suministrar a una demanda situada inmediatamente aguas abajo del embalse.

En general, el problema que se presenta es más complejo. Resulta que en la cuenca de un río, o sea, en el río principal y sus afluentes, se presentan una serie de demandas a satisfacer en una parte consuntiva y otra parte que vuelve al río en forma de vertido. Estas demandas pueden tener regímenes independientes entre sí, tales como riegos, usos urbanos e industriales, usos hidroeléctricos. Por otra parte, la regulación óptima para servir a estas demandas, no se obtiene en general de un solo embalse sino de la combinación de varios, cuyo dimensionamiento y emplazamiento óptimos es función de condicionantes topográficas y económicas a tener en cuenta.

Para el análisis de la solución óptima se procederá de la siguiente forma, por aproximaciones sucesivas.

1) Dimensionamiento de un solo embalse imaginario, en un punto que abarque la máxima superficie de cuenca, y puede proveer al máximo de consumos.

2) Distribución de la capacidad reguladora a los puntos más apropiados para construcción de embalses y de acuerdo con los caudales parciales a regular.

3) Examen del sistema para cada uno de los propósitos independientemente (riego, energía, abastecimiento, avenidas) y desarrollo de su punto óptimo.

4) Resolver los problemas dos a dos agrupados y así sucesivamente.

Los estudios deben realizarse tomando los años más desfavorables del ciclo.

5) Criterios de selección.

Así, si se considera la figura 7.63 se empezará tanteando el volumen total embalsado aguas arriba de G suponiendo todas las demandas aguas abajo. Sucesivamente se descompondrá este embalse imaginario en los embalses A, B, C, D, analizando cada uno de ellos independientemente.

En una tercera etapa se deberá agrupar dos a dos las soluciones que no sean incompatibles. Así, AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Agrupando luego más alternativas se llega por aproximaciones sucesivas a la solución óptima.

Como puede comprenderse, el método resulta en general engorroso y sólo conduce a una aproximación muy grosera dada la gran cantidad de simplificaciones que es preciso introducir en él.

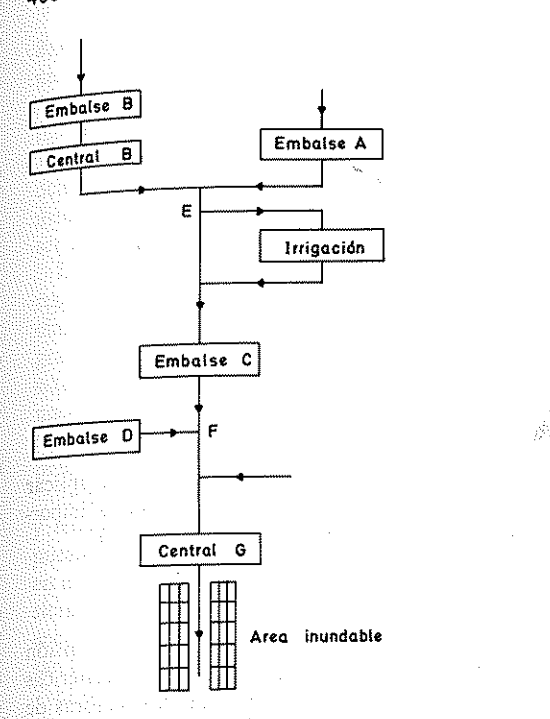


FIGURA 7.63
Esquema para el estudio general de una cuenca.

Hoy día, gracias a la rapidez del cálculo con ordenadores se puede llegar a una mayor aproximación mediante los modelos de simulación (ver apéndice A.7.2).

Según Ven té Chow, el primer estudio se realizó en 1955 por Morrice y Alan. Se trata del «Plan del Valle del Nilo» con 17 embalses y 48 años de datos; se estudió el óptimo aprovechamiento de agua para riego, sin consideraciones de tipo económico. Posteriormente en Missouri se estudió la «Máxima generación de energía» con imperativos de navegación avenidas y riegos. Siguieron el estudio de los ríos Teennesse y Columbia.

Según Srvain y Reisbol «la ventaja del uso de computadores consiste en la facilidad para comparar los efectos físicos con los económicos».

«El sistema de simulación consiste en reproducir la conducta del sistema tantos ciclos como se quiera, sin eliminar variables».

Para preparar un programa hay que definir perfectamente los siguientes puntos.

1) Emplazamiento de posibles embalses de regulación y determinación de su curva volumen-costo.

2) Generación de series de aportaciones mensuales en un largo período (500 años), en los puntos de posibles obras de regulación y en afluentes no regulados pero cuya aportación natural puede colaborar en cubrir las demandas.

3) Emplazamiento y régimen de las demandas de agua y de sus vertidos.

4) Criterios para calificar las alternativas estudiadas a fin de definir la óptima.

4.8 CRITERIOS DE VALORACIÓN DE SOLUCIONES

Es evidente que para optimizar la solución se deben establecer unos criterios que califiquen cada conjunto de alternativas.

Estos criterios son en general de tipo económico aunque hay que valorar en su debida medida los efectos indirectos que puede dar lugar cada solución tales como defensa del paisaje, usos recreativos o creación de riqueza y puestos de trabajo, y también las repercusiones de tipo intangible, o sea, que no se pueda traducir en cifras económicas.

Uno de los métodos más utilizados es el de valoración del costo del caudal de mejora.

Se llama caudal de mejora producido por una obra a la diferencia entre la demanda servida con la obra y la que se podría servir sin ella con igual garantía. Si se divide el costo anual de la obra (gasto de amortización, interés del capital, gastos de explotación y mantenimiento) por la aportación de mejora anual, se tendrá el costo del m^3 de mejora.

El procedimiento tiene dos inconvenientes en primer lugar, que no todo el caudal da lugar a igual beneficio, sino que depende del uso a que se destine, en segundo lugar que el costo depende de la garantía de regulación y el procedimiento no define que garantía es la óptima en cada tipo de demanda.

Parece más ajustado calificar las soluciones en función de la relación beneficio/costo que produce cada una de ellas.

En este caso el beneficio que se produce por servir cada demanda es función del tipo de demanda y de la garantía con que se sirve, puesto que una baja garantía puede dar lugar a pérdidas en los usuarios, mientras que una garantía muy alta producirá un aumento del costo de la solución, quizá innecesario. La justa valoración del beneficio para cada tipo de demanda dará pues la solución óptima como valor máximo de la relación beneficio/costo.

Capítulo 7.5

Aplicaciones de los computadores electrónicos a la hidrología

5.1 INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la tecnología de los computadores así como de los procedimientos para su empleo en condiciones favorables, ha permitido en todos los campos de la actividad humana un aumento de la capacidad de análisis y control, por el hombre, de problemas que antes era imposible tratar sin reducción a esquemas simplistas.

En Hidrología la presencia de los computadores permite el enfoque de los problemas hidrológicos con niveles de análisis y control superiores a los métodos tradicionales.

En el presente capítulo se describen las líneas generales del tratamiento de información por computador y las aplicaciones posibles a la Hidrología. Evidentemente es imposible describir, siquiera en forma aproximada, en un capítulo, un tema para el que ya actualmente se han escrito tratados, sin embargo se han incluido las grandes direcciones de los estudios actuales en el terreno hidrológico de aplicación de los ordenadores con finalidad de información general.

5.2 CONCEPTOS GENERALES SOBRE EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN CON ORDENADOR

Las misiones fundamentales que realiza el computador para tratar la información son:

a) Recibir la información.
b) Almacenarla en memoria.
c) Procesar la información.
d) Transmitir los resultados del tratamiento.

Cada una de estas misiones condiciona los elementos del equipo de cálculo que de acuerdo con el tipo y cuantía de la información a tratar, y proceso a aplicar a la misma, precisa dispositivos más o menos importantes que realicen las operaciones a), b) y d).

5.2.1 Recepción de datos

Los elementos del computador que realizan la misión de recibir información, son las máquinas periféricas destinadas a entrada de datos. Son éstas las lectoras de cinta perforada de papel, de ficha perforada, o bien de cintas magnéticas o discos magnéticos. Actualmente se desarrollan las lectoras ópticas de tarjetas no perforadas sino marcadas.

La preparación de datos propiamente dicha, para su tratamiento, se realiza en cinta o ficha perforada, ya que, si bien los computadores pueden leer cintas o discos magnéticos, en general en estos elementos no se graba directamente (aunque actualmente ya existen máquinas para ello) siendo corrientemente utilizados como soporte de información previamente perforada en ficha o cinta de papel y después almacenada en cinta o disco magnéticos para un tratamiento más rentable por el ordenador (ya que la capacidad física de almacenamiento del disco y la cinta así como la mayor velocidad de lectura hace que puedan considerarse ambos como memorias externas).

El código con el que se introduce información en el computador tanto por cinta de papel como por ficha perforada es binario de la forma: perforación-no perforación.

La ficha perforada tiene 12 canales de 80 elementos (o bien 80 columnas de 12 elementos) de forma que, de acuerdo con las perforaciones por columna pueden definirse números, letras o caracteres. En el código de uso más generalizado los números se representan mediante una perforación (el 8 por perforación en el canal

8, el 7 en el 7, etc.); las letras mediante dos perforaciones, una entre las filas 0-9 y otra en las 11 ó 12.

Otros caracteres especiales como (×, —, $), requieren tres perforaciones por columna.

La cinta de papel existe en dos tipos: de cinco y ocho canales. De ellos hay uno con perforaciones de menor tamaño que sirve para el arrastre de la cinta al ser leída, y otro de comprobación.

De manera análoga a la cinta o ficha perforada se representan los caracteres en los soportes magnéticos cinta o disco mediante el código binario: grabación-no grabación, manejado de acuerdo con unos códigos preestablecidos de representación de caracteres. La cinta magnética almacena la información de manera secuencial es decir para acceder a un determinado dato es preciso pasar sobre todos los que le preceden.

El disco magnético es en cambio, de acceso directo y secuencial ya que al encontrarse la información dispuesta sobre un plano mediante un sistema de pistas en espiral, el dispositivo de lectura (con forma de peine situada cada una de sus púas sobre una pista) permite encontrar directamente un determinado dato sin precisar la lectura de los predecedentes.

El desarrollo de los métodos de introducción de datos en ordenador es continuo existiendo lectores ópticos capaces de leer información escrita directamente, entrada de datos gráficos, almacenamiento de información en microfilm, tarjetas magnéticas, etc.

Sin embargo los soportes de información indicados anteriormente son los usuales en el mercado y constituyen actualmente, los medios corrientes de manejar información para tratamiento con ordenador.

La ficha perforada ofrece sobre la cinta perforada, la ventaja de la posibilidad de sustitución en un paquete de datos de un determinado elemento del mismo sin precisar la modificación de todo el paquete, cosa que ocurriría caso de encontrarse los datos en cinta. Esta en cambio ofrece sobre ficha la ventaja de la seguridad en el ordenamiento de los datos, ya que si estos se encuentran en fichas existe siempre el riesgo de que por una caída se desordene el paquete (para evitar esto es recomendable en juegos de datos de grandes dimensiones proveer a cada ficha de un nombre de identificación y un número de forma que puedan, caso de desordenarse, reordenarse mediante una máquina clasificadora).

En Hidrología a veces la perforación en cinta aparece generada por aparato de medida (limnígrafo, piezómetros) ya que es más difícil acoplar a estos elementos un dispositivo de ficha que de cinta. Por otra parte hay que tener en cuenta, la seguridad ya indicada en cuanto al orden de los datos que proporciona la cinta.

La cinta magnética tiene el inconveniente frente al disco magnético, ya indicado antes, de que para acceder a un determinado dato se precisa recorrer todos los precedentes lo que siempre es gravoso en tiempo de tratamiento con computador; sin embargo ofrece la ventaja de una mayor capacidad (10^7 caracteres en unidad de cinta frente a 10^6 por unidad de disco) y mayor velocidad de lectura. Por otra parte el especialista que vaya a tratar un determinado problema deberá analizar si el tipo de tratamiento y equipo disponible de cálculo aconseja la cinta. En ficheros de gran volumen, que hay que manejar la mayor parte del tiempo en su totalidad, resulta idónea la cinta. Por otra parte, manejando varias cintas al mismo tiempo puede obviarse el inconveniente del manejo secuencial creando ficheros parciales.

5.2.2 Almacenamiento en memoria

Una vez leído un dato el computador lo almacena en memoria atribuyéndole una dirección y codificando el dato de acuerdo con su estructura interna. Los computadores actuales correspondientes a la llamada tercera generación (serie IBM 360 y similares) tienen la memoria estructurada en octetos o «bytes» compuestos por ocho bits. Un bit es un dispositivo elemental de memoria que puede valer 0 ó 1; esto puede conseguirse con distintos soportes físicos; desde una bombilla (encendida = 1, apagada = 0) hasta los elementos químicos complejos actualmente en estudio. Los ordenadores disponibles en el mercado emplean memorias formadas por una unión anular (toroidal) llamado ferrita tal que el bit vale 0, 1 según que el de campo magnético esté en uno u otro sentido.

Cada octeto de la memoria tiene una determinada dirección de localización física de forma que un dato con dirección propia tiene que ocupar como mínimo un octeto.

De acuerdo con las características del hardware del ordenador* los datos numéricos y alfabéticos se almacenan formando palabras de varios octetos o «bytes». Existen otros ordenadores que agrupan los bits en grupos en número mayor de 8, por ejemplo el IBM 1130 emplea palabras de 16 bits.

5.2.3 Proceso de la información

Una vez almacenados los datos, el proceso de los mismos se realiza mediante un *programa*.

Programa es una sucesión ordenada de instrucciones

* Hardware designa la instrumentación, aparatos y soportes físicos de proceso de datos.

de forma que el total de las mismas permita pasar de los datos a los resultados del proceso a realizar. Todo programa se redacta en un «lenguaje».

Lenguaje es un conjunto de instrucciones: de entrada y salida de datos, de definición de áreas de operación y estructuras de información con vistas a su tratamiento, de operaciones aritméticas, de operaciones lógicas, de forma que el conjunto de instrucciones permita la descripción de cualquier proceso a realizar con el equipo de cálculo disponible.

Todo ordenador dispone de un lenguaje de máquina, constituido por las operaciones elementales que puede realizar el computador de acuerdo con su estructura electrónica (hardware).

La programación de un proceso en estos lenguajes, es muy prolija; por ello se han desarrollado lenguajes dotados de instrucciones más complejas que permiten una programación más rápida. Sin embargo, estas instrucciones no se adaptan actualmente de forma directa a la estructura electrónica de los circuitos del computador; por ello, para poder hacer utilizables los lenguajes desarrollados, se requiere la redacción en el lenguaje de máquina del ordenador, de programas que sean capaces de traducir las instrucciones de estos lenguajes a un conjunto de instrucciones en código de máquina de forma que se obtenga como consecuencia de la traducción un programa operable sobre el ordenador en que se trabaja.

El programa de partida redactado en un lenguaje desarrollado se llama *programa fuente* y el resultante de la traducción a lenguaje de máquina, *programa objeto.*

Los programas de traducción de un lenguaje desarrollado al de máquina se llaman *compiladores* y además de realizar su función principal, analizan si la sintaxis de la programación en el lenguaje de partida es adecuada, detectando los errores caso de presentarse éstos.

Los lenguajes desarrollados más utilizados en el momento actual son, COBOL, ALGOL y FORTRAN IV. El primero es de utilización generalizada en procesos de tipos administrativo y de gestión (Common Business Oriented Language), los dos segundos se han concebido para procesos de tipo matemático (Algebraic Oriented Language, Formula Translation), siendo el más utilizado de los dos el segundo, no siendo en absoluto despreciable el uso del primero.

Además de estos lenguajes, se desarrollan actualmente otros específicos para campos de aplicación más restringida. Asimismo comienza a utilizarse un lenguaje de tipo general aplicable a todo tipo de procesos PL/1 (Programming Language I). La utilización de este último, sólo ha sido posible con la aparición de los grandes ordenadores, ya que es indiscutible que cuanto mayor es el campo de aplicación de un lenguaje, precisará un mayor número de estructuras posibles de información a manejar, y una gama más completa de instrucciones, por lo que exigirá un programa compilador más completo, y por tanto dicho compilador requerirá mayor capacidad de memoria en el computador*.

Cabe pensar que el desarrollo de lenguajes seguirá orientado en el sentido de lenguajes universales para grandes ordenadores y lenguajes especializados, para determinado tipo de problemas.

Para procesar una determinada información deben realizarse dos etapas principales:

a) Organizar la información.

b) Estructurar el proceso a aplicar en una sucesión de operaciones lógicas, aritméticas y de entrada y salida de datos y resultados.

c) Programación del proceso en un lenguaje.

d) Prueba y puesta a punto en ordenador.

Las etapas a) y b) son las de análisis, las c) y d) son las de programación.

El resultado de la etapa b) es una estructuración lógica del proceso que se puede reflejar gráficamente en forma de organigrama.

5.2.4 Transmisión de los resultados

Al final del proceso, o de sus etapas parciales, el computador transmite los resultados mediante sus dispositivos periféricos previstos para ello. En general el elemento más utilizado es la impresora rápida, pero pueden utilizarse también la perforadora de fichas (salida de resultados perforada) o bien discos o cinta magnéticos. Asimismo, cabe la utilización para salida de resultados, de máquinas trazadoras (plotter) que obtienen curvas dibujadas como resultado del cálculo.

La elección de las unidades periféricas de salida a emplear en un cálculo depende del tipo de proceso aplicado; así, si la salida de resultados es copiosa, conviene emplear un dispositivo rápido ya que el tiempo de proceso será prácticamente tiempo de unidad periférica; dada la gran velocidad de la memoria central comparada con la de unidades periféricas en estos procesos de mucha salida será facturada la hora a precio de computador; cuando éste es muy rápido y por tanto muy caro resulta rentable grabar la salida en cinta magnética y listar dicha cinta en un dispositivo más barato.

* El lenguaje APL (a programming language), ha sido desarrollado recientemente por IBM para actuaciones específicas tales como las de teleproceso, empleo de minicomputadores, diálogo operador-máquina, etcétera.

5.2.5 Sistemas operativos

Un equipo moderno, además de contar con una unidad central dotada de memoria estructurada adecuadamente y de un lenguaje de máquina de acuerdo con su lógica interna y de unidades periféricas, precisa contar con un conjunto de programas compiladores de los distintos lenguajes existentes y asimismo una serie de programas de control de las distintas unidades periféricas.

En los ordenadores actuales, para obviar el problema que crea la gran diferencia de velocidad de la memoria y los periféricos, lo que se traduciría en un bajo rendimiento de la misma, por su escasa utilización al ser frenada por aquellos, se necesita un dispositivo que permita la multiprogramación, de forma que la unidad central realiza varios procesos simultáneamente.

El conjunto de programas para:

a) compilar lenguajes;

b) manejo de unidades periféricas y utilización de áreas en las mismas (discos y cintas) en distintos formatos;

c) manejo y control de la memoria y periféricos en multiprogramación.

Constituyen el sistema operativo del equipo de cálculo. Este conjunto de programas se estructura como un lenguaje constituido por instrucciones correspondientes a cada operación a realizar con el equipo de cálculo y un programa general de control.

Cada equipo de cálculo del mercado cuenta con un sistema operativo. La infraestructura constituida por los distintos periféricos y memoria es el *hardware*. El sistema operativo constituye el *software básico*, el conjunto de programas generales redactados y puestos a punto sobre el equipo de cálculo constituye el *software de aplicación*. La calidad de un equipo de cálculo no debe juzgarse exclusivamente por las posibilidades electrónicas brindadas por el hardware (capacidad, seguridad, velocidad) sino por las ofrecidas por el software (compiladores completos y rápidos de los lenguajes más convenientes para el uso que vaya a darse a un equipo) posibilidades de manejo de unidades periféricas y multiprogramación, todo ello con la máxima sencillez que asegure su fácil dominio y por tanto la utilización óptima del equipo.

5.3 APLICACIÓN DE LOS ORDENADORES A LA HIDROLOGÍA

La aparición de los ordenadores ha suscitado dos grandes direcciones en cuanto a sus posibilidades de utilización:

De un lado el manejo y control de grandes masas de información. En este aspecto los procesos a aplicar son sencillos pero el trabajo previo de selección de la información a tratar así como los métodos para su descripción y fijación de los dispositivos de almacenamiento, es muy importante.

Por otro lado el ordenador ha permitido el tratamiento y manejo racional de determinados sistemas, y la tipificación de procesos de análisis complejos. En esta rama la organización de la información no influye tanto como en el caso anterior pero si afecta la complejidad de los procesos y algoritmos a utilizar.

De acuerdo con lo anterior las aplicaciones generales de la informática a la Hidrología cabe encuadrarlas en estas dos orientaciones:

a) Organización y control de datos.

b) Mecanización de métodos de cálculo.

Dentro del apartado *b)* cabe considerar dos direcciones:

1) Tipificación y programación de procesos generales de cálculo.

2) Análisis de sistemas hidrológicos mediante modelos.

En los apartados que siguen se estudian las aplicaciones posibles en dichas direcciones.

5.4 APLICACIONES A ORGANIZACIÓN Y CONTROL DE DATOS HIDROLÓGICOS

5.4.1 Descripción

Actualmente la toma y control de datos necesarios para el conocimiento hidrológico de un país precisa para su ejecución satisfactoria por los métodos tradicionales gran volumen de personal, con el que no es posible contar en la mayoría de los casos por imperativos económicos. Ello trae como consecuencia defecto en la calidad y cantidad de datos disponibles.

La posibilidad existente actualmente de transmisión y manejo de datos mediante computador, permite llevar a cabo a los organismos encargados de los mismos dotados de una infraestructura electrónica adecuada, el control y almacenamiento de los datos con disponibilidades de personal menores y en mejores condiciones de calidad y cantidad.

Los datos a manejar en Hidrología son fundamentalmente:

a) Datos de estaciones pluviométricas y meteorológicas.

b) Datos de estaciones de aforo de caudal.

c) Datos de estaciones de observación de nivel de aguas subterráneas.

d) Datos de inventario y su mantenimiento al día.

e) Datos de demandas, recursos y transporte de agua.

La organización de un servicio de información automática con vistas a su almacenamiento y control y análisis posterior comportará las siguientes etapas de estudio:

1) Estudio del soporte de la misma, es decir, si se utilizara cinta, disco magnético, etc.

2) Fijación de los registros tipo a almacenar.

3) Fijación de los tipos de fichas a perforar con vistas a los distintos tipos de modificaciones a introducir en el fichero, para su mantenimiento y puesta al día.

4) Definición del conjunto de informes a extraer de los ficheros y redacción de los oportunos programas.

5) Establecimiento de la mecánica de funcionamiento del personal que controlará el fichero. Un factor a prever es la duplicación periódica de la información del fichero con vistas a facilitar la continuación del trabajo en caso de rotura o fallo del soporte de la misma.

5.4.2 Ejemplo de organización de datos

En el caso de un fichero de estaciones de niveles y piezómetros de una zona con aguas subterráneas se precisarán, por ejemplo, los siguientes datos para utilizar en ulteriores estudios:

Datos de definición de la estación:

— Número del punto de agua.
— Cota topográfica o geodésica.
— Coordenadas geográficas.
— Profundidad de los niveles hidrogeológicos.
— Situación en profundidad de las zonas filtrantes.
— Tipo de instalación existente.

Datos de los niveles permeables:

— Número del punto de agua.
— Situación en profundidad de las zonas permeables y sus espesores.
— Transmisividad y/o permeabilidad de cada zona permeable (señalando su fiabilidad).
— Coeficiente de almacenamiento (medido o estimado).
— Litología y resistividad eléctrica.

Datos por cada medida efectuada:

— Número del punto de agua.
— Profundidad del nivel del agua.
— Características químicas.
— Estado de reposo.
— Volumen extraído.

A partir de estos datos puede confeccionarse un fichero general de estaciones y otro de medidas por cada estación de forma que pueda contarse con la historia de los datos de interés a reflejar por cada una de las estaciones a lo largo del período de medidas. Las fichas a introducir para el mantenimiento del fichero incluirán los datos anteriores total o parcialmente según se trate de modificaciones parciales o totales de los datos existentes o de nuevos datos a incluir.

Los programas de control de este sistema de datos podrían ser:

1) Programa de puesta al día del fichero y control de la información.

Este programa puede consistir en lectura de datos de distintas medidas y comprobación de si la referencia de la estación incluida en la ficha de medidas coincide con los datos de estación existentes en el fichero. Control asimismo de los datos introducidos (por ejemplo, comprobación de la suma de tantos por cientos, limitación del valor de determinado índice por encima del cual puede considerarse que hay errores, comprobación de si el nivel observado del agua es superior al nivel de la estación, etc.). Asimismo este programa, una vez controladas las medidas de acuerdo con los criterios previstos, almacena los datos en la parte correspondiente del fichero de cinta o disco magnético y emite un informe de la puesta al día del mismo haciendo constar la fecha y los datos incluidos, de esta forma como consecuencia del uso de este programa se modifica el fichero y queda constancia de la fecha de la modificación, así como la calidad de los datos.

2) Programa de informe y análisis de los datos existentes en el fichero. Estos programas son facultativos de los directores del servicio, que impondrán los criterios de control y análisis de sus sistemas de información, sin embargo, en general los informes y análisis a extraer de un fichero de información automática con el fin de su utilización pueden ser de los siguientes tipos:

Cálculo de medias: puede interesar obtener valores medios de alguna medida en un determinado mes, en un conjunto de distintas estaciones de observación representativas de una zona o bien interesa calcular valores medios de alguna medida en una única estación a lo largo de un determinado período de tiempo.

Cálculo de duraciones de determinados datos; por ejemplo nivel en capa freática, es decir, puede ser in-

teresante conocer el número de meses que en una determinada estación la capa freática está por encima de un determinado nivel.

Obtención de valores estadísticos, es decir, puede ser no sólo interesante conocer valores medios en estaciones, sino asimismo conocer correlaciones entre distintos datos tanto simultáneos en tiempo en época del año, como con distintos desfases.

También puede obtenerse como informe, mediante una adecuada programación y utilización de unidades periféricas adecuadas, el dibujo de curvas de isovalores. Es decir, puede elaborarse un programa que a partir de las cotas observadas de una cierta magnitud medida en una época del año dibujará en un plano la línea isovalor correspondiente a la misma, como por ejemplo líneas isopiezas (de igual nivel de la capa freática) líneas isobasas (de igual nivel del fondo), etc.

Este conjunto de programas constituye el sistema de información de que dispone la entidad que controla la zona para tomar decisiones o realizar estudios sobre la misma y por tanto puede dar lugar a publicaciones de tipo informativo general (anuarios) o bien se pueden emitir informes especiales con vistas a determinados estudios.

Finalmente, un sistema de información automático no está completo si no se prevé la organización de personal que servirá este canal de información de forma que habría que proveer un servicio de toma y transmisión de datos y otro de perforación y verificación de datos y finalmente utilización de ficheros y emisión de informes, a cargo de la operación sobre ordenador.

5.5 MECANIZACIÓN DE MÉTODOS DE CÁLCULO GENERALES

Además de utilizar los computadores para la organización y sistematización de la información, existen una serie de procesos de uso general a aplicar a los datos hidrológicos que interesa tener programados en una biblioteca de programas. Tales procesos deben ser aquellos que permitan hacer rentables, por el número de utilizaciones, los gastos de tiempo y dinero en pruebas ocasionadas por su programación.

Los procesos de esta clase de aplicación más general pueden ser de los siguientes tipos:

a) De tipo matemático y estadístico general.

b) De tipo específicamente hidrológico, bien en el aspecto superficial como subterráneo o conjunto.

En el primer apartado caben todos aquellos procesos de elaboración matemática de los datos que son comúnmente aplicados para la obtención de informes en el campo hidrológico, por ejemplo, análisis de correlación, ajuste de funciones, test de ajustes, resolución numérica de ecuaciones, etc.

En el segundo apartado los relativos a:

— Hidrología subterránea.
— Hidrología superficial.
— Obras.

En el aspecto de Hidrología subterránea cabe la resolución de algunos problemas concretos como pueden ser: movimientos de la capa freática en los alrededores de un pozo, red de corriente en un medio dado, etc.

Resulta, asimismo, de interés la tipificación de los procesos relativos al análisis hidrodinámico de cauces naturales tales como niveles en régimen uniforme en un cauce natural para determinados caudales, simulación de una avenida por un método sencillo (por ejemplo el método de Muskingum), que obtiene a partir de la ley caudales-tiempos en cabeza del tramo de un río las leyes niveles-tiempo en perfiles intermedios a lo largo del cauce. Asimismo, pueden resultar de interés para obtener hidrogramas de avenidas en una cuenca hidrográfica el programa de análisis de la propagación de una tormenta en una cuenca teniendo en cuenta los distintos tiempos de concentración de las cuencas parciales, de forma que se obtenga a la salida de la cuenca total, la ley caudal-tiempo. Asimismo, cabe programar problemas relativos a obras hidráulicas tipo (vertederos, rápidos, transiciones, etc.).

Además de estos procesos puede resultar de interés la simulación del funcionamiento de obras de tipo general incluidas en un cauce*; simulación de la explotación de un pozo o bien simular el efecto laminador de un embalse para una avenida dada.

En la línea de los criterios anteriores puede obtenerse una biblioteca de programas que constituya un conjunto de macro-instrumentos de cálculo de uso corriente en estudios y a la que puede apelarse en la mayoría de los problemas típicos que se plantean en Hidrología.

5.6 ANÁLISIS DE SISTEMAS HIDROLÓGICOS

La Matemática, ha sido utilizada en la técnica como una herramienta de última instancia para realizar cálculos exclusivamente. Al aparecer en los ordenadores elec-

* Si bien esto se tratará con más amplitud al hablar en el próximo apartado del análisis de sistemas, cabe tipificar la simulación y funcionamiento de algunas obras tipo instaladas en una cuenca hidrográfica, tal como antes se había indicado.

trónicos se ha desarrollado una técnica matemática que puede ser utilizada no sólo como herramienta de resolución de intrincados procesos de cálculo, sino como instrumento de decisiones en problemas económicos y sociales. El problema general en una cuenca hidrográfica o cualquier otro sistema de recursos hidráulicos es definir sobre ella un plan de inversiones que permita el aprovechamiento en las condiciones más favorables (de acuerdo con los criterios del grupo social de que se trata), de los recursos existentes en la misma. Para ello se precisan no sólo los procedimientos simplificativos de los métodos clásicos tradicionales, consistentes en reducir los conjuntos de los distintos elementos integrantes del sistema de recursos, a esquemas elementales que permitan su tratamiento mediante procesos sencillos, sino que además se precisa una metodología que tenga en cuenta todo el sistema, de forma que puedan analizarse las relaciones entre los distintos elementos del mismo y puedan, a partir de dicho análisis, introducirse los criterios de selección de las alternativas más ventajosas.

Esta premisa ha dado lugar a la creación de una rama de investigación operativa aplicada a recursos hidráulicos de gran desarrollo actualmente a partir de 1960 en que un conjunto de especialistas de la Universidad de Harvard realizó un programa de investigaciones sobre este tema y publicó las primeras consecuencias de su trabajo.

En el presente capítulo sólo se esbozan las líneas principales de esta técnica.

5.6.1 Concepto de sistema, métodos de análisis de sistemas

Se puede definir como sistema un conjunto constituido por una serie de elementos cuyo funcionamiento está condicionado por los demás, destinados todos ellos a cumplir una serie de objetivos comunes.

La situación del sistema en un momento dado viene dada por los estados de sus distintos elementos.

Una estrategia de control o funcionamiento del sistema viene definido por el conjunto de normas que permiten pasar de una situación a otra de las posibles.

Por ejemplo, un sistema de recursos hidráulicos puede estar constituido por el agua de lluvia de una determinada zona, las aportaciones de agua en otra y las existencias de agua subterráneas en otra zona, todas pueden estar relacionadas por unas condiciones debidas al funcionamiento físico previsto del sistema o a correlaciones estadísticas de los datos de partida.

La situación del sistema en un momento dado vendrá dada por la lluvia, la aportación y disponibilidad en cada elemento respectivamente.

El control o funcionamiento del sistema vendrá definido por unas condiciones que permitan pasar de un valor de la lluvia y aportación a otro (por ejemplo, ley prefijada lluvia o aportación-tiempo, o bien relación probabilista entre estados consecutivos) y otros que permitan pasar de una disponibilidad a otra (ley de funcionamiento físico del acuífero y criterios de explotación del mismo).

En el sistema pueden incluirse también las obras consideradas como posibles a estudiar destinadas a mejorar estos recursos y un conjunto de estrategias que permitan la explotación de los mismos teniendo como objetivo la satisfacción de determinadas exigencias funcionales o económicas en la cuenca (por ejemplo, cubrir cierta demanda de agua agrícola o de abastecimiento, mantenimiento de nivel de estiaje, mantenimiento de nivel en capa freática, etc.), en las condiciones económicas óptimas.

En este sistema pueden definirse como elementos la fuente de recursos de agua, las obras posibles a implantar en el mismo, las estrategias de explotación de dicha obra, la demanda a extraer del sistema. Finalmente cabría definir, a partir de los objetivos a obtener, una función matemática a partir de los distintos recursos y estrategias que deberá ser optimizada por el sistema de obras a implantar.

Estos problemas, por los métodos clásicos, se resuelven apelando a cosas tan opinables como pueden ser el buen criterio del ingeniero proyectista, la experiencia de la explotación en sistemas análogos o bien simplificando hasta el máximo las relaciones entre los distintos elementos con el fin de permitir el tratamiento de los problemas por métodos manuales.

Actualmente cabe la aplicación de modelos y procedimientos que reflejen de una manera mucho más precisa las relaciones entre los elementos del sistema y resuelvan matemáticamente los problemas de optimización que puedan plantearse. Estas técnicas actualmente en desarrollo, si bien no ofrecen todavía una gama de soluciones perfectas, disponen en el momento actual de un conjunto de métodos suficientemente amplio como para justificar la atención y el estudio por parte del ingeniero moderno ya que en un futuro próximo serán los únicos a utilizar para justificar decisiones tanto de inversión como de explotación en cuencas o sistemas hidrológicos.

Desde el punto de vista matemático, la descripción de los sistemas se apoya inicialmente en los conceptos básicos de las matemáticas modernas, atribuyendo un

número y una variable a cada uno de los elementos del sistema y definiendo cada una de las relaciones que existen entre los distintos elementos mediante ecuaciones matemáticas reflejo de condiciones físicas existentes o mediante relaciones lógicas de preferencia o de aplicación de los elementos de un conjunto sobre otro.

Así, por ejemplo, al encontrarse con un conjunto de existencias de agua en una serie de fuentes naturales y obras de regulación y una serie de demandas de agua a satisfacer por el sistema, se pueden suponer incógnitas la parte de cada demanda de agua que es servida por cada una de las fuentes del sistema. Pueden imponerse una serie de condiciones de limitación: por un lado de las existencias de agua (es decir, el total de los recursos servidos por una fuente no puede superar las aportaciones de la misma) y de demanda (el total de agua absorbida por cada una de las demandas no puede superar el valor fijado para las mismas) y por otra parte la estructuración de los distintos elementos del sistema impondrá una serie de condiciones de relación interna (por ejemplo en el caso de que fuentes o embalses se encuentren en serie, teniendo en cuenta la influencia que tiene cada una sobre la inmediata agua abajo, relaciones entre consumos y vertidos, etc.). Asimismo, existirán unos objetivos expresados matemáticamente que traducen los criterios de selección de alternativas.

Todo ello da lugar a una serie de condiciones cuya expresión matemática dependerá de los modelos a utilizar y que producirá un planteamiento matemático del problema cuya resolución podrá afrontarse por dos métodos distintos:

a) Métodos de optimización directa. Consiste este procedimiento en líneas generales en, una vez planteado el problema, utilizar un algoritmo que optimice la función objetivo directamente.

b) Métodos de simulación. Estos procedimientos fundamentalmente se utilizan cuando el planteamiento del problema por su naturaleza no puede resolverse por los métodos de optimización directa sin simplificar gran parte de su condicionamiento y por tanto obteniendo soluciones poco representativas.

A continuación se describen cada uno de estos procedimientos de forma general.

5.6.2 Métodos de optimización directa

Descripción

Los procedimientos actualmente existentes son los correspondientes a programación matemática bien por planteamiento directo o por algoritmos recursivos. El problema general que resuelve la programación matemática es el siguiente

Dada una función económica

$$Z = f(d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n)$$

y una serie de limitaciones a verificar por las variables* $d_1, d_2, \ldots, d_n$ del tipo

$$g_i(d_1, d_2, \ldots, d_n) \leq b_i$$

$i = 1, \ldots,$ número total de condiciones.

encontrar la configuración de las variables $d_1\, d_2 \ldots, d_n$ que optimiza (minimiza o maximiza) la función Z.

Este problema general está resuelto de una manera total en el caso en que las funciones f y g_i son lineales (programación lineal), mediante el algoritmo Simplex descrito y puesto a punto por Dantzig*, a principios de la década 1950/60, y disponible actualmente en parte de los equipos de proceso de datos modernos en forma de programas standard.

Para los casos en que f y g_i no son lineales existen métodos parciales de resolución para casos particulares*:

- — f cuadrática y g_i lineales
- — f y g_i lineales pero con la condición adicional de que d sean enteras
- — f y g_i lineales pero las d sólo pueden valer 0 ó 1
- — f función cualquiera convexa y g_i lineales
- — f lineal y g_i convexas no lineales.

Cuando el problema planteado no encaja dentro de los anteriores, puede intentarse su solución bien por métodos heurísticos o por programación dinámica. Este último procedimiento es un método de optimización recursiva que permite encontrar el valor óptimo de una función cuando la estructura de esta y de las limitaciones impuestas permite la descomposición del proceso de optimización de la función en fases, de forma tal que si la función económica es

$$f(d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n)$$

* Estas variables suelen llamarse variables de decisión en los problemas de programación matemática.

* La información sobre estos temas puede encontrarse en Hilliers-Lieberman (1968), Kaufman (1963).

pueden introducirse, por la estructura de las limitaciones y la función, variables de estados intermedios x_i tales que:

1) la función puede descomponerse en la forma:

$$f(d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n) = $$
$$= f_n(x_n, d_n)_* f_{n-1}(x_{n-1}, d_{n-1})_* \ldots _* \ldots f_1(x_1, d_1)$$

siendo $_*$ la representación de la operación de composición que puede ser cualquiera (no necesariamente aritmética).

2) la introducción de estas nuevas variables x_i permite la redacción de las limitaciones en forma de n ecuaciones del tipo:

$$x_i = t_i(x_{i+1}, d_{i+1})$$

A partir de esta estructuración del problema, se articula basado en el principio de optimización de Bellmann, un proceso recurrente consistente en las siguientes etapas*:

1) Hallar

$$f_1^*(x_1) = \underset{0 \leq d_1 \leq \varphi(x_1)}{\text{máx}} [f_1(x_1, d_1)]$$

2) Hallar

$$f_2^*(x_2) = \underset{0 \leq d_2 \leq \varphi(x_2)}{\text{máx}} [f_2(x_2, d_2)_* f_1^*(x_1)]$$

esta función, utilizando la función de transformación

$x_1 = t_2(x_2, d_2)$ se convierte en función de x_2, d_2

$$f_2^*(x_2) = \underset{0 \leq d_2 \leq \varphi(x_2)}{\text{máx}} [f_2(x_2, d_2)_* f_1(t_2(x_2, d_2))] = \underset{0 \leq d_2 \leq \varphi(x_2)}{\text{máx}} [f'_2(x_2, d_2)]$$

3) Hallar

$$f_3^*(x_3) = \underset{0 \leq d_3 \leq \varphi(x_3)}{\text{máx}} [f_3(x_3, d_3)_* f_2^*(x_2)] = \underset{0 \leq d_3 \leq \varphi(x_3)}{\text{máx}} [f_3(x_3, d_3)_* f_2(t_3(x_3, d_3))] = \underset{0 \leq d_3 \leq \varphi(x_3)}{\text{máx}} [f'_3(x_3, d_3)]$$

Así sucesivamente hasta llegar al escalón n en que se tendrá:

$$f_n^*(x_n) = \underset{0 \leq d_n \leq \varphi(x_n)}{\text{máx}} f'_n(x_n, d_n)$$

Una vez obtenido $f^*(x_n)$ puede ocurrir que por las limitaciones x_n tenga un valor fijo x_n^* en cuyo caso el máximo de la función vendrá dado por $f_n^*(x_n^*)$ si x_n varía en un intervalo I el máximo de la función es

$$M = \underset{x_n \in I}{\text{máx}} f_n^*(x_n)$$

$\varphi_i(x_i)$ son valores que acotan el intervalo de variación de la variable de decisión como consecuencia de las restricciones del problema.

La estructura algoritmo es válida siendo x_i, d_i variables vectoriales con distintas componentes numéricas.

Problema en una variable que puede resolverse por los procedimientos clásicos de la teoría de funciones adoptando para M el mayor de los valores de la función en los máximos relativos del intervalo y en los extremos de éste*, es decir, que la programación dinámica permite resolver un problema en n variables de decisión, mediante la resolución secuencial de otros n problemas con una única variable de decisión.

Ejemplo de aplicación del algoritmo de programación dinámico:

Hallar el máximo de

$$Z = 2x + 3y + 4z^2$$

con las limitaciones

$$x + y + z \leq 4$$

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$z \geq 0$$

Se toman como variables de decisión

$$d_1 = x$$
$$d_2 = y$$
$$d_3 = z$$

se introducen como variables de estado

x_1 x_2 x_3 tales que

$$x_1 = d_1$$
$$x_2 = x_1 + d_2$$
$$x_3 = x_2 + d_3$$

* Se supone que se trata de un problema de maximación; el caso de minimización se trata de forma similar.

* El desarrollo teórico de estos procedimientos puede verse en Bellmann, Dreyfus (1962), Hiliers-Lieberman (1968), Kaufman (1963), Nemhauser (1966).

Al imponer la condición $x_3 \leq 4$, eliminando d_1, d_2, d_3 con las tres ecuaciones anteriores se obtiene:

$x + y + z \leq 4$, condición requerida.

Sin embargo, estructurado el problema de esta forma puede ser tratado por programación dinámina con las fórmulas de transición de un estado a otro.

$$x_1 = x_2 - d_2$$
$$x_2 = x_3 - d_3$$

Como las variables x_i son positivas, así como las d_i, los campos de variabilidad de d_2 y d_3 son respectivamente

$$0 \leq d_2 \leq x_2$$
$$0 \leq d_3 \leq x_3$$

y la función económica queda en la forma

$$Z = 2\,d_1 + 3\,d_2 + 4\,d_3^2 = f_1(x_1, d_1) + f_2(x_2, d_2) + f_3(x_3, d_3)$$

En este caso la operación de composición es la suma.

Las etapas de optimización son:

1.° Hallar $f^*(x_1)$

$$f^*(x_1) = \underset{d_1 = x_1}{\text{máx}}\ f(x_1, d_1) = 2\,x_1$$

2.° Hallar $f^*(x_2)$

$$f^*(x_2) = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2}{\text{máx}}\ [f(x_2, d_2) + f^*(x_1)] = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2}{\text{máx}}\ [3\,d_2 + 2(x_2 - d_2)] = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2}{\text{máx}}\ [2\,x_2 + d_2] = 3\,x_2, \text{ para } d_2 = x_2$$

3.° Hallar $f^*(x_3)$

$$f^*(x_3) = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3}{\text{máx}}\ [f(x_3, d_3) + f^*(x_2)] = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3}{\text{máx}}\ [4\,d_3^2 + 3\,x_2] = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3}{\text{máx}}\ [4\,d_3^2 + 3(x_3 - d_3)] = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3}{\text{máx}}\ [4\,d_3^2 - 3\,d_3 + 3\,x_3]$$

Para hallar el máximo se deriva respecto a d_3, se iguala a cero:

$$8\,d_3 - 3 = 0$$
$$d_3 = 3/8$$

que es un mínimo luego el valor máximo lo alcanza en alguno de los extremos del intervalo de variación es decir para $d_3 = 0$ ó $d_3 = x_3$

Para $d_3 = 0$ $\quad f^*(x_3) = 3\,x_3$
$\quad\ \ d_3 = x_3$ $\quad f^*(x_3) = 4\,x_3^2$

Como x_3 debe estar comprendido entre 0 y 4 el valor máximo de $f^*(x_3)$ es $4 \times 4^2 = 64$ que es el máximo de la función.

Para conocer los valores de las variables de decisión, se aplica el proceso en sentido inverso.

$x_3 = 4$
$z = d_3 = x_3 = 4$ (del paso 3.°)
$x_2 = x_3 - d_3 = 0$
$y = d_2 = x_2 = x_3 - d_3 = 4 - 4 = 0$
$x = d_1 = x_1 = x_2 - d_2 = 0 - 0 = 0$

Por tanto la función con la condición impuesta tiene como valor máximo 64 para $x = y = 0$, $z = 4$.

Caso de que la condición de restricción tuviera coeficientes distintos de uno se resolvería de manera análoga. En efecto supóngase que la condición restrictiva es

$$2\,x + 4\,y + 2\,z \leq 8$$

Es decir

$$2\,d_1 + 4\,d_2 + 2\,d_3 \leq 8$$
$$d_i \geq 0$$

Las variables de estado serían

$$x_1 = 2\,d_1$$
$$x_2 = x_1 + 4\,d_2$$
$$x_3 = x_2 + 2\,d_3$$
$$x_3 \leq 8$$

y las ecuaciones de paso de un estado a otro:

$$x_1 = x_2 - 4\,d_2$$
$$x_2 = x_3 - 2\,d_3$$

Los campos de variabilidad de las variables de decisión son ahora

$$d_1 = \frac{x_1}{2}$$

$$0 \leq d_2 \leq \frac{x_2}{4}$$

$$0 \leq d_3 \leq \frac{x_3}{2}$$

De acuerdo con ello se aplica el proceso recursivo

1.° Hallar $f^*(x_1)$

$$f^*(x_1) = \underset{d_1 = x_1/2}{\text{máx}}\ [2\,d_1] = x_1$$

2.° Hallar $f^*(x_2)$

$$f^*(x_2) = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2/4}{\text{máx}} [3 d_2 + x_1] = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2/4}{\text{máx}} [3 d_2 + x_2 - 4 d_2] = \underset{0 \leq d_2 \leq x_2/4}{\text{máx}} [x_2 - d_2] = x_2, \text{ para } d_2 = 0$$

3.° Hallar $f^*(x_3)$

$$f^*(x_3) = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3/2}{\text{máx}} [4 d_3^2 + x_2] = \underset{0 \leq d_3 \leq x_3/2}{\text{máx}} [4 d_3^2 + x_3 - 2 d_3]$$

De manera análoga al caso anterior tiene un mínimo para $d_3 = 1/4$; los máximos posibles son pues los correspondientes a los extremos del intervalo:

Para $d_3 = 0$ $\quad f^*(x_3) = x_3$
$d_3 = x_3/2$ $\quad f^*(x_3) = x_3^2$

Dado que en este caso x_3 debe variar entre 0 y 8 el valor máximo de f^*_3 es el correspondiente a la segunda alternativa ($x_3 = 8$).

$f^*_3 = 64$ y por tanto este es el valor máximo de z con la nueva restricción que corresponde a los valores de las variables

$$z = d_3 = x_3/2 = 4$$
$$y = d_2 = 0$$
$$x_2 = x_3 - 2 d_3 = 0$$
$$x = d_1 = x_1 = x_2 - 4 d_2 = 0$$

En los dos ejemplos anteriores se ha tratado de maximizar una función de variables reales. Cabe también aplicar el mismo proceso para el caso de variables discretas, es decir aquellas que pueden tomar un conjunto de valores prefijados por el tipo de problema (por ejemplo, variables enteras acotadas, precios de un catálogo de productos con gama prefijada, etc.). El tratamiento es análogo si bien la manipulación por no poderse reducir a fórmulas exige un procedimiento que combine todas las alternativas posibles de las funciones compuestas por *, lo que únicamente puede realizarse salvo casos muy simples con computador.

Cuando no es posible encontrar un algoritmo de programación dinámica que resuelva el problema puede intentarse la aplicación de los métodos heurísticos tipo «Branch and Boun», también llamados de «Separación y evaluación progresivas» (S.E.P.), que consisten en líneas generales en un procedimiento de tanteo ordenado de todas las soluciones aceptando o rechazando una gama de posibilidades mediante procedimientos que permiten la evaluación por defecto o por exceso de la función a optimizar para bloques de posibles soluciones; ello permite reducir el número de tanteos, pudiendo alcanzarse el óptimo si la estructura del problema permite la definición de un criterio de separación por bloques de evaluación por defecto o exceso eficientes y el número de casos posibles es aceptable para el ordenador. En caso de precisar mucho tiempo de cálculo, cabe prever por el modelo la escritura de los distintos niveles de tanteo y puede cortarse el proceso cuando se considere superado el tiempo máximo aceptable de cálculo por ordenador, de esta forma si bien no se alcanza el óptimo pueden obtenerse soluciones racionalmente mejoradas sobre la de partida*.

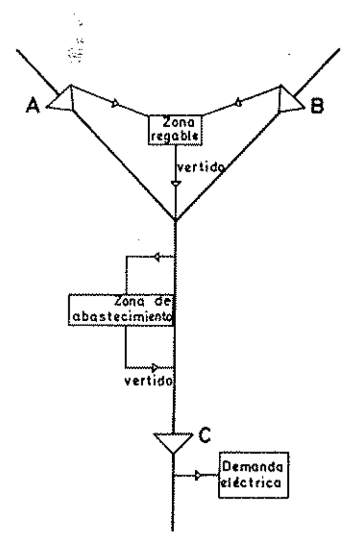


FIGURA 7.64
Esquema hidráulico.

Como ejemplo de análisis mediante programación lineal se va a estudiar el sistema de obras hidráulicas esquematizado en la figura 7.64. Se supone que el período a regular es de dos años, uno húmedo y otro seco, divididos a su vez cada uno de ellos en período seco y húmedo, y que se conocen las aportaciones en los distintos puntos en cada período. En realidad para fijar estas aportaciones se precisaría analizar las series y seleccionar varias secuencias de dos años en que se produzcan mayores fluctuaciones, bien entre dos años consecutivos, o dentro del propio año entre períodos seco y húmedo, además el estudio debería contemplar soluciones óptimas de regulación en secuencias de uno, dos, tres años. No obstante el procedimiento de análisis para cada secuencia estudiada sería análogo al que sigue.

El sistema está constituido por dos embalses de cabecera

* Información sobre estos métodos puede encontrarse en Roy y Horps (1970).

que abastecen a una zona regable y un abastecimiento de aguas, y otro embalse de producción de energía eléctrica aguas abajo del abastecimiento.

Se supone, a título de ejemplo, que el riego consume el $(1 - r)$ por uno del agua servida y el abastecimiento el $(1 - s)$ por uno.

La capacidad reguladora de cada embalse está dividida en dos partes, la correspondiente a regulación en el año (YH_A, YH_B, YH_C, YS_A, YS_B, YS_C) y la interanual necesaria para regular la transición de año húmedo a seco (Z_A, Z_B, Z_C).

Las aportaciones en cada tramo de la cuenca son:
mos que son:

Cuenca 1:	AH_{11}	AH_{12}	AS_{11}	AS_{12}
Cuenca 2:	AH_{21}	AH_{22}	AS_{21}	AS_{22}
Cuenca 3:	AH_{31}	AH_{32}	AS_{31}	AS_{32}
Cuenca 4:	AH_{41}	AH_{42}	AS_{41}	AS_{42}

AH_{ij} aportación en año húmedo en el punto i período j
AS_{ij} aportación en año seco en el punto i período j

Las demandas a servir son

riegos	r_1	r_2	r_3	r_4
abastecimiento	s_1	s_2	s_3	s_4
energía eléctrica	e_1	e_2	e_3	e_4

todos los valores de demandas y aportaciones se suponen en Hm^3 totales en el período semestral.

Las incógnitas son:

volúmenes reguladores interanuales
Z_A Z_B Z_C
volúmenes reguladores anuales en año húmedo
YH_A YH_B YH_C
volúmenes reguladores anuales en año seco
YS_A YS_B YS_C

Se han de decidir los valores de estas variables que minimicen el costo total de la inversión en regulación. Se plantean en primer lugar las restricciones y a continuación la función económica.

a) *Restricciones:*

Admitiendo que se parte de embalse vacío, supóngase que el volumen de regulación interanual se acumula en el período húmedo del año húmedo y se vacía en el período seco del año seco.

Año húmedo:

Primer período

Desagüe embalse A: $AH_{11} - YH_A - Z_A$
Desagüe embalse B: $AH_{21} - YH_B - Z_B$

1. Los desagües de ambos embalses deben superar la demanda de riego:

$$AH_{11} + AH_{21} - YH_A - YH_B - Z_A - Z_B \geq r_1$$

es decir:

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq AH_{11} + AH_{21} - r_1 \quad (1)$$

2. Por otro lado en la toma de abastecimiento de agua debe rebasarse la demanda para el mismo:

$$AH_{31} + r(AH_{11} + AH_{21} - YH_A - YH_B - Z_A - Z_B) \geq s_1$$

operando

$$AH_{31} + r(AH_{11} + AH_{21}) - s_1 \geq (YH_A + YH_B + Z_A + Z_B)r$$

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq$$
$$\leq [AH_{31} + r(AH_{11} + AH_{21}) - s_1]/r \quad (2)$$

Se seleccionará de las dos condiciones aquella con segundo miembro menor.

3. El desagüe del embalse C debe permitir la producción hidroeléctrica:

$$s \cdot AH_{31} + s \cdot r(AH_{11} + AH_{21} - YH_A - YH_B - Z_A - Z_B) +$$
$$+ AH_{41} - YH_C - Z_C \geq e_1$$

operando resulta

$$s \cdot AH_{31} + s \cdot r(AH_{11} + AH_{21}) + AH_{41} - e_1 \geq$$
$$\geq YH_C + Z_C + s \cdot r(YH_A + YH_B + Z_A + Z_B)$$

Luego otra condición es

$$s \cdot r(YH_A + YH_B + Z_A + Z_B) + YH_C + Z_C \leq$$
$$\leq s \cdot AH_{31} + s \cdot r \cdot AH_{11} + AH_{21}) + AH_{41} - e_1 \quad (3)$$

Segundo período

Se supone en este caso al ser el período seco del año húmedo que se desagua lo embalsado en el período húmedo del mismo año

1. Riego:

$$AH_{12} + YH_A + AH_{22} + YH_B \geq r_2 \quad (4)$$

luego

$$YH_A + YH_B \geq r_2 - AH_{12} - AH_{22}$$

2. Abastecimiento:

$$r(AH_{12} + YH_A + AH_{22} + YH_B) + AH_{32} \geq s_2$$

operando:

$$r(YH_A + YH_B) \geq s_2 - AH_{32} - r(AH_{12} + AH_{22}) \qquad (5)$$

$$YH_A + YH_B \geq [s_2 - AH_{32} - r(AH_{12} + AH_{22})]/r$$

3. Producción hidroeléctrica:

$$s \cdot r(AH_{12} + YH_A + AH_{22} + YH_B) + AH_{32} \cdot s + H_{42} + YH_C \geq e_2$$

operando:

$$s \cdot r(YH_A + YH_B) + YH_C \geq e_2 - s \cdot r(AH_{12} + AH_{22}) - AH_{32} \cdot s - AH_{42} \qquad (6)$$

Año seco

Primer período:

1. Riego:

$$AS_{11} - YS_A + AS_{21} - YS_B \geq r_3 \qquad (7)$$

operando:

$$YS_A + YS_B \leq AS_{11} + AS_{21} - r_3$$

2. Abastecimiento:

$$AS_{31} + r(AS_{11} - YS_A + AS_{21} - YS_B) \geq s_3$$

operando:

$$AS_{31} + r(AS_{11} + AS_{21}) - s_3 \geq (YS_A + YS_B)r$$

es decir:

$$YS_A + YS_B \leq [AS_{31} + r \cdot (AS_{11} + AS_{21}) - s_3]/r \qquad (8)$$

3. Producción hidroeléctrica:

$$s[AS_{31} + r \cdot (AS_{11} + AS_{21} - YS_A - YS_B)] + AS_{41} - YS_C \geq e_3$$

operando:

$$s \cdot AS_{31} + r \cdot s \cdot (AS_{11} + AS_{21}) + AS_{41} - rs(YS_A + YS_B) - YS_C \geq e_3$$

$$YS_C + r \cdot s \cdot (YA_A + YS_B) \leq s \cdot AS_{31} + r \cdot s \cdot (AS_{11} + AS_{21}) + AS_{41} - e_3 \qquad (9)$$

Segundo período

1. Riego:

$$AS_{12} + AS_{22} + YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq r_4 \qquad (10)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq r_4 - AS_{12} - AS_{22}$$

2. Abastecimiento:

$$r(AS_{12} + AS_{22} + YS_A + YS_B + Z_A + Z_B) + AS_{32} \geq s_4$$

$$AS_{32} + r[(AS_{12} + AS_{22}) + (YS_A + YS_B + Z_A + Z_B)] \geq s_4$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq [s_4 - AS_{32} - r(AS_{12} + AS_{22})]/r \qquad (11)$$

3. Producción hidroeléctrica:

$$s \cdot r \cdot (AS_{12} + AS_{22}) + s \cdot r \cdot (YS_A + YS_B + Z_A + Z_3) + s \cdot AS_{32} + AS_{42} + YS_C + Z_C \geq e_4$$

$$r \cdot s \cdot (YS_A + YS_B + Z_A + Z_B) + YS_C + Z_C \geq e_4 - s \cdot r \cdot (AS_{12} + AS_{22}) - s \cdot AS_{32} - AS_{42} \qquad (12)$$

Por tanto el sistema de limitaciones, a verificar por las variables de decisión es:

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq AH_{11} + AH_{21} - r_1 \qquad (1)$$

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq [AH_{34} + r(AH_{11} + AH_{21}) - s_1]/r \qquad (2)$$

$$s \cdot r \cdot (YH_A + YH_B + Z_A + Z_B) + YH_C + Z_C \leq s \cdot AH_{31} + s \cdot r(AH_{11} + AH_{21}) + AH_{41} - e_1 \qquad (3)$$

$$YH_A + YH_B \geq r_2 - AH_{12} - AH_{22} \qquad (4)$$

$$YH_A + YH_B \geq [s_2 - AH_{32} - r(AH_{12} + AH_{22})]/r \qquad (5)$$

$$s \cdot r \cdot (YH_A + YH_B) + YH_C \geq e_2 - s \cdot r \cdot (AH_{12} + AH_{22}) - s \cdot AH_{32} - AH_{42} \qquad (6)$$

$$YS_A + YS_B \leq AS_{11} + AS_{21} - r_3 \qquad (7)$$

$$YS_A + YS_B \leq [AS_{31} + r(AS_{11} + AS_{21}) - s_3]/r \qquad (8)$$

$$YS_C + s \cdot r \cdot (YS_A + YS_B) \leq s \cdot AS_{31} + r \cdot s \cdot (AS_{11} + AS_{21}) + AS_{41} - e_3 \qquad (9)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq r_4 - AS_{12} - AS_{22} \qquad (10)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq [s_4 - AS_{32} - r(AS_{12} + AS_{22})]/r \qquad (11)$$

$$r \cdot s \cdot (YS_A + YS_B + Z_A + Z_B) + YS_C + Z_C \geq e_4 - s \cdot r \cdot (AS_{12} + AS_{22}) - s \cdot AS_{32} - AS_{42} \qquad (12)$$

Además pueden añadirse limitaciones por los tipos de embalse. Por ejemplo si suponemos que el valor máximo del embalse A no puede rebasar un determinado valor R_A ello supondría las condiciones

$$Z_A + YH_A \leq R_A \qquad (13)$$

$$Z_A + YS_A \leq R_A \qquad (14)$$

(ya que la capacidad total de embalse puede ser obtenida añadiendo a la de regulación interanual la mayor regulación anual que puede ser del año seco o húmedo)

b) *Función económica:*

En general la función de coste no será lineal; sin embargo podrá representarse con aproximación suficiente por poligonales formadas por segmentos rectos. En este caso pueden formarse tantas funciones económicas lineales como combinaciones de tramos de segmentos rectos compatibles con las limitaciones puedan formarse, añadiendo para cada función económica las limitaciones a la capacidad del embalse correspondientes al dominio de validez de la función a minimizar. Una vez obtenidos todos los juegos de variables de decisión que minimizan las funciones definidas de esta forma se adopta aquel juego que da lugar a la función económica de coste mínimo.

Si en el caso del presente ejemplo las funciones de coste son

Embalse	Funciones de coste e intervalo
A	$C_A \cdot E_A$ para $0 < E_A < M_A$; $C'_A \cdot E'_A$ para $E_A > M_A$
B	$C_B \cdot E_B$ para $0 < E_B < M_B$; $C'_B \cdot E'_B$ para $E_B > M_B$
C	$C_C \cdot E_C$ para $0 < E_C < M_C$; $C'_C \cdot E'_C$ para $E_C > M_C$

siendo C coeficientes y M valores dados.

Teniendo en cuenta que $E = Z + YH$ o $E = Z + YS$, según que el embalse anual en año húmedo supere o no al de año seco, las funciones a optimizar serían:

Primera:

$$F_1 = C_A(Z_A + YH_A) + C_B(Z_B + YH_B) + C_C(Z_C + YH_C)$$
$$F'_1 = C_A(Z_A + YS_A) + C_B(Z_B + YS_B) + C_C(Z_C + YS_C)$$

con las restricciones complementarias

$$Z_A + YH_A < M_A$$
$$Z_A + YS_A < M_A$$
$$Z_B + YH_B < M_B$$
$$Z_B + YS_B < M_B$$
$$Z_C + YH_C < M_C$$
$$Z_C + YS_C < M_C$$

Segunda:

$$F_2 = C_A(Z_A + YH_A) + C_B(Z_B + YH_B) + C'_C(Z_C + YH_C)$$
$$F'_2 = C_A(Z_A + YS_A) + C_B(Z_B + YS_B) + C'_C(Z_C + YS_C)$$

con las restricciones ahora

$$Z_A + YH_A < M_A$$
$$Z_A + YS_A < M_A$$
$$Z_B + YH_B < M_B$$
$$Z_B + YS_B < M_B$$
$$Z_C + YH_C > M_C$$
$$Z_C + YS_C > M_C$$

Análogamente se obtendrían las otras doce funciones F_i y F'_i resultando en total 16 funciones de coste a minimizar.

Cabría considerar la inclusión de funciones económicas que combinen en sus términos YH e YS ya que en algún embalse podría ocurrir que resultara mayor Z + YS simultáneamente con el caso de que en otro lo fuera Z + YH. Se admite el procedimiento simplificado adoptado ya que lo que se trata es de encontrar la capacidad reguladora interanual que será preponderante en el caso estudiado de secuencia de año húmedo y seco, por lo que la influencia de esta simplificación no será importante.

Para que las funciones F y F' representen en cada caso el coste del embalse total (anual + interanual) se precisaría que en el caso de las funciones F se verifiquen las condiciones.

$$\begin{aligned} YH_A - YS_A &\geq 0 \\ YH_B - YS_B &\geq 0 \qquad \text{(I)} \\ YH_C - YS_C &\geq 0 \end{aligned}$$

y recíprocamente en los casos en que la función a minimizar es F'

$$\begin{aligned} YS_A - YH_A &\geq 0 \\ YS_B - YH_B &\geq 0 \qquad \text{(II)} \\ YS_C - YH_C &\geq 0 \end{aligned}$$

Los programas standard que existen en el mercado de resolución de problemas de programación lineal permiten la resolución de los 16 problemas planteados en secuencia manejando los juegos de limitaciones y funciones objetivo por lo que puede finalmente elegirse la solución óptima del sistema.

A continuación, una vez planteado el problema de una manera general se procede a adoptar valores numéricos y resolverlo para una función económica dada.

Para el embalse A, cuyo valor R_A máximo se supone 60 Hm³, se considerará costo lineal entre cero y ese valor, con coeficiente 0,60 millones ptas./Hm³ (se trata de costo anual = anualidad de amortización de primera instalación + gastos de explotación). Para los embalses B y C se supondrán funciones con dos tramos lineales

Se toman: $r = 0{,}50$ $s = 0{,}70$

Aportaciones (Hm³/período)

Cuenca 1	Cuenca 2	Cuenca 3	Cuenca 4
$AH_{11} = 100$	$AH_{21} = 120$	$AH_{31} = 50$	$AH_{41} = 90$
$AH_{12} = 60$	$AH_{22} = 100$	$AH_{32} = 40$	$AH_{42} = 60$
$AS_{11} = 70$	$AS_{21} = 110$	$AS_{31} = 40$	$AS_{41} = 70$
$AS_{12} = 40$	$AS_{22} = 60$	$AS_{32} = 30$	$AS_{42} = 40$

Demandas (Hm^3/período)

Riego	Abastecimientos	Hidroeléctrica
$r_1 = 80$	$s_1 = 120$	$e_1 = 140$
$r_2 = 180$	$s_2 = 120$	$e_2 = 140$
$r_3 = 100$	$s_3 = 120$	$e_3 = 140$
$r_4 = 180$	$s_4 = 120$	$e_4 = 140$

De acuerdo con ello el sistema de ecuaciones queda:

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq 100 + 120 - 80 = 140 \qquad (1)$$

$$YH_A + YH_B + Z_B + Z_B \leq 2(50 + 0{,}50 \times 220 - 120) = 80 \qquad (2)$$

$$0{,}35(YH_A + YH_B + Z_A + Z_B) + YH_C + Z_C \leq \leq 0{,}70 \times 50 + 0{,}35 \times 220 + 90 - 140 = 62 \qquad (3)$$

$$YH_A + YH_B \geq 180 - 60 - 100 = 20 \qquad (4)$$

$$YH_A + YH_B \geq 2(120 - 40 - 0{,}50 \times 160) = 0 \qquad (5)$$

$$0{,}35(YH_A + YH_B) + YH_C \geq \geq 140 - 0{,}35 \times 160 - 0{,}70 \times 40 - 60 = -4 \qquad (6)$$

$$YS_A + YS_B \leq 70 + 110 - 100 = 80 \qquad (7)$$

$$YS_A + YS_B \leq 2(40 + 0{,}50 \times 180 - 120) = 20 \qquad (8)$$

$$YS_C + 0{,}35(YS_A + YS_B) \leq \leq 0{,}70 \cdot 40 + 0{,}35 \times 180 + 70 - 140 = 21 \qquad (9)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq 180 - 40 - 60 = 80 \qquad (10)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq \geq 2(120 - 30 - 0{,}50 \times 100) = 80 \qquad (11)$$

$$0{,}35(YS_A + YS_B + Z_A + Z_B) + YS_C + Z_C \geq \geq 140 - 0{,}35 \times 100 - 0{,}70 \times 30 - 40 = 44 \qquad (12)$$

Como se supuso $R_A = 60$

$$Z_A + YH_A \leq 60$$
$$Z_A + YS_A \leq 60$$

Funciones económicas:
Embalse A:
la indicada anteriormente
Embalse B:

$$C_B \cdot E_B = 0{,}50(Z_B + YH_B) \qquad Z_B + YH_B \leq 40$$
$$C_B \cdot E_B = 0{,}50(Z_B + YS_B) \qquad Z_B + YS_B \leq 40$$
$$C'_B \cdot E_B = 0{,}80(Z_B + YH_B) \qquad Z_B + YH_B \geq 40$$
$$C'_B \cdot E_B = 0{,}80(Z_B + YS_B) \qquad Z_B + YS_B \geq 40$$

Embalse C:

$$C_C \cdot E_C = 0{,}60(Z_C + YH_C) \qquad Z_C + YH_C \geq 20$$
$$C_C \cdot E_C = 0{,}60(Z_C + YS_C) \qquad Z_C + YS_C \geq 20$$

De acuerdo con lo anterior deberá minimizarse

$$F_1 = 0{,}60(Z_A + YH_A) + 0{,}50(Z_B + YH_B) + 0{,}60(Z_C + YH_C)$$
$$F'_1 = 0{,}60(Z_A + YS_A) + 0{,}50(Z_B + YS_B) + 0{,}60(Z_C + YS_C)$$

con las restricciones complementarias

$$Z_B + YH_B \leq 40$$
$$Z_B + YS_B \leq 40$$
$$Z_C + YH_C \leq 20$$
$$Z_C + YS_C \leq 20$$

y

$$F_2 = 0{,}60(Z_A + YH_A) + 0{,}80(Z_B + YH_B) + 0{,}60(Z_C + YH_C)$$
$$F'_2 = 0{,}60(Z_A + YS_A) + 0{,}80(Z_B + YS_B) + 0{,}60(Z_C + YS_C)$$

con

$$Z_B + YH_B \geq 40$$
$$Z_B + YS_B \geq 40$$
$$Z_C + YH_C \geq 20$$
$$Z_C + YS_C \geq 20$$

Resultan por tanto los problemas de programación lineal siguientes, suprimiendo las limitaciones comprendidas en otras y añadiendo las de tipo (I) y (II) según los casos:

Primero

$$YH_A + YH_B + Z_A + Z_B \leq 140 \qquad (1)$$

$$YH_C + Z_C + 0{,}35(YH_A + YH_B + Z_A + Z_B) \leq 62 \qquad (3)$$

$$YH_A + YH_B \geq 20 \qquad (4)$$

$$YH_C + 0{,}35(YH_A + YH_B) \geq 0 \text{[1]} \qquad (6)$$

$$YS_A + YS_B \leq 80 \qquad (7)$$

$$YS_C + 0{,}35(YS_A + YS_B) \leq 21 \qquad (8)$$

$$YS_A + YS_B + Z_A + Z_B \geq 80 \qquad (9)$$

$$0{,}35(YS_A + YS_B + Z_A + Z_B) + YS_C + Z_C \geq 44 \qquad (12)$$

$$Z_A + YH_A \leq 60$$
$$Z_B + YH_B \leq 40$$
$$Z_C + YH_C \geq 20$$

[1] Por la naturaleza del problema se debe verificar que Z, YH e YS sean ≥ 0. Por ello en vez de poner en el segundo miembro ≥ -4 se pone ≥ 0.

$YH_A - YS_A \geq 0$
$YH_B - YS_B \geq 0$
$YH_C - YH_C \geq 0$

Minimizar

$$F_1 = 0{,}60(Z_A + YH_A) + 0{,}50(Z_B + YH_B) + 0{,}60(Z_C + YH_C)$$

2.°) Las mismas 8 primeras de 1.° y además

$Z_A + YS_A \leq 60$
$Z_B + YS_B \leq 40$
$Z_C + YS_C \geq 20$

$YS_A - YH_A \geq 0$
$YS_B - YH_B \geq 0$
$YS_C - YH_C \geq 0$

Minimizar

$$F'_1 = 0{,}60(Z_A + YS_A) + 0{,}50(Z_B + YS_B) + 0{,}60(Z_C + YS_C)$$

3.°) Igual que 1.° sustituyendo

$Z_B + YH_B \leq 40$ por $Z_B + YH_B \geq 40$

y F_1 por

$$F_2 = 0{,}60(Z_A + YH_A) + 0{,}80(Z_B + YH_B) + 0{,}60(Z_C + YH_C)$$

4.°) Igual que 2.° sustituyendo

$Z_B + YS_B \leq 40$ por $Z_B + YS_B \geq 40$

y F'_1 por

$$F'_2 = 0{,}60(Z_A + YS_A) + 0{,}80(Z_B + YS_B) + 0{,}60(Z_C + YS_C)$$

Aplicando el algoritmo Simplex, mediante un programa en computador, a estos cuatro problemas resultan incompatibles el 2.° y el 4.° (es decir no puede verificarse que el volumen anual de regulación de año seco supere el de año húmedo).

Para el 1.° y 2.° resultan como valores de las variables que optimizan la función:

$Z_A = 40$ $\quad Z_B = 20$ $\quad Z_C = 6$
$YH_A = 0$ $\quad YH_B = 20$ $\quad YH_C = 14$

El valor de la función económica es 56 millones/año.

Para el 3.°

$Z_A = 20$ $\quad Z_B = 40$ $\quad Z_C = 6$
$YH_A = 20$ $\quad YH_B = 0$ $\quad YH_C = 14$

la función vale 56 millones/año ya que es la misma solución que 1.°.

Se ve por tanto que la configuración de embalses que minimiza el costo anual para estas aportaciones es 40, 40 y 20 millones de m³ respectivamente.

Como ya se ha indicado haciendo análisis de esta clase para distintas series de aportaciones con distintas probabilidades de ocurrencia del desnivel entre año seco y año húmedo, puede obtenerse la decisión de volúmenes más convenientes de regulación a implantar en período de dos años (análogamente se estudiaría para período de mayor o menor número de años).

La metodología esbozada puede aplicarse también incluyendo otras estructuras además de los embalses, tales como bombeos de trasvase desde el cauce o extracciones de embalses subterráneos, siempre que pueda establecerse su forma de valoración de manera análoga al ejemplo.

5.6.3 Métodos de simulación

La simulación de un sistema consiste en crear un dispositivo lógico programado para ordenador electrónico de forma que introduciendo una serie de datos exteriores al sistema se obtiene como resultado del cálculo una serie de parámetros que cuantifican la calidad del funcionamiento de ese sistema, de forma que los valores de estos parámetros sean precisamente los mismos que se obtendrían si se manejasen los auténticos sistemas en su verdadera magnitud con los mismos datos de partida.
logía puede dividirse en dos ramas específicas:

a) modelos de simulación física, también llamados de analogía indirecta;

b) modelos de explotación económica.

Los modelos del primer tipo simulan el comportamiento de un sistema hidráulico regido por leyes físicas (por ejemplo una capa freática, el agua en el cauce de un río) a lo largo del tiempo aplicando un método numérico de integración de las ecuaciones que relacionan los parámetros del sistema (niveles, velocidades, caudales...) con el tiempo. Hasta el advenimiento de la última generación de ordenadores este tipo de simulación se realizaba por analogía eléctrica asimilando el sistema a una malla de resistencias y capacidades representando los parámetros del mismo. En la Sección 16 se tratan los modelos matemáticos de acuíferos, de este tipo.

Los modelos de simulación de explotación se ocupan de sistemas hidráulicos regidos por leyes económicas y funcionales entre sus distintos elementos sobre los que puede actuarse y tales que los parámetros de entrada al sistema se conocen de forma estadística. La simulación digital aplicada a los recursos hidráulicos data del ya aludido programa de investigación de la Universidad de Harvard y plantea el estudio de un sistema de

recursos hidráulicos de forma que puedan describirse mediante modelo matemático las distintas formas de explotar y dimensionar los elementos del mismo, así como las limitaciones que deban regir su operación. De acuerdo con ello a partir de datos sobre las acciones exteriores (clima, lluvia, aportaciones) al sistema (estas acciones pueden suponerse estocásticas o deterministas de acuerdo con las definiciones que anteceden) el modelo genera una serie de parámetros cuya observación permitirá tomar decisiones sobre dicho sistema (correcciones de dimensionamiento, de táctica de explotación, etc.).

La simulación puede ser determinista o estocástica según los datos de partida sean conocidos en forma concreta o mediante distribuciones estadísticas: en el caso general puede haber parámetros de ambos tipos. Por ejemplo en el caso de un sistema de recursos hidráulicos pueden darse como fijas las leyes de demanda de agua al mismo, en cambio las entradas de agua pueden considerarse aleatorias con distribuciones estadísticas de sus valores iguales a las de la muestra observada o bien pueden considerarse conocidas suponiendo que la serie observada se reproduzca exactamente en el futuro. En el primer caso el modelo de simulación sería estocástico y en el segundo determinista.

Un modelo de simulación estocástica permite obtener la distribución estadística (histograma), de los valores de los parámetros de calidad de funcionamiento del sistema, a partir de una muestra aleatoria generada con las distribuciones de las variables estocásticas de entrada.

Los modelos pueden ser más o menos complicados o sofisticados según se parta de distribuciones más o menos complejas de los parámetros de partida y se obtengan una gama más o menos complicada de parámetros de calidad resultantes, y la simulación se realice teniendo en cuenta todos los factores determinantes del funcionamiento del sistema o se simplifique alguna de sus operaciones que no afecten de manera importante a parámetros de calidad.

Construir un modelo de simulación representa disponer de una herramienta de experimentación matemática que permita constatar los efectos de un determinado sistema de las distintas estrategias que el ingeniero de explotación concibe como viables para aplicar al mismo. Por tanto, los métodos de simulación *no constituyen en sí un procedimiento de optimización,* sino más bien una herramienta de análisis que permitirá acercarse a soluciones casi óptimas. Por otra parte, no hay que olvidar que lo óptimo, habida cuenta del número de factores que inciden en un determinado sistema, es en general muy discutible en cuanto a su definición matemática y por tanto resultan muy interesantes los métodos de simulación, puesto que a partir de los parámetros de calidad obtenidos por este procedimiento pueden observarse los comportamientos de las distintas funciones económicas sobre los que podría analizarse la optimización del sistema, siendo por tanto ventajosos con relación a otros métodos de optimización directa que implican en general simplificaciones de la forma de operación del sistema y asimismo obliga a una fijación estricta de la función económica a optimizar.

El desarrollo de los modelos matemáticos de simulación digital es creciente, siendo cada día mayor la atención prestada universalmente a esta metodología que permite tener en cuenta muchos parámetros de funcionamiento de un sistema hidráulico cuya influencia se despreciaba en los métodos tradicionales o se reducía a hipótesis simplistas.

El inconveniente principal de los métodos de simulación es que para la obtención de una solución óptima se requieren, caso de sistemas complejos, multitud de horas de cálculo con computador, estudiando una gama de soluciones de dimensión y explotación posibles. Para paliar este inconveniente la tendencia actual es la utilización de la simulación en relación con técnicas de optimización directa. En el caso particular de los sistemas hidráulicos una metodología que da buenos resultados es la obtención de un dimensionamiento óptimo previo mediante programación lineal simplificando la estructura con técnicas similares a las utilizadas en el apartado 5.6.2, matizando y refinando la solución mediante un análisis por simulación de una gama de soluciones que cubra ampliamente la zona de la solución óptima obtenida del análisis previo del sistema.

Apéndice 7.1*

Práctica de aforos con molinete y químicos

A.1.1 AFORO CON MOLINETE

El principio del aforo con molinete ya quedó establecido en el apartado 1.6.1. Así, en un tramo sin remolinos y con flujo paralelo al eje del río o canal, el caudal circulante Q, es:

$$Q = \int_{\sigma} v \cdot d\sigma$$

en la que v es la velocidad en cada punto de la sección normal σ del cauce, siendo $d\sigma$ un diferencial de esa superficie. La velocidad v se mide en unos pocos puntos, a partir de los cuales se realiza la integración.

En general se divide la superficie libre del transversal del río fijando n puntos (quedan n + 1 tramos), de los cuales los dos extremos deben quedar próximos a las orillas o bordes**. En cada uno de esos puntos se coloca el molinete y se realizan medidas de velocidades a distintas profundidades, de las cuales una debe estar próxima a la superficie del agua y otra estar próxima al fondo; si es escaso el espesor de agua, dependiendo del tipo de molinete empleado (diámetro de la hélice) se realiza una única medida, aunque ello no es lo más recomendable.

El molinete proporciona el mismo número de vueltas por unidad de tiempo, n, valor que puede convertirse en velocidad con una fórmula adecuada del tipo $v = A\,n + B$ determinada por ensayo de canal calibrador; existe una fórmula para cada molinete y hélice acoplable al mismo, la cual debe ser revisada periódicamente; esta fórmula va fijada a la caja de transporte del molinete y los valores de A y B se dan para diferentes intervalos de n, ya que la relación no es del todo lineal en todo el campo posible de velocidades.

Conocida la velocidad en cada punto de la sección, tomando el valor cero sobre el contorno mojado, se pueden dibujar las líneas de igual velocidad (isotacas), planimetrar la superficie entre dos consecutivas, S, y determinar la velocidad promedio, v′. El caudal de agua será:

$$Q = \Sigma\, S \cdot v'$$

No obstante, el procedimiento es laborioso y no se suele utilizar, sustituyéndolo por una integración por franjas verticales, lo cual es más cómodo. El procedimiento a seguir se indica en la figura A.7.1: se determina la velocidad promedio v_i, en cada vertical; después se determina la velocidad promedio entre dos verticales:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \frac{v_i \cdot h_i + v_{i-1} \cdot h_{i-1}}{2} (l_i - l_{i-1}) +$$

$$+ \alpha_1 \cdot v_1 \cdot h_1 + \alpha_n \cdot v_n \cdot h_n$$

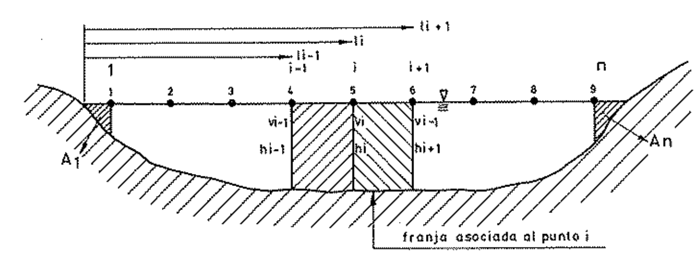


FIGURA A.7.1
Esquema de la realización del cálculo de aforos por franjas verticales.

* Redactado por E. Custodio, con la colaboración de M. Novoa.

** La separación entre los puntos depende del ancho y profundidad del cauce, mayores en cursos anchos y poco profundos y menores en aguas profundas y de fluir irregular. Pueden variar entre 0,1 y 0,5 m para anchos de hasta 12 m, pudiendo llegar a 5 m en ríos de más de 100 m de anchura.

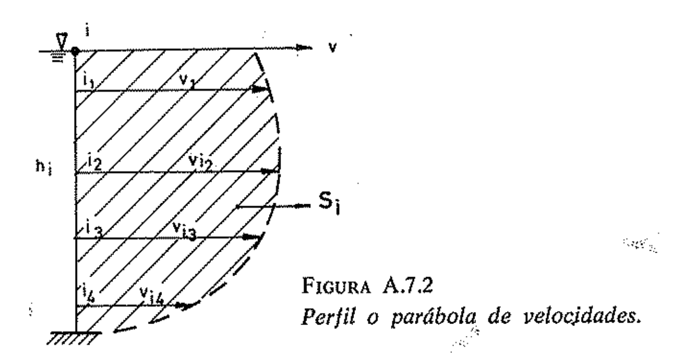


FIGURA A.7.2
Perfil o parábola de velocidades.

en la que:

v_i = velocidad promedio en la vertical i
l_i = distancia al origen (orilla) del punto i
h_i = espesor de agua bajo el punto i*
α = coeficiente correctivo de los extremos.

* Si se afora desde un puente o con cable, al calcular h_i es preciso tener en cuenta que la corriente arrastra al molinete o lastre y por lo tanto la longitud de cable de suspensión que queda sumergido cuando el molinete toca fondo es algo mayor que h_i. Existen tablas y ábacos para realizar tal corrección (Convit, 1966).

La distribución de puntos debe ser tal que las franjas sean aproximadamente rectangulares; si la topografía del fondo es irregular los puntos deben ser más frecuentes.

Para determinar la velocidad promedio en la vertical i debe procederse a dibujar el diagrama de velocidades, tal como muestra la figura A.7.2, a partir de las velocidades medidas a diferentes profundidades i_j; el diagrama se traza suponiendo que sobre el fondo existe cierta velocidad (aunque puede ser nula, aumenta rápidamente al ascender) y que en superficie es algo menor que la máxima. Planimetrando el diagrama se obtiene el valor de la velocidad media pues:

$$v_i = \frac{\int v_{ij} \cdot dh_i}{h_i} = \frac{\text{superficie del diagrama}}{h_i} = \frac{S_i}{h_i}$$

$$v_i \cdot h_i = S_i$$

En el caso de aguas poco profundas (menos de 0,5 m) en las que se realiza una sola medida de velocidad a media altura o mejor un poco por debajo (a 0,6 h),

AFORO practicado en ______________________ RIO ______________

Fecha ______________ Hora ______________ Altura de la escala ______________

Efectuó el aforo ______________ Estado atmosférico ______________

MOLINETE ______________ Hélice ______________ Referencia del aforo ______________

Ecuación { n < ________ v= ________ ; n > ________ v= ________

Observaciones ______________

Denominación	PERFIL DEL RIO			PUNTOS OBSERVADOS		ROTACION DEL MOLINETE Y COMPROBACION							
	Distancias a la margen derecha (m)		Profundidades (m.)	N.º	Distancias al fondo (altura) m.	R_1 Revoluciones	T_1 Tiempo (sg.)	R_2 Revoluciones	T_2 Tiempo (sg.)	N_1 n.º de vueltas (sg.)	N_2 n.º de vueltas (sg.)	N_m n.º de vueltas (sg.)	V Velocidad (m./sg.)
	Al origen	Parcial											

Resultado Q= ______________ m³/sg.

210 x 297 - AF CHA

FIGURA A.7.3
Estadillo de aforos.

se toma v_i igual a esa medida. Si existen dos o tres medidas similares, se toma el valor medio de ellas; así $S_i = v_i \cdot h_i$. La forma más correcta de operar sería medir las velocidades del agua a profundidades de 0,2 h y 0,8 h, siendo h el espesor de agua, y tomar como velocidad media la media de las anteriores.

En los extremos existe una rápida reducción de la profundidad de agua y un frenado de la velocidad y por ello se toma un factor α que vale aproximadamente 1/3 en el caso de orillas suaves y agua estacionaria en el borde, 1/2 para el caso de orillas abruptas y 2/3 para el caso de paredes verticales limpias (si tienen vegetación o rugosidad elevada tomar 1/2 o un valor entre 1/2 y 2/3). Como el valor de α es estimativo, conviene tomar los puntos 1 y n próximos a las orillas, para disminuir la importancia proporcional del caudal calculado con base a esos puntos.

La toma de datos en el campo y los cálculos de gabinete se simplifican con el uso de estadillos. En la figura A.7.3 se muestra el estadillo de campo que se emplea en el Servicio de Aforos de Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental (Barcelona), similar al usado en otros Servicios de la Dirección General de Obras Hidráulicas española. Su empleo es elemental si se tiene en cuenta:

a) La *denominación* se refiere al número de orden de la vertical de aforo.

b) Las verticales de aforo se refieren en distancias y orden a la margen derecha del cauce (observador mirando hacia aguas abajo). No obstante se puede prescindir de esta restricción utilizando las designaciones MI = margen izquierdo y MD = margen derecho.

c) Los *puntos observados* se refieren a las diferentes mediciones de velocidad en una misma vertical, numeradas correlativamente.

d) Se tiene un casillero para anotar el número de revoluciones del molinete (R_1) y el tiempo en que se han producido (T_1) con lo que se obtiene el número de vueltas por segundo ($N_1 = R_1/T_1$). Conviene repetir la medida, sobre todo si se hace en condiciones difíciles, colocándola en los casilleros R_2, T_2 y $N_2 = R_2/T_2$, obteniéndose después el valor medio $Nm = (N_1 + N_2)/2$; caso de gran discrepancia de los valores N_1 y N_2 (más del 20 %), conviene repetir las medidas. Con la ecuación del molinete que comprende al valor Nm, se puede

AFORO practicado en Canal 1 Km aguas abajo estación de aforos de C'al Tort RIO Carme (P.Claramunt)

Fecha 20-7-1973 Hora 12,10

Efectuó el aforo NOVOA-ALAIZ

MOLINETE 15805 Hélice nº 3

Ecuación:
- n < 0,61 v = 0,2120.n + 0,040
- 0,61 < n < 3,50 v = 0,2480.n + 0,018
- n > 3,50 v = 0,2520.n + 0,004

Altura de la escala 0,30-0,30 (inicio y final)

Estado atmosférico Bueno

Referencia del aforo se efectúa el aforo en tramo de sección semicircular.

Observaciones agua turbia con algo de mat.susp.

Denominación	PERFIL DEL RIO: Distancias a la margen (m) Al origen	Parcial	Profundidades (m.)	PUNTOS OBSERVADOS: N.º	Distancias al fondo (altura) m.	ROTACION DEL MOLINETE Y COMPROBACION: R_1 Revoluciones	T_1 Tiempo (sg.)	R_2 Revoluciones	T_2 Tiempo (sg.)	N_1 n.º de vueltas (sg.)	N_2 n.º de vueltas (sg.)	Nm n.º de vueltas (sg.)	V Velocidad (m./sg.) Puntual	Media en la vertical
M.I.	0,00	0,00	–											
A	0,20	0,20	0,28	a_1	0,05	64	30					2,133	0,547	
"	"	"	"	a_2	0,15	86	30					2,867	0,729	0,641
"	"	"	"	a_3	0,24	76	30					2,533	0,646	
B	0,50	0,30	0,38	b_1	0,05	62	30					2,067	0,531	
"	"	"	"	b_2	0,15	88	30					2,933	0,745	
"	"	"	"	b_3	0,25	98	30					3,267	0,828	0,724
"	"	"	"	b_4	0,34	93	30	94	30	3,100	3,133	3,116	0,791	
C	0,80	0,30	0,28	c_1	0,05	52	30					1,733	0,488	
"	"	"	"	c_2	0,15	80	30					2,667	0,674	0,587
"	"	"	"	c_3	0,24	75	30					2,500	0,638	
M.D.	1,00	0,20	–											

Resultado Q = 0,168 m³/sg.

FIGURA A.7.4
Aforo en un canal de derivación de la Riera de Carme. Estadillo de campo.

determinar después con facilidad la velocidad V, que es la v_{ij} del método explicado.

e) En observaciones conviene indicar aquellas incidencias que informen sobre la calidad del aforo u orienten el cálculo. Tales pueden ser avería o defecto en el molinete, inestabilidad del nivel del agua, turbulencias, presencia de irregularidades o vegetación de fondo, etcétera, empleando, si hace falta, el dorso del papel.

Ejemplo 1

En el estadillo de la figura A.7.4 se da el aforo realizado con molinete en un canal de fibrocemento que deriva, en el momento del aforo, todo el caudal de la Riera de Carme, con los cálculos de las velocidades. Se realizan tres perfiles o polígonos parabólicos de velocidades. En la figura A.7.5 se dibujan los perfiles de velocidades y se calculan los valores S_i. En la figura A.7.6 se realiza gráficamente el cálculo del caudal $Q = \int S_i \cdot dl$. El resultado es $Q = 0{,}168$ m³/seg.

El cálculo puede abreviarse evitando el trazado del sólido de caudales. Se toma el coeficiente $\alpha = 0{,}5$ en los extremos.

$$Q = 0{,}5 \cdot 0{,}173 \cdot 0{,}2 + \frac{0{,}173 + 0{,}262}{2}(0{,}5 - 0{,}2) +$$

$$+ \frac{0{,}262 + 0{,}164}{2} \cdot (0{,}8 - 0{,}5) + 0{,}5 \cdot 0{,}164\,(1{,}0 - 0{,}8) =$$

$$= 0{,}0173 + 0{,}0652 + 0{,}0639 + 0{,}0164 = 0{,}163 \text{ m}^3/\text{seg}$$

valor que difiere del anterior en el 3 %, dentro del error de aforo.

FIGURA A.7.6

Aforo en un canal de derivación de la Riera de Carme. Sólido de caudales y sección del canal.

Si el cálculo se hubiese efectuado con la velocidad media en las verticales (dadas en la figura A.7.4), se hubiese obtenido:

$$Q = 0{,}5 \cdot 0{,}641 \cdot 0{,}28 \cdot 0{,}2 +$$

$$+ \frac{0{,}641 \cdot 0{,}28 + 0{,}724 \cdot 0{,}38}{2} \cdot (0{,}5 - 0{,}2) +$$

$$+ \frac{0{,}724 \cdot 0{,}38 + 0{,}587 \cdot 0{,}28}{2}(0{,}8 - 0{,}5) +$$

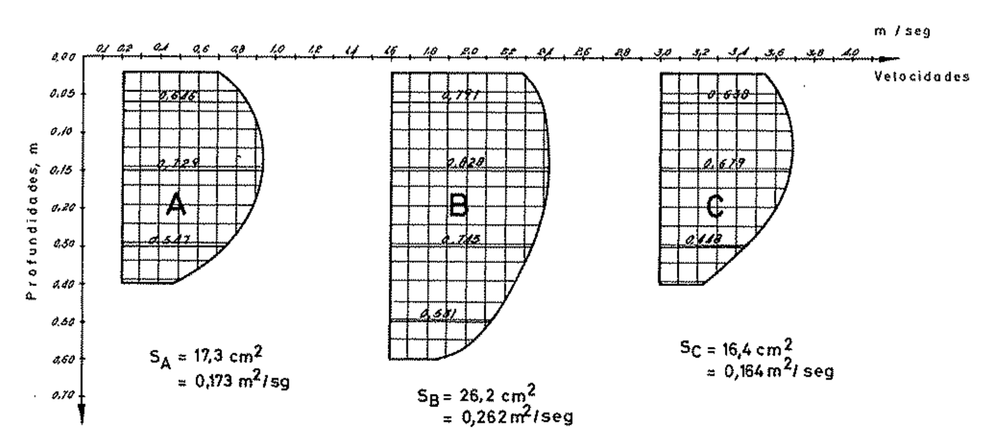


FIGURA A.7.5

Aforo en un canal de derivación de la Riera de Carme. Perfiles de velocidades en las tres verticales elegidas.

TABLA A.7.1 *Tabla de cálculo del caudal en el ejemplo 1*

Denominación de la vertical v_i	Velocidad media en la vertical m/seg h_i	Espesor de agua m	$v_i \times h_i$	vh Semisuma		Distancia parcial m	Caudales parciales m³/seg
MI	—	0,00	0,00				
				0,5	0,0895	0,20	0,0179
A	0,641	0,28	0,179				
				0,5	0,227	0,30	0,0681
B	0,724	0,38	0,275				
					0,2195	0,30	0,0658
C	0,587	0,28	0,164				
					0,082	0,20	0,0164
MD	—	0,00	0,00				

MI = margen izquierda; MD = margen derecha.
(1) Se coloca la semisuma de los valores comprendidos; el primero y el último a los que se aplica el factor α elegido.

TABLA A.7.2 *Tabla de cálculo del caudal del ejemplo 2*

Denominación de la vertical	v_i Velocidad media en la vertical m/seg	h_i Espesor de agua m	$v_i \times h_i$	vh Semisuma		Distancia parcial m	Caudales parciales m³/seg
MI	0,00	0,00	0,00				
				0,7	0,464	0,20	0,093
A	0,397	1,67	0,663				
					0,731	0,50	0,315
B	0,467	1,71	0,799				
					0,767	0,50	0,383
C	0,443	1,66	0,735				
					0,715	0,50	0,357
D	0,435	1,60	0,696				
					0,704	0,50	0,352
E	0,440	1,62	0,713				
					0,727	0,50	0,363
F	0,441	1,68	0,741				
				0,7	0,519	0,20	0,104
MD	0,00	0,00	0,00				
							Caudal = 1,967

$+ 0{,}5 \cdot 0{,}587 \cdot 0{,}28\,(1{,}0 - 0{,}8) =$

$= 0{,}0179 + 0{,}0682 + 0{,}0659 + 0{,}0164 = 0{,}168 \text{ m}^3/\text{día}$

igual al primero hallado.

El cálculo se sistematiza en la tabla A.7.1.

Ejemplo 2

En un canal se realiza el aforo de la figura A.7.7.

El cálculo, por el método de las velocidades medias en el perfil, se realiza en la tabla A.7.2. Se toma para los extremos $\alpha = 0{,}7$. El resultado es $Q = 1{,}967$ m³/seg, que debe tomarse como un caudal entre 1,9 y 2,0 m³/seg.

Ejemplo 3

En las proximidades de la desembocadura del río Saldes se realiza el aforo de la figura A.7.8. Se trata de un cauce ancho y poco profundo, con abundantes piedras. El lugar

AFORO practicado en Canal de Berga (deriva aguas del río Llobregat) RIO Llobregat Hoja 1/2

Fecha 5-1-74 Hora 10,30

Altura de la escala -

Efectuó el aforo IGLESIA-OBIS-GUARDA MATEO

Estado atmosférico Bueno

MOLINETE 12045 Hélice nº 1

Referencia del aforo junto al punto L1-3

Ecuación { n < 0,74 v= 0,2380 . n + 0,023 ; n > 0,74 v= 0,2610 . n + 0,006

Observaciones Canal de paredes verticales y limpias

Denominación	PERFIL DEL RIO: Distancias a la margen derecha (m) — Al origen	Parcial	Profundidades (m.)	PUNTOS OBSERVADOS: N.º	Distancias al fondo (altura) m.	ROTACION DEL MOLINETE Y COMPROBACION: R_1 Revoluciones	T_1 Tiempo (sg.)	R_2 Revoluciones	T_2 Tiempo (sg.)	N_1 n.º de vueltas (sg.)	N_2 n.º de vueltas (sg.)	Nm n.º de vueltas (sg.)	V Velocidad (m./sg.) Puntual	Media
M.I.	1,00		0,00											
A	1,20	0,20	2-0,33	1	fondo	30	27	30	28	1,11	1,07	1,09	0,290	
"			1,67	2	1	30	19					1,58	0,418	
"				3	0,5	30	18,05					1,66	0,489	0,397
"				4	supra	30	18					1,67	0,442	
B	1,70	0,50	2-0,29	1	fondo	30	20					1,50	0,397	
"			=1.71	2	1	40	23					1,74	0,460	
"				3	0,5	30	16,3					1,84	0,486	0,464
"				4	supra	30	15,4					1,95	0,515	
C	2,20	0,50	2-0,34	1	fondo	30	27,5					1,09	0,290	
"			=1.66	2	1	30	16					1,87	0,494	0,443
"				3	0,50	30	16					1,87	0,494	
"				4	supra	30	16					1,87	0,494	
D	2,70	0,50	2-040	1	fondo	30	23,50					1,28	0,340	
"			=1.60	2	1	30	18,2					1,65	0,437	0,435
"				3	0,50	30	16,6					1,81	0,478	
"				4	supra	30	16,3					1,84	0,486	

Resultado Q= 1.967 m³/sg.

210 x 297 - AY COA

FIGURA A.7.7
Aforo en el Canal de Berga.

AFORO practicado en Canal de Berga (deriva aguas del río Llobregat) RIO Llobregat hoja 2/2

Fecha 5-1-1.974 Hora 10,30

Altura de la escala -

Efectuó el aforo IGLESIA-OBIS-GUARDA MATEO

Estado atmosférico Bueno

MOLINETE 12045 Hélice nº 1

Referencia del aforo Junto al punto L1-3

Ecuación { n < 0,74 v= 0,2380 . n + 0,023 ; n > 0,74 v= 0,2010 . n + 0,006

Observaciones Canal de paredes verticales y limpias

Denominación	PERFIL DEL RIO: Distancias a la margen derecha (m) — Al origen	Parcial	Profundidades (m.)	PUNTOS OBSERVADOS: N.º	Distancias al fondo (altura) m.	ROTACION DEL MOLINETE Y COMPROBACION: R_1 Revoluciones	T_1 Tiempo (sg.)	R_2 Revoluciones	T_2 Tiempo (sg.)	N_1 n.º de vueltas (sg.)	N_2 n.º de vueltas (sg.)	Nm n.º de vueltas (sg.)	V Velocidad (m./sg.)	
E	3,20	0,50	2-0,38	1	0,10	30	23,5					1,28	0,340	
"			=[illegible],62	2	1	30	17,8					1,69	0,447	
"				3	0,5	30	15,4					1,95	0,515	0,440
"				4	supra	30	17,3					1,73	0,458	
F	3,70	0,50	2-0,32	1	0,10	30	20,07					1,50	0,397	
"			=1,68	2	1	30	17,5					1,71	0,452	
"				3	0,5	30	17,1					1,75	0,463	0,441
"				4	supra	30	17,5					1,71	0,452	
M.D.	3,90	0,20	0,00											

Resultado Q= 1.962 m³/sg.

210 x 297 - AY COA

TABLA A.7.3 *Tabla de cálculo del caudal del ejemplo 3*

Denominación de la vertical	v_i Velocidad media en la vertical m/seg	h_i Espesor de agua m	$v_i \times h_i$	vh Semisuma	Distancia parcial m	Caudales parciales m^3/seg
MI	0,00	0,00	0,00			
				1/3 0,033	0,40	0,013
A	0,345	0,29	0,100			
				0,111	1,00	0,111
B	0,384	0,32	0,123			
				0,128	1,40	0,179
C	0,383	0,35	0,134			
				0,124	1,10	0,136
D	0,381	0,30	0,114			
				0,113	1,30	0,147
E	0,448	0,25	0,112			
				0,107	1,30	0,139
F	0,443	0,23	0,102			
				0,104	1,80	0,187
G	0,429	0,24	0,106			
				1/3 0,035	0,30	0,010
MD	0,00	0,00	0,00			
						Caudal = 0,922

AFORO practicado en Río Saldés en su desembocadura RIO Saldes

Fecha 4-1-1.974 Hora 16,30

Efectuó el aforo IGLESIA-OBIS

MOLINETE 15805 Hélice nº 1

Ecuación { n < 4,50 v= 0,0570 . n + 0,036 ; n > 4,50 v= 0,0550 . n + 0,045 }

Altura de la escala No hay

Estado atmosférico Bueno

Referencia del aforo A 100 m. desembocadura río Llobregat

Observaciones Lecho con piedras

Denominación	PERFIL DEL RIO: Distancias a la margen derecha (m) Al origen	Parcial	Profundidades (m.)	PUNTOS OBSERVADOS: N.º	Distancias al fondo (altura) m.	ROTACION DEL MOLINETE Y COMPROBACION: R_1 Revoluciones	T_1 Tiempo (sg.)	R_2 Revoluciones	T_2 Tiempo (sg.)	N_1 n.º de vueltas (sg.)	N_2 n.º de vueltas (sg.)	N_m n.º de vueltas (sg.)	V Velocidad (m./sg.)
M.I.	1,50	–	–			–	–	–	–	–	–	–	
A	1,90	0,40	0,29			144	30	184	30	4,80	6,13	5,46	0,345
B	2,90	1,00	0,32			165	30	200	30 }	5,50	6,66	6,16	0,384
"						190	30		}	6,33			
C	4,30	1,40	0,35			149	30	205	30 }	4,97	6,83	6,15	0,383
"						200	30		}	6,66			
D	5,40	1,10	0,30			155	30	214	30	5,10	7,13	6,11	0,381
E	6,70	1,30	0,25			191	30	248	30	6,37	3,27	7,32	0,448
F	8,00	1,30	0,23			211	30	223	30	7,03	7,43	7,23	0,443
G	9,80	1,80	0,24			178	30	241	30	5,93	8,03	6,98	0,429
M.D.	10,10	0,30	–			–	–	–	–	–	–	–	

Resultado Q= 0,922 m³/sg.

FIGURA A.7.8
Aforo en el río Saldes

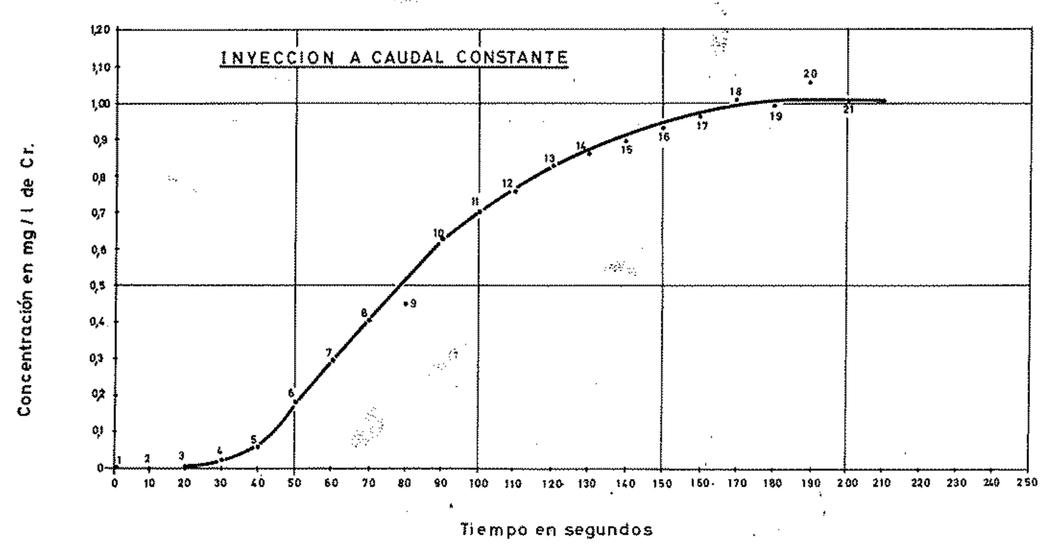


FIGURA A.7.9
Aforo químico con inyección a caudal constante.

no es apropiado para realizar el aforo correctamente, pero no existe otro mejor. No es posible efectuar medidas de velocidad a diferentes profundidades y por eso se hacen duplicadas o triplicadas, una cerca de la superficie, otra profunda y, si es preciso, alguna repetida, tomando los valores medios de las revoluciones de la hélice. Para los extremos del perfil, poco escarpados y con rugosidad, se toma $\alpha = 1/3$. El cálculo se realiza en la tabla A.7.3 y el caudal obtenido $Q = 0{,}922\ m^3/seg$ debe tomarse como una primera aproximación con un error quizás del orden del 15 o 20 %. Así Q estará entre 0,8 y 1,1 m^3/seg.

A.1.2 AFORO QUIMICO EN REGIMEN CONSTANTE

Ejemplo 1

En la estación de aforos del río Llobregat en Castellbell, cuando la altura de escala es de 0,55 m, se realiza un aforo químico por inyección a caudal constante. Para ello se ha tomado un tramo de 500 m para determinar los intervalos de tomas de muestras. Se ha realizado un ensayo previo visual echando una disolución con fluoresceína; el tiempo que tarda en llegar la nube es de diez minutos siendo el tiempo que tarda en pasar, de 180 segundos.

Después de observadas las características de la corriente, se ha pensado en tomar 21 muestras en intervalos de diez segundos. La concentración de la solución madre C_1 es de 110,0 g/l de dicromato sódico medido en Cr y el caudal de inyección constante de 0,158 l/seg. Se comienza a tomar muestras a los 680 segundos.

Se obtienen las siguientes muestras cuyas concentraciones fueron medidas en laboratorio.

N.º	mg Cr/l	N.º	mg Cr/l	N.º	mg Cr/l
1	0	8	0,41	15	0,946
2	0	9	0,45	16	0,98
3	0	10	0,63	17	1,03
4	0,025	11	0,70	18	1,00
5	0,055	12	0,75	19	0,985
6	0,19	13	0,835	20	1,05
7	0,3	14	0,895	21	1,00

Representando en papel milimetrado la relación entre tiempos y concentraciones en la figura A.7.9, se determina que la meseta se establece para una concentración de 1,00 mg/l de Cr. Por tanto aplicando la fórmula simplificada (apartado 1.6.2)

$$Q = q \frac{C_1}{C_2} = 0{,}158\ l/seg \frac{110\ g/l}{0{,}001\ g/l} = 17380\ l/seg =$$

$$= 17{,}38\ m^3/seg$$

que es el caudal que pasa por dicha estación de aforos para la altura de escala indicada.

Ejemplo 2

Se trata de determinar por un método independiente el caudal que se estaba aforando con vertedero triangular en un ensayo de bombeo de un pozo, con la finalidad de aclarar una discusión entre el propietario y el que realiza el ensayo.

Se comprobó que el agua natural no tenía cantidades medibles (<0,005 mg/l) de Cr^{+6} y se procedió a preparar 50 l de solución de dicromato sódico. Se separó una muestra para determinar posteriormente en el laboratorio la concentración inicial, C_1, obteniéndose 7,9 g/l.

Se inyectó el trazador a un caudal constante de 1 l cada 19 seg durante 11 minutos, empleando un dispositivo de rebosadero de nivel constante.

El muestreo se realizó en el extremo de una tubería de 250 m de longitud, con lo cual la buena mezcla quedaba asegurada. Se tomaron tres muestras a los 5, 10 y 15 minutos de iniciada la inyección (la velocidad del agua en la tubería permitía asegurar que el tránsito entre el punto de inyección y el de muestreo era menor que 4 minutos), obteniéndose en el análisis en el laboratorio:

Muestra	Tiempo desde la inyección en minutos	Concentración en mg/l
1	5	3,65
2	10	3,57
3	15	3,55

El valor medio es de 3,59 mg/l
El caudal aforado es de:

$$Q = \frac{1}{19} \frac{7,9 \cdot 10^3}{3,59} = 116 \text{ l/seg}$$

En el aforador se estaban determinando 117 l/seg.

La tubería vertía al cauce de un río. Se tomaron muestras 1 km aguas abajo obteniéndose sólo una muestra que alcanzaba justo el umbral de detección (0,005 ppm), diez veces menor que la concentración máxima permisible de Cr^{+6} en el agua del río (0,05 ppm).

A.1.3 AFORO QUÍMICO POR EL MÉTODO DE INTEGRACIÓN

Ejemplo

Se pretende realizar un aforo químico por el método de integración en el río Ter con el fin de comprobar los desagües de fondo de la presa de Susqueda. La apertura es de 1/2. Antes de arrojar al río la solución madre de dicromato sódico se comprueba con fluoresceína que el tiempo que tarda en recorrer los 300 m desde el punto de inyección al de toma, es de 220 segundos y el de paso de la nube de 40 segundos.

Se prepara un volumen de disolución de 10 litros con una concentración de dicromato de 500 g/l y se toman muestras

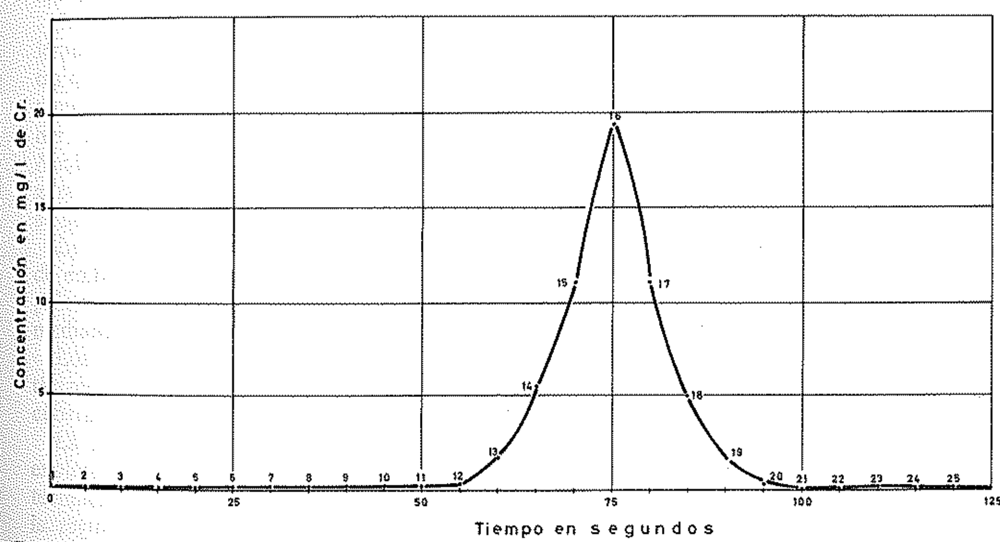


FIGURA A.7.10
Aforo químico por el método de integración (inyección instantánea).

cada 5 seg, obteniéndose los siguientes resultados en laboratorio:

N.°	mg Cr/l	N.°	mg Cr/l	N.°	mg Cr/l
1	0,061	9	0,070	17	11,000
2	0,163	10	0,070	18	5,000
3	0,063	11	0,030	19	1,600
4	0,063	12	0,300	20	0,330
5	0,165	13	1,750	21	0,170
6	0,132	14	5,500	22	0,090
7	0,100	15	11,000	23	0,190
8	0,150	16	19,400	24	0,065
				25	0,200

La gráfica del paso de la nube se representa en la figura A.7.10.

Como se indica en el método de cálculo (apartado 1.6.2), lo que se trata de obtener es que el peso de la sal que pasa por el punto de toma sea igual al que se inyecta aguas arriba. Como el intervalo de toma de muestras es de intervalo constante se tiene que:

$$Q = \frac{P}{\Delta t \, \Sigma C_2}$$

$P = 500 \text{ g/l} \times 10 \text{ l} = 5000 \text{ g}$
$\Delta t = 5 \text{ seg}$
$\Sigma C_2 = 57{,}662 \text{ mg/l}$

por tanto, sustituyendo:

$$Q = \frac{5000 \text{ g}}{5 \text{ seg} \times 0{,}0576 \text{ g/l}} = 17\,361 \text{ l/seg} = 17{,}36 \text{ m}^3\text{/seg}$$

Cuando hay detenciones parciales de la sal el descenso de la curva se hace muy tendido lo que alarga demasiado el tiempo de toma de muestras.

Apéndice 7.2

Modelo matemático de simulación para el estudio de la planificación hidráulica de la cuenca del río Llobregat

A.2.1 INTRODUCCIÓN

El presente anejo constituye un ejemplo de la utilización de los modelos matemáticos en hidrología de superficie. Presenta el estudio de alternativas de regulación del río Llobregat en la región de Barcelona, comparada con la de entrada en servicio de una conducción de más de 150 km para aportación de aguas del Ebro.

Aunque los resultados se refieren a los primeros tanteos del estudio de soluciones, son significativos como ejemplo de procedimiento y método operativo.

El río más importante de la comarca barcelonesa es sin duda el Llobregat.

La superficie aproximada de la cuenca es de 5000 kilómetros cuadrados. Nace en el Prepirineo, en las fuentes que llevan su nombre, en Castellar de N'Hug. Aproximadamente a la mitad de su recorrido recibe al Cardoner, su afluente principal, y en Martorell recibe al río Anoia, el segundo en importancia de sus afluentes (figura A.7.11). Su aportación anual media en Martorell es de 690 Hm^3 (fig. A.7.11).

La regulación de sus aguas se ha realizado a través de embalses subterráneos (explotación de los acuíferos) primeramente, para pasar a completarse actualmente mediante embalses superficiales.

Los embalses subterráneos más explotados los constituyen los cuaternarios del río desde su delta hasta las cubetas de Pallejá, San Andrés y Abrera (fig. A.7.11).

La figura A.7.12 muestra los volúmenes anuales de explotación de los acuíferos del Llobregat para abastecimiento a Barcelona. En ella se ve que hasta 1954 la regulación obtenida por bombeo del embalse subterráneo fue suficiente para la alimentación a la ciudad, pero a partir de entonces la demanda creciente obligó a utilizar aguas de superficie que se regularon a través del embalse de Sant Ponç en el río Cardoner y ello hizo que los bombeos para Barcelona disminuyeran momentáneamente aunque creciendo los bombeos de las industrias y municipios propios del delta del Llobregat. Los bombeos totales del cuaternario superan en la actualidad los 150 Hm^3/año.*

Por otra parte, a partir de 1963 se incorporó una nueva fuente de suministro procedente de 90 km de distancia, el agua del Ter cuya aportación a la cuenca puede alcanzar los 240 Hm^3/año.

A.2.2 OBJETIVOS

La demanda de la región barcelonesa, cubierta en estos momentos por aguas del Besós, del Llobregat y del Ter, necesita de recursos para alimentar su expansión natural. El río Llobregat es la única fuente que admite una mayor explotación antes de pensar en otros recursos externos como pueden ser la desalinización de agua de mar o la traída de aguas del Ebro. Actualmente esta última parece la más adecuada.

Según esto se planteó el modelo de simulación del sistema de recursos superficiales del Llobregat con el fin de mejorar la regulación de sus recursos.

Este propósito general ha sido enfocado fundamentalmente desde dos ángulos:

a) Puesto que el trasvase del Ebro parece ineludible en un futuro próximo, fijar el momento en el que su construcción sea más rentable que la inversión en obras de la cuenca para aprovechar y reutilizar mejor sus recursos.

b) Establecer un orden de construcción de las obras en función de su calidad, instalando primeramente las más ventajosas económica y funcionalmente.

* 1 Hm^3 = 1 $(Hm)^3$ = 1 millón de m^3.

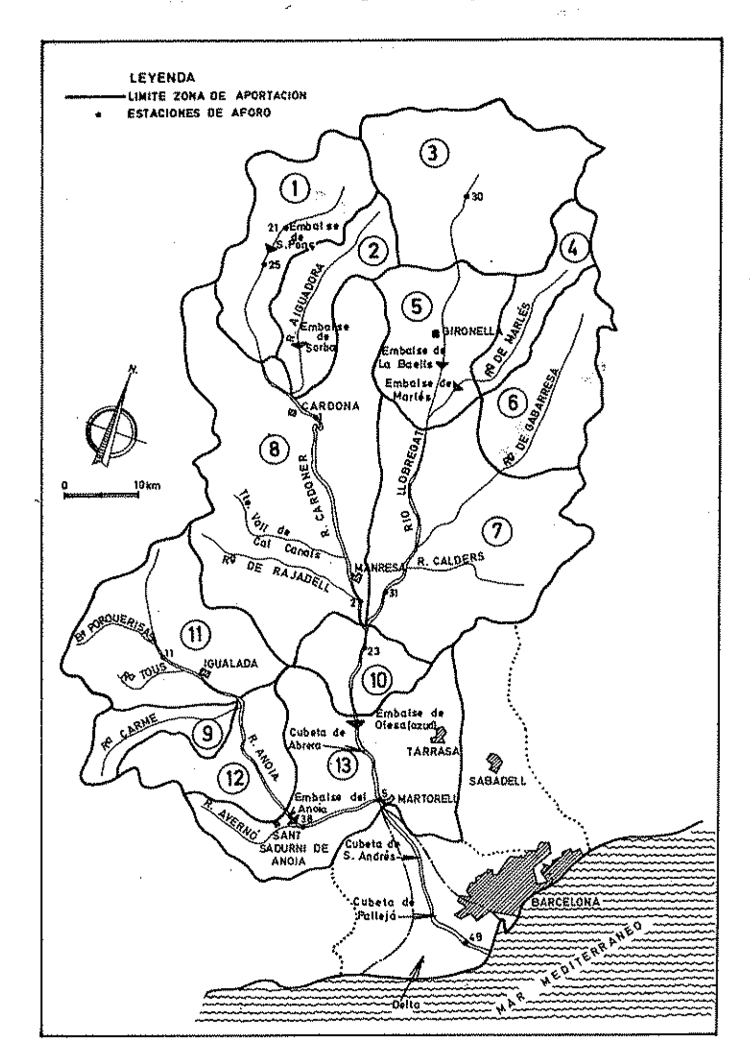


FIGURA A.7.11
Cuenca del Llobregat. Plano de situación.

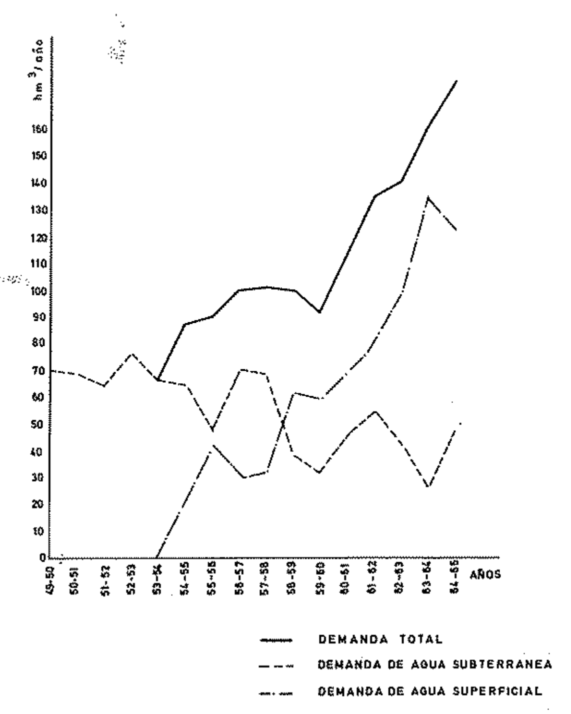


FIGURA A.7.12
Utilización de las aguas del río Llobregat para abastecimiento a Barcelona.

A.2.3 MODO DE OPERAR

Para cumplir estos objetivos se ha seguido el siguiente proceso:

A) *Aportaciones*

1) Determinación de los caudales medios mensuales del río Llobregat en diversos puntos y afluentes (figura A.7.11), según la situación de las estaciones de aforo en el período 1940-1964.

2) Determinación de los caudales en función de los datos anteriores en trece puntos (figs. A.7.11 y A.7.13), para tener las aportaciones del río en los puntos clave para el emplazamiento de obras de regulación, y según los principales focos de demanda.

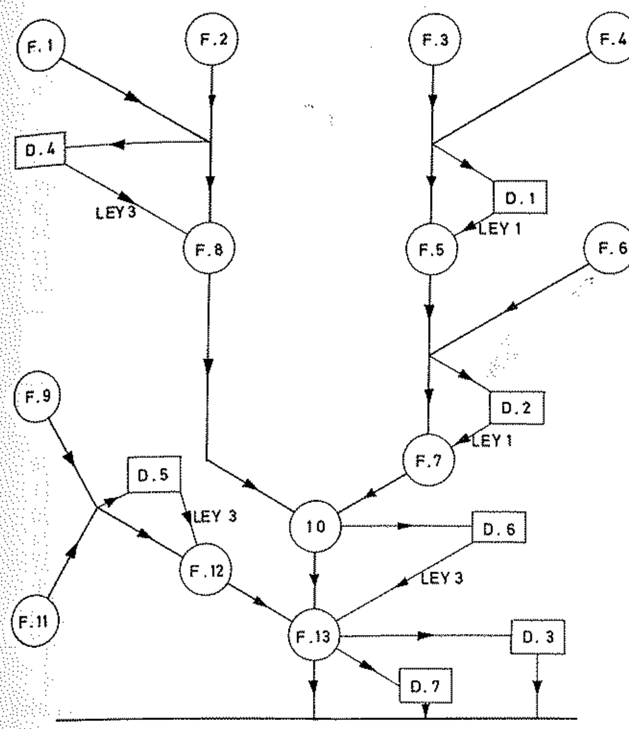
3) Generación de datos durante un proceso de simulación que permite obtener las aportaciones mensuales de las 13 fuentes, durante un período de 500 años.

B) *Demandas*

1) Determinación de las demandas mensuales en siete focos de demanda (fig. A.7.13) distribuidas mensualmente y para demandas distintas denominadas, D85N y D85A.

Partiendo de las demandas totales en 1975 y 1985 (tabla A.7.4) se han obtenido las demandas de aguas superficiales del Llobregat en 1985 (D85N), mientras la D85A es la anterior ampliada en un 25 % para determinar así la posible garantía de suministro que se obtendría agotando las posibilidades de recursos locales.

2) Determinación de la ley de vertidos en función



	OCT.	NOV.	DIC.	ENE.	FEB.	MAR.	ABR.	MAY.	JUN.	JUL.	AGT.	SEPT.
LEY 1	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,60	0,60	0,60	0,50	0,70
LEY 2	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
LEY 3	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,70	0,70	0,70	0,70	0,80
LEY 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

FIGURA A.7.13
Esquema de fuentes, demandas y vertidos.

de que las demandas sean para abastecimiento, industria o uso agrícola.

Se considera que los vertidos aguas arriba, convenientemente depurados se reincorporan al cauce, como de hecho sucede actualmente.

C) *Implantación de obras de regulación*

Para analizar el efecto de cada una de las obras en el sistema, se ha seguido el criterio de aplicar inicialmente el modelo de simulación a la situación actual, es decir, sin realizar inversión ninguna, y posteriormente a las obras que actualmente tiene en proyecto el Estado o posibles concesionarios. Estas obras tomadas aisladamente son las siguientes:

La Baells, 115 Hm³
Marlés, 150 Hm³ (con trasvase desde La Baells)
Sorba, 100 Hm³ (con trasvase desde Sant Ponç)
Sorba, 180 Hm³ (con trasvase desde Sant Ponç)
Aigües Juntes, 60 Hm³.

Con objeto de calibrar la influencia que cada obra representa en el sistema se ha simulado, con el modelo, el funcionamiento del sistema para cada una de las obras anteriores tomadas aisladamente con la demanda D85N, y para el análisis de combinaciones de varias de las obras se ha simulado con la demanda D85A; en este nivel (con una ligera modificación que se ha denominado D85E consistente en suponer la mitad de la demanda de la zona 5 en la zona 7), se han estudiado también soluciones con trasvase desde el Ebro.

TABLA A.7.4 a *Demandas totales en cada zona*

Demandas en 1975 (Hm³/año)

Zona	Abastecimiento	Industria	Riego	Total
1	1,316	2,295	1,140	4,751
2	1,743	16,854	8,000	26,597
3	34,100	39,600	3,350	77,050
4	6,193	13,429	2,575	22,197
5	3,960	16,460	2,750	23,170
6	31,226	52,500	5,600	89,326
7	333,450	141,588	111,000	586,038
Total	411,988	282,726	134,415	829,129

Demandas en 1985 (Hm³/año)

Zona	Abastecimiento	Industria	Riego	Total
1	1,570	2,677	1,140	5,387
2	2,240	19,663	8,000	29,903
3	45,000	52,000	3,350	100,350
4	8,070	15,667	2,577	26,312
5	5,230	19,191	2,750	27,171
6	46,000	75,000	5,600	116,600
7	439,000	161,00	45,900	645,900
Total	543,110	335,198	69,315	951,623

TABLA A.7.4 b *Demandas de agua superficial del Llobregat* (Hm^3/año)

Demanda D85N

Demanda	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Jun.	Jul.	Agos.	Sep.
D1	0,37	0,35	0,35	0,35	0,36	0,38	0,40	0,58	0,57	0,59	0,59	0,44
D2	1,95	1,82	1,82	1,82	1,90	1,98	2,20	3,45	3,38	3,51	3,53	2,48
D3	4,08	4,13	4,08	4,08	4,08	4,08	4,42	4,71	4,74	4,92	4,86	4,15
D4	2,02	1,97	1,97	1,97	2,00	2,02	2,10	2,50	2,47	2,52	2,52	2,19
D5	2,03	2,07	2,03	2,03	2,03	2,03	2,03	2,54	2,57	2,72	2,66	2,09
D6	9,25	9,33	9,25	9,25	9,25	9,25	9,81	10,20	10,36	10,65	10,54	9,37
D7	22,50	22,50	22,50	22,97	22,50	23,36	24,46	29,74	31,98	34,15	34,15	25,29

Demanda D85A

Demanda	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Jun.	Jul.	Agos.	Sep.
D1	0,46	0,44	0,44	0,44	0,45	0,48	0,51	0,73	0,72	0,74	0,74	0,56
D2	2,44	2,28	2,28	2,28	2,37	2,47	2,76	4,31	4,22	4,22	4,39	3,11
D3	6,10	6,20	6,10	6,10	6,10	6,10	6,50	6,80	6,90	7,20	7,10	6,20
D4	2,52	2,47	2,47	2,47	2,50	2,52	2,62	3,12	3,10	3,15	3,16	2,74
D5	2,54	2,60	2,54	2,54	2,54	2,54	2,89	3,19	3,22	3,40	3,34	2,61
D6	11,55	11,65	11,55	11,55	11,55	11,55	12,25	12,85	12,95	13,32	13,20	11,70
D7	35,00	35,00	35,00	35,00	35,00	36,00	37,50	43,80	46,80	49,30	49,50	38,50

D) *Valoración de la calidad de las soluciones*

La calidad de las soluciones se valora en función del costo y del beneficio que producen, obteniéndose la relación beneficio/costo, de cada embalse o grupo de embalses.

1) El costo se ha transformado en una anualidad que incluye amortización de la inversión, gastos de mantenimiento y explotación, etc.

2) La valoración del beneficio es más compleja pues además de incluir el beneficio que representa para la demanda el agua servida, según se trate de demanda industrial, agrícola o urbana, incluye una penalización por déficits producidos en el suministro, lo cual da una valoración implícita a la garantía de suministro; así una solución que produce déficits elevados, por efecto de las penalizaciones tendrá un beneficio menor que otra con mayor garantía, mientras por otra parte una garantía muy alta puede tener un beneficio también elevado pero a un coste que no compense el grado de seguridad obtenido.

A.2.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como consecuencia del análisis por simulación se han obtenido los valores correspondientes a cada alternativa estudiada en las aportaciones medias esperadas a lo largo del año, mes a mes, servidas por el sistema para la totalidad de las demandas. El conjunto se ha reflejado en una curva para el caso de las soluciones más interesantes (figs. A.7.14 y A.7.15).

Cada curva se ha dibujado en unión de la correspondiente a inversión nula para la misma demanda, de esta forma la diferencia de ordenadas de ambas curvas representa la mejora esperada de la obra implantada en el sistema; esta mejora es precisamente la demanda que sirve el caudal desembalsado por el sistema.

Asimismo, se ha dibujado, para cada alternativa estudiada, la variación a lo largo del año de la garantía de servicio (probabilidad de déficit nulo), media ponderada de las distintas demandas en los meses del año, en unión de la curva análoga correspondiente a inversión nula; de esta forma puede apreciarse como la implantación de las distintas alternativas de regulación no sólo aumenta la probabilidad media de servicio sino que uniformiza los valores a lo largo del año. Este último aspecto es de gran interés para medir la calidad reguladora de una solución y no se tiene en cuenta habitualmente. Es decir, no basta que una alternativa presente un buen valor medio de la garantía de servicio mensual; se precisa que el valor mínimo sea aceptable.

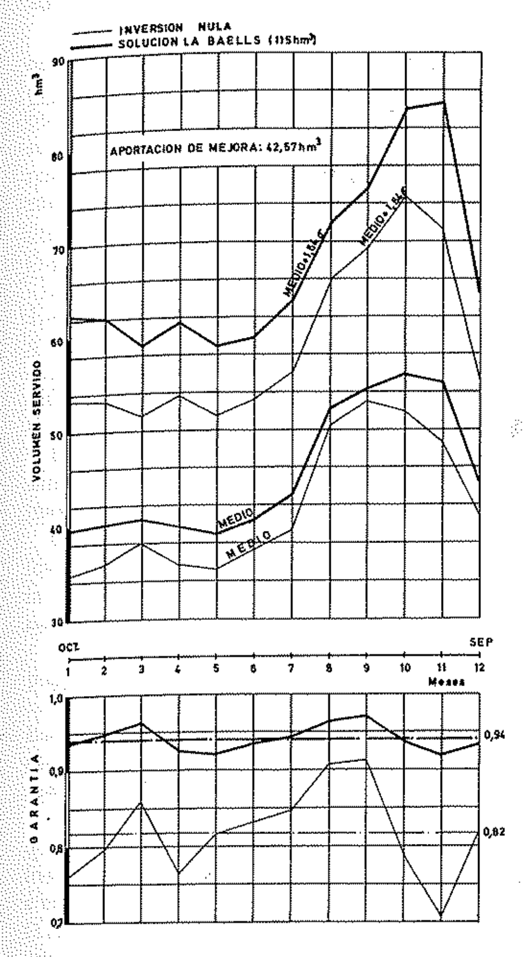


FIGURA A.7.14
Características del sistema con un solo embalse en La Baells (115 Hm³) con demanda 85 N.

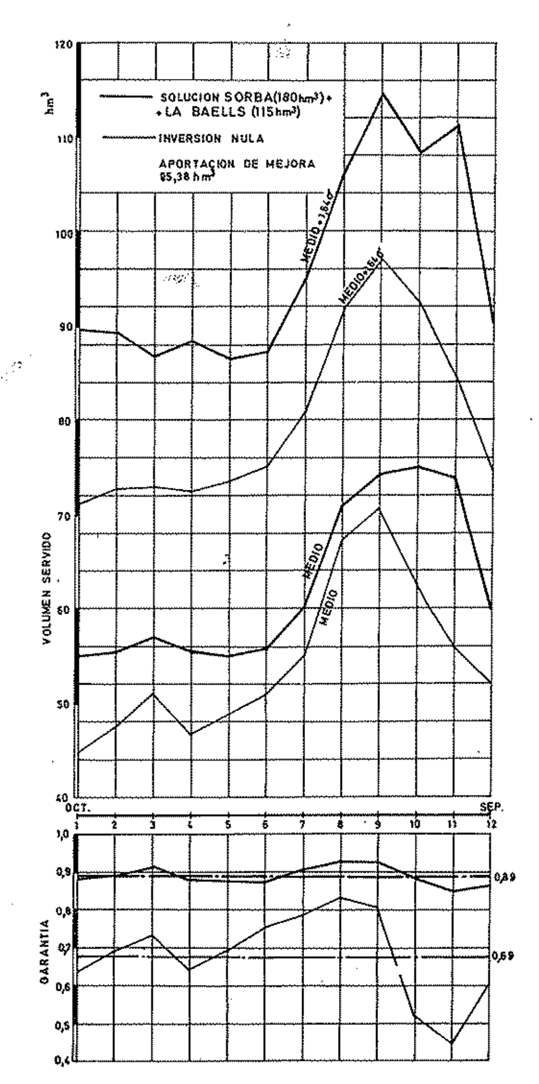


FIGURA A.7.15
Características del sistema con dos embalses en La Baells (115 Hm³) y Sorba (180 Hm³) para demanda 85 A.

A partir de estas curvas y de otros resultados del procesamiento del modelo, así como su evaluación económica, se han extraído los parámetros de calidad reflejados en las tablas A.7.5 (primera fase de inversión) y A.7.6 (segunda fase de inversión).

1) Garantías medias mensual y anual correspondientes a las demandas 3, 6 y 7.

2) Garantías mensuales mínimas correspondientes a las mismas demandas.

3) Garantía media mensual ponderada de todas las demandas servidas.

4) Garantía mínima mensual ponderada de todas las demandas.

5) Aportación media esperada anual de mejora (obtenida por suma de las diferencias mensuales entre las curvas de los gráficos). Quizá sería más claro llamarle aportación media desembalsada puesto que la mejora real es la diferencia entre las demandas que se pueden servir con la misma garantía, antes y después de realizada la obra.

6) Costo anual de la alternativa, formado por los gastos de explotación y los de amortización, por la anua-

TABLA A.7.5 *Valoración de soluciones de un solo embalse*

Configuración (Hm³)	Demanda servida	Garantía — Demanda 3		Garantía — Demanda 6		Garantía — Demanda 7		Garantía conjunta		Mejora media	Demanda servida sin obras para igual G media	Costo anual	Coste unitario	Beneficio	B/C
	Hm³/año	G media	G mín	G media	G mín	G media	G mín	Media	Mín	Hm³/año	Hm³/año	C 10⁶ ptas.	ptas./m³	B 10⁶ ptas.	
Sorba 100	573	0,97	0,94	0,95	0,92	0,89	0,86	0,91	0,89	33,30	335	32,83	0,99	212,98	6,49
Sorba 180	573	0,98	0,96	0,97	0,94	0,93	0,91	0,94	0,92	43,09	245	49,68	1,16	277,04	5,58
La Baells 115	573	0,98	0,96	0,97	0,93	0,94	0,92	0,95	0,93	45,28	245	56,24	1,24	273,70	4,87
Aigües Juntes 60	573	0,95	0,93	0,93	0,90	0,84	0,79	0,87	0,84	20,33	450	22,54	1,11	114,09	5,06
Marlés 150	573	0,99	0,98	0,98	0,96	0,96	0,94	0,97	0,95	55,32	145	73,75	1,41	343,86	4,66
Inversión nula	573	0,90	0,80	0,85	0,75	0,78	0,60	0,82	0,71						

TABLA A.7.6 *Valoración de soluciones de varios embalses*

Configuración (Hm³)	Demanda servida	Garantía — Demanda 3		Garantía — Demanda 6		Garantía — Demanda 7		Garantía conjunta		Mejora media	Demanda servida sin obras para igual G media	Costo anual	Coste unitario	Beneficio	B/C
	Hm³/año	G media	G mín	G media	G mín	G media	G mín	Media	Mín	Hm³/año	Hm³/año	C 10⁶ ptas.	ptas./m³	B 10⁶ ptas.	
Sorba 180 + La Baells 115	811	0,97	0,94	0,95	0,92	0,86	0,81	0,89	0,85	95,38	395	105,93	1,11	940,89	7,93
Sorba 180 + Marlés 150	811	0,97	0,95	0,93	0,91	0,81	0,68	0,89	0,83	99,55	395	122,99	1,17	864,97	7,03
Aigües Juntes 60 + La Baells 50 + Marlés 150	811	1,00	0,99	0,91	0,87	0,77	0,68	0,79	0,69	69,90	630	113,96	1,57	657,03	5,76
Sorba 180 + La Baells 115 + Marlés 85	811	0,97	0,94	0,96	0,94	0,89	0,83	0,91	0,88	106,59	335	151,67	1,42	883,57	5,82
Sorba 180 + La Baells 115 + Anoia 100	811	0,97	0,94	0,93	0,90	0,90	0,84	0,91*	0,86*	118,96	335	186,58	1,56	926,48	4,97
La Baells 115 + Ebro	811	1,00	0,99	1,00	0,98	1,00	1,00	0,98	0,97	145,05	95	452,81	3,15	868,70	1,92**
Sorba 180 + Ebro	811	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	149,34	20	455,23	3,07	897,29	1,97**
Inversión nula	811	0,89	0,79	0,82	0,73	0,56	0,21	0,68	0,44						

* En este caso la garantía media se ha obtenido considerando también la zona de demanda 5 (río Anoia).
** Los valores de esta relación se han obtenido suponiendo amortización por anualidades constantes y corresponden a la demanda total que de lugar a una utilización baja de la capacidad del trasvase del Ebro ($\approx$20 %).

lidad al 8 por 100 de los costos de construcción, suponiendo una duración de 50 años.

7) Precio unitario del m³ regulado, obtenido a partir de los valores definidos en 5 y 6.

8) Beneficio anual esperado obtenido por diferencia entre la producción bruta media, obtenida por aplicación del método de evaluación económica a cada alternativa, y la correspondiente a inversión nula en la cuenca.

9) Relación beneficio/costo anual, obtenido por cociente entre 8 y 6.

Como consecuencia del análisis de los valores de la tabla A.7.5 de resultados correspondientes a inversión en una obra única para la demanda D85N, se observa

que el embalse más ventajoso en el Cardoner es el de Sorba que presenta precios unitarios de 0,99 y 1,16 ptas./m^3 de agua regulada unida a la demanda para sus valores de 100 y 180 Hm^3, y las correspondientes relaciones beneficio/costo son 6,49 y 5,58. Este embalse resulta asimismo el más ventajoso de toda la cuenca presentando una garantía media de 0,94 y mínima de 0,92 para esta demanda D85N.

El embalse de Aigües Juntes presenta un precio de 1,11 pta./m^3, pero con una aportación de mejora mitad que Sorba, lo que lo descalifica, teniendo en cuenta que los precios unitarios de regulación crecen a medida que aumenta el número de obras de regulación y el caudal regulado.

En el alto Llobregat resulta ligeramente más interesante La Baells que Marlés si bien este último aporta mayor mejora por lo que cabría no descartarle.

En la segunda fase con demanda D85A se han tanteado las alternativas de inversión correspondientes a las obras más interesantes, resultantes de la fase anterior, agrupándolas.

A la vista de los valores reflejados en la tabla A.7.6 puede observarse:

1) La alternativa de Aigües Juntes, Marlés y La Baells es claramente descartable por comparación con otras alternativas, tanto en garantía, como precio unitario y relación beneficio/costo.

2) La regulación en cabecera llega un momento en que por más obras que se construyan no se aportan incrementos de mejora media o garantía apreciables. En efecto, la alternativa Sorba (180 Hm^3) + La Baells (115 Hm^3) tiene un precio unitario de 1,15 ptas./m^3 y una relación beneficio/costo 7,93, la mayor de todas las alternativas. El incremento del sistema de regulación en cabecera, bien por sustitución de La Baells con 115 Hm^3 por Marlés con 150 Hm^3 o por añadir a La Baells un embalse en Marlés de 85 Hm^3, no produce un incremento de garantía o mejora media importante, aumentando rápidamente el precio y disminuyendo la relación beneficio/costo.

Cabe plantearse a partir de la construcción de Sorba y La Baells si conviene más construir Marlés con 85 Hm^3 o Anoia* con 100 Hm^3 servido por trasvase y bombeo desde Olesa.

La construcción de Marlés aumenta la mejora de acuerdo con la tabla A.7.6 en 106,59 − 95,38 = 11,21 Hm^3 y el costo anual en 151,67 − 105,93 = 45,74 millones de pesetas por año lo que representa un coste marginal de 4 ptas./m^3. El incremento de beneficios es 42,68 millones de pesetas por año, por lo que la relación beneficio/costo en caso de añadir Marlés es 0,94.

La construcción del embalse de Anoia aumenta la mejora con relación a Sorba + La Baells en 23 Hm^3.

El incremento de costo anual es de 0,65 millones de ptas./año, lo que representa un coste marginal de 80,65/23 = 3,50 ptas./m^3 de agua regulada servida.

El incremento de beneficios es 85,59 millones/año, lo que da una relación beneficio/costo para la inversión en Anoia una vez construidos Sorba y La Baells de 85,59/80,65 = 1,07.

De acuerdo con lo anterior pueden extraerse varias conclusiones:

Anoia debe construirse antes que Marlés.

En lo que respecta a una obra de gran envergadura económica como el trasvase del Ebro, al necesitar un fuerte desembolso inicial, debe dimensionarse con una capacidad que asegure una vigencia suficientemente amplia en el tiempo; por ello para comparar con las otras inversiones parece más razonable la hipótesis de amortización mediante anualidades crecientes, en la misma medida en que la utilización de las obras es creciente en el tiempo.

Se supone que la amortización se realiza en 50 años sirviéndose al final de los mismos 600 Hm^3/año; por ello los beneficios anuales entonces serán (suponiendo que el suministro se paga a 6 ptas./m^3):

$$6 \times 600 \text{ M} = 3600 \text{ M ptas./año}$$

Suponiendo lineal entre 0 y este valor la variación durante el período de amortización (esto no será cierto ya que el uso total de las instalaciones comenzará antes de los 50 años pero a efectos de estimación de la relación beneficio/costo se adopta esta hipótesis por ser desfavorable, las anualidades se supondrán también con un crecimiento lineal:

$$a, 2a, 3a, \ldots, 50a$$

De esta forma la relación beneficio/costo será constante ya que los costos de explotación también son lineales en función del consumo y por tanto del tiempo; al ser lineales las leyes de ingresos y gastos en función des los tiempos, con punto común en el origen la relación será constante.

Por otro lado, la construcción del embalse de Anoia, además de las ventajas puramente económicas antes descritas, tiene las funcionales de que sirve para conectar con el trasvase futuro del Ebro utilizándose la actual conducción de transferencia desde Olesa para servir el

* Inicialmente no entró en consideración este posible embalse, pero a partir de la hipótesis citada, debe tenerse en cuenta.

agua del trasvase desde dicho azud, evitándose la elevación caso de tomar en Martorell.

O sea, que si el embalse de Anoia es pieza ineludible del trasvase del Ebro, su construcción como última etapa de regulación del Llobregat es mucho más interesante que Marlés.

Ahora se plantea un nuevo problema previsto en los objetivos. ¿Cuánto hay que apurar la regulación del Llobregat? ¿Es interesante construir más embalses?

Es evidente que se deberá detener las obras de regulación en el momento en que el coste marginal de dicha regulación sea mayor que la aportación de nuevos recursos.

Considérese el trasvase del Ebro como la obra más asequible desde este punto de vista.

Para determinar basta igualar el costo de las obras del transvase actualizada (C = 3850 M de ptas.) a la suma de los valores actualizados de las anualidades

$$C = \sum_{n=1}^{50} \frac{na}{(1+i)^n}$$

Para un interés i = 8 % resulta:

$$C = 153\ a$$

$$a = \frac{3850}{153} = 25{,}2 \text{ M de ptas.}$$

La relación beneficio/costo será el cociente 3600 millones de ptas. (ingresos a los 50 años) y 50 a + G. Siendo G el costo de explotación.

$$B/C = \frac{3600}{50 \times 25{,}2 + 267} = \frac{3600}{1527} = 2{,}35$$

Por lo tanto, con esta hipótesis de amortización, se ve que la construcción del trasvase del Ebro resultaría más interesante que la de los embalses de Marlés y Anoia, ya que su relación beneficio/costo es superior a la de estos. Sin embargo, si la construcción de Anoia, como ya se ha indicado, forma parte de la estructura del trasvase, puede realizarse su construcción, ya que al principio aporta sus servicios como regulador del Llobregat y, al funcionar el trasvase, como parte de éste.

A la vista de lo anterior, cabe concluir que la estructura reguladora que debe realizarse preferentemente en el Llobregat por sus condiciones favorables debe estar constituida en primera fase por La Baells y Sorba.

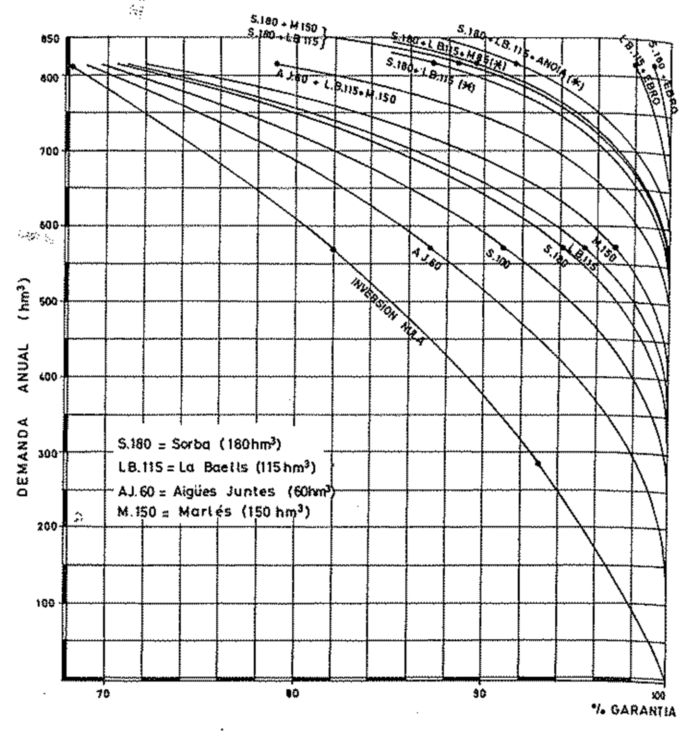


FIGURA A.7.16
Gráfico de garantías-demanda servida.

Aquél con 115 Hm^3 y éste con 180 Hm^3. En segunda etapa debe incluirse el embalse de Anoia para completar la capacidad reguladora del Llobregat alimentando por trasvase con bombeo desde Olesa, con vistas a que al funcionar el trasvase del Ebro, la conducción de bombeo, funcionando por gravedad, permita enviar las aguas del Ebro, depositadas en el embalse de Anoia, al Llobregat bajo. Cuando la demanda rebase las disponibilidades de estos tres embalses debe hacerse uso del trasvase del Ebro, y no construir Marlés.

La figura A.7.16 da la familia de curvas que relaciona las demandas-garantías de servicio y embalses del sistema, lo cual da una visión de conjunto del análisis de soluciones y transforma el lenguaje del modelo al lenguaje habitual en los estudios de regulación.

A efectos de comparación se han estudiado los distintos parámetros característicos de cada solución para una garantía media de 0,91.

En primer lugar, se han tenido en cuenta las soluciones con un sólo embalse, cuyas características para ga-

rantía 0,91, deducidas del gráfico anterior, son las siguientes:

	Demanda servida (Hm³/año)	Coste anual (10^6 ptas.)	Aportación de mejora (Hm³/año)	Coste unitario (ptas./m³)
Aigües Juntes (60 Hm³)	495	22,54	145	0,15
Sorba (100 Hm³)	575	32,83	225	0,15
Sorba (180 Hm³)	625	49,68	275	0,18
La Baells (115 Hm³)	645	56,24	295	0,19
Marlés (150 Hm³)	675	73,75	325	0,23

La aportación de mejora es aquí la diferencia entre los valores servidos con garantía 0,91 por la solución tanteada y la de inversión nula.

Como se ve, el costo unitario relativo a Aigües Juntes es similar al de Sorba (100 Hm³), pero la aportación de mejora es sensiblemente inferior por lo que cabe descalificar la solución de Aigües Juntes a pesar de su bajo coste unitario.

En una segunda fase cabe considerar asociaciones de los embalses simples a partir de la pareja Sorba + La Baells.

Teniendo en cuenta lo anterior, se han estudiado las siguientes asociaciones de embalses:

	Embalse y capacidad (Hm³)	Demanda servida (Hm³/año)	Coste anual (10^6 ptas.)	Aportación de mejora (Hm³/año)	Coste unitario (ptas./m³)	Coste marginal previsto relativo a L. B. 115 S. 180+ (ptas./m³)
a)	Sorba 180 + La Baells 115	785	105,93	435	0,24	—
b)	Sorba 180 + La Baells 115 + Marlés 85	800	151,67	450	0,34	3,05
c)	Sorba 180 + La Baells 115 + Anoia 100	820	186,58	470	0,40	2,30

Lo que quiere decir que si en un primer momento la construcción de Sorba (180 Hm³)+La Baells (115 Hm³) puede ser ventajosa, puesto que ambos embalses por separado son ventajosos en la primera fase y su costo conjunto es bajo, en una situación posterior de más demanda es necesario recurrir a la construcción de Anoia (100 Hm³) cuyo costo marginal respecto a la solución de los dos embalses es inferior al costo de Marlés (83 Hm³), conclusión ésta análoga a la obtenida por el otro procedimiento.

A.2.5 ANÁLISIS DEL PAPEL DE LOS ACUÍFEROS SUBTERRÁNEOS

Hasta el presente el papel de los embalses subterráneos ha sido regulador, sin embargo, salvo el delta cuyo volumen útil de cerca de 125 Hm³ es apreciable, las cubetas cuaternarias tienen volúmenes útiles pequeños, entre 10 y 20 Hm³, insignificantes para los caudales que se quieren regular.

Los volúmenes anuales que se extraen de las cubetas doblan en algunos su volumen útil, lo cual indica que su función reguladora va siendo sustituida por una función de distribución de los caudales regulados en superficie. Esta función se irá acentuando a medida que la regulación en superficie aumente. Entonces es posible que la capacidad de infiltración de dichas cubetas no sea suficiente para los caudales que deberán distribuir por lo cual habrá que recurrir en algún caso a la recarga artificial.

Se cree que esto no será una necesidad general pues se ha comprobado que la capacidad de infiltración del Llobregat es muy importante.

En cuanto al delta, de mayor volumen útil, su papel es importantísimo no sólo desde el punto de vista regulador, sino por tratarse de una reserva situada en el centro de gravedad de la demanda, que permitiría soportar durante un cierto tiempo cualquier eventualidad que impidiera la llegada de recursos de fuentes más alejadas.

Bibliografía

BECERRIL, E.: *La regulación de los ríos,* Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid, 1959.

BELLMAN, R. E., DREYFUS, S. E.: *Applied Dynamic Programming,* Princenton University Press, 1962.

CENTRO DE ESTUDIOS HIDROGRÁFICOS: *Inventario de recursos hidráulicos.* Ministerio de Obras Públicas. Madrid, 1970.

CLAYTON, C. G., SMITH, D. B.: *A comparison of radioisotope methods for river flow measurement.* Radioisotopes in Hydrology. International Atomic Energy Agency. Viena, 1963, págs. 1-24.

COMISARÍA DE AGUAS DEL PIRINEO ORIENTAL, SERVICIO GEOLÓGICO DE OBRAS PÚBLICAS: *Informe sobre la construcción de un modelo matemático de simulación del sistema de recursos superficiales del río Llobregat,* 1970.

CONVIT, R.: *Aforos por el método de sección y velocidad, la curva de gastos y los problemas para su extrapolación.* Instituto Nacional de Obras Sanitarias, Caracas, 1966, 22 págs.

GUIZERIX, J.: *Measurements of rate of flow.* Guidebook on Nuclear Techniques in Hydrology. International Atomic Energy Agency. Viena, n.° 32-42, 1968.

HERAS, R.: *Métodos prácticos para el estudio completo de una cuenca.* Centro de Estudios Hidrográficos. Madrid, 1970.

HERAS, R.: *Métodos prácticos de estimación de máximas avenidas.* Centro de Estudios Hidrográficos. Madrid, 1970.

HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J.: *Introduction to Operations Research.* Holden Day Inc. Publisher. San Francisco, 1967.

HUFSCHMIDT, M. M., FIERING, M. B: *Simulation Techniques for Design of water resources Systems.* Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1966.

KAUFMANN, A.: *Méthodes et modèles de la recherche operationelle.* Dunod. París, 1959.

VEN TÉ CHOW: *Handbook of applied hydrology.* McGraw-Hill. New York, 1964.

VILARÓ, F., MARTÍN ARNÁIZ, M.: *Los datos de la cuenca piloto del río Besós, base para el sistema de previsión de avenidas.* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental. Barcelona, 1969.

VILARÓ, F.: *Balance del aprovechamiento actual del Bajo Llobregat.* Documentos de Investigación Hidrológica n.° 2. y 3. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua, Barcelona, 1967.

WISLER-BRATER: *Hydrology.* John Wiley and Sons. London, 1963.

LINSLEY: *Applied Hydrology.* McGraw-Hill. New York, 1949.

LÓPEZ CADENAS, F. Y OTROS: *Resumen y conclusiones del grupo de Trabajo de aforo químico.* Instituto de Hidrología. Madrid, 1966.

MAASS: *Design of water resource systems.* Harvard University Press. Cambridge, Mass., 1962.

MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS: *Aforos.* Anuarios desde 1953-54 a 1965-66. Madrid.

MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS: *Aforo con trazadores radioactivos.* Gabinete de Aplicaciones Nucleares. Madrid, 1970.

NEMHAUSER, G. L.: *Introduction to Dynamic Programming.* John Wiley and Sons, 1966.

REMENIERAS: *L'Hydrologie de l'ingénieur.* Eyrolles. París, 1960.

ROCHE, M.: *Hydrologie de surface.* Gauthier-Villars. París, 1963.

ROY, B., HOPS, M.: *Algèbre moderne et théorie des graphes.* Dunod. París, 1971.

Sección 8

Teoría elemental del flujo del agua en los medios porosos

EMILIO CUSTODIO
Doctor Ingeniero Industrial

Sumario

Símbolos

A	área, sección
b	espesor del acuífero
$\bar{b}$	espesor medio
c	contenido de agua o humedad del terreno
D	difusividad
d	tamaño de grano
d_x	tamaño de grano no superado por el % de las partículas
EB	eficiencia barométrica
EM	eficiencia a la marea
e	porcentaje de huecos, anchura, número e
exp a	e^a
F	fuerza, generación de flujo
g	aceleración de la gravedad
$\mathbf{g}$	vector vertical hacia abajo de módulo igual a la aceleración de la gravedad
grad	vector gradiente
H	espesor saturado
h	nivel piezométrico, succión (medios no saturados)
$\bar{h}$	nivel piezométrico medio
h_c	altura capilar
i	gradiente piezométrico, vector unitario, $\sqrt{-1}$
k	permeabilidad
k_o	permeabilidad intrínseca
$k_h = k_x$	permeabilidad horizontal
$k_v = k_z$	permeabilidad vertical
L, l	longitud, dimensión de longitud
M	masa
m	porosidad, porosidad total
m_e	porosidad eficaz
m_t	porosidad total
n	dirección normal a una superficie
p	presión
p_a	presión atmosférica
Q	caudal
q	caudal específico; velocidad de flujo
R	constante de los gases
Re	número de Reynolds
r	distancia radial
rot	rotacional, operador rotacional
S	coeficiente de almacenamiento, saturación
S′	coeficiente de almacenamiento específico
S	grado de saturación
s	longitud a lo largo de una curva
T	transmisividad = k · b; dimensión de tiempo
t	tiempo, dirección tangencial a una superficie
t_o	período
V	volumen
v	velocidad, velocidad de flujo o de Darcy
v^*	velocidad real o de filtración
W	aporte de agua (F)
z	cota altimétrica, número complejo
(x, y, z)	ejes coordenados cartesianos
(X, Y, Z)	ejes coordenados cartesianos transformados
(u, v, w)	componentes del vector velocidad
$\mathbf{v}$	vector v
α	elasticidad del acuífero, ángulo de contacto
β	compresividad del agua
γ	peso específico
δ	incremento
Δ	incremento
θ	temperatura, ángulo
$\varkappa$	permeabilidad relativa
μ	viscosidad dinámica, masa unitaria
ν	viscosidad cinemática
π	número $\pi = 3{,}1416$
ρ	densidad, radio de curvatura
σ	tensión
τ	tensión superficial
φ	potencial hidráulico, ángulo
Φ	potencial de velocidades
Φ^*	potencial de fuerzas
ψ	línea de corriente
∇^2	operador de Laplace (laplaciana)

0.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

La presente sección se dedica principalmente a la teoría elemental del flujo del agua en los medios porosos saturados, y muy especialmente en los acuíferos. Se considera que se trata de un flujo en el que sólo existe una fase fluida homogénea que es el agua. Cada uno de los diferentes aspectos se analizará en sus líneas generales sin entrar en detalles ni demostraciones complicadas, para las cuales el lector deberá remitirse a la bibliografía especializada. En las referencias bibliográficas se recogen una parte importante de los textos de mayor interés.

Todo el tema se dirige hacia el conocimiento del funcionamiento de los acuíferos y del movimiento del agua subterránea hacia las captaciones y rebosaderos naturales o a partir de los lugares de recarga. Por ello sólo cuando sea imprescindible o sea útil para aclarar conceptos, se tratarán cuestiones relacionadas con fugas de canales y de embalses o movimiento del agua hacia o a través de obras de ingeniería hidráulica.

En los momentos oportunos se introducirán los comentarios sobre el flujo en medios permeables por fisuración puesto que los mismos juegan un importante papel como acuíferos y tienen características propias.

El flujo multifase y el flujo de fluidos heterogéneos es importante cuando se trata de estudiar mezclas de agua, gases y petróleo y el análisis de las relaciones agua dulce-agua salada. En el capítulo 8 de la presente sección se encontrarán unas breves notas acerca del flujo multifase y el flujo de fluidos heterogéneos será objeto de comentario en la sección 13. El flujo en los medios no saturados, será objeto del capítulo 9, en el que se expondrán las ideas básicas complementarias a las ya contenidas en la sección 6.

En la presente sección sólo se tratará el movimiento del agua; el movimiento de las sustancias disueltas en el agua en relación con el movimiento del agua, será objeto del capítulo 1 de la sección 12, y será también brevemente comentado en la sección 13. En la sección 18 se tratará el movimiento de las sustancias disueltas en el agua desde el punto de vista de la contaminación.

En los apéndices situados al final de la sección se dan los principios básicos de carácter matemático que son necesarios para una correcta comprensión del texto.

Gran parte de las aplicaciones prácticas a la hidráulica subterránea se tratan en la sección 9, que en cierta forma es continuación de la presente. En la mencionada sección 9 se verán también los métodos de campo para determinar las características hidráulicas de los acuíferos.

0.2 BREVE NOTA HISTÓRICA

Hasta 1856 no se había establecido ninguna ley para el estudio del movimiento del agua en los medios porosos y fisurados; fue en ese año cuando Henri Darcy (1856) publicó una serie de experiencias que pusieron de relieve la relación entre el gradiente hidráulico y el flujo del agua, estableciendo el concepto de permeabilidad como una propiedad macroscópica del medio.

Con base a esta ley se pudieron aplicar los principios de la Hidrodinámica, entre ellos el de la continuidad, y establecer una doctrina coherente. Gran parte de los trabajos se desarrollaron en Francia, Alemania, Austria y Rusia y son muy destacadas las abundantes contribuciones de Dupuit, Thiem, Forchheimer, Pavlovsky, Boussinesq, Lembke, Zhukovsky, etc., y ya en el segundo cuarto de este siglo, de otros autores americanos y europeos tales como Meinzer, Muskat, Polubarinova-Kochina, Jacob, De Glee, Lindqvist, etc.

Muchos de estos autores, han tratado principalmente temas relacionados con las fugas de agua a partir o a través de obras de ingeniería hidráulica, siendo la presencia de superficies libres o freáticas y la existencia de superficies de rezume uno de los problemas teóricos de más difícil resolución. Los problemas del movimiento del agua en acuíferos fueron tratados ya con gran extensión en 1937 por Muskat y en 1935 Theis introdujo la fórmula fundamental del movimiento no permanente[1].

En el momento actual quedan muchos problemas por resolver en especial en el campo de sistemas con varios acuíferos aunque existe una tendencia, cada día mayor, a tratar estos problemas con modelos matemáticos y analógicos (ver sección 16).

Los problemas relacionados con el flujo de agua de densidad variable y los problemas en los que intervienen fenómenos de difusión y dispersión (ver secciones 12 y 13) así como los del flujo en medios no saturados están en fase avanzada de estudio, pero aún son de esperar importantes contribuciones.

[1] Un resumen histórico bien documentado puede encontrarse en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 14-16.

0.3 AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la colaboración en algunos problemas y las sugerencias aportadas por el doctor José Antonio Fayas, y también las correcciones en los apéndices realizadas por los señores Carlos Simó, Javier Ortega y Martín Llorens, colaboradores en el Laboratorio de Ingeniería Nuclear de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona. El material necesario para algunos gráficos ha sido recogido pacientemente por el estudiante don Francisco Iglesia.

Capítulo 8.1

Principios generales del movimiento del agua en medios porosos. Ley de Darcy

1.1 INTRODUCCIÓN

El estudio microscópico del comportamiento de un medio poroso es extraordinariamente complejo dada la forma complicada de los poros y canalículos por los que debe circular el fluido.

Afortunadamente pueden establecerse leyes de carácter macroscópico que tratan el medio como un continuo con unas propiedades medias bien definidas; estas leyes se basan en la consideración de tres parámetros fundamentales: la permeabilidad, la porosidad y el coeficiente de almacenamiento. Los dos primeros parámetros enunciados serán definidos en este capítulo, quedando diferida la definición del coeficiente de almacenamiento al capítulo tercero.

La ley de Darcy establece la relación macroscópica fundamental y a partir de ella puede llegarse a expresar el flujo en forma de ecuaciones diferenciales, cuyo estudio será objeto de los capítulos 3 a 6.

Los valores y métodos de determinación de la permeabilidad y porosidad serán objeto del capítulo 2.

1.2 POROSIDAD

Un medio poroso está formado por un agregado de granos entre los cuales existen espacios vacíos que pueden ser ocupados por un fluido; estos espacios vacíos se llaman poros.

El medio poroso puede ser consolidado o no consolidado según que exista o no exista un cemento que aglutine y ligue las diversas partículas integrantes, o se establezca alguna cohesión entre las mismas.

Si se tiene un volumen V de terreno natural del cual V_p son poros y $V_m = V - V_p$ es material compacto, la *porosidad total* se define como:

$$m = \frac{V_p}{V}$$

Cuando el medio está saturado de agua, el contenido volumétrico de agua por unidad de volumen del mismo es m. Si

ρ_{ap} es la densidad aparente del terreno seco (ver capítulo 3 de la sección 6)
ρ_h es la densidad del terreno saturado
ρ_a es la densidad del agua
ρ_t es la densidad media del material compacto[2]

se tiene que:

Masa de un volumen V de terreno saturado =
$= V_p \cdot \rho_a + V_m \cdot \rho_t = V \cdot \rho_h$

de donde

$$\rho_h = m \cdot \rho_a + (1 - m)\,\rho_t$$

Masa de un volumen V de terreno seco =
$= V_m \cdot \rho_t = V \cdot \rho_{ap}$
$\rho_{ap} = (1 - m)\,\rho_t$

En primera aproximación es

$$\rho_a = 1 \qquad \text{y} \qquad \rho_t = 2 \text{ a } 4$$

[2] Por ejemplo en el caso de una arena es la densidad de los granos de la misma.

frecuentemente entre 2,5 y 3 para los minerales más comunes.

Si el terreno no está saturado es $V_a < V_p$ siendo V_a el volumen de agua y entonces se denomina:

$$S_a = \textit{grado de saturación}^3 = \frac{V_a}{V_p}$$

$S_a = 1$ en terreno saturado
$S_a = 0$ en terreno seco

En el terreno existen poros de muy diversas categorías; mientras puede existir una red de poros interconectados y el agua puede circular libremente por ellos, existen otros totalmente cerrados en los que el fluido está confinado; también existen poros semicerrados a través de los cuales el agua circula con cierta dificultad y lentitud y los intercambios de materia con el exterior se realizan principalmente por difusión.

En estudios del movimiento del agua subterránea sólo importan los poros interconectados y a veces los semicerrados. Así nace el concepto de *porosidad eficaz*, m_e, que tiene en cuenta el volumen de esos poros V_e respecto al volumen total del terreno natural considerado.

$$m_e = \frac{V_e}{V}$$

En lo sucesivo, salvo que se indique lo contrario, cuando se hable de porosidad se entenderá porosidad eficaz y se simbolizará, cuando no de lugar a confusión, simplemente por m.

Cuando m_e se determina saturando un terreno previamente seco, se obtiene un valor mayor que cuando se calcula por drenado de un terreno previamente saturado, y además en este último caso los valores dependen del tiempo; ello es consecuencia del lento vaciado de los poros semicerrados y de la existencia de agua suspendida por fuerzas capilares y moleculares de retención (ver sección 6 y capítulo 8 de esta sección). En estudios del movimiento del agua en medios no saturados interesa un valor que tenga en cuenta únicamente los poros de libre circulación, valor que en general debe obtenerse por técnicas de trazadores (ver sección 12). Los dos valores extremos, m y m_e, tienen interés en estudio de variaciones de nivel en acuíferos libres.

En terrenos groseros y con poca arcilla todas estas porosidades tienen aproximadamente el mismo valor.

[3] También se le denomina c, contenido en agua en % de la saturación.

La porosidad es una propiedad macroscópica que se refiere a un volumen grande de material. Sus valores para los diferentes tipos de terrenos así como su determinación será expuesta en el capítulo 2. Rara vez superará el 40 % en terrenos permeables ni suele ser menor que el 1 %; sin embargo, ciertos lodos pueden llegar a presentar valores del 70 % y ciertas rocas masivas permeables por fisuración pueden tener un valor de m muy pequeño, menor del 1 %.

1.3 VELOCIDAD DEL AGUA EN LOS MEDIOS POROSOS

El agua se mueve en el terreno a velocidad variable según el tamaño y orientación de los poros; sin embargo, considerando un volumen de medio suficientemente grande, puede definirse una velocidad media en una dirección media —vector de velocidad media—; a esta velocidad se la llama *velocidad de filtración, velocidad intergranular* o *velocidad real* del flujo.

Sin embargo es usual considerar como velocidad la que se obtiene al dividir el caudal que pasa por una cierta superficie perpendicular al flujo por el área total de la misma; a esta velocidad se le llama *velocidad de flujo, velocidad de Darcy* o *flujo específico;* como es el concepto de velocidad más empleado en teoría del flujo, si no hay lugar a equívocos se le denomina simplemente velocidad y se designa por v, simbolizando si es preciso por v^* a la velocidad real[4].

Se puede demostrar que:

$$v = m \cdot v^* \qquad (8.1)$$

siendo m la porosidad efectiva. En efecto, si se tiene un cilindro de sección uniforme A y altura h a lo largo del cual circula un fluido si A_z es la superficie de los huecos correspondiente a una sección a altura z, en ella se cumple:

$$v_z^* = v \cdot \frac{A}{A_z}$$

siendo v_z^* la velocidad real promedio a la altura z.

Si la sección A es suficientemente grande y teniendo en cuenta que v es constante:

$$v^* = \text{valor medio } (v_z^*) = v \cdot \text{valor medio } \left(\frac{A}{A_z}\right)$$

[4] Ciertos autores para evitar la confusión entre velocidad real y velocidad de flujo designan la primera con v y la segunda por q y la designan como caudal unitario o caudal por unidad de sección.

$$\text{Valor medio } \left(\frac{A_z}{A}\right) = \frac{\int_o^h \frac{A_z}{A} dh}{h} =$$

$$= \frac{1}{A \cdot h} \int_o^h A_z \, dz = \frac{V_{pe}}{V} = m$$

siendo V_{pe} el volumen de poros efectivos y V el volumen total.

En realidad debería haberse calculado el valor medio de A/A_z, pero puede comprobarse que para valores de A_z que varían poco respecto a un valor central, el valor medio buscado vale 1/m.

El valor A_z/A es la porosidad superficial cuyo valor medio vale m y que tiende a m si A es suficientemente grande. De forma similar podría definirse la porosidad lineal que sería el cociente de la longitud de espacios vacíos en un segmento dividido por la longitud del segmento, cuyo valor medio también vale m y que tiende a m si el segmento es suficientemente largo.

1.4 ESTÁTICA Y DINÁMICA EN LOS MEDIOS POROSOS. GRADIENTE HIDRÁULICO

En cada punto de un medio poroso saturado con un fluido estático de peso específico γ, existe una presión p en el fluido, de modo que colocando un tubo vertical hasta el mismo se precisa introducir una altura l de fluido igual al existente en ese punto tal que:

$$l = \frac{p}{\gamma}$$

para que se mantenga el equilibrio de presiones.

Al tubo que sirve para medir l se llama piezómetro. Si se toma un cierto plano horizontal como referencia (fig. 8.1), el nivel del agua en el piezómetro es:

$$h = \frac{p}{\gamma} + z \qquad (8.2)$$

siendo z la altura del punto en cuestión sobre la referencia. Al valor h así definido se le llama nivel piezométrico respecto al plano de referencia elegido.

En un sistema estático cualquier punto tiene el mismo valor de h o sea que h = cte. El lector puede demostrar fácilmente esta afirmación.

Si se trata de un acuífero libre, la zona superior de

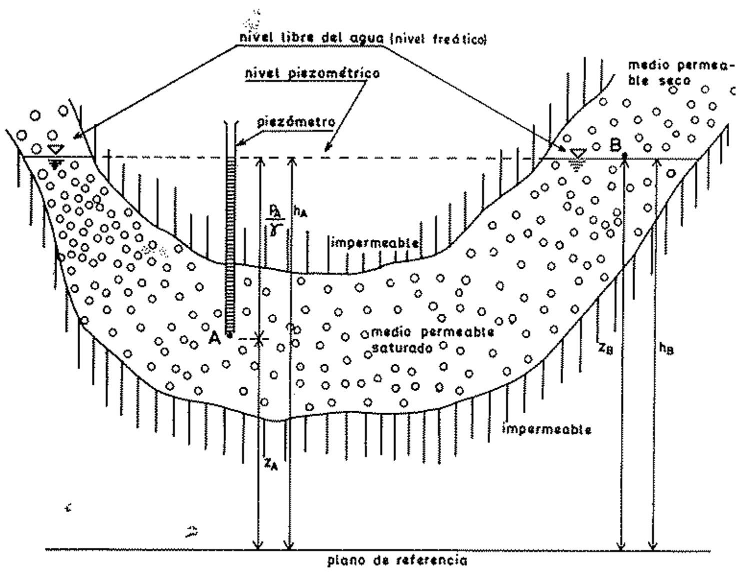


FIGURA 8.1
Sistema hidráulico en un medio poroso en equilibrio.

saturación está en contacto con el aire y entonces se originan los fenómenos capilares que serán tratados en el capítulo 8; en lo que sigue se supondrá que las fuerzas capilares son despreciables y que el límite entre la zona saturada y la no saturada (nivel libre o nivel freático) está simplemente a la presión atmosférica, y tomando a ésta como referencia es $h_f = -z_f$, indicando el subíndice f el nivel freático.

Si se considera un cilindro de material poroso tal como el indicado en la figura 8.2, con fluido en movimiento, puede escribirse la ecuación de Bernoulli para los puntos A y B, separados por una distancia Δs en la dirección del flujo[5]

$$\frac{p_A}{\gamma_A} + z_A + \frac{v_A^{*2}}{2g} = \frac{p_B}{\gamma_B} + z_B + \frac{v_B^{*2}}{2g} + \Delta h \qquad (8.3)$$

p es la presión hidrostática y v* es la velocidad real; Δh es la pérdida de carga total entre el punto A y el punto B, debido a los frotamientos, y γ es el peso específico del fluido[6].

El nivel piezométrico en cada punto es

$$h = \frac{p}{\gamma} + z$$

[5] Ver sección 2, capítulo 1.
[6] $\gamma = g \cdot \rho$.

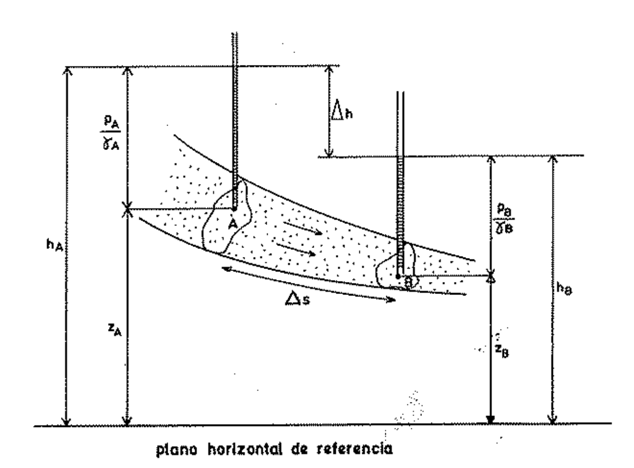


FIGURA 8.2

Niveles de agua en dos puntos de un medio poroso con un fluido en movimiento.

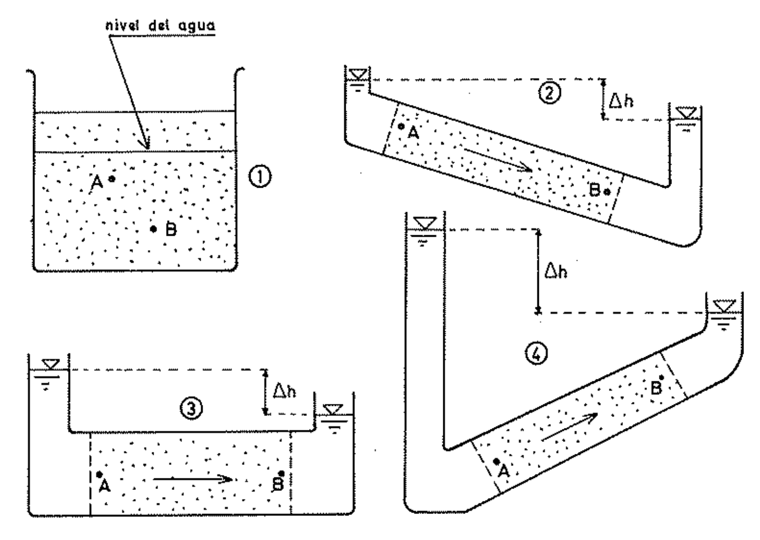


FIGURA 8.3

Ilustración del principio de que el agua se mueve de puntos de mayor nivel piezométrico a puntos de nivel piezométrico y no necesariamente de puntos de mayor presión a puntos de menor presión.

1. *Nivel piezométrico constante; el agua está estacionaria a pesar de ser* $p_A < p_B$
2. $h_A > h_B$ y $p_A < p_B$
3. $h_A > h_B$ y $p_A = p_B$
4. $h_A > h_B$ y $p_A > p_B$

El gradiente hidráulico viene definido por:

$$i = -\lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta h}{\Delta s} = -\frac{d h}{d s} = -\text{grad } h \qquad (8.4)$$

midiendo d s en la dirección del flujo; i representa el valor máximo de la derivada (véase apéndice 2).

En la mayoría de los casos v* es tan pequeña que el término que lo contiene puede despreciarse, quedando:

$$\frac{p_A}{\gamma_A} + z_A = \frac{p_B}{\gamma_B} + z_B + \Delta h \qquad (8.5)$$

de modo que en cualquier punto

$$h = \frac{p}{\gamma} + z$$

define la energía por unidad de peso del agua.

Los fluidos se ponen en movimiento cuando existen variaciones de h y las partículas van de los puntos de mayor h a los de menor h. No debe caerse en el error de considerar que los fluidos se mueven de zonas de alta presión a zonas de baja presión; ello sólo es cierto para los gases para los que $p/\gamma \gg z$. El agua puede circular desde zonas de baja presión a zonas de alta presión si existe una diferencia en h favorable. La figura 8.3 ilustra estas aseveraciones.

Para comparar niveles piezométricos debe emplearse el mismo fluido de referencia y a la misma temperatura; en especial las variaciones de densidad producen importantes variaciones de nivel piezométrico, en especial en acuíferos profundos. En la tabla 8.0 a se dan las

TABLA 8.0 a *Densidad de soluciones acuosas, de sal común (ClNa) a diferentes temperaturas. Según Perry (1958)*
1000. ppm = 1 g de ClNa/kg de solución

ppm de ClNa	0 °C	10 °C	25 °C	40 °C
10 000	1,00747	1,00707	1,00009	0,99908
20 000	1,01509	1,01442	1,01112	1,00593
40 000	1,03038	1,02920	1,02530	1,01977
80 000	1,06121	1,05907	1,05412	1,04798
120 000	1,09244	1,08946	1,08365	1,07699
160 000	1,12419	1,12056	1,11401	1,10588
200 000	1,15603	1,15254	1,14533	1,13774
240 000	1,18999	1,18557	1,17776	1,16971
260 000	1,20709	1,20254	1,19443	1,18614

densidades de soluciones de ClNa en agua a diferentes temperaturas. En un piezómetro con 1000 m de agua dulce a 10 °C, el nivel desciende 44 m al sustituir el fluido por agua salada con 80 000 ppm de ClNa a 25 °C. El efecto de cambios de densidad en acuíferos costeros será tratada en la sección 13.

1.5 LA LEY DE DARCY

El término Δh de la ecuación (8.3), puede obtenerse en régimen laminar por la ley de Darcy (1856):

$$v = k \cdot i = -k \cdot \frac{dh}{ds} \tag{8.6}$$

en la que v = velocidad de flujo
i = gradiente hidráulico
k = permeabilidad o conductividad hidráulica.

Esta ley fue experimentada en cilindros rellenos de material poroso y ha sido repetidamente confirmada por numerosos investigadores.

La *permeabilidad* es un coeficiente de proporcionalidad definido por la ecuación (8.6).

Si se tiene un cilindro vertical de sección constante A y longitud L, y se hace circular agua a su través con una diferencia de niveles entre la entrada y la salida Δh (fig. 8.4), puede escribirse:

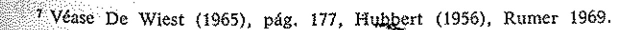
$$v = k \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

y el caudal que circula

$$Q = v \cdot A = k \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{L} \tag{8.7}$$

La ley de Darcy es también una ley macroscópica que representa el comportamiento de un número elevado de poros. No representa en modo alguno el comportamiento del agua dentro de cada poro y permite tratar el flujo subterráneo como un flujo no viscoso.

La ley de Darcy puede derivarse más o menos directamente de las ecuaciones de Navier-Stokes para los fluidos viscosos si se tiene en cuenta la existencia del medio poroso[7] y al mismo se le representa por sus valores medios.


[7] Véase De Wiest (1965), pág. 177, Hubbert (1956), Rumer 1969.

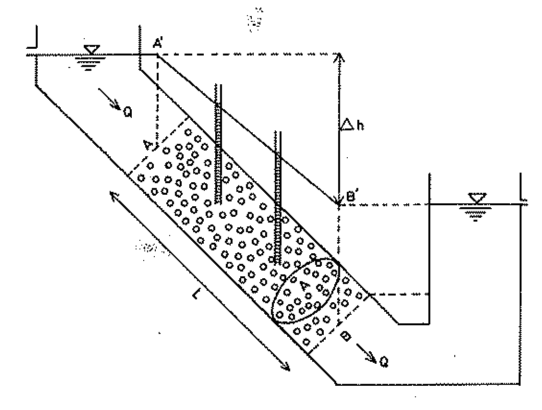


FIGURA 8.4
Experiencia de Darcy.

1.6 ÁMBITO DE VALIDEZ DE LA LEY DE DARCY

Tal como se ha visto en el apartado anterior, la ley de Darcy establece una proporcionalidad directa entre la velocidad de flujo de un fluido en un medio poroso v y el gradiente hidráulico i,

$$i = \frac{v}{k}$$

la cual es una propiedad macroscópica del medio cuando interviene un gran número de poros. Ello requiere que sólo actúen las fuerzas viscosas. Sin embargo, para velocidades elevadas el gradiente crece más rápidamente que v hasta que para velocidades muy elevadas es:

$$i = b\, v^2$$

Como el régimen de flujo viene definido por el número de Reynolds[8] o sea por el cociente entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, el cual en este caso se escribe:

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu}$$

v = velocidad de flujo (cm/seg)
d = tamaño medio de las partículas (d_{50}) o en caso de terrenos fisurados d = 2 e siendo e el ancho de la fisura (cm)
ρ = densidad del fluido (g/cm³)
μ = viscosidad dinámica (dinas seg/cm²)

[8] Véase la sección 2.

La ley de Darcy es válida si Re < 1 a 10, siendo preciso en general que Re < 4. (De Wiest 1965, pág. 178; Muskat 1937, pág. 67; Schneebeli 1966, págs. 34-35; Whright 1968).

El flujo es completamente turbulento para valores de Re mayores que 60 a 180. Los valores límites dados dependen del tipo de material y de los valores que se adopten para definirlo.

Para valores mayores que los de validez de la ley de Darcy y sin llegarse a iniciar el régimen turbulento, el régimen es aún laminar, pero no puede despreciarse el efecto de las fuerzas de inercia.

Ejemplo 1

La velocidad de flujo del agua hacia un pozo viene definida por:

$$v = \frac{Q}{2\pi b} \cdot \frac{1}{r}$$

v = velocidad de flujo
Q = caudal
b = espesor del acuífero
r = distancia al eje del pozo.

Calcular a qué distancia del eje de un pozo entubado deja de ser válida esta fórmula deducida de la ley de Darcy, si el espesor del acuífero es b = 20 m, el caudal extraído es de 10 l/seg y el tamaño medio de grano puede tomarse de $d_{50} = 0{,}5$ cm.

Suponiendo para el agua $\mu = 0{,}01$ poises (dinas-seg/cm²) y $\rho = 1$ g/cm³ y estableciendo que Re debe ser menor que 4:

$$\frac{\frac{Q}{2\pi b} \cdot \frac{1}{r} \cdot d_{50} \cdot \rho}{\mu} < 4$$

$$r > \frac{Q \cdot d_{50} \cdot \rho}{8\pi b \mu} =$$

$$= \frac{10 \cdot 10^3 \text{ cm}^3/\text{seg} \cdot 0{,}5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ g/cm}^3}{8 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^2 \text{ cm} \cdot 0{,}01 \text{ poise}} \simeq 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$$

La ley de Darcy es también válida para los gases y suele expresarse (Schneebeli, 1966, pág. 41):

$$q_m = -kg \frac{dp}{ds}$$

en la que q_m es el caudal másico por unidad de sección (g/cm² seg) y $-dp/ds$ es simplemente el gradiente de presión, ya que las diferencias de cota no tienen importancia por el bajo peso específico del gas; $kg = k/\gamma$, siendo k la permeabilidad tal como se definió anteriormente.

Al parecer, en terrenos muy arcillosos no se establece el flujo de agua o gas hasta que el gradiente rebasa un valor umbral, que en arcillas puede ser elevado. Sin embargo el fenómeno tiene poco interés práctico.

1.7 PERMEABILIDAD O CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA

Al valor k de la permeabilidad, ya definida en el apartado 1.5, también se le llama conductividad hidráulica ya que la fórmula de Darcy generalizada (ver apartado 1.10):

$$v = -k \cdot \text{grad } h$$

es similar a la del flujo calorífico (ley de Fourier)

$$q = -K \cdot \text{grad } \theta$$

siendo q = flujo calorífico (cal/cm² · seg), K = conductividad térmica (cal/cm · seg), grad θ = gradiente de temperatura (°C/m), y a la del flujo eléctrico (ley de Ohm), como se expone en la sección 16:

$$i = c \cdot \text{grad } V$$

siendo i = intensidad específica (amp/cm²), c = conductividad eléctrica (Ω^{-1}/cm) = (resistividad eléctrica)$^{-1}$, grad V = gradiente de potencial (volt/cm).

El valor de k, permeabilidad o conductividad hidráulica, dentro del ámbito de validez de la ley de Darcy (ver apartado 1.6) es un valor constante para cada medio y para cada fluido en unas mismas condiciones. No es fácil relacionar el valor de k con las características del medio poroso, aunque se han propuesto diferentes fórmulas y métodos que serán comentados en el capítulo 2. Un terreno muy poroso puede ser muy permeable si sus poros son grandes y bien interconectados, tal como sucede en unas gravas limpias, o bien puede ser casi impermeable si sus poros son muy pequeños y/o semicerrados, como sucede en una arcilla o en ciertos materiales volcánicos (pumitas, basaltos vacuolares). En general, los terrenos con baja porosidad tienden a ser poco permeables ya que las conexiones entre poros son difíciles y angostas.

TABLA 8.0 b *Densidades y viscosidades del agua pura. Datos redondeados de Perry (1958) págs. 280 y 560*

Temperatura °C	Densidad relativa al agua a 4 °C (g/cm³)	Viscosidad dinámica en centipoises	Temperatura °C	Densidad relativa al agua a 4 °C (g/cm³)	Viscosidad dinámica en centipoises	Temperatura °C	Densidad relativa al agua a 4 °C (g/cm³)	Viscosidad dinámica en centipoises
0	0,99987	1,792	20	0,99823	1,005	40	0,99225	0,656
1	0,99993	1,731	21	0,99802	0,981	41	0,99186	0,644
2	0,99997	1,673	22	0,99780	0,958	42	0,99147	0,632
3	0,99999	1,619	23	0,99757	0,936	43	0,99107	0,621
4	1,00000	1,567	24	0,99733	0,914	44	0,99066	0,610
5	0,99999	1,519	25	0,99707	0,894	45	0,99024	0,600
6	0,99997	1,473	26	0,99681	0,874	46	0,98982	0,588
7	0,99993	1,428	27	0,99654	0,854	47	0,98940	0,578
8	0,99988	1,386	28	0,99626	0,836	48	0,98896	0,568
9	0,99981	1,346	29	0,99597	0,818	49	0,98852	0,559
10	0,99973	1,308	30	0,99568	0,801	50	0,98807	0,549
11	0,99963	1,271	31	0,99537	0,784	51	0,98762	0,540
12	0,99952	1,236	32	0,99505	0,768	52	0,98715	0,531
13	0,99940	1,203	33	0,99473	0,752	53	0,98669	0,523
14	0,99927	1,171	34	0,99440	0,737	54	0,98621	0,515
15	0,99913	1,140	35	0,99406	0,722	55	0,98573	0,506
16	0,99897	1,111	36	0,99371	0,708	60	0,98324	0,469
17	0,99880	1,083	37	0,99336	0,695	65	0,98059	0,435
18	0,99862	1,056	38	0,99299	0,681	70	0,97781	0,406
19	0,99843	1,030	39	0,99262	0,668			

En k influye, además de la naturaleza del terreno, la densidad y la viscosidad del fluido, las cuales son a su vez función de la temperatura y de la presión. Para obtener un coeficiente k_o que dependa sólo de las propiedades del medio basta escribir (ver De Wiest 1965, págs. 169-170; Muskat 1937; Rumer 1969):

$$k = k_o \frac{\gamma}{\mu} \qquad (8.8)$$

en la que k_o es la *permeabilidad intrínseca, específica o geométrica,* también llamado *coeficiente de permeabilidad*

γ es el peso específico del fluido (dinas/cm³)

μ es la viscosidad del fluido (dinas seg/cm²)

Algunos estudios recientes muestran que k_o puede estar influida por la temperatura hasta un 0,5 %/°C si se trata de materiales sueltos o poco cementados (Greenberg, Gresap y Malone, 1968), pero en general no es preciso tener en cuenta estas variaciones en la práctica ya que las correcciones son de menor cuantía que los errores experimentales.

En la tabla 8.0 b se dan los valores de γ y μ para el agua destilada.

En el intervalo entre 10 y 30 °C la variación de γ es como máximo del 0,03 %/°C de modo que apenas influye en el valor de k. Por el contrario, la variación de μ puede llegar al 4 %/°C que es ya importante. Un cambio de temperatura de 5 °C en el agua subterránea puede suponer un cambio en el mismo sentido del 20 % en la permeabilidad; dada la constancia de la temperatura del agua subterránea (ver capítulo 4 de la sección 10) no son de esperar variaciones en k superiores al 20 %, aunque en casos de infiltraciones o recarga artificial puede llegarse a variaciones extremas del 75 %. Según Schneebeli (1966) pág. 59, para el agua es:

$$k(\theta) \approx k(20\,°C)\,\frac{\theta + 20}{40}$$

siendo θ la temperatura en °C.

Como la *transmisividad* viene definida por $T = k \cdot b$, siendo b el espesor del acuífero, la temperatura influye de forma similar a la indicada.

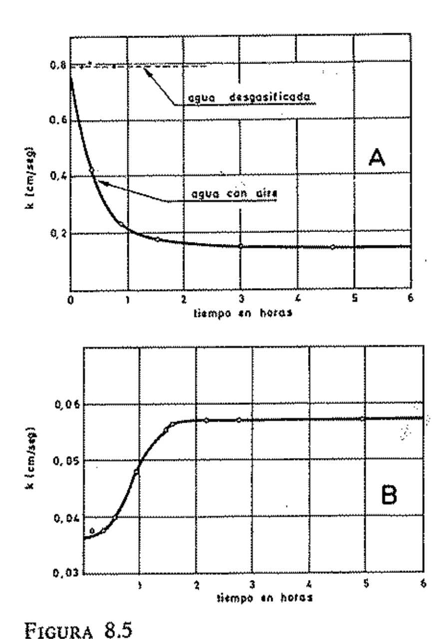


FIGURA 8.5
Efectos del aire atrapado en el terreno en la permeabilidad. A. Agua que aporta aire. B. Agua que disuelve el aire presente en el terreno. (Según Ehrenberger y Pillsbury y Appleman, tomado de Schneebeli, 1966, págs. 62/66).

Siendo el agua un fluido muy poco compresible, los cambios de presión no afectan prácticamente a k a través de la densidad. Sí pueden afectar en cuanto alteran la geometría de los poros. La compactación del acuífero acarrea en general una reducción de permeabilidad, que puede ser importante en terrenos arcillosos. En este caso se altera k_o ya que el medio cambia de características.

El valor de k puede ser también afectado por la composición química del agua si existen arcillas capaces de flocularse o deflocularse. Lo mismo sucede si se producen disoluciones o precipitaciones, o bien se tiene arrastre y eliminación de las partículas más finas del medio o por el contrario se introducen materiales que se fijan dentro de los poros (colmatación).

La presencia de otros fluidos reduce la permeabilidad al agua (ver capítulo 8) en especial los gases arrastrados o desprendidos (fig. 8.5).

La permeabilidad al agua salada es mayor que al agua dulce ya que con aquella las arcillas tienen poca agua de hidratación y su volumen es pequeño. También la permeabilidad intrínseca a gases puede ser notablemente mayor que la permeabilidad respecto al agua dulce si hay gran cantidad de arcillas presentes. Pueden a veces existir diferencias hasta de un factor 100 (De Wiest, 1965, pág. 175). Estos efectos son casi inexistentes en gravas o arenas limpias.

1.8 DIMENSIONES Y UNIDADES DE LOS PARÁMETROS HIDRÁULICOS SUBTERRÁNEOS

Por su misma definición, la porosidad es adimensional y se suele expresar por un valor absoluto o en tanto por ciento.

Las dimensiones de la permeabilidad, k, son L/T y suele expresarse en cm/seg o en m/día, siendo esta última unidad la más usual. Para pasar de cm/seg a m/día basta multiplicar por 864 y para pasar de m/día a cm/seg, basta multiplicar por 0,00116.

En los sistemas de medidas anglosajones es frecuente expresar k en galones americanos/día · pie². Basta multiplicar por 0,04 para pasar a m/día.

Las dimensiones de k_o son L^2 y es función por lo tanto de una dimensión característica del medio; de ahí su denominación de permeabilidad geométrica.

El valor de k_o puede expresarse en cm² o en m² pero es más usual expresarla en darcys o en milidarcys. Por definición es:

$$1 \text{ darcy} = \frac{\dfrac{1 \text{ centipoise} \cdot 1 \text{ cm}^3/\text{seg}}{1 \text{ cm}^2}}{1 \text{ atm/cm}} =$$

$$= 0{,}987 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2 \approx 10^{-8} \text{ cm}^2$$

Se dice que un material tiene una permeabilidad intrínseca de un darcy cuando a 20 °C[9] deja pasar a su través un caudal de 1 cm³/seg por cm² de sección cuando el gradiente es de 1 atm/cm. En la realidad en las condiciones enunciadas el flujo no es en general de Darcy, por lo que la definición dada no expresa la realidad. Es más correcto definir el milidarcy (10^{-3} darcy) cuando en las mismas condiciones el gradiente es de 1 atm/10 m.

Como para el agua a 20 °C es:

$$\gamma/\mu \approx \frac{981 \text{ dinas/cm}^3}{0{,}01 \text{ dinas} \cdot \text{seg/cm}^2} \approx 10^5 \text{ seg}^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

$$k \text{ (cm/seg)} \approx 10^5\, k_o \text{ (cm}^2) \quad ; \quad k \text{ (m/día)} \approx k_o \text{ (darcy)}$$

[9] La viscosidad del agua a 20 °C es de 1 centipoise.

TABLA 8.1 *Tabla de conversiones de unidades de permeabilidad, permeabilidad intrínseca y transmisividad. Las cifras entre paréntesis son equivalencia entre* k *y* k_o. *Ejemplo:* 12 m/día = 12 · 1,16 · 10^{-3} = 0,14 cm/seg; 0,01 cm/seg = 10,40 darcys a 20 °C

		A								
		k				k_o		T		
		cm/seg	m/día	gpd/ft²	meinzer	cm²	darcy(1)	cm²/seg	m²/día	gpd/ft
B k	cm/seg	1	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	$4{,}64 \cdot 10^{-5}$	$4{,}72 \cdot 10^{-5}$	$(0{,}98 \cdot 10^{5})$*	$(0{,}96 \cdot 10^{-3})$*	—	—	—
	m/día	864	1	0,04	0,041	$(0{,}85 \cdot 10^{8})$*	(0,83)*	—	—	—
	gpd/ft²	21 600	25	1	1,02	$(2{,}12 \cdot 10^{9})$*	(20,9)**	—	—	—
	meinzer	21 200	24,5	0,98	1	$(2{,}08 \cdot 10^{9})$**	(21,2)**	—	—	—
k_o	cm²	$(1{,}02 \cdot 10^{-5})$*	$(1{,}18 \cdot 10^{-8})$*	$(4{,}72 \cdot 10^{-10})$*	$(4{,}8 \cdot 10^{-10})$**	1	$0{,}987 \cdot 10^{-8}$	—	—	—
	darcy	(1040)*	(1,20)*	(0,048)*	$(4{,}7 \cdot 40^{-2})$**	$1{,}013 \cdot 10^{8}$	1	—	—	—
T	cm²/seg	—	—	—	—	—	—	1	0,116	0,00142
	m²/día	—	—	—	—	—	—	8,64	1	0,0124
	gpd/ft	—	—	—	—	—	—	704	81	1

Para pasar de A a B multiplicar por el factor del casillero correspondiente.
* Para agua a 20 °C.
** Para agua a 60 °F = 15,6 °C.
(1) 1 darce = 10^{-8} cm² (en Francia).

En Norteamérica se emplea a veces como unidad de k el meinzer que es el caudal de agua en gpd (galones americanos por día) que pasa a través de una sección de 1 ft² (pie cuadrado) bajo un gradiente hidráulico unidad y a temperatura de 60 °F.

1 meinzer = 0,041 m/día

Como la *transmisividad* es por definición T = k · b, siendo b el espesor del acuífero, tiene por dimensiones L^2/T y suele expresarse en m²/día o en cm²/seg. En Norteamérica suele emplearse como unidad el galón americano/día · pie (gpd/ft); para pasar a m²/día basta multiplicar por 0,0124.

En la tabla 8.1 se exponen las diversas conversiones.

Los valores de k_o pueden variar entre 10^{-8} darcys para rocas compactas como el granito o el hormigón vibrado, hasta 10^5 darcys en gravas gruesas limpias, estando los valores más frecuentes en terrenos permeables entre 1 y 2000 darcys.

En ocasiones, y para evitar manejar exponentes, se emplea el valor de la clase de permeabilidad definido como:

$$p\,k = -\log k \qquad \text{estando k en cm/seg}$$

p k varía entre −2 para gravas y +11 para roca compacta (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968 pág. 60).

Los materiales altamente impermeables pueden tener cierta permeabilidad secundaria si presentan diaclasas, grietas, etc., como sucede con la arcilla, ciertas calizas muy compactas, etc.

1.9 HOMOGENEIDAD, HETEROGENEIDAD, ISOTROPÍA Y ANISOTROPÍA

Un medio se llama homogéneo cuando sus propiedades son constantes en cualquier lugar del mismo; si esas propiedades varían de un lugar a otro el medio es heterogéneo.

Estrictamente, todo medio poroso o fracturado es un

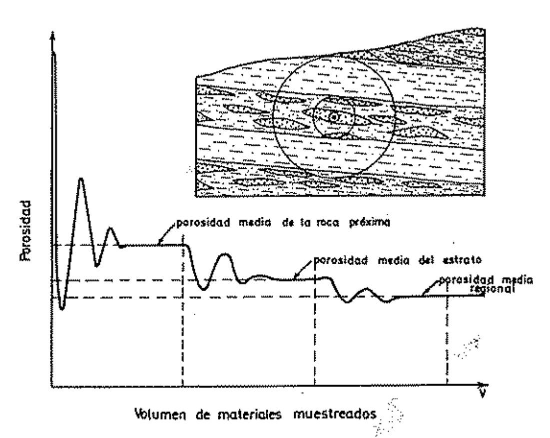


FIGURA 8.6
Variación esquemática de la porosidad de los materiales en función del volumen muestrado. (Según Hubbert, 1957, en Tóth, 1967).

medio heterogéneo por propia naturaleza. Como a efectos prácticos sólo interesan propiedades promedio, un medio en sí heterogéneo puede considerarse macroscópicamente homogéneo si las propiedades promediadas en un cierto volumen de material alrededor de cada punto considerado no varían de un lugar a otro. Así pues en la homogeneidad existe un factor de escala; una duna eólica puede ser homogénea a escala del cm mientras que una formación de gravas es muy heterogénea a esa escala pero puede ser homogénea a la escala del m; una formación aluvial es en general heterogénea hasta tamaños de algunas decenas e incluso centenares de metros, si es que su extensión es suficiente. Para que un medio pueda resultar homogéneo es preciso que se considere a una escala por lo menos de 10 veces la dimensión de la mayor de las heterogeneidades.

El comportamiento de un acuífero frente a un cierto estímulo dependerá del volumen afectado del mismo; un acuífero aluvial es siempre heterogéneo ante ensayos puntuales, pero puede llegar a comportarse como homogéneo en ensayo de bombeo (ver sección 9) de suficiente duración, cuando la zona influida sea suficientemente extensa.

En la figura 8.6 se muestra la variación de la porosidad al crecer el volumen de referencia en un cierto terreno.

Una forma frecuente de heterogeneidad es la estratificación, ya sea continua o discontinua.

Un medio es hidráulicamente isótropo cuando sus propiedades, principalmente la permeabilidad, no dependen de la orientación, o sea que es igual en cualquier dirección que se considere; si la permeabilidad varía con la orientación el medio es anisótropo.

La anisotropía es una propiedad común en los terrenos sedimentarios debido a su propia génesis y a la presencia de intercalaciones de pequeños lentejones e intercalaciones de materiales de pequeña permeabilidad. En general la permeabilidad perpendicular a la estratificación es varias veces menor que la horizontal, salvo que debido a la existencia de grietas y diaclasas verticales domine la permeabilidad vertical como sucede en los loess.

Los terrenos fracturados son muy anisótropos por su propia naturaleza y además las fracturas suelen tener orientaciones preferentes.

Un terreno homogéneo puede ser isótropo o anisótropo; se trata de propiedades diferentes.

La isotropía también admite un factor de escala.

En un sistema estratificado puede definirse una permeabilidad global perpendicular a la estratificación cuando el flujo también es perpendicular a la misma. En la figura 8.7.A, se aprecia que la pérdida de carga Δh es la suma de pérdidas de carga en cada nivel de espesor b_i y permeabilidad vertical k_i, y que por todos ellos circula la misma cantidad de agua por unidad de sección q.

$$q = k_v \frac{\Delta h}{L} = k_i \frac{\Delta h_i}{b_i}$$

$$(\Delta h)_i = \frac{k_v}{k_i} \Delta h \frac{b_i}{L}$$

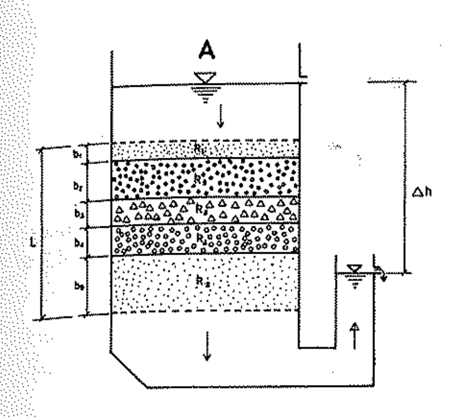
$$\Sigma \Delta h_i = \Delta h = k_v \frac{\Delta h}{L} \Sigma \frac{b_i}{k_i}$$

de donde:

$$\frac{1}{k_v} = \frac{1}{L} \Sigma \frac{b_i}{k_i} \qquad (8.9)$$

siendo k_v la permeabilidad global perpendicular a la estratificación.

De forma similar en un sistema estratificado puede definirse una permeabilidad global paralela a la estratificación k_h cuando el flujo es también paralelo a la misma. En la figura 8.7 B, se aprecia que en cada nivel de espesor b_i y permeabilidad horizontal k_i se tiene la misma pérdida de carga Δh y que la cantidad total de agua que circula q es la suma de la que circula por cada nivel q_i.



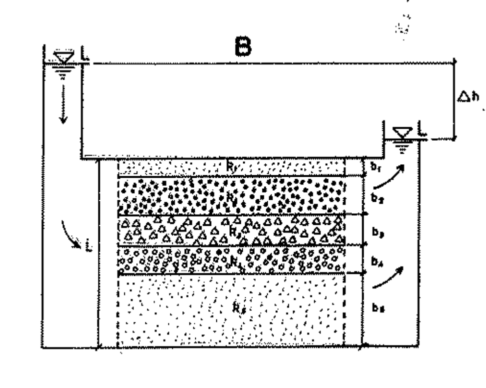


FIGURA 8.7
Permeabilidad global normal y paralela a un conjunto estratificado.

$$q = L \cdot k_h \frac{\Delta h}{l}$$

$$q_i = b_i \cdot k_i \frac{\Delta h}{l}$$

$$\Sigma q_i = q = \frac{\Delta h}{l} \Sigma b_i \cdot k_i$$

siendo l = longitud del medio permeable, de donde:
de donde:

$$k_h = \frac{l}{L} \Sigma b_i \cdot k_i \qquad (8.10)$$

Puede demostrarse que siempre es $k_v < k_h$.

Ejemplo 2

Se tiene un material dispuesto horizontalmente formado por 10 capas de características:

Capa	Espesor (m)	Descripción	Permeabilidad (m/día)
1	5	limo arenoso	0,001
2	2	arena limosa	0,1
3	2	grava arenosa	20
4	1	grava arcillosa	1
5	0,5	gravas medias	3000
6	1,5	arena con grava	10
7	4	arena arcillosa	0,001
8	1	gravas medias	2000
9	3	gravas arcillosas	2
10	2	arenas limosas	0,1

Determinar la permeabilidad horizontal y la vertical del conjunto.

Permeabilidad horizontal:

$$k_h = \frac{1}{L} \Sigma b_i \cdot k_i$$

$$L = 5 + 2 + 2 + 1 + 0{,}5 + 1{,}5 + 4 + 1 + 3 + 2 = 22 \text{ m}$$

$$\Sigma b_i \cdot k_i = 5 \times 0{,}001 + 2 \times 0{,}1 + 2 \times 20 + 1 \times 1 + 0{,}5 \times 3000 + 1{,}5 \times 10 + 4 \times 0{,}001 + 1 \times 2000 + 3 \times 2 + 2 \times 0{,}1 = 3562{,}409 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$k_h = 3562{,}409/22 = 162 \text{ m/día}$$

Permeabilidad vertical:

$$1/k_v = \frac{1}{L} \Sigma \frac{b_i}{k_i}$$

$$\Sigma \frac{b_i}{k_i} = \frac{5}{0{,}001} + \frac{2}{0{,}1} + \frac{2}{20} + \frac{1}{1} + \frac{0{,}5}{3000} + \frac{1{,}5}{10} + \frac{4}{0{,}001} + \frac{1}{2000} + \frac{3}{2} + \frac{2}{0{,}1} = 9042{,}7 \text{ días}$$

$$k_v = \frac{22}{9042{,}7} = 0{,}0024 \text{ m/día}$$

El efecto de la estratificación es muy importante y no siempre es posible apreciarlo correctamente en sondeos o pozos. El ejemplo 2 ha mostrado que en el terreno objeto del mismo la permeabilidad vertical del conjunto es de sólo 0,0024 m/día y la horizontal de

162 m/día, diferencia que es muy notable. Basta la presencia de dos pequeños niveles de gravas (5 y 8) para aumentar muy considerablemente la permeabilidad horizontal sin que casi se afecte la permeabilidad vertical. El lector puede comprobar que si el sondeo hubiese sido poco cuidadoso y se hubiese confundido el nivel 5 del ejemplo 2 con el nivel 4 y el nivel 8 con el 9 los resultados obtenidos hubiesen sido: $k_v = 0{,}0023$ m/día y $k_h = 2{,}95$ m/día o sea prácticamente la misma permeabilidad vertical y una permeabilidad horizontal 55 veces menor.

1.10 GENERALIZACIÓN DE LA LEY DE DARCY

a) En un medio homogéneo e isótropo.

En un medio homogéneo e isótropo puede escribirse que:

$$v = -k \cdot \text{grad } h$$

en la que v es el vector velocidad. Si se establece un sistema ortogonal de ejes de referencia x y z, las componentes de v según los mismos son:

$$v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \quad ; \quad v_y = -k \frac{\partial h}{\partial y} \quad ; \quad v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z}$$

El signo menos indica que el vector velocidad es en el sentido del nivel piezométrico decreciente.

b) En un medio anisótropo.

En un medio anisótropo, k varía con la orientación. El resultado es que v y grad h no son ya paralelos e incluso puede haber flujo en direcciones en que grad h es igual a 0 con tal que no sea nulo en otras direcciones (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 71).

Estableciendo un sistema ortogonal de ejes coordenados 1, 2 y 3, se admite que según el eje j (j = 1, 2, 3) se cumple que (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 71; Schneebeli, 1966, pág. 52).

$$v_j = k_{1j}\, i_1 + k_{2j}\, i_2 + k_{3j}\, i_3$$

en la que k_{ij} es la permeabilidad según el eje i para el gradiente según el eje j; i_i es el gradiente según i.

De forma más compacta puede escribirse que (Liakopoulos, 1965):

$$v = k \cdot i = -k \cdot \text{grad } h$$

en la que k es un tensor simétrico. De otra forma:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial h/\partial x_1 \\ \partial h/\partial x_2 \\ \partial h/\partial x_3 \end{pmatrix}$$

siendo $k_{ij} = k_{ji}$ (Collins, 1961, pág. 63).

Existe un sistema de ejes coordenados ortogonales, llamados ejes principales para los que $k_{ij} = 0$ si es $i \neq j$, o sea que según ellos:

$$k = \begin{pmatrix} k'_1 & 0 & 0 \\ 0 & k'_2 & 0 \\ 0 & 0 & k'_3 \end{pmatrix}$$

$$v_1 = k'_1\, i_1 \quad ; \quad v_2 = k'_2\, i_2 \quad ; \quad v_3 = k'_3\, i_3$$

cumpliéndose que $k_{11} + k_{22} + k_{33} = k'_1 + k'_2 + k'_3 =$ constante.

En acuíferos estratificados dos de los ejes son paralelos a la estratificación y el tercero es perpendicular. En ellos es frecuente que $k'_1 = k'_2 > k'_3$; en este caso se dice que la anisotropía es axisimétrica o transversa.

En terrenos anisótropos el afijo del vector velocidad se sitúa sobre un elipsoide[10].

Para calcular la velocidad según una línea s, puede escribirse que

$$v_s = -k_s \cdot \frac{\partial h}{\partial s}$$

pero en un medio anisótropo no es completamente correcta si se toma como k_s y $\partial h/\partial s$ las proyecciones sobre s de k y de grad h, debiéndose usar valores corregidos (Case, 1971; Case y Cochran, 1972).

1.11 TENSIONES EFECTIVAS, Y PRESIÓN NEUTRA

Sea la figura 8.8 que corresponde a la experiencia de Terzaghi. En el recipiente A existe una pequeña altura de terreno saturado de agua. Si como se muestra en B se añade encima un peso de granalla de plomo, ésta actúa sobre los granos de terreno superiores y éstos a través de los diferentes puntos de contacto transmiten

[10] Para más detalles puede consultarse Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 71-74, Kiraly (1971) y las referencias contenidas en los mismos.

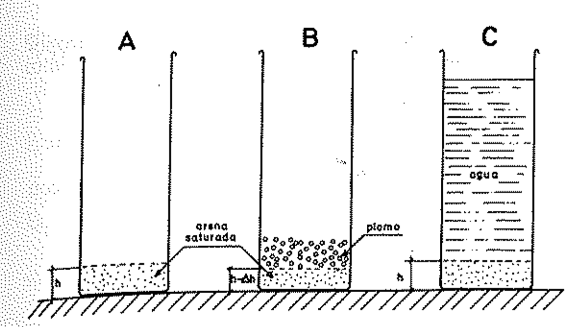


FIGURA 8.8
Experiencia de Terzaghi.

este peso a los restantes granos creándose así un estado de *tensión efectiva;* el resultado es un asentamiento Δ h debido a una reducción Δ m en la porosidad, ya que puede considerarse que cada uno de los granos es incompresible a efectos prácticos. Si como se muestra en C la sobrecarga se realiza con un peso igual de agua, no existe asentamiento alguno, señal de que el estado de tensión entre los granos del terreno (tensión intergranular) no ha cambiado; sólo se ha incrementado la *presión intersticial* del agua y esta presión se le llama *presión neutra.*

Cada grano del terreno está así sometido a la tensión efectiva σ' y a la presión neutra p. La tensión total es $\sigma = \sigma' + p$.

Si se considera un terreno seco a profundidad z, la tensión efectiva vertical, igual a la total vertical es:

$$\sigma'_{zs} = \gamma_t \cdot (1 - m)\, z$$

siendo γ_t el peso específico de los granos del terreno.

Si el terreno se satura, la tensión total en el mismo lugar es:

$$\sigma_z = \gamma_t \cdot (1 - m)\, z + \gamma \cdot m \cdot z = \gamma_h \cdot z$$

siendo γ el peso específico del agua y γ_h el peso específico del terreno saturado.

Como la presión neutra es la originada por la columna de agua que gravita encima $(\gamma \cdot z)$, la presión efectiva (intergranular) será pues:

$$\sigma'_z = \sigma_z - \gamma \cdot z = (\gamma_h - \gamma) \cdot z$$

Es como si el peso específico del terreno hubiese disminuido en una cantidad γ, lo cual no es más que el principio de Arquímedes.

1.12 ESFUERZOS DE CIRCULACIÓN DEL AGUA SUBTERRÁNEA

La pérdida de altura piezométrica del agua en su circulación subterránea supone una pérdida de energía en contrarrestar las fuerzas viscosas, o sea en vencer los rozamientos. Así se origina un esfuerzo en la dirección del flujo que actúa sobre los granos del terreno, aumentando las tensiones intergranulares.

Sea m $=$ porosidad del terreno
γ $=$ peso específico del agua
γ_{pa} $=$ peso específico aparente del terreno seco
γ_t $=$ peso específico de los granos del terreno
k $=$ vector unitario vertical dirigido hacia arriba

En un volumen unitario de terreno saturado se tienen los siguientes esfuerzos:

Peso del terreno seco: vertical y hacia abajo

$$\gamma_{ap} = -k\,(1 - m)\,\gamma_t$$

Peso del agua contenida: vertical y hacia abajo

$$\gamma_a = -k\, m\, \gamma$$

Peso total del terreno saturado: vertical y hacia abajo

$$\gamma_h = \gamma_{ap} + \gamma_a = -k\,[\gamma_t - m\,(\gamma_t - \gamma)]$$

Peso real del terreno, teniendo en cuenta el empuje de Arquímedes: vertical y hacia abajo

$$\gamma'_{ap} = -k\,(1 - m)\,\gamma_t + k\,(1 - m)\,\gamma =$$
$$= -k\,(1 - m)\,(\gamma_t - \gamma) = \gamma_h + k\,\gamma$$

A estos esfuerzos verticales se suma el esfuerzo originado por la circulación del agua.

Como es

$$h = \frac{p}{\gamma} + z \quad ; \quad p = (h - z)\,\gamma$$

y multiplicando por el operador gradiente[11]
grad p $= \gamma$ grad h $- \gamma$ grad z $= \gamma$ grad h $- k \cdot \gamma$

ya que grad z $=$ k

[11] Véase el apéndice A.8.2.

El vector grad p es un esfuerzo por unidad de volumen que actúa sobre el terreno a consecuencia de la circulación y del efecto gravitatorio, y que tiene dos componentes:

$\gamma \cdot$ grad h según el gradiente hidráulico, o sea en la dirección y sentido contrario a las líneas de flujo.

$-k \cdot \gamma$ vertical y hacia abajo.

El esfuerzo total sobre el terreno vale (Harr, 1962, págs. 23-26)

$$F = \gamma_h - \text{grad } p = \gamma_h - \gamma \cdot \text{grad } h + k\gamma = \\ = \gamma'_{ap} - \gamma \cdot \text{grad } h$$

Cuando F = 0, la tensión intergranular se hace cero, el terreno pierde toda cohesión y se disgrega. Ello sucede cuando:

$$\gamma'_{ap} = \gamma \cdot \text{grad } h \quad ; \quad \text{grad } h = \frac{\gamma'_{ap}}{\gamma}$$

lo que exije que el flujo sea vertical ascendente. En el momento en que F = 0 se forma un lecho fluidizado (arenas movedizas, hervideros de arenas, etc.) o el terreno se disgrega formando pasos preferentes de agua o acanaladuras. Estos fenómenos son frecuentes cerca de surgencias importantes en materiales sueltos.

Para arenas (puede tomarse $\gamma_t = 2{,}0\ \gamma$)[12] es $\gamma'_{ap} \simeq 1$ de modo que F = 0 para grad h = 1 con flujo vertical ascendente.

El mismo fenómeno se produce cuando la componente vertical de F es nula; la componente horizontal debe ser aguantada por los bordes del sistema; si tales bordes son débiles o inexistentes se tienen corrimientos de tierras, deslizamientos y derrumbamientos[13].

1.13 FLUJOS SUBTERRÁNEOS QUE NO SIGUEN LA LEY DE DARCY

Tal como se ha expuesto en el apartado 1.6, la ley de Darcy deja de cumplirse para Re > (1 a 10). Para valores mayores de Re, diversos autores (Schneebeli, 1966; Moragas, 1896; Forchheimer, 1935, etc.) proponen ecuaciones del tipo:

$$i = a\,v + b\,v^2$$

en las que para b = 0 se tiene el flujo de Darcy con a = 1/k.

Según Rumer (1969)

$$i = -\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\mu}{\gamma\,k_o} v + c_1 \frac{d}{g\sqrt{k_o}} v^2$$

en la que c_1 debe determinarse y es función del número de Reynolds. Para Re entre 0,3 y 420 es $c_1 \approx 0{,}2$ para esferas.

En régimen totalmente turbulento es:

$$i = b \cdot v^2$$

que permite definir una permeabilidad turbulenta $k' = \sqrt{1/b}$ de modo que k' sólo depende de las propiedades del medio (Scheneebeli 1966, pág. 66), concretamente de $\sqrt{d}$, siendo d el tamaño efectivo de los granos.

Se han propuesto otras muchas ecuaciones con exponentes diferentes, pero su validez es dudosa[14, 15].

1.14 EL FLUJO SUBTERRÁNEO EN MEDIOS PERMEABLES POR FISURACIÓN

Muchas rocas son en sí compactas e impermeables pero están rotas y el agua puede circular con mayor o menor dificultad por las grietas, fisuras y diaclasas existentes. Si éstas forman una red densa la roca puede comportarse macroscópicamente de forma similar a un medio poroso, en general anisótropo pues casi siempre existen una o dos direcciones preferentes.

Si las grietas son de anchura d pequeña (de menos de 1 mm) el flujo en ellas es en general laminar. En un sistema de fisuras paralelas y para un gradiente i según la orientación de las mismas.

$$v = k \cdot i$$

[12] Se supone que se trata de granos algo porosos. La densidad de los granos compactos está entre 2,2 y 2,7.

[13] En Verruijt (1969); Rumer (1969); Schneebeli (1966) págs. 113-118 puede verse un tratamiento más completo. Véase también Alonso Franco, 1973.

[14] Véase Scheidegger, 1957; Forchheimer, 1935.

[15] En Kirkham 1968 puede encontrarse un tratamiento teórico de los sistemas de flujo para los que se cumple que $i = a \cdot v^n$ siendo n una constante.

en la que v sigue siendo el caudal por unidad de sección total. La ley de Poiseuille permite llegar a:

$$k = \frac{d^2 \gamma}{12 \mu}$$

En régimen turbulento

$$v = c \sqrt{i}$$

y en régimen mixto

$$v = k\, i + c \sqrt{i}$$

Si algunas grietas se desarrollan extraordinariamente por disolución, pueden llegarse a formar verdaderos conductos con circulación en régimen turbulento libre o forzado, para los cuales deben aplicarse las correspondientes leyes hidráulicas (ver sección 2). En este caso el medio es altamente heterogéneo y no puede tratarse con las leyes de los medios porosos sin precauciones especiales. En los canales de circulación preferente $v^2/2\,g$ no es despreciable y entonces h no representa la energía por unidad de peso, sino que es menor; ello se traduce en errores en la interpretación de los planos piezométricos. Para más detalles puede consultarse el capítulo 8.10[16].

[16] En el momento actual, las leyes del movimiento del agua en medios permeables por fisuración y fracturación no están suficientemente ensayadas y estudiadas y con frecuencia el problema se ha observado o demasiado cualitativamente o demasiado teóricamente. El interes práctico del tema es grande y muchos lugares del mundo y algunos organismos internacionales como la UNESCO, están dedicando un notable esfuerzo a su mejor conocimiento.

Capítulo 8.2

Valores y determinación de la porosidad y de la permeabilidad

2.1 INTRODUCCIÓN

En el apartado 1.2 del capítulo anterior se definió el concepto de porosidad, m, como la fracción de espacios vacíos que contiene un material sólido respecto al volumen total; estrictamente el concepto macroscópico de permeabilidad sólo es aplicable a materiales granulares, pero por extensión se aplica también a materiales fisurados y/o con conductos, en el bien entendido que aquella se define sobre un volumen suficientemente grande.

En materiales groseros con poca arcilla, la porosidad total es sólo muy ligeramente superior a la porosidad efectiva, por lo que no es preciso diferenciar en primera aproximación entre ambos conceptos; no sucede lo mismo en materiales finos y/o con arcilla, en los que la porosidad eficaz puede ser mucho menor que la total e incluso prácticamente nula.

La permeabilidad o conductividad hidráulica, k, fue definida en el apartado 1.5 del capítulo anterior y es el coeficiente de proporcionalidad entre el flujo específico o velocidad de flujo y el gradiente hidráulico, cuando es válida la ley de Darcy. Para eliminar en lo posible el efecto de las propiedades del fluido se definió en el apartado 1.7 el valor k_0 o permeabilidad intrínseca, dependiente de las características del medio expresadas como una longitud al cuadrado.

2.2 ASPECTOS TEÓRICOS DE LA POROSIDAD

Estudiando un empaquetado de bolas de igual tamaño se puede obtener la relación entre el tipo de disposición y la permeabilidad. En la figura 8.9 se representan varios posibles tipos de empaquetados, obteniéndose como resultado:

empaquetado cúbico
  porosidad total 48 % (47,64 %)[17]
empaquetado ortorrómbico
  porosidad total 40 % (39,54 %)[17]
empaquetado romboédrico
  porosidad total 26 % (25,95 %)[17]

Entre los diferentes empaquetados regulares, el empaquetado cúbico da la mayor porosidad y el empaquetado romboédrico la menor. Si la disposición es irregular y no ha existido un proceso de compactación se

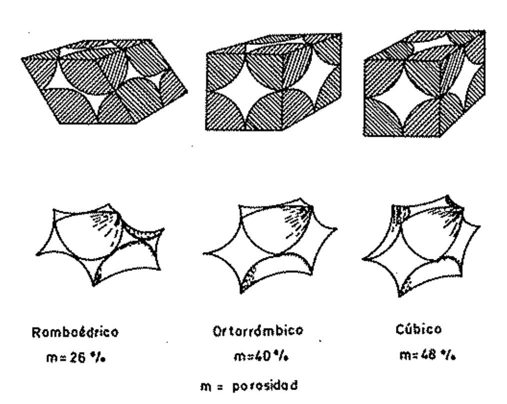


FIGURA 8.9
Empaquetados densos de esferas iguales con el valor de la porosidad total. (Según Granton y Fraser, 1935, en Schneebeli, 1966).

[17] Los valores entre paréntesis son los más aproximados; los valores fuera de paréntesis están redondeados.

pueden llegar a porosidades algo superiores al 50 %. Para otros tipos de empaquetado de esferas, cada una en contacto con otras cuatro se puede llegar a tener porosidades de hasta 0,876 (Polubarinova-Kochina, 1952 pág. 5). Para esferas grandes la porosidad eficaz es casi igual a la total, pero para esferas muy pequeñas puede hacerse mucho menor a causa de la retención capilar y pelicular.

En la práctica, los granos no son esféricos, ni tampoco de un tamaño uniforme. Por ello se pueden obtener porosidades muy variables según la forma, disposición y distribución del tamaño de los granos. En materiales con notable dispersión del tamaño de grano, los más pequeños pueden situarse en el espacio que queda entre los mayores, y así se reduce notablemente la porosidad. En la figura 8.10 se dibujan las curvas de porosidad de mezclas de dos tamaños de bolas en proporción variable. Existe una proporción que produce la máxima reducción de porosidad. La fracción de menor diámetro ayuda además a reducir la porosidad eficaz.

Los materiales con un tamaño de grano uniforme se llaman *bien clasificados* y los que poseen grandes variaciones de grano se llaman *poco clasificados.* Los granos se llaman redondeados, rodados, poco rodados, aplanados, angulosos, etc., según su forma, la cual puede influir en la porosidad resultante.

2.3 EFECTO DE LAS ARCILLAS Y DE LA COMPACTACIÓN EN LA POROSIDAD

Las arcillas presentan cargas eléctricas superficiales y una gran superficie específica por lo que se rodean de una capa de moléculas de agua retenida, gracias a lo cual son capaces de depositarse dejando un volumen de huecos, muy elevado, pero con agua poco móvil.

Esta arcilla libera agua al ser comprimida, lentamente porque es muy poco permeable, y tiende a reducir su porosidad o sea a compactarse. En cualquier caso su porosidad eficaz es muy pequeña. La compactación se mide mediante edómetros.

Los materiales con proporciones elevadas de arcilla también pueden sufrir esta compactación, pero las gravas y arenas limpias apenas reducen su porosidad por compresión a no ser que llegue a la ruptura de los granos.

2.4 CURVAS GRANULOMÉTRICAS

La distribución del tamaño de grano, o simplemente *granulometría* de un material, se determina haciendo

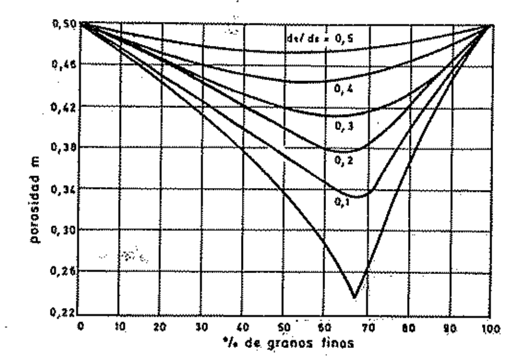


FIGURA 8.10
Porosidad de mezclas de bolas de dos tamaños diferentes (d_1 = *diámetro de las pequeñas,* d_2 = *diámetro de las mayores*). *(Según Schneebeli, 1966).*

pasar una cierta cantidad de material disgregado por una cascada de tamices de malla cada vez menor y midiendo por pesada el porcentaje de material retenido en cada tamiz. Los pesos se refieren a material seco.

El ancho de la malla de los tamices, d, se mide en mm o en micras (10^{-3} mm), existiendo varias series de tamices standard, entre los cuales la más usada es la ASTM[18]. En la figura 8.11 puede verse una secuencia de anchos de malla de tales tamices.

La curva acumulativa constituye la curva granulométrica y los tamaños se representan en escala logarítmica (fig. 8.11). En general, en la curva granulométrica se representa el porcentaje acumulado de material que pasa un cierto tamiz, pero también puede representarse el porcentaje retenido. Las curvas granulométricas tienen forma sigmoide (fig. 8.11). Los tamaños menores pueden quedar mal definidos si son muy pequeños ya que no pueden medirse con tamices y es preciso emplear otros procedimientos, tales como los del análisis de la velocidad de sedimentación en el seno de un fluido.

Un material con granos iguales en tamaño viene representado por una recta vertical; cuanto mayor es la dispersión de los granos mayor es la desviación respecto a la vertical de la curva granulométrica. En la curva granulométrica se puede medir el tamaño d_{50} o tamaño medio que representa el tamaño para el que es retenido o pasa en 50 % del material. El tamaño d_x es el tamaño de grano tal que sólo el x % de los granos son de tamaño menor o sea es el ancho de malla del tamiz que deja pasar el x %. La inclinación de la curva granulométrica, o sea la dispersión de tamaños, viene reflejada

[18] ASTM, American Standards for Testing Materials.

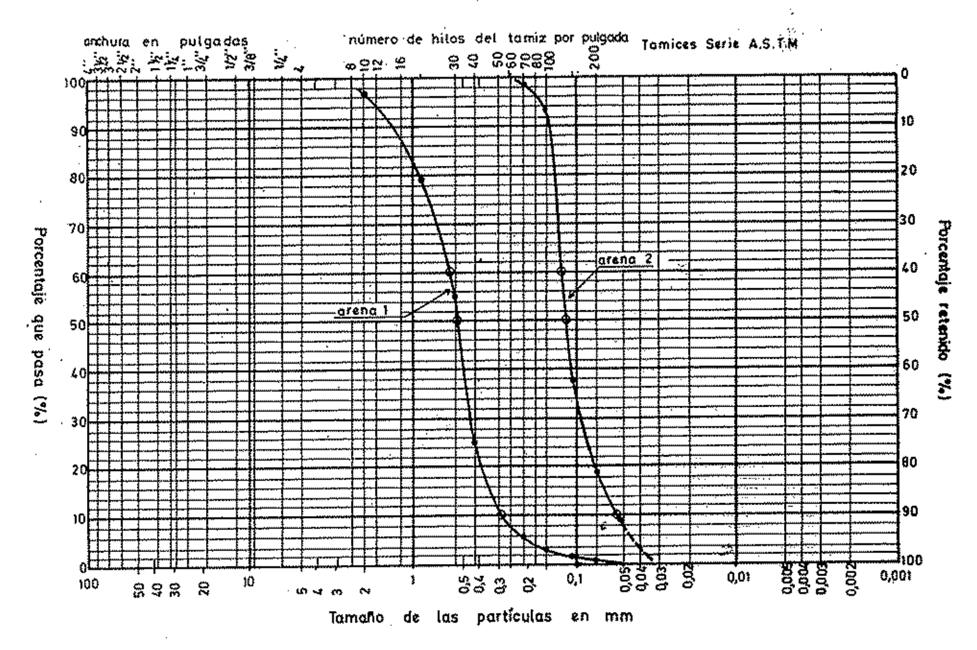


FIGURA 8.11
Curvas granulométricas de un material suelto (arena).

por el *coeficiente de uniformidad* de Hazen que se define como $f = d_{60}/d_{10}$. A d_{10} se le llama a veces *tamaño efectivo* y tiene mucho interés en el estudio de las relaciones entre la granulometría y la porosidad (ver apartado 2.8.3 y sección 6, capítulo 3).

Ejemplo 1

Dibujar la curva granulométrica y determinar las características de las arenas 1 y 2 cuyos análisis granulométricos se dan a continuación:

Tamiz ASTM n.°	Abertura mm	Arena n.° 1		Arena n.° 2	
		% retenido	% acumulado	% retenido	% acumulado
10	2,000	3,41	3,41	—	—
20	0,840	17,35	20,76	—	—
30	0,590	24,34	45,10	—	—
40	0,420	30,14	75,24	—	—
50	0,297	14,59	89,83	—	—
70	0,210	4,92	94,75	0,15	0,15
100	0,149	2,03	96,78	6,57	6,72
140	0,105	1,75	98,53	56,04	62,76
200	0,074	0,69	99,22	17,99	80,75
270	0,053	0,78	100,00	10,13	90,88
	<0,053	—		9,12	100,00

Las curvas granulométricas están dibujadas en la figura 8.11. Para la arena 1 se obtiene $d_{50} = 0,55$ mm, coeficiente de uniformidad $f = d_{60}/d_{10} = 0,6/0,29 = 2,06$. Para la arena 2 se obtiene $d_{50} = 0,12$ mm, $f = 0,18/0,06 = 3,0$.

En la figura 8.12, se dan algunas clasificaciones de los materiales por el tamaño de grano, las cuales tienen interés en cuanto a denominaciones. Las mezclas de varios materiales se nombran de acuerdo con la importancia decreciente de sus componentes. Si conviene pueden clasificarse mezclas ternarias en un diagrama triangular.

Ejemplo 2

Clasificar las arenas del ejemplo 1.

La arena número 1 es una mezcla comprendida entre arena muy gruesa y arena fina, dominando la arena gruesa, según la clasificación europea de la figura 8.12. La arena número 2 es una mezcla comprendida entre arena fina y limo grueso, dominando la arena fina.

2.5 VALORES DE LA POROSIDAD DE MATERIALES NATURALES

En la figura 8.13 se representan esquemáticamente varios tipos de rocas indicando la relación entre su granulometría y su porosidad.

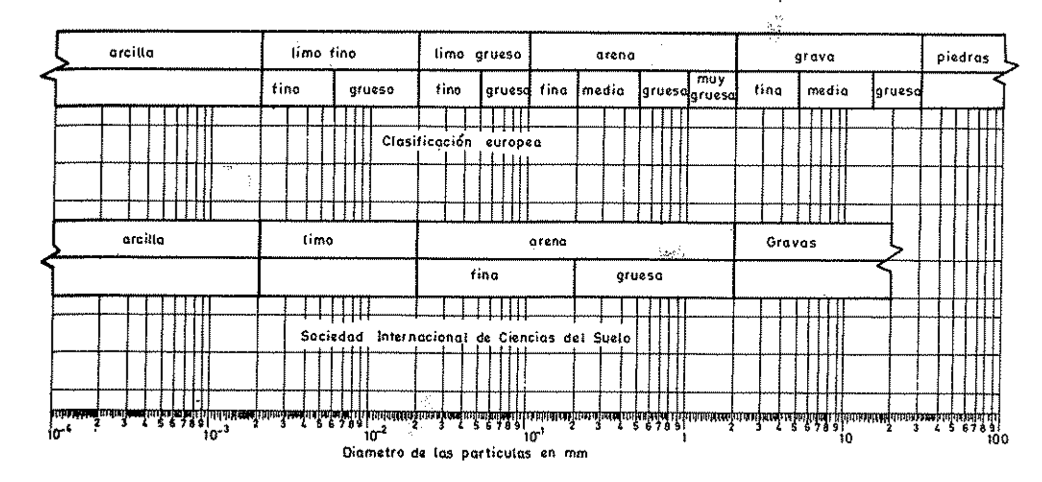


FIGURA 8.12
Clasificación de los materiales granulares por el tamaño del grano.

En la tabla 8.2 se indican los valores más frecuentes de las porosidades de diferentes tipos de rocas. Todos esos valores deben tomarse como orientativos, en especial los de la porosidad eficaz, ya que las dispersiones pueden ser muy importantes, en función de estado de la roca, meteorización, edad, origen, lugar, etc.

La porosidad total de rocas compactas puede ser afectada notablemente por la meteorización y la fracturación por descompresión y esfuerzos tectónicos, los cuales tienden a elevarla. En las arcillas, el efecto de disminución de porosidad por compactación es muy importante y se acentúa rápidamente con la profundidad, en general de forma exponencial.

La porosidad eficaz está muy afectada por la distribución de tamaños de grano y por la presencia de arcilla y su estado de hidratación. Los datos que se dan a continuación son una ampliación de parte de la tabla 8.2 y corresponde a los materiales aluviales más frecuentes (Johnson, 1967).

Material	Porosidad eficaz %		
	máx	mín	media
Arcilla arenosa	12	3	7
Arena fina	28	10	21
Arena media	32	15	26
Arena gruesa	35	20	27
Arena con grava	35	20	25
Gravas finas	35	21	25
Gravas medias	26	13	23
Gravas gruesas	26	12	22

El valor de la porosidad eficaz depende del tiempo de drenaje para los materiales con una fracción fina

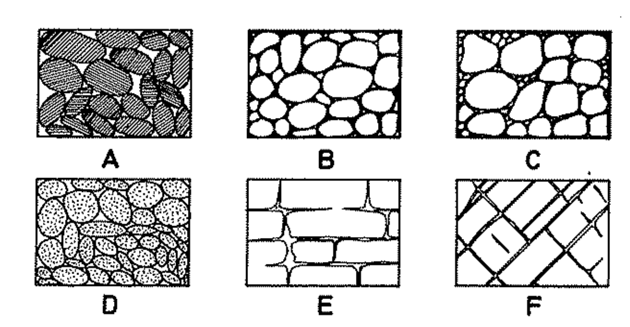


FIGURA 8.13
Representación esquemática de distintos tipos de rocas indicando la relación entre su textura y porosidad. (Según Meinzer, 1923).
A) Depósito sedimentario de granulometría homogénea y gran porosidad.
B) Depósito sedimentario de granulométrica homogénea cuya porosidad ha disminuido por cementación de sus intersticios con materias minerales.
C) Depósito sedimentario de granulometría heterogénea y escasa porosidad.
D) Depósito sedimentario de granulometría homogénea, formado por elementos que a su vez son porosos; por lo tanto, porosidad muy elevada.
E) Roca porosa por disolución.
F) Roca porosa por fragmentación.

TABLA 8.2 *Tabla de porosidades totales y eficaces de diversos materiales. Datos tomados de Johnson (1967), Davis (1969), Schoeller (1962), Muskat (1937), Meinzer (1923 b), Ward (1967), etc., y del propio autor. Algunos datos, en especial los referentes a* m_e*, deben tomarse con precauciones y según las circunstancias locales.*

Material		Porosidad total % m					Porosidad eficaz % m_e			Observaciones
			Normal		Extraordinaria					
Tipo	Descripción	Media	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Media	Máx.	Mín.	
Rocas masivas	Granito	0,3	4	0,2	9	0,05	<0,2	0,5	0,0	A
	Caliza masiva	8	15	0,5	20		<0,5	1	0,0	B
	Dolomia	5	10	2			<0,5	1	0,0	B
Rocas metamórficas		0,5	5	0,2			<0,5	2	0,0	A
Rocas volcánicas	Piroclastos y tobas	30	50	10	60	5	<5	20	0,0	C, E
	Escorias	25	80	10			20	50	1	C, E
	Pumitas	85	90	50			<5	20	0,0	D
	Basaltos densos, fonolitas	2	5	0,1			<1	2	0,1	A
	Basaltos vacuolares	12	30	5			5	10	1	C
Rocas sedimentarias consolidadas (ver rocas masivas)	Pizarras sedimentarias	5	15	2	30	0,5	<2	5	0,0	E
	Areniscas	15	25	3	30	0,5	10	20	0,0	F
	Creta blanda	20	50	10			1	5	0,2	B
	Caliza detrítica	10	30	1,5			3	20	0,5	
Rocas sedimentarias sueltas	Aluviones	25	40	20	45	15	15	35	5	E
	Dunas	35	40	30			20	30	10	
	Gravas	30	40	25	40	20	25	35	15	
	Loess	45	55	40			<5	10	0,1	E
	Arenas	35	45	20			25	35	10	
	Depósitos glaciares	25	35	15			15	30	5	
	Limos	40	50	35			10	20	2	E
	Arcillas sin compactar	45	60	40	85	30	2	10	0,0	E
	Suelos superiores	50	60	30			10	20	1	E

A = Aumenta m y m_e por meteorización.
B = Aumenta m y m_e por fenómenos de disolución.
C = Disminuye m y m_e con la edad.
D = Disminuye m y puede aumentar m_e con la edad.
E = m_e muy variable según circunstancias y tiempo.
F = Variable según el grado de cementación y su solubilidad.

importante y en realidad un valor de la porosidad eficaz puede en ocasiones ser poco significativo si no se indica el tiempo que ha durado la medición. Un limo tiene una porosidad eficaz muy baja (<5 %) a drenaje rápido, pero puede dar valores de hasta el 30 % en períodos de un año o más.

2.6 DETERMINACIÓN DE LA POROSIDAD

La medida de la porosidad puede efectuarse por muy diversos métodos unos de laboratorio y otros de campo. Los métodos de campo son los mejores, pues miden el material en su estado natural; los métodos de laboratorio suponen una alteración de la muestra que se toma con respecto a su estado inicial, en especial si se trata de materiales no consolidados que es preciso reconstruir. Los métodos de campo son los más útiles en Hidrología subterránea, en especial para materiales no consolidados.

En general la determinación de un valor real de la porosidad media de una formación es un problema difícil.

2.6.1 Determinación de la porosidad total

a) *Métodos gravimétricos*

Se pesa un volumen de material seco; después se le envuelve con un recubrimiento plástico o de parafina y se

determina el peso total; finalmente se determina el volumen de la muestra en un picnómetro con agua; el volumen real es el medido menos el del revestimiento. Así se determina la densidad aparente del terreno seco ρ_{ap}. A continuación se muele la muestra en un mortero y se toma un peso de polvo o granos compactos y se mide el volumen total en un picnómetro con un líquido que moje. Así se determina la densidad real ρ_t. La porosidad total m_t es:

$$m_t = \frac{\rho_t - \rho_{ap}}{\rho_t}$$

El método es sólo aplicable a muestras coherentes. En caso de muestras arcillosas que retienen el agua que las satura, la porosidad total se puede determinar a partir de la humedad, la cual, se mide por diferencia de pesadas entre el material húmedo saturado y el material secado a 105 °C hasta lograr una pesada constante. Es preciso determinar previamente el volumen de muestra utilizado.

Para muestras no coherentes, se colocan éstas en un cilindro alto y se saturan de forma que el nivel de agua esté a una distancia conocida del nivel superior de la muestra. Después se drena la muestra y se seca a la estufa. La pérdida de peso más el volumen de agua drenada de la muestra da el volumen de poros. Es muy difícil reconstituir la muestra de forma que se reproduzca la porosidad natural.

b) *Método volumétrico*

Se satura la muestra con un líquido y se mide el volumen aparente por inmersión en un picnómetro lleno de dicho líquido. Después se tritura la muestra seca y se mide el volumen de sólidos con ayuda de un picnómetro. El cociente de volúmenes proporciona el valor $1 - m_t$. El método es aplicable a muestras coherentes tales que retengan bien el líquido que las satura.

c) *Métodos ópticos*

A partir de una muestra coherente se preparan varias fracciones con una cara plana y se mide por inspección visual o fotográfica al microscopio el porcentaje de vacíos. El recuento puede ayudarse coloreando los poros. Es preciso efectuar la media de un número suficiente de superficies bien seleccionadas, a fin de obtener un valor medio representativo. Sólo puede realizarse sobre muestras coherentes poco porosas.

d) *Métodos nucleares*

Se basan principalmente en la moderación de los neutrones rápidos emitidos por una fuente, moderación que es tanto mayor cuanto mayor es la porosidad de la muestra saturada (ver capítulo 12.5). La técnica es utilizable tanto en laboratorio como en el campo, con sondas desplazables a lo largo del sondeo. Actualmente el registro neutrónico es una técnica de testificación geofísica casi rutinaria. Es preciso corregir errores por variaciones en la geometría del sistema.

e) *Métodos geofísicos*

En la testificación de sondeos, los valores obtenidos en algunos de los registros pueden convertirse en porosidad, tal como se verá en la sección 15.

2.6.2 Determinación de la porosidad eficaz en laboratorio

a) *Métodos de saturación y drenado de muestras*

Se satura un volumen dado de material poroso granular colocado en una columna y se deja drenar por gravedad; m_e se calcula a partir del volumen drenado o a partir de la porosidad total y la humedad residual, todo ello referido a un cierto tiempo. La columna debe ser larga para que el efecto de retención capilar sea pequeño. El volumen total de poros o la retención puede determinarse calculando la pérdida de peso por calentamiento. El método es apropiado para materiales no coherentes; para materiales coherentes debe medirse el volumen y luego adaptar el tubo a la superficie del testigo, o rellenar el espacio entre ambos con cera u otro material similar. Los resultados dependen del tiempo de duración del ensayo y en general son pobres para materiales finos o con poros y grietas de tamaño muy reducido.

b) *Método de correlación granulométrica*

A partir de la curva granulométrica puede determinarse en tablas y ábacos la retención específica del agua. La porosidad eficaz es la porosidad total menos la retención específica (figs. 8.14 y 8.15). La retención específica de los suelos, m_r, puede estimarse mediante la fórmula de Briggs y Shantz (en Johnson, 1967).

m_r = 0,03 (% arena) + 0,35 (% limo) + 1,65 (% arcilla)[18]

c) *Método de drenado por centrifugación*

Si una muestra saturada se la somete a centrifugación con una fuerza igual a 1000 veces la gravedad, pierde toda el agua gravífica y capilar, pero no la de retención (Briggs y Shantz, 1912, en Johnson, 1967); midiendo la humedad residual por desecación se conoce la retención específica, y restando ésta a la porosidad total se tiene la porosidad eficaz. En realidad es preciso efectuar algunas correcciones y además debe elegirse una temperatura de referencia para el ensayo. Es apropiado para materiales finos o con poros de tamaño reducido[19].

d) *Técnicas de tensión de medio no saturado*

La técnica se basa en la determinación de la humedad de equilibrio del terreno (suelo) cuando está sometido a una presión menor que la atmosférica. En el margen de presiones entre 1/3 y 1/10 de la atmosférica, la humedad es casi igual

[18] Los % son en peso.
[19] Es similar al método a), pero el drenado se fuerza por centrifugación.

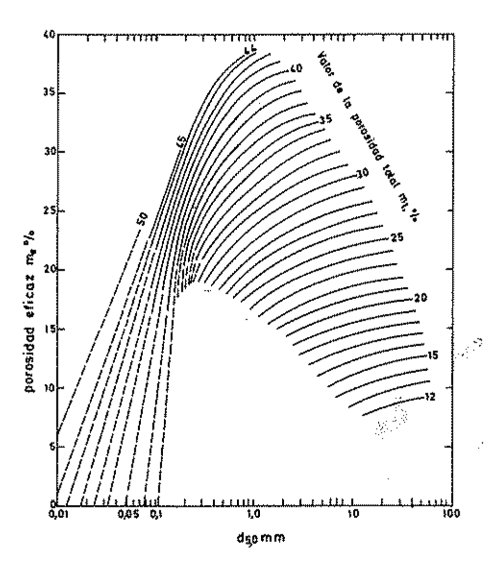


FIGURA 8.14
Gráfico que relaciona d_{50} con m_e en función de m_t. (Preuss y Todd, 1963, en Johnson, 1967).

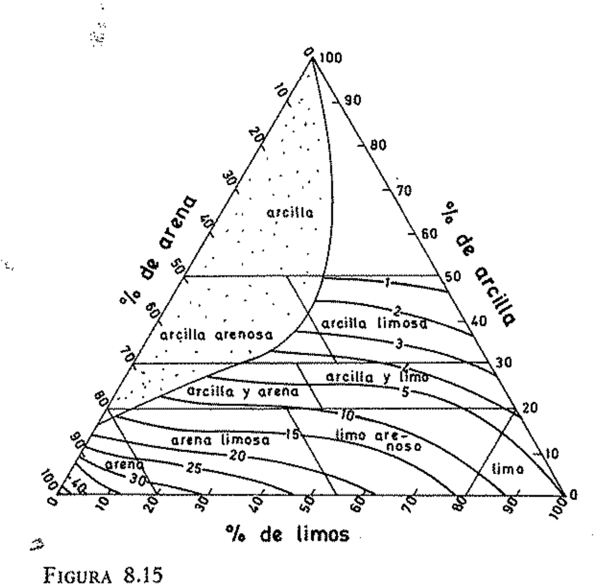


FIGURA 8.15
Triángulo de clasificación de suelos con líneas de igual porosidad eficaz. (Según Johnson, 1967).

a la retención específica. La porosidad eficaz es la total menos la retención específica[20].

e) *Métodos de expansión de gas*

Se toma la muestra seca (debe ser coherente) y se mide el volumen de aire que se puede extraer de la misma por vacío[21]. El volumen de aire en condiciones normales equivale al volumen de poros conectados; este valor dividido por el volumen aparente de la muestra da la porosidad eficaz. El volumen aparente se puede medir con el propio aparato por inmersión de la muestra en mercurio[22] en un recipiente de volumen conocido si los poros son pequeños. Es uno de los métodos más usados para materiales consolidados.

f) *Método de inyección de mercurio*

En un recipiente de volumen conocido se coloca la muestra (debe ser coherente) y se mide el volumen aparente por inmersión en mercurio sin presión, el cual no penetra por los poros, si éstos son pequeños[22]. A continuación se eleva fuertemente la presión del mercurio y éste penetra por los poros conectados reduciendo el volumen de aire a un valor despreciable; así se obtiene el volumen real. El cociente entre ambos volúmenes da la porosidad eficaz. El método se usa con cierta frecuencia en tecnología del petróleo, pero no es muy preciso porque se desconoce el valor del volumen de aire atrapado y además después queda mercurio retenido en el material, por lo que el ensayo no puede repetirse sobre la misma muestra.

g) *Método de saturación*

Se seca cuidadosamente una muestra coherente de material y se pesa; después se satura con un líquido que moje fácilmente, tal como, tetracloroetano, y se vuelve a pesar. El volumen reducido del peso de tetracloroetano introducido da el volumen de poros conectados. El método está sometido a errores en el grado de saturación que se consigue, a pesar de que se recomiende saturar la muestra después de evacuar el aire con vacío. En el caso de arcillas y materiales arcillosos durante el secado se tiene una reducción de volumen que no se recupera después.

2.6.3 Determinación de la porosidad eficaz en el campo

a) *Métodos de bombeo y de recarga*

Los métodos de bombeo con pozos de observación, proporcionan el valor del coeficiente de almacenamiento (ver capítulos 3 y 4) con cierta garantía si se dispone de piezómetros de observación. Estos métodos serán tratados ampliamente en la sección 9. En acuíferos libres, el coeficiente de almacenamiento coincide en primera aproximación con la porosidad eficaz cuando el tiempo de bombeo es sufi-

[20] Véase el capítulo 8.9.

[21] En Muskat, 1937, págs. 116-117, se expone el dispositivo para efectuar las determinaciones con mercurio y en Scheidegger, 1957, págs. 10-12 se describe un aparato de vacío.

[22] Si no existen grandes poros, el mercurio no penetra cuando no está sometido a presión ya que no moja al material.

cientemente prolongado. Se obtienen valores promedios en el volumen afectado por el bombeo, pero tienden a ser algo menores que los valores determinados por otros métodos, siempre y cuando el modelo hidráulico adoptado sea conveniente.

El problema puede resolverse de forma similar mediante pozos de recarga. La ventaja es que el coeficiente de almacenamiento obtenido en acuíferos libres es más próximo a la porosidad eficaz determinada por otros métodos y se precisa menos tiempo; ello es debido a que la saturación es más rápida y completa que el drenado. En cualquier caso, la presencia de barreras, heterogeneidades, drenajes diferidos, etc., pueden complicar mucho la interpretación y conducir a valores de m_e muy erróneos[23].

b) *Métodos de balance*

Los métodos de balance consisten en comparar la entrada o salida neta de agua en una porción de acuífero conocida, a partir de datos de precipitación, bombeo, infiltración, flujo subterráneo, etc., con el cambio de nivel producido. No siempre es posible conseguir un balance satisfactorio, pero en ocasiones puede eliminarse el efecto de algunas variables y el problema se simplifica. Los valores obtenidos son un promedio en toda el área. Los resultados pueden ser algo menores en descenso de nivel que en ascenso de nivel y pueden estar algo afectados por la velocidad de variación del nivel.

Los mapas de variación de nivel freático ayudan al estudio de áreas extensas. Los valores obtenidos son de gran interés práctico[24].

c) *Métodos de trazadores*

Los trazadores permiten medir la velocidad real del agua subterránea in situ. En varios esquemas de trabajo que serán descritos en el capítulo 3 de la sección 12, se pueden obtener valores muy ajustados de la porosidad eficaz. Las técnicas de trazadores son aplicables a ensayos de laboratorio en columnas o en tanques llenos de material poroso, pero requieren en general gran cantidad de muestras y con frecuencia que ésta sea recompuesta. En el campo son aplicables a cualquier tipo de acuíferos y es el único método directo disponible para los acuíferos cautivos; sin embargo es una técnica que puede ser cara y que requiere un largo período de observación.

d) *Métodos de observación del descenso del nivel freático*

Estos métodos determinan la retención específica del terreno cuando el nivel freático ha descendido notablemente.

[23] En general se desconfía del valor de la porosidad eficaz obtenido en ensayos de bombeo en acuíferos libres, y sólo se toma como una cota inferior. En cualquier caso es preciso disponer de pozos de observación. Véase la sección 9. Si el ensayo de bombeo se valora incorrectamente se pueden tener valores de m_e absurdos.

[24] Véase el apartado 7.8 donde se dan más detalles. La existencia de recarga diferida puede confundir al hacer aparecer unos valores menores que los reales.

Basta determinar la humedad residual por encima de la franja capilar, ello puede hacerse mediante una sonda de neutrones (ver capítulo 12.5) o tomando muestras. Si existe recarga desde la superficie (riegos, lluvia, etc.) se pueden cometer errores importantes. También el movimiento de la propia humedad del terreno puede ser origen de errores. El método exige la determinación de la porosidad total; la porosidad eficaz es la porosidad total menos la retención específica. Para materiales finos en la zona afectada por el descenso de nivel, la porosidad eficaz calculada es función del tiempo, por lo menos en los primeros momentos.

e) *Método de saturación y drenado*

Se puede aplicar sólo a terreno no saturado. El método consiste en saturar desde la superficie una porción de terreno situada suficientemente por encima de la franja capilar y dejar que se drene naturalmente durante un tiempo suficiente, que para materiales finos puede ser de algunos días. Después se mide la humedad residual igual que en el caso anterior. También es preciso determinar de alguna manera la porosidad total, lo cual puede ser una nueva fuente de errores. La porosidad eficaz obtenida es también función del tiempo.

2.7 VALORES DE LA PERMEABILIDAD DE TERRENOS NATURALES

La asignación de un valor de la permeabilidad a un material es tarea más complicada que asignarle una porosidad ya que el margen de variabilidad de la permeabilidad es mucho mayor, está más afectada por pequeñas desviaciones de composición y puede variar con la orientación.

Para materiales granulares relativamente homogéneos y para temperatura del orden de 20 °C, Silin-Bekchurin (en Harr, 1928 pág. 8) da los siguientes valores:

Material	k en cm/seg	k en m/día (aproxim.)[25]
Grava limpia	>1	>1000
Arena gruesa limpia	1 a 10^{-2}	1000 a 10
Mezcla de arena	10^{-2} a $5 \cdot 10^{-3}$	10 a 5
Arena fina	$5 \cdot 10^{-3}$ a 10^{-3}	5 a 1
Arena limosa	$2 \cdot 10^{-4}$ a 10^{-4}	2 a 0,1
Limo	$5 \cdot 10^{-4}$ a 10^{-5}	0,5 a 0,001
Arcilla	$<10^{-6}$	$<0{,}001$

El grado de compactación puede afectar notablemente

[25] El factor de conversión es 864 pero se ha redondeado a 1000.

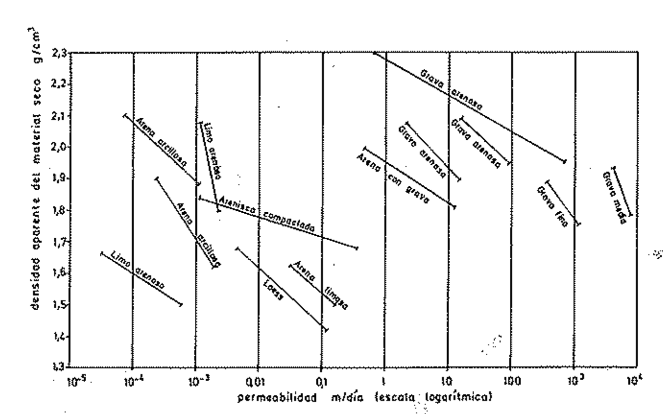


FIGURA 8.16 A

Relación entre la permeabilidad y la compactación (medida por la densidad aparente del material seco) para diferentes materiales. (Según Cedergren, 1967).

a la permeabilidad como se muestra en la figura 8.16 A. El efecto de la compactación es menos sensible en las gravas y tanto menos cuanto más uniforme es la granulometría.

Según De Wiest (1965 pág. 171), las gravas gruesas limpias y bien calibradas pueden tener permeabilidades de hasta 100 000 m/día, aunque lo normal es no sobrepasar unos pocos miles de m/día y las arenas finas y las arenas limosas pueden bajar hasta 0,001 m/día. La permeabilidad está muy controlada por la fracción fina, que si es importante puede reducir la permeabilidad hasta en dos órdenes de magnitud.

Los valores dados se refieren principalmente a la permeabilidad horizontal. La permeabilidad vertical suele ser varias veces menor, entre 2 y 20 como valores más frecuentes, aunque en algunos casos, como en los loess, puede suceder que la permeabilidad vertical sea algo mayor que la horizontal[26]. En terrenos muy estratificados, la permeabilidad horizontal promedio puede llegar a exceder en 100 veces a la vertical. Es muy importante que el lector relea el ejemplo 2 del capítulo 1 y el párrafo que le sigue.

Pequeños contenidos de arcilla pueden hacer variar mucho la permeabilidad. Así, según Denson, Shindale y Fenn (1968), basta un 3 % de montmorillonita para reducir la permeabilidad al agua dulce de una arena (d_{50} = 0,3 mm) a la mitad. Cantidades de caolinita superiores a un 16 % en peso pueden reducir la permeabilidad casi a cero.

[26] Algo similar sucede en rocas con grietas predominantemente verticales.

La calidad del agua puede cambiar notablemente el estado de la arcilla y producir grandes cambios en la permeabilidad, la cual, en general, crece al crecer la salinidad.

La permeabilidad de materiales consolidados homogéneos es menor que la del material correspondiente suelto a causa de la presencia del cemento de unión, el cual no sólo reduce el tamaño de los poros, sino que dificulta su conexión, llegando casi a anular la permeabilidad aún manteniéndose una porosidad importante.

El aspecto muy poroso de ciertos materiales consolidados puede engañar respecto a su permeabilidad ya que puede suceder que sus poros no estén conectados; tal sucede con ciertas pumitas, tobas y basaltos vacuolares, que aunque muy porosos, son casi impermeables.

En las rocas y materiales consolidados pueden existir sistemas de grietas y diaclasas por las que el agua puede llegar a circular con cierta facilidad. En este caso, aunque la permeabilidad de la roca masiva sea muy baja, puede llegar a presentar una notable permeabilidad global gracias a esas grietas; tal sucede en las calizas, ciertas dolomias, en algunos basaltos, granitos, etc. En general estas fisuras son más frecuentes y más anchas cerca de la superficie del terreno que es donde se presenta la mayor permeabilidad, y decrece con cierta rapidez en profundidad, según una ley que a veces es de carácter exponencial, si el material es más o menos homogéneo en composición.

No obstante lo dicho, puede existir permeabilidad a notables profundidades, según el tipo de terreno. Existen calizas, dolomías, areniscas y basaltos permeables a profundidades mayores de los 1000 m, a veces hasta varios miles. Aún en granito se encuentran zonas permeables a grandes profundidades, como se ha encontrado en los túneles que atraviesan cordilleras; existe un efecto tectónico importante y es posible encontrar zonas de fractura abiertas muy profundas.

En muchas rocas la meteorización, con o sin lavado de ciertos componentes, puede aumentar la permeabilidad, pero a veces el resultado de la meteorización es una arcilla que tapona las grietas y así se reduce la permeabilidad global aunque aumente la de la roca entre grietas.

En general los terrenos permeables por fisuración son anisótropos, aunque sorprendentemente en algunas ocasiones se les puede tratar como isótropos.

Para las calizas y dolomias compactas, la permeabilidad es del orden de 10^{-3} m/día, pudiendo llegar a 1 en las más porosas. Sin embargo si la karstificación es elevada o la fracturación es importante, se pueden tener zonas de gran permeabilidad concentrada, casi de circu-

lación por tubería. Las dolomias descompuestas pueden llegar a dar valores de hasta 10 m/día[27], aunque lo normal es que sea baja, quizás menos de 10^{-1} m/día, aun considerando que su porosidad es algo elevada (poros muy pequeños).

Para las pizarras y esquistos compactos la permeabilidad es sólo ligeramente superior a 10^{-6} m/día, aunque alterados y diaclasados pueden llegar a tenerla del orden de 1 m/día (Davis, 1969, págs. 57-58; 69-71).

La mayoría de rocas volcánicas tienen en sí permeabilidades muy bajas, entre 10^{-2} y 10^{-5} m/día, incluyendo algunos materiales muy porosos. Su alteración puede producir suelos de permeabilidad hasta 1 m/día. Sin embargo muchos basaltos y rocas similares presentan zonas muy diaclasadas, intercalaciones de varios tipos de sedimentos permeables, zonas escoriáceas, etc., pudiendo dar conjuntos locales cuya permeabilidad media puede llegar a 100 m/día (Davis, 1969, págs. 65-69), superando los 10 000 m/día en lugares privilegiados (niveles de escorias recientes, cañones, tubos volcánicos, etcétera). La experiencia del autor en Canarias conduce a permeabilidades medias de 0,1 m/día en basaltos tabulares miocenos. En las intrusiones se puede tener 0,001 m/día y hasta 10 m/día en niveles escoriáceos. En los basaltos modernos las permeabilidades superan 100 m/día, hasta más de 1000 m/día. Existe una notable disminución de la permeabilidad al aumentar la edad de los materiales basálticos. En materiales antiguos existe una mayor permeabilidad cerca de la superficie por efecto de grietas de expansión de descompresión.

En las areniscas, la permeabilidad disminuye muy acentuadamente al disminuir ligeramente la porosidad; puede variar frecuentemente entre 3 y 0,01 m/día aunque los valores extremos son aún mucho más dispersos, pudiendo llegar a valores menores que 10^{-4}. En general la permeabilidad paralela a la estratificación es del orden de 1,5 a 3 veces mayor que la normal a la estratificación (Muskat, 1967, págs. 103-111; Davis, 1969, págs. 72-74).

Los conceptos de elevada, buena, baja permeabilidad son con frecuencia origen de confusión ya que son subjetivos y dependen mucho del campo de trabajo del que los expresa. En prospección petrolífera, permeabilidades de 1 m/día son muy elevadas, mientras que para personas acostumbradas a trabajar en acuíferos aluviales son muy bajas, y son aceptables para hidrólogos que trabajan en rocas consolidadas. La figura 8.16 B intenta dar una clasificación útil para los hidrólogos.

[27] Datos propios del autor.

Permeabilidad m/día	10^{-6} 10^{-5}	10^{-4} 10^{-3}	10^{-2} 10^{-1}	1 10 10^{2}	10^{3} 10^{4}
Calificación	Impermeables	Poco permeable	Algo permeable	Permeable	Muy permeable
Calificación del acuífero	Acuicludo	Acuitardo	Acuífero pobre	Acuífero de regular a bueno	Acuífero excelente
Tipo de materiales	Arcilla compacta Pizarra Granito	Limo arenoso Limo Arcilla limosa	Arena fina Arena limosa Caliza fracturada	Arena limpia Grava y arena Arena fina	Grava limpia

FIGURA 8.16 B
Clasificación de terrenos por la permeabilidad.

2.8 DETERMINACIÓN DE LA PERMEABILIDAD

La determinación de la permeabilidad es un problema delicado ya que influyen mucho las pequeñas variaciones de granulometría y composición. Además, en un medio heterogéneo es muy difícil asignar una permeabilidad, la cual puede variar además con la dirección. Los métodos mejores son los de campo, cuyo desarrollo corresponde a la sección 9. Los datos de campo dan valores medios cuya validez se limita al espesor ensayado. Así, en un sistema de gravas con intercalaciones de arenas finas y limos, puede determinarse la permeabilidad de las gravas, suponiendo muy pequeña la de los otros materiales, con lo que se puede hablar de un conjunto de subacuíferos notablemente permeables, o bien determinar la permeabilidad media del conjunto expresándolo como un acuífero único medianamente permeable; como en general se maneja el concepto de transmisibilidad, $T = k \cdot b$, siendo b el espesor del acuífero, se utiliza implícitamente un valor promedio de la permeabilidad k.

Los ensayos de laboratorio dan datos puntuales, sólo aproximados en caso de acuíferos no consolidados, y en acuíferos heterogéneos se precisa de un elevado número de determinaciones bien distribuidas para conseguir un valor algo representativo de la transmisibilidad.

Para llegar a los primeros datos orientativos existen fórmulas y ábacos que permiten estimar, de un modo grosero, la permeabilidad de una muestra.

2.8.1 Determinación de la permeabilidad en el campo

a) *Ensayos de bombeo*

En los ensayos de bombeo se determina en general el valor de la transmisibilidad $T = k \cdot b$, siendo b el

espesor del acuífero. Los valores calculados de la transmisibilidad[28] son valores promedios en un volumen de acuífero grande; si se conoce b con relativa precisión, se puede obtener valores de k muy aceptables[29]. En muchos casos, los ensayos de bombeo no son fáciles de realizar y son en general caros, por lo que muchas veces deben sustituirse por ensayos de bombeo de pozo único y aún por simples datos de caudal específico[30], pero aún así los valores obtenidos por lo menos tienen similar validez a los obtenidos con permeámetros y en ocasiones son los únicos disponibles.

En general se obtiene la permeabilidad horizontal, pero puede también estimarse la permeabilidad vertical con ensayos en pozos incompletos.

b) *Ensayos de descenso en piezómetros*

En sondeos, piezómetros (ver capítulo 6) y pozos, puede optarse por realizar ensayos de corta duración consistentes en la introducción o extracción de agua en cantidades pequeñas; observando como varían los niveles con el tiempo se tiene una forma de calcular la permeabilidad. En el capítulo 11 de la sección 9 y apéndice A.9.6 se comentarán algunos de estos métodos aplicados a medios saturados. Existen también métodos de ensayos en medio no saturado. En el citado apéndice A.9.6 de la sección 9 se verán también los *ensayos de producción* empleados en sondeos profundos.

c) *Métodos de trazadores*

Los métodos de trazadores se basan en la medición directa de la velocidad real del agua subterránea v^*. Si se conoce el gradiente hidráulico medio i y la porosidad m, es:

$$k = \frac{v^* \cdot m}{i}$$

Los métodos de medición directa de la velocidad del agua subterránea con trazadores serán objeto de la sección 12, donde en el capítulo 3 se comentará la forma de realización y utilidad del método. Basta por el momento la consideración de que la velocidad del agua subterránea es muy pequeña por lo que los trazadores añadidos artificialmente sólo pueden ser seguidos a cortas distancias, obteniéndose valores de k locales. Para obtener valores más generales es preciso recurrir al trazado natural o accidental[31].

[28] Véase la sección 9, principalmente los capítulos 9.2, 9.3, 9.4, 9.6, 9.7, 9.9 y 9.21.

[29] En general se determina la permeabilidad horizontal.

[30] Véase el capítulo 9.3 (apartado 3.2.4) y también el 9.15.

[31] Véase el capítulo 12.4.

Los métodos de trazadores son también aplicables en laboratorio.

d) *Métodos de superficie*

Consisten en colocar sobre la superficie del terreno, un dispositivo bien adaptado a aquella, en el que se introduce agua y se mide el caudal aportado *(método de Müntz)*, o bien realizar una zanja o una excavación en el terreno y verter en ellos agua con un caudal controlado *(método de Porchet)*. Son aplicables a medios granulares, en general no saturados. La interpretación de los resultados debe hacerse con cuidado (Colombiani, Lamagat y Thiebaux, 1973), y además los valores obtenidos sólo representan la parte superior del terreno, que puede diferir mucho del resto.

2.8.2 Determinación de la permeabilidad en el laboratorio. Permeámetros.

El sistema más directo de medición de la permeabilidad en laboratorio es aplicar la ley de Darcy a un cilindro del material en ensayo. Ello se realiza cómodamente en un permeámetro. Sin embargo los datos obtenidos son con frecuencia sólo una primera aproximación ya que es muy difícil que una columna de material represente la constitución media del acuífero, y menos aún si el material es suelto y tiene que reconstituirse la muestra; es muy difícil reproducir la estructura textura y porosidad y con frecuencia la muestra ha perdido arcillas y limos, los cuales afectan muy notablemente a la permeabilidad. El grado de compactación de la muestra a ensayar puede influir de forma muy importante en los resultados (Lovelock, 1970).

Todos los permeámetros tienen un cuerpo cilíndrico vertical en el que se coloca la muestra entre dos rejillas o placas porosas que contengan el material y tales que la pérdida de carga producida por las mismas sea mucho menor que la debida al material en ensayo. Si el material es arena o grava, basta introducirlo en el cilindro y compactarlo hasta tratar de reproducir la porosidad inicial, aplicando, si es necesario, una presión sobre las rejillas a través de resortes. Si la muestra es un testigo de una roca más o menos coherente, es preciso llenar el espacio entre el cilindro y el testigo con parafina, pero con cuidado para no dañar la porosidad de la sección. Con rocas duras se procede a cortar cilindros de la misma y mediante alquitrán o parafina unirla al cilindro, que va dividido en dos partes. Se pueden preparar muestras con el eje paralelo a la estratificación o normal a la misma a fin de poder medir la permeabilidad en esas direcciones; estas muestras suelen tener

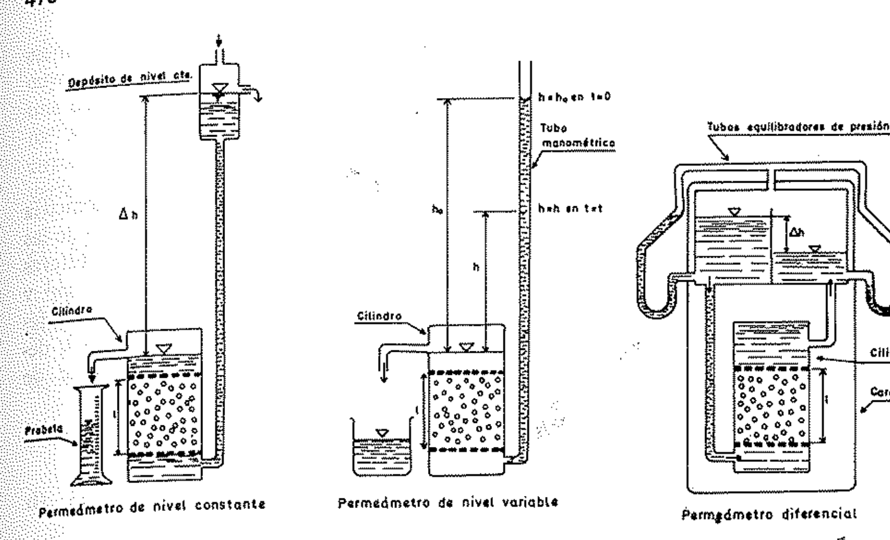


FIGURA 8.17
Tipos de permeámetros.

como dimensiones mínimas 30 mm de diámetro × 10 milímetros de altura (Muskat, 1937 págs. 85-86). Una vez preparado el cilindro, se monta en el permeámetro.

En el *permeámetro de carga fija* se aplica una diferencia de nivel de agua constante (fig. 8.17) y se determina el caudal de agua que circula:

$$k = \frac{V \cdot l}{A \cdot \Delta h \cdot t}$$

en la que k $=$ permeabilidad
V $=$ volumen de agua que ha pasado en un tiempo t
A $=$ sección de la muestra
Δh $=$ carga hidráulica aplicada
l $=$ longitud de la muestra

Es adecuado para muestras relativamente permeables.

En el *permeámetro de carga variable,* se mide el descenso del nivel de agua aplicado a la muestra (fig. 8.17).

$$k = \frac{dV}{dt} \frac{l}{A \cdot h} = - \frac{a \cdot dh}{dt} \frac{l}{A \cdot h}$$

siendo a la sección del tubo manométrico.

Resolviendo la ecuación entre el momento inicial $t = 0$ en el que $h = h_o$ y el tiempo $t = t$ para el que $h = h$

$$k = \frac{a}{A} \frac{l}{t} \ln \frac{h_o}{h}$$

Es de operación más rápida, pero al parecer es menos preciso (Benitez, 1962 págs. 68-69). Es adecuado para muestras poco permeables.

Cuando se precisa efectuar mediciones con un gradiente muy pequeño, se emplea el *permeámetro diferencial,* que no es más que un permeámetro de carga variable modificado, en el que la carga hidráulica aplicada es muy pequeña y tal que todo él está encerrado en una carcasa para evitar que el agua se evapore durante los períodos de ensayo que pueden ser muy largos, hasta de varios meses. Las presiones ambientes entre los diferentes recipientes deben estar equilibradas. Se cumple que:

$$k = \frac{a}{2A} \frac{l}{t} \ln \frac{\Delta h_o}{\Delta h}$$

siendo a $=$ sección de los depósitos, supuesta igual para ambos
Δh_o $=$ diferencia de nivel inicial entre depósitos
Δh $=$ diferencia de nivel entre depósitos en el tiempo t

Es muy importante que el flujo a través del material cumpla la ley de Darcy para poder determinar k, lo que limita la carga hidráulica que se puede aplicar y de ahí el interés del permeámetro diferencial. Como la permeabilidad es función de la temperatura, ésta debe ser conocida y constante. También es importante asegurarse que la muestra está totalmente saturada de agua antes de efectuar las mediciones.

Para evitar que el material pueda ser esponjado por el empuje del agua, cuando el material no está bien sujeto, en ciertos tipos de permeámetros, el flujo se hace pasar descendente por el cilindro, pero debe tenerse cuidado en no afectar un arrastre de finos ni en provocar una compactación por un exceso de presión diferencial.

En muestras que contienen arcillas y limos la permeabilidad viene afectada por la calidad del agua, tal como se ha explicado en el apartado 1.7. Por ello conviene emplear un agua similar a la natural. En cualquier caso conviene emplear un agua desaireada.

En muestras con poca arcilla puede en principio, emplearse cualquier fluido para medir la permeabilidad intrínseca k_o, bastando introducir el valor conveniente de γ y μ para tener la permeabilidad al agua. Entre los posibles fluidos disponibles, el *aire* tiene un interés especial y en rocas consolidadas se emplea con cierta frecuencia; los valores obtenidos de un permeámetro de gas deben ser utilizados con precaución ya que a velocidades de flujo algo elevadas la permeabilidad al gas tiende a ser algo mayor que la permeabilidad al agua, debido a que para el gas la velocidad en las proximidades de las paredes sólidas no es nula (deslizamiento de la capa límite).

Para muestras muy poco permeables tales como limos o arcillas pueden emplearse métodos indirectos de laboratorio tales como ensayos edométricos, cuyo principio puede encontrarse en cualquier texto de Mecánica de suelos[32], y en los que se determina la curva de compactación de una muestra, la cual puede correlacionarse a grosso modo con la permeabilidad. También para arcillas y limos pueden emplearse células de ensayos triaxiales de resistencia de suelos, con un montaje similar al de un permeámetro. Estos ensayos son frecuentes en estudios de mecánica de suelos.

2.8.3 Fórmulas de cálculo de la permeabilidad

Dado que las dimensiones de la permeabilidad intrínseca k_o son de una longitud al cuadrado (L^2) muchos autores han tratado de encontrar una dimensión característica cuyo cuadrado sea proporcional a k_o. Han sido propuestas varias fórmulas con mayor o menor éxito, cuya expresión puede incluir datos tomados de la curva granulométrica y/o de la porosidad.

[32] El ensayo edométrico sirve para estudiar el proceso de compactación de un material arcilloso sometido a esfuerzos mecánicos de compresión. La permeabilidad influye en la velocidad de compactación. Véase Jiménez Sala y De Justo (1971) págs. 175-189.

La expresión (Rumer 1969, pág. 97)

$$k_o = \frac{\beta \cdot m^2}{\lambda (1 - m)} d^2$$

da resultados aceptables para medios de granulometría homogénea; m es la porosidad y d es el diámetro de las partículas. β es un coeficiente que vale $\pi/6$ para esferas y λ es un coeficiente experimental. Para k_o en cm^2 y d en cm, λ varía entre 152 y 207 para partículas esféricas. En medios de granulometría no uniforme λ depende en gran manera del valor del coeficiente de uniformidad $f = d_{60}/d_{10}$.

Experimentalmente se han establecido fórmulas tales como[33]:

a) *Fórmula de Hazen*

En su forma general es

$$k_o = c \cdot d_e^2$$

en la que c es una constante y d_e es el diámetro equivalente, que Hazen identifica con el valor de d_{10} de la curva granulométrica (ver apartado 2.4).

Para k en cm/seg a 20 °C y d_{10} en cm es:

$c = 45{,}8$ para arenas arcillosas

$c = 142$ para arenas puras

Es frecuente tomar $c = 100$, siendo el margen de variabilidad más usual entre 90 y 120 (Cedergren, 1967 pág. 42).

Algunos autores sugieren tomar

$$c = 150 \left(\frac{m}{0{,}45} \right)^6$$

(en Schoeller, 1962, pág. 107), la cual lleva a valores de c muy pequeños para $m < 0{,}4$.

b) *Fórmula de Slichter*

En su forma general es:

$$k_o = c \cdot d_{10}^2 \cdot m^n$$

[33] En Schoeller (1962) en págs. 106-111 pueden encontrarse otras fórmulas.

en la que m es la porosidad total y n otra constante cuyo valor aproximado es 3,3; ello equivale a introducir una corrección función de la porosidad. En general c y m^n se incluyen en una única constante $C = c \cdot m^n$, cuyos valores en función de la porosidad total pueden verse en la figura 8.18, expresada como $a = 100/C$.

c) *Fórmula de Bakhmeteff*

Es similar a la de Slichter (en Schneebeli, 1966, página 56) y establece que

$$k_o = c \cdot d_e^2 \cdot m^{4/3}$$

$$c = 710$$

d) *Fórmula de Kozeny y de Fair y Hatch*

Esta fórmula tiene en cuenta que la circulación del agua se dificulta al ser cada vez menores los granos y para ello introduce la superficie específica de poros. Su formulación general es:

$$k_o = c \left(\frac{V}{S}\right)^2 \frac{m^3}{(1-m)^2}$$

siendo S/V la superficie específica (superficie total de los poros del volumen V o de los granos contenidos en un volumen V).

La fórmula de Kozeny es relativamente satisfactoria pero precisa del conocimiento de V/S. $(S/V)^2$ puede expresarse como $\Sigma\, \eta/d^2$ en la que d es la media geométrica de los tamaños de tamices usados y η es el porcentaje retenido entre cada dos tamices consecutivos (Fair y Hatch, 1933 en Benitez, 1969 págs. 65-66).

El valor $c\,(V/S)^2$ se puede expresar como $A \cdot d_e^2$ siendo A un valor que varía entre 1/150 y 1/175, normalmente alrededor de 1/200 (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 59).

e) *Fórmula de Terzaghi*

$$k = \lambda \left(\frac{m - 0{,}13}{\sqrt[3]{1-m}}\right)^2 d_e^2$$

$\lambda = 800$ para partículas redondeadas y 460 para partículas irregulares de superficie áspera.
d_e = diámetro eficaz.
k en cm/seg y d_e en cm.

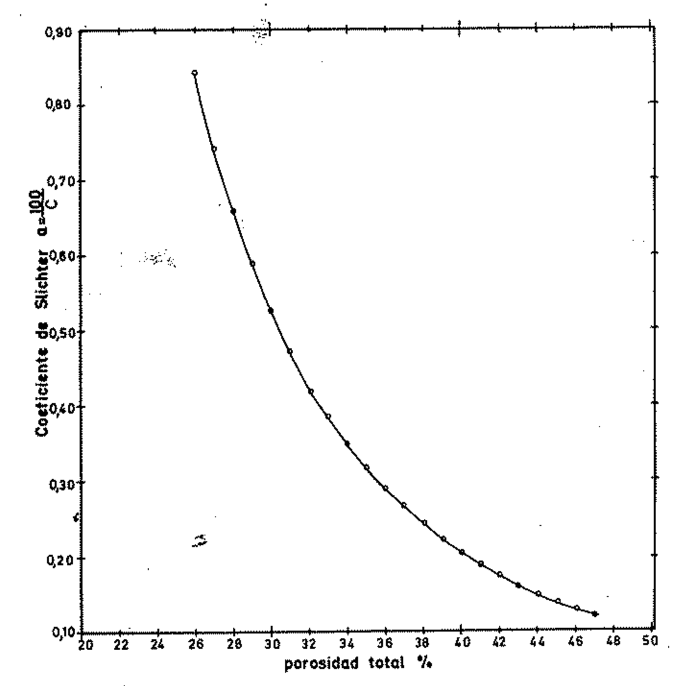


FIGURA 8.18
Valores del coeficiente de la fórmula de Slichter, $k = C \cdot d_{10}^2$ *para* k *en cm/seg y* d_{10} *en cm (valores corregidos de Castany, 1963).*

Ejemplo 3

Se tiene la arena número 1 del ejemplo 1 definida por $d_{10} = 0{,}29$ mm y tal que $m = 0{,}30$. Determinar su permeabilidad según las diferentes fórmulas expuestas. Se toma agua a 20 °C.

Fórmula de Hazen:

$$k = 100 \cdot 0{,}029^2 = 0{,}084 \text{ cm/seg}$$

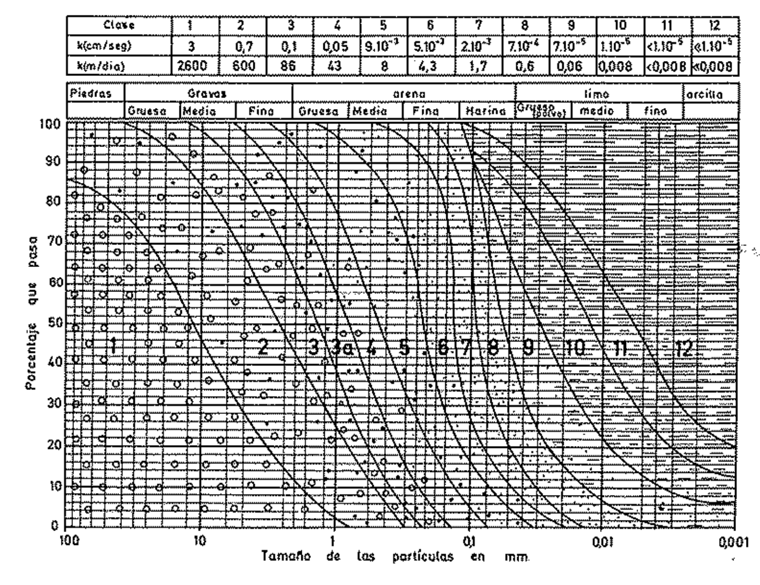
Fórmula de Slichter:

$$k = 100 \cdot 0{,}029^2 \frac{1}{0{,}525} = 0{,}16 \text{ cm/seg}$$

Fórmula de Kozeny:

$$k = \frac{1}{200} \cdot \frac{0{,}30^3}{(1-0{,}30)^2} \cdot 0{,}029^2 =$$

$$= 2{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 \approx 0{,}023 \text{ cm/seg}$$



Clase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k(cm/seg)	3	0,7	0,1	0,05	9.10^{-3}	5.10^{-3}	2.10^{-3}	7.10^{-4}	7.10^{-5}	1.10^{-5}	$<1.10^{-5}$	$\ll 1.10^{-5}$
k(m/dia)	2600	600	86	43	8	4,3	1,7	0,6	0,06	0,008	<0,008	<<0,008

FIGURA 8.19
Curvas de Breddin.

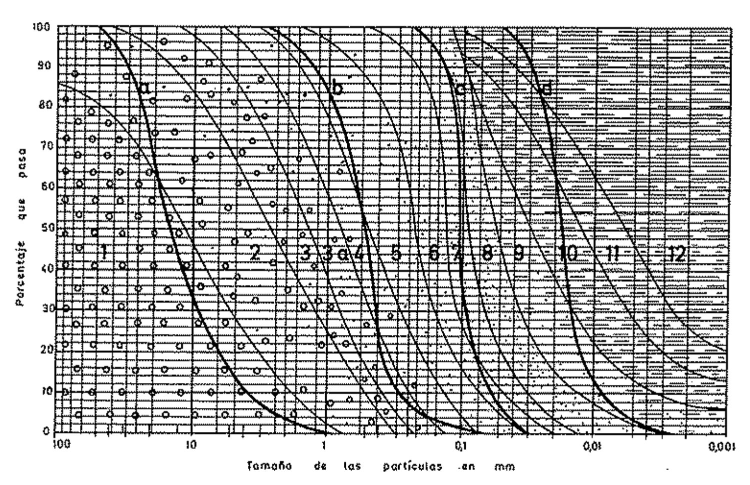


FIGURA 8.20
Utilización de las curvas de Breddin. Corresponde al ejemplo 2.

Fórmula de Terzaghi:

$$k_o \approx 600 \left(\frac{0,30 - 0,13}{\sqrt[3]{1 - 0,30}} \right)^2 \cdot 0,029^2 = 0,018 \text{ cm/seg}$$

TABLA 8.3 *Clases de terrenos de Bredding, según la figura 8.19*

Clase	Permeabilidad según Hazen cm/seg		Clase de acuífero	Clase de permeabilidad
1	3	Acuífero	muy bueno	muy alta
2	0,7	Acuífero	muy bueno	muy alta
3	0,1	Acuífero	bueno	alta
4	0,05	Acuífero	regular	media
5	$9 \cdot 10^{-3}$	Acuífero	pobre	pequeña
6	$5 \cdot 10^{-3}$	Acuífero	pobre	pequeña
7	$2 \cdot 10^{-3}$	Acuífero	muy pobre	muy pequeña
8	$7 \cdot 10^{-4}$	Acuífero	muy pobre	muy pequeña
9	$7 \cdot 10^{-5}$	Acuífero	impermeable	prácticamente impermeable
10	$1 \cdot 10^{-5}$	Acuícludo	impermeable	prácticamente impermeable
11	$<10^{-5}$	Acuícludo	impermeable	prácticamente impermeable
12	$\ll 10^{-5}$	Acuícludo	impermeable	prácticamente impermeable

Es fácil apreciar la gran dispersión de valores; aceptando como mejores las dos últimas fórmulas, puede tomarse k como valiendo alrededor de 0,02 cm/seg, o sea unos 17 m por día.

Para régimen turbulento se han propuesto las fórmulas (Schneebeli, 1966, pág. 67):

$$k' = c \sqrt{\frac{d_{10} \cdot m^3}{1 - m}}$$

$$k' = 0,85 \sqrt{d_{10}}$$

k' y d_{10} en cm/seg y cm

2.8.4 Utilización de gráficos

Breddin (1963) estableció una clasificación gráfica de los terrenos (fig. 8.19) consistente en 12 clases cuyas características se dan en la tabla 8.3. En realidad se trata de un gráfico preparado para ser aplicado en el área alemana de Nordrhein-Westfalen, pero puede dar una primera idea de la permeabilidad de cualquier material no consolidado cuya curva granulométrica no sea excesivamente diferente de las contenidas en el gráfico. Si la curva granulométrica queda dentro del área de una clase el problema es sencillo, pues basta leer la permeabilidad media asignada a esa clase. Si la curva se sitúa entre dos o más áreas es preciso tomar una permeabilidad media, en general más próxima a la de la clase de índice mayor ya que los materiales más finos suelen dominar el tipo de permeabilidad. Estas curvas han sido utilizadas con aceptable éxito en estudios realizados por la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y el Servicio Geológico de Obras Públicas.

En la figura 8.20 se han dibujado varias curvas granulométricas reales de materiales de los aluviones próximos a Barcelona. Para la muestra a puede establecerse una permeabilidad alrededor de 1500 m/día, para la b de alrededor de 20, para la c alrededor de 1,5 y para la d algo menor que 10^{-2} m/día. La muestra b corresponde a la arena 1 del ejemplo 1 cuya permeabilidad calculada en el ejemplo 3, varía posiblemente entre 26 y 17 m/día.

Capítulo 8.3

Ecuaciones diferenciales del flujo subterráneo

3.1 INTRODUCCIÓN

Suponiendo que los medios porosos, y en cierta forma los medios fracturados, pueden tratarse como un medio continuo, la ley de la continuidad de Laplace es aplicable, bastando establecer la conservación de masa en el sistema y en cada elemento del mismo.

El flujo subterráneo, tomado macroscópicamente, es un flujo irrotacional, de modo que el vector velocidad es un vector derivado de potencial. La introducción de este potencial en la ecuación de Laplace permite establecer la ecuación del flujo como una ecuación diferencial en la que interviene la laplaciana del potencial.

La ecuación diferencial es sencilla cuando el flujo es estacionario o sea que en cualquier punto del espacio el potencial y el vector velocidad no varían con el tiempo; ello supone que no existe cambio de la cantidad de agua contenida en el sistema o lo que es lo mismo, que entra tanta agua como sale.

Cuando el flujo no es estacionario, en un mismo punto el potencial varía con el tiempo y ello trae como consecuencia una variación de la cantidad de agua contenida en el sistema; en la ecuación diferencial del movimiento es preciso introducir un coeficiente de almacenamiento cuyo valor no siempre es fácil de establecer, pero que puede obtenerse experimentalmente.

Tanto en un caso como en otro, la ecuación diferencial es sencilla pero su resolución sólo es viable y fácil con condiciones de contorno muy simples. Las soluciones exactas o aproximadas en diferentes casos reales relacionados con captaciones de agua subterránea serán objeto de la sección 9. En esta sección, en los capítulos 4 y 5 y en los apéndices A.8 1, 2 y 3 se darán algunas de las bases de resolución.

3.2 POTENCIAL DE FUERZAS Y POTENCIAL DE VELOCIDADES

La ley de Darcy para un medio isótropo establece que el vector velocidad vale:

$$v = -k \cdot \text{grad } h$$

siendo el vector grad h:

$$\text{grad } h = \frac{\partial h}{\partial x} i + \frac{\partial h}{\partial y} j + \frac{\partial h}{\partial z} k$$

en la que i, j, k son los vectores unitarios según los ejes x, y, z, tal como se expone en el apéndice A.8.2.

h representa una energía por unidad de peso.

Se denomina de acuerdo con Hubbert (1940), potencial de fuerzas al producto $\phi^* = g \cdot h$, siendo g el valor de aceleración de la gravedad.

ϕ^* representa una energía (potencial) por unidad de masa y el vector grad ϕ^* representa una fuerza por unidad de masa.

La ley de Darcy se escribe en función de ϕ^*.

$$v = -\frac{k}{g} \text{ grad } \phi^*$$

y siendo k/g un escalar, el vector v es paralelo al vector grad ϕ^*, aun para medio heterogéneo, siempre y cuando la permeabilidad sea isótropa. Las líneas de corriente[34] son perpendiculares a las superficies equipotenciales definidas por $\phi^*(x, y, z) = \text{cte}$.

[34] Líneas siempre tangentes al vector velocidad.

Para fluidos compresibles, para los que el peso específico γ es sólo función de la presión p, se cumple que (De Wiest, 1969, pág. 6):

$$\phi^* = g \left[\int_{z_o}^{z} dz + \int_{p_o}^{p} \frac{dp}{\gamma(p)} \right]$$

siendo z_o y z la cota de la referencia y del punto considerado, y p_o y p las presiones de referencia y en el punto considerado respectivamente. Si el fluido es incompresible, tomando $p_o = 0$ y $z_o = 0$.

$$\phi^* = g \left(z + \frac{p}{\gamma} \right) = g \cdot h$$

Aunque el potencial de fuerzas es un concepto más físico, es muy frecuente en hidráulica subterránea el empleo del potencial de velocidades, definido como:

$$\phi = k \cdot h$$

cuyas dimensiones son de cuadrado de longitud dividida por tiempo (L^2/T). Como es

$$\phi = k \cdot h = k \left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$$

se tiene que:

$$v = -k \text{ grad } h = -\text{grad } \phi$$

si k es constante (medio homogéneo e isótropo).

Si k es variable es:

$$\text{grad } \phi = k \text{ grad } h + h \text{ grad } k$$

de modo que

$$v = -\text{grad } \phi + h \text{ grad } k$$

de modo que en un medio heterogéneo los vectores v y grad ϕ no coinciden.

Dado que en general se resuelven problemas en medios homogéneos e isótropos o se reducen a ellos, el potencial de velocidades se emplea con preferencia al potencial de fuerzas ya que el primero permite definir una función de corriente para flujo bidimensional como se verá en el capítulo 5.

Se tiene que:

$$v = -\frac{k}{g} \text{ grad } \phi^* = \frac{k}{g} \left(g - \frac{1}{\rho} \text{ grad } p \right)$$

siendo g el vector de aceleración de la gravedad y por lo tanto vertical y hacia abajo, y ρ la densidad.

En general es $|-\text{grad } \phi^*| \ll |g|$ de modo que $-1/\rho$ grad p es casi vertical, o sea que las superficies de igual presión (isóbaras) son casi horizontales y $-\text{grad } \phi^*$ es casi horizontal; las superficies equipotenciales son casi verticales. En el caso particular de que $g = -1/\rho$ grad p, es $v = 0$, y el sistema es estático o estacionario.

3.3 SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES, TRAYECTORIAS Y LÍNEAS DE CORRIENTE

Las superficies equipotenciales son aquellas que cumplen $h(x, y, z) = \text{cte}$ o sea aquellas sobre las que h toma el mismo valor. En general se trata de superficies casi verticales excepto en las proximidades de zonas de entrada o salida de agua (manantiales o sumideros). Si conviene, las superficies equipotenciales pueden también definirse con mayor propiedad por:

$$\phi = k \cdot h(x, y, z) = \text{cte}$$

o bien por

$$\phi^* = g \cdot h(x, y, z) = \text{cte}$$

En realidad las superficies $h(x, y, z) = \text{cte}$ son superficies de igual altura piezométrica o *isopiezas* (isopiezométricas), pero también se las designa equipotenciales, debiéndose indicar sus unidades a fin de evitar confusiones.

El lugar geométrico de las sucesivas posiciones medias de una partícula de fluido constituye una trayectoria. Esta definición es más teórica que real ya que si por partícula se entiende una molécula de agua, ésta seguirá un camino tortuoso a través de los canalículos del terreno. Si se considera como partícula un volumen de agua mayor que el tamaño de los poros, este volumen se va agrandando por difusión y dispersión (ver sección 12, capítulo 1); la trayectoria vendría definida por el centro de gravedad de las moléculas correspondientes al volumen inicial. En primera aproximación, las trayectorias

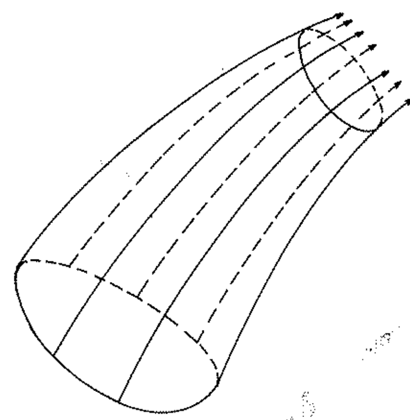


FIGURA 8.21
Tubo de flujo.

en medio poroso podrían definirse por las sucesivas posiciones de una mancha de trazador depositado en un punto y tal que tuviese las mismas propiedades que el fluido.

Las líneas de corriente son aquellas líneas que en un momento dado son tangentes constantemente a los vectores velocidad. Las líneas de corriente que pasan por el contorno de una línea cerrada determinan un *tubo de flujo* (fig. 8.21) y es tal que ninguna partícula de fluido atraviesa sus paredes, puesto que las velocidades en las mismas son tangenciales por definición.

En régimen estacionario las líneas de corriente son siempre las mismas y coinciden con las trayectorias; la cantidad de fluido que pasa por cualquier sección de un tubo de flujo es constante. Las líneas de corriente no se cortan excepto en puntos singulares tales como sumideros, manantiales, etc. (ver apartado 4.6).

La coincidencia entre las líneas de corriente y las trayectorias se basa en que las fuerzas de inercia son despreciables cuando se trata de un régimen para el que es válido la ley de Darcy. De no ser así podrían no coincidir.

Si el régimen no es estacionario, las líneas de corriente varían de un momento a otro de acuerdo con la variación de potencial que se produzca; en este caso las trayectorias son líneas diferentes de las de corriente. Tal como se dijo en el apartado 3.2, en un medio homogéneo e isótropo, las líneas de corriente son perpendiculares a las líneas equipotenciales, pero en un medio anisótropo son oblicuas en general.

Si u, v, w, son las componentes cartesianas del vector velocidad v en un punto (x, y, z) la ecuación de la trayectoria es:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

cuya resolución es:

$$x = f_1(a, b, c, t)$$
$$y = f_2(a, b, c, t)$$
$$z = f_3(a, b, c, t)$$

en las que a, b, c son parámetros de integración y t es el tiempo.

3.4 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE MASA EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

La ecuación de la conservación en masa en régimen estacionario establece que en un volumen determinado de medio poroso saturado, la masa de fluido que entra en un determinado intervalo de tiempo es igual a la que sale en el mismo intervalo de tiempo.

El planteamiento matemático de la ecuación de la conservación de masa se establece sobre un elemento diferencial de volumen y considera el medio como un continuo; de ahí que también se llame ecuación de la continuidad. En la realidad, un medio poroso sólo puede considerarse continuo desde un punto de vista macroscópico y ello no está de acuerdo con el establecimiento de un balance en un elemento de volumen diferencial, sin embargo, es posible tomar sin gran error un volumen que comprenda un número elevado de poros y tratarlo como si fuese de tamaño diferencial. Ello exige que las variaciones del potencial hidráulico sean suaves y que el medio no cambie bruscamente de propiedades.

Sea un cubo diferencial de lados dx, dy, dz en el punto (x, y, z) del medio (fig. 8.22).

Por la cara A, normal el eje O_x, entra una masa de fluido M_x en el tiempo dt.

$$M_x = (\rho \cdot u)_x \, dy \cdot dz \cdot dt$$

siendo u la velocidad según el eje x en x, y ρ la densidad en x.

Por la cara B, opuesta a la cara A, sale una masa de fluido M_{x+dx} en el tiempo dt.

$$M_{x+dx} = (\rho \cdot u)_{x+dx} \, dy \cdot dz \cdot dt$$

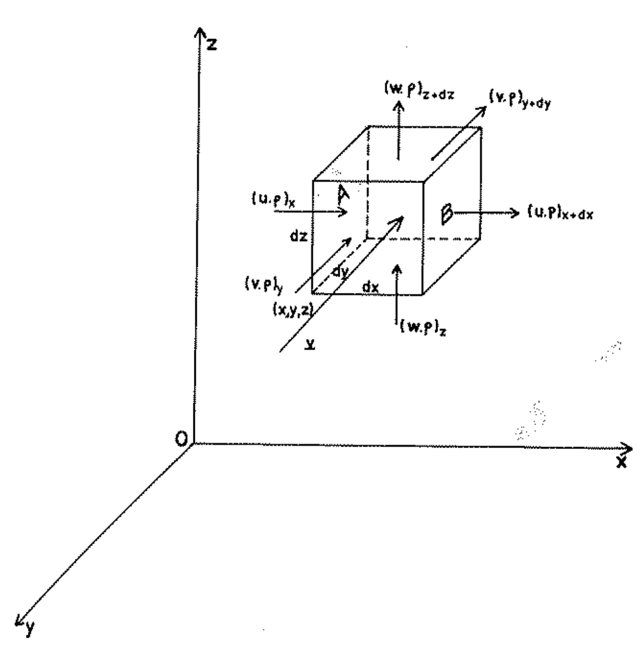


FIGURA 8.22
Esquema de la deducción de la ecuación de la conservación de la masa.

La diferencia entre la entrada y la salida es (aplicando el desarrollo en serie de Taylor y despreciando los términos de exponente $n > 1$):

$$\Delta M_x = M_x - M_{x+dx} =$$

$$= dy \cdot dz \cdot dt\,[(\rho \cdot u)_x - (\rho \cdot u)_{x+dx}] =$$

$$= -dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt\,\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x}$$

La variación de masa por unidad de tiempo y unidad de volumen ($dV = dx \cdot dy \cdot dz$), $\Delta\mu_x$, será:

$$\Delta\mu_x = -\frac{(\partial\rho \cdot u)}{\partial x}$$

Similarmente según los ejes y, z puede establecerse:

$$\Delta\mu_y = -\frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial x}$$

$$\Delta\mu_z = -\frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}$$

en las que v y w son respectivamente las componentes del vector velocidad v según los ejes y, z.

Sumando las tres ecuaciones se obtiene la diferencia entre la entrada y la salida que vale:

$$\Delta\mu = \Delta\mu_x + \Delta\mu_y + \Delta\mu_z =$$

$$= -\left(\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}\right)$$

y en notación vectorial

$$\Delta\mu = -\operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{v})$$

en la que **v** es el vector velocidad.

Si en el elemento dV considerado se genera un volumen de fluido F por unidad de tiempo y por unidad de volumen

$$\Delta\mu + F \cdot \rho = 0$$

de modo que:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} - F \cdot \rho = 0 \quad (8.13)$$

o sea

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{v}) - F \cdot \rho = 0$$

Si el campo vectorial de velocidades v es irrotacional (véase el apéndice A.8.2), existe una función ϕ tal que:

$$u = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \quad ; \quad v = -\frac{\partial\phi}{\partial y} \quad ; \quad z = -\frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (8.14)$$

Este potencial ϕ es el potencial de velocidades definido en el apartado 3.2. En la realidad el flujo no es irrotacional dentro de cada poro, pero macroscópicamente puede considerarse como tal, que es cuando es válida la ley de Darcy que sirvió para definir el valor ϕ. En la realidad es más correcto y más general tomar como potencial el potencial de fuerzas ϕ^* para el que

$$u = -\frac{k}{g}\,\frac{\partial\phi^*}{\partial x}$$

$$v = -\frac{k}{g}\,\frac{\partial\phi^*}{\partial y}$$

$$w = -\frac{k}{g}\frac{\partial \phi^*}{\partial z}$$

pero como se dijo en el apartado 3.2, es más usual emplear el anteriormente citado ϕ si el medio es homogéneo e isótropo.

Introduciendo los valores (8.14) en (8.13), escrita de la forma:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+$$

$$+u\frac{\partial \rho}{\partial x}+v\frac{\partial \rho}{\partial y}+w\frac{\partial \rho}{\partial z}-F\cdot\rho=0 \quad (8.15)$$

queda:

$$\rho\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right)+ \quad (8.16)$$

$$+\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial x}+\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial \rho}{\partial y}+\frac{\partial \phi}{\partial z}\frac{\partial \rho}{\partial z}+F\cdot\rho=0$$

En general es ρ = cte de modo que:

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right)+F=0 \quad (8.17)$$

o sea

$$\nabla^2\phi+F=0 \quad (8.17\ \text{bis})$$

En régimen estacionario y sin aporte de agua es $F = 0$ de modo que:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}=0 \quad (8.18)$$

o sea

$$\nabla^2\phi=0$$

Como es $\phi = k\,(h + \text{cte})$, puede también escribirse:

$$\nabla^2 h+\frac{F}{k}=0 \quad (8.19)$$

y para régimen estacionario sin aporte de agua:

$$\nabla^2 h=0 \quad (8.20)$$

Las propiedades del operador de Laplace (laplaciana), ∇^2, se exponen en los apartados A.2.7 y A.2.8 del apéndice A.8.2 y sus expresiones completas en coordenadas cilíndricas y esféricas pueden encontrarse en el apartado A.2.14 del mismo.

Si el régimen de flujo es bidimensional plano:

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\ \text{en un plano horizontal} \quad (8.21)$$

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\ \text{en un plano vertical} \quad (8.22)$$

En un sistema radial

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) \quad (8.23)$$

y en un sistema de simetría esférica

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) \quad (8.24)$$

3.5 EL COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO ESPECÍFICO EN ACUÍFEROS ELÁSTICOS

En un acuífero elástico, el volumen de agua contenido en un elemento de volumen geométrico fijo varía al variar la presión en el mismo. Ello es debido a la compresión o expansión del agua. Además el acuífero se deforma al variar la presión del agua, variando su porosidad. Estos hechos son de gran importancia en el régimen transitorio (no permanente) de los acuíferos, en especial de los acuíferos cautivos y fue ya tenido en cuenta por Theis (1935) al establecer su fórmula[35] y había sido sugerido previamente por Meinzer (1928).

La relación con las propiedades elásticas del medio fue establecida por Jacob (1940)[36] suponiendo que la elasticidad es completa; en algunos casos no sucede así ya que parte de las deformaciones son permanentes

[35] Véase la sección 9.
[36] Véase Jacob, 1950.

como se deduce claramente de los ejemplos de subsidencia por extracción del agua subterránea, entre los cuales el más destacable es el hundimiento progresivo de Ciudad de México[37].

Sea un elemento diferencial de acuífero δV de dimensiones δx, δy, δz, tal que sólo puede deformarse en sentido vertical (según z) ya que en dirección horizontal está impedido por los límites más o menos rígidos del sistema[38]. Se supone además que el movimiento en sentido vertical es libre no existiendo efectos de bóveda en los terrenos superiores. El elemento dV está sometido a las tensiones verticales originadas por el peso de los materiales que tiene encima.

Esta tensión σ se distribuye entre una tensión efectiva σ' aplicada a los granos y una presión neutra p (ver apartado 1.11).

Si disminuye la altura piezométrica disminuye p y el valor σ total no cambia; eso quiere decir que σ' (tensión efectiva) aumenta y el elemento de volumen se comprime, con la consiguiente disminución Δm de la porosidad m. Se comprime la estructura, pero no los granos individuales; éstos sólo se deforman.

Como se supone que el acuífero es elástico, la variación de altura $\Delta \delta z$ del elemento será

$$\frac{\Delta \delta z}{\delta z} = -\alpha \Delta \sigma'_z \qquad (8.25)$$

en la que α es la compresividad vertical y $\Delta \sigma_z'$ es el incremento en la tensión efectiva vertical.

Como el volumen total de granos no varía y éste es:

$$\delta V_g = (1 - m)\,\delta y\,\delta x\,\delta z$$

la variación de porosidad será:

$$\Delta m = m - \left(1 - \frac{(1-m)\,\delta x\,\delta y\,\delta z}{\delta x\,\delta y\,(\delta z - \Delta \delta z)}\right) =$$

$$= m - \left(1 - \frac{1-m}{1 - \dfrac{\Delta \delta z}{\delta z}}\right) =$$

$$= (1-m)\frac{\Delta \delta z/\delta z}{1 - \Delta \delta z/\delta z} \approx (1-m)\frac{\Delta \delta z}{\delta z} =$$

$$= -\alpha (1-m)\,\Delta \sigma_z' \qquad (8.26)$$

[37] Véase el capítulo 22.1.
[38] Véase Verruijt, 1969.

Si β es a la compresividad del agua, en un volumen geométrico δV de medio se tiene:

$$\frac{\Delta (m \cdot \delta V)}{m \cdot \delta V} = -\beta \Delta p$$

pero como no puede variar la masa de agua contenida en el elemento de volumen δV.

$$\Delta (\rho \cdot m \cdot \delta V) = 0$$

siendo ρ su densidad. Ello exige que

$$m\,\delta V \cdot \Delta \rho + \rho \cdot \Delta (m\,\delta V) = 0$$

y dividiendo por $m\,\delta V$

$$\Delta \rho = \rho \cdot \beta \cdot \Delta p \qquad (8.27)$$

como debe ser

$$\sigma'_z + p = cte$$

$$\Delta \sigma'_z = -\Delta p \qquad (8.28)$$

siendo σ'_z la tensión efectiva vertical de donde con (8.26 y 8.27)

$$\Delta m = \alpha (1-m)\,\Delta p \qquad (8.29)$$

y llevando (8.28) a (8.25)

$$\frac{\Delta \delta z}{\delta z} = \alpha \Delta p \qquad (8.29\text{ bis})$$

Agua inicial: $\delta V \cdot m \cdot \rho$

Variación: $\Delta (\delta V \cdot m \cdot \rho)$

pero como se admite que la sección horizontal δA del elemento de volumen δV es constante y sólo varía la altura δz, se tiene después de despreciar los términos de orden inferior:

$$\text{Variación} = \delta A \cdot \delta z \cdot \Delta (m \cdot \rho) + \delta A \cdot \Delta \delta z \cdot m \cdot \rho =$$
$$= \delta A\,(\delta z \cdot \rho \cdot \Delta m + \delta z \cdot m \cdot \Delta \rho + m \cdot \rho \cdot \Delta \delta z)$$

y sustituyendo los valores de Δm (8.29), $\Delta \rho$ (8.27) y $\Delta \delta z$ (8.29 bis):

$$\text{Variación} = \delta A\,[\delta z \cdot \rho \cdot \alpha (1-m)\,\Delta p +$$
$$+ \delta z \cdot m \cdot \rho \cdot \beta \cdot \Delta p + m \cdot \rho \cdot \alpha \cdot \Delta p \cdot \delta z] =$$
$$= \delta A \cdot \delta p \cdot \delta z \cdot \rho\,[\alpha + m\,\beta]$$

El coeficiente de almacenamiento específico S′ viene definido por la variación de la masa de agua por unidad de de volumen en un elemento de volumen medio al variar la presión en una unidad. Luego:

$$S' = \frac{\text{variación}}{\delta V \cdot \delta p} = \frac{\text{variación}}{\delta A \cdot \delta z \cdot \delta p} = \rho (\alpha + m \beta) \tag{8.30}$$

El primer sumando $(\rho \cdot \alpha)$ representa el agua procedente de la compresión del acuífero y el segundo $(\rho \cdot m \cdot \beta)$ la procedente de la expansión del agua.

La deducción de la expresión de S′ sigue las grandes líneas de la propuesta por De Wiest (1966 b; 1969, págs. 12-13) pero S′ se refiere no a un elemento indeformable de acuífero como hace De Wiest[39], sino al elemento deformable verticalmente δV que se ha considerado en toda la deducción, siguiendo así las ideas iniciales de Jacob (1940)[40] y de acuerdo con las directrices de Cooper (1966) y Walton (1970, págs. 121-128).

α y β se miden en cm²/dina y ρ en g/cm³ de modo que las dimensiones de S′ son $(T/L)^2$.

El valor de β para el agua a 20 °C y presión atmosférica es de $4{,}6 \cdot 10^{-11}$ cm²/dina $\approx 4{,}7 \cdot 10^{-9}$ m²/kg (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968) y varía ligeramente con la temperatura y presión y también con el tipo de proceso (isotérmico o adiabático).

El valor de α es muy variable y mientras unos acuíferos tales como los formados en calizas, gravas limpias, etcétera, son muy rígidos (α es muy pequeño), los acuíferos con un cierto contenido en arcillas y limos son relativamente elásticos (α grande).

3.6 ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE MASA EN RÉGIMEN NO ESTACIONARIO. COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO DEL ACUÍFERO CAUTIVO

Cuando el régimen no es estacionario, la altura piezométrica en un determinado punto varía con el tiempo. Ello da origen a una reacción elástica del medio de modo que el agua contenida en un elemento de volumen rígido varía tal como se ha indicado en el apartado anterior.

De acuerdo con el valor de S′ definido en el apartado 3.5, la acumulación por unidad de volumen en un tiempo d t es:

$$-S' \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \, dt = F \cdot \rho \cdot dt \text{ (unidades } M/L^3)$$

siendo $\partial p / \partial t$ el ritmo de variación de presión.

De acuerdo con la fórmula (8.13 bis) se cumple que:

$$\operatorname{div}(\rho \cdot v) = \frac{\partial (\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \cdot w)}{\partial z} = -S' \frac{\partial p}{\partial t} \tag{8.31}$$

Para transformar la ecuación debe tenerse en cuenta que siendo ρ variable es:

$$h = z + \frac{1}{g} \int_{p_o}^{p} \frac{dp}{\rho(p)}$$

y que

$$u = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad ; \quad v = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad ; \quad w = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Además

$$k = k_o \frac{\rho g}{\mu}$$

y en k_o influyen las variaciones en la porosidad m, por ejemplo de acuerdo con la fórmula

$$\frac{k'_o}{k_o} = \frac{\alpha^2}{m^3} \left(1 - \frac{1-m}{\eta} \right)^3$$

en la que k'_o es la permeabilidad intrínseca después de un asentamiento η (espesor actual/espesor inicial) y k_o y m son respectivamente la permeabilidad intrínseca y la porosidad iniciales (Schneebeli, 1966, pág. 63), fórmula que se deduce de la fórmula de Kozeny (ver apartado 2.8.3 d).

El tratamiento riguroso es bastante complicado y puede encontrarse en De Wiest (1969) págs. 11-19.

Si se admiten algunas simplificaciones se puede llegar a un resultado aceptable con más facilidad. Estas sim-

[39] De Wiest obtiene $S' = \rho [(1 - m) \alpha + m \beta]$ para un elemento rígido, fórmula que ha sido discutida por Cooper (1966), el cual considera válida la formulación primitiva de Jacob.

[40] Véase Jacob, 1950, págs. 329-331.

plificaciones consisten en suponer que el medio es homogéneo e isótropo y que k es constante; además se admite que las variaciones espaciales de ρ son muy pequeñas, o sea que $\rho = cte$ en el acuífero en un mismo tiempo. Así pues:

$$h = z + \frac{p}{g\rho} + cte$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\rho \cdot g} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{\rho^2 g} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

se tiene:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

pero como es según la fórmula (8.27)

$$\Delta \rho = \rho \cdot \beta \cdot \Delta p$$

luego

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \cdot \beta \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$$

Así pues:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\rho \cdot g} [1 - p \cdot \beta] \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{1}{\rho \cdot g} \frac{\partial p}{\partial t}$$

en primera aproximación.

Sustituyendo por la fórmula (8.31), con ρ y k constantes:

$$\text{div}(\rho \cdot v) = \rho \, \text{div}(v) = -\rho \cdot k \cdot \nabla^2 h =$$

$$= -S' \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

o sea que:

$$\nabla^2 h = \frac{S'}{k} \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \qquad (8.32)$$

y multiplicando y dividiendo por b, espesor del acuífero, y recordando que, transmisividad $T = k \cdot b$ y llamando coeficiente de almacenamiento $S = b \cdot g \cdot S'$

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \qquad (8.33)$$

Si existe una aparición de agua de F $cm^3/cm^3 \cdot seg$ es:

$$\nabla^2 h + \frac{F}{k} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \qquad (8.34)$$

Teniendo en cuenta la expresión de S' (8.30) y puesto que $S = S' \cdot b \cdot g$, queda:

$$S = b \cdot \gamma \cdot (\alpha + m\,\beta) \qquad (8.35)$$

Esta expresión coincide con el valor primitivamente dado por Jacob (1940, 1950)[41] el cual es admitido universalmente.

El *coeficiente de almacenamiento*, S, que es una cantidad adimensional, equivalente a la altura de agua liberada por el acuífero al descender el nivel piezométrico una unidad, o dicho de otra forma, es el volumen de agua liberado por una columna de acuífero de su altura y sección unidad al descender el nivel piezométrico una unidad.

El valor de S se determina experimentalmente mediante ensayos de bombeo, como se expondrá a lo largo de la sección 9. También puede determinarse a través de la eficiencia barométrica o de la eficiencia a las mareas (ver capítulo 7). Si se conoce S, β y m, se puede deducir la compresibilidad del acuífero α.

Ejemplo 1

En un acuífero en calizas de 100 m de espesor, se ha determinado que $S = 10^{-4}$ y que la porosidad vale 0,05. Determinar el módulo de elasticidad del medio ($E = 1/\alpha$)

$$S = b \cdot \gamma \cdot (\alpha + m \cdot \beta)$$

$S = 10^{-4}$
$m = 0{,}05$
$b = 100$ m
$\gamma = 1000$ kg/m³
$\beta = 4{,}7 \cdot 10^{-9}$ m²/kg

$$\alpha = \frac{S}{b\gamma} - m\beta = \frac{10^{-4}}{100 \cdot 1000} - 0{,}05 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-9} =$$

$$= 7{,}65 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$E = 1/\alpha = 1{,}3 \cdot 10^{9} \text{ kg/m}^2 = 1{,}3 \cdot 10^{5} \text{ kg/cm}^2$$

[41] Véase Jacob (1950). En Verruijt (1969), puede encontrarse el tratamiento más riguroso en función de las tensiones en el terreno, llegándose a la expresión (8.35) para S.

Ejemplo 2

En un acuífero cautivo en arenas arcillosas y limosas de 20 m de espesor se ha determinado que $S = 2 \cdot 10^{-3}$ y que la porosidad vale 0,22. Determinar el módulo de elasticidad del medio ($E = 1/\alpha$).

Al igual que en el ejemplo 1,

$$\alpha = \frac{S}{b\gamma} - m\beta = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 1000} - 0{,}22 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-9} =$$

$$= 0{,}99 \cdot 10^{-7} \cdot m^2/kg$$

$$E = 1/\alpha \approx 10^7 \ kg/m^2 = 10^3 \ kg/cm^2$$

S tiene un valor mínimo cuando $\alpha = 0$, o sea cuando el acuífero es totalmente rígido.

$$S_{min} = \gamma \cdot b \cdot m \cdot \beta \approx 4{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot b \cdot m$$

para b en m.

Generalmente se toma S como una constante del acuífero, lo cual sólo es cierto en primera aproximación. Si el acuífero se deforma elásticamente sólo en parte, el valor de S es mayor para h decreciente que para h creciente. En la deducción de S se tiene además una serie de simplificaciones tales como suponer que el acuífero se deforma verticalmente.

Se supone que las reacciones elásticas son instantáneas a efectos prácticos, de modo que el agua se libera instantáneamente con el cambio de presión. En acuíferos muy heterogéneos a veces el efecto elástico es lento a consecuencia de dificultades de transferencia de las pequeñas cantidades de masa involucradas.

3.7 EL COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO EN ACUÍFEROS LIBRES

En un acuífero libre, toda variación de altura piezométrica se traduce en una reacción elástica, a semejanza de lo que sucede en los acuíferos cautivos, y en una variación del nivel libre del agua.

Volviendo a definir el coeficiente de almacenamiento como la altura de agua liberada en todo el espesor del acuífero al descender una unidad el nivel piezométrico, y suponiendo que el flujo es casi horizontal, el agua liberada procede de la reacción elástica y del descenso de nivel de una unidad

$$S = S \text{ (elástico)} + m \approx m$$

ya que la porosidad m es mucho mayor que el coeficiente de almacenamiento por reacción elástica. Debe tomarse para m el valor de la porosidad eficaz. Aunque este valor es único, el agua no se libera casi instantáneamente como en el caso de una reacción elástica; este efecto será estudiado con más detalle en la sección 9, y salvo que se indique lo contrario se supondrá que puede admitirse una reacción suficientemente rápida[42].

En el apartado 4.7 se desarrolla la ecuación de la continuidad para este caso.

[42] Otras consideraciones sobre los valores dinámicos del coeficiente de almacenamiento en acuíferos libres según como se le define, puede consultarse en Youngs (1969) y en Vachaud (1967), así como en el capítulo 9.8 y en el apéndice A.9.7.

Capítulo 8.4

Resolución de las ecuaciones diferenciales del flujo y problemas asociados a los acuíferos libres

4.1 INTRODUCCIÓN

La resolución exacta de las ecuaciones diferenciales del flujo subterráneo de acuerdo con las condiciones iniciales y de contorno de cada caso, es en general inabordable, aún en acuíferos homogéneos e isótropos. Las soluciones conocidas se reducen a casos sencillos unidimensionales y bidimensionales y aún así muchas veces se llega a fórmulas de difícil manejo y a través de procesos de cálculo complicados.

Cuando no es posible obtener soluciones o fórmulas manejables, se recurre al cálculo aproximado, algunos de cuyos métodos serán comentados en el capítulo 5, dejando para la sección 16 los métodos más generales con máquinas de cálculo electrónico y modelos analógicos. Los métodos basados en diferencias finitas y en el proceso de Galerkin son armas poderosas que se aplican intensamente en los últimos años, especialmente en acuíferos libres o con interfaces (véase por ejemplo, Pinder y Frond, 1972; Neuman y Witherspoon, 1971; Neuman, 1973). Aun así, muchas veces sólo es posible tratar problemas reductibles a casos bidimensionales.

La presencia de una superficie libre supone una considerable complicación ya que es a la vez condición de contorno y solución. Por ello se buscan soluciones aproximadas.

En la sección 9 se verán varias de las soluciones sencillas que en general cubren una amplia gama de los posibles casos prácticos que pueden presentarse.

En los apéndices A.8.1, 2 y 3 se dan algunos principios de cálculo para orientar al lector sobre las principales herramientas matemáticas disponibles.

4.2 RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DEL FLUJO SUBTERRÁNEO

La resolución de la ecuación diferencial general del flujo subterráneo es normalmente muy difícil o imposible de realizar por métodos analíticos. Puede resolverse en cada caso particular recurriendo a métodos aproximados y de aproximaciones sucesivas de rápida convergencia, siendo frecuente el tener que recurrir a un calculador electrónico para efectuar las operaciones con suficiente rapidez (ver sección 16).

Afortunadamente, muchos casos prácticos admiten simplificaciones tales que permiten llegar a ecuaciones diferenciales más sencillas y resolubles a veces por métodos analíticos.

En lo que respecta a la dependencia espacial, a veces puede reducirse el número de dimensiones a dos o a uno.

Así por ejemplo, cuando las variaciones de velocidad respecto a una coordenada son nulas se pasa a un problema bidimensional o plano; tal es por ejemplo el movimiento del agua en un acuífero cautivo horizontal de espesor constante y con manantiales y sumideros (ríos y pozos por ejemplo) que afectan por igual a todo el espesor del acuífero (fig. 8.23), ya que en este caso las variaciones según la vertical (eje z) son nulas; otros ejemplos son los de flujo hacia una galería de gran longitud (fig. 8.24) o a través de una presa de tierra también de gran longitud, en los que la variación según la galería o la presa (eje y) es nula. El flujo plano será objeto del capítulo 5 y será también desarrollado en la sección 9. En el mismo:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

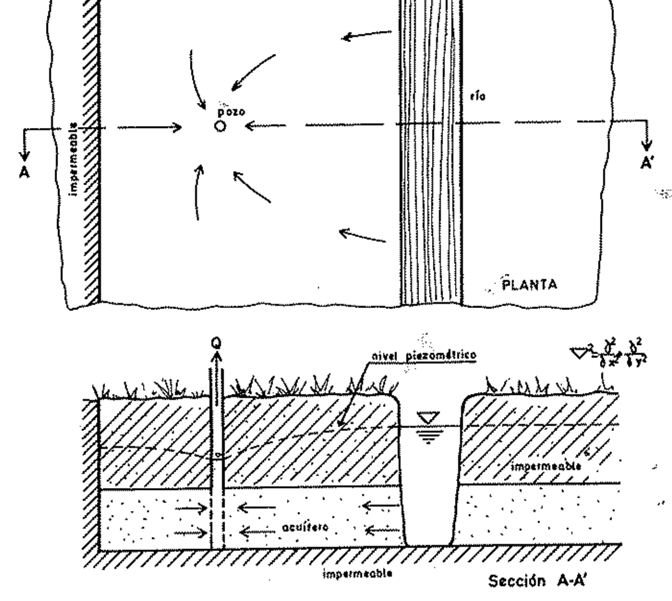


FIGURA 8.23
Problema de flujo bidimensional en el plano xy *(horizontal).*

o bien

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \tag{8.36}$$

según se tome un plano horizontal (x, y) o un plano vertical (x, z).

En ocasiones el problema puede ser incluso de una sola dimensión como en el caso de flujo entre dos zanjas paralelas en un acuífero confinado ya que no hay variación según y ni según z (fig. 8.25):

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{8.37}$$

o bien

$$\nabla^2 h = \frac{d^2 h}{d x^2}$$

en derivadas totales si el régimen es estacionario

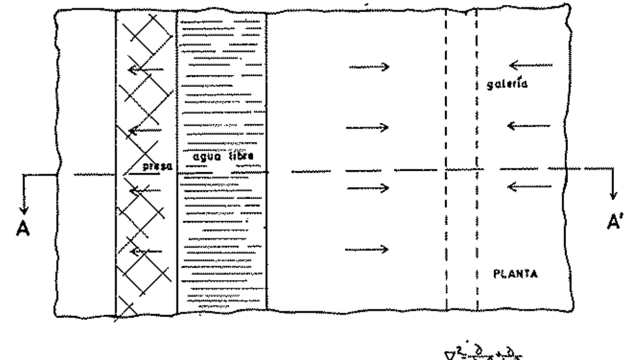
$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

Un cambio acertado de coordenadas (ver apéndice A.8.2) puede ayudar a la reducción del número de variables espaciales. En el caso de un pozo vertical en un acuífero horizontal homogéneo, isótropo e infinito, los vectores velocidad sólo dependen de la distancia al pozo y de la altura pero no del ángulo o sea que la variación según φ en coordenadas cilíndricas, con eje coincidiendo con el del pozo, es nula; se dice que el problema es axisimétrico. Si además todos los vectores velocidad son iguales, como en el caso de un pozo que atraviesa todo el acuífero cautivo, se anula también la dependencia respecto al eje vertical (eje z) y el problema es unidimensional y se llama radial plano (fig. 8.26). En él se tiene:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)$$

y si el régimen es permanente ($\partial h/\partial t = 0$), las derivadas son totales.

Si en el acuífero homogéneo e isótropo existen puntos manantial o sumidero, la transformación a coordenadas esféricas es recomendable. Así en un acuífero de espesor



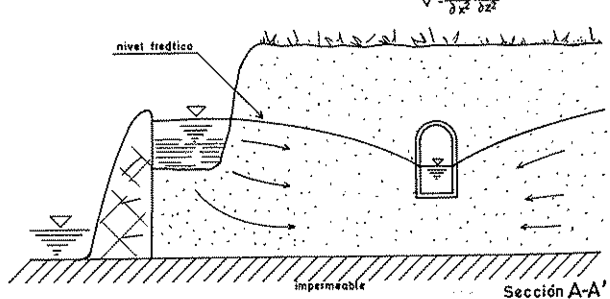
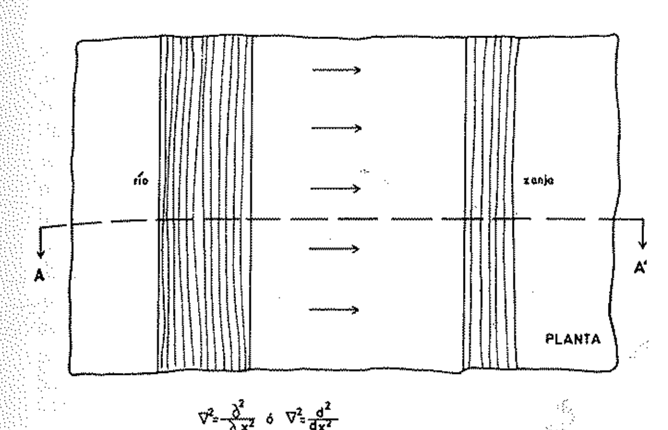


FIGURA 8.24
Ejemplo de flujo bidimensional en el plano xz *(vertical).*



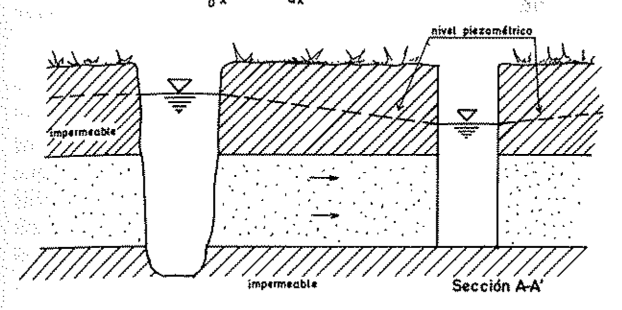


FIGURA 8.25
Problema de flujo unidimensional según el eje x.

constante la dependencia respecto al ángulo de posición φ puede anularse quedando un problema bidimensional también axisimétrico y si el acuífero es de gran extensión horizontal y vertical la dependencia angular respecto a φ y θ se anula, y queda un problema unidimensional o esférico puro. Para el mismo se cumple:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial h}{\partial r} \right)$$

y si el régimen es permanente ($\partial h / \partial t = 0$) las derivadas son totales.

El problema se simplifica mucho en régimen permanente al ser $\partial h / \partial t = 0$.

En régimen no permanente el problema se complica debido a la existencia de la derivada temporal.

En general los métodos de resolución se basan en los desarrollados para la transmisión calorífica a finales del siglo pasado y principios del actual; con frecuencia se recurre a la búsqueda de soluciones en las que la dependencia espacial y la dependencia temporal sean separables, o sea soluciones del tipo $R(x, y, z) \cdot \tau(t) =$ $=$ cte; ello lleva a que con $F = 0$:

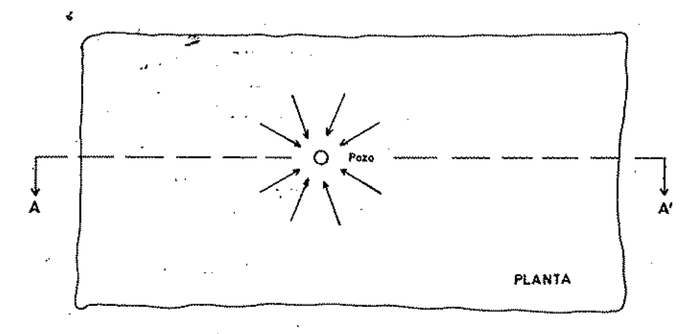
$$\tau \nabla^2 R = \frac{S}{T} R \frac{\partial \tau}{\partial t}$$

y dividiendo por $\tau \cdot R$

$$\frac{1}{R} \nabla^2 R = C \frac{S}{T} \frac{1}{\tau} \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

Como el primer miembro sólo es función de x, y, z, y el segundo lo es sólo de T, debe ser:

$$\frac{1}{2} \nabla^2 R = C \quad \text{y} \quad \frac{S}{T} \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} = C$$



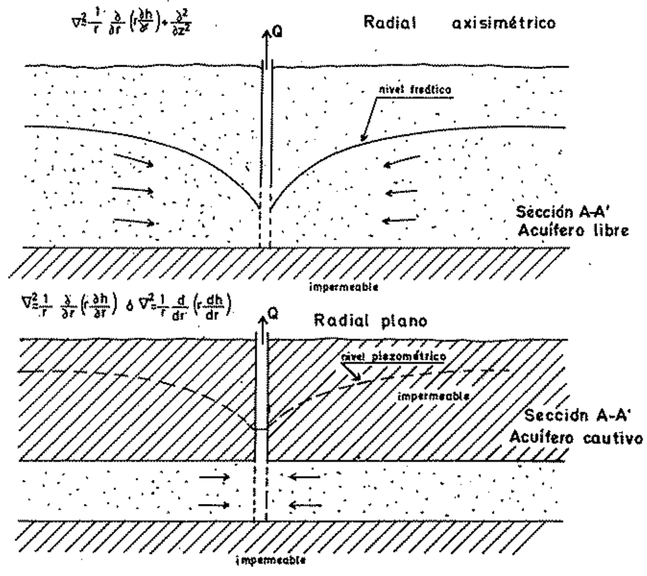


FIGURA 8.26
Problema radial o axisimétrico y problema radial plano.

siendo C una constante; las soluciones de este tipo suponen que la forma de las superficies piezométricas o de las equipotenciales se mantiene constante (la curvatura definida por ∇^2 no varía) al variar el tiempo.

En la resolución de las ecuaciones diferenciales es frecuente recurrir a métodos como los de la transformada de Laplace, transformada de Fourier, etc., y las soluciones obtenidas son combinaciones de soluciones particulares independientes (ver apéndice A.8.1).

Es frecuente que la solución de un problema se pueda reducir a la suma de soluciones de problemas más sencillos o sea por superposición[43]. La teoría de las imágenes transforma un medio finito en un medio infinito y por ello es de gran utilidad y será estudiado en la sección 9.

En sistemas anisótropos, si se realiza una transformación de coordenadas:

$$x = X\sqrt{\frac{k_x}{k_a}} \quad ; \quad y = Y\sqrt{\frac{k_y}{k_a}} \quad ; \quad z = Z\sqrt{\frac{k_z}{k_a}} \tag{8.38}$$

siendo (x, y, z) las coordenadas originales, (X, Y, Z) las nuevas, k_x, k_y, k_z las permeabilidades según los ejes coordenados y k_a un valor arbitrario, en el nuevo sistema de coordenadas (X, Y, Z) el problema es isótropo con permeabilidad k_a. Es frecuente tomar $k_a = k_z$. Una vez resuelto el problema en el nuevo sistema, se convierte al sistema inicial.

En Bear, Zaslavsky e Irmay (1968 págs. 119-189 y en Polubarinova-Kochina (1952) pueden encontrarse muchos de los posibles métodos de resolución ya sean directos, indirectos, basados en la teoría de funciones, en las teorías del análisis funcional y variacional, etc. Muchos de esos métodos son sólo aplicables a flujos bidimensionales tales como los métodos de la transformación conforme, hodógrafa, funciones de Green, etc., y serán comentados muy sucintamente en el capítulo 5.

4.3 CONDICIONES INICIALES Y CONDICIONES DE CONTORNO

La resolución de la ecuación diferencial viene ligada al cumplimiento de las condiciones del problema. Si se ha conseguido la solución analítica general, en la misma existen constantes o funciones arbitrarias que es preciso determinar (ver apéndice A.8.1).

[43] Ver sección 9.

Las condiciones que se refieren al cumplimiento de las condiciones del flujo en un momento determinado, en general al principio y/o al final, son las llamadas condiciones iniciales. Tales son por ejemplo las condiciones de ausencia de flujo en cualquier tiempo anterior al tomado como origen, caudal de bombeo nulo en cualquier tiempo anterior al tomado por origen y caudal constante y conocido en cualquier tiempo posterior, etc.

Las condiciones que se refieren al cumplimiento de las restricciones físicas en el espacio son las condiciones de contorno; tales son la condición de una base impermeable del acuífero, de que el nivel libre de agua tenga presión constante, etc. Estas condiciones de contorno deben cumplirse en todo momento.

Las principales condiciones de contorno a considerar son:

a) *Condición de límite impermeable*

En un límite impermeable no existe flujo normal; los vectores velocidad han de ser paralelos al mismo, lo que quiere decir que es una superficie formada por líneas de corriente y que las superficies equipotenciales le son perpendiculares. Si n es una línea normal al límite impermeable, sobre el mismo se cumple que:

$$k_n \cdot \frac{\partial h}{\partial n} = 0$$

En la figura 8.27 los límites BCDE y EN son contornos impermeables.

b) *Condición de límite con agua libre o medio muy permeable*

Un límite en contacto con agua libre (lago, embalse, mar, río, etc.) o con un medio muy permeable se caracteriza porque sobre él mismo el potencial es constante, ya que la permeabilidad exterior es muy elevada; en estas condiciones los vectores velocidad son normales al límite ya que no es posible la existencia de una componente tangencial. Las líneas de corriente son perpendiculares al límite, y éste actúa como una superficie equipotencial. Si s es una línea sobre el contorno, se cumple que:

$$k_s \cdot \frac{\partial h}{\partial s} = 0$$

siendo también h_t = cte.

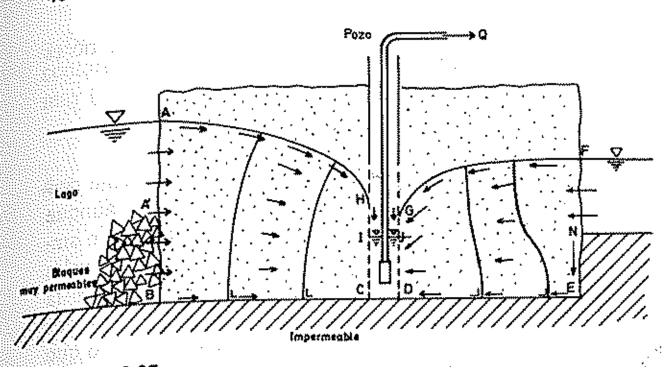


FIGURA 8.27
Condiciones de contorno.

Si entre el nivel de agua libre y el acuífero existe una capa de material poco permeable el acuífero no está comunicado directamente con aquella, se trata de un problema diferente con tres medios.

En unos problemas el potencial sobre el límite es constante (por ejemplo caso de un gran lago), mientras que en otros es variable pero aquel sigue siendo una superficie equipotencial, como en las paredes de un pozo en bombeo.

En la figura 8.27 el límite AA'B, es de potencial constante. También lo es el FN. Los IC y JD también lo son en el supuesto de que la pérdida de carga interior en el pozo sea pequeña y que el efecto de paso por la zona filtrante sea poco importante.

c) *Límite de superficie libre o nivel freático*

Una superficie libre es una superficie límite variable tal que a lo largo de la misma la presión es uniforme. Físicamente corresponde al nivel del agua en un acuífero freático[44] y está toda ella a presión atmosférica. En régimen estacionario y en ausencia de recarga o descarga (ausencia de fuentes o manantiales), está formada por líneas de corriente.

Sobre el nivel freático se cumple que:

$$h(x, y, z_o, t) = \frac{p_a}{\gamma} + z_o + \text{cte} = \text{cte}' + z_o$$

en la que p_a es la presión atmosférica (generalmente se toma como cero) y z_o es la posición en altura del mismo.

[44] En realidad el nivel saturado incluye la franja capilar, pero en general es pequeña y se prescindirá de ella. Para más detalles véase el capítulo 8.

La posición de la superficie freática es desconocida a priori ya que es una solución del problema, pero al mismo tiempo es condición de contorno. Eso hace que su determinación sea uno de los problemas más arduos de la hidráulica subterránea, insoluble por métodos exactos en tres dimensiones y con sólo algunas soluciones complicadas y de dudosa aplicabilidad en régimen bidimensional. Más adelante (apartado 4.7) se comentarán las aproximaciones de Dupuit-Fochheimer que permiten llegar a expresiones razonables.

En la figura 8.27, las superficies AH y FG son superficies libres.

La superficie freática debe cumplir (Hantush 1964, pág. 299):

$$\frac{m}{k}\,\frac{\partial h}{\partial t} = \text{grad } h \cdot \text{grad } h - \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)_{z = z_o}$$

en la que m es la porosidad.

En régimen variable la superficie libre cambia y por lo tanto la velocidad tiene una componente normal a la misma; las líneas de corriente son oblicuas a la superficie freática (fig. 8.28). Lo mismo sucede, aún en régimen permanente, si existe una recarga a través del medio no saturado superior (fig. 8.29).

En el caso de recarga procedente del medio no saturado superior y en régimen estacionario, las líneas de corriente forman un ángulo θ con el nivel freático dado por (Hantush, 1964, pág. 297):

$$\text{tg}\,(\theta + \delta) = \frac{k}{W}\,\text{tg}\,\delta$$

W = ritmo de recarga en $m^3/m^2 \cdot$ día = m/día (L/T)
δ = ángulo de inclinación del nivel freático respecto a la horizontal.

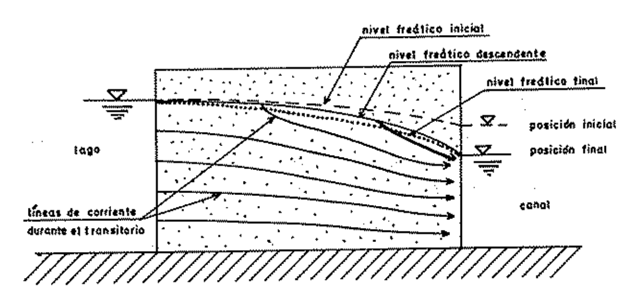


FIGURA 8.28
Superficie libre descendente a causa de un descenso rápido del agua en el canal. Algunas líneas de corriente parten de la superficie libre, ya que ésta está en movimiento.

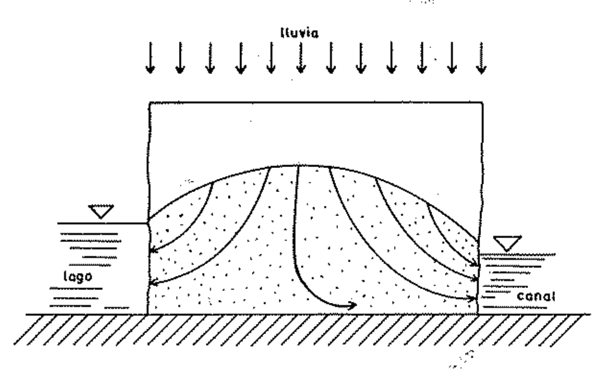


FIGURA 8.29

Superficie freática que recibe aportes verticales. Las líneas de corriente parten de la misma.

d) *Superficies de goteo o de rezume*

Cuando la superficie libre en el sentido de aguas abajo es cortada por una superficie en contacto con la atmósfera (superficies HI y GJ en la figura 8.27) el agua que llega a la misma entre el nivel freático y el nivel libre del agua cae por gravedad; la superficie en que se produce este fenómeno se llama *superficie de rezume o de goteo* («seepage surface», en inglés y «surface de suintement», en francés).

Prescindiendo de los efectos de capilaridad y pérdidas de carga en el límite, en la superficie de rezume la condición de contorno es de presión constante, en general la atmosférica. Aunque sea una superficie de presión constante no es una superficie libre (nivel freático), ni tampoco es una superficie equipotencial ni una superficie de líneas de corriente.

La altura de la zona de rezume no es conocida a priori ya que depende de la posición de la superficie libre, que como se ha dicho, es solución y contorno del problema a la vez:

Cuando existe agua libre bajo la superficie de rezume (en ocasiones puede lindar simplemente con una base impermeable) y la pendiente de la superficie libre es pequeña, la altura de la superficie de rezume es también pequeña y puede prescindirse de la misma (fig. 8.30 A). No sucede lo mismo cuando la pendiente es importante o no existe nivel de agua libre (fig. 8.30 A y B)[45].

Como se verá en el apartado 4.4 la velocidad del agua en el límite inferior de la superficie de goteo es teóricamente infinita. En la realidad tiene un límite superior ya que entra en la zona de régimen para el que no es válida la ley de Darcy.

[45] En los apartados 2.6.2 y 16.2.2, de la sección 9 pueden verse algunas fórmulas para el cálculo de la altura de la superficie de rezume h′.

e) *Límites entre dos medios*

Si se tienen dos medios permeables con diferente permeabilidad k_1 y k_2 tales que puede establecerse, aunque sea aproximadamente, una superficie frontera entre ambos (medio 1 y medio 2) debe cumplirse que los niveles piezométricos deben ser iguales a un lado y otro de la superficie frontera y que además el agua que entra por un lado debe ser igual a la que sale por el otro o lo que es lo mismo, que las velocidades normales deben ser iguales.

$$(h_1)_f = (h_2)_f$$

$$k_1 \left(\frac{\partial h_1}{\partial n} \right)_f = k_2 \left(\frac{\partial h_2}{\partial n} \right)_f$$

en las que el subíndice f indica el valor en la superficie frontera y n es una línea normal a la misma.

El resultado es que las líneas de corriente son refractadas (fig. 8.31) de modo que:

$$k_1/k_2 = \operatorname{tg} \theta_1/\operatorname{tg} \theta_2$$

en la que θ_1 y θ_2 son respectivamente los ángulos de inclinación de la línea de corriente con la normal a la superficie frontera.

Cuando el límite viene determinado por la existencia de un líquido inmiscible continuo, si la superficie de separación o interfase es de pequeña curvatura, ésta actúa como un límite impermeable móvil, o mejor aún como una superficie libre a presión diferente de la atmosférica.

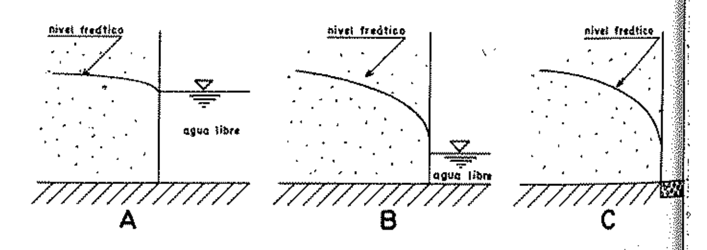


FIGURA 8.30

Importancia de la altura de la superficie de rezume, según la pendiente de la superficie piezométrica.

Detalles complementarios sobre las condiciones de contorno pueden encontrarse en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 88-106.

4.4 JUSTIFICACIÓN DE LA EXISTENCIA DE LA SUPERFICIE DE REZUME O DE GOTEO

De acuerdo con Muskat (1937) págs. 289-290, supóngase que la superficie límite del medio sea A A′ (figura 8.32) y que el nivel libre del agua corte a esa superficie frontera en B. La línea de corriente que acaba en B, JB, debe ser normal a A A′ en B ya que de no ser así existiría una componente del movimiento a lo largo de A A′ que no existe en la masa de agua libre.

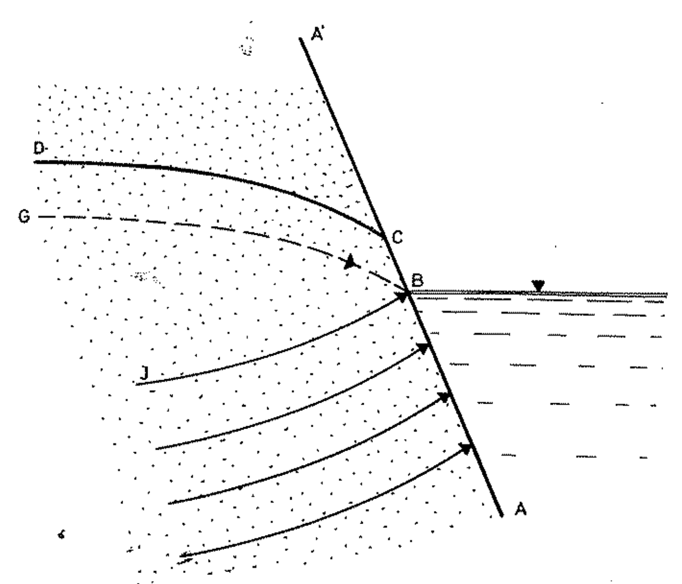
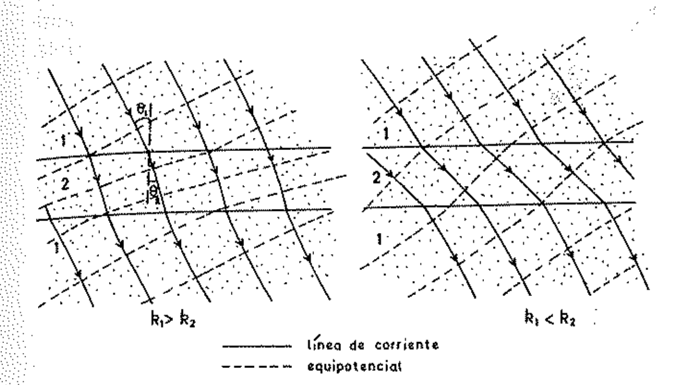


FIGURA 8.32
Superficie de goteo o de rezume.

Si se admite hipotéticamente que la superficie libre del fluido está definida por una línea tal como GB, que pasa también por B, por la ley de la continuidad el fluido que circula entre GB y JB debe tener en B una velocidad vertical infinita, lo cual es imposible ya que la velocidad del agua según GB es la componente de la gravedad según ella y por lo tanto siempre finita. Por lo tanto es imposible que GB pueda ser la superficie libre y ésta debe ser tal como DC quedando una superficie de goteo CB.

La existencia de la superficie de goteo puede ser también justificada para paredes verticales o con inclinación invertida (Muskat, 1937, págs. 290-292).

En la figura 8.33, se dibuja la variación de la velocidad horizontal a lo largo de AA′ (fig. 8.32) en la que se aprecia que si bien se respeta la condición de superficie libre no se evita la gran velocidad del agua en el punto B de la figura 8.32, el cual es un punto (línea) de cavitación[46]; en el mismo la erosión y corrosión del agua pueden ser importantes.



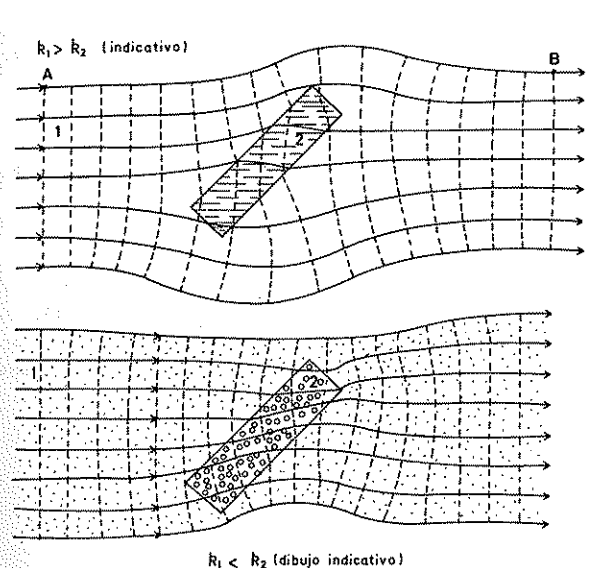


FIGURA 8.31
Efecto de las heterogeneidades sobre las líneas de flujo. Si k aumenta las líneas equipotenciales tienden a separarse y las líneas de corriente a juntarse, o sea que la dirección del flujo se hace más oblicua a la normal a la interfase. (se acerca a la interfase).

[46] Véase el apartado 4.6.

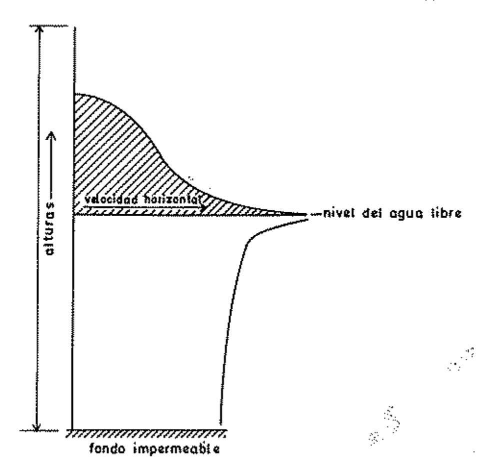


FIGURA 8.33
Variación de la velocidad de salida del agua a lo largo de una superficie límite con la atmósfera (superficie de rezume) y con agua libre.

Esta discontinuidad existe también en las propias velocidades verticales ya que por encima del nivel libre de agua la velocidad es la de caída libre y por debajo es nula ya que el potencial no varía con la profundidad (Diker, 1969 pág. 297). Sin embargo se trata de discontinuidades integrables y como en general la magnitud calculada es el flujo total saliente, esta singularidad no tiene mayor influencia.

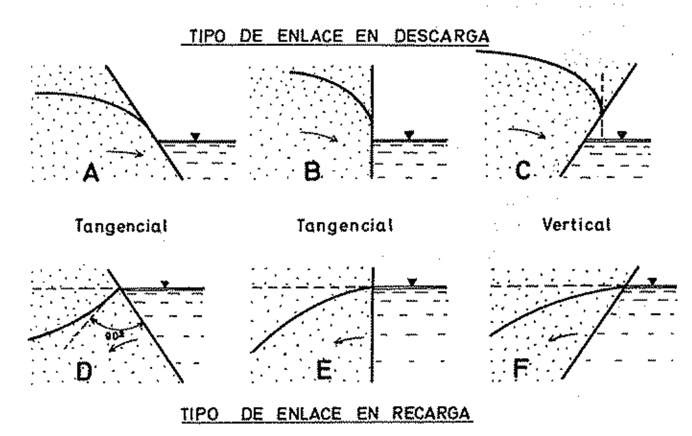


FIGURA 8.34
Forma de la superficie libre del agua subterránea junto a una pared filtrante.

4.5 TIPOS DE ENLACE DE LA SUPERFICIE LIBRE CON LOS LÍMITES FÍSICOS DEL MEDIO

En la figura 8.34 están señalados los principales tipos de enlace, tanto en la zona de salida de agua como en la zona de entrada.

En los casos E y F la superficie libre no es tangente a la horizontal ya que si así fuese no existiría gradiente de circulación; el problema se ve claramente cuando el acuífero es cautivo.

Sólo puede admitirse que es tangente si se hace variar la velocidad de entrada a lo largo de la superficie límite con el agua libre, lo que no es teóricamente posible.

4.6 PUNTOS SINGULARES EN LOS SISTEMAS DE FLUJO

En general dos líneas de corriente no se cortan ni sufren cambios bruscos de dirección. Si tal cosa sucede se está ante puntos singulares.

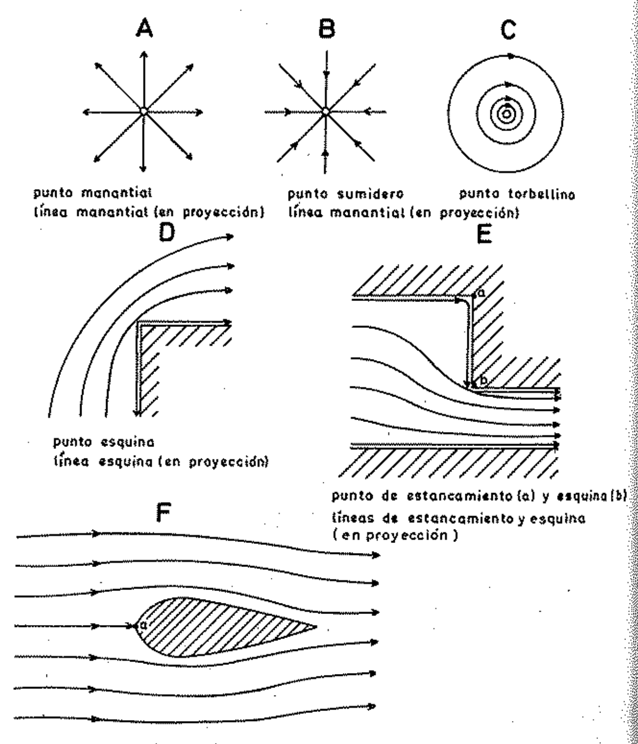


FIGURA 8.35
Puntos singulares en sistemas de flujo. Pueden ser casos bidimensionales y/o tridimensionales.

Cuando las líneas de corriente convergen en un punto se está ante un *punto sumente o sumidero* (fig. 8.35 A) y cuando divergen de un punto se está ante un *punto manantial o fuente* (fig. 8.35 B). En ambos casos, la velocidad del agua en esos puntos debe ser teóricamente infinita ya que todo el flujo existente entre dos líneas de flujo debe pasar por un punto; en estos casos en que se tiene velocidad infinita se habla genéricamente de un *punto de cavitación*. Cuando las líneas de corriente forman curvas cerradas alrededor de un punto (figura 8.35 C), se dice que éste es un *torbellino o vórtice* (remolino) y en él la velocidad es también infinita y por lo tanto también es un punto de cavitación. También se pueden tener puntos de cavitación en ángulos bruscos convexos de los límites del sistema como en los *puntos esquina* (fig. 8.35 D).

Otras veces en el punto singular la velocidad del agua es nula y se tiene un *punto de estacionamiento* o de estancamiento tal como el que resulta de la intersección con un borde impermeable (fig. 8.35 E y F).

La unión de una serie de estos puntos puede dar lugar a curvas singulares tales como líneas de esquina o angulares, etc. Los planos no pueden ser singulares ni tampoco las líneas en caso de flujo bidimensional.

En realidad las definiciones dadas no son rigurosas y mezclan conceptos de flujo bidimensional, pero sirve al propósito de presentación.

4.7 TRANSFORMACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL FLUJO PARA ACUÍFEROS LIBRES. APROXIMACIONES DE DUPUIT-FORCHHEIMER

Muchos problemas de flujo tridimensional, como por ejemplo los de flujo libre o los de flujo en acuíferos de espesor variable, pueden resolverse integrando la ecuación del flujo según el eje vertical (eje z). Ello equivale a trabajar con potenciales medios en la vertical, los cuales pueden ser conocidos y con frecuencia lo son si se dispone de pozos de observación abiertos en todo el espesor del acuífero.

Si la ecuación de la superficie libre (o en su caso el techo del acuífero si es cautivo) es $z = H(x,g,t)$ y la de la base impermeable o semipermeable es $z = f(x,y)$, invariable en el tiempo, se cumple que (Hantush 1964, pág. 301, Diker, 1969).

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial(b\bar{h})}{\partial x} - h(H)\frac{\partial H}{\partial x} + h(f)\frac{\partial f}{\partial x}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial(b\bar{h})}{\partial y} - h(H)\frac{\partial H}{\partial y} + h(f)\frac{\partial f}{\partial y}\right) -$$

$$-\frac{W_1 - W_2}{k} + \frac{b \cdot \bar{F}}{k} =$$

$$= \frac{m}{k}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{S'}{k}\left(\frac{\partial(b\bar{h})}{\partial t} - h(H)\frac{\partial H}{\partial t}\right)$$

en la que b es el espesor saturado del acuífero, $\bar{h}$ la altura piezométrica media en la vertical, h(H) y h(f) la altura piezométrica en el límite superior y en el límite inferior, k la permeabilidad, m la porosidad, S′ el almacenamiento específico, $\bar{F}$ el aporte medio de agua en la vertical y W_1 y W_2 el aporte medio de agua verticalmente a través del límite inferior y del límite superior respectivamente:

$$\bar{F} = \frac{1}{b}\int_f^H F\,dz \qquad y \qquad \bar{h} = \frac{1}{b}\int_f^H h\,dz$$

$S' = S_i/b$ siendo S_i el coeficiente de almacenamiento elástico.

Las dimensiones son $\bar{F}(1/T)$; $\bar{h}(L)$; $S_i(1/L)$.

El segundo miembro representa la variación de almacenamiento en cada prisma vertical de acuífero de sección unidad; llamando S al coeficiente de almacenamiento, éste puede expresarse como:

$$S = m + S_i$$

siendo S_i el coeficiente de almacenamiento del medio confinado

$$S_i = \gamma \cdot b(\alpha + m\,\beta)^{(47)}$$

Como es $m \gg S_i$
puede considerarse sin gran error que para un acuífero libre es $S \approx m$ como ya se estableció en el apartado 3.7. En el capítulo 9.8 se darán algunas restricciones prácticas a este resultado.

Si es $\bar{F} = W_1 = W_2 = 0$ y el fondo es horizontal queda:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial(b\bar{h})}{\partial x} - h(H)\frac{\partial H}{\partial x}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial(b\bar{h})}{\partial y} - h(H)\frac{\partial H}{\partial y}\right) =$$

$$= \frac{m}{k}\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

[47] Véase el apartado 3.6.

pero como es además b = H

$$\frac{\partial}{d x}\left([\bar{h}-h(H)]\frac{\partial H}{\partial x}+H\frac{\partial h}{\partial x}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left([\bar{h}-h(H)]\frac{\partial H}{\partial y}+H\frac{\partial h}{\partial y}\right)=\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

Las *hipótesis* simplificativas de *Dupuit-Forchheimer* suponen que:

1) En cualquier lugar la velocidad es horizontal, o sea que las superficies equipotenciales son planos verticales.

2) Se supone que el gradiente a lo largo de una vertical es constante e igual a la pendiente del nivel libre del agua.

Estas hipótesis son aceptables cuando la pendiente de la superficie piezométrica es pequeña. Se supone que la superficie de rezume no existe o es de altura despreciable.

La primera hipótesis establece que $\bar{h} = h(H) = H$ luego:

$$H\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)+\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2=$$

$$=\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2}=\frac{2S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

o bien

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial H}{\partial y}\right)=\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

que es una ecuación parabólica (tipo Poisson), conocida como ecuación de Boussinesq. Se trata de ecuación no lineal en H.

Como se supone que la pendiente de la superficie piezométrica es pequeña, puede prescindirse de $(\partial H/\partial x)^2$ y $(\partial H/\partial y)^2$, quedando:

$$H\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)=\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

en la que la condición del problema $z = H(x, y, t)$ es la ecuación de la superficie libre y también la altura del nivel saturado sobre la base horizontal y S = m.

En régimen estacionario es:

$$\nabla^2(H^2)=\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2}=0 \qquad (8.39)$$

conocida con el nombre de ecuación de Dupuit-Forchheimer, la cual también puede escribirse:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial H}{\partial y}\right)=0$$

La forma más simple de la ecuación de Boussinesq es la que corresponde a una sola dimensión horizontal:

$$\frac{\partial}{\partial H}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial^2 x^2}=\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

y si los cuadrados de las derivadas primeras son despreciables:

$$H\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=-\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (8.40)$$

aplicable al flujo bidimensional en un plano vertical y con flujo horizontal. Si el flujo es inclinado y paralelo a una base inclinada de pendiente i, la ecuación toma la forma:

$$\frac{S}{k}\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)-i\frac{\partial H}{\partial x} \qquad (8.41)$$

Se trata de ecuaciones no lineales de difícil resolución, que en general se tratan por métodos aproximados (Terzidis, 1968).

Las ecuaciones aplicadas a acuíferos libres con fondo inclinado dan origen a los problemas de Paulovsky, llamados así por haber sido este investigador ruso el primero en dar soluciones para los mismos[48, 49].

Las fórmulas de Forchheimer y de Boussinesq pueden ser obtenidas de forma más elemental considerando el prisma de acuífero libre de base horizontal de la figu-

[48] Ver capítulo 9.12.

[49] El tratamiento detallado de estos casos puede consultarse en Polubarinova-Kochina (1953), Harr (1962), Bear, Zalavsky e Irmay (1968) y Aravin y Numerov (1953), entre otros textos.

499

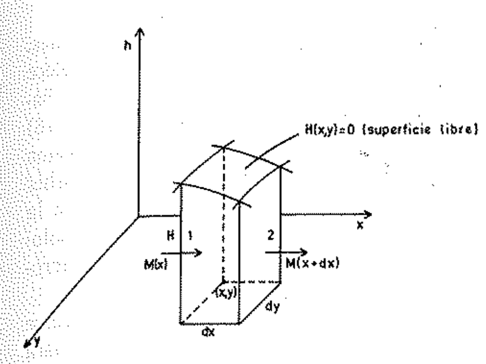


FIGURA 8.36
Prisma de acuífero libre de base horizontal para establecer la fórmula de Forchheimer.

ra 8.36. La masa de agua que penetra por la cara 1, teniendo en cuenta que de acuerdo con las aproximaciones de Dupuit-Forchheimer el flujo es horizontal, el potencial constante en la vertical y definido por la altura de la superficie libre y que el gradiente viene dado por la pendiente de la misma es:

$$M(x) = -\rho \cdot k \cdot H(x) \cdot dy \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_x \cdot dt$$

y la masa de agua saliente por la cara 2 es:

$$M(x + dx) = \rho \cdot k \cdot H(x + dx)\, dy \left(\frac{\partial H}{dx}\right)_{x+dx} \cdot dt$$

y la diferencia entre la entrada y la salida es:

$$M(x) - M(x + dx) =$$

$$= -\rho \cdot k \cdot dy \cdot dt \left[\left(H \cdot \frac{\partial H}{\partial x}\right)_x - \left(H \frac{\partial H}{\partial x}\right)_{x+dx}\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2} \rho k \cdot dy \cdot dt \left[\left(\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)_x - \left(\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)_{x+dx}\right] =$$

$$= -\tfrac{1}{2} \rho k \cdot dy \cdot dx \cdot dt \frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2}$$

después de haber realizado el desarrollo en serie de la expresión entre corchetes y haber despreciado los términos de orden superior al primero. Se ha supuesto que ρ (densidad) y k (permeabilidad) son constantes. Se obtiene una expresión similar según el eje y.

La diferencia total entre entradas y salidas en el tiempo d t es:

$$-\tfrac{1}{2} \rho k \cdot dx \cdot dy \cdot dt \left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2}\right)$$

que tiene que ser igual, en ausencia de aportes o generación de agua al agua liberada por el descenso del nivel libre:

$$-\tfrac{1}{2} \rho k \cdot dx \cdot dy \cdot dt \left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2}\right) =$$

$$= -\rho \cdot m \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial H}{\partial t}$$

o sea:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} = 2 \frac{m}{k} \frac{\partial H}{\partial t} \qquad (8.42)$$

(fórmula de Boussinesq)

y en régimen permanente:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{(fórmula de Forchheimer)}$$

Si existe un aporte de agua vertical W ($m^3/m^2 \cdot$ día = = m/día)

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} + \frac{2W}{k} = 2 \frac{m}{k} \frac{\partial H}{\partial t}$$

o bien:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} + \frac{2W}{k} = 0 \text{ en régimen permanente}$$

Las fórmulas de Boussinesq y Forchheimer, permiten calcular directamente la ecuación de la superficie libre, pero es preciso recordar que es una aproximación válida sólo si la pendiente de la superficie piezométrica es

pequeña. De no ser así la superficie piezométrica puede quedar definida con gran error[50].

Si las propiedades varían con la orientación puede escribirse (Rushton y Tomlison, 1971):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x H \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y H \frac{\partial H}{\partial y}\right) + W = S \frac{\partial H}{\partial t}$$

Si conviene, puede mejorarse algo la aproximación de Dupuit-Forchheimer en las proximidades de las superficies de salidas verticales, fijando una altura h' para la superficie de rezume, como se verá en los apartados 2.6.2 y 16.2.2 de la sección 9.

A fin de mejorar la aproximación de Dupuit-Forchheimer, se han propuesto algunas otras aproximaciones. En problemas estacionarios en que el flujo se establece sobre una base impermeable inclinada, Dupuit y Pavlovsky (véase Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 418) suponen que la velocidad es un vector con la misma inclinación. En varios trabajos publicados por Kashef (1965, 1970) se establece una variación vertical de la velocidad, obteniéndose en algunos casos sencillos soluciones próximas a las calculadas por métodos de aproximaciones sucesivas (apartado 8.3 del capítulo 9.8).

La resolución de casos complejos no puede hacerse directamente por superposición de las soluciones para casos simples puesto que cada problema altera los límites físicos del sistema (establece su propia posición de la superficie libre).

[50] El tratamiento de acuíferos estratificados con superficie libre puede consultarse en Polubarinova-Kochina (1952) y en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968), págs. 209-211.

Capítulo 8.5

Propiedades y construcción de las redes de flujo

5.1 INTRODUCCIÓN

Cuando los vectores velocidad del agua subterránea son, a efectos prácticos, paralelos a un plano horizontal o vertical, es posible reducir el número de variables espaciales a dos; también puede efectuarse una similar reducción cuando el problema es axisimétrico. En el apartado 4.2 del capítulo anterior fueron ya discutidas estas cuestiones.

Cuando la ecuación diferencial del flujo estacionario queda reducida a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \qquad (8.44)$$

se tienen unas propiedades especiales que simplifican mucho la resolución del problema respecto al caso tridimensional y/o en régimen no permanente. No sólo se incrementa la posibilidad de tener soluciones analíticas sencillas, sino que es posible adaptar el problema de forma más o menos fácil al cálculo numérico y al análisis con modelos analógicos. Una de las herramientas más útiles del cálculo numérico aproximado son las redes de flujo. Las técnicas numéricas y analógicas de resolución serán objeto de la sección 16, aunque al final del presente capítulo se indicarán los principios de los métodos numéricos de relajación.

5.2 LEYES DEL FLUJO BIDIMENSIONAL. FUNCIÓN POTENCIAL Y FUNCIÓN DE CORRIENTE

En un medio continuo, incompresible, homogéneo, isótropo y estacionario, en el que no existe variación de potencial según el eje z, la ecuación de la continuidad se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

o sea

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \qquad (8.45)$$

siendo

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -k \frac{\partial h}{\partial x}$$
$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -k \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (8.46)$$

Se toma $\Phi = -\varphi$, definido en el apartado 3.2.

Si el eje x es horizontal y el eje y vertical:

$$h = \frac{p}{\gamma} + y + \text{cte}$$

$$\Phi = -k \left(\frac{p}{\gamma} + y \right) + \text{cte}$$

Si los ejes x, y son horizontales:

$$h = \frac{p}{\gamma} + \text{cte}$$

$$\Phi = -k \frac{p}{\gamma} + \text{cte}$$

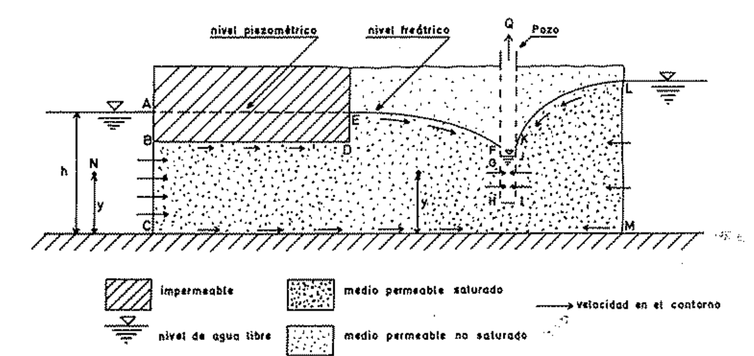


FIGURA 8.37
Movimiento del agua libre hacia un pozo de bombeo.

De acuerdo con las propiedades de las funciones armónicas conjugadas (ver apéndice A.8.3), al haz de líneas Φ = cte (equipotenciales) le corresponde otro haz de líneas ortogonal ψ = cte (líneas de corriente) de modo que se cumple:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{8.47}$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

El flujo q entre dos líneas ψ_1 y ψ_2 vale $q = \psi_1 - \psi_2$ (m^3/seg/m = m^2/seg).

Cuando dos líneas de corriente se acercan, la velocidad debe aumentar.

El sistema de líneas Φ y ψ es único y entre ellas existe la relación (ver apartado A.3.2):

$$d\psi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dy - \frac{\partial \Phi}{\partial y} dx \tag{8.48}$$

$$d\Phi = \frac{\partial \psi}{\partial y} dx - \frac{\partial \psi}{\partial x} dy \tag{8.49}$$

La existencia de Φ implica que el sistema sea irrotacional o sea que rot v = 0 siendo v el vector velocidad (ver apéndice A.8.2).

Las funciones Φ y ψ definen el potencial complejo $W = \Phi + i\psi$ de gran interés en la resolución de problemas de hidráulica subterránea.

Las dimensiones de Φ y ψ son las mismas (L^2/T).

En el caso presente, las trayectorias coinciden con las líneas de corriente, ya que el régimen es estacionario y la variación en las fuerzas de inercia no interviene al admitirse que es válida la ley de Darcy.

Recordando las condiciones de contorno establecidas en el apartado 4.3 del capítulo anterior, en flujo bidimensional se reducen a:

a) *Contorno impermeable*

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \qquad (n = \text{normal}, t = \text{tangencial})$$

ó sea ψ = cte a lo largo del contorno.

En la figura 8.37, los contornos AB, BD, DE y CM son contornos o límites impermeables.

b) *Contorno de agua libre o de medio saturado de gran permeabilidad*

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \qquad (n = \text{normal}, t = \text{tangencial})$$

o sea Φ = cte a lo largo del contorno.

En la figura 8.37 los contornos BC, GH, JI, LM son superficies equipotenciales.

c) *Condición de superficie libre o nivel freático*

Los puntos sobre el nivel freático están a la presión atmosférica:

$$\Phi = -k\left(\frac{p}{\gamma} + y\right) + \text{cte}$$

y como p = presión atmosférica, tomada como cero:

$$\Phi + k \cdot y = \text{cte}$$

En ausencia de entrada o salida de agua por la superficie freática, ésta es una línea de corriente de modo que según ella:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \qquad (t = \text{tangencial})$$

Sólo aparecen problemas de superficie libre cuando se considera el flujo en un plano vertical. En la figura 8.37, las curvas EF y KL son superficies libres o freáticas.

d) *Superficie de rezume o de goteo*

$$\Phi = -k \left(\frac{p}{\gamma} + y \right) + \text{cte}$$

y con p = presión atmosférica = 0

$$\Phi + k \cdot y = \text{cte}$$

pero se diferencia de la superficie libre en que no es una línea de corriente y por lo tanto

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} \neq 0 \qquad \text{(t = tangencial)}$$

No es tampoco una línea equipotencial. En la figura 8.37 las líneas FG y KJ son superficies de goteo.

e) *Límite entre dos medios*

Llamando a los dos medios 1 y 2 respectivamente y siendo n la dirección normal a la línea frontera (f):

$$(\Phi_1)_f = (\Phi_2)_f$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{1f} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{2f}$$

$$(\psi_1)_f = (\psi_2)_f$$

Las líneas de corriente ψ sufren una refracción dada por:

$$k_1/k_2 = \text{tg } \theta_1/\text{tg } \theta_2$$

siendo k la permeabilidad y θ el ángulo de inclinación de las mismas respecto a la normal (fig. 8.31).

El conjunto ortogonal de líneas de corriente y líneas equipotenciales forma una red plana de flujo o simplemente *red de flujo.*

En las redes de flujo bidimensionales pueden existir puntos singulares (ver apartado 4.6) del tipo sumidero, fuente, torbellino, esquina y de estancamiento. No pueden existir líneas de puntos singulares.

En los apéndices A.8.1 y A.8.3 se pueden encontrar indicaciones sobre los diferentes métodos posibles de resolución (directa, indirecta, mediante transformadas, en el plano de la hodógrafa, etc.)[51].

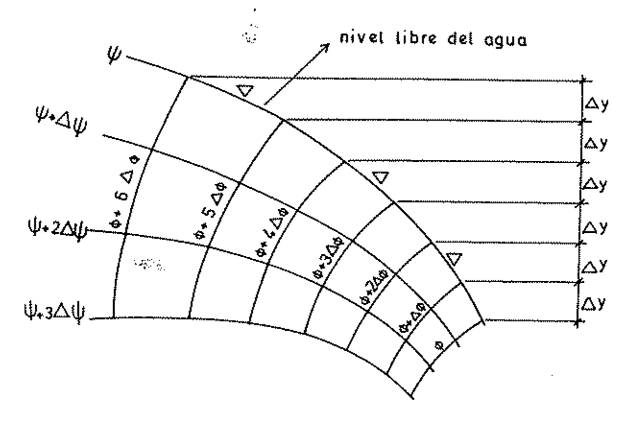


FIGURA 8.38
Flujo bidimensional con superficie libre. La distancia vertical entre los puntos de intersección de las líneas equipotenciales con la superficie libre es constante.

Las ecuaciones diferenciales en el plano Φ, ψ son (Jeppson 1968):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \psi^2} = 0$$

o bien

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \psi^2} = 0$$

que permiten resolver el problema en el plano (Φ, ψ) si las condiciones de contorno resultan más sencillas.

5.3 PRINCIPIOS DE CONSTRUCCIÓN DE LAS REDES DE FLUJO EN MEDIOS HOMOGÉNEOS E ISÓTROPOS

Tal como se ha definido en los apartados anteriores, una red de flujo es el conjunto de las líneas de corriente y equipotenciales que resuelven un problema bidimensional dado. Es un método práctico de resolución y que necesita escasos recursos, pero que en cambio

[51] Para mayores detalles el lector debe dirigirse a textos especializados como los de Harr (1962), Polubarinova-Kochina (1952), Muskat (1937), Bear, Zaslavsky e Irmay (1968), etc.

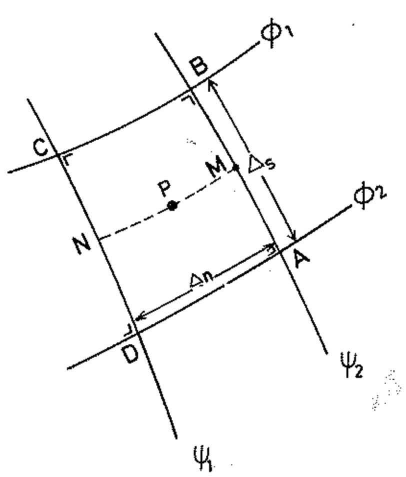


FIGURA 8.39
Malla de una red de flujo.

supone que se ha adquirido una cierta práctica y destreza.

Es preciso recordar que las equipotenciales son las curvas $\Phi = \text{cte}$ y las líneas de corriente son las curvas $\psi = \text{cte}$ y que en un medio homogéneo e isótropo en estado estacionario forman una red ortogonal; si estas líneas se dibujan con intervalo constante, el flujo entre dos líneas de corriente contiguas es el mismo; ello permite calcular el agua que circula por una cierta sección conociendo la permeabilidad del medio. Las dimensiones de Φ y ψ son de L^2/T o sea de m^2/día o cm^2/seg en los sistemas de unidades más usuales.

Sea la malla de la figura 8.39 que representa una red de flujo. La velocidad de flujo (caudal por unidad de sección) aproximada en el punto P viene dado por:

$$v_P = \frac{\Delta \Phi}{\Delta s} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta s}$$

y también por

$$v_P = \frac{\Delta \psi}{\Delta n} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\Delta n}$$

El flujo que pasa por MN viene dado aproximadamente por:

$$\Delta q = v_P \cdot \Delta n = \frac{\Delta n}{\Delta s}(\Phi_2 - \Phi_1) = \psi_2 - \psi_1 \qquad (8.50)$$

Las expresiones anteriores son tanto más ciertas cuanto más apretada es la red o sea cuando menores son los incrementos.

La fórmula (8.50) liga el intervalo de las líneas equipotenciales con el intervalo de las líneas de corriente.

La regla más común de construcción de redes de flujo se basa en formar cuadrados curvilíneos o sea mallas para las que $\Delta n/\Delta s = 1$, ya que así se facilita mucho el trazado. A las redes que cumplan esta condición se llaman *redes cuadradas* y fueron introducidas por Prášil en 1913 y Forchheimer en 1930. Nuevos perfeccionamientos fueron introducidos por Casagrande en 1937[52]. El procedimiento de trazado es por aproximaciones sucesivas y sólo precisa de papel, lápiz, goma, experiencia y paciencia. Debe tenerse en cuenta que en las proximidades de los puntos singulares los cuadrados se deforman mucho y se pueden tener «cuadrados» de tres lados o de más de 4 lados (ver figura 8.40 en los puntos E y F). En ocasiones, la forma de los cuadrados puede ser difícil como el IV de la figura 8.40. Ello suele suceder cerca de contornos y puntos singulares.

Según Harr (1962), el trazado de una red de flujo incluye los siguientes pasos:

1) Dibujar los límites del dominio de flujo a escala (la misma en horizontales que en verticales) de modo que todas las líneas equipotenciales y de corriente que se dibujen puedan acabar sobre esos límites.

2) Trazar tentativamente tres o cuatro líneas de corriente, recordando que son sólo unas pocas del infinito número de curvas que pueden proporcionar una transición suave entre las líneas de corriente limitantes del problema. Como ayuda en el establecimiento de la separación de esas líneas, se debe tener en cuenta que la distancia entre líneas de corriente adyacentes se incrementa en la dirección del mayor radio de curvatura (línea menos curva). Puede empezarse, si se quiere, trazando las líneas equipotenciales, pero es más fácil e intuitivo trazar líneas de corriente.

3) Trazar tentativamente las líneas equipotenciales, teniendo en cuenta que deben cortar a todas las líneas de corriente, incluyendo a las limitantes, formando ángulos rectos y que deben formarse cuadrados excepto en las proximidades de puntos singulares.

4) Ajustar la posición de las líneas de corriente y de las equipotenciales hasta lograr la correcta ortogonalidad y la formación de cuadrados curvilíneos. Este es un procedimiento de aproximaciones sucesivas que concluye tanto más deprisa cuanto mejor haya sido la

[52] Véase Harr, 1962, pág. 22 y Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 185.

aproximación inicial y más experiencia tenga el que la dibuja.

5) Una vez trazada la red de flujo con un número adecuado de líneas, puede comprobarse su bondad si al trazar las líneas diagonales de los cuadrados se obtienen también curvas suaves formando una nueva red ortogonal (fig. 8.41).

Es conveniente seguir los pasos indicados y no tratar de trazar inicialmente un número elevado de líneas, ya que de ese modo se complica innecesariamente el proceso y puede perderse de vista la tónica general. No deben ajustarse los detalles antes de que la red con pocas líneas esté bien ajustada. Deben evitarse transiciones bruscas entre porciones rectas y curvas de las líneas. Los cuadrados de cada tubo de flujo deben cambiar gradualmente de tamaño.

Otros autores proponen otras variantes para la construcción de las redes. Así Eck (1944)[53] define cada cuadrado curvilíneo como cuatro curvas tangentes a una circunferencia y que se cortan ortogonalmente; el método es útil en comprobaciones. El procedimiento de Taylor (1948)[53] para construir las redes de flujo, consiste en dibujar una primera línea de corriente a estima que sea próxima a alguna de las líneas de corriente limitantes del problema; a partir de la misma se van añadiendo nuevas líneas de corriente que respetan la formación de cuadrados curvilíneos; la última línea de corriente debe coincidir con las otras líneas de corriente limitantes; si no es así se procede a una nueva tentativa. Si se prefiere, puede optarse por empezar de forma similar con las equipotenciales.

En vez de dibujar una red de flujo formada por líneas de corriente y equipotenciales, como es lo usual, puede también dibujarse una red ortogonal de flujo formada por líneas de isogradiente y líneas de isoinclinación de las líneas de corriente (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 187-189). Las líneas de isogradiente coinciden con las líneas de igual velocidad de flujo o isotacas, si el medio es homogéneo e isótropo.

El problema del trazado de las redes de flujo tiene límites bien definidos, en sistemas confinados. En sistemas de superficie libre, como ésta es condición de contorno, el problema del trazado de la red de flujo es más complicado (fig. 8.42) ya que es preciso establecer una hipótesis de superficie libre que debe irse corrigiendo y en general se requieren más tanteos. Cuando la pendiente de la superficie libre es pequeña, una primera aproximación razonable es la de prescindir de la superficie de rezume[54].

Las consideraciones acerca de la posible simetría del problema pueden ayudar a simplificar el trazado de

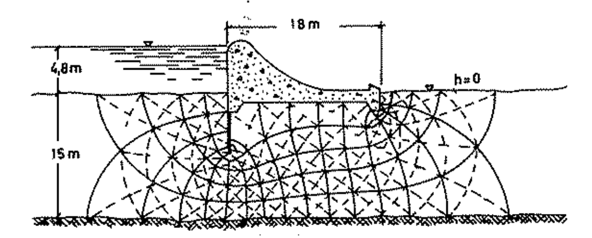


FIGURA 8.41
Comprobación de una red de flujo por trazado de las diagonales a fin de obtener una nueva red ortogonal. (Red de base tomada de Harr, 1962).

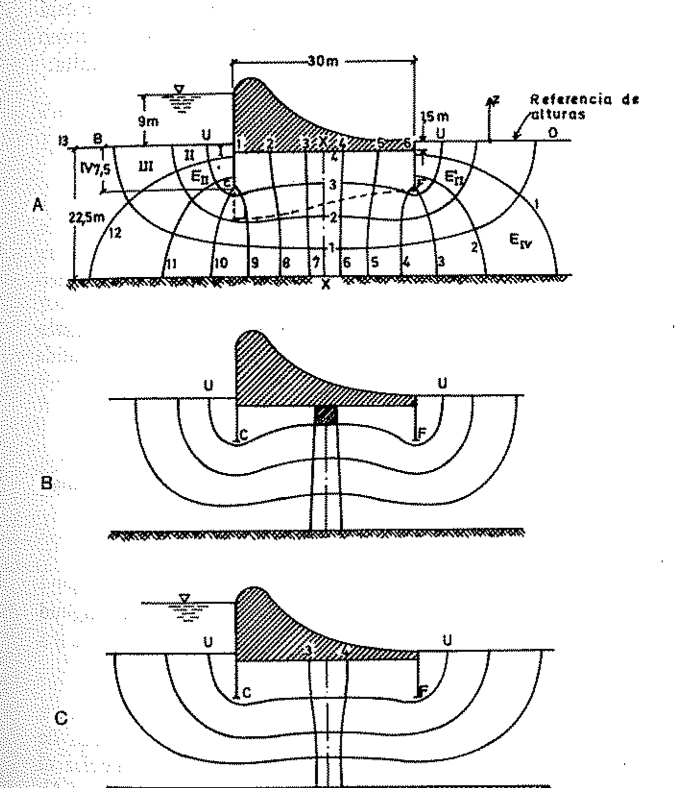


FIGURA 8.40
Infiltración bajo una presa con pantallas. A) Red de flujo correcta. B) Ensayo de líneas de corriente con la línea UU *demasiado alta. C) Ensayo de líneas de corriente con la línea* UU *demasiado baja. (Según De Wiest, 1965).*

[53] En Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 186.
[54] Para más detalles véase Cedergren, 1967, págs. 162-169.

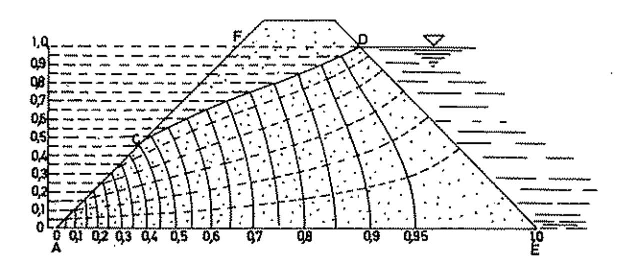


FIGURA 8.42

Red de flujo en una presa de tierra trapezoidal sin nivel de agua exterior. CD *es la superficie libre. (Según Muskat, 1937).*

redes de flujo. Así, la red de flujo de la figura 8.40 es simétrica respecto a la mediatriz de la base de la presa. Basta dibujar un lado para obtener por simetría el otro. En ciertos casos de flujo confinado, y aún en flujo libre cuando las variaciones de espesor saturado son pequeñas, pueden obtenerse soluciones por superposición de soluciones más sencillas.

Cuando se precisa dibujar con precisión la red de flujo alrededor de una forma complicada en un sistema de flujo de dimensiones notablemente mayores, se está ante un problema de difícil resolución por limitaciones en el dibujo. Tal sería el caso de la figura 8.40 en el que la base impermeable se situase a una profundidad mayor que dos veces la longitud de la presa. A veces se considera que el problema puede asimilarse al resultante de suponer la base impermeable como infinitamente profunda, en el bien entendido que ello es sólo a efectos de dibujo y no de cálculo de caudales.

5.4 CÁLCULO DE LOS CAUDALES EN UNA RED DE FLUJO

Una vez dibujada la red de flujo es preciso dar valores a las líneas de la misma. En general se conoce la diferencia de nivel Δh entre dos puntos; si entre los mismos hay n + 1 líneas, contando las que pasan por ellos, la variación de nivel entre dos líneas equipotenciales sucesivas es:

$$\delta h = \frac{\Delta h}{n}$$

y llamando a la primera línea 0, las sucesivas serán

$$\frac{\Delta h}{n}, \frac{2\Delta h}{n}, \frac{3\Delta h}{n}, \ldots, \Delta h$$

Estos valores multiplicados por k, permeabilidad, se convierten en el potencial hidráulico respecto a uno de los extremos. Si por uno o ambos puntos de potencial conocido no pasa alguna de las equipotenciales dibujadas, es preciso obtener el número fraccionario de equipotenciales.

Si esas n equipotenciales son cortadas por s + 1 líneas de corriente el caudal que pasa entre dos líneas de corriente es q/s siendo q el caudal total circulante. Llamando 0 a una de las equipotenciales extremas, las otras serán

$$\frac{q}{s}, \frac{2q}{s}, \frac{3q}{s}, \ldots, q$$

q se expresa en m^3/día/m de longitud normal al papel, o sea en m^2/día, que coincide con las dimensiones de ψ.

Conociendo la permeabilidad, k, y fijado Δh, q está fijado pues debe cumplirse la ecuación (8.50), y como es $\Delta n = \Delta s$, $\Delta q = \Delta \Phi$ o bien, $\Delta q = k\ \delta h$, resulta:

$$q = s \cdot k \cdot \delta h$$

Puede observarse que se ha prescindido del signo.

Ejemplo 1

Calcular el flujo bajo la presa de la figura 8.40 si la permeabilidad del terreno es de 10 m/día.

La diferencia de nivel entre extremos es de 9 m, y existen 14 equipotenciales incluyendo las líneas de entrada y salida (numeradas de 0 a 13).

$$\delta h = 9/(14 - 1) = 0{,}692 \text{ m}$$

Existen 5 líneas de corriente incluyendo a las extremas, luego s = 4.

$$q = 4 \cdot 10 \text{ m/día} \cdot 0{,}692 \text{ m} = 27{,}7 \text{ m}^2\text{/día}$$

El flujo bajo la presa es de 27,7 m^2/día por m de longitud de la misma.

Ejemplo 2

Calcular el caudal que se obtendrá por metro lineal de longitud de zanja de drenaje (en sentido perpendicular al plano del papel) en el caso representado en la figura 8.43. La zanja de drenaje citada, así como la tablestaca existente y el embalse se suponen de longitud suficiente para que el flujo subterráneo pueda considerarse bidimensional, y el nivel permeable se supone homogéneo e isótropo y con una conductividad hidráulica de 100 m/día.

Se comienza por dibujar la red cuadrática de flujo por

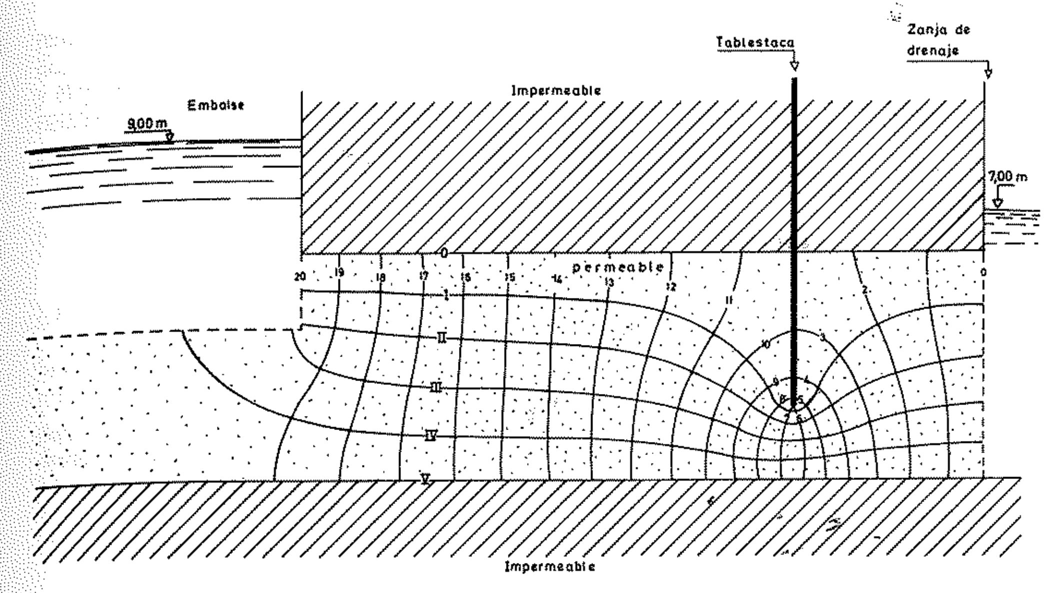


FIGURA 8.43

Red de flujo correspondiente al ejemplo 2. (Según Fayas).

el método de tanteos sucesivos con lápiz y goma de borrar, empezando con pocos tubos de flujo.

Una vez obtenida dicha red (fig. 8.43) se cuentan el número de tubos de corriente y el número de líneas equipotenciales obtenidas. En este caso:

s – 1 = número de tubos de corriente = 5
n – 1 = número de saltos equipotenciales = 20

Por otra parte, la diferencia de nivel entre las superficies libres del agua en el embalse y en la zanja de drenaje es:

$$\Delta h = 9{,}00 - 7{,}00 = 2{,}00 \text{ m}$$

Luego:

$$\delta h = \frac{\Delta h}{n-1} = \frac{2}{20} = 0{,}1 \text{ m}$$

y por tanto:

$$q = s \cdot k \cdot \delta h = 5 \cdot 100 \cdot 0{,}1 = 50 \text{ m}^3/\text{día por metro lineal}$$

El caudal drenado es de 50 m³/día por metro de zanja en sentido perpendicular a la figura.

Ejemplo 3

Si el punto A de la figura 8,44 representa un pozo totalmente penetrante en un acuífero cautivo, homogéneo e isótropo, horizontal, de 6,00 m de potencia y cuya permeabilidad es de 90 m/día, se desea calcular el caudal que se infiltra en el tramo MN de río también totalmente penetrante, cuando se extrae agua del pozo. La diferencia de cotas entre el nivel libre del agua en el río y en el pozo es de 4,00 m. Se supone que el régimen es estacionario.

En las mismas hipótesis anteriores se desea conocer la

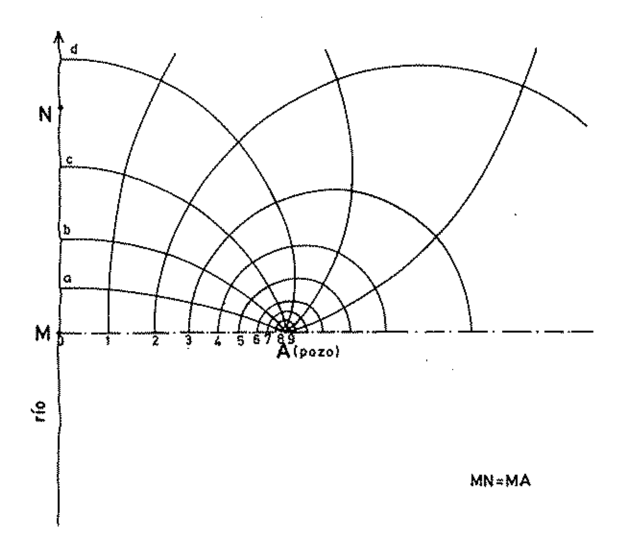


FIGURA 8.44

Red de flujo entre un río que recarga y un pozo que bombea. Corresponde al ejemplo 3. (Según Fayas).

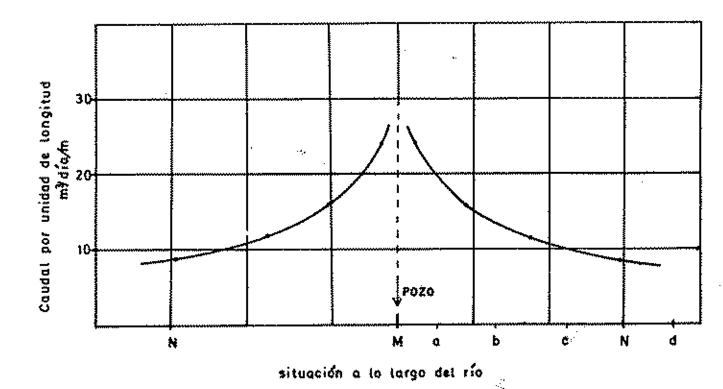


FIGURA 8.45
Distribución del caudal infiltrado por unidad de longitud a lo largo del río del ejemplo 3 y correspondiente a la figura 8.44.

variación a lo largo del río del caudal infiltrado por unidad de longitud del mismo.

El flujo subterráneo que se establecerá reúne las condiciones necesarias para que, en planta, pueda ser dibujada una red cuadrática de flujo.

La red obtenida mediante tanteos sucesivos es la que puede verse en la figura 8.44 y es de tipo simétrico[55]. El número de saltos equipotenciales entre el río y el pozo es de $n - 1 = 9$[(56)].

El flujo de cada tubo de corriente es:

$$\frac{\Delta h}{n-1} \cdot k = \frac{4{,}00}{9} \cdot 90 = 40 \text{ m}^3/\text{día/m de espesor del acuífero}$$

Como el acuífero tiene un espesor de 6 m, el caudal total por tramo de río interceptado entre dos líneas de corriente consecutivas será:

$$Q = 6 \times 40 = 240 \text{ m}^3/\text{día}$$

El tramo MN interesa 3,6 tubos de flujo, luego:

$$Q_{MN} = 3{,}6 \times 240 = 864 \text{ m}^3/\text{día}$$

Para conocer el caudal de infiltración por unidad de longitud de río, se pueden calcular los valores unitarios medios que corresponden a los sucesivos tubos de flujo:

Tramo	Longitud en m	Caudal de infiltración Total m³/día	Caudal de infiltración Unitario m³/día/m
M a	11	240	$\frac{240}{11} = 21{,}8$
a b	14	240	$\frac{240}{14} = 17{,}1$
b c	20	240	$\frac{240}{20} = 12{,}0$
c d	28	240	$\frac{240}{28} = 8{,}6$

Con estos valores se puede dibujar el gráfico de la figura 8.45, aplicando los valores calculados al centro del intervalo correspondiente.

5.5 CÁLCULO DE LAS PRESIONES EN UNA RED DE FLUJO

En el estudio de la estabilidad de las obras hidráulicas es de sumo interés conocer los esfuerzos verticales que actúan sobre ella y que producen una pérdida apa-

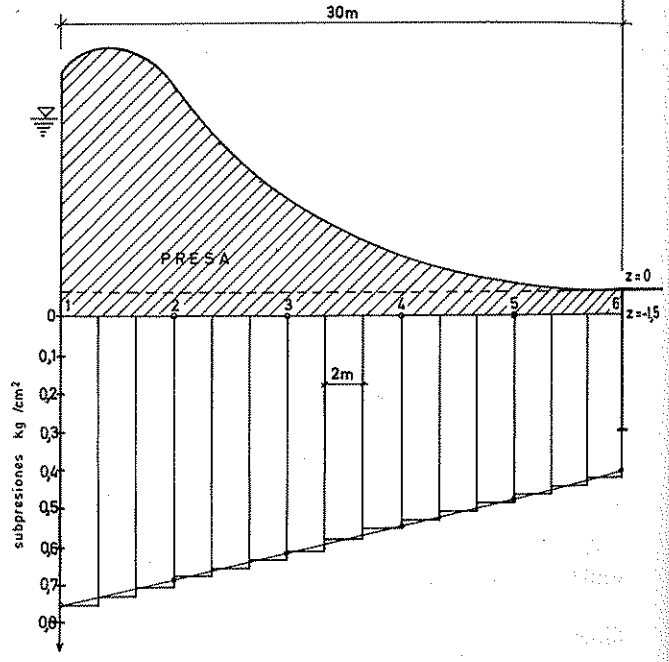


FIGURA 8.46
Gráfico de subpresiones de la figura 8.40 (ejemplo 4).

[55] En el apartado 5.7 de la sección 9, se verá que tanto las equipotenciales como las líneas de corriente son circunferencias de dos haces ortogonales.

[56] En las proximidades del pozo los niveles piezométricos varían muy rápidamente por lo cual no es posible dibujarlos con precisión, máxime si el radio del pozo no es dibujable a la escala del dibujo (1 m real = 1 mm en el dibujo). A efectos del ejemplo se supone que la equipotencial 9 corresponde a un descenso de 4 m.

rente de peso; se trata de las *subpresiones*. Como se conoce la caída de potencial entre dos líneas de corriente y el potencial de cada una de ellas respecto a las referencias, puede calcularse con facilidad la subpresión pues es:

$$h = \frac{p}{\gamma} + z$$

y por lo tanto $p = \gamma (h - z)$

Ejemplo 4

Calcular las subpresiones bajo la presa de la figura 8.40. En el ejemplo 1 se vio que la variación de potencial entre dos líneas equipotenciales es de 9/13 = 0,692 m. La superficie de niveles (z = 0) está 1,5 m por encima de la base de la presa. Las presiones en los puntos 1 a 6 dibujados en la base de la presa en la figura 8.40 son:

Punto	n número equipotencial	δh=0,692 h en m h=n.δh	z=−1,5 m (h−z) en m	γ=1000 kg/m³ γ(h−z) en kg/m²	p en kg/cm²
1	8,9	6,16	7,66	7660	0,766
2	8	5,54	7,04	7040	0,704
3	7	4,84	6,34	6340	0,634
4	6	4,15	5,55	5650	0,565
5	5	3,46	4,96	4960	0,496
6	4,1	2,84	4,34	4340	0,434

Estos valores de p están dibujados en la figura 8.46. El empuje del agua por m de longitud de presa viene dado por el área del gráfico de presiones. Efectuando la integración gráfica:

$$F = 2 \cdot (0{,}76 + 0{,}74 + 0{,}72 + 0{,}69 + 0{,}67 + 0{,}65 + 0{,}625 + 0{,}60 + 0{,}575 + 0{,}55 + 0{,}53 + 0{,}505 + 0{,}485 + 0{,}465 + 0{,}45) \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^4 \text{ kg/m} = 180{,}3 \text{ Tm/m}$$

5.6 SISTEMAS HORIZONTALES DE SUPERFICIE LIBRE

En un acuífero libre de base horizontal el flujo es realmente tridimensional de modo que en principio no es posible dibujar una red de flujo en planta. No obstante si se admite que son aceptables las aproximaciones de Dupuit-Forchheimer (véase el apartado 4.7), es decir que:

a) Para pequeñas inclinaciones de la superficie libre, las líneas de corriente pueden tomarse como horizontales y por lo tanto las líneas equipotenciales pueden tomarse como verticales es posible llegar a la ecuación bidimensional:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{(ecuación de Forchheimer)}$$

para la que tampoco puede establecerse una red de flujo rigurosa en las condiciones definidas.

Sin embargo, cuando H varía relativamente poco en el dominio del problema (variación de espesor saturado no superior a un 5 a 10 %) basta con que se cumpla aproximadamente que:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

y entonces tiene sentido la red de flujo definida según el apartado anterior.

Como es:

$$\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} =$$

$$= 2 \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2 + H \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right]$$

basta con que $(\partial H/\partial x)^2$ y $(\partial H/\partial y)^2$ sean despreciables frente a: $\partial^2 H/\partial x^2$ y a $\partial^2 H/\partial y^2$.

5.7 REDES DE FLUJO EN MEDIOS HOMOGÉNEOS ANISÓTROPOS

Si el medio es homogéneo y las permeabilidades según los ejes coordenados x, z son k_x y k_z (k_y si es un plano horizontal) efectuando la transformación (ver apartado 4.2):

$$x = X \sqrt{\frac{k_x}{k_a}}$$

$$z = Z \sqrt{\frac{k_z}{k_a}} \qquad (8.51)$$

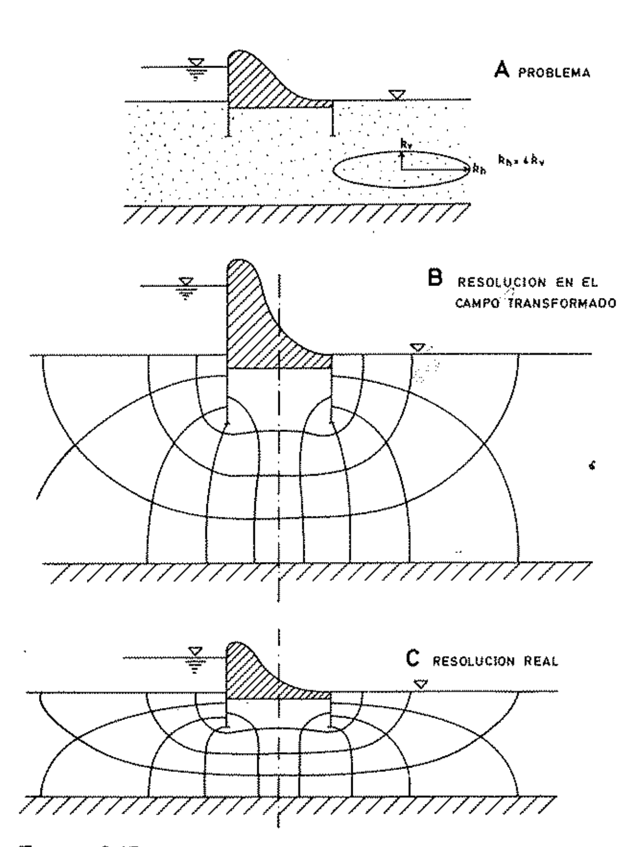


FIGURA 8.47
Trazado de una red de flujo bajo una presa en un terreno anisótropo estratificado horizontalmente. Correspondiente al ejemplo 5.

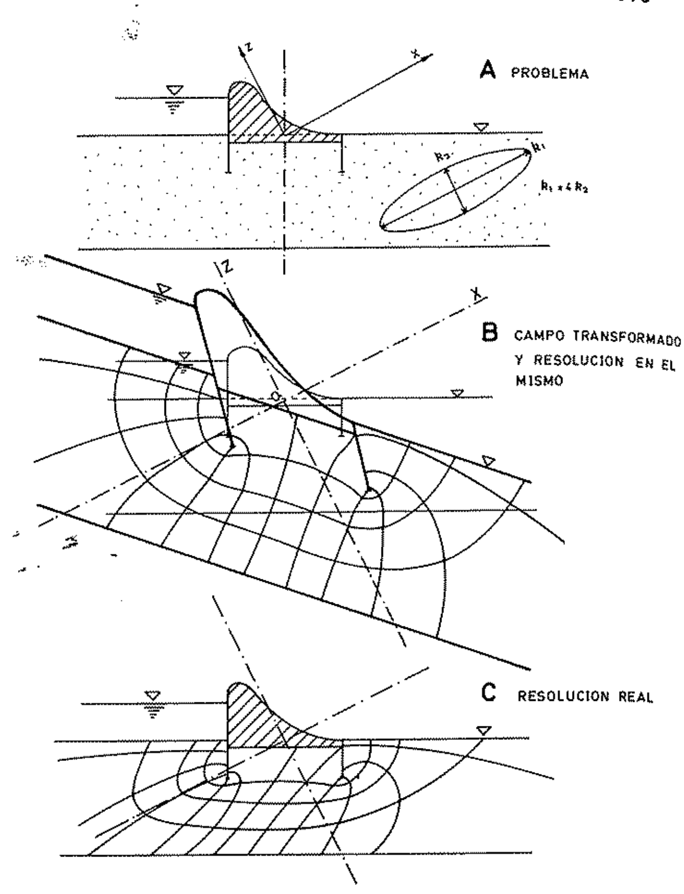


FIGURA 8.48
Trazado de una red de flujo bajo una presa en un acuífero anisótropo con los ejes principales inclinados. Corresponde al ejemplo 6.

el medio se convierte en otro equivalente en coordenadas X Z isótropo de permeabilidad k_a en el que la resolución del problema es más fácil. En general se toma $k_a = k_z$. En los medios estratificados puede ser k_x varias veces mayor que k_z.

En un medio anisótropo las líneas de flujo no son en general perpendiculares a las equipotenciales, como es fácil comprender, ya que la red de flujo resulta de comprimir o expandir una red ortogonal de acuerdo con la transformación inversa a la indicada (figs. 8.47 y 8.48).

Los cálculos pueden realizarse en el medio isótropo transformado pero como han variado las longitudes, los caudales deducidos deben ser calculados tomando como permeabilidad $\sqrt{k_x \cdot k_z}$ (De Wiest, 1965, pág. 230; Harr, 1962 págs. 30-32). Los cálculos no pueden hacerse directamente sobre la figura real por razones obvias (a lo largo de un tubo varía la permeabilidad según la inclinación).

Ejemplo 5

Dibujar la red de flujo bajo la estructura hidráulica de la figura 8.47 A, suponiendo ahora que el medio permeable es homogéneo y anisótropo, siendo esta anisotropía plana y tal que la correspondiente elipse de permeabilidades se sitúa como se indica en dicha figura 8.47 A.

Para poder dibujar una red de flujo cuadrática es necesario que el medio permeable sea homogéneo e isótropo.

Por ello, en el caso de un medio homogéneo y anisótropo se comienza por transformarlo en otro isótropo.

En el caso de la figura se ha mantenido el eje horizontal (x) y sobre el eje vertical (z) se ha hecho la transformación.

$$z = Z\sqrt{\frac{k_v}{k_h}} = Z\sqrt{1/4} = \frac{Z}{2}$$

$$Z = 2z$$

k_h = permeabilidad horizontal
k_v = permeabilidad vertical

Una vez dibujada la red cuadrática sobre estos nuevos límites (fig. 8.47 B) se obtiene la red buscada deshaciendo punto a punto la anterior transformación (fig. 8.47 C).

Ejemplo 6

Dibujar la red de flujo bajo la estructura hidráulica de la figura 8.48 A en la que el medio permeable es homogéneo y anisótropo, siendo esta anisotropía plana y tal que la correspondiente elipse de permeabilidades se sitúa como se indica en la propia figura 8.48 A.

Este caso es algo más complicado que el del ejemplo 5 puesto que ahora desaparece la simetría del flujo y el espacio transformado contiene unos contornos menos regulares. En la figura 8.48 B, se indican los ejes de transformación elegidos. Se mantiene la distancia según x (x = X) y la transformación según z será:

$$z = Z\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \frac{Z}{2} \quad ; \quad Z = 2z$$

La transformación se realiza punto a punto y se traza la red de flujo (fig. 8.48 B)). En la figura 8.48 C se muestra la red de flujo real obtenido al deshacer la transformación de la figura 8.48 B.

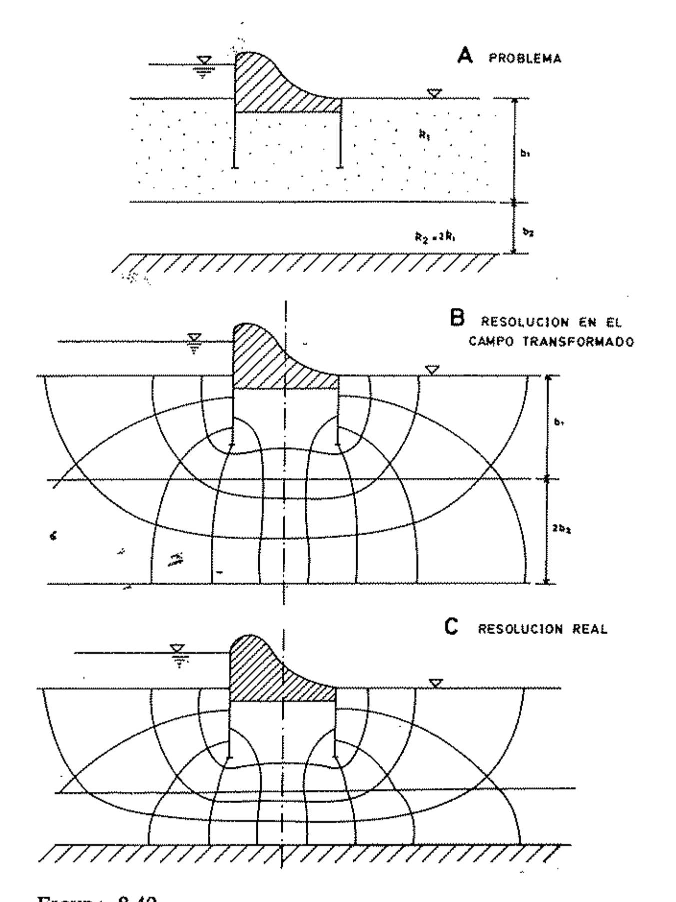


FIGURA 8.49
Trazado de una red de flujo bajo una presa en un terreno formado por dos capas homogéneas, isótropas y horizontales pero de diferente permeabilidad. Es sólo aproximada.

5.8 REDES DE FLUJO EN MEDIOS HETEROGÉNEOS

Si el medio es heterogéneo y está formado por porciones homogéneas, las redes de flujo se pueden dibujar teniendo en cuenta las leyes de la refracción en las superficies frontera que en el caso de flujo bidimensional son líneas. En la figura 8.49 se muestra un ejemplo simple ilustrativo. Si en uno de los medios la red se dibuja cuadrada, en el otro no puede serlo debido al efecto de la refracción que junta más unas líneas mientras separa las ortogonales (ver también fig. 8.31).

El caso simple de la figura 8.49, dibujado para $k_2 = 2\,k_1$, puede resolverse aproximadamente multiplicando por 2 las dimensiones verticales del medio z, dibujando una red cuadrada normal como si el medio fuese homogéneo y luego deshaciendo la transformación. Puede también procederse a dibujar la red cuadrada en un medio y luego continuarla en el otro respetando las leyes de la refracción ($k_1/k_2 = \mathrm{tg}\,\alpha_1/\mathrm{tg}\,\alpha_2$, α = ángulo respecto a la normal); es el método a emplear cuando el problema no es tan simple como el indicado[57].

Cuando el medio es heterogéneo y anisótropo, el problema es notablemente más complicado[58].

Los medios finamente estratificados pueden asimilarse a un medio anisótropo definido por una permeabilidad vertical (normal a la estratificación) y una permea-

[57] Para más detalles véase Cedergren, 1967, págs. 155-158.
[58] Véase Harr, 1962, págs. 32-35.

bilidad horizontal (paralela a la estratificación) tal como se expuso en el apartado 1.9, fórmulas 8.9 y 8.10. Es interesante reconsiderar el ejemplo 2 del capítulo 1, que muestra como la presencia de pequeños niveles muy permeables hacen que el medio equivalente sea muy anisótropo.

En medios heterogéneos complicados conviene iniciar la red de flujo por la parte que aparezca como la que domina la forma del flujo.

5.9 REDES DE FLUJO EN SISTEMAS RADIALES

El trazado de una red de flujo en un plano que contiene puntos fuente o puntos sumentes (pozos) no tiene problemas especiales salvo los de la dificultad de dibujo en las proximidades de los mismos (véase fig. 8.44). La red de flujo en planta en un acuífero cautivo puede, pues, ser dibujada teniendo en cuenta que en los pozos, considerados como completos, mueren las líneas de corriente; en un acuífero libre es preciso suponer que la variación del espesor saturado es pequeña para poder despreciar las componentes verticales del flujo.

El problema de trazado de una red de flujo en un plano vertical que pasa por un pozo no puede realizarse mediante una red cuadrática ni apoyándose en las propiedades de las leyes de sistemas bidimensionales, por la sencilla razón de que se trata de un sistema tridimensional. En coordenadas cilíndricas, cuando el sistema de flujo es axisimétrico con eje en el pozo, se tiene la ecuación de dos dimensiones:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \qquad (8.52)$$

tal como se expuso en el apartado 4.2, cuya forma no es de la ecuación (8.44) y por lo tanto no pueden aplicarse las propiedades expuestas en el apartado 5.2.

En el caso en que no existan componentes verticales del flujo es $\partial h/\partial z = 0$, quedando

$$\nabla^2 h = \frac{d^2 h}{d r^2} + \frac{1}{r}\frac{d h}{d r} = 0$$

y efectuando el cambio de distancias radiales $\rho = \ln r$

$$\nabla^2 h = \frac{1}{r^2}\frac{d^2 h}{d \rho^2} = 0$$

de modo que:

$$\frac{d^2 h}{d \rho^2} = 0$$

o bien

$$\frac{d^2 \Phi}{d \rho^2} = 0$$

En estas condiciones es posible dibujar una red cuadrática de flujo en la que las equipotenciales son necesariamente líneas verticales, igualmente espaciadas. Es preciso tener en cuenta que el pozo debe ser completo. Deshaciendo la transformación se obtiene la red de flujo real en la que las líneas de corriente son rectas horizontales igualmente espaciadas y las líneas equipotenciales son verticales con espaciamiento decreciente al acercarse al pozo.

En el caso general en un plano vertical que pasa por un pozo se cumple la ecuación (8.52) y se tienen unas líneas equipotenciales definidas por: $\Phi(r, z) = \text{cte}$ que cumplen:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad (8.53)$$

y un sistema de líneas de corriente, ortogonales a las líneas equipotenciales, definidas por $\psi(r, z) = \text{cte}$ que cumplen (Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 436):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \qquad (8.54)$$

de modo que

$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

$$v_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

Si Δn y Δs son respectivamente los lados de una malla según las líneas de corriente y según las equipotenciales se cumple que (Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 439):

$$\Delta \Phi = r \frac{\Delta n}{\Delta s} \Delta \psi \qquad (8.55)$$

y si la red de flujo se ha dibujado con intervalos $\Delta \psi = \Delta \Phi$

$$\Delta s = r \Delta n \qquad (8.55 \text{ bis})$$

Las dimensiones de Φ son (L^2/T) y las de ψ (L^2/T). Para mantener el equilibrio dimensional en las fórmulas (8.55) y (8.55 bis) es preciso tomar r como adimensional o sea tomar r/r_o, siendo r_o un valor arbitrario de referencia, lo que permite dibujar la red de flujo, pero ya no puede emplearse la sencilla regla de los cuadrados curvilíneos.

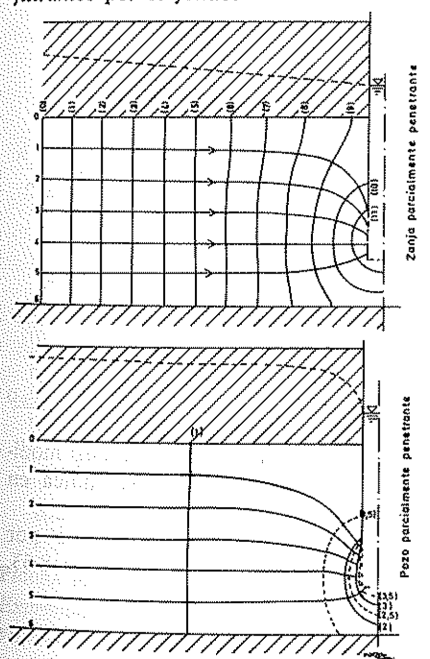
El caudal entre dos líneas de corriente es:

$$\Delta q = 2 \pi \Delta \psi \qquad (8.56)$$

En la figura 8.50 se ha dibujado la red de flujo cuadrada correspondiente a una zanja parcialmente penetrante en un acuífero cautivo y hacia un pozo con la misma sección en el mismo acuífero, siendo ambos filtrantes por el fondo y lateralmente. Puede verse la diferencia entre ambos casos, en especial en lo que respecta a la distribución de equipotenciales. En la figura 8.51 se muestra la red de flujo hacia un pozo parcialmente penetrante en un acuífero libre.

FIGURA 8.50

Red de flujo hacia una zanja parcialmente penetrante en un acuífero cautivo y hacia un pozo con la misma sección en el mismo acuífero. Ambas captaciones son también filtrantes por el fondo.



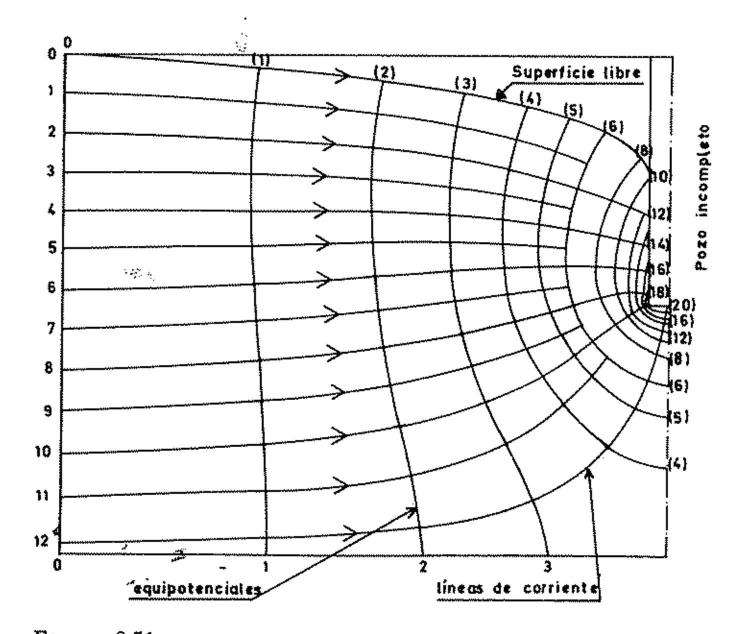


FIGURA 8.51

Líneas de flujo y equipotenciales en un plano que pasa por un pozo parcialmente penentrante y abierto por el fondo. (Según Nahrgang, 1954, Scheidegger, 1957).

5.10 ANÁLISIS DEL RÉGIMEN VARIABLE CON REDES DE FLUJO

La construcción de redes de flujo queda limitada al régimen permanente. Sin embargo en casos de flujo confinado, tal como el flujo del agua bajo presas, dado que el coeficiente de almacenamiento es muy pequeño, la variación de presión del agua en cada punto del medio no afecta apenas a la distribución de líneas equipotenciales y de corriente. Así, en el caso de la figura 8.47, si se supone que el nivel del agua libre aguas arriba de la presa es variable, no se afecta la red de flujo ya que el coeficiente de almacenamiento del acuífero es muy pequeño.

No sucede lo mismo cuando existen superficies freáticas o interfases en el medio poroso.

En régimen variable la superficie freática o la interfase están en movimiento y por lo tanto ya no se cumple que sean superficies formadas por líneas de corriente, como ya se mostró en las figuras 8.28 y 8.29. Dentro del medio saturado se puede trazar la red de flujo ya que el coeficiente de almacenamiento elástico es muy pequeño; sin embargo la forma de la red va variando conti-

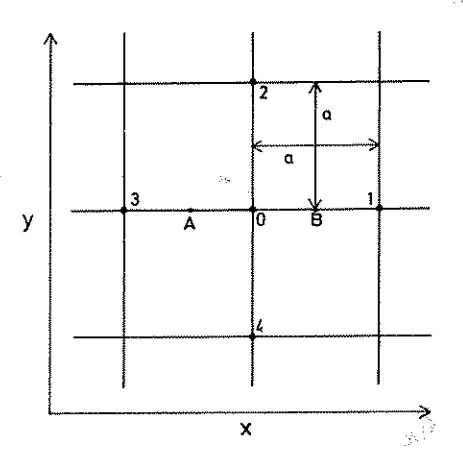


FIGURA 8.52
Malla cuadrada regular para definir la fórmula base del método de diferencias finitas.

nuamente adaptándose a las sucesivas posiciones de las superficies libres y de las interfases.

En una red de flujo, los gradientes hidráulicos son inversamente proporcionales al espaciado entre las líneas equipotenciales y si es medio homogéneo, la velocidad de filtración en cada punto es proporcional al gradiente en el mismo. Ello permite calcular la velocidad de movimiento de una superficie libre o de una interfase y determinar su situación aproximada después de un intervalo de tiempo Δt. El problema principal es dibujar correctamente la intersección entre las líneas de corriente y las superficies freáticas y/o interfases[59]

5.11 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE RELAJACIÓN

El método de relajación se aplica a una ecuación diferencial lineal transformándola en una ecuación en diferencias finitas.

Sea la ecuación:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

y considérese en el dominio de flujo una red cuadrada tal que entre dos puntos contiguos la variación de h sea lo suficientemente pequeña como para poder suponerla lineal (sustituir el arco por la cuerda).

Sea la porción de malla de la figura 8.52. En el punto A es:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_A \approx \frac{h_o - h_3}{a}$$

y en el punto B es

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_B \approx \frac{h_1 - h_o}{a}$$

En el punto O será:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right)_O \approx \frac{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_A}{a} =$$

$$= \frac{h_1 + h_3 - 2\,h_o}{a^2}$$

Similarmente:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)_O \approx \frac{h_2 + h_4 - 2\,h_o}{a^2}$$

de modo que en el punto O:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4\,h_o}{a^2} = 0$$

o sea que:

$$h_o \approx \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4}$$

que es el promedio de los nudos contiguos.

Si el punto O es singular o de borde es preciso modificar ligeramente su expresión tal como se indica en la figura 8.53[60].

Estas fórmulas se pueden deducir fácilmente por balance en la red. Así en el caso D de la figura 8.53,

[59] En Cedergren (1967), págs. 139-146 puede consultarse el método de determinación de las posiciones sucesivas de la superficie freática, cuyo mayor interés se centra en el estudio del comportamiento de determinadas obras hidráulicas.

[60] Véase Harr, 1962, págs. 148-149.

y suponiendo que el lado de la malla es 1 y que k es también 1:

flujo entrante por C E	$2\,(h_o - h_4)$
flujo entrante por E G	$2\,(h_o - h_5)$
flujo entrante por A G	$2\,(h_o - h_1)$
flujo entrante por A B	$h_o - h_2$
flujo entrante por B C	$h_o - h_3$

$$\text{flujo neto} = 0 = 8\,h_o + 2\,h_1 + h_2 + h_3 + 2\,h_4 + 2\,h_5$$

$$h_o = \frac{h_1 + \dfrac{h_2 + h_3}{2} + h_4 + h_5}{4}$$

Para aplicar el método de relajación se establece una red cuadrada regular sobre el dominio de flujo, se establecen las condiciones en los límites y a partir de una red de flujo tentativa se dan valores de h a los nudos. Entonces se procede a «relajar» estos valores, es decir hacer que cumplan las condiciones antes indicadas en relación con los nudos próximos. Conviene efectuar el proceso ordenadamente. Para más detalles sobre el método puede consultarse Southwell (1946), Shaw (1953) y Polubarinova-Kochina (1952) págs. 431-459.

En la figura 8.54 se da un ejemplo práctico sencillo correspondiente a un flujo simétrico bajo una presa.

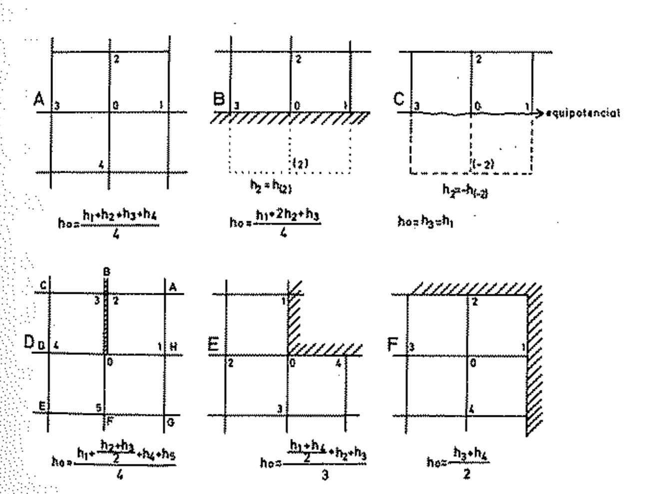
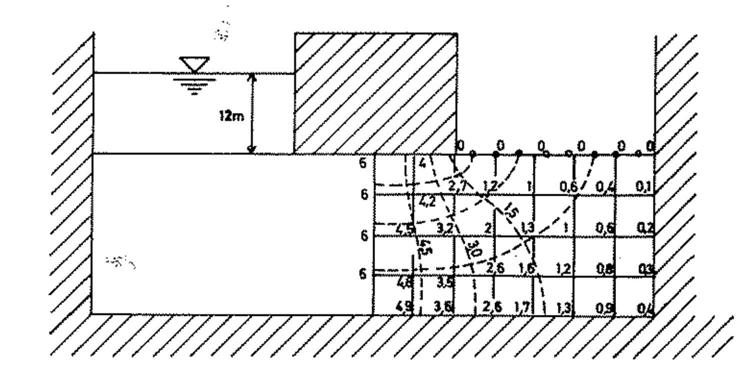


Figura 8.53

Expresiones de la ecuación ($\Delta^2 h$) = O *en algunos casos especiales.*



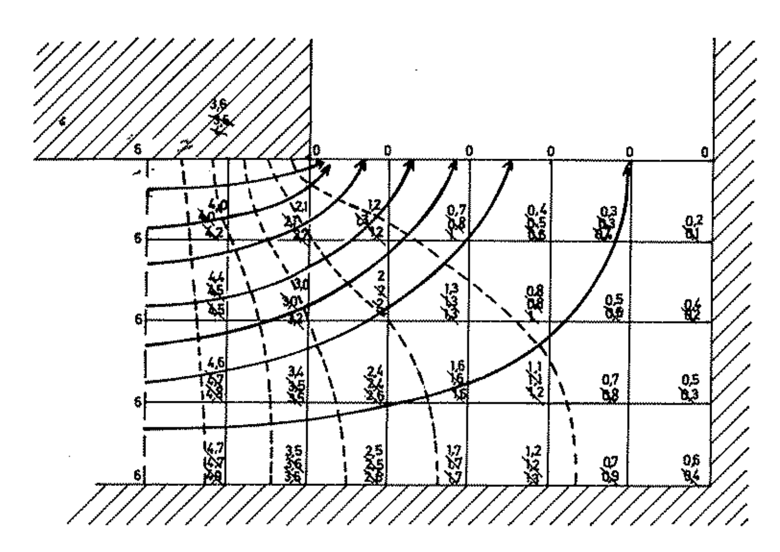


Figura 8.54

Cálculo de la red de flujo bajo un bloque impermeable por el método de relajación.

En la figura superior se ha dibujado aproximadamente una red de flujo y con base a la misma se han dado valores de h a los nudos, en la cara de salida es h = 0 y en el límite vertical izquierdo es h = 6,0 ya que el salto total de altura es de 12 m. En la figura inferior se indica el proceso de cálculo seguido, empezando por el rincón izquierdo superior hacia el rincón derecho inferior. Basta con dos ciclos de relajación pues la aproximación de partida es aceptable. Estos procesos son mecanizables y llevan al uso de ordenadores como se verá en la sección 16. Mediante computadores electrónicos pueden resolverse casos complicados, aun en superficie libre variable (Todsen, 1971).

Capítulo 8.6

Oscilaciones de los niveles piezométricos del agua subterránea y sus causas

6.1 INTRODUCCIÓN

El nivel de las aguas subterráneas varía con el tiempo de forma muy diversa. En general se trata de variaciones pequeñas en acuíferos no explotados, pero pueden ser muy importantes en acuíferos con nucleos de bombeo intensos, en especial si se trata de acuíferos cautivos, ya que su coeficiente de almacenamiento es muy pequeño.

Algunas de estas oscilaciones sólo tienen un valor anecdótico o científico, como son las provocadas por las mareas, cambios de la presión atmosférica, sobrecargas rápidas, etc., mientras que otras tienen un indudable valor práctico, pues pueden llegar a afectar y condicionar la explotación de un acuífero por disminución de la altura de agua en los pozos y en el acuífero, mayor elevación del bombeo, etc.

El análisis detallado de estas oscilaciones y su relación con sus causas es a veces complicado y será tratado en las secciones 9, «Hidráulica de captaciones de aguas» y 11, «Relación entre las aguas superficiales y las subterráneas», aunque en la presente sección se comentarán otros aspectos de carácter sencillo.

La medida de estas oscilaciones se realiza en pozos o en piezómetros con aparatos o dispositivos apropiados. Unos y otros pueden introducir errores en las mediciones, que a veces llegan a ser importantes, en especial cuando se trata de medir variaciones de nivel pequeñas y/o rápidas. En los apéndices A.9.8 y A.9.9 de la sección 9 se tratarán estas cuestiones.

Las variaciones de los niveles piezométricos con el tiempo se visualizan en hidrogramas, que son gráficos cartesianos en los que en ordenadas se representan los niveles piezométricos y en abscisas el tiempo, eligiendo la escala adecuada. En los hidrogramas no sólo se visualizan las oscilaciones sino también la posible tendencia de variación de niveles; las oscilaciones periódicas pueden ser estudiadas mediante el análisis armónico; la tendencia debe ser analizada estadísticamente. En general el nivel piezométrico medio de los acuíferos, en un período suficientemente grande, es constante, excepto que el hombre haya cambiado sustancialmente sus condiciones de recarga o descarga.

6.2 TIPOS DE OSCILACIONES PIEZOMÉTRICAS DEL AGUA SUBTERRÁNEA

Es frecuente distinguir dos tipos principales de oscilaciones.

a) Oscilaciones rápidas, cuya duración varía desde menos de un minuto a poco más de un día.

b) Oscilaciones de período largo que se repiten en base a un ciclo semianual, anual o de varios años.

En ocasiones conviene considerar un tercer tipo que se suele presentar en zonas con bombeos industriales.

c) Oscilaciones de período medio con frecuencia semanal.

No siempre se trata de oscilaciones periódicas; no lo son, por ejemplo, las producidas por bombeos irregulares o las provocadas por crecidas de ríos cuando se estudian con pocos años de registro.

Las oscilaciones piezométricas son unas veces debidas a causas directas que suponen un cambio en el almacenamiento subterráneo tales como:

1) Sucesión de épocas secas y épocas húmedas.

2) Variaciones de niveles en ríos y lagos conectados directamente con el acuífero.

3) Extracción de agua por bombeo o recarga por inyección. En el mismo grupo entra la extracción de

agua por plantas freatofitas (evapotranspiración directa) y las recargas en épocas de fuertes lluvias.

Otras causas actúan indirectamente, en especial mediante cambios de presión que no suponen variación importante del agua almacenada, afectan principalmente a acuíferos capaces de comportarse como cautivos, por lo menos en períodos breves de tiempo. Tales son:

1) Efectos de cambios en la gravedad, en especial en lo que a mareas marinas se refiere.

2) Cambios en la presión atmosférica.

3) Efectos de sobrecargas rápidas o propagación de ondas elásticas.

6.3 OSCILACIONES RÁPIDAS DE TIPO PERIÓDICO

6.3.1 Oscilaciones debidas a los cambios de presión atmosférica. Eficiencia barométrica

En los acuíferos cautivos se nota un descenso de nivel en los pozos y piezómetros como consecuencia de un incremento en la presión atmosférica, y un ascenso de nivel como consecuencia de una disminución en la misma.

El incremento de carga sobre el acuífero causado por un aumento de la presión atmosférica se reparte entre el terreno y el agua o sea que aumenta la presión intergranular y la presión del agua.

Si h_o es la columna de agua que equilibra la presión p del agua en un cierto punto del acuífero, debe cumplirse que

$$p = h_o \cdot \gamma + p_a$$

siendo p_a la presión atmosférica.

Si se produce un aumento de presión atmosférica Δp_a el aumento de presión en el punto considerado en el acuífero es $f \cdot \Delta p_a$ siendo f un valor entre 0 y 1 y que depende de como se reparte la sobrecarga entre el agua y el terreno. En el pozo de observación se produce un incremento de nivel Δh tal que

$$p + f \cdot \Delta p_a = (h_o + \Delta h)\gamma + p_a + \Delta p_a$$

y restándole la ecuación anterior y despejando Δh

$$\Delta h = -\frac{\Delta p_a}{\gamma}(1 - f)$$

que efectivamente muestra que a un descenso de presión corresponde un incremento de nivel. Se ha supuesto lo cual es admisible en primera aproximación.

Físicamente se puede razonar el efecto teniendo en cuenta que el incremento de presión atmosférica carga íntegro sobre el agua del pozo o piezómetro y sólo una fracción es útil para incrementar la presión del agua en el acuífero. Para poder tener equilibrio el nivel de agua en el punto de observación debe descender.

Se llama eficiencia barométrica EB al cociente entre el cambio de nivel del agua y el cambio de presión atmosférica expresado en altura de agua. Se prescinde del signo

$$EB = \frac{\Delta h}{\Delta p_a/\gamma} = \frac{\gamma \cdot \Delta h}{\Delta p_a} = 1 - f$$

Puede demostrarse (ver De Wiest, 1965 págs. 187 a 191 y Jacob, 1950, págs. 331-332)

$$EB = \frac{m \cdot \beta}{\alpha + m\beta} \qquad (8.57)$$

siendo m la porosidad, α la compresibilidad del medio y β la compresibilidad del agua (apartado 3.5).

Como las variaciones rápidas de presión atmosférica rara vez superan 20 mm de mercurio, aun con EB = 1 es raro encontrar oscilaciones de nivel rápidas por esta causa superiores a

$$\Delta h = \frac{\Delta p_a}{\gamma} = \frac{20/760 \text{ kg/cm}^2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{m}^2}{1000 \text{ kg/cm}^3} = 0{,}26 \text{ m}$$

En la figura 8.55 se muestra el efecto barométrico sobre un pozo.

Ejemplo 1

Calcular el coeficiente de almacenamiento de un acuífero cautivo de 40 m de espesor si se observa una eficiencia barométrica de 0,3.

Como es

$$S = \gamma \cdot b(\alpha + m\beta)$$

$$S = \gamma \cdot b \frac{m \cdot \beta}{EB}$$

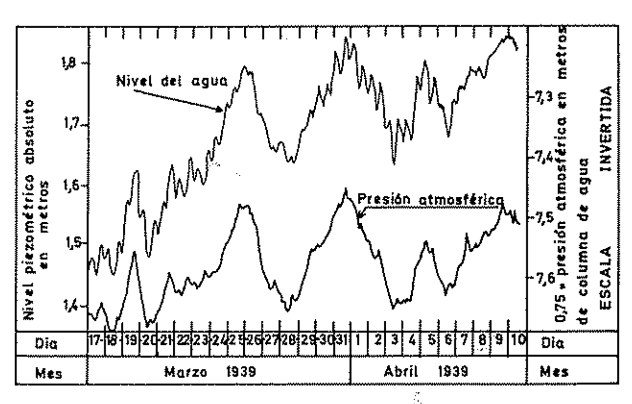


FIGURA 8.55
Relación entre presión atmosférica y nivel piezométrico en un acuífero costero (nótese el efecto de marea). El gráfico de variación de la presión atmosférica se ha dibujado invertido y multiplicado por la eficiencia barométrica (EB = 0,75) *para mostrar así el paralelismo. (Modificado de Robinson, 1939).*

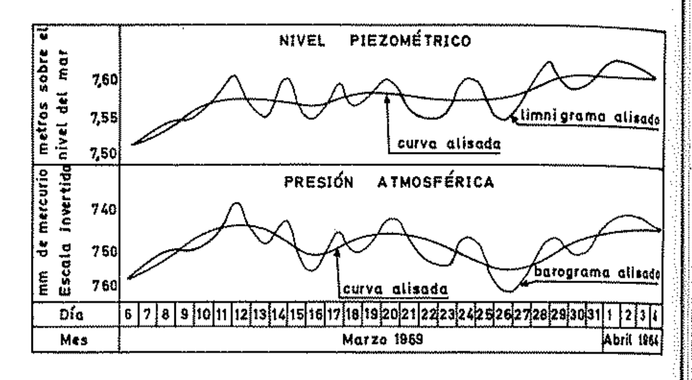
y como (ver apartado 3.5)

$\beta = 4{,}7 \cdot 10^{-9}$ m²/kg y tomando m = 0,20

$$S = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 40 \text{ m} \frac{0{,}20 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{kg}}{0{,}3} = 1{,}25 \cdot 10^{-4}$$

Los acuíferos libres no deben mostrar teóricamente efecto barométrico (EB = 0) ya que la variación de presión actúa tanto sobre el punto de observación como sobre el agua del acuífero a través de los canalículos formados por los poros conectados del medio no saturado. En la realidad pueden también mostrar una cierta eficiencia barométrica si en el suelo que cubre la formación existe una zona saturada suspendida que hace que la variación de presión no se transmita o se transmita amortiguada al agua del acuífero (la carga se traduce sólo en un aumento de tensiones capilares). También aparece una cierta eficiencia barométrica en acuíferos libres con nivel de agua profunda por deficiencias en la transmisión de la variación de presión a través del aire se llena los poros del medio no saturado (se establece cierta circulación de aire que supone una pérdida de carga). Si el acuífero es libre hidráulicamente, pero está separado del exterior por una capa poco permeable, el efecto barométrico también aparece. Sin embargo la eficiencia barométrica, variable según el grado de saturación, es normalmente pequeña, quizás menor de 0,05 (Gilliland, 1969).

En acuíferos semiconfinados se puede también definir una eficiencia barométrica, teniéndose en cuenta el almacenamiento en el acuitardo, pero su expresión es más complicada (ver Gilliland, 1969). La variación de presión a consecuencia de un cambio brusco de presión atmosférica tiende a desaparecer con el tiempo por entrada o salida de agua del mismo. Besbes (1969) ha tratado de ver si a consecuencia de esta variación de almacenamiento en el acuífero semiconfinado existe un desfase entre las fluctuaciones barométricas y las fluctuaciones piezométricas. No se ha podido demostrar tal desfase pero sí se ha podido constatar que en ciertos casos la eficiencia barométrica es menor para las oscilaciones de período largo que para las de período corto (fig. 8.55 bis), como es lógico esperar ya que con períodos largos hay tiempo para establecer un reajuste interno mediante pequeños desplazamientos de agua. En acuíferos notablemente cautivos no existe ese efecto de disminución. En los acuíferos cautivos la eficiencia ba-



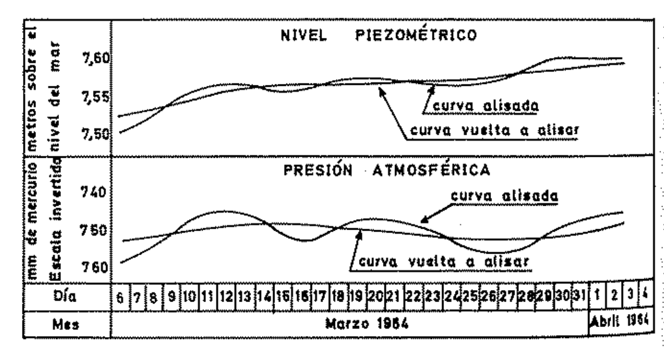


FIGURA 8.55 bis
Hidrograma del pozo Margaux, cerca de Burdeos, y barograma. Se muestran las fluctuaciones de período corto y período largo. (Según Besbes, 1969).

rométrica es en general alta, de alrededor de 0,8, mientras que en los acuíferos semiconfinados es menor, alrededor de 0,4, pudiendo descender a 0,2 para variaciones de gran período.

6.3.2 Oscilaciones debidas a los cambios de nivel de aguas superficiales. Eficiencia a las mareas

Si se tiene un acuífero cautivo bajo el mar o cualquier masa de agua superficial extensa (gran lago o embalse), toda elevación del nivel del agua libre supone una sobrecarga, la cual se reparte entre el terreno y el agua, o sea que aumenta la presión intergranular y la presión del agua.

Si se tiene un pozo, el nivel en el mismo aumenta a consecuencia de la elevación del agua libre para equilibrar el incremento de presión del agua. Nótese que este efecto difiere del de la acción de los cambios de presión atmosférica (ver apartado 6.3.1) en que ahora el esfuerzo actuante sobre el nivel del agua del pozo no cambia.

Si el agua libre se eleva $\Delta h'$ y su peso específico es γ', el agua del acuífero recibe un aumento de presión $f \cdot \Delta h' \cdot \gamma'$ siendo f un valor entre 0 y 1, igual al definido en el apartado 6.3.1. El incremento de nivel en el pozo Δh será:

$$\Delta h = f \cdot \Delta h' \frac{\gamma'}{\gamma}$$

siendo γ el peso específico del agua del pozo.

Aun para agua dulce y agua marina

$$\gamma'/\gamma = 1{,}025/1 = 1{,}025 \approx 1$$

y es:

$$\Delta h \approx f \cdot \Delta h'$$

Se llama eficiencia a la marea EM al cociente

$$EM = \frac{\Delta h}{\Delta h'} = f$$

como la eficiencia barométrica vale $1 - f$ es:

$$EB + EM = 1$$

La eficiencia a la marea EM se relaciona con las características del acuífero de acuerdo con la expresión (Jacob, 1950, pág. 365)

$$EM = \frac{\alpha}{\alpha + m\beta} \qquad (8.58)$$

La deducción realizada supone que el efecto de la marea es igual en todo el acuífero, lo cual sólo sucede en un gran acuífero submarino o bajo un gran lago, con el pozo de observación dentro del mar o lago o a lo sumo muy cerca de la costa.

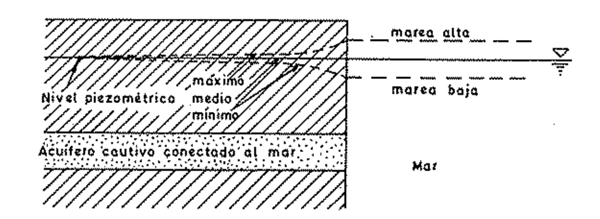
En los bordes de la masa de agua que sufre variaciones de nivel ya no existe la sobrecarga y sólo se transmiten los esfuerzos originados en la porción subacuática, los cuales tienden a anularse conforme el agua fluye. Así, en un acuífero cautivo totalmente submarino los cambios de nivel del mar producen cambios de nivel piezométrico que se mantienen mientras dura la acción; sin embargo, si el acuífero se prolonga bajo el continente, al producirse un aumento de nivel piezométrico bajo el mar por un aumento del nivel del mismo, se produce un flujo de agua hacia tierra de forma que la elevación piezométrica se transmite al continente pero amortiguada por la pérdida de carga de circulación, tanto más cuanto mayor es el alejamiento de la costa. En un pozo de observación situado tierra adentro a veces puede definirse por ese proceso una eficiencia aparente a la marea, pero no responde a las condiciones de EB + EM = 1.

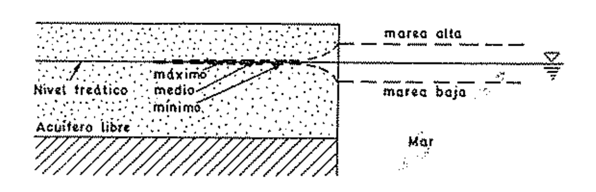
En un acuífero cautivo costero de gran extensión y conectado hidráulicamente con el mar, prescindiendo del efecto de las diferencias de densidades y suponiendo que el mar oscila de forma sinusoidal, se cumple que (Jacob, 1950, pág. 365):

$$\Delta h = \Delta H_o \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi x^2 S}{t_o T}}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{t_o} - \sqrt{\frac{\pi x^2 S}{t_o T}}\right) \qquad (8.59)$$

en la que:

Δh = variación del nivel del agua en el acuífero respecto a la posición media
ΔH_o = semiamplitud de la oscilación de la marea
x = distancia a la conexión entre el acuífero y el mar (puede o no coincidir con la costa)
t_o = período de la marea = 12 h 25 min (ver más adelante)





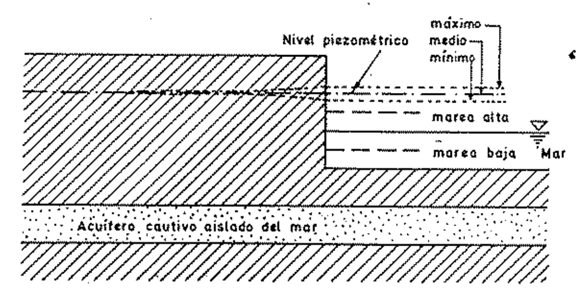


FIGURA 8.56

Esquemas ilustrativos del efecto de las mareas en la amplitud de la oscilación de los niveles piezométricos en tres tipos de acuíferos.

S = coeficiente de almacenamiento
T = transmisividad del acuífero
t = tiempo

La amplitud de la oscilación del nivel piezométrico del acuífero es:

$$\Delta h_o = \Delta H_o \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi x^2 S}{t_o T}}\right) \qquad (8.60)$$

y sus movimientos se realizan con un retraso («lag» en la literatura anglosajona) a la marea de $\sqrt{\pi x^2 S/t_o T}$[61]; puede llegar a suceder que el nivel piezométrico sea ascendente cuando la marea sea descendente.

En acuíferos libres es válida la misma formulación, pero al ser el valor de S mucho mayor ocurre que las oscilaciones de la marea se amortiguan muy rápidamente al alejarse de la costa y que incluso cerca de la misma sean difíciles de apreciar; el proceso precisa del movimiento de grandes volúmenes de agua para llenar o vaciar poros y ello supone una gran inercia de reacción.

Si el acuífero no está conectado con el mar, sufre bajo el mismo los efectos de las variaciones de sobrecarga; tal como se ha explicado, en tierra firme las variaciones se propagan a través de pequeños movimientos de agua en los acuíferos cautivos, de modo que a semejanza de lo que se acaba de exponer se tiene una amplitud de oscilación y un desfase que se obtiene sustituyendo en las fórmulas dadas ΔH_o por EM · ΔH_o. $\Delta H/\Delta H_o$ es la eficiencia a la marea aparente.

En las figuras 8.56 y 8.57 se explica gráficamente lo expuesto.

Conocido el retraso t_e y la eficiencia a la marea aparente, la verdadera EM vale

$$EM = EM\,(\text{aparente}) \cdot \exp\left(\frac{2\pi}{t_o}\, t_e\right)$$

que permite calcular el coeficiente de almacenamiento, S, pues:

$$S = \frac{\gamma \cdot m \cdot \beta \cdot b}{1 - EM}$$

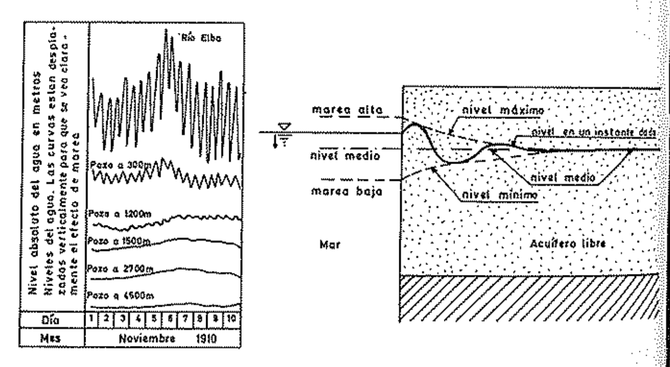


FIGURA 8.57

Oscilaciones periódicas en un acuífero inducidas por las oscilaciones de marea en el estuario de un río. Se observa la disminución de la amplitud con la distancia así como el retraso que se produce en la onda. En el esquema anejo se aclara el fenómeno mostrando el nivel piezométrico en un instante dado.

[61] Retraso dado en radianes. Para darlo en tiempo basta considerar que 2π radianes equivalen a un tiempo t_o. El retraso en tiempo es $t_e = 1/2\sqrt{t_o x^2 S/\pi T}$. Para más detalles véase el apartado 17.6 de la sección 9.

Al parecer el valor de S obtenido crece lentamente al aumentar el período de marea (Carr, 1971).

Las mareas vienen dominadas por el efecto de posición de la luna y existe un período principal ocasionado por la rotación de la tierra (efecto semidiurno) tal que debido al propio movimiento de la luna supone un retraso de alrededor de 50 minutos cada día. Así entre dos mareas altas o dos mareas bajas media un lapso de tiempo de 12 horas 25 minutos o sea 12,42 horas = = 745 minutos.

Sigue en importancia el efecto semimensual de período 14,75 días debido al conjunto tierra-luna-sol. Cuando se suman los efectos (luna llena y luna nueva) se tienen las mareas vivas y cuando la luna y el sol están en cuadratura los efectos se restan y se está en época de mareas muertas. Las mareas muertas pueden ser de hasta 1/3 de las mareas vivas. Otros efectos menores sobre la marea son:

— efecto paraláctico lunar (mensual, 27,5 días) por efecto de la variación de la distancia tierra-luna;

— efecto diurno (24 h 50 min) originado por la declinación variable de la luna;

— efecto semianual (0,5 años) originado por la declinación variable del sol;

— efecto paraláctico solar (anual, 1 año), por efecto de la variación de la distancia tierra-sol.

Cerca de la costa existe un efecto de borde por reflexión, efecto variación de fondo marino, y concentración en golfos y estuarios, que modifican localmente la amplitud de marea y que puede romper la simetría, de modo que en determinados lugares sólo se tiene un ciclo diurno de 24 horas 50 minutos, con un efecto diurno de 24 horas regulado por la presión atmosférica.

De forma más completa, es posible descomponer la marea real en suma de funciones armónicas y aplicar a cada una de ellas lo expuesto; la variación piezométrica conjunta será la suma de las respuestas a cada componente de marea, con la amortiguación y retraso correspondiente.

El nivel del mar está además influido por el viento; cuando éste sopla de tierra hace descender el nivel y lo hace subir cuando sopla de mar. Los cambios locales de presión atmosférica tienen también influencia sobre el nivel del mar; una subida rápida de presión de 1 mm de mercurio puede llegar a hacer bajar el nivel del mar 13,2 mm.

En mares con una marea lunar pequeña, como sucede en el Mediterráneo, las variaciones de nivel provocadas por las variaciones de presión atmosférica o el viento pueden ser dominantes, pero no anulan el rizado de la primera. En las costas barcelonesas la amplitud de la marea periódica varía entre 0,30 y 0,60 m según se trata de mareas muertas o mareas vivas, pero las otras causas enunciadas pueden provocar oscilaciones superiores a 1 m.

En la figura 8.58 se representan dos porciones de limnigrama de un piezómetro costero en un acuífero cautivo no comunicado directamente con el mar; se ve la diferencia entre marea viva y marea muerta. Para asegurar que es un efecto de marea basta comprobar que el período entre cada dos oscilaciones completas es superior a 24 horas. En dicha figura se calcula 24,7 horas y 24,8 horas, siendo el valor teórico de 24,84 horas. Admitiendo una marea viva de 0,6 m y una marea muerta de 0,30 m la eficiencia a la marea varía entre EM = 0,10 y EM = 0,066.

En la figura 8.59 se representa el hidrograma del mismo sondeo anterior durante tres semanas, pudiéndose apreciar el efecto de marea viva y marea muerta y la superposición de otras oscilaciones de mayor período y amplitud. En la misma figura se muestra la variación de la presión atmosférica cuyo efecto en las variaciones del nivel piezométrico no siempre es inverso; ello debe interpretarse como un efecto de cambios en el nivel del mar a consecuencia de las variaciones barométricas y del viento y no a un efecto directo de la misma.

Existe también una marea terrestre que hace variar la presión intergranular en los acuíferos y que por lo tanto también se traduce en oscilaciones piezométricas, pero éstas son muy pequeñas, en general de menos de 3 cm de amplitud y con la misma frecuencia que la marea marina (Nilsson, 1966).

6.3.3 Oscilaciones debidas a la evapotranspiración

Los acuíferos libres con nivel freático próximo a la superficie del terreno o sometidos a la acción de plantas featofitas, sufren un efecto de evaporación y/o evapotranspiración directa que alcanza un máximo valor durante el día y el mínimo valor durante la noche. Ello produce una fluctuación de niveles de 24 horas, de período. Por un efecto de histéresis el nivel freático mínimo se produce hacia la puesta del sol y el máximo se produce hacia media mañana (Todd, 1958, pág. 157).

El efecto de evapotranspiración directa es despreciable, excepto cuando el nivel freático está a menos de 1 m de la superficie. El efecto de evapotranspiración puede alcanzar a superficies freáticas situadas a más de 10 m de profundidad si existen plantas freatofitas, pero es raro que en áreas de vegetación corriente llegue a más de 2 ó 3 m de profundidad.

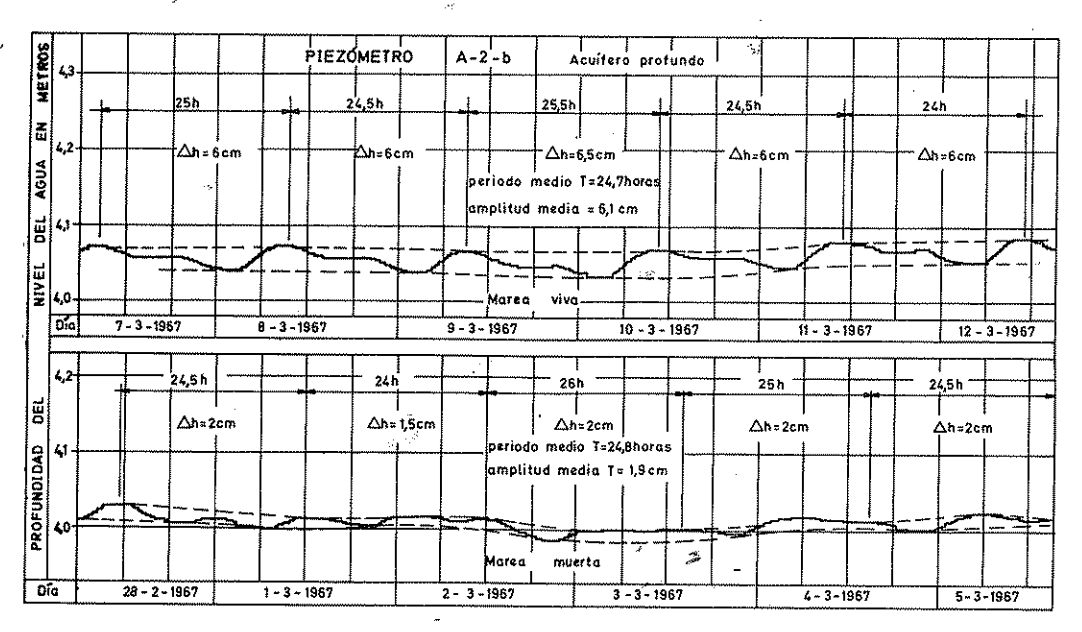


FIGURA 8.58

Oscilaciones piezométricas en el acuífero cautivo del delta del río Llobregat a 30 m de la costa, en marea viva y en marea muerta. Se calcula el período medio y la amplitud media. (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

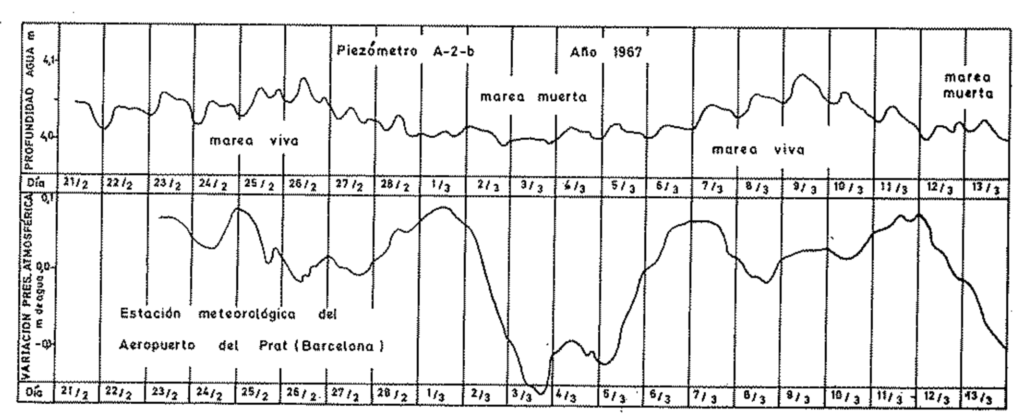


FIGURA 8.59

Hidrograma de las oscilaciones piezométricas en un piezómetro junto a la costa en el acuífero profundo del delta del río Llobregat; aparece claramente marcado el efecto de la marea, su retraso diario y la alternancia de mareas vivas y mareas muertas. Se muestran también las variaciones de la presión atmosférica en metros de columna de agua respecto a la posición media de 760 mm de mercurio. Se superponen efectos barométricos directos con cambios del nivel del mar a consecuencia de la variación de presión y del viento por lo que el efecto sobre los niveles piezométricos no es claro siempre. No se indica el efecto de variación del nivel del mar por el viento, que puede ser importante. La marea marina en este lugar del Mediterráneo varía entre 30 y 60 cm.

Las oscilaciones producidas son mucho más intensas en verano que en invierno, pudiendo desaparecer en las épocas muy frías. La amplitud de la oscilación está influida por el viento, la temperatura, etc. Es raro encontrar oscilaciones que superen los 10 cm. En primera aproximación esta oscilación no puede superar el valor de la evapotranspiración diaria dividida por la porosidad del acuífero libre.

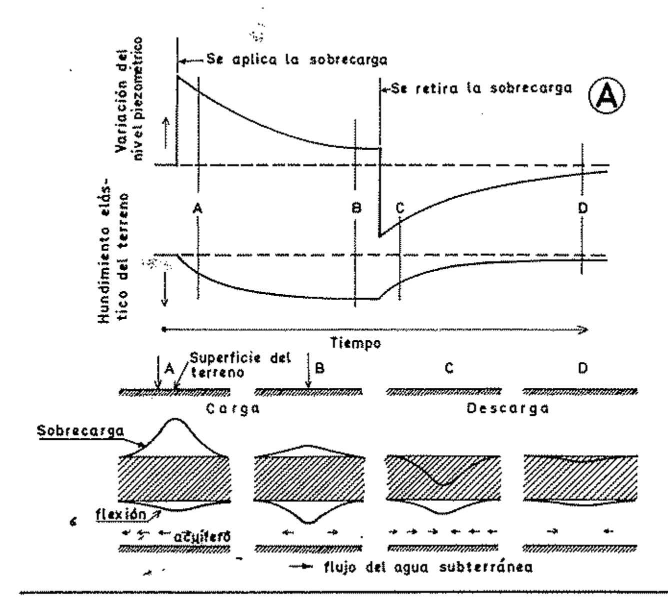
6.4 OSCILACIONES RÁPIDAS NO PERIÓDICAS

Las oscilaciones rápidas no periódicas son debidas en general a sobrecargas o descargas rápidas del terreno. Tales son el paso de un tren o de un camión pesado por las proximidades del piezómetro en observación, etc. En general el fenómeno sólo es apreciable en acuíferos cautivos o en acuíferos libres capaces de mostrar reacciones elásticas de importancia.

La sobrecarga rápida crea un aumento de la presión del agua y una elevación brusca del nivel piezométrico y al contrario si se trata de una descarga brusca. Si se trata del paso de un tren, por ejemplo, se produce un brusco ascenso seguido de un brusco descenso cuando se aleja; si el tren se estaciona en las inmediaciones del piezómetro sólo existe el efecto de sobrecarga, pero como ésta es local, la elevación de nivel es también local y se crea un gradiente piezométrico hacia las porciones del acuífero no afectadas de modo que la elevación desaparece a los pocos momentos y se vuelve al nivel inicial, ya que la extensión del acuífero es en general mucho mayor que la del área afectada por la sobrecarga. El mismo efecto se tiene en una descarga brusca, como la marcha de un tren estacionado en las inmediaciones del piezómetro. La figura 8.60 ilustra la explicación.

La propagación de ondas elásticas produce una brusca oscilación de subida y bajada a consecuencia del paso de la onda de compresión. Tal sucede en el caso de terremotos, explosiones o fuertes golpes sobre el terreno. En la figura 8.61 se muestra el efecto de un terremoto en escala de tiempos muy ampliada; con las escalas de tiempos usuales sólo se aprecia una brusca subida y bajada brusca que dejan una traza vertical.

Las ráfagas de viento sobre la boca del pozo pueden provocar pequeños ascensos del agua con una caída posterior al cesar aquella; ello provoca también oscilaciones pequeñas aperiódicas. Algo similar sucede en pozos en acuíferos cautivos próximos a la costa cuando el oleaje es grueso. En algunos casos puede existir des-



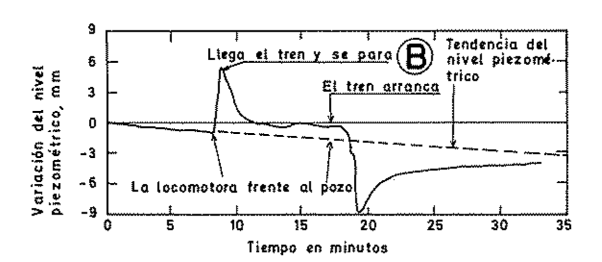
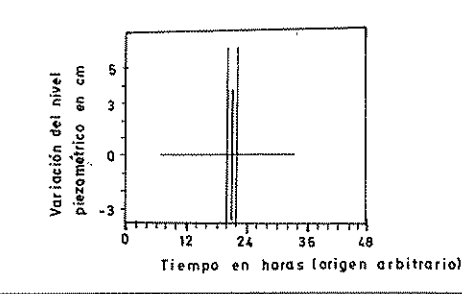


FIGURA 8.60

Efectos de sobrecargas y descargas. A) Explicación gráfica. B) Detención de un tren en una estación e hidrograma de niveles piezométricos en un pozo en un acuífero cautivo. (Según Jacob, 1939). Si la escala de tiempos hubiese sido de 1 h = 2 mm *sólo se hubiese visto una oscilación brusca simétrica.*

prendimiento de gases en el piezómetro y si éste es de pequeño diámetro pueden producirse ascensos bruscos de nivel; el desprendimiento de gases puede favorecerse por otras causas tales como disminución de la presión atmosférica, ráfagas de viento, oleaje, etc. La figura 8.62 ilustra lo expuesto en este párrafo. Otras veces esas pequeñas oscilaciones pueden ser debidas a caídas en el pozo de pequeños animales, caída de agua, etc.

Todo lo expuesto supone que el terreno se comporta como un medio elástico. Sin embargo las alteraciones muy violentas tales como los terremotos con epicentro



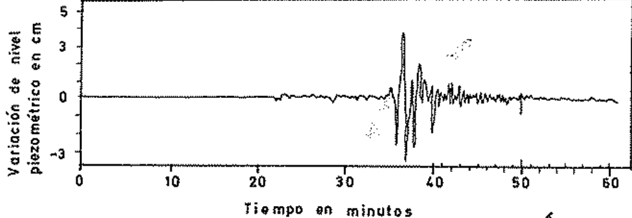


FIGURA 8.61

Efecto de un terremoto en la frontera argentino-chilena (9-12-1950) en un pozo en acuífero cautivo en Norteamérica. (Datos de Vorhis en Todd, 1958). Nótese la escala de tiempos empleada. En un limnigrama usual (1 hora = 2 mm) sólo se hubiese apreciado una oscilación brusca como se indica en la figura precedente.

próximo y las explosiones subterráneas muy intensas naturales (volcanes) o artificiales pueden producir asentamientos rápidos en materiales no consolidados con la consiguiente expulsión de agua, la cual puede surgir por pozos o abrirse camino a través del terreno.

En acuíferos cautivos próximos a masas de agua cuyo nivel puede variar se observan las reacciones elásticas debidas al cambio del peso del agua que soportan.

Si la masa de agua que cambia de nivel es un río, embalse o lago pequeño, existe una subida inicial de nivel piezométrico en las inmediaciones en respuesta a una subida del agua libre, pero la acción desaparece con mayor o menor rapidez ya que se establece un flujo de agua subterránea que restablece las condiciones de presión iniciales; en igualdad de otras condiciones, la desaparición del efecto es tanto más rápida cuanto más permeable y extenso es el acuífero cautivo en consideración.

En el caso de ríos, lagos pequeños o embalses, si los cambios de nivel son lentos y/o el acuífero cautivo es muy permeable, éste puede no sufrir ningún cambio de nivel piezométrico apreciable, ni permanente ni temporal.

Todo lo expuesto se refiere a acuíferos aislados hi-

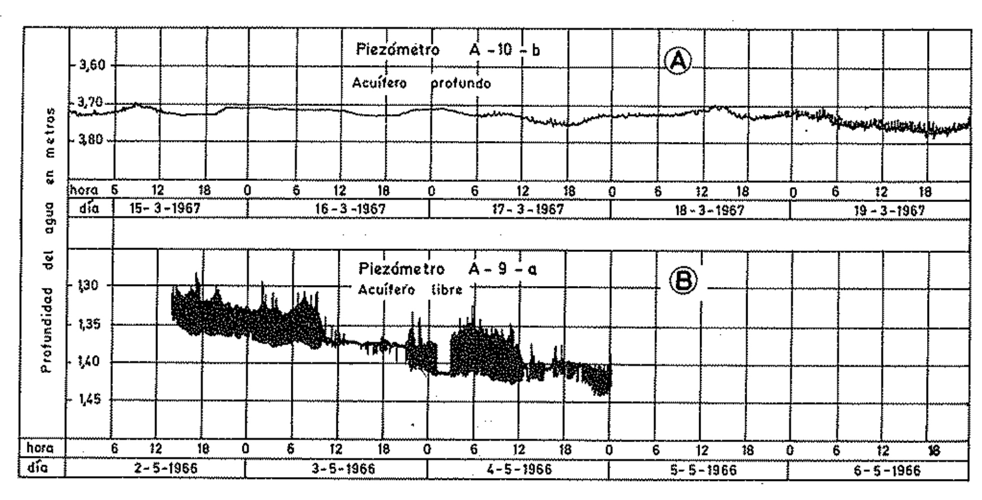


FIGURA 8.62

Oscilaciones piezométricas en dos sondeos costeros del delta del río Llobregat. A) Se muestra un pequeño efecto de marea al que se le superponen algunos días oscilaciones rápidas de poca amplitud, que en este caso se atribuyen al efecto del oleaje (la costa a 20 metros) y quizás el paso de camiones pesados. B) Efecto del desprendimiento de burbujas de gas metano en una zona con turba; el piezómetro es de 50 mm de diámetro y la boya del limnígrafo de 30 mm, lo que hace que el efecto de burbujeo produzca fuertes oscilaciones. (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

dráulicamente de las masas de agua que varían de nivel. Si el acuífero cautivo está conectado directamente a aquellas en alguno de sus límites, las variaciones del nivel de agua libre repercuten en el acuífero a una cierta distancia de acuerdo con su coeficiente de almacenamiento y capacidad de transmitir agua y además con un retraso ocasionado por la necesidad de establecerse un flujo de agua; algunos de estos problemas serán tratados en la sección 9, capítulo 17. La perturbación se amortigua al alejarse del lugar en que se ha producido la variación y al mismo tiempo sufre un retraso debido al coeficiente de almacenamiento. Esta problemática ya se ha comentado en el apartado 6.3.2 al tratar de acuíferos conectados con el mar.

En zonas de roca consolidada dura muy poco permeable sometida a explosiones por barrenos, tras cada explosión puede crearse un aumento de la porosidad de fracturación que hace descender el nivel (cabe más agua por unidad de volumen) hasta que el lento aporte de agua de zonas vecinas restituye el nivel. Este fenómeno ha sido observado en las galerías del macizo basáltico de Famara (Lanzarote, Islas Canarias) durante su perforación (Custodio y Sáenz de Oiza, 1972) y cerca de las canteras para extracción de áridos en el macizo calcáreo de Garraf (Barcelona) (trabajos en curso, por Custodio, Galofré y cols.).

6.5 VARIACIONES DEL NIVEL PIEZOMÉTRICO ORIGINADAS POR EXTRACCIONES DE AGUA SUBTERRÁNEA

El establecimiento de una captación de agua (pozo, dren, galería, etc.) en un acuífero produce un descenso de nivel piezométrico, rápido al principio de la extracción y luego cada vez más lento; al cesar el bombeo o la extracción, los niveles tienden a recuperar su posición inicial, deprisa al principio y luego más lentamente. Estos hechos serán estudiados con detalle a lo largo de toda la sección 9.

En las figuras 8.63 y 8.64 se muestran varias porciones de limnigramas de piezómetros situados en las proximidades de Barcelona. En la figura 8.65 se muestra el efecto de paros de pozos durante la noche y el efecto de subida general de niveles en domingo por paro de pozos que funcionan toda la semana en una zona industrial próxima a Barcelona. La figura 8.66 muestra la variación de niveles en la misma zona durante tres semanas. La figura 8.67 muestra las variaciones de nivel de un acuífero sometido al efecto de un pozo de recarga intermitente y al proceso de desarrollo por bombeo de un pozo próximo.

El efecto de interferencia entre pozos es de gran interés.

Todo lo anterior se refiere a la observación de niveles en el mismo acuífero en que se realiza el bombeo. Si el bombeo se realiza en un acuífero y los niveles se miden en un acuífero inferior cautivo parece ser que los niveles tienden a subir al iniciar el bombeo para luego volver al valor inicial y de la misma forma tienden a bajar al pararse el bombeo. Andreassen y Bookhart (1963) explican el fenómeno a través del esfuerzo que transmite al terreno la bomba para elevar el agua. Si el acuífero bombeado es libre, existe una disminución de la cantidad de agua, lo cual carga al acuífero profundo y por ello éste tiende a disminuir su nivel piezométrico oponiéndose al efecto anterior.

Si el acuífero profundo no es perfectamente cautivo, sino semiconfinado con respecto al acuífero en bombeo, al ceder agua aquel a éste, su nivel piezométrico desciende paulatinamente. Sin embargo, en los primeros momentos del bombeo existe una subida de nivel, a partir de la cual se inicia el descenso; es el llamado efecto Noordbergum (Verruijt, 1969) y se representa en la figura 8.68. Este autor explica el fenómeno basándose en el comportamiento elástico del acuífero. Debido al descenso de la presión del agua en el acuífero superior, se atrae agua del acuífero inferior; esta pérdida de agua origina un descenso de volumen en la parte superior del acuífero inferior. Todas las porciones de acuífero en un anillo circular centrado en el pozo disminuyen de volumen, produciendo así un desplazamiento radial hacia el centro. En la porción inferior del acuífero profundo, este desplazamiento radial origina una sobrecarga que tiende a comprimirlo y hace subir el nivel piezométrico[62].

6.6 VARIACIONES EN LA SUPERFICIE DEL TERRENO A CAUSA DE BOMBEOS EN LOS ACUÍFEROS

La reducción de presión intersticial del agua creada cuando se establece el bombeo en una captación hace que el peso del terreno se transmita con mayor intensidad a la parte sólida del acuífero, o sea que produce un aumento de las tensiones intergranulares (ver apartado 1.11). Ello trae como consecuencia una disminución de altura y por lo tanto un descenso del nivel del

[62] Un efecto análogo es descrito por Wolf (1970).

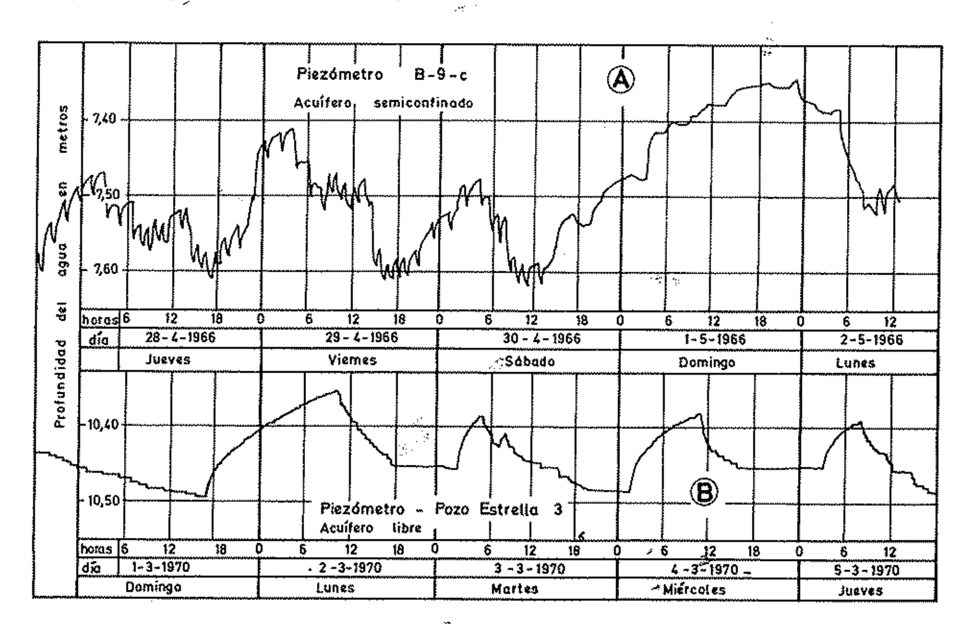


FIGURA 8.63

Oscilaciones piezométricas en dos pozos de observación. A) En el lateral izquierdo del delta del río Llobregat mostrando el efecto de un bombeo próximo intermitente superpuesto a las fluctuaciones diarias generales producidas por los grandes núcleos de bombeo. Se puede apreciar la recuperación dominical y el cese de bombeo próximo, el cual se reanuda el lunes. B) En el acuífero libre del Valle Bajo del río Llobregat mostrando el efecto de bombeo de un pozo próximo. (Tomados de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

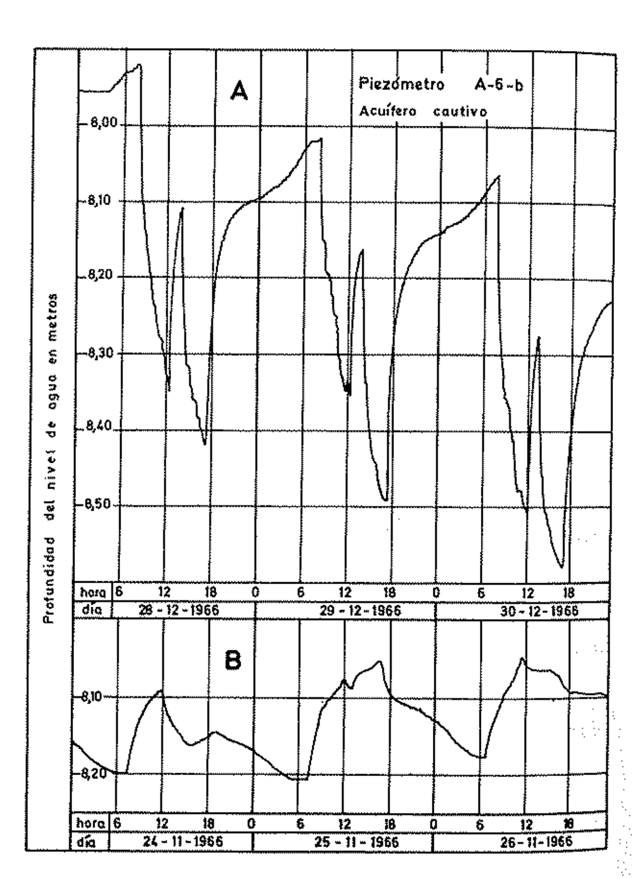


FIGURA 8.64

Oscilaciones de nivel en un piezómetro en el acuífero profundo del delta del río Llobregat. A) Efecto de un bombeo próximo con un período de funcionamiento para riego por la mañana y otro por la tarde. El efecto está superpuesto a las fluctuaciones generales. B) Fluctuaciones generales medidas en una época de paro de los pozos próximos. (Tomados de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).



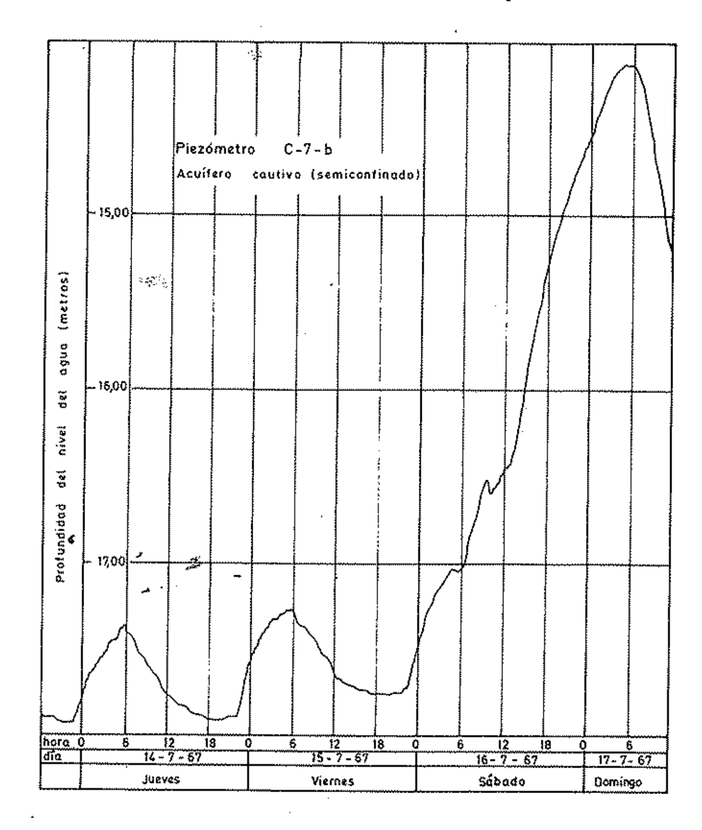


FIGURA 8.65

Oscilaciones piezométricas en el acuífero profundo del delta del río Llobregat en el área industrial de Prat de Llobregat. Se aprecia la oscilación diaria provocada por las industrias que sólo bombean durante el día y el gran ascenso dominical debido al paro adicional de otras industrias que extraen agua continuamente durante los días laborables. (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

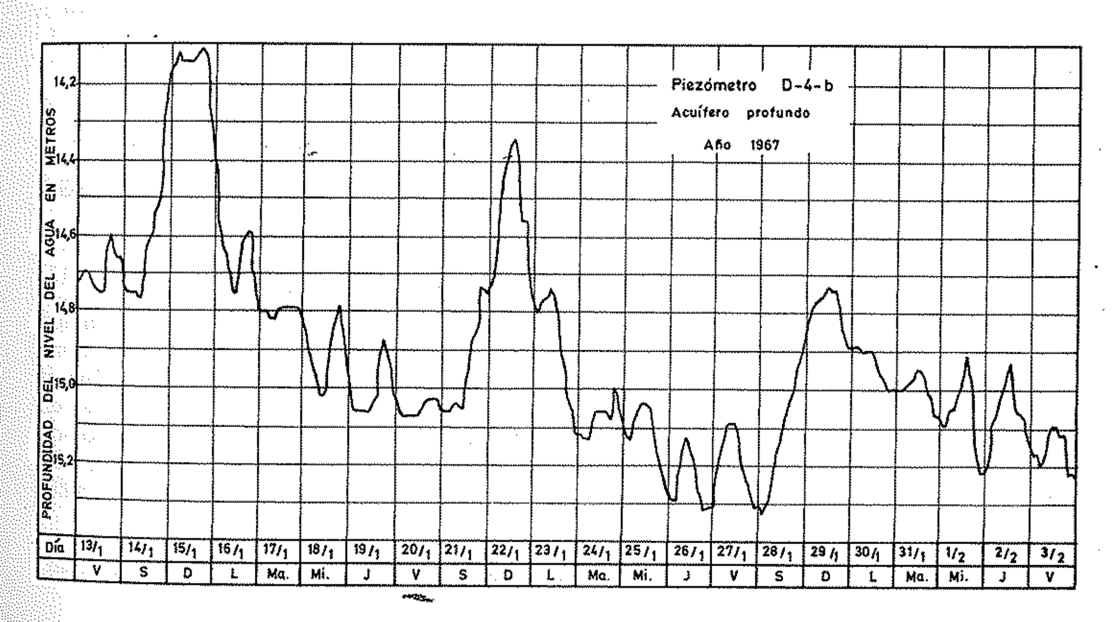


FIGURA 8.66

Hidrograma de variaciones del nivel piezométrico del acuífero profundo del delta del río Llobregat en el área industrial de Prat de Llobregat, mostrando las variaciones diarias y semanales, con el ascenso general de los domingos. (Elaborado a partir de los limnigramas del archivo de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

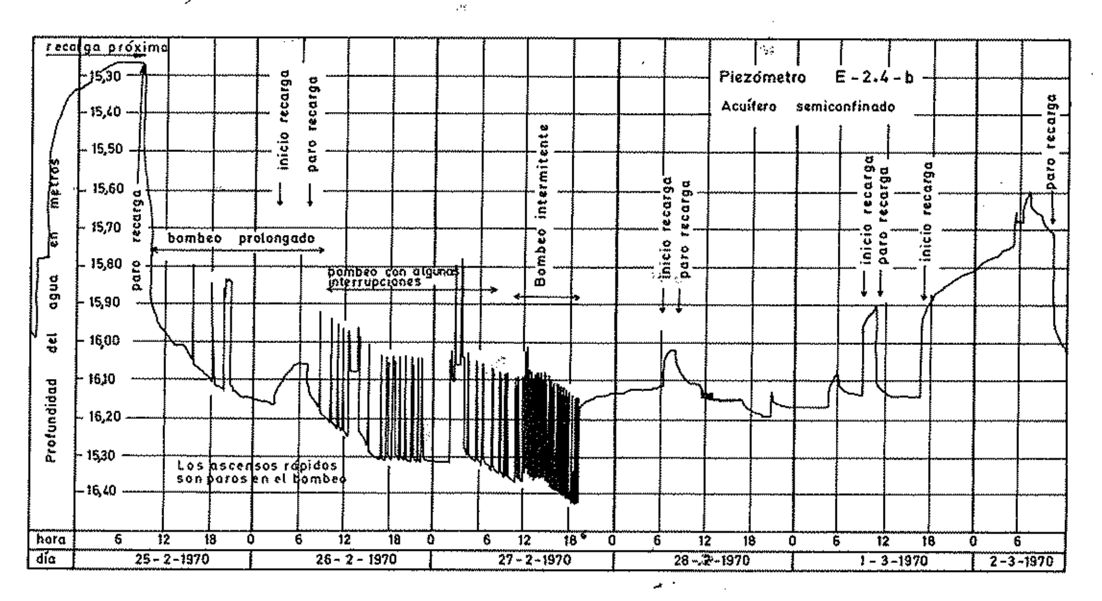


FIGURA 8.67

Oscilaciones piezométricas en un sondeo en el estrecho de Cornellà (Barcelona) influenciado por dos pozos de recarga próximos trabajando de forma no continuada y por el ensayo de bombeo y desarrollo por descargas de aire comprimido y bombeo en un pozo muy próximo en construcción. En la figura se indican algunas de las particularidades más notables. (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

terreno. El terreno en los alrededores del pozo se deforma de modo similar a como se deforma una superficie de lona al ser presionada con una bola (Davis, Peterson y Halderman, 1969). En general estas deformaciones son sólo de fracciones de mm y son tanto mayores cuanto mayor es el caudal de bombeo, menor la profundidad del acuífero y mayor el espesor del mismo; la transmisividad del acuífero influye en el valor de la superficie deformada, que es mayor cuanto mayor es aquella.

La reacción es inmediata al inicio del bombeo, aunque existe una evolución amortiguada con el tiempo. En general los acuíferos muestran reacciones elásticas, excepto en acuíferos en proceso de consolidación o de los que se ha extraído mucha arena. Con pozos de recarga se producen similares deformaciones, pero de signo contrario.

No sólo se observan deformaciones verticales sino también deformaciones horizontales, en general con rotación. Estas deformaciones son del orden de micras y la rotación del orden de microradianes. En estas deformaciones interviene el cambio de la tensión intergranular y también el rozamiento creado por el movimiento del agua hacia la captación.

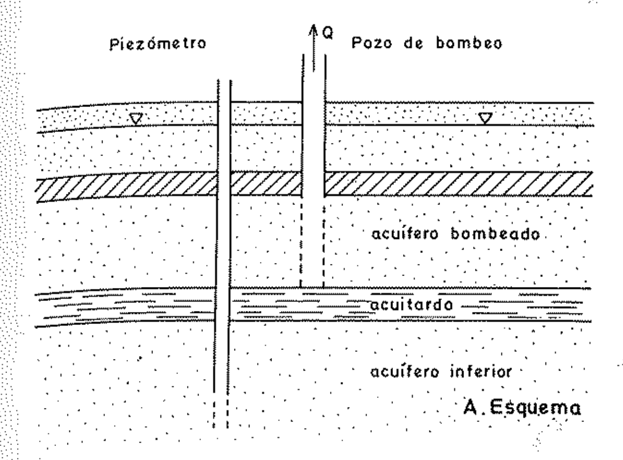
En general las deformaciones horizontales son menores que las verticales, lo que permite seguir manteniendo la expresión deducida en el apartado 3.5 para el coeficiente de almacenamiento del acuífero cautivo; en un tratamiento más riguroso debería considerarse el efecto de esas deformaciones horizontales.

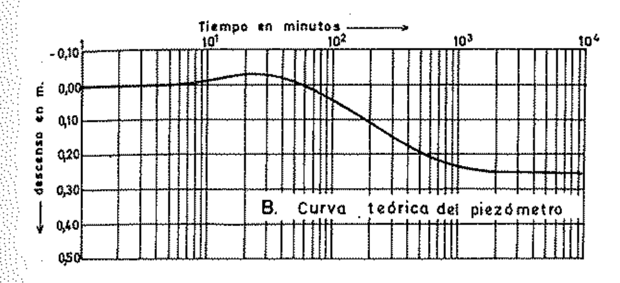
La medida de todas estas deformaciones es difícil y está sometida a muchos errores[63].

6.7 OSCILACIONES DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS DEBIDAS A LAS VARIACIONES EN LA RECARGA POR LA PRECIPITACIÓN. EFECTOS ESTACIONALES

La fuente principal de recarga a los acuíferos es la infiltración profunda del agua de lluvia, y ésta tiene un carácter intermitente. La recarga se produce de forma discontinua, con mayor intensidad en unas épocas que en otras y de forma variable según los años; en unos lugares las lluvias son casi inexistentes o no son eficaces para producir recarga durante varios meses del año, con lo cual aparecen claramente marcadas unas

[63] La descripción de algunos sistemas de medida puede consultarse en Davis, Peterson y Halderman (1969).





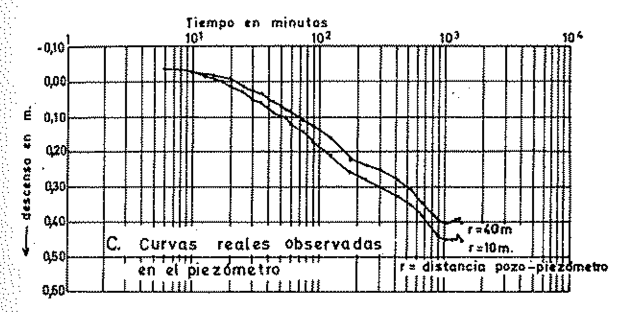


FIGURA 8.68
Efecto de un bombeo en un acuífero semiconfinado inferior, mostrando el efecto Noordbergum. (Modificado de Verruijt, 1969).

estaciones en que se produce recarga y otras estaciones en las que normalmente no se produce.

La recarga origina una elevación del nivel de agua y después de la misma el agua aportada se extiende hacia los lugares de descarga, naturales o artificiales, dando origen a un descenso de niveles o recesión, que se mantiene hasta el siguiente período de recarga. En la figura 8.69 se muestra el efecto de recarga en un acuífero libre a consecuencia de dos lluvias intensas. Se aprecia claramente el período de recesión al final; el gráfico superior de la misma figura muestra la evolución de niveles en una época en que no hay lluvias.

Las curvas de recesión suelen tener una forma exponencial aproximada (ver sección 9 capítulo 17 y sección 11) y son tanto más rápidas cuanto mayor es la transmisividad del acuífero, menor el coeficiente de almacenamiento y menor la distancia al lugar de salida del agua. La representación del logaritmo del nivel piezométrico sobre el punto de descarga en función del tiempo debe ser una recta. En la figura 8.70 se muestran las curvas de recesión de los niveles de un pozo.

En lugares de clima húmedo o semihúmedo la recarga producida en las estaciones húmedas del año consigue casi siempre alcanzar al acuífero y entonces se tiene un ciclo anual o semianual en las oscilaciones piezométricas, según que en el año exista una o dos estaciones húmedas; la figura 8.71, ilustra este efecto. En lugares más áridos la recarga de la época húmeda del año puede ser poco importante en años secos si es que llega a producirse; en este caso las variaciones más importantes son debidas a la secuencia de años secos y años húmedos, como lo muestra la figura 8.72.

Las variaciones estacionales quedan amortiguadas en profundidad de modo que en acuíferos con el nivel freático profundo sólo pueden aparecer de forma marcada las diferencias en pluviometría de un año a otro. Además, cuanto más profundo es el nivel freático con tanto más retraso se produce el efecto de recarga como aparece en la figura 8.71 y se aprecia también en la figura 8.72. El efecto de amortiguación de las variaciones producidas por la recarga es importante cuando en el mismo acuífero la profundidad del nivel freático varía considerablemente a consecuencia de una topografía accidentada, ya que en cada lugar el tiempo en llegar el agua de infiltración al acuífero es diferente. El efecto amortiguador es mucho menor cuando la profundidad del nivel freático es casi la misma en todo el acuífero.

En acuíferos freáticos con el nivel poco profundo en materiales arcillosos, la lenta circulación del agua de recarga en el medio no saturado debería producir un efecto lento de recarga y diferido; no obstante en ocasiones, en épocas húmedas se observa una respuesta inicial muy rápida que no puede explicarse normalmente ya que no es posible con la baja permeabilidad del terreno; puede ser debido a infiltración preferencial

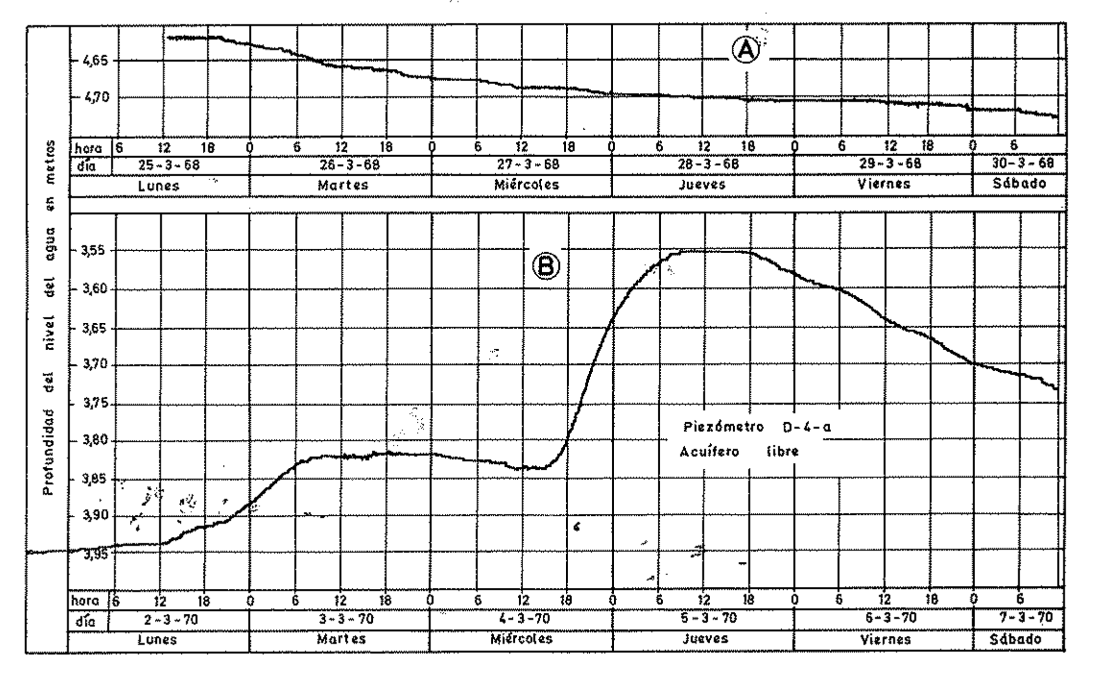


FIGURA 8.69

Oscilaciones piezométricas en el acuífero superficial (prácticamente freático) del delta del río Llobregat. A) Época de recesión de niveles después de un período lluvioso. B) Curva mostrando la recarga local producida por una fuerte tormenta y la recesión posterior al producirse la fuga lateral del agua introducida. (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

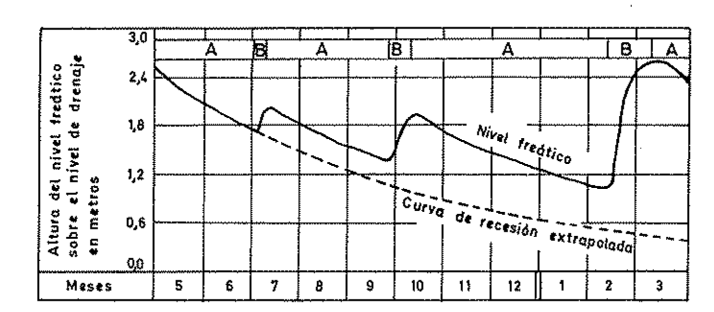


FIGURA 8.70

Curvas de recesión de un acuífero libre entre dos canales de drenaje paralelos. En los períodos A, la descarga es mayor que la recarga y en los períodos B la recarga domina sobre la descarga.

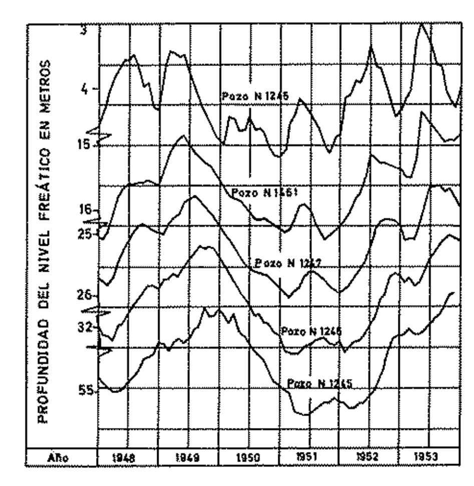


FIGURA 8.71

Hidrogramas de cinco pozos de Long Island, New York mostrando el retraso de la recarga al aumentar la profundidad. En el pozo más superficial se nota la recarga de la estación húmeda del año. (Según Ibister, 1966).

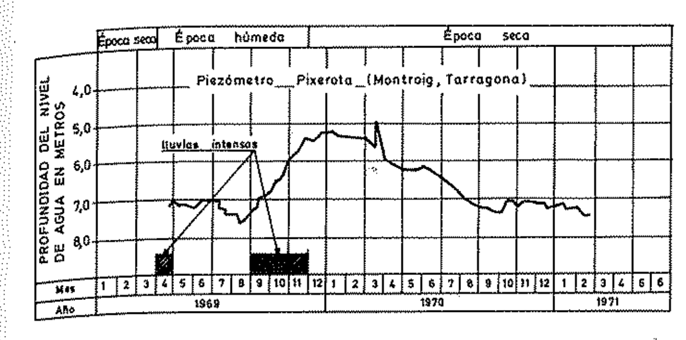


FIGURA 8.72

Hidrograma de un piezómetro del campo de Tarragona (España). (Tomado de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental; datos de HIFRENSA). Los meses señalados son anormalmente húmedos.

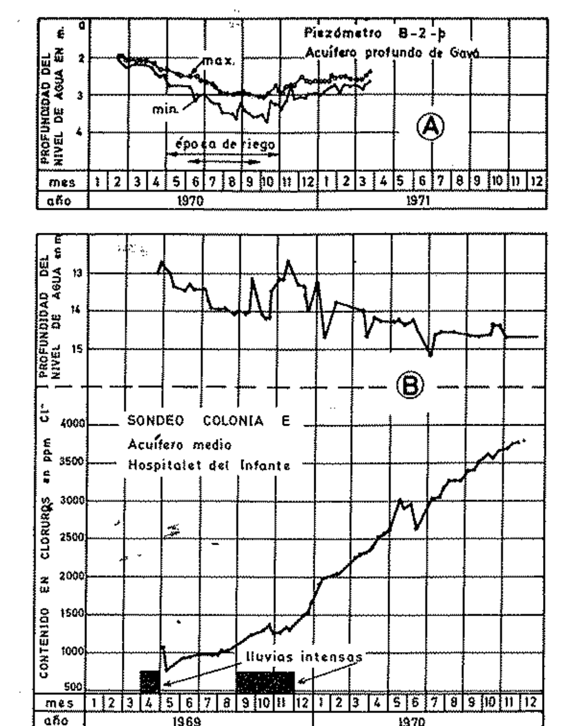


FIGURA 8.73

A) Oscilaciones piezométricas extremas semanales en un piezómetro en el acuífero profundo del delta del río Llobregat en una zona de riego; se puede apreciar que la oscilación es más fuerte en la época de riego.
B) Descenso del nivel en un piezómetro en una zona de bombeo en Hospitalet del Infante (Tarragona), y gráfico de variación del contenido en cloruros; se tiene un dato cada semana. (Tomados de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

a través de discontinuidades creadas por raíces y grietas (Bonell, 1972). En épocas secas no sucede por la elevada tensión capilar del terreno no saturado (ver capítulos 8 y 9).

En la figura 8.73 A se muestra el efecto de un bombeo agrícola superpuesto a las variaciones naturales de niveles, con un descenso en verano; en la figura 8.73 B se muestra el hidrograma de un pozo en acuífero semiconfinado mostrando el efecto de recarga por la lluvia y la curva de recesión; también se muestra el incremento de la salinidad por contaminación marina, como consecuencia de un bombeo próximo combinado con el descenso de nivel.

La correlación entre lluvias y niveles del agua subterránea no siempre es clara. Parece más conveniente relacionar niveles con desviaciones acumuladas de la pluviometría con respecto a la media, tal como se ve en la figura 8.74[64].

6.8 OSCILACIONES DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS EN ACUÍFEROS RECARGADOS POR UN RÍO

En acuíferos relacionados directamente con un río, los niveles del agua subterránea oscilan de acuerdo con los niveles del río, siendo la oscilación tanto menor y tanto más retrasada cuanto más lejos esté el pozo de observación del río. Existe una distancia a partir de la cual puede suponerse que las variaciones rápidas de caudal del río apenas afectan al acuífero. Estas cuestiones serán tratadas con mayor detalle en la sección 9 y en la sección 11. En principio son válidas las consideraciones hechas en los apartados 6.3.2 y 6.4 sobre la propagación de las oscilaciones. Estas oscilaciones se superponen a la pendiente general de la superficie piezométrica hacia el río.

En acuíferos relacionados con un río y sometidos a un bombeo intenso, puede suceder que la principal fuente de recarga sea la infiltración del agua del propio río. Si el lecho del río está sucio la infiltración es difícil y el nivel freático puede despegarse del fondo del cauce; en épocas de avenidas o de aguas altas se producen

[64] G. Tison (1954, 1956) ha estudiado matemáticamente la relación entre la pluviometría y los niveles freáticos suponiendo ambos fenómenos periódicos.

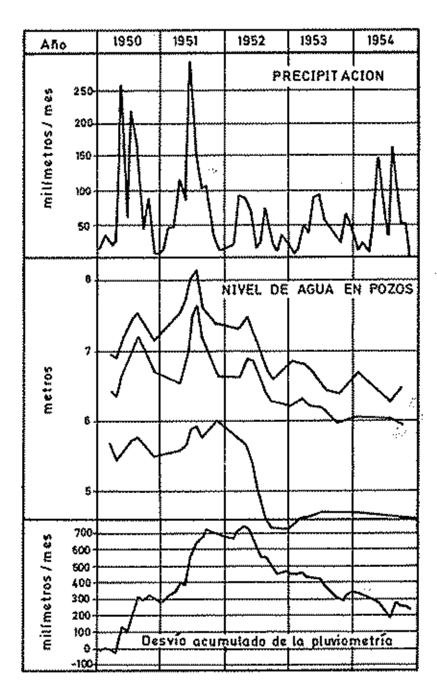


FIGURA 8.74
Relación entre niveles del agua subterránea, la pluviometría y el desvío acumulado de la pluviometría. (Datos de Fishel en Cederstrom, 1964).

recargas importantes debido a la descolmatación parcial del lecho del río y a que el agua afecta a porciones de cauce secas y permeables por desecación o por el establecimiento de vegetación, además de una mayor superficie mojada y una mayor carga de agua. En estos momentos se produce un notable ascenso del nivel freático, tanto mayor cuanto más cerca del río y más cerca de la zona en que el río tiene mayor capacidad de infiltración.

En la figura 8.75 se muestran los hidrogramas de cuatro piezómetros a lo largo del valle bajo del río Llobregat, estando el denominado P en la zona de mayor recarga. En el hidrograma del piezómetro P se aprecia la rápida respuesta a las crecidas del río y la recesión posterior; los otros piezómetros reaccionan de forma similar pero los ascensos son más suaves por estar más lejos de la zona principal de recarga.

En la figura 8.76 se indica la lenta evolución de niveles en un piezómetro en un acuífero directamente alimentado por el aluvial del río Llobregat (acuífero profundo), mientras que el acuífero superficial (recarga sólo por la lluvia) muestra oscilaciones diferentes.

6.9 FLUCTUACIONES DE GRAN PERIODO Y TENDENCIA DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

Al no ser todos los años iguales desde un punto de vista hidráulico, los niveles del agua subterránea varían de acuerdo con las características de cada año, si bien en ocasiones las variaciones interanuales de nivel son pequeñas dado que en general los acuíferos tienen un almacenamiento de agua elevado. La sucesión de varios años secos o de varios años húmedos puede dar la im-

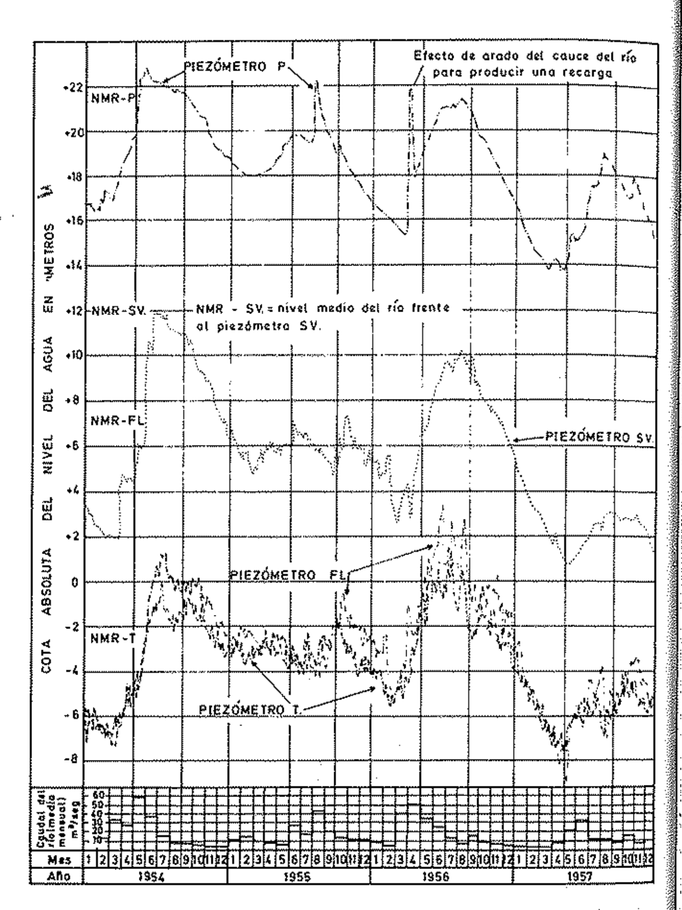


FIGURA 8.75
Variaciones del nivel del agua en varios piezómetros a lo largo del Valle Bajo del río Llobregat en el acuífero aluvial. En el acuífero existen importantes bombeos y el cauce del río está parcialmente colmatado. Se aprecia la notable correlación de niveles piezométricos y el efecto de recarga en los periodos de aguas altas en el río. (Modificado de Llamas, 1966, fig. 7.2.4-2).

presión de que los niveles piezométricos tienen una tendencia a subir o a bajar; muchas veces esta tendencia se vería que no existe si se tuviese un registro de niveles de 30 o más años. En la figura 8.77 se muestra la variación de la precipitación en California a lo largo de 19 años y la oscilación de niveles correspondiente, desfasada en casi dos años a consecuencia de la duración de la infiltración profunda. En cada año se tienen dos máximos y dos mínimos correspondientes a las dos estaciones secas y a las dos estaciones húmedas. Si se hubiese observado sólo los niveles entre 1936 y 1942 se hubiese tenido la impresión de una tendencia de ascenso y entre 1944 y 1952 una tendencia de descenso, cuando en realidad no parece existir tendencia alguna.

En acuíferos sobreexplotados puede tenerse una tendencia al descenso de niveles piezométricos cuando la recarga es inferior a la extracción. Esta tendencia debe observarse en piezómetros no afectados directamente por el bombeo.

En ocasiones, un descenso progresivo de nivel no es más que el resultado de un incremento progresivo del descenso dinámico provocado por los bombeos; así, en el Prat de Llobregat (Barcelona) existe una tendencia al descenso del nivel piezométrico del acuífero profundo del delta del río Llobregat, pero ello no es más que una consecuencia del aumento del número de pozos de bombeo que producen un cono de descensos (ver capítulo 1 de la sección 9) cada vez más pronunciado para poder captar la demanda creciente de agua; no existe desequilibrio entre el promedio de entradas y de salidas del acuífero (Custodio, en preparación).

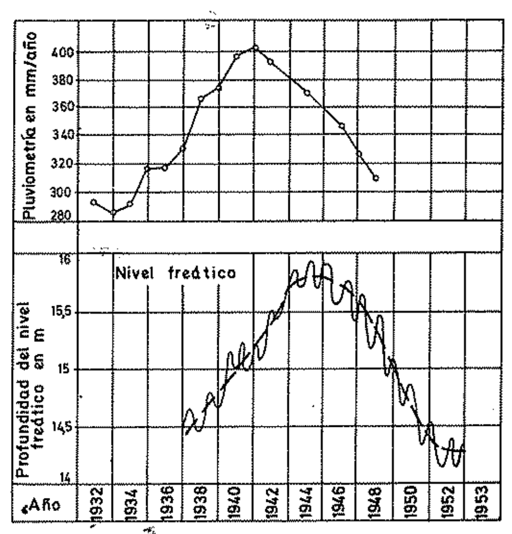


FIGURA 8.77

Variaciones a largo plazo de la pluviometría y de los niveles del agua subterránea en California. (Según Linsley, modificado de Tison, 1956).

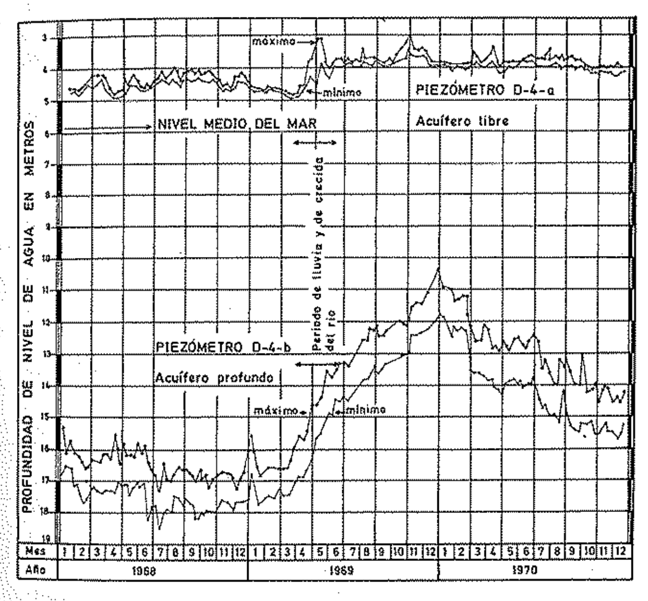


FIGURA 8.76

Oscilaciones extremas semanales en los acuíferos de Prat de Llobregat (Barcelona). El acuífero profundo (es libre en otras zonas y semiconfinado en la zona representada) está intensamente explotado por industrias. (Datos de los archivos de la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental).

La variación del nivel medio del agua en los ríos, ya sea por construcción de embalses, canales de navegación, derivaciones, etc. (Compte y Custodio, 1970) puede provocar una tendencia hacia una nueva situación de equilibrio más alta o más baja. Lo mismo puede suceder cuando se modifican las condiciones de recarga por creación o supresión de una zona de regadíos, cambio de zona rural a urbana, etc., o incluso por variación de la cota del cauce de los ríos a consecuencia de extracciones de gravas, rectificación de cauces, etc. (Compte y Custodio, 1970); algo similar puede suceder cuando se produce subsidencia del terreno (Todd, 1958, págs. 150-151).

Las variaciones climáticas habidas durante la era cuaternaria han influido en los niveles del agua subterránea y han producido tendencias, pero son inapreciables en la duración de la vida del hombre.

Capítulo 8.7

Superficies piezométricas

7.1 INTRODUCCIÓN

La superficie piezométrica es el lugar geométrico de los puntos que señalan la altura piezométrica de cada una de las porciones de un acuífero referidas a una determinada profundidad. Se las representa mediante líneas de igual altura piezométrica, de forma similar a la representación de una superficie topográfica mediante curvas de nivel[65]. A estas curvas se las llama *isopiezas* o *hidroisohipsas*[66]; se trata pues de líneas proporcionales a las equipotenciales, y así sè las designa también en ocasiones.

En principio se admite que las superficies equipotenciales del flujo del agua en un acuífero son superficies verticales de modo que el potencial es el mismo en cualquier punto de una misma vertical; en este caso la superficie piezométrica es única, al no depender de la profundidad que se considera.

En muchos casos usuales en hidrología subterránea las superficies equipotenciales son planos verticales a efectos prácticos, en especial teniendo en cuenta que las dimensiones horizontales son mucho mayores que las verticales. Sin embargo, existen casos en que el potencial varía notablemente en una misma vertical tal como sucede en las cercanías de zonas de recarga, en acuíferos con gran pendiente, en las proximidades de captaciones de agua o ríos parcialmente penetrantes, etc.; en este caso las superficies equipotenciales son planos inclinados y entonces es posible dibujar una infinidad de superficies piezométricas según la profundidad que se considere (fig. 8.78).

La superficie freática es la que define el límite de saturación de un acuífero libre[67], y coincide con la superficie piezométrica correspondiente a los puntos situados en el límite de saturación. Se supone que la elevación capilar es muy pequeña (ver capítulo 8.8); de no ser así es preciso definir la superficie sobre la que la presión del agua es igual a la atmosférica, y es la que se observa en pozos y sondeos.

Las superficies piezométricas de los acuíferos cautivos son más elevadas que el techo de los mismos, excepto algunas veces en las proximidades de captaciones que producen un gran descenso del nivel del agua[68].

Si se admite que el potencial hidráulico no varía con la profundidad, en acuíferos libres cualquier superficie piezométrica coincide con la superficie freática o superficie lugar geométrico de puntos a presión atmosférica. Sin embargo, si tal suposición no es admisible, se pueden definir superficies piezométricas con zonas más altas o más bajas que la superficie freática, e incluso con zonas cuya superficie piezométrica está por encima del nivel del terreno (fig. 8.78).

La superficie piezométrica en los acuíferos permeables por fisuración por grietas preferentemente verticales y notablemente espaciadas o en acuíferos muy heterogéneos con zonas extensas impermeables, es una superficie discontinua ya que sólo existe sobre dichas grietas; en general se dibuja continua y entonces debe tomarse como superficie virtual (fig. 8.79). Por debajo de la superficie freática virtual las cavidades del terreno están llenas de agua; sólo cabe esperar cavidades vacías cuando éstas tienen una relativamente fácil comunicación con el exterior y están así continuamente drenadas dando origen a un manantial; este manantial puede pasar inadvertido por ser muy pequeño y quedar enmascarado

[65] Equivale a las curvas resultantes de cortar la superficie piezométrica por un conjunto de planos horizontales igualmente espaciados.

[66] Curvas de igual altura de agua.

[67] «Water table» en la literatura anglosajona.

[68] Drenado local del acuífero.

por el terreno de recubrimiento, por una rápida evaporación en superficie o por la salida en forma de aire húmedo en el caso de cuevas abiertas al exterior.

El estudio del movimiento del agua en cualquier acuífero precisa del conocimiento de la superficie piezométrica (superficies piezométricas en caso de existencia de flujo vertical), la cual se convierte en una herramienta esencial, que por tanto debe dibujarse correctamente e interpretarse con criterio.

Cuando existen flujos verticales que hacen que la superficie piezométrica no sea única en ciertas zonas, puede trazarse una superficie piezométrica determinada y complementarla con perfiles verticales en los que se señalen las líneas equipotenciales. Ello sólo suele suceder en lugares concretos y lo más frecuente es que la superficie piezométrica se pueda tomar como única.

Por debajo del nivel del mar el terreno está naturalmente saturado de agua por razones obvias; los niveles por debajo del nivel del mar son a causa de extracciones por bombeo. Excepcionalmente pueden aparecer pequeñas depresiones transitorias en rocas consolidadas duras muy poco permeables cuando ha aumentado la porosidad del terreno rápidamente por ejemplo por creación de fracturas de descompresión las áreas de canteras con extracción intensiva y frecuentes barrenamientos (trabajos en curso en el Macizo de Garraf, Barcelona; Custodio, Galofré y otros) o en minas.

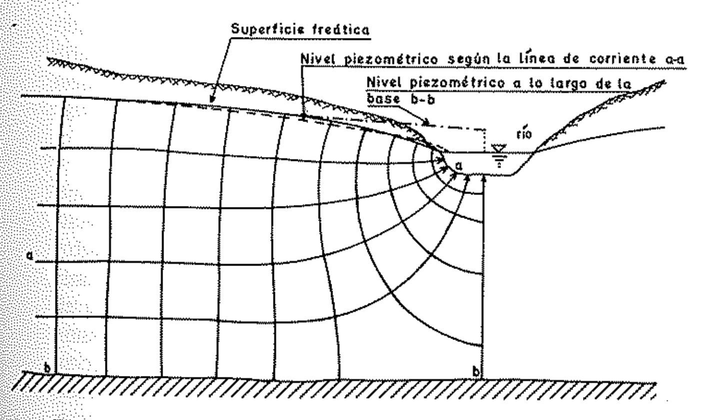


FIGURA 8.78
Red de flujo aproximada en un acuífero libre drenado por un río poco penetrante. En las proximidades del río se crea un flujo con componentes verticales de velocidad. La superficie piezométrica es única lejos del río pero varía con la profundidad cerca del mismo, y puede llegar a quedar por encima del terreno.

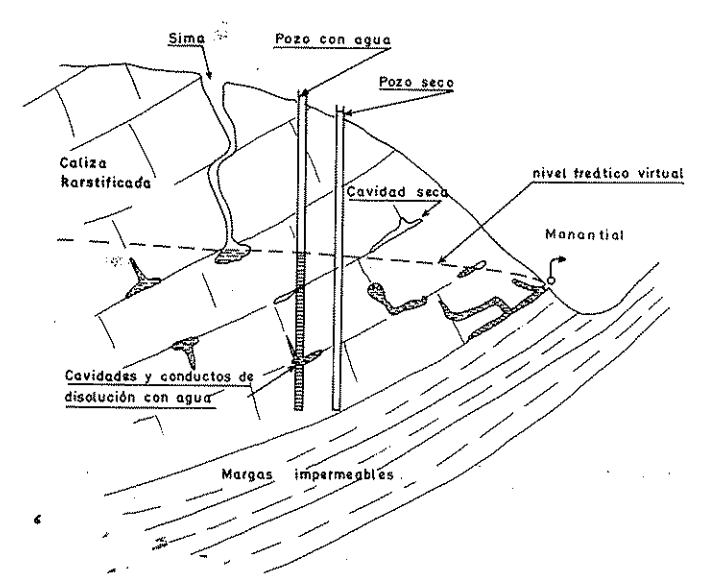


FIGURA 8.79
Nivel piezométrico virtual de un macizo calcáreo karstificado.

7.2 DETERMINACIÓN DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

La única forma disponible para medir los niveles piezométricos en un acuífero es mediante una perforación que permita un acceso directo al mismo. En el caso de acuíferos libre, sólo en raras ocasiones los métodos geofísicos de superficie permiten determinar con una garantía aceptable la posición de la superficie freática.

Las perforaciones para medir los niveles piezométricos son los pozos existentes en la zona, excavaciones hasta el nivel del agua y los piezómetros que son a modo de pozos, en general de pequeño diámetro, construidos especialmente con este objetivo.

La construcción de piezómetros es costosa y debe reducirse al mínimo indispensable. En acuíferos no consolidados de escasa profundidad se pueden instalar a hinca directa, de forma rápida y relativamente económica, pero en acuíferos más profundos o en rocas consolidadas se precisa de maquinaria costosa y la construcción es a veces lenta y no exenta de dificultades e imprevistos (ver sección 17).

Por las razones aludidas debe tratarse de aprovechar los accesos al acuífero que ya existan y sean suficientemente representativos tales como pozos, galerías, zonas pantanosas, manantiales, ríos conectados con el acuífero, etcétera. Los pozos y galerías en producción provocan

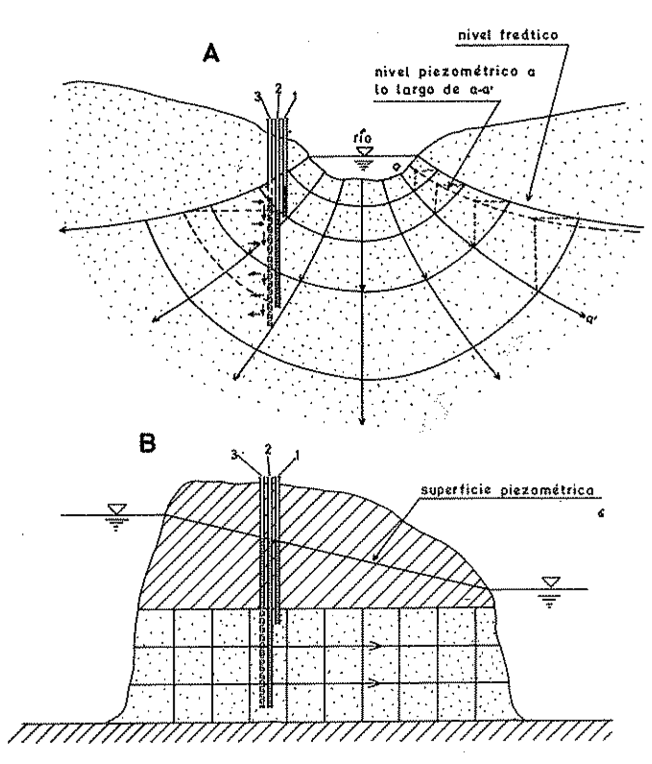


FIGURA 8.80
A) Existen componentes verticales del flujo; los niveles piezométricos varían con la profundidad. B) El flujo es horizontal; los niveles piezométricos no varían con la profundidad. 1 y 2 son piezómetros puntuales y el 3 es un piezómetro con zona ranurada larga. En el caso B los tres señalaban el mismo nivel, pero no es así en el caso A, donde además en el piezómetro 3 existe una circulación interna de agua.

afecciones a los niveles piezométricos y dan valores dinámicos que varían según el régimen de explotación. Las zonas pantanosas y lagunas indican una salida de agua y en general son una superficie de nivel constante. Los manantiales son rebosaderos naturales y señalan niveles de base si son permanentes; a veces pueden dar lugar a confusiones si drenan zonas no saturadas o acuíferos suspendidos; por eso deben seleccionarse manantiales de caudal importante y con geología bien conocida. Deben considerarse como manantiales las zonas de surgencias en ríos. En ocasiones la verdadera salida del manantial puede quedar enmascarada por depósitos químicos tales como travertino y la salida observada se produce en otro lugar y a menor cota.

En pozos y piezómetros, el nivel del agua se mide en general con una cinta metálica y un dispositivo o artificio para delatar el nivel del agua (ver apéndice A.9.9 de la sección 9). Trabajando correctamente se puede medir con la precisión del mm; para mayores precisiones son necesarios dispositivos más delicados. En general basta con medir con la precisión del cm y en ocasiones basta con errores de ±10 cm si el gradiente piezométrico es elevado; sólo en acuíferos con gradientes muy pequeños es preciso medir con gran precisión tal como sucede en acuíferos en calizas muy fracturadas o karstificadas.

La profundidad del nivel piezométrico se mide desde una determinada referencia; para conocer el nivel piezométrico es preciso conocer la cota de la referencia respecto a un cierto punto fijo tal como el nivel del mar, una señal determinada, etc. Ello supone una nivelación topográfica de las distintas referencias. Esta nivelación debe tener por lo menos la precisión con que se desean conocer los niveles piezométricos. En trabajos preliminares en los que un error de algunos dm es tolerable, puede bastar la nivelación obtenida de planos topográficos existentes, si la equidistancia entre curvas de nivel y la precisión de situación son suficientes.

Se dice que un piezómetro es puntual cuando sirve para determinar el nivel piezométrico en un punto, es decir cuando sólo está en comunicación con el acuífero en un punto o longitud muy corta (fig. 8.80). Si la comunicación con el acuífero se establece en una cierta longitud, el nivel obtenido es un valor medio de las alturas piezométricas en esa longitud (fig. 8.80) y si está comunicado con el acuífero en toda su longitud se obtiene el nivel piezométrico medio en todo el espesor del acuífero; en este caso se dice que el *piezómetro* es *imperfecto;* cuando está abierto sólo en un punto o en una corta longitud se dice que es *perfecto*[69].

Si el nivel piezométrico no varía a lo largo de una vertical, el nivel observado en un piezómetro perfecto es igual al observado en un piezómetro imperfecto.

Cuando el nivel piezométrico varía a lo largo de una misma vertical, esta variación debe determinarse, si interesa, por medio de una serie de piezómetros puntuales a diferentes profundidades. Los piezómetros con zona ranurada larga, tal como se ha dicho, dan valores promedio en una longitud; dentro de los mismos se establece una circulación de agua que va desde las zonas de mayor nivel piezométrico a las de menor nivel

[69] No debe confundirse la designación perfecto e imperfecto con la completo e incompleto. Estas últimas se refieren a la longitud filtrante en relación con el espesor del acuífero (ver capítulo 9.1).

piezométrico; esta circulación supone unas pérdidas de carga de circulación en el acuífero, en la zona ranurada y a lo largo del tubo, de modo que en acuíferos homogéneos el nivel observado tiende a ser menor que el nivel piezométrico medio, teniendo como límite el nivel piezométrico menor.

Los piezómetros pueden dar a veces lecturas falseadas en acuíferos con variación vertical de nivel piezométrico, cuando por un defecto de construcción puede establecerse una circulación de agua entre el tubo del piezómetro y el terreno.

Como se vio en el capítulo anterior (capítulo 6) el nivel piezométrico de un acuífero puede sufrir variaciones temporales, de modo que la superficie piezométrica se refiere a un cierto instante de tiempo; los valores que sirven para definirla deben ser simultáneos, tomando esta palabra como comprendiendo un intervalo de tiempo en el cual no se produzcan variaciones de nivel piezométrico importantes. Los piezómetros deben seguir con fidelidad esas variaciones; ello supone la entrada y salida del tubo de pequeños volúmenes de agua; si la comunicación con el acuífero es muy deficiente, el equilibrio de presiones puede hacerse muy lentamente, introduciéndose errores. Este hecho es especialmente importante en el estudio de ensayos de bombeo[70].

Es muy importante considerar la densidad, y a veces la temperatura, del agua que llena el piezómetro por las razones expuestas en el apartado 1.4. De no ser así se pueden tener errores importantes en zonas costeras con agua salada o en acuíferos salinos o cuando el piezómetro esté lleno de lodo de perforación, o cuando se ha extraído agua de un acuífero profundo con agua caliente (ver capítulo 10.4), etc.

7.3 TRAZADO DE LAS CURVAS ISOPIEZAS

En general sólo es posible obtener valores del potencial o nivel piezométrico en una serie de puntos del acuífero. A partir de ellos deben trazarse las curvas de nivel que sirvan para definir la superficie piezométrica. En base a estas curvas se pueden trazar las líneas de corriente que deben ser normales a las isopiezas. Los puntos seleccionados no deben mostrar, si es posible, efectos de flujo vertical.

Las curvas equipotenciales deben cumplir las condiciones de contorno del problema o sea que deben ser normales a los límites impermeables y paralelas a las superficies y líneas de nivel constante tales como ríos, lagos, mares, etc., que tengan conexión con el acuífero. Deben también reflejar los cambios bruscos de permeabilidad. En definitiva, deben respetar las mismas condiciones que las redes de flujo.

En principio el trazado de las curvas isopiezas a partir de los datos puntuales se realiza por métodos análogos a los empleados en topografía. La equidistancia entre líneas depende de las condiciones del problema o sea del número y repartición espacial de los datos, pendiente de la superficie piezométrica y precisión de los niveles piezométricos medidos. En planos de detalle a escalas grandes, por ejemplo 1/10 000 ó 1/25 000 se suelen dibujar con equidistancia de 1 m intercalando a veces curvas de intervalo 0,5 m. A escalas menores, hasta 1/2000 000 la equidistancia puede ser cada 5 m y a escalas aún menores, todavía más separadas. No obstante en cada caso hay que elegir la equidistancia más conveniente. En un acuífero muy transmisor puede convenir dibujar curvas con equidistancia de 0,5 m o menos mientras que en acuíferos poco transmisores puede bastar con curvas cada 5 m. En zonas muy montañosas y muy poco transmisoras puede bastar el trazado de curvas cada 100 m en planos de escalas 1/100 000 ó 1/200 000[71].

Conviene señalar en el mapa piezométrico los puntos de medida e incluso el nivel piezométrico en ellos, para poder valorar la bondad de lo representado.

Si se tienen tres puntos en los que se conoce la superficie piezométrica y entre ellos el nivel del agua varía gradualmente y no existen límites ni cambios de medio, las curvas isopiezas se pueden trazar por el método del triángulo o sea a base de unir los puntos de igual cota sobre los lados del triángulo de acuerdo con las divisiones efectuadas sobre los mismos. Estas divisiones se pueden hacer con cualquiera de los procedimientos utilizados en geometría o bien utilizando una cinta elástica graduada que al estirarse se adapta a los valores extremos del segmento. También puede emplearse un papel transparente con un conjunto de escalas radiales. Con un poco de experiencia es posible trazar las curvas a estima y adaptarlas directamente a las condiciones del problema.

En acuíferos libres, la superficie freática no puede estar más alta que el terreno, aunque sí lo pueden estar las superficies piezométricas de partes profundas

[70] Véase apéndice A.9.8 de la sección 9.

[71] La experiencia del autor en Canarias muestra que en los macizos basálticos antiguos, poco permeables, basta con tomar intervalos entre curvas de 100 m, pero en zonas llanas, con basaltos modernos o roca fisurada por descompresión, al ser elevada la permeabilidad y muy baja la recarga es preciso tomar intervalos de 1 m o menos, sin variar la escala del plano.

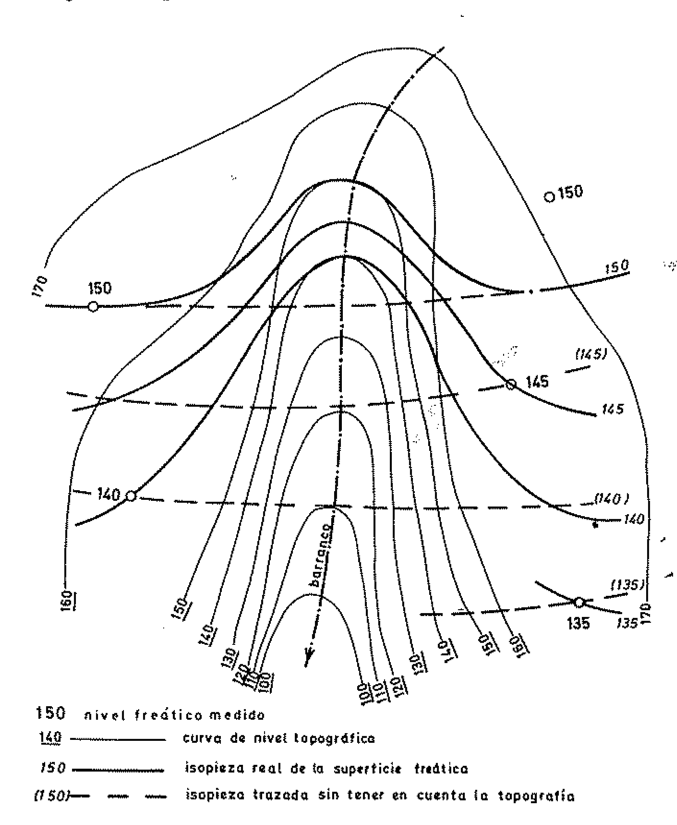


FIGURA 8.81

Diferencia en el trazado de isopiezas al tener en cuenta la topografía en una zona muy accidentada. El barranco es una línea de drenaje, aunque el agua puede que no sea visible si existe un aluvión muy permeable o la evaporación o evapotranspiración es superior al aporte. Se supone que las isopiezas son las de la superficie freática y que los niveles corresponden a datos de pozos abiertos cerca de la misma. Si se trata de niveles profundos, lo dicho puede no ser cierto.

del acuífero en zonas próximas a las de descarga (figura 8.78). Esta circunstancia debe vigilarse en el trazado de isopiezas en zonas de topografía accidentada con pocos puntos de medida y no situados en los centros de los valles (fig. 8.81).

Ejemplo 1

Se tienen los cinco puntos con determinación del nivel piezométrico de la figura 8.82. Trazar las curvas isopiezas que ellos definen, con equidistancia de 1 m.

En la propia figura 8.82 se ha dibujado con trazo fino la división en 5 triángulos, habiendo dividido sus lados de acuerdo con las cotas de los extremos de sus lados. Se indica de trazos el procedimiento empleado sólo para los lados FE y FC; las divisiones auxiliares se han obtenido con una regla graduada. Las curvas isopiezas se han obtenido como unas curvas quebradas; posteriormente se pasan a curvas continuas y se adaptan a las condiciones particulares del problema.

Cuando se tienen pocos puntos para definir la superficie piezométrica y/o ésta tiene una superficie muy irregular por la presencia de zonas de drenaje o de bombeo, es preciso efectuar una adaptación a base del conocimiento de la existencia de esas zonas, lo que da cierto carácter subjetivo al trazado final (fig. 8.81).

Si la sección del acuífero varía, es preciso tenerlo en cuenta para definir el espaciado de las curvas si no hay suficientes puntos para el dibujo sin interpretación. En ciertas zonas conviene tener en cuenta el modo de construcción de una red de flujo y a veces conviene ayudarse en el trazado del dibujo de algunas líneas de corriente, las cuales son perpendiculares a las isopiezas, admitiendo que el medio es isótropo en sentido horizontal.

En las figuras 8.83, 8.84 y 8.85, se dan algunas formas indicativas de superficies piezométricas en ciertas situaciones frecuentes.

Es usual indicar en las superficies piezométricas la dirección del flujo mediante flechas y también la existencia de divisiones o vaguadas de agua subterránea (fig. 8.86).

Es importante indicar en el plano base de la superficie piezométrica todos aquellos detalles que la afectan tales como bordes impermeables, ríos, canales, presas,

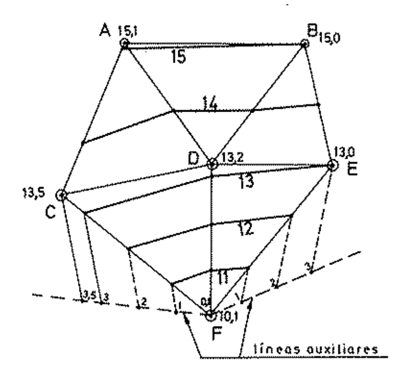


FIGURA 8.82

Trazado de las isopiezas (hidroisohipsas) dados 5 puntos con los respectivos niveles piezométricos.

zonas pantanosas, fuentes, núcleos de bombeo, costas, accidentes geológicos de interés hidrogeológico, etc., así como los niveles de agua libre en lagos, embalses, ríos, canales, etc.

Las curvas interpretativas, basadas en deducciones más que en mediciones reales, deben indicarse como hipotéticas (en trazos).

En general es peligroso y poco razonable basar la conformación de una superficie piezométrica en un solo punto de valor diferente de la tónica general, a menos que se tenga la seguridad de que tanto la medición como la representatividad son correctas (fig. 8.87).

Es evidente que debe tenerse especial cuidado en que todos los datos de niveles correspondan a un mismo acuífero y que dentro del mismo correspondan a un mismo subacuífero en caso de que exista una notable estratificación. Debe tenerse cuidado en la elección de los puntos de observación para no tomar aquellos que afecten a la vez a varios acuíferos de diferente potencial.

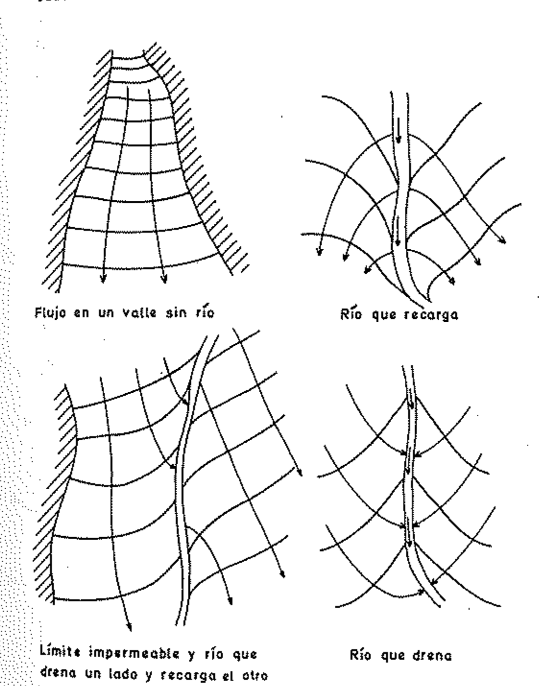


FIGURA 8.83
Forma de las isopiezas y líneas de corriente en las proximidades de límites impermeables y ríos conectados al acuífero. En el río, las isopiezas tienen cota similar a la del nivel del agua del río, salvo que las isopiezas se hayan determinado con piezómetros profundos y el río sea poco penetrante.

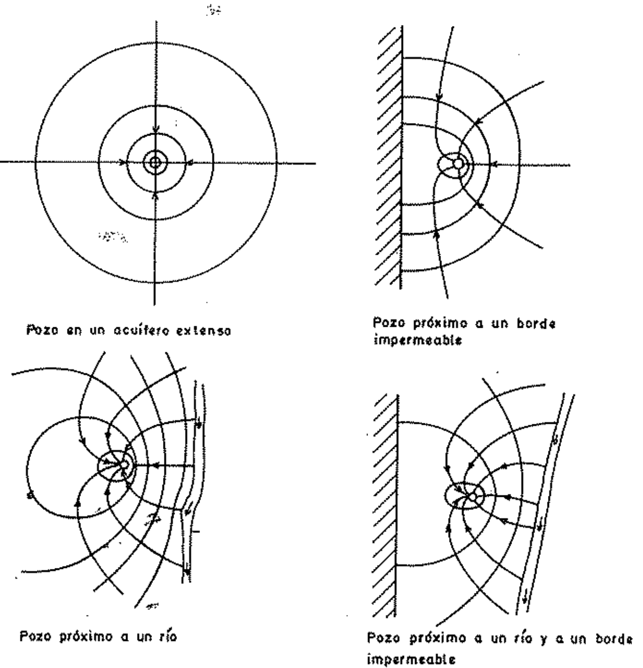


FIGURA 8.84
Pozo en un acuífero con pequeño gradiente natural.

7.4 TIPOS DE SUPERFICIES PIEZOMÉTRICAS

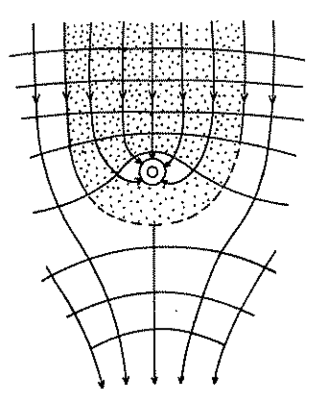
Según la separación de las isopiezas y su concavidad o la disposición relativa de las líneas de corriente, se suelen señalar varios tipos de superficies piezométricas. Estas designaciones son corrientes en la bibliografía francesa especializada en hidrología y están particularmente desarrolladas en los textos de Castany (1963, 1968); son designaciones de carácter morfológico y responden a los siguientes criterios:

Superficie cilíndrica. Las isopiezas son rectas paralelas.

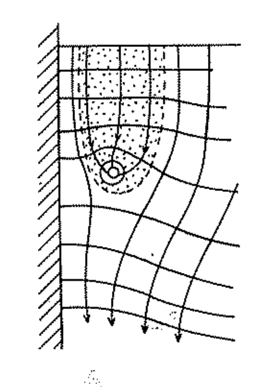
Superficie radial. Las isopiezas son curvas y las líneas de corriente tienden a converger; si convergen aguas arriba (isopiezas convexas desde aguas abajo) se dice que la superficie es radial divergente y se llama radial convergente si las líneas de corriente tienden a converger aguas abajo (isopiezas cóncavas desde aguas abajo).

Superficie plana. La separación entre isopiezas es constante.

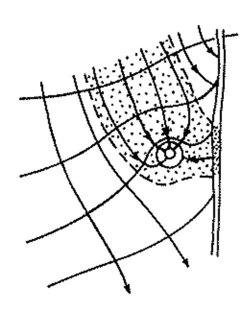
Superficie parabólica. La separación entre isopiezas disminuye hacia aguas abajo.



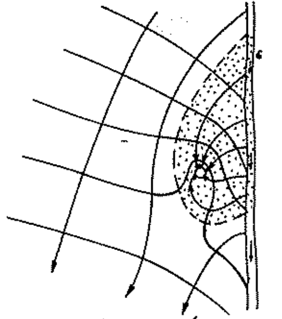
Pozo en un acuífero extenso



Pozo próximo a un borde impermeable



Pozo próximo a un río que drena



Pozo próximo a un río que recarga

Área de captación del pozo

FIGURA 8.85

Isopiezas aproximadas creadas por el bombeo en pozos en acuíferos con flujo natural.

Superficie hiperbólica. La separación entre isopiezas aumenta hacia aguas abajo.

Superficie elíptica. La separación entre isopiezas aumenta tanto hacia un lado como hacia el otro a partir de una de ellas.

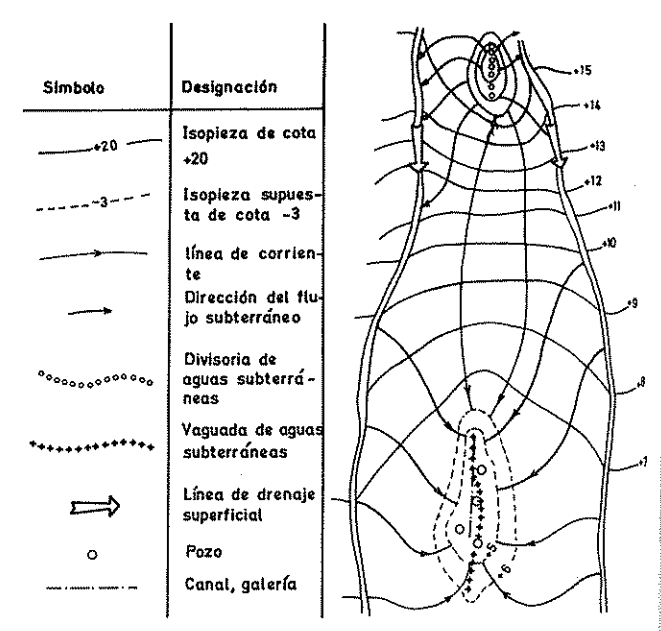
En la figura 8.88, se ilustran estas definiciones con algunos ejemplos simples. Las superficies reales pueden ser simples, mixtas o complejas si participan de varios tipos según las zonas que se consideren.

7.5 INTERPRETACIÓN CUALITATIVA DE SUPERFICIES PIEZOMÉTRICAS

El estudio de las superficies piezométricas permiten obtener datos básicos sobre el movimiento y comportamiento del agua subterránea. No sólo puede realizarse una interpretación cualitativa, sino también una interpretación cuantitativa, ya sea por métodos simples, ya sea a través del estudio de una colección de las mismas en diferentes épocas, con o sin ayuda de modelos.

Como la superficie piezométrica, en los lugares con escasez relativa de datos, puede contener una interpretación del que la ha trazado, es preciso no caer en el error de deducir de la superficie piezométrica como resultado, aquellos supuestos que se establecieron para su trazado.

Se facilita la interpretación de las superficies piezométricas si éstas se complementan con el trazado de algunas líneas de corriente divisorias, etc. Las líneas de corriente se trazan ortogonalmente a las isopiezas, admitiendo tácitamente que se trata de un sistema de permeabilidad isótropa en el plano horizontal que se considera, lo cual es en general admisible a escala suficientemente grande. En rocas fisuradas y en sistemas kársticos puede no ser válido; en sistemas kársticos con canales subterráneos, el nivel piezométrico afectado por uno de esos canales puede representar sólo una parte de la energía del agua, si la velocidad de circulación es elevada. Como la altura dinámica viene representada



Símbolo	Designación
——+20——	Isopieza de cota +20
- - - - -3- - -	Isopieza supuesta de cota -3
——→——	línea de corriente
——→	Dirección del flujo subterráneo
°°°°°°°°°°°°	Divisoria de aguas subterráneas
++++++++++++	Vaguada de aguas subterráneas
⟹	Línea de drenaje superficial
o	Pozo
—·—·—	Canal, galería

FIGURA 8.86

Símbolos para planos de isopiezas. El ejemplo muestra un acuífero entre dos ríos con área de recarga y un área de extracciones. La porción de los ríos frente al área de recarga son líneas de drenaje pero no el resto.

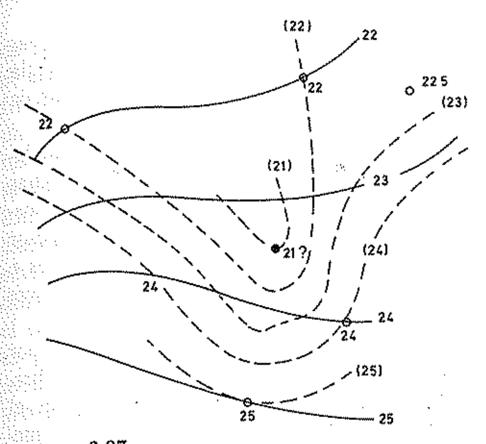


FIGURA 8.87
Alteración en el trazado de las isopiezas al considerar un punto anómalo. Si el punto anómalo (cota 21) hubiese sido un error de medición por haber tomado un pozo en bombeo con grandes pérdidas en el pozo, su consideración deformaría el trazado.

por $v^{*2}/2\,g$ (fórmula 8.3), en un canal con $v = 1$ m/seg, es $v^{*2}/2\,g = 5$ cm, y para $v = 3$ m/seg es $v^2/2\,g = 46$ cm, lo que da una idea del error máximo cometido. Unicamente en situaciones excepcionales, en grandes estrangulamientos y con carácter local se tienen velocidades mayores que den lugar a alturas dinámicas importantes, como mucho de unos pocos m.

La superficie piezométrica representa la situación en un instante determinado, y puede variar de una época a otra, variando el almacenamiento de agua, pero ello afecta poco, en general, a la interpretación cualitativa.

En ocasiones conviene tener presente la superficie topográfica para localizar zonas surgentes, zonas con posibles movimientos verticales, etc. Cuando se trata de establecer relaciones con ríos, lagos, etc., conviene conocer la posición topográfica de la superficie de los mismos.

Cuando la superficie topográfica es cortada por la superficie piezométrica de acuíferos libres, allí se producen fuentes y manantiales, o se descarga agua a un río. Cuando la evaporación es muy intensa y la transmisividad del acuífero es pequeña, puede ser que esas surgencias no se manifiesten claramente, excepto por un cambio de vegetación. La existencia de materiales muy permeables en el fondo de los valles puede disimular fuentes y surgencias, las cuales pueden no aparecer hasta otros lugares alejados (fig. 8.89); algo similar puede suceder si existen depósitos de travertino.

La relación entre la forma de la superficie freática en acuíferos libres y la topografía es una función de la infiltración anual y de la transmisividad (producto de la permeabilidad por el espesor del acuífero). En general la superficie freática es parecida a la superficie topográfica en zonas con recarga abundante y baja transmisividad (baja permeabilidad y/o escaso espesor de zona permeable) mientras que en zonas con menor recarga y materiales suficientemente permeables hasta gran pro-

TIPO	Cilíndrica plana	Parabólica cilíndrica	Parabólica radial convergente	Hiperbólica radial divergente	Elíptica cilíndrica
PERFIL SEGUN EL FLUJO				A A'	lluvia
ISOPIEZAS	agua libre / agua libre	agua libre / agua libre		A / A'	agua libre / agua libre

FIGURA 8.88
Ilustraciones simples de algunos tipos sencillos de superficies piezométricas.

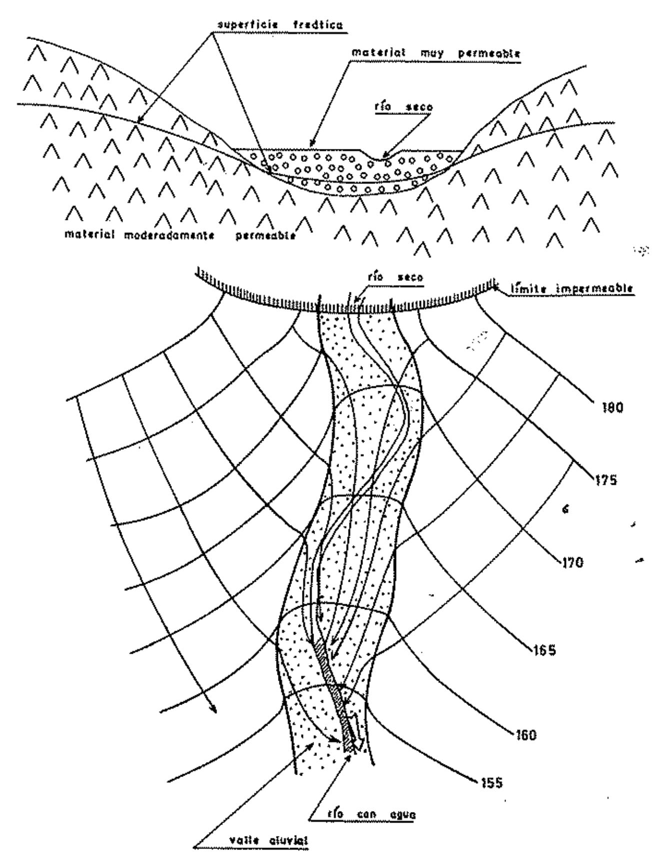


FIGURA 8.89

Ejemplo esquemático de drenaje por una zona de mayor permeabilidad. El río lleva agua cuando el relleno aluvial no es capaz de transmitir toda el agua aportada por las laderas del valle.

fundidad, la superficie freática es muy tendida. La figura 8.90 ilustra estas afirmaciones.

Cuando el flujo se dirige hacia una línea, en general debe interpretarse como un drenaje a lo largo de la misma (río efluente, canal efluente, galería, zona de fractura permeable por la que se escapa agua a la superficie o a otro acuífero, etc.). Cuando éstas se alejan de la misma, significa lo contrario (río o canal influentes, zona de fractura permeable por la que entra agua desde la superficie u otro acuífero, etc.). En ambos casos las isopiezas tienden a ponerse paralelas a dicha línea, tal como se mostró en las figuras 8.83 y 8.86.

La presencia de curvas cerradas indican áreas de recarga o de descarga localizadas, pero no necesariamente las zonas de descarga o recarga dan origen a curvas cerradas como se ve en la figura 8.85. Su existencia queda señalada por el comportamiento de las líneas de corriente y la densidad de datos.

Si en una zona con líneas de corriente aproximadamente paralelas las isopiezas se acercan hacia aguas abajo, es a consecuencia de una disminución de la transmisividad (disminución de la permeabilidad, del espesor o de ambos a la vez); si se separan hacia abajo es a consecuencia de un aumento de transmisividad (ver fig. 8.91).

En la figura 8.92 se ilustran efectos similares por resaltos o depresiones en la base de un acuífero libre.

Cuando las líneas de corriente son convergentes el análisis cualitativo es algo más complicado ya que juegan a la vez cambios de transmisividad y la existencia de recarga o descarga. Si no hay recarga ni descarga y la transmisividad es constante, las líneas isopiezas deben aumentar su espaciado en el sentido de la divergencia

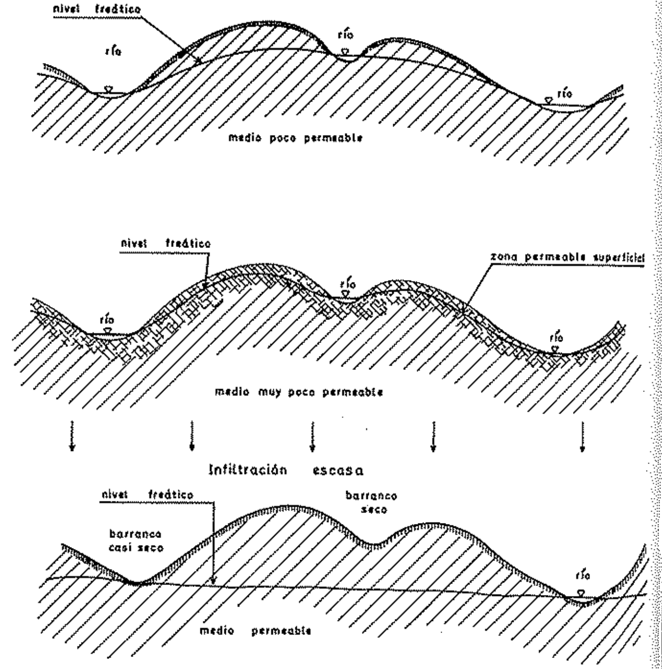


FIGURA 8.90

Diferentes formas de relación de la superficie freática con la topografía.

de las líneas de corriente tal como se pudo apreciar en el esquema superior izquierdo de la figura 8.83. Con frecuencia, la convergencia está ligada a la descarga a un río o a una zona de bombeo o evapotranspiración mientras que la divergencia es una consecuencia de recarga localizada o distribuida. (Véanse las figuras 8.81, 8.83, 8.85 y 8.89). Si en un flujo divergente, el espaciado de las isopiezas es constante o disminuye es que existe una recarga distribuida y/o la transmisividad disminuye progresivamente; si el flujo es convergente y el espaciado de las isopiezas es constante o disminuye es que existe una descarga distribuida (zona pantanosa, evapotranspiración por freatofitas, área de bombeo, etc.) y/o la transmisividad aumenta progresivamente.

En una zona de fuertes extracciones no delatada por curvas cerradas, existe un espaciamiento brusco de las líneas isopiezas aguas abajo si la captación es una galería o drén transversal; si se trata de un grupo de pozos puede observarse el espaciamiento de las líneas isopiezas aguas abajo que aparece en los esquemas de la figura 8.85.

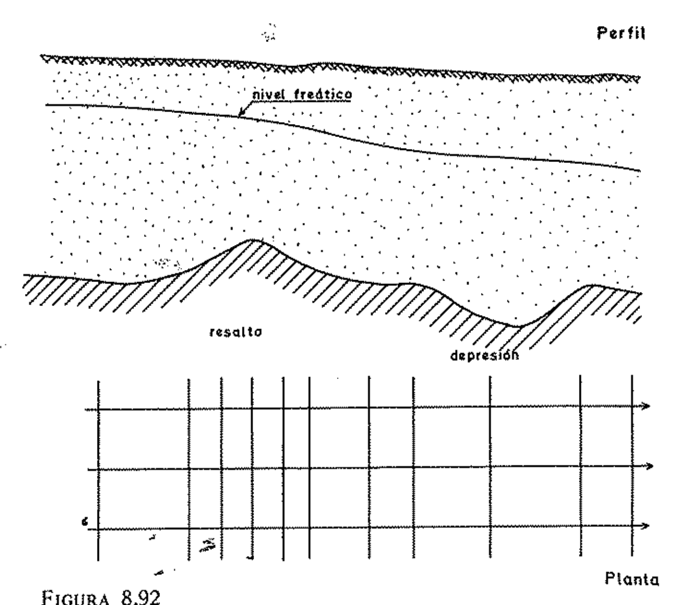


FIGURA 8.92
Efecto de un resalto y de una depresión en la base de un acuífero libre de espesor progresivamente decreciente.

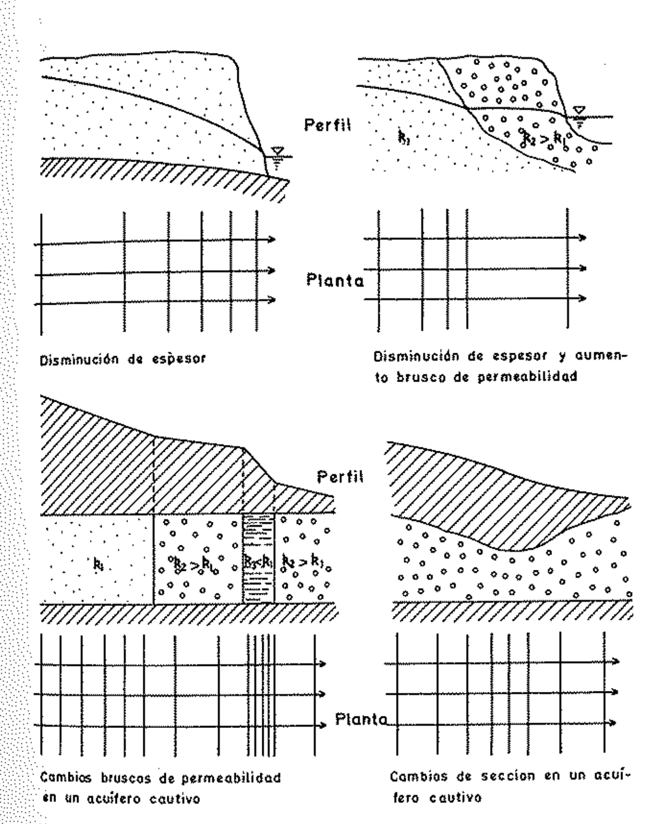


FIGURA 8.91
Efectos de cambios de espesor o de permeabilidad en la separación de las líneas isopiezas en un sistema de líneas de corriente paralelas.

En las proximidades de los ríos y masas de agua que cambian de nivel con rapidez se tienen efectos dinámicos ya expuestos en el capítulo anterior[72]; en los planos de isopiezas pueden aparecer como depresiones o crestas paralelas a las orillas en las próximidades de las mismas. Estas formas son rápidamente cambiantes y en general no aparecen igual en mapas correspondientes a diferentes épocas. Desde luego, la altura o profundidad de esas anomalías es menor que la semiamplitud de la oscilación del agua libre. Si los cambios son muy rápidos el mapa de isopiezas, cuyas mediciones pueden haber sido hechas a lo largo de dos o tres días, puede no reflejarlas y en su lugar aparecer malformaciones por no simultaneidad de las mediciones.

La existencia de la interfase agua dulce-agua salada en las regiones costeras reduce notablemente el espesor saturado útil al acercarse a la línea de costa[73], por lo que el gradiente piezométrico aumenta rápidamente y se pueden tener en acuíferos libres, cotas de agua dulce sobre el nivel del mar[73].

[72] Esquema de la figura 8.57.
[73] Véase capítulo 13.1.

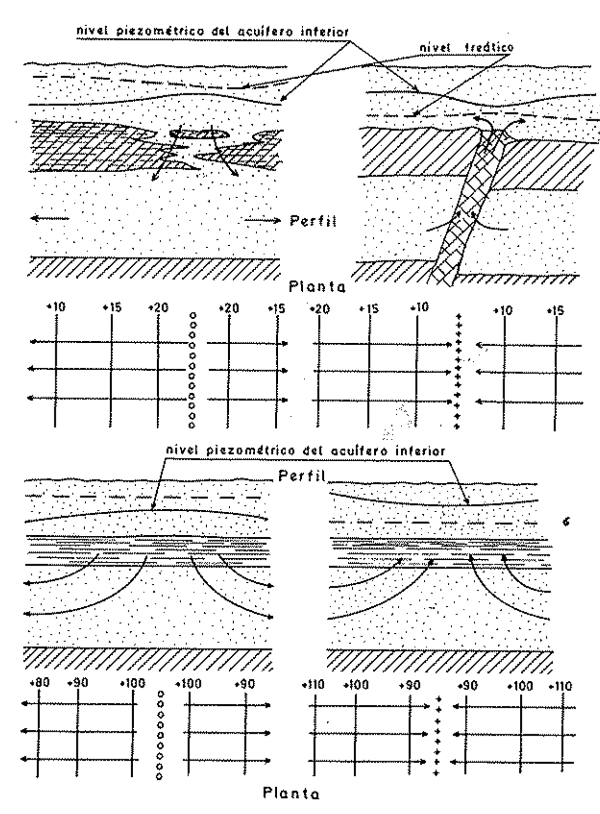


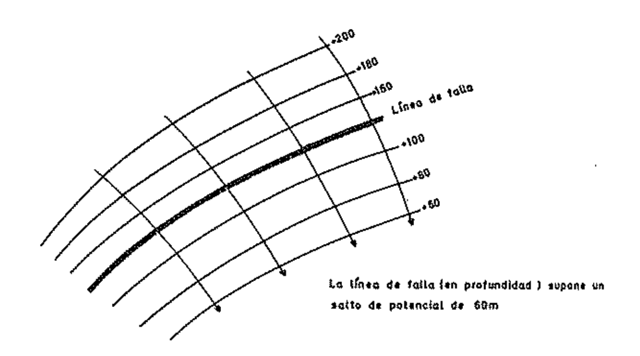
FIGURA 8.93
Explicación de ciertas divisorias o vaguadas de aguas subterráneas en las superficies piezométricas de algunos acuíferos cautivos y semiconfinados.

En los acuíferos cautivos o semiconfinados aparecen a veces divisorias o vaguadas de aguas que no corresponden a líneas de pozos de recarga o de bombeo. Estas zonas pueden ser interpretadas de dos formas: *a)* existe allí una discontinuidad en el confinamiento que permite una fácil entrada o salida de agua (zona fallada permeable, adelgazamiento del techo, etc.) *b)* es una línea de caudal cero de forma que sólo representa la línea sobre la cual el caudal circulante es cero porque a partir de ella el caudal infiltrado circula hacia un lado u otro o el caudal circulante se ha escapado al llegar a la misma (fig. 8.93). La interpretación basada en la existencia de una zona alargada de gran permeabilidad en el acuífero semiconfinado no es posible ya que ello exige que el agua circule a lo largo de ella con aumento progresivo del caudal, por lo que las líneas de corriente pueden ser cada vez más oblicuas a la divisoria en vez de ser casi normales (Margat 1967). La existencia de estas divisorias puede servir para diferenciar acuíferos cautivos de acuíferos semiconfinados.

La observación de superficies piezométricas puede señalar ciertas estructuras geológicas que supongan un cambio notable de permeabilidad. Tales pueden ser las fallas, zonas falladas y diques que actúen como una barrera poco permeable o como una zona de permeabilidad preferente, todo ello dependiendo de la permeabilidad de la roca encajante y de la dirección de flujo (fig. 8.94).

También se pueden localizar lentejones menos permeables o más permeables teniendo en cuenta que en éstos las isopiezas se concentran y en aquellos se separan (fig. 8.95). En formaciones sedimentarias extensas se pueden también a veces identificar ejes de flexión o proximidad a la superficie del zócalo (Castany, 1968, págs. 104-106).

En todas estas interpretaciones es esencial que la superficie piezométrica esté bien dibujada a partir de un número suficiente de datos, y que se tenga cierta base geológica para la interpretación.



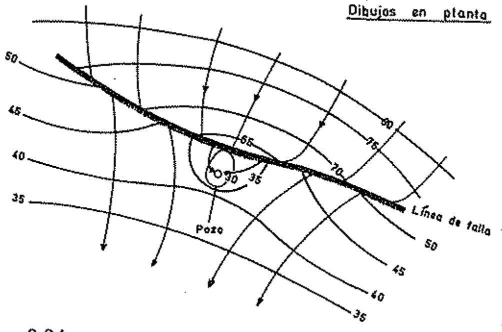


FIGURA 8.94
Esquemas del efecto de las fallas poco permeables.

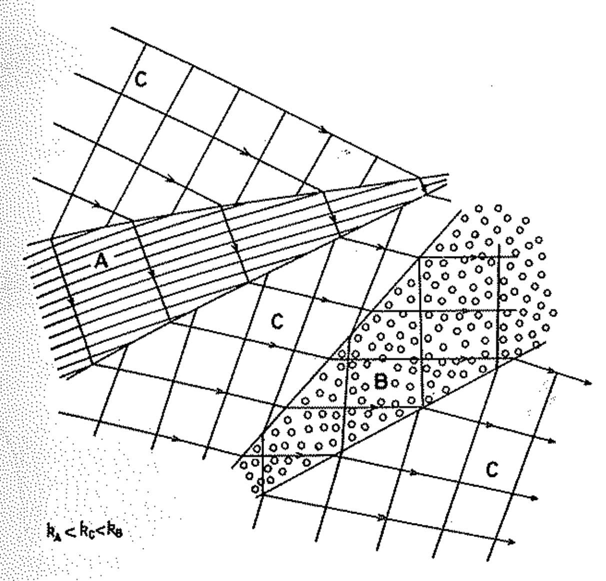


FIGURA 8.95

Esquema de isopiezas de un conjunto con dos cuñas de diferente permeabilidad, una menos permeable (A) y otra más permeable (B).

7.6 EJEMPLOS DE SUPERFICIES PIEZOMÉTRICAS

En la figura 8.96 se representan algunos perfiles geológicos que muestran la estructura del delta y del Valle Bajo del río Llobregat; en el valle, que acaba en Cornellá, existe un único acuífero que en el delta se divide en un acuífero superficial, en general libre, y un acuífero profundo, semiconfinado por una formación de limos, espesa en el centro y que desaparece en los bordes (MOP, 1966, Custodio, Bayó y Peláez, 1971). Las superficies piezométricas de estos dos acuíferos vienen representadas en las figuras 8.97 y 8.98 (MOP, 1971; Custodio y otros).

La superficie piezométrica del acuífero superior no corta en ningún momento a la superficie del terreno excepto junto al tramo final del río. En el valle existe un flujo aguas abajo con recarga local procedente de infiltración del río (está suspendido sobre el acuífero pues su fondo está parcialmente colmatado) y de los riegos. En la margen derecha del delta existe un domo de agua (originado en recarga local por riegos, infiltración de canales y pozos de vertido de aguas residuales) que se distribuye radialmente; una parte de este agua

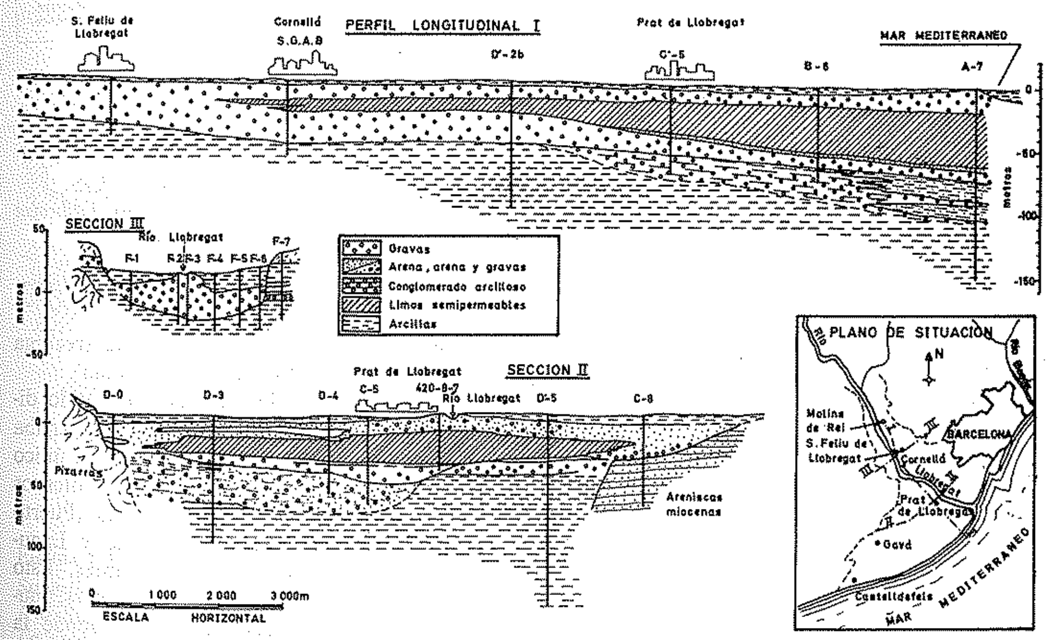


FIGURA 8.96

Perfiles geológicos típicos del delta y Valle Bajo del Llobregat (Según Bayó y Custodio).

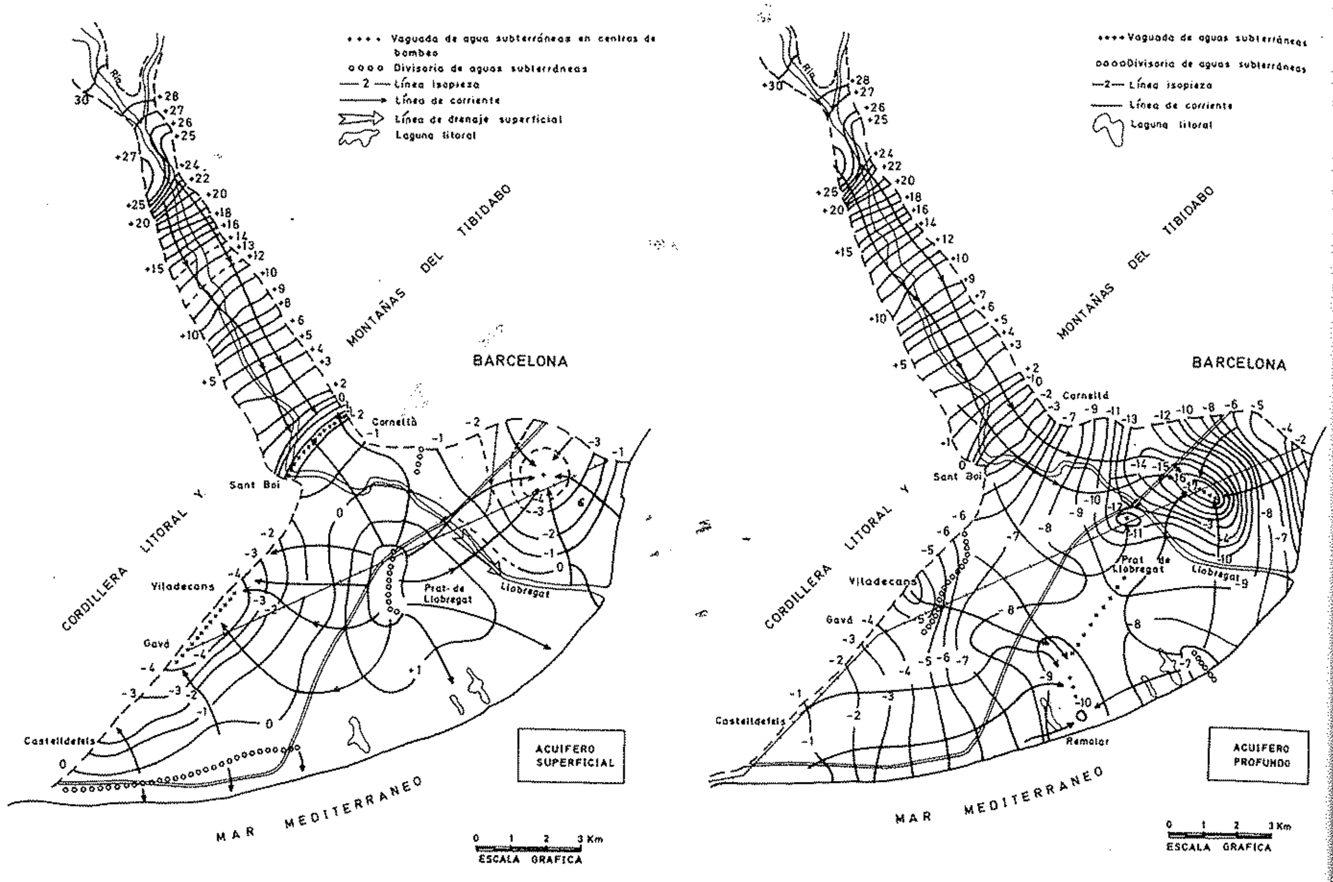


FIGURA 8.97
Superficie piezométrica del Valle Bajo y del acuífero superficial del delta, en el río Llobregat, en julio de 1970 (Custodio, Galofré e Iglesia).

FIGURA 8.98
Superficie piezométrica del Valle Bajo y del acuífero profundo (semiconfinado) del delta, en el río Llobregat en julio de 1970 (Custodio, Galofré e Iglesia).

va a parar al mar, otra parte es drenada por el río, otra parte fluye hacia los centros de bombeo en la zona de Gavá-Viladecans y una pequeña última parte se dirige hacia el estrecho de Cornellá, para allí recargar el acuífero profundo o ser captado en los pozos allí existentes. Los intensos bombeos a lo largo del borde de Gavá-Viladecans, produce una depresión alargada que además explica la formación de una divisoria de aguas próxima al mar en una zona en que la lluvia recarga un cordón de dunas litorales.

Las lagunas litorales ayudan a deprimir el nivel freático cerca de la costa. En la margen izquierda existe una notable depresión creada por infiltración al acuífero profundo (casi no existe intercalación limosa) que se recarga a partir de vertidos locales del río (recarga inducida) y del mar (intrusión marina en inicio).

La superficie piezométrica del acuífero profundo difiere de la del acuífero superficial excepto aguas arriba de Cornellá donde coinciden pues se trata de un único acuífero. En el acuífero profundo existen muy intensos bombeos concentrados en la margen izquierda (Puerto Franco) Prat de Llobregat, Gavá-Viladecans y Laguna de Remolar como lugares más importantes. Esto produce una notable depresión general de niveles, mucho más marcada en la margen izquierda, donde la transmisividad es menor. El agua necesaria para mantener el flujo hacia los pozos procede de infiltración del acuífero superficial, la cual es tanto mayor cuanto

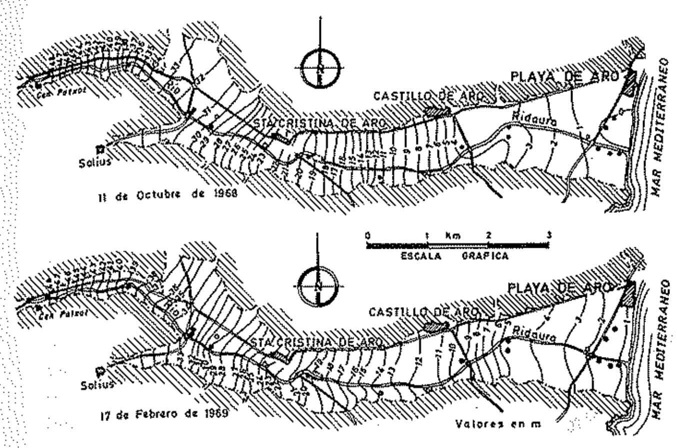


FIGURA 8.99

Superficie piezométrica del acuífero aluvial del Valle del río Ridaura (Costa Brava, Gerona) en dos fechas diferentes. Los puntos indican los pozos de bombeo más importantes. (Según Doménech y Llamas, 1969).

mayor es la permeabilidad vertical de los limos, menor su espesor y mayor la diferencia de niveles piezométricos; también se toma agua directamente del acuífero del valle a través del estrecho de Cornellá y del mar a través del extremo E.

Alrededor de la cota +25 m, el ancho del relleno aluvial es muy pequeño y además allí existe una pequeña presa en la que se hicieron inyecciones de cemento; por ello el flujo de agua procedente de otras unidades de aguas arriba es muy pequeño.

En la figura 8.99 se muestran las curvas isopiezas en dos épocas diferentes de un acuífero aluvial sencillo, con la parte próxima al mar semiconfinada. En las isopiezas de octubre, final de la temporada de verano, se aprecia el efecto de las fuertes extracciones de las semanas anteriores.

La figura 8.100 es también un ejemplo de acuífero aluvial único y libre (cubeta de La Llagosta) a la que confluyen los valles con terrenos aluviales de varios afluentes del río principal. Se indican las principales áreas de bombeo y se aprecia como éstas disminuyen el flujo circulante aguas abajo, indicado por la mayor separación entre las isopiezas. Se puede ver también la disminución de la separación entre las isopiezas en los estrechamientos y el efecto de una galería transversal y de un paso de tubería en sifón con refuerzos (reduce el espesor útil de gravas) en el estrecho inferior (MOP, 1971, b).

En la figura 8.101 se muestran las isopiezas en un macizo calcáreo costero limitando con formaciones miocénicas (geología no señalada). Se aprecia el drenaje realizado por los barrancos y los pozos en ellos estable-

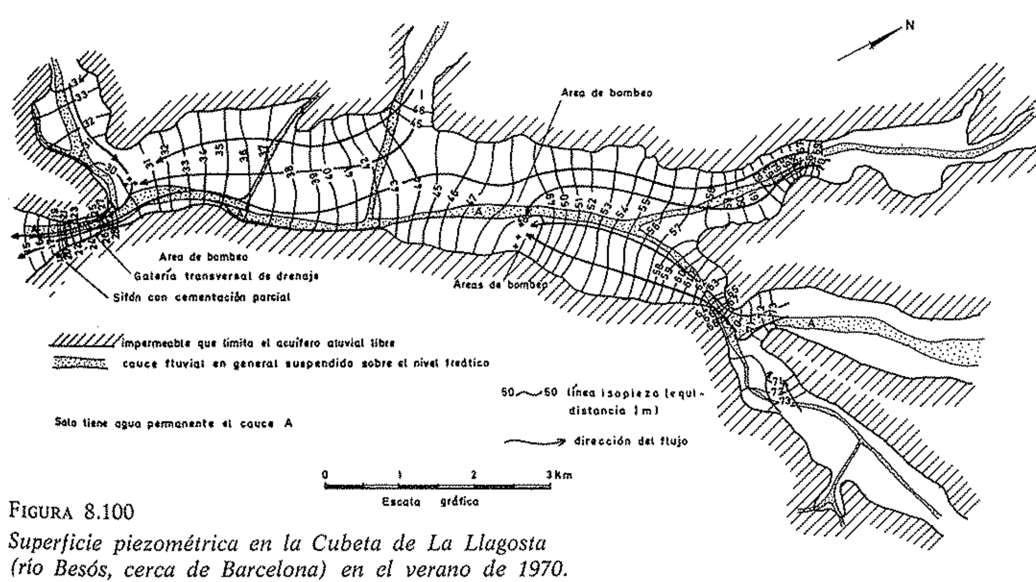


FIGURA 8.100

Superficie piezométrica en la Cubeta de La Llagosta (río Besós, cerca de Barcelona) en el verano de 1970. La gran concentración de líneas de corriente en la zona próxima a la salida es debido a que allí el espesor de gravas es grande comparado con el resto del perfil.

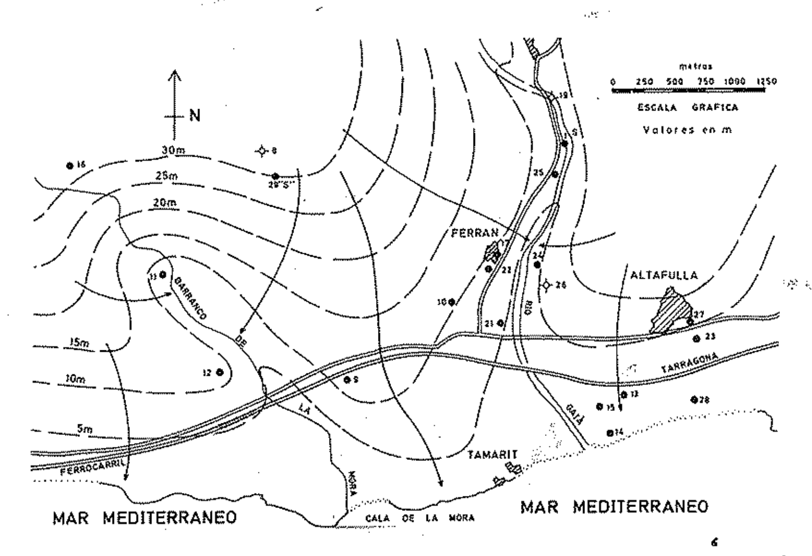


FIGURA 8.101
Isopiezas tentativas en la parte costera del macizo calcáreo de Gaià (Tarragona) en 1970. (Según Torrents y Del Pozo, 1970).

cidos; el agua drenada no llega en general al río pues o se evapora antes o es absorbida por el relleno cuaternario.

7.7 ANÁLISIS CUANTITATIVO DE SUPERFICIES PIEZOMÉTRICAS

El análisis cuantitativo de superficies piezométricas se basa en la aplicación de la ley de Darcy cuando puede admitirse que ésta es válida y que el medio puede suponerse de permeabilidad isótropa.

El flujo que atraviesa la línea AB (fig. 8.102) vale $q = T \cdot AB \cdot i$ siendo T la transmisividad e i el gradiente piezométrico. Se supone que T e i no varían a lo largo de AB; si así fuese se divide el segmento en porciones y en cada uno de ellos se determina el caudal que la cruza; el caudal total es la suma de caudales parciales.

El gradiente piezométrico en zonas de variaciones suaves puede determinarse a partir de las isopiezas antecedente y siguiente. Si h_i es el potencial correspondiente a la isopieza sobre la que se quiere determinar el gradiente

$$i = \frac{h_{i-1} - h_{i+1}}{CD}$$

siendo CD la distancia (en las mismas unidades que h) entre esas dos isopiezas. Puede determinarse con un poco más de precisión dibujando el perfil piezométrico a lo largo de una línea de corriente que corta en un punto central al segmento AB y trazando la tangente a la misma en el punto de nivel correspondiente a la isopieza considerada.

Debe tenerse en cuenta que lo expresado se refiere a flujo horizontal. Para el cálculo de i debe evitarse que entre h_{i-1} y h_{i+1} existan recargas o drenajes importantes.

Si en una superficie piezométrica estacionaria se consideran dos líneas contiguas perpendiculares a las líneas isopiezas, en ausencia de recarga y descarga son líneas de corriente y el flujo entre ellas es constante. Si hay recarga o descarga el flujo entre las mismas varía en esas cantidades pero no hay intercambio con los tubos enmarcados por las líneas contiguas. Sea la malla ABCD de superficie S_i (fig. 8.103). El balance en la misma establece que:

entrada por AB − salida por CD =
= descarga en S_i − recarga en S_i

o sea:

$$T_i \cdot AB \cdot i_i - T_{i+1} CD \cdot i_{i+1} = q \cdot S_i$$

en la que

T_i = transmisividad media a lo largo de AB

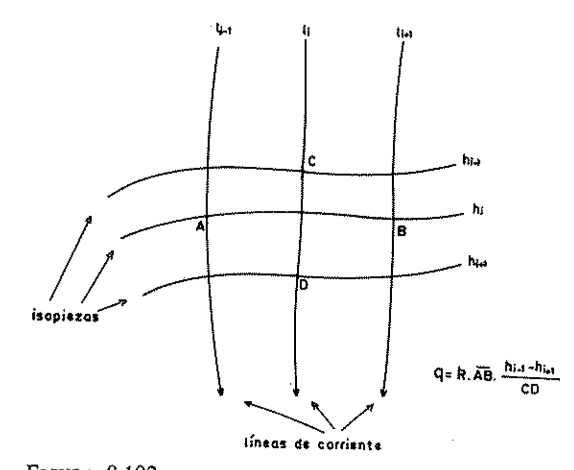


FIGURA 8.102
Cálculo del flujo que atraviesa AB *o que circula por el tubo* $l_{i-1} - l_{i+1}$ *en ausencia de recarga.*

T_{i+1} = transmisividad media a lo largo de CD
i_i = gradiente a lo largo de AB
i_{i+1} = gradiente a lo largo de CD
q = caudal neto saliente (salidas-entradas, negativo si es entrante) por unidad de superficie en la superficie ABCD.

Esta simple ecuación permite calcular cómo varía T en el acuífero conociendo el valor en un punto cuando no hay recarga ni descarga o se conoce en el acuífero el valor de las mismas en cada zona. Si se conoce T en cada punto del acuífero es posible calcular la recarga o la descarga neta a partir de una superficie piezométrica, siempre y cuando la variación de la misma en el tiempo sea lenta y pequeña.

En un acuífero de ancho constante l con $q = 0$, en dos puntos A y B debe cumplirse que

$$T_A\, i_A = T_B\, i_B$$

y si la transmisibilidad es constante, debe ser $i_A = i_B$.

Si el acuífero es de bordes divergentes en el sentido del flujo (fig. 8.104) debe cumplirse si $q = 0$:

$$l_A\, T_A \cdot i_A = l_B\, T_B \cdot i_B$$

o aproximadamente

$$l'_A \cdot T_A \cdot i_A = l'_B \cdot T_B \cdot i_B$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{l'_B}{l'_A} \cdot \frac{i_B}{i_A}$$

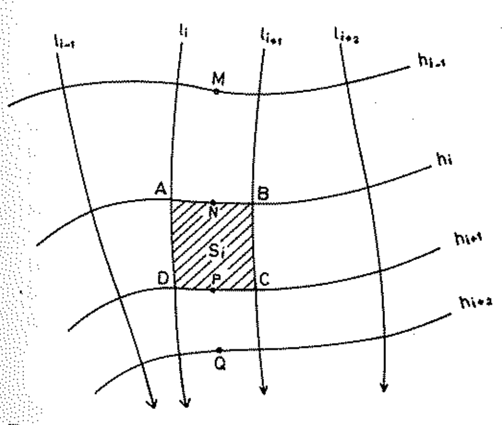


FIGURA 8.103
Esquema de aplicación del método del balance. Las líneas h *son isopiezas y las* l, *líneas de corriente.*

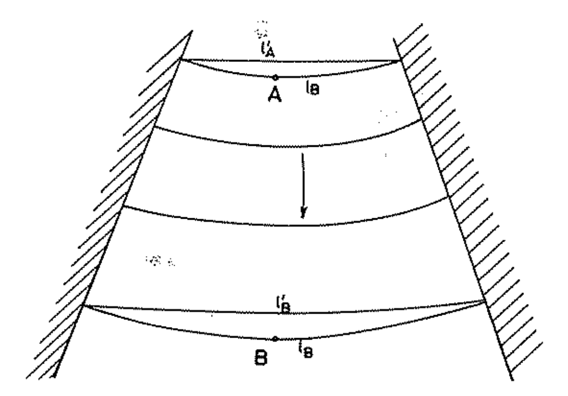


FIGURA 8.104
Esquema de un acuífero que diverge en el sentido del flujo.

Ejemplo 2

En la superficie piezométrica de la figura 8.105, que representa un acuífero recargado y drenado por un río y con un borde impermeable, se sabe que a lo largo de la curva isopieza + 40 m el espesor saturado es de 5,50 m y que a lo largo de la curva isopieza + 30 m el espesor saturado es de 11,5 m. Se sabe además que la permeabilidad a lo largo de la curva isopieza + 40, la permeabilidad media es de 200 m/día. Calcular la permeabilidad media a lo largo de la curva isopieza + 30, la transmisividad media a lo largo de la curva isopieza + 37 y el caudal medio recargado por el río en el tramo AB. Se supone que existe un aporte constante de agua de riego y lluvia de 100 mm/año.

Las líneas de flujo que parten de los puntos A y B sobre el río definen un tubo de flujo cuyo ancho es de:

850 m en la curva + 40
800 m en la curva + 37
320 m en la curva + 30

Las superficies son (planimetrando)

770 000 m² entre las curvas + 40 y + 30
264 000 m² entre las curvas + 40 y + 37

Los gradientes medios son:

$$i \approx \frac{2}{200} = 0{,}01 \quad \text{en la curva de } + 40$$

$$i \approx \frac{2}{250} \approx 0{,}008 \quad \text{en la curva de } + 37$$

$$i \approx \frac{2}{350} = 0{,}0057 \quad \text{en la curva de } + 30$$

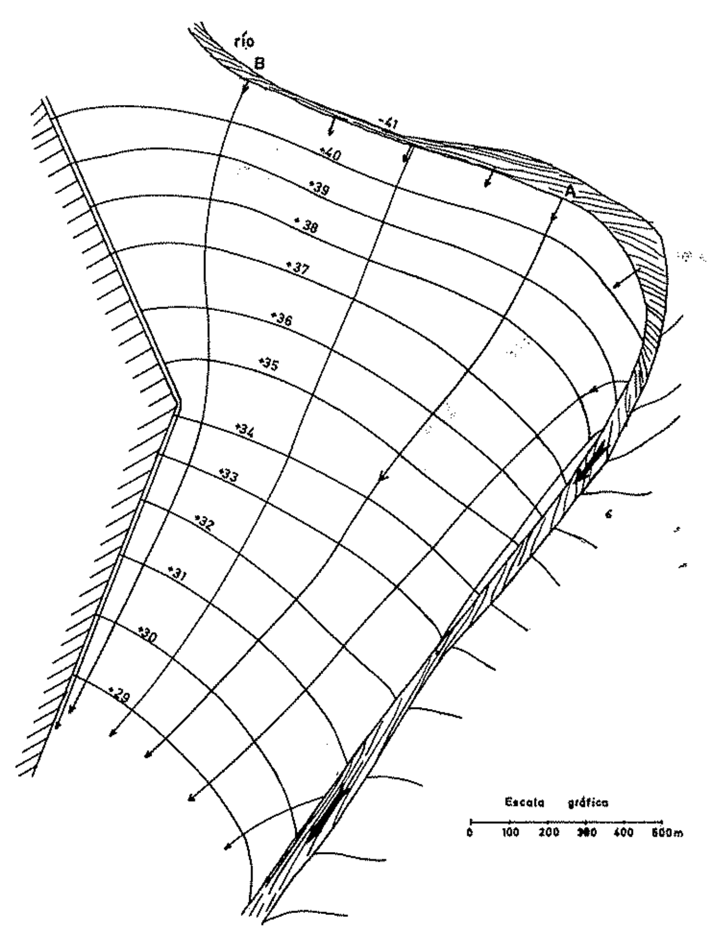


FIGURA 8.105
Superficie piezométrica con un borde impermeable y un río. Corresponde al ejemplo 2.

Entre la curva de +40 y de +30 puede establecerse:

$$850 \text{ m} \cdot 200 \text{ m/día} \cdot 5{,}5 \text{ m} \cdot 0{,}01 - 320 \text{ m} \cdot k \cdot 11{,}5 \text{ m} \cdot 0{,}0057 = -\frac{0{,}1}{365} \text{ m/día} \cdot 770\,000 \text{ m}^2$$

k = 456 m/día sobre la curva de +30

Entre la curva de + 40 y de + 37 puede establecerse

$$850 \text{ m} \cdot 200 \text{ m/día} \cdot 5{,}5 \text{ m} \cdot 0{,}01 - 800 \cdot T \cdot 0{,}008 = -\frac{0{,}1}{365} \text{ m/día} \cdot 264\,000 \text{ m}^2$$

T = 1472 m²/día

El río aporta entre A y B el agua que atraviesa la curva de + 40, ya que el aporte por infiltración de lluvia y riego es muy pequeño por la reducida superficie de recarga.

$$Q = 850 \text{ m} \cdot 200 \text{ m/día} \cdot 5{,}5 \cdot \text{m} \cdot 0{,}01 = 9350 \text{ m}^3\text{/día}$$

7.8 MÉTODO DEL BALANCE PARA EL CÁLCULO DE LA RECARGA Y DE LA POROSIDAD EFICAZ

Si en un acuífero se tienen variaciones de altura en la superficie piezométrica pero sin que la forma general de las isopiezas se altere notablemente, o lo que es lo mismo, que las líneas de corriente apenas modifican su posición, es posible entonces realizar un balance temporal. Sea la figura 8.106 que representa una porción de acuífero entre dos líneas de corriente cuya posición varía poco en el tiempo y entre dos líneas isopiezas cuya forma varía también poco en el tiempo aunque varíen sus valores. Si T, i y l son respectivamente la transmisividad, gradiente y ancho entre dos líneas de flujo, indicando el subíndice e, entrada y el s, salida es:

entrada − salida + aportaciones =
= incremento de almacenamiento

Efectuando el balance entre el tiempo t_1 y el tiempo t_2 y llamado W a la recarga por unidad de superficie en

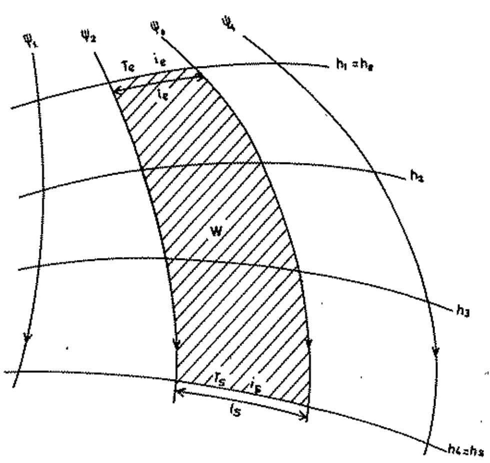


FIGURA 8.106
Esquema para establecer el balance temporal en una superficie piezométrica de altura variable pero de forma constante.

altura de agua por unidad de tiempo, B el bombeo en volumen por unidad de tiempo y S el coeficiente de almacenamiento:

$$(l_e \cdot T_e \cdot i_e - l_s \cdot T_s \cdot i_s)(t_2 - t_1) +$$

$$+ W \cdot A \cdot (t_2 - t_1) - \int_{t_1}^{t_2} B \cdot dt = A \cdot \Delta h \cdot S$$

siendo A el área del balance y Δh el incremento de altura piezométrica supuesta uniforme en toda la superficie.

En general las incógnitas son T_e, T_s, W y S que se pueden determinar si se plantean cuatro ecuaciones independientes. En general conviene manejar más ecuaciones para contrastar los errores que se cometen.

En ciertas circunstancias pueden obtenerse simplificaciones; W = 0 si se trabaja en un período en que no hay recarga, pero deben tomarse precauciones en definir este período ya que el agua de lluvia o de riego puede tardar a veces algunas semanas o incluso meses en alcanzar el acuífero si éste es profundo.

$S \approx 0$ si se trata de un acuífero cautivo y entonces $W \approx 0$; si es $W \gtreqless 0$ es que el acuífero es semiconfinado. Si $\Delta h = 0$, no existe segundo miembro y es más fácil calcular W.

Si el límite superior es una divisoria de aguas subterráneas fija puede prescindirse del término de entrada subterránea.

Se tiene aún poca experiencia sobre este método como método manual de análisis de superficies piezométricas, pero en algunos casos los resultados se obtienen con errores que parecen aceptables (Llamas, 1967).

Llamas y Custodio han aplicado el método de forma independiente al estudio del acuífero del valle bajo del río Llobregat (Barcelona) y los resultados son aceptables y encajan aceptablemente con los obtenidos con un modelo matemático (MOP, Cuena y Custodio, 1971; Custodio, Cuena y Bayó, 1971), que no es más que un análisis similar programado con mayor número de datos y efectuando balances en varias áreas contiguas. Molist (en MOP 1971), también ha obtenido resultados aceptables con el mismo método en la cubeta de La Llagosta, en el río Besós, próximo a Barcelona.

Ejemplo 3

En un acuífero aluvial se toman dos secciones separadas 1 km. En la sección de aguas arriba el ancho es de 150 m y en la de aguas abajo es de 250 m.

Se han trazado superficies piezométricas el 15 de junio, el 15 de julio y el 15 de septiembre encontrándose un descenso general de niveles freáticos de 0,5 m entre las dos primeras fechas y de 0,6 m entre las dos últimas. Los gradientes en el límite de agua arriba en esas fechas han sido 2 ‰, 2 ‰, 2,5 ‰, y en el límite de aguas abajo de 2,5 ‰, 2,5 ‰ y 3 ‰, respectivamente.

Se trata de una época seca, sin lluvias desde abril y con el río sin agua circulante. El bombeo es de 600 000 m^3/mes y se usa para riego, estimándose que el 20 % del caudal vuelve al acuífero en el primer período y el 15 % en el segundo. Varios ensayos de bombeo realizados hacen presuponer que la transmisibilidad es de 1000 m^2/día en el límite de aguas arriba y de 800 m^2/día en el límite de agua abajo, cuando el espesor saturado es de 20 m. El 15 de junio este espesor saturado era de 22 m. Calcular la porosidad eficaz del acuífero (coeficiente de almacenamiento). La ecuación del balance para el primer período es:

$$\left\{\left[150 \text{ m} \frac{1000 \text{ m}^2/\text{día}}{20 \text{ m}} \left(22 - \frac{0,5}{2}\right) \text{m} \cdot 0,002\right] - \right.$$

$$\left. - \left[250 \text{ m} \frac{800 \text{ m}^2/\text{día}}{20 \text{ m}} \cdot \left(22 - \frac{0,5}{2}\right) \text{m} \cdot 0,0025\right]\right\} \cdot 30 \text{ días} -$$

$$- \frac{600\,000 \cdot 0,8 \text{ m}^3/\text{mes}}{30 \text{ días/mes}} =$$

$$= -1000 \text{ m} \cdot \frac{250 + 150}{2} \text{ m} \cdot 0,5 \cdot S$$

$$S = 0,162$$

La ecuación del balance para el segundo período es:

$$\left\{\left[150 \text{ m} \frac{1000 \text{ m}^2/\text{día}}{20 \text{ m}} \left(22 - \frac{0,6}{2}\right) \text{m} \frac{2 + 2,5}{2 \cdot 1000}\right] - \right.$$

$$\left. - \left[250 \text{ m} \frac{800 \text{ m}^2/\text{día}}{20 \text{ m}} \left(22 - \frac{0,6}{2}\right) \text{m} \frac{2,5 + 3}{2 \cdot 1000}\right]\right\} \times$$

$$\times 30 \text{ días} - \frac{600\,000 \cdot 0,85 \text{ m}^3/\text{mes}}{30 \text{ días/mes}} =$$

$$= 1000 \text{ m} \frac{250 + 150}{2} \text{ m} \cdot 0,6 \text{ m} \cdot S$$

$$S = 0,144$$

Los valores de S obtenidos en ambos períodos son relativamente similares y por lo tanto puede tomarse que S varía entre ellos. En el valor de S, lo que más influye en este caso son las extracciones.

7.9 MAPAS DERIVADOS DE LAS SUPERFICIES PIEZOMÉTRICAS

Comparando la superficie piezométrica (freática) con lo que se señala en la columna A, se puede obtener lo que se expone en la columna B:

A	B
Superficie piezométrica (freática) en otra época	Mapa de variación de niveles; mapa de variación del volumen saturado en un acuífero libre
Superficie topográfica	Profundidad del nivel de agua o de la superficie freática si el acuífero es libre.
Mapa de la base del acuífero	Mapa de espesor saturado si el acuífero es libre

Los mapas de variación de nivel en acuíferos libres son especialmente interesantes para estudiar las variaciones totales del agua almacenada y puede poner de relieve ciertas particularidades del funcionamiento del acuífero. En la figura 8.107 se muestra el plano de variación de niveles correspondientes a las dos superficies piezométricas de la figura 8.99, puede apreciarse un ascenso general de niveles excepto en una pequeña área en la que se produce un descenso quizás debido a una intensificación del bombeo. Los ascensos mayores corresponden a una zona de notables bombeos veraniegos, que en invierno cesan; la variación de nivel supone sólo un pequeño aumento de reserva puesto que en esa zona el acuífero estudiado es semiconfinado.

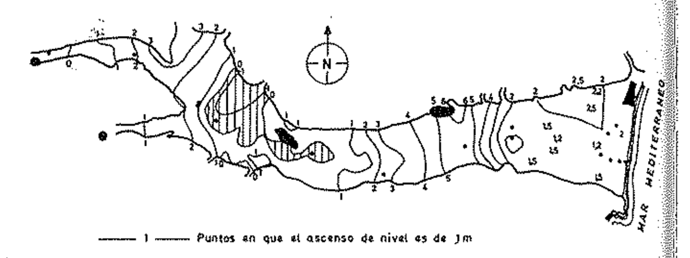


FIGURA 8.107
Plano de curvas de igual variación de nivel correspondiente a las superficies piezométricas de la figura 8.99.
Las zonas rayadas son de descenso de nivel y las no rayadas son de ascenso de nivel.

Los mapas de máxima variación de nivel tienen interés para el proyecto de pozos. Los planos de espesor saturado máximo pueden condicionar la ubicación de captaciones permanentes en un acuífero libre.

El trazado de estos mapas se facilita en gran manera si se tienen sobre papel transparente los dos planos base y se determinan las cotas diferencia en los puntos de intersección de las isopiezas entre sí o con las curvas de nivel, estos puntos sirven para trazar directamente las nuevas curvas (isolíneas) que deben pasar por ellos. En algunas zonas puede ser necesario determinar puntos adicionales por trazado de curvas intermedias.

Capítulo 8.8

Capilaridad y flujo multifase

8.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se ha supuesto que el medio estaba saturado por un único fluido de características homogéneas en cuanto a densidad, viscosidad y composición. En ciertas aplicaciones prácticas no sucede así y su consideración reviste en muchas ocasiones un especial interés. El flujo de fluidos miscibles prácticamente de la misma densidad y viscosidad, pero de composición diferente será tratado en la sección 12; el flujo de líquidos miscibles pero de densidad y viscosidad diferentes será tratado en la sección 13.

El flujo de dos fluidos inmiscibles, ya sean dos líquidos o un líquido y un gas, serán objeto de este capítulo y del capítulo siguiente. Desde el punto de vista de la Hidrología subterránea el caso más interesante es el estudio de los medios no saturados (agua-aire) que será iniciado en este capítulo y tratado con más detalle en el capítulo 8.9, habiéndose ya introducido algunas ideas fundamentales en la sección 6. El flujo de dos líquidos inmiscibles, tales como agua y petróleo, será tratado en el presente capítulo, pero con menor detalle ya que es de interés secundario con vistas a la explotación del agua subterránea.

En los flujos multifase la tensión superficial de los fluidos juega un importante papel, lo que introduce un nuevo parámetro a manejar —altura capilar o succión—, el cual es una función del grado de saturación en esos fluidos.

Los problemas de desplazamiento de un fluido por otro serán comentados en sus principios generales y se tratarán de nuevo en el capítulo 12.1 y en el apéndice A.12 de la sección 12.

8.2 TENSIÓN SUPERFICIAL

Si se considera la superficie de contacto entre dos fluidos diferentes e inmiscibles, como por ejemplo agua y aire o agua y petróleo, las moléculas de los fluidos sobre esa superficie están sometidas a esfuerzos particulares. Sea la figura 8.108 en la que AB es la superficie de separación entre agua y aire; las moléculas 1 (agua) y 1′ (aire) situadas en el seno de los respectivos fluidos están atraídas de igual forma por todas las moléculas que las rodean ya que son del mismo fluido; no sucede lo mismo con las moléculas 2 (agua) y 2′ (aire) situadas sobre la interfase ya que por ejemplo la molécula 2 es atraída fuertemente por las moléculas de agua situadas bajo la interfase y con menor intensidad por las de aire situadas sobre la interfase. El resultado es que la molécula 2 queda sometida a un esfuerzo normal a AB hacia el agua.

De ahí nace el concepto de tensión superficial relativa. No necesariamente la molécula 2′ es también atraída hacia el agua, pues los esfuerzos entre moléculas de un mismo fluido pueden ser muy diferentes de los de atracción entre moléculas de fluidos distintos.

FIGURA 8.108
Explicación de la tensión superficial. Las moléculas 1 y 1′ están atraídas por igual por todas las moléculas que las rodean, pero no sucede lo mismo con las 2 y 2′, situadas sobre la interfase AB.

La tensión superficial hace que una masa de un fluido en el seno de otro fluido con el que es inmiscible, tiende a tomar la forma de mínima superficie que es la esférica, tal como sucede cuando cae una gota de agua en el aire o cuando se deposita una gota de aceite en el seno del agua. La designación de *tensión superficial* se reserva muchas veces para las interfases líquido-aire, llamándose *tensión interfacial* cuando están en contacto dos líquidos diferentes.

En la superficie de contacto entre un sólido y un líquido se tiene un fenómeno similar que se manifiesta en una adherencia («moja») o en una no adherencia («no moja») del fluido al sólido. En realidad, el concepto de «mojabilidad» es más complicado pues se refiere a dos fluidos en contacto con una superficie sólida. La mojabilidad es muy afectada por el estado de la superficie del sólido.

La tensión superficial es la energía de las moléculas de fluido por unidad de superficie, o sea, la energía que hay que gastar para llevar esas partículas desde el interior del fluido hasta su posición superficial. Si una superficie de fluido se expande, aumenta el número de moléculas sobre la superficie, aumenta su energía y para ello es preciso realizar un trabajo; la tendencia natural es a contraerse para buscar una situación de energía potencial mínima.

La tensión superficial se mide en dinas/cm. La tensión superficial del agua pura en contacto con el aire a 20 °C vale alrededor de 0,075 g/cm[74] y disminuye alrededor de 0,19 % por cada °C de elevación de temperatura.

La tensión superficial está regida en gran parte por esfuerzos de carácter electroquímico, en especial en líquidos polares como el agua, y por lo tanto es muy afectada por las sustancias disueltas en la misma, en especial si se trata de materia orgánica. La adición de sustancias tensoactivas[75] al agua reduce notablemente su elevada tensión superficial. La tensión superficial de las aguas subterráneas naturales difiere poco de la del agua pura, pero las aguas subterráneas contaminadas con detergentes tienen una tensión superficial notablemente menor.

Algo similar sucede con la adherencia a sólidos; el agua «moja» a las superficies sólidas en general, si éstas están limpias y desengrasadas, pero basta una pequeña película de materiales oleosos para que deje de mojar. Esta mojabilidad está referida al agua en contacto con aire.

[74] Son 73,6 dinas/cm.
[75] Jabones, detergentes, polifosfatos, etc.

A consecuencia de la existencia de la tensión superficial, existe un salto de presión Δp entre la cara cóncava y la convexa de la superficie fluida que vale:

$$\Delta p = \tau \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$$

siendo τ la tensión superficial y ρ_1 y ρ_2 los radios de curvatura principales de la superficie del fluido en el punto considerado. Este salto de presión se denomina en general presión capilar. La medida de esta presión capilar puede servir para medir la curvatura de la superficie y de ella deducir un diámetro medio de poros de un material granular (Collins, 1961, págs. 31-33).

8.3 CAPILARIDAD

Si se tiene un tubo de vidrio de pequeño diámetro (tubo capilar) y se le introduce parcialmente en el agua (fig. 8.109), ésta sube a una cierta altura (ascenso capilar) y se estabiliza en ella. No es más que una consecuencia de los fenómenos de tensión superficial y de la atracción de las paredes del sólido al agua y aire en sus proximidades. El resultado es la aparición de una fuerza F que «tira» del fluido que moja y lo hace avanzar. Esta fuerza F forma un ángulo α con la superficie del tubo y su valor es el producto de la tensión superficial entre los dos fluidos en contacto, proyectada sobre las paredes del tubo y multiplicada por el perímetro del mismo.

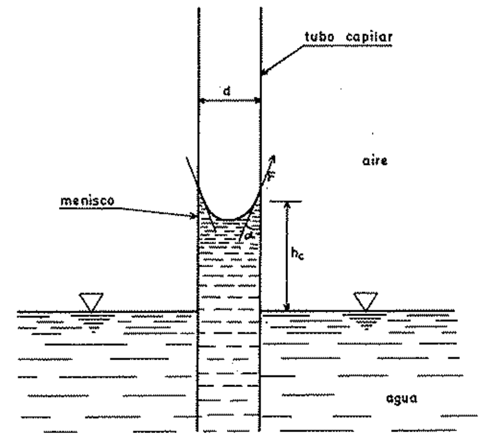


FIGURA 8.109
Ascenso del agua en un tubo capilar.

La fuerza ascensional es $\tau \cdot \pi \cdot d \cdot \cos\alpha$ que da origen a una tensión ascensional de

$$\frac{\tau \cdot \pi \cdot d \cdot \cos\alpha}{\pi\, d^2/4} = \frac{4\,\tau\,\cos\alpha}{d}$$

y el peso de la columna de agua elevada h_c a otro esfuerzo por unidad de superficie que vale:

$$h_c \cdot \gamma$$

siendo d = diámetro del tubo capilar
h_c = ascenso capilar
γ = densidad del agua

Igualando ambas tensiones se obtiene:

$$h_c = \frac{4\,\tau}{d \cdot \gamma}\cos\alpha$$

El valor de α depende de la adherencia en las paredes de los dos fluidos (Collins 1961, pág. 24). Si la superficie del tubo está limpia y desengrasada y se trata de agua en contacto con aire es $\alpha \simeq 0$ y entonces

$$h_c = \frac{4\,\tau}{d \cdot \gamma}$$

El ascenso capilar es una altura vertical y no depende de si el tubo está colocado verticalmente o inclinado.

Tomando τ = 0,075 g/cm, para el agua pura a temperatura ambiente se tienen los siguientes ascensos:

$$h_c\,(\text{cm}) = \frac{0{,}3}{d\,(\text{cm})}$$

d, diámetro capilar (cm)	0,1	0,01	0,001
h_c, elevación capilar (cm)	3	30	300

No siempre se produce ascenso capilar ya que no siempre el líquido «moja» al tubo. El mercurio en contacto con aire «no moja» y tiene un ascenso capilar negativo, formándose un *menisco* convexo al aire. Algo similar sucede con el agua en contacto con aire si el tubo capilar está recubierto de una fina lámina de grasa, y a veces también con aguas alcalinas (Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 9). Se tiene que $0 \leq \alpha \leq 90$ para un líquido que moja y $90 \leq \alpha \leq 180°$ para un

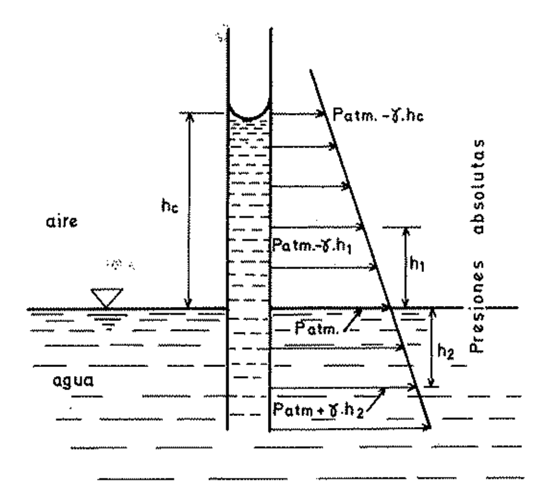


FIGURA 8.110
Distribución de presiones del agua a lo largo de un tubo capilar. P_{atm} = *presión atmosférica.*

líquido que no moja. El valor de α es también muy sensible a acciones químicas.

La ascensión capilar se produce igualmente entre dos láminas paralelas muy próximas. Si su separación es e, supuesto que es su valor mucho mayor que el ancho de las láminas, el equilibrio entre presiones ascensionales y la presión del fluido elevado, permite escribir

$$\frac{2 \cdot \tau \cdot \cos\alpha}{e} = h_c \cdot \gamma$$

de donde

$$h_c = \frac{2\,\tau}{e \cdot \gamma}\cos\alpha$$

Así pues el ascenso capilar puede suponerse que se debe a la pérdida de presión del fluido a un lado y otro de su superficie; esta pérdida de presión hace que el fluido ascienda por el tubo capilar. En la figura 8.110 se muestra la distribución de presiones absolutas; sobre la superficie del líquido actúa la presión atmosférica, a la que se une la presión hidrostática γ h, dentro del fluido. En el interior del capilar la presión es menor que la atmosférica en la cantidad $\gamma \cdot h$, o sea que su presión hidrostática es negativa y vale $-\gamma$ h. La interpretación del ascenso capilar como una

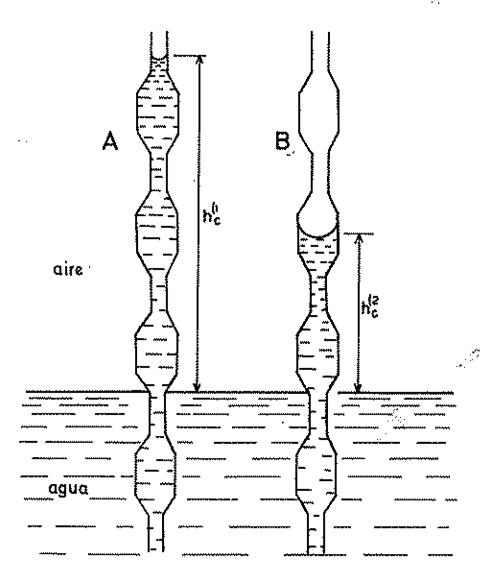


FIGURA 8.111
Elevaciones capilares en tubos de sección variable; A en vaciado; B en llenado.

succión o aspiración producida por el material poroso es aceptable para elevaciones capilares pequeñas pero es absurda para materiales arcillosos en los que la elevación capilar puede superar 10 m, a veces hasta 30. No se trata de una succión sino de un esfuerzo aplicado a cada molécula. El considerar presiones negativas no es más que una convención. De forma general el ascenso capilar viene dado por el equilibrio[76]

$$\Delta p = \tau \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \cos \alpha = \gamma h_c$$

Es importante considerar que la elevación capilar depende de la sección del tubo en el lugar donde se forma el menisco, tal como se ilustra en la figura 8.111; en el caso A, en un proceso de vaciado del tubo, el menisco se establece en la parte más estrecha y la elevación capilar vale $h_c^{(1}$, mientras que en el caso B, en un proceso del llenado del tubo, el menisco se establece en la parte más ancha y la elevación capilar es mucho menor. Si se eleva lentamente el tubo B, en cuanto el menisco se establezca en la parte estrecha, subirá con el mismo hasta la altura $h_c^{(1}$, pero si el tubo sigue subiendo, en cuanto el menisco pase a la sección ancha, caerá hasta quedar de nuevo fijado en la porción estrecha inferior. Es el llamado *«efecto de tintero»*.

El valor del ángulo de contacto también puede variar según que el líquido ascienda o descienda; es el llamado *«efecto de gota de lluvia»* que se puede apreciar cuando una gota de agua de lluvia desliza por un vidrio inclinado; en la porción que avanza forma un ángulo agudo que frena el descenso y en la parte posterior el ángulo es obtuso y también se opone al descenso.

Todo lo expuesto se refiere a un líquido en contacto con el aire. Lo mismo sucede entre dos líquidos, por ejemplo agua y aceite.

8.4 CAPILARIDAD EN LOS MEDIOS POROSOS

Un medio poroso puede suponerse como formado por una serie de canalículos de sección variable; cada uno de ellos es capaz de actuar como un tubo capilar de forma muy irregular.

La altura de ascensión capilar en cada uno de ellos varía según el diámetro de la porción en la que se establezca el menisco; además depende algo de si la capilaridad ha actuado en descenso o en ascenso de nivel, tal como se explicó en el apartado anterior (efecto de tintero).

Así, la superficie saturada de un medio poroso es una superficie muy irregular, pero si la granulometría del medio es más o menos regular, puede establecerse un nivel medio en el que la presión es menor que la atmosférica. La altura de este nivel medio sobre la superficie de presión igual a la atmosférica (superficie libre o freática)[77] es la elevación capilar media y la porción de medio poroso en la zona de elevación capilar es la *franja capilar.*

Algo similar sucede en los materiales fracturados, en los que también puede definirse una franja capilar, pero discontinua y mucho más irregular.

Existen varias fórmulas propuestas para calcular la elevación capilar media en un material poroso, teniendo en cuenta un valor que defina el tamaño de grano. Una fórmula sencilla es:

$$h_c = \frac{c}{e \cdot d_{10}}$$

en la que c es una constante que varía entre 0,1 y 0,5 cm^2, e es el índice de huecos[78] y d_{10} es el diámetro

[76] Detalles complementarios pueden consultarse en Scheidegger (1957) págs. 53-58.

[77] Nivel del agua en un piezómetro abierto por debajo del límite de saturación.

[78] Volumen de huecos dividido por el volumen del material sólido: $e = m/(1-m)$ siendo m la porosidad.

TABLA 8.4 *Ascensos capilares máximos en diferentes terrenos y suelos*

Material	Diámetro d_{10} (mm)	Ascenso capilar h_c (cm)	Observaciones
Arcilla	0,0005	3060	(2)
Arcilla	0,005 a 0,001	610 a 3050	(1) ; 200 a 400 cm (5)
Suelo arcilloso		200 a 400	(4)
Limo	0,05 a 0,005	61 a 610	(1) ; 70 a 150 cm (5)
Suelo arenoso		100 a 150	(4)
Suelo podsólico		35 a 40	(4)
Arena fina	0,025 a 0,05	12 a 61	(1) ; 35 a 70 cm (5)
Arena media		12 a 35	(5)
Arena gruesa	2,00 a 0,025	12 a 15	(1) ; 2 a 5 cm (5)
Calizas y areniscas fracturadas		120 a 450	(3)

(1) Tschebotarioff (1951) en Schoeller (1962), pág. 60.
(2) Terzaghi (1925) en Schoeller (1962), pág. 60.
(3) Dienert (1940 y 1941) en Schoeller (1962), pág. 60.
(4) Polubarinova-Kochina (1952), pág. 19.
(5) Silin-Bekchurin (1958) en Harr (1962), pág. 10.

de grano eficaz, o sea un diámetro tal que sólo el 10 % en peso del material tiene diámetro menor.

Según Polubarinova-Kochina (1962) pág. 19, debe tomarse c = 0,45 cm². También puede calcularse c a partir de la fórmula (Terzaghi, Kozeny, en Schoeller (1962) página 59):

$$c = \frac{2\tau \cdot \cos\alpha}{B \cdot \gamma}$$

B puede tomarse como 1/3 en primera aproximación. En muchos trabajos de laboratorio es $\cos\alpha = 1$, pero en terrenos reales parece más apropiado tomar $\cos\alpha = 0{,}3$ (Averjanov en De Wiest, 1965, pág. 200).

El valor de $\cos\alpha$ es ligeramente diferente para el nivel freático ascendente y para nivel freático descendente debido a un fenómeno de histéresis ya comentado (efecto gota de agua).

En la tabla 8.4 se dan algunos valores experimentales del ascenso capilar en diferentes suelos y materiales.

Los esfuerzos capilares actúan en cualquier dirección. Así, al mojar la superficie superior de un bloque de material poroso, el agua desciende rápidamente por capilaridad; al mojar la pared lateral de un bloque de material poroso, el agua también penetra horizontalmente por capilaridad. A esta penetración del agua o de otro fluido en un medio poroso, desplazando el aire existente, se la llama *imbibición*.

8.5 VELOCIDAD DE ASCENSO CAPILAR

Los valores del ascenso capilar dados en el apartado anterior son los máximos posibles. Si un terreno se pone en contacto con agua, ésta asciende, pero la velocidad es tanto menor cuanto menor es la permeabilidad, de modo que en terrenos porosos muy poco permeables que son los que tienen mayor ascenso capilar, la altura máxima no se alcanza hasta al cabo de largo tiempo, si ello es posible, ya que los procesos de extracción por evaporación o evapotranspiración pueden ser más rápidos. Según De Wiest (1965) pág. 200, el tiempo en alcanzarse un ascenso capilar próximo al máximo en una arcilla puede ser de muchos años. Según datos contenidos en Castany (1963) pág. 183, el tiempo en alcanzar el ascenso capilar máximo en una arena fina es del orden de 100 días y de 300 días para un limo.

La velocidad de ascenso decrece exponencialmente, y por lo tanto se necesita teóricamente un tiempo infinito para alcanzarse el ascenso máximo. En práctica basta considerar el tiempo en alcanzar el 90 ó 95 % del ascenso máximo teórico.

El tiempo necesario para alcanzarse una altura h viene dado por (Terzaghi en Harr, 1962, pág. 9).

$$t = \frac{m \cdot h_c}{k}\left(\ln\frac{h_c}{h_c - h} - \frac{h}{h_c}\right)$$

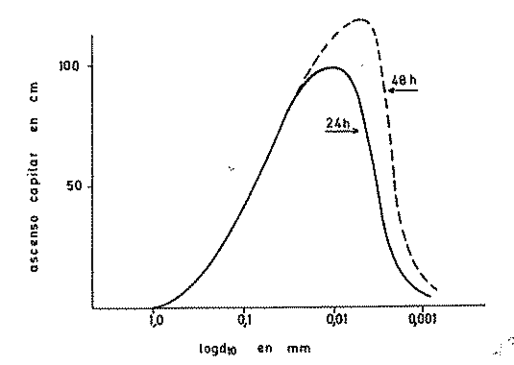


FIGURA 8.112
Variación del ascenso capilar a las 24 y 48 horas según el diámetro efectivo de grano. La figura es sólo indicativa.

que es válida para valores de $h/h_c < 0,2$; m es la porosidad y k la permeabilidad.

Si el ascenso capilar se refiere a las 24 horas de iniciarse el mismo, se obtiene un gráfico en función del tamaño de grano d_{10} tal como el señalado en la figura 8.112; en la misma figura se indica el ascenso capilar referido a 48 horas, en la que se ve que el máximo ascenso corresponde a materiales más finos que para 24 horas. El fenómeno puede estudiarse de acuerdo con la teoría de la imbibición (Collins, 1961, Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968).

8.6 FORMAS DE AGUA EN EL SUELO

En un medio poroso sin ningún nivel impermeable superior puede tenerse una porción inferior saturada y una porción superior en la que coexiste aire y agua que se llama medio no saturado; en lugares áridos puede existir un nivel seco superior.

En la porción saturada todos los poros están llenos de agua, aunque en ocasiones pueden tenerse algunas burbujas de aire atrapadas y sin continuidad. La superficie sobre la cual la presión del agua es la atmosférica es la superficie libre o freática; por encima de la misma puede existir todavía medio saturado continuo que contiene agua capilar, y que forma la franja capilar; su altura viene definida por los poros o grietas de mayor tamaño; se define así una superficie de saturación. Por encima de la superficie de saturación todavía existe agua capilar pero los poros mayores contienen aire; es la zona no saturada, tanto menos cuanto más por encima de la superficie de saturación. El agua capilar sube o baja al subir o bajar el nivel freático, pero por encima de cierta altura o límite capilar aparente todavía existe un cuerpo continuo de agua mantenido por fuerzas de adhesión y capilaridad que apenas reacciona a los cambios de nivel de la superficie freática y que constituye el medio no saturado principal. Si la humedad es pequeña, pueden existir porciones del suelo saturado en las que sólo queda agua aislada y por lo tanto no influenciada por el movimiento general; este agua también está retenida por fuerzas capilares y de adhesión y se llama *agua pendular* mientras que a la que forma un cuerpo continuo se la llama *agua funicular*. En general, el agua de la zona no saturada se la define con varios nombres tales como *agua pelicular*[79], *agua suspendida* o *agua vadosa*, aunque éste último término se aplica a veces al conjunto del agua en el medio saturado y no saturado (Schoeller, 1962). En el medio no saturado existe además agua en forma de vapor. La figura 8.113 ilustra algunos aspectos de lo expuesto.

La altura de la franja capilar varía si se ha producido en proceso de ascenso o de descenso del nivel freático debido al «efecto tintero» explicado en la figura 8.111 y al efecto «gota de lluvia»[80].

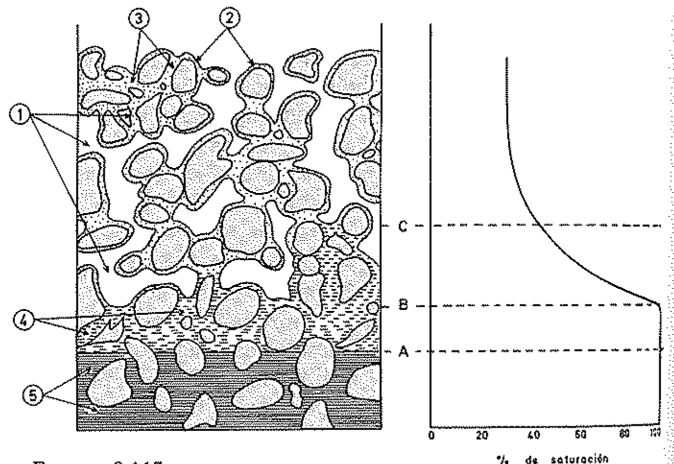


FIGURA 8.113
Representación esquemática del agua en el suelo. A) Nivel freático (el que marcaría un piezómetro). B) Nivel visible de saturación. C) Nivel de máxima ascensión capilar aparente. 1. Aire con vapor de agua. 2. Agua pelicular que rodea las partículas. 3. Agua suspendida por capilaridad. 4. Agua capilar. 5. Medio saturado por debajo del nivel freático aunque puede quedar alguna burbuja de aire.

[79] El agua pelicular es la que rodea a los granos del terreno.
[80] Véase el apartado 8.3.

En ocasiones existen porciones de terreno saturado con terreno no saturado en su parte inferior; son los acuíferos suspendidos. Pueden ser simplemente agua infiltrada que desciende en busca del nivel freático inferior o una masa de agua más o menos estable instalada en una porción de granulometría fina sobre otra de granulometría mucho más gruesa (fig. 8.114). Estos niveles transmiten agua hacia abajo cuando reciben una recarga, pero luego se vuelven a estabilizar; esto explica porque es difícil drenar un suelo colocando un nivel muy permeable debajo.

El agua capilar se puede mover bajo la acción de la gravedad y así contribuye al flujo hacia los pozos; sin embargo su contribución es muy pequeña en acuíferos normales y no se tiene en cuenta. En experiencias con fluidos en modelo reducido puede tener gran importancia (Muskat, 1937).

8.7 INTRODUCCIÓN AL FLUJO MULTIFASE

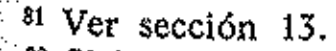
El flujo en medios porosos con dos o más fases fluidas inmiscibles se presenta con frecuencia en estudios de Hidrología subterránea. El caso más aparente es el de la infiltración en un medio no saturado en el que existen dos fluidos, agua y aire. Otro caso de interés es el de los yacimientos de petróleo en los que pueden llegar a coexistir tres fases inmiscibles a efectos prácticos, agua, petróleo líquido y petróleo gas.

En primera aproximación, el desplazamiento de una fase por otra miscible puede ser a veces tratado como si se tratase de dos fases inmiscibles, tal como en las relaciones agua dulce-agua salada en regiones costeras[81].

Dentro de cada fase líquida pueden aplicarse las leyes del movimiento para una sola fase expuestas al principio de este tema, o sea la ley de Darcy[82] y la ecuación de la continuidad.

En la interfase o superficie de separación de dos fases es preciso tener en cuenta que el flujo neto a un lado y otro debe ser el mismo o sea que la velocidad normal a la misma debe ser igual en los dos medios.

Una segunda condición establece que debe existir un equilibrio de presiones actuando sobre la interfase. No sólo debe tenerse en cuenta que actúan los esfuerzos gravitatorios de la presión externa y de la resistencia al movimiento, sino que las presiones capilares pueden jugar un papel muy importante y a veces dominante en medios muy finamente porosos.



[81] Ver sección 13.
[82] Si las velocidades son suficientemente pequeñas.

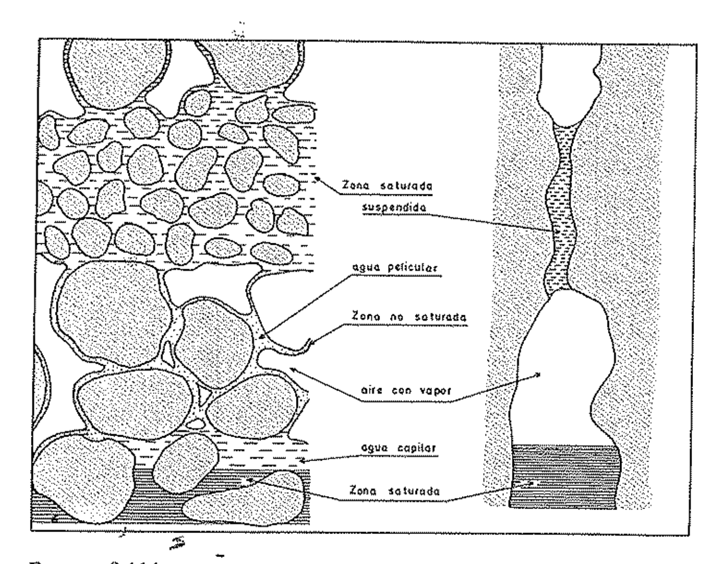


FIGURA 8.114
Formación de zonas saturadas suspendidas por capilaridad en un nivel de granulometría fina sobre un material grosero y en un estrechamiento de una grieta.

8.8 FLUJO SIMULTÁNEO DE DOS FLUIDOS INMISCIBLES

Supóngase que a través de una columna rellena de arena se hace circular una mezcla de dos líquidos inmiscibles, de forma que cada uno de ellos forme un medio continuo, designándose por 1 el de mayor tensión superficial y por 2 el de menor tensión superficial (por ejemplo agua y petróleo). Cuando en la columna se ha establecido un estado de equilibrio, existe una fracción S_1 de fluido 1 y una fracción $S_2 = 1 - S_1$ de fluido 2. El sistema parece seguir la ley de Darcy para cada fluido pudiéndose definir permeabilidades intrínsecas (ver capítulo 8.1) k_{o1} y k_{o2} que dependen del valor de S_1. Se cumple que $k_{o1} + k_{o2} < k_o$ siendo k_o la permeabilidad intrínseca para un sistema con un solo fluido (Collins 1961 págs. 53-55; Van Dam, 1969).

Se definen como permeabilidades relativas:

$$\varkappa_1 = \frac{k_{o1}}{k_o}$$

y

$$\varkappa_2 = \frac{k_{o2}}{k_o}$$

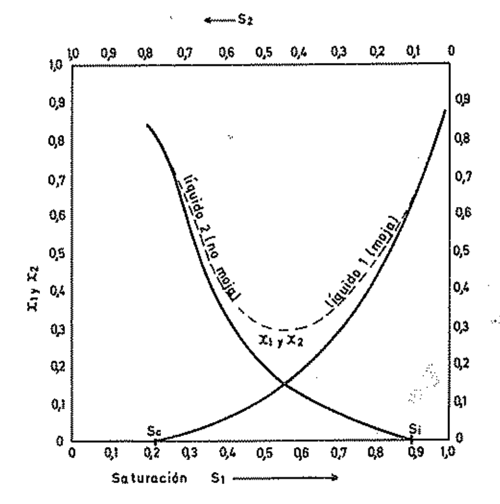


FIGURA 8.115
Gráfico de variación de la permeabilidad relativa $\varkappa$ *para el flujo de dos líquidos inmiscibles 1 (moja, mayor tensión superficial) y 2 (no moja, menor tensión superficial) en función del grado de saturación S.* S_c *es la saturación irreductible (congénita si es agua) para el líquido 1 y* S_i *es la saturación irreductible para el líquido 2. (Según Collins, 1961).*

siendo

$$\varkappa_1 + \varkappa_2 < 1$$

Se supone que $\varkappa_1$ y $\varkappa_2$ son sólo función de S_1, lo cual es razonablemente aceptable dentro de un cierto margen de velocidades.

Cada fluido establece sus propios caminos a través del medio formando a modo de canales, cuya disposición es relativamente estable. Para cada grado de saturación existe un sistema de canalículos único.

Cuando se reduce el grado de saturación en uno de los fluidos, disminuye el número y tamaño de sus canalizaciones y con una reducción suficiente de saturación algunas de ellas acaban por romperse dejando unas manchas residuales de ese líquido, las cuales son relativamente inmóviles. Sólo es posible desplazarlas o reducirlas o bien por lavado si ambos fluidos son ligeramente solubles entre sí, o bien por una elevada velocidad de flujo que permita alcanzar el régimen turbulento. Para cada grado de saturación existe un único grupo de canalículos.

El valor de la saturación del fluido S_i por debajo del cual deja de fluir se llama *saturación crítica o irreductible*, y es como si el medio tuviese para con él mismo una permeabilidad nula. El valor de S_i para el agua se suele llamar en la literatura de la explotación del petróleo, *saturación de agua congénita* (fig. 8.115). A S_i a veces se la llama también saturación inefectiva.

Estos fenómenos son importantes y determinan el grado de recuperación de petróleo de un yacimiento o la cantidad de agua congénita no desplazable.

En el análisis detallado del flujo juegan un papel muy importante las fuerzas capilares que son en gran manera las responsables de la mencionada reducción de permeabilidad del medio.

La ley de Darcy para el fluido i puede escribirse:

$$q_i = v_i = -k_{oi} \frac{\rho_i}{\mu_i} \text{ grad } \Phi_i^*$$

siendo $q_i = v_i$ la velocidad de flujo o mejor el flujo por unidad de sección total
ρ_i la densidad[83]
μ_i la viscosidad
Φ_i^* el potencial de fuerzas para el fluido i

para fluidos no compresibles

$$\Phi_i^* = g \cdot z + \frac{p_i}{\rho_i} + \text{cte}$$

para fluidos compresibles

$$\Phi_i^* = g \cdot z + \int_{p_o}^{p_i} \frac{d\,p}{\rho_i\,(p)} + \text{cte}$$

siendo g el valor de la aceleración de la gravedad
z la altura sobre una cierta referencia
cte un valor constante
$\rho_i\,(p)$ la densidad como función exclusiva de la presión.

En cada interfase entre los dos fluidos se tiene una diferencia de presión que es la presión capilar p_c

$$p_c = p_2 - p_1$$

La ecuación de la continuidad aplicada al fluido i es:

$$\text{div}\left(\frac{k_{oi}\,\rho_i^2}{\mu_i} \text{ grad } \Phi_i^*\right) = m \frac{\partial\,(S_i\,\rho_i)}{\partial\,t}$$

siendo m la porosidad.

[83] No confundir con el peso específico γ; $\gamma_i = g \cdot \rho_i$.

Si el fluido es incompresible y el medio homogéneo

$$\nabla^2 \Phi^* = \frac{m\,\mu_i}{k_{oi}\,\rho_i}\,\frac{\partial S_i}{\partial t}$$

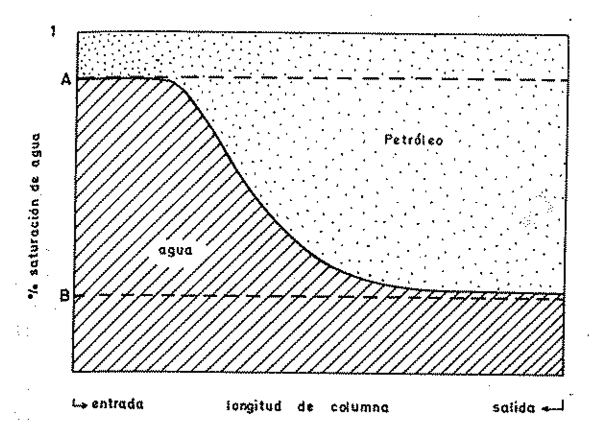


FIGURA 8.116
Contenido en agua a lo largo de una columna de material poroso, inicialmente saturado en agua y posteriormente saturado por petróleo, cuando se está realizando un desplazamiento con agua introducida por un extremo. La figura corresponde a un momento dado del proceso. El punto A representa la fracción del petróleo no desplazable y el punto B la fracción del agua no desplazable (agua congénita). Las escalas son arbitrarias.

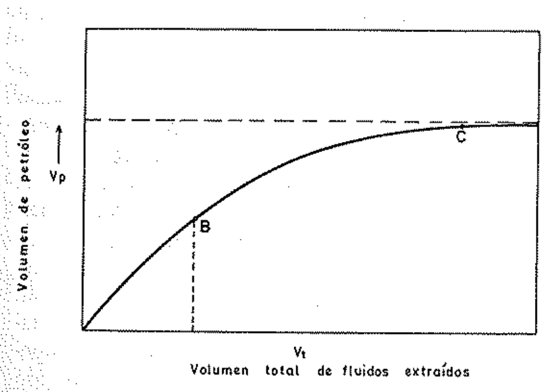


FIGURA 8.117
Volumen de petróleo obtenido en el caso de la figura 8.116 en función del total de líquido extraído o introducido en la columna. Hasta el punto B se obtiene petróleo sin agua y a partir del punto C prácticamente sólo se obtiene agua.

En la industria del petróleo es muy importante determinar cuánto petróleo puede recuperarse de una formación en la que se establece un flujo de agua y petróleo, cuánto petróleo sin agua puede obtenerse en la primera fase de explotación, en qué momento empieza a aparecer agua y cómo varía a partir de ese momento la proporción de esos dos líquidos. La ecuación de Buckley-Leverett permite resolver el problema si se admiten una serie de simplificaciones razonables y su formulación y aplicación puede consultarse en textos de teoría del flujo en medios porosos[84]. Una primera simplificación consiste en prescindir de las fuerzas capilares.

Las figuras 8.116 y 8.117 ilustran lo expuesto en un lugar no cercano a la salida, para así evitar efectos de borde[85] (Collins, 1961, pág. 142).

El estudio es más complicado cuando se trata de un líquido en contacto con su vapor o cualquier otro sistema en el que existan relaciones energéticas entre las fases fluidas presentes[86].

8.9 IMBIBICIÓN

La imbibición es el proceso de expulsión de un fluido contenido en un medio poroso mediante el contacto exterior con otro líquido de mayor tensión superficial; el líquido que moja se extiende, ocupando primero los poros más pequeños y expulsa al fluido inicialmente contenido por fuerzas capilares.

Este fenómeno tiene importancia en la obtención de petróleo en medios muy finamente porosos en los que la presión capilar puede ser muy elevada. El caudal por unidad de área es directamente proporcional a $\sqrt{k_o}$ y aproximadamente proporcional a μ_1 (Scheidegger, 1960, págs. 230-231).

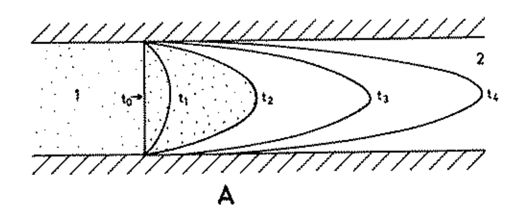
8.10 DESPLAZAMIENTO DE UN FLUIDO POR OTRO INMISCIBLE CON ÉL

El desplazamiento de un fluido contenido en un medio poroso por otro inmiscible con él es un proceso de planteamiento matemático sencillo, pero que conduce a ecuaciones de muy difícil solución, aunque es posible aplicar métodos aproximados basados en el análisis por diferencias finitas.

[84] Collins, 1961 págs. 142-161; Scheidegger, 1960 págs. 224-229, Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968.

[85] En los bordes aparece el efecto de una tercera fase, que es el aire.

[86] El planteamiento del problema puede verse en Scheidegger, 1960, págs. 231-234.



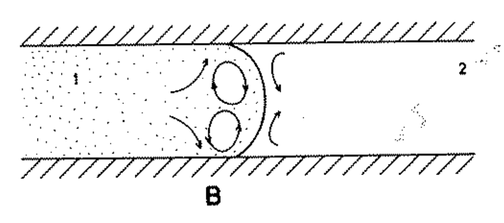


FIGURA 8.118
Desplazamiento de los fluidos inmiscibles en un tubo. A) Sin efecto de fuerzas de capilaridad; t_o es la posición inicial. B) Con efecto de fuerzas capilares; las corrientes de convección se oponen a la penetración preferente. La curvatura de la interfase depende de la velocidad de flujo.

Cuantitativamente, el movimiento viene regulado por la condición de que la velocidad real de cada uno de los fluidos en la interfase de separación y en dirección perpendicular a ella debe ser la misma, o sea (Collins, 1961):

$$v_n^* = \frac{v_{1n}}{m\,(1 - S_{1o} - S_{2o})} = \frac{v_{2n}}{m\,(1 - S_{1o} - S_{2o})}$$

en la que:

v_n^* = velocidad real de los puntos de la interfase en dirección perpendicular a la misma.
v_{1n} y v_{2n} = velocidad de flujo de cada fluido en la interfase y perpendicularmente a la misma.
m = porosidad.
S_{1o} y S_{2o} = saturación irreductible de cada uno de los líquidos.

Ello lleva a que $v_{1n} = v_{2n}$, lo cual permite plantear las ecuaciones del flujo.

Uno de los problemas que se plantean es el de la estabilidad de la interfase. En el desplazamiento puede suceder que el líquido desplazante se mueva más deprisa en unos lugares del frente de contacto (interfase) que en otros originándose digitaciones[87, 88]. La relación de movilidad χ, se define como:

$$\chi = \frac{k_{o1}/\mu_1}{k_{o2}/\mu_2}$$

siendo k_o = permeabilidad intrínseca
μ = viscosidad dinámica
1 y 2 = el fluido desplazante y el desplazado respectivamente

es un valor de gran importancia para la estabilidad de la interfase. Esta es estable si $\chi \leq 1$ e inestable si es $\chi > 1$. Con $\chi < 1$ las desigualdades iniciales tienden a desaparecer. En la realidad las fuerzas capilares tienden a oponerse a la inestabilidad de la interfase de modo que aún con valores algo superiores a 1 no se forman digitaciones si la velocidad de flujo no rebasa un cierto valor crítico (Collins, 1961).

La inestabilidad de la interfase puede estudiarse teóricamente asimilando los diferentes caminos de flujo en un medio poroso o fracturado a un tubo de pequeño diámetro con flujo viscoso en el que la velocidad es mayor en el centro que en las paredes (distribución parabólica de Poiseuille, ver sección 2); ello hace que el fluido desplazante avance más deprisa por el centro del tubo, quedando retrasado el fluido desplazado en las proximidades de las paredes (fig. 8.118 A). Las fuerzas capilares se oponen a esa penetración preferente por el centro originándose unas corrientes de convección radiales (fig. 8.118 B) que compensan la diferente velocidad longitudinal de transporte de masa (Thirriot y Aribert, 1969).

Para simplificar el estudio del desplazamiento de un fluido por otro se apela con frecuencia a un modelo simplificado de cálculo conocido como modelo de Muskat (Muskat, 1937; Collins, 1961; Scheidegger, 1957; Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968). En el modelo de Muskat se supone que el flujo es horizontal[89] y que los esfuerzos capilares son despreciables. En el apéndice A.12 de la sección 12 se exponen los resultados de algunos estudios de desplazamientos apelando al modelo de Muskat.

Cuando no pueden despreciarse los efectos gravitatorios por diferencias de densidad, a veces puede suponerse que una de las fases es estacionaria en cuyo caso

[87] Véase el apartado 1.3 de la sección 12.
[88] La estabilidad de la interfase puede analizarse por cálculo variacional. Véase Scheidegger (1957); Collins (1961) y Bear, Zaslavsky e Irmay (1968).
[89] Tendencia a la superficie de contacto mínimo para reducir la energía potencial.

la interfase pasa a comportarse como una superficie libre y es tratable por los procedimientos expuestos en el apéndice A.3, tales como el método de las hodógrafas. Este tipo de tratamiento es frecuente en el estudio de las relaciones agua dulce-agua salada en regiones costeras (ver sección 13).

8.11 EFECTO DE LOS CAMBIOS DE GRANULOMETRÍA DEL MEDIO

Sea por ejemplo un medio saturado de agua en el que se tiene una burbuja de petróleo, aceite o gas y el tamaño de grano es lo suficientemente pequeño como para que las fuerzas capilares desarrolladas dominen el movimiento al ser mayores que las gravitatorias y de presión externa.

Como las presiones capilares crecen al disminuir el diámetro de grano, la burbuja tenderá a moverse en la dirección del más rápido crecimiento de grano si el medio no es rigurosamente homogéneo, tal como sucede en la realidad (De Wiest, 1965 págs. 228-291). Esto suele suceder en sentido perpendicular a los planos de estratificación.

Si la burbuja alcanza el límite entre dos niveles notablemente diferentes en tamaño de grano, pasará a este segundo si su tamaño de grano es mayor que el primero, pero quedará retenido si es menor, formándose allí una acumulación.

Así en un medio saturado en agua en el que ésta forma la fase continua y en el que existen burbujas de otros fluidos de menor tensión superficial, el paso de un medio de grano más grueso a otro de grano más fino (en general de mayor a menor permeabilidad) no supone un obstáculo para el agua pero sí para esos otros fluidos (gas, aceite, petróleo) que se acumulan allí.

En medios de grano grueso o de grandes fisuras las fuerzas capilares tienen muy poca importancia y el paso de un medio a otro no supone ninguna barrera de importancia.

8.12 EFECTO DE LAS DIFERENCIAS DE DENSIDAD

Las diferencias de densidad juegan un papel importante en el movimiento de varios fluidos en un medio poroso cuando las fuerzas capilares tienen poca importancia (grano grueso). Sin embargo, el problema no es el de una simple estratificación por gravedad, ya que a la fuerza vertical originada por la flotación debe añadirse la debida al flujo del fluido.

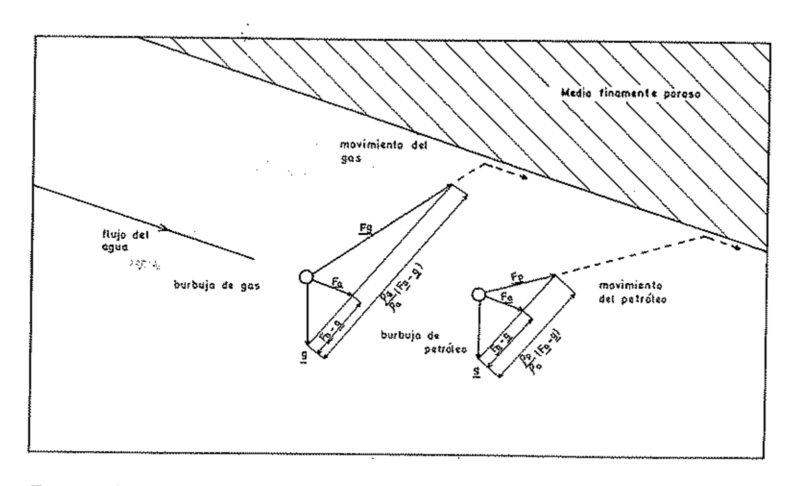


FIGURA 8.119
Movimiento por diferencia de densidad de burbujas de un fluido inmiscible en agua y más ligero (g = gas, p = petróleo) en un sistema dinámico.

Si se considera que el medio continuo es agua (a) y el disperso es un líquido de diferente densidad e inmiscible tal como petróleo, aceite, gas, etc., para cada uno de ellos el potencial de fuerzas vendrá dado por las ecuaciones del apartado 8.8. El gradiente de este potencial da la fuerza F que se realiza sobre cada unidad de masa de fluido. Si se desprecian las fuerzas capilares:

$$\text{sobre el agua: } F_a = -\text{grad } \Phi_a^* = g - \frac{1}{\rho_a} \text{ grad } p$$

$$\text{sobre el petróleo: } F_p = -\text{grad } \Phi_p^* = g - \frac{1}{\rho_p} \text{ grad } p$$

en las que figuran vectores, g es el vector aceleración de la gravedad dirigido verticalmente hacia abajo.

Como sobre una superficie de contacto de agua y petróleo la presión p es la misma[90]

$$F_p = g + \frac{\rho_a}{\rho_p} (F_a - g)$$

El vector F_p no tiene la misma dirección que el vector F_a (fig. 8.119) y el petróleo sigue un camino dife-

[90] Se considera que la diferencia de presiones en la interfase debido a efectos capilares es muy pequeña.

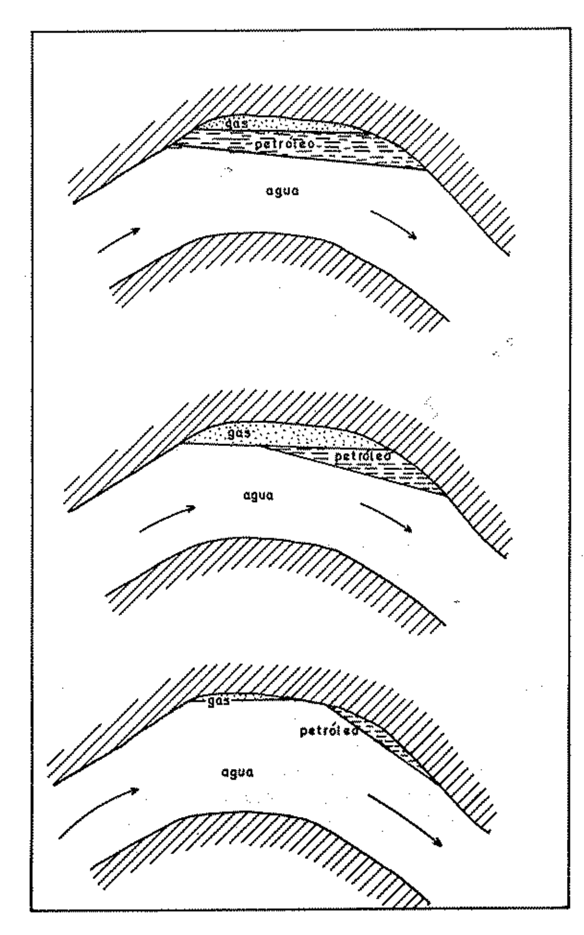


FIGURA 8.120
Diferentes formas de atrapamiento dinámico de petróleo y gas en un estrato plegado. (Según Hubbert en De Wiest, 1965).

rente del agua hasta que queda atrapado por un medio de porosidad fina.

En la figura 8.119 tanto el gas como el petróleo al llegar al límite impermeable para ellos se mueven paralelamente al flujo del agua en el mismo sentido; para otros valores de los vectores representados y de la inclinación del flujo podría ocurrir que el gas o el gas y el petróleo se moviesen en sentido contrario al agua. Ciertas formas del techo impermeable al agua y al petróleo pueden originar que en su totalidad o en parte queden atrapados juntos o separados, con una superficie de contacto con el agua que no es horizontal (figura 8.120).

Esa superficie puede determinarse estableciendo que en cualquier punto de ella la presión es la misma para los dos fluidos en contacto, lo que conduce a la ecuación:

$$z = \frac{1}{g(\rho_a - \rho_p)} (\rho_a \Phi_a^* - \rho_p \Phi_p^*)$$

Si s es una línea sobre la interfase y sobre un plano vertical su inclinación α viene dada por:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{g(\rho_a - \rho_p)} \left(\rho_a \frac{\partial \Phi_a^*}{\partial s} - \rho_p \frac{\partial \Phi_p^*}{\partial s} \right)$$

pero como es:

$$\frac{\partial \Phi_a^*}{\partial s} = - \frac{\mu_a}{\rho_a k_o} v_a$$

$$\frac{\partial \Phi_p^*}{\partial s} = - \frac{\mu_p}{\rho_p k_o} v_b$$

$$\operatorname{sen} \alpha = - \frac{1}{g k_o (\rho_a - \rho_p)} (\mu_a v_a - \mu_p v_p)$$

Suponiendo la misma permeabilidad intrínseca k_o para ambos fluidos y siendo v_a y v_b las velocidades del agua y del petróleo paralelas a la interfase, la cual puede ser determinada si v_a y v_b son conocidos. En caso de atrapamiento es $v_b = 0$. La pendiente de la interfase es tanto mayor cuanto mayor sea v_a y cuanto más próximas sean las densidades de ambos fluidos. En el caso de atrapamiento de gas se obtienen interfases casi horizontales.

Capítulo 8.9

Movimiento del agua en los medios porosos no saturados y teoría de la infiltración

9.1 INTRODUCCIÓN

El estudio del movimiento del agua en los medios porosos no saturados es una temática de gran interés ya que en la mayoría de los casos la entrada del agua en los acuíferos se produce a través de los mismos. El flujo a través de terrenos no saturados puede ser una etapa importante del ciclo del agua.

El movimiento del agua en medios saturados es complejo, tal como se ha visto en capítulos anteriores, pero el estudio del movimiento del agua en terrenos no saturados lo es aún mucho más, ya que tal movimiento no sólo es inducido por esfuerzos gravitatorios, sino, que otros esfuerzos tales como los capilares y de adhesión juegan un papel, incluso dominante, y los esfuerzos osmóticos, electroosmóticos, termoosmóticos, etc., pueden en ciertas circunstancias ser importantes. En el medio no saturado existen dos fases fluidas presentes, aire y agua y el aire contiene vapor de agua que se forma o se condensa según las condiciones. Todo ello unido a la variación de las propiedades hidráulicas con la humedad del terreno y a los fenómenos de histéresis, hace que el estudio sea realmente dificultoso.

Aunque los estudios del flujo pueden realizarse a nivel de fuerzas moleculares y movimiento intra e interporosos, no es posible en la práctica realizarlo y se recurre, al igual que para los medios saturados, a definir unas propiedades macroscópicas del medio que representan el comportamiento promedio. En general no se habla de propiedades microscópicas sino es para esclarecer analíticamente algún fenómeno especial, como el de la histéresis.

El movimiento en los medios porosos no saturados puede asimilarse al movimiento conjunto de dos fases fluidas en un medio poroso, pero en general domina el movimiento del agua líquida y se trata de forma especial.

Si no se indica lo contrario, se supone que la fase de agua líquida es continua y que la fase gaseosa (aire y en casos especiales vapor de agua) también lo es. Cuando la fase gaseosa es discontinua el flujo es próximo al de un medio saturado, pero con mayor resistencia al movimiento (véase capítulo 8.8).

El estudio del movimiento del agua en los medios no saturados se inició cuantitativamente a principios de siglo, siendo Buckingham (1907) un pionero. Los principales avances se produjeron por contribuciones de varios autores entre los que cabe destacar Gardner (1920), Witsoe (1921), Richards (1931), Childs (1936), etcétera. En las referencias bibliográficas están citados algunos de los trabajos generales más importantes aparecidos en los últimos años (Childs, 1967; Stallman, 1967; Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968; Klute, 1969; Philip, 1969; Swarzendruber, 1969), pudiéndose encontrar en Klute, 1969, una extensa bibliografía de trabajos recientes aparecidos en diversas revistas y publicaciones especializadas. Las contribuciones más importantes se han producido en los últimos 20 años.

9.2 SUCCIÓN E HISTÉRESIS

La humedad del terreno o contenido de agua, c, es por definición

$$c = \frac{\text{volumen de agua}}{\text{volumen de terreno}} = \frac{V_a}{V_t}$$

El contenido de agua puede medirse por pesada respecto al mismo volumen de material sometido a secado. También puede medirse hallando la resistividad eléctrica del terreno, conocida la que corresponde al agua contenida (Collins, 1961, págs. 28-41), o bien empleando

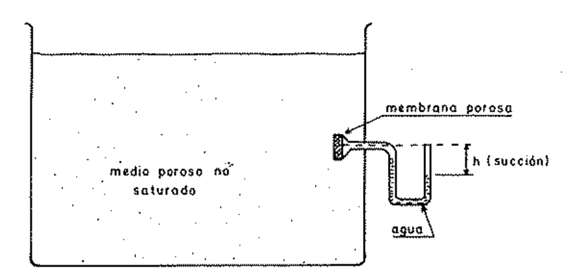


FIGURA 8.121
Tensiómetro.

métodos neutrónicos, tal como se comentará en el capítulo 12.5.

Su valor máximo es el de la porosidad, m. En ocasiones se trabaja con el grado de saturación, S, definido por

$$S = \frac{\text{volumen de agua}}{\text{volumen de agua a saturación}} = \frac{V_a}{V_s}$$

Es fácil establecer que S = c/m y que para la saturación es S = 1.

En el suelo no saturado el aire está en general a la presión atmosférica[91] y debido a las interfases agua-aire

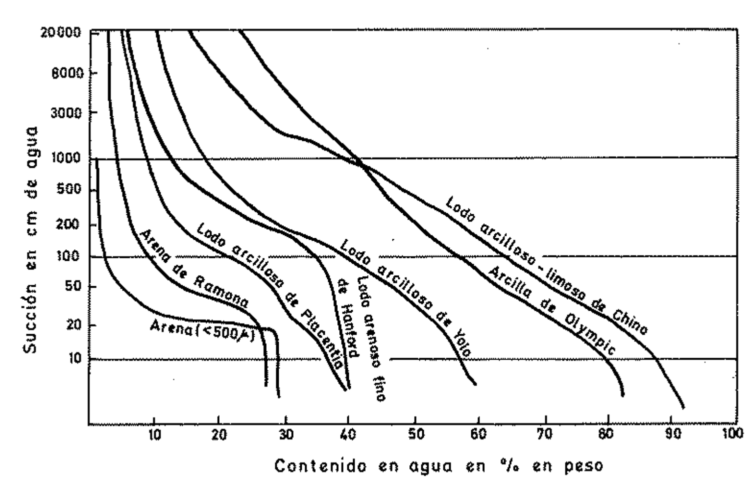


FIGURA 8.122
Relación entre succión y contenido en agua para varios suelos. (Según Klute, 1969).

[91] Pueden existir pequeñas variaciones en la presión del aire del suelo si existe circulación del mismo o está sometido a acciones externas (cambios barométricos, recarga, etc.), pero en lo que sigue se prescindirá de este efecto.

el agua está a menor presión[92]. Tomando como referencia la presión atmosférica, el agua está sometida a una presión negativa denominada *succión*. A la succión se la denomina también bajo otros nombres tales como *tensión capilar, presión capilar, tensión del medio no saturado*, etc.

La succión puede ponerse de relieve y medirse mediante un tensiómetro (fig. 8.121) que consiste en un tubo en U, uno de cuyos extremos se coloca en el lugar del terreno en el que se desea medir la succión y con el que está en contacto a través de una membrana porosa permeable al agua pero no al aire; la succión del terreno equilibra un cierto descenso de agua en el tubo en U, cuyo valor se denominará h y que mide dicha succión en unidades de longitud (energía por unidad de peso de agua).

Cuando la succión es muy elevada penetra aire a través de la membrana porosa del tensiómetro o se produce la ebullición del agua en sus proximidades debido a la baja presión reinante y entonces el sistema no sirve para la medición, debiéndose emplear en este caso células de presión capaces de trabajar hasta presiones de 25 a 30 atm. (Klute, 1969, Collins, 1961, págs. 26-28).

Los tensiómetros funcionan correctamente para succiones entre 0 y 850 cm de columna de agua.

La figura 8.122 muestra la relación entre contenido de agua y succión; la succión es muy pequeña para contenidos de agua próximos a la saturación; al aumentar la succión se vacían rápidamente los poros mayores siendo cada vez más difícil extraer agua por tenerse que extraer de poros cada vez menores; la succión crece rápidamente al disminuir el contenido de agua. Cuando el contenido de agua es muy pequeño los esfuerzos de adhesión al terreno son muy fuertes y se pueden alcanzar succiones muy elevadas, muy superiores a 1 atm de presión. Mientras el contenido de agua varía poco, la succión varía entre 0 y más de 20 000 cm. Para un mismo contenido de agua y en las mismas condiciones, la succión es mayor cuanto más pequeños son los poros, de modo que su valor puede dar idea de la textura del terreno.

La relación entre la succión y el contenido de agua (curvas h-c) no es biunívoco ya que el mismo terreno con la misma humedad puede presentar succiones diferentes en función de si está en proceso de humedecimiento o de secado y en función de los procesos de humedecimiento y secado que han tenido lugar anteriormente. Este hecho se llama *histéresis* y muestra que

[92] En el capítulo 8.8 se exponen los efectos capilares, los cuales crecen con el aumento de curvatura de la interfase y producen una disminución de la presión del agua.

estos fenómenos no son reversibles o lo que es lo mismo que h es una función múltiple de c.

Entre las posibles explicaciones del fenómeno de la histéresis está el efecto de variación del ángulo de contacto de los meniscos y el efecto de cambios de sección de los poros que hace que la altura capilar varíe según que el proceso sea de vaciado o de llenado[93]. El comportamiento no newtoniano del agua (deformaciones no proporcionales a las tensiones) en las inmediaciones de la superficie del medio puede dar también un efecto dinámico de histéresis (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968 págs. 232-234).

En la figura 8.123 se muestra un ciclo de histéresis. Las curvas limitantes son las que definen la relación h-c para secado a partir de medio saturado y para humedecimiento a partir de medio totalmente seco; las flechas indican el sentido de la evolución. Si se pasa de un grado de saturación a otro, ambos diferentes de 0 y m (seco y saturado), se obtienen curvas intermedias, cuya forma depende de si se pasa del estado 1 al 2 ó del 2 al 1, y también de los secados y humedecimientos de posibles ciclos anteriores.

Según datos contenidos en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) pág. 234, en suelos notablemente arcillosos, a igual succión el contenido de humedad puede variar en un 10 % y en arenas gruesas en 1 ó 2 %, presentándose las variaciones máximas para succiones entre 40 y 90 cm. Para el mismo contenido de humedad se pueden tener succiones que varíen hasta en 200 cm.

9.3 POTENCIAL EN LOS MEDIOS NO SATURADOS

En un medio no saturado, el agua está bajo un determinado potencial y fluye desde los puntos de mayor potencial a los de menor potencial.

En los medios no saturados con pequeñas velocidades de flujo, el potencial φ (medido en altura de agua) viene definido por

$$\varphi = \frac{p}{\gamma} + z$$

z = altura sobre una referencia

[93] Ver los efectos tintero y gota de lluvia en el capítulo 8.8, apartado 8.3.

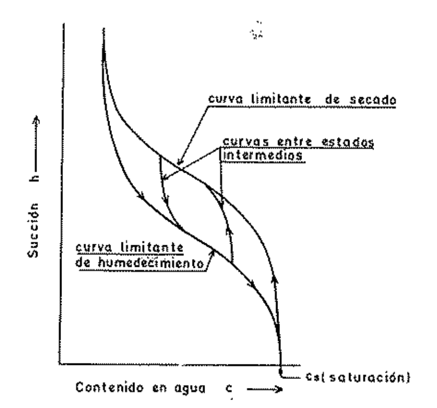


FIGURA 8.123
Curva de histéresis de la relación succión-contenido de agua en un suelo no saturado. El sentido de la evolución se indica con flechas.

tal como se estableció en el capítulo 1. En un medio no saturado p/γ debe sustituirse por la succión, h, en valor negativo, quedando

$$\varphi = -h + z$$

Ahora h es función del contenido en agua, puede variar muy ampliamente y está sometido a histéresis.

La definición de φ permite mantener la convención de que el agua circula desde los lugares de mayor potencial a los de menor potencial. El potencial φ sería la energía necesaria para llevar una unidad de peso de agua desde la referencia γ supuesta en el agua libre hasta el punto considerado en el medio no saturado (Swarzendruber, 1969).

El gradiente que induce al flujo es grad φ y vale

$$\text{grad}\ \varphi = -\text{grad}\ h + i_z$$

siendo i_z el vector vertical unitario dirigido hacia arriba.

Para flujo horizontal

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial x}$$

y para flujo vertical

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\partial h}{\partial z} - i_z$$

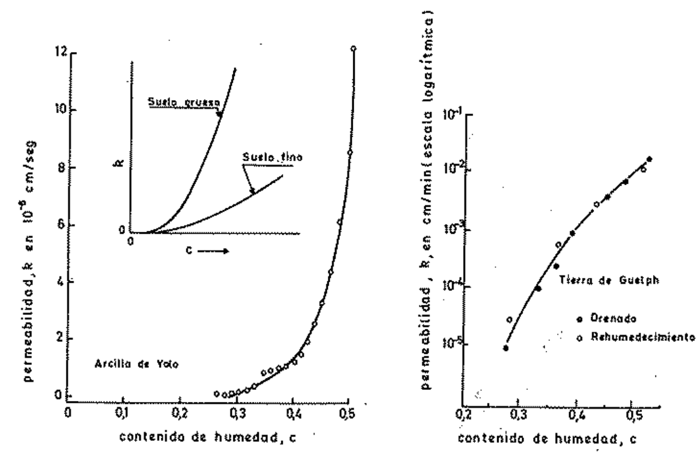


FIGURA 8.124

Curvas que muestran la relación entre la permeabilidad del suelo no saturado y el contenido de humedad. (Según Klute, 1969 y Philip, 1965).

En agronomía es frecuente designar el potencial en el suelo no saturado por F y como el margen de variación es de varias décadas al variar el contenido en agua, a veces se trabaja con el valor $pF = -\log F$.

El valor de φ así definido es una energía por unidad de peso de agua. Puede también definirse el potencial a partir de una energía por unidad de masa $g \cdot (-h + z)$, o por la energía por unidad de volumen $\gamma \cdot (-h + z)$[94].

9.4 LEY DE DARCY Y PERMEABILIDAD EN LOS MEDIOS POROSOS NO SATURADOS

Experimentalmente se encuentra que la ley de Darcy es válida, o por lo menos es suficientemente aproximada para definir el flujo en los medios porosos no saturados, pudiéndose escribir

$$q = -k \cdot \text{grad}\ \varphi \qquad \text{(ecuación de Buckingham-Darcy)}$$

siendo q el vector de caudal por unidad de sección, k es la permeabilidad del medio no saturado, la cual es función del contenido de agua, o sea $k = k(c)$. Klute (1969) llama conductividad capilar a la permeabilidad.

Para flujos bajo un gradiente muy pequeño en materiales arcillosos puede existir un valor umbral del gradiente por debajo del cual no se establece el flujo o éste no sigue la ley de Darcy, pero es un fenómeno mal conocido.

La relación entre k y c no es lineal tal como se muestra en la figura 8.124. El valor de k disminuye muy rápidamente al disminuir el contenido de agua por varias razones. En primer lugar y razonando a partir del estado de saturación, al disminuir el contenido en agua primero se vacían los poros mayores, con lo que la sección de circulación de agua se reduce rápidamente; además la disminución de sección supone una mayor tortuosidad de los filetes líquidos sin disminución de la superficie de rozamiento con el medio sólido. En segundo lugar aparece el rozamiento del agua con el aire, aunque este efecto es pequeño en general[95]. En tercer lugar, con bajos contenidos de agua, el movimiento del agua se ve frenado por la adhesión[96]. En cuarto lugar cabe considerar que en medios con bajo contenido de agua y/o arcillosos, el movimiento del agua puede originar esfuerzos osmóticos, electroosmóticos, electroviscosos y electrocapilares que se oponen al movimiento.

La mayoría de autores aceptan una relación única entre k y c es decir que no se presenta el fenómeno de histéresis, el cual no ha podido ser, en efecto, determinado en varias experiencias realizadas con ese objetivo (Klute, 1969). El valor de k se determina experimentalmente y cuando los contenidos de agua son bajos puede incluir el flujo de agua en forma de vapor.

En muchas aplicaciones prácticas conviene relacionar k con h (succión), pero como h en función de c muestra un marcado efecto de histéresis, la función $k = k(h)$ muestra así mismo un marcado efecto de histéresis (figura 8.125).

En general se admite que k es isótropa a fin de simplificar las formulaciones, pero es posible considerarla anisótropa en los casos convenientes.

Teniendo en cuenta la expresión del gradiente de potencial establecido en el apartado 9.3, la ley de Darcy puede escribirse:

$$q = k\ \text{grad}\ h - k \cdot i_z$$

Como $h = h(c)$

$$q = k \frac{\partial h}{\partial c}\ \text{grad}\ c - k \cdot i_z$$

[94] Ver estos conceptos en el apartado 3.2.

[95] En ciertas circunstancias de contaminación, este efecto puede verse muy aumentado (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 226).

[96] Es como si la viscosidad del agua aumentase.

$\partial h/\partial c$ es negativo ya que h crece al disminuir c. A su valor positivo inverso $\partial c/\partial h$ se le llama *capacidad de agua o capacidad específica de agua* y sólo muestra un pequeño efecto de histéresis, el cual en general no se tiene en cuenta. Juega un papel similar al del calor específico en los problemas térmicos.

Al producto $D = -k \cdot \partial h/\partial c$, que es un valor positivo, se le llama generalmente difusividad del agua en el medio no saturado, quedando la ley de Darcy expresada como

$$q = -D \text{ grad } c - k \cdot i_z$$

que es una ecuación de tipo parabólico.

La denominación de difusividad dada a D no obedece más que a la forma de la ecuación que es igual a la ley de Fick de la difusión, prescindiendo del término $k \cdot i_z$.

En realidad no se está tratando ningún movimiento difusivo (desplazamientos diferentes del desplazamiento

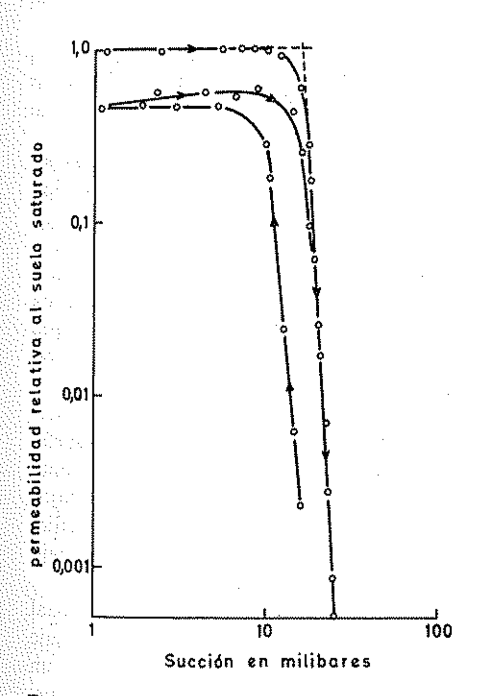


FIGURA 8.125
Relación entre la permeabilidad del suelo no saturado y la succión, mostrándose el efecto de histéresis según que el proceso sea de secado o humedecimiento, tal como indican las flechas. (Según Brooks y Corey, 1964 en Klute, 1969).

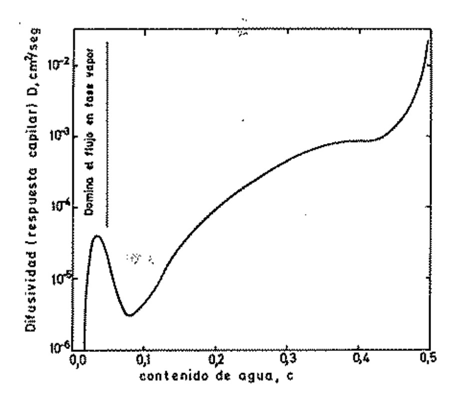


FIGURA 8.126
Relación entre la difusividad de la humedad (respuesta capilar) y del contenido de agua de un suelo. (Según Philip, 1969).

medio) los cuales serán objeto de la sección 12. Para evitar confusionismos Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) pág. 230 proponen llamar a D *respuesta capilar.*

El valor de D muestra el efecto de histéresis si se pone en función de h y sólo un débil efecto de histéresis en función de c. Sus dimensiones son L^2/T. En la figura 8.126 se muestra una curva $D = D(c)$.

El valor de k puede quedar disminuido si durante el humedecimiento queda aire atrapado (aire aislado de la masa general de aire) pero con el tiempo el efecto desaparece por disolución y/o migración.

El concepto de permeabilidad relativa $\chi = k/k_s$ ($k =$ permeabilidad con dos fases, $k_s =$ permeabilidad del medio saturado) es poco utilizado en el estudio de medios no saturados.

De entre las dos formas de la ley de Buckingham-Darcy

$$q = k(c) \text{ grad } h - k(c) \cdot i_z$$

$$q = -D(c) \text{ grad } c - k(c) \cdot i_z$$

la primera es más general que la segunda, tal como lo demuestra Swartzendruber (1969). En efecto, si se toman dos porciones de un mismo terreno con la misma succión pero con diferente contenido en agua y se las acopla una al lado de la otra (no interviene el término gravitatorio $k \cdot i_z$) no existe flujo de agua entre ambos. En este caso la primera ecuación se convierte en:

$$q_x = k(c) \frac{\partial h}{\partial x}$$

y como

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

es $q_x = 0$ como debía suceder.

La segunda ecuación se convierte en:

$$q_y = -D(c) \text{ grad } c \neq 0$$

lo que no es cierto, ello es debido a que el efecto de histéresis aparece en la segunda ecuación.

9.5 ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD

La ecuación de la continuidad se establece de modo similar a como se establecía para los medios saturados (ver capítulo 3) y en su forma más general se expresa

$$\text{div } q = -\frac{\partial c}{\partial t} + F$$

en la que t es el tiempo y F es un posible término fuente en volumen por unidad de volumen de medio y por unidad de tiempo. En general es F = 0. En estas condiciones:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div } (k \cdot \text{grad } \varphi) = -\text{div } (k \cdot \text{grad } h) + \frac{\partial k}{\partial z}$$

que es una ecuación general sin restricciones de homogeneidad y de ausencia de histéresis.

En ausencia de histéresis y con medio homogéneo:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div } (D \cdot \text{grad } c) + \frac{dk}{dc} \cdot \frac{\partial c}{\partial z}$$

que es una ecuación del tipo Fokker-Plank no lineal.

En sistemas horizontales o con efectos gravitatorios despreciables (terreno muy seco y/o arcilloso) se reduce a:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div } (D \cdot \text{grad } c)$$

que es de la forma de una ley de difusión o de Fick; que es una ecuación diferencial no lineal que puede resolverse por análisis numérico con calculadores electrónicos.

Si el movimiento es horizontal

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D \cdot \frac{\partial c}{\partial x}\right)$$

y si el movimiento es vertical:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D \cdot \frac{\partial c}{\partial z}\right) + \frac{dk}{dc} \cdot \frac{\partial c}{\partial z}$$

La resolución de las ecuaciones del flujo en el medio no saturado supone el establecimiento de unas condiciones iniciales y de unas condiciones de contorno. Con frecuencia las condiciones de contorno son al mismo tiempo soluciones del problema con lo que la resolución exacta es muy difícil o inabordable.

9.6 VALORES DE LOS PARÁMETROS QUE DEFINEN EL FLUJO DEL AGUA EN MEDIOS NO SATURADOS

El estudio del flujo en los medios no saturados se enfrenta a una gran dificultad para definir y valorar los diferentes parámetros que lo regulan.

La medición experimental es muy pesada, costosa y sometida a fáciles errores y en general queda limitada a trabajos experimentales o de investigación, al menos actualmente. Tampoco se tiene una idea clara de qué variables hay que medir para una buena definición; en ello juega un papel importante la histéresis.

Los problemas pueden ser resolubles en medios inertes (ver apartado 9.7) con flujo isotérmico (ver apartado 9.8) y para contenidos de agua no excesivamente bajos (domina el flujo de líquido) pero a muy bajos contenidos de humedad y/o en medios activos (arcillosos) el problema es aún mucho más difícil, incluso bajo un punto de vista teórico.

Tal como se ha expuesto, la función k (h) no es lineal y está afectada por la histéresis. En ocasiones puede prescindirse del efecto de histéresis si se trata de un secado desde elevados contenidos de agua o un humedecimiento desde gran sequedad, adoptando la curva conveniente, pero es una simplificación excesiva para muchas aplicaciones prácticas, y no se conoce un tratamiento práctico de la histéresis que sea satisfactorio. Uno de los mejores intentos en la función adimensio-

nal j de Leverett (1941)[97] definida por:

$$j(c) = \frac{\gamma \cdot h}{\tau} \quad \frac{k_o(c)}{m}$$

en la que:

$j(c)$ = función de Leverett en función del contenido en agua
γ = peso específico del agua
h = succión
τ = tensión superficial entre agua y aire (o entre dos fluidos)
$k_o(c)$ = permeabilidad intrínseca para el contenido de agua c
m = porosidad del medio.

Esta función establece una relación entre k y m proporcional al cuadrado del radio medio de los poros. La función j (c) es semiempírica y es única sea cual sea el proceso de humedecimiento o de secado y así se comprueba razonablemente por medios experimentales.

No es conocida la ecuación teórica de la función j (c), pero puede establecerse para ciertos tipos de materiales a partir de datos experimentales y se suele dar una curva para secado y otra para humedecimiento.

En lo que respecta al valor de k en función del contenido de agua siendo k_s la permeabilidad del medio saturado, se ha generalizado el uso de fórmulas tales como[98]:

$$k = k_s \cdot S^3$$

S = grado de saturación = c/m (fórmula de Childs y Collis-George)

$$k = k_s \left(\frac{c - c_o}{m - c_o} \right)^n$$

c_o = contenido de agua irreductible
m = porosidad

(fórmula de Irmay con n = 3 o de Corey con n = 4 o n = 2 para esferas de diámetro uniforme; Leverett considera n = 2, 4 ó 6).

$$k = \frac{a}{b + h^\alpha}$$

a y b experimentales; $a/b = k_s$; $\alpha = 2$ para medios muy arcillosos y $\alpha = 4$ para arenas (fórmula de Gardner)

$$k = k_s e^{-\alpha h}$$

α = coeficiente experimental (Gardner)

$$D = D_o e^{a(c-b)}$$

a y b experimentales y D_o es el valor de D para c = b y es válida para valores de c medios (fórmula de Gardner-Mayhugh)

$$k = k_s \text{ para } h \geq h_b$$

$$k = k_s \left(\frac{h_b}{h} \right)^n \text{ para } h < h_b$$

siendo h_b y n valores experimentales (fórmula de Brooks y Corey (Brooks y cols., 1971).

El contenido de humedad irreductible c_o es aquel para el que prácticamente es k (para el líquido) igual a cero, o sea cuando la fase líquida se hace discontinua; para c_o se precisan muy altas succiones para una reducción infinitesimal del contenido de líquido. La humedad irreductible se llama también saturación irreductible o saturación de agua congénita (caso de flujo de dos fases líquidas, véase el apartado 8.8).

El valor de k puede variar entre k_s y la millonésima parte de k_s y el valor de D varía algo menos y en general es del orden de un centenar de veces mayor que k (Klute, 1969). Los valores de k_s fueron objeto del capítulo 2 y en ellos puede influir mucho la estratificación, que disminuye la permeabilidad vertical, y las grietas que aumentan mucho la permeabilidad vertical, pudiendo llegar a dominar la estructura sobre la textura[99].

9.7 CONSIDERACIONES SOBRE EL FLUJO EN MEDIOS NO SATURADOS INERTES Y EN MEDIOS NO SATURADOS ACTIVOS. EFECTOS OSMÓTICOS

Cuando el medio no interacciona fisicoquímicamente con el agua se trata de un medio inerte, tal como la arena. En este caso domina el flujo del agua tal como se ha explicado en los párrafos anteriores, excepto para muy bajos contenidos de agua.

[97] Ver Collins, 1961, pág. 31; Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, página 273; Scheidegger, 1957, págs. 58-59.

[98] Véase Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 231-232; Klute, 1969, págs. 844-847; Stallman, 1967.

[99] Sobre la determinación experimental de k, puede consultarse Klute (1969) y Laliberte, Brooks y Corey (1968).

Puede no suceder lo mismo en terrenos con una fracción arcillosa o coloidal importante puesto que se presentan interacciones entre el agua, los iones disueltos y las partículas (micelas) que forman el medio. En este caso Klute (1969) considera que se debe tener en cuenta el contenido en agua pura en vez del contenido en solución líquida[100].

En terrenos arcillosos o con abundante materia coloidal pueden ser importantes los *efectos osmóticos* debidos a variaciones espaciales de concentración iónica o de un determinado ion en la solución; estas variaciones de concentración pueden ser debidas a efectos externos (recarga), paso a fase vapor o viceversa[101], más interna en unos lugares que en otros, o incluso a efectos de intercambio iónico. El movimiento tiende a efectuarse hacia las zonas de mayor concentración, y es tanto más efectivo cuanto mayor es la retención de iones en las micelas o si existen niveles capaces de actuar como membranas, tales como pequeñas capas arcillosas continuas. Si la ósmosis se centra sobre unos iones determinados, en especial los de carga eléctrica de un determinado signo, se está ante el fenómeno de *diálisis*. Estos esfuerzos no sólo pueden producir movimientos masivos del líquido (transporte), sino también movimientos relativos al movimiento medio (difusión).

En un medio arcilloso o con coloides, las diferencias de concentración pueden afectar de forma muy importante a la distribución espacial de la permeabilidad.

El movimiento del agua puede originar también la aparición de cargas eléctricas que se oponen al mismo, dando lugar al *potencial de filtración* y al *efecto electroosmótico*.

Las diferencias de temperatura pueden también inducir movimientos de la fase fluida *(efecto termoosmótico)*. Se citan también efectos electroviscosos y electrocapilares (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1969, pág. 288) como efectos inducidos por el movimiento relativo del fluido y la fase sólida, pero son mal conocidos.

Todos estos efectos pueden presentarse también en medios saturados, pero sólo suelen tener importancia cuando el medio es muy arcilloso o con abundante materia coloidal.

En medios coloidales, la histéresis puede ser debida al grado de desorden de las partículas del terreno (micelas). En estos medios, en ocasiones es preciso considerar el cambio de volumen aparente que puede acompañar a los cambios de contenido en agua (hinchamiento en el humedecimiento y contracción en el secado).

[100] Esta consideración es útil cuando pueden tenerse fracciones de agua muy salinas.

[101] Concentración o disolución.

9.8 CONSIDERACIONES SOBRE EL FLUJO EN FASE VAPOR

En los medios porosos no saturados el agua está en fase líquida y también como vapor de agua en la fase gaseosa. El movimiento del agua puede hacerse masivamente (transporte por convección) o por movimiento relativo respecto al movimiento general (difusión), todo ello tanto en fase líquida como en fase gas. Estos fenómenos están regulados respectivamente por los coeficientes de conductividad (permeabilidad) y de difusividad[102].

El flujo másico o vector de masa por unidad de sección normal y unidad de tiempo es:

$$f = j_l + j_v + q_l + q_v$$

en la que

f = flujo másico, total vector $(M/L^2 T)$
j_l, j_v = corriente de masa por difusión del líquido (l) y del vapor (v), vector $(M/L^2 T)$
q_l, q_v = caudal másico de líquido (l) o de vapor (v) por unidad de sección normal y tiempo, vector $(M/L^2 T)$.

Se consideran valores medios o sea valores macroscópicos.

A saturaciones altas y en medios inertes domina la convección líquida, y si existen fuertes variaciones de temperatura puede ser importante la difusión del vapor. La difusión del agua sólo tiene interés a muy bajas saturaciones y/o en medios arcillosos.

La convección del vapor sólo es importante cuando el gas está en movimiento.

Cuando el sistema es isotérmico (igual temperatura) la difusión del vapor es muy pequeña para contenidos de agua no demasiado bajos. Ello es debido a que apenas existe diferencia de presión parcial de vapor en el aire, ya que está próximo a la saturación. En general la humedad relativa del aire de los poros es del 98,5 al 100 % (Klute, 1969).

La presión parcial del vapor en el aire depende de las condiciones del líquido y admitiendo que aquel se comporte como un gas ideal vale (Collins, 1961, páginas 34-35):

$$p = p_o \exp \left(- \frac{M}{\rho R T} (p_a + h \rho g - p) \right)$$

[102] El coeficiente de difusividad mencionado no debe confundirse con la difusividad D, definida en el apartado 9.4.

en la que:

p = presión parcial del vapor en la fase gas
p_o = presión de vapor del agua libre a esa temperatura
M = peso molecular del agua
ρ = densidad del agua
g = gravedad
R = constante de los gases
T = temperatura absoluta
h = succión
p_a = presión parcial del aire

que es una función trascendente. Para $\rho g h \ll p_o$, es decir para pequeñas succiones, es $p \approx p_o$ y de ahí que los poros están llenos de aire casi saturado de humedad. Cuando la succión es muy elevada, la presión de vapor se reduce mucho y si es $\rho g h \gg p_a - p$ se tiene que

$$p \approx p_o \exp \left(- \frac{M}{RT} g \cdot h \right)$$

En la figura 8.127 se da una idea gráfica de estas relaciones.

La consecuencia práctica de lo dicho es que para muy bajos contenidos de agua, el aire es poco húmedo y en un proceso de secado el vapor se condensa sobre las paredes; en el humedecimiento sucede lo contrario, es decir que se evapora una parte del agua. Todo ello se produce aún en medio isotérmico y en materiales groseros muy secos puede dominar el flujo del agua en forma de vapor. Según Rose (en Klute, 1969) el movimiento del vapor por este concepto es despreciable si $c > 0,15$.

Se ha supuesto que las variaciones de concentración de sales en el líquido no afectan a las tensiones de vapor. Sin embargo si existen rápidas variaciones de concentración, en medio isotérmico y a bajos contenidos de humedad se puede tener un flujo de vapor hacia las zonas más concentradas.

Cuando el medio no es isotérmico, se puede tener un importante flujo difusivo de vapor de agua hacia las zonas de menor temperatura, donde la tensión de vapor es menor. Este efecto sólo tiene importancia en las porciones altas del terreno, en las que es apreciable el efecto diurno y anual del ciclo de temperaturas (ver capítulo 10.4) y que muchas veces es inferior al metro de profundidad.

En esa zona el vapor es ascendente durante la noche y la madrugada, y durante el invierno si se considera el ciclo anual; ello explica el crecimiento de las zonas heladas del suelo en zonas muy frías. Durante el día, o durante el verano en el ciclo anual, el flujo de vapor es descendente. En zonas muy próximas a la superficie del terreno, el flujo puede estar regulado por la tensión de vapor de la atmósfera exterior.

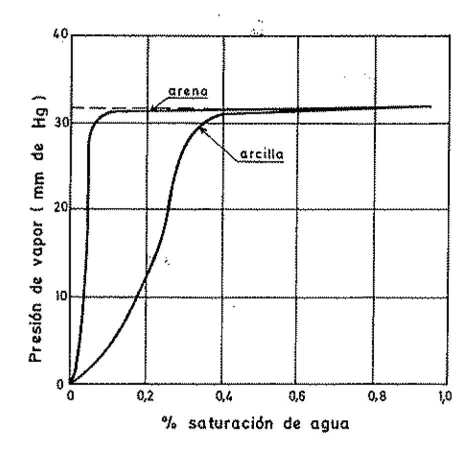


FIGURA 8.127
Presión de vapor en los poros de un medio no saturado en función del contenido de humedad expresado como porcentaje de saturación. (Collins, 1961).

El movimiento convectivo del vapor, asociado al movimiento convectivo del aire, es en general muy pequeño puesto que el aire está a presión muy próxima a la atmosférica en el medio no saturado. Ello es debido a que la viscosidad del gas es mucho menor (20 veces menor) que la del agua. Sólo cuando una fuerte infiltración confina parte del aire bajo el terreno, puede éste moverse de forma importante.

En ocasiones, el movimiento del agua se realiza mediante una combinación de fase líquida y vapor con condensaciones y evaporaciones, ello puede suceder para succiones intermedias.

En ocasiones se ha especulado sobre la importancia de la evaporación del agua del suelo como medio de evacuación del calor interno terrestre (ver capítulo 10.4) pero el gradiente geotérmico apenas produce evaporación, quizás menor de 1 mm/año (Stallman, 1967); este efecto es despreciable, excepto en zonas áridas donde la infiltración profunda anual es de ese orden.

9.9 TEORÍA ELEMENTAL DE LA INFILTRACIÓN

La infiltración del agua de lluvia en el terreno no saturado puede estudiarse a través de la ecuación de

Darcy expuesta en el apartado 9.4, considerando exclusivamente flujo en dirección vertical[103]. En tal caso puede establecerse que

$$q = k\,(c)\,\frac{d\,h}{d\,z} - k\,(c)$$

o bien

$$q = -D\,(c)\,\frac{d\,c}{d\,z} - k\,(c)$$

Para simplificar el estudio se suele prescindir del efecto de histéresis en D (c) y k (c) y se considera que el suelo es uniforme o a lo más estratificado horizontalmente. En todas estas ecuaciones se considera que z es positivo hacia arriba.

La solución buscada puede ser el perfil de humedad en un momento dado o también el movimiento temporal de los puntos de la misma humedad o contenido de agua.

En estado estacionario de humedades, con flujo descendente y la profundidad del nivel freático constante, el valor q es la infiltración y puede escribirse que

$$\frac{d\,z}{d\,c} = -\frac{D}{q + k}$$

Partiendo del nivel freático hacia arriba y si éste está suficientemente profundo, el contenido de humedad disminuye paulatinamente hasta un valor asintótico c_q tal que para el mismo se tiene un valor $k\,(c_q) = |q|$ (Childs, 1962, pág. 92), ya que debe ser $d\,c/d\,z = 0$, lo que exige que $k = -q$ o sea que $k = |q|$, flujo descendente. Si $|q|$ aumenta hasta que k (saturación) $= |q|$, el terreno se satura (anega) en todo el perfil. Si el nivel freático no es suficientemente profundo puede ser que no se alcance el valor c_q, existiendo mayor humedad en cualquier punto del perfil.

Si el terreno está estratificado existen discontinuidades de humedad al pasar en sentido descendente de un nivel más fino a un nivel más grosero.

Si no existe flujo en la zona saturada y la infiltración es constante se produce una acumulación y el nivel freático asciende a velocidad q/m, siendo m la porosidad. El perfil de humedad se desplaza hacia arriba a la misma velocidad. Algo similar puede establecerse si por la causa que sea el nivel freático asciende a velocidad v.

Si la superficie freática desciende a velocidad v, el fenómeno es más complicado[104].

Cuando en vez de infiltración existe un flujo ascendente de agua por evaporación (e) y ésta se realiza a caudal constante puede escribirse que:

$$e = -k - D\,\frac{d\,c}{d\,z}$$

$$\frac{d\,z}{d\,c} = -\frac{D}{e + k}$$

y como e es positivo d z/d c es siempre finito. Cada valor de e exige una profundidad mínima del nivel freático, tanto menor cuanto mayor es e.

A profundidad de unos pocos decímetros bajo el terreno (o bajo la penetración radicular en terrenos con vegetación) el valor de e asintótico es muy pequeño.

Cuando sobre un terreno con un cierto perfil de humedad se produce una precipitación de agua se inicia la infiltración y es de gran interés conocer la variación del caudal de infiltración en el tiempo y la cantidad de agua introducida. Sin embargo el problema es de difícil análisis por la complicación que supone la introducción de la variable tiempo y por la dificultad de establecer las condiciones de contorno.

La ecuación de infiltración es:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D\,\frac{\partial c}{\partial z}\right) + \frac{d\,k}{d\,c}\,\frac{\partial c}{\partial z}$$

y cuya resolución puede verse comentada en textos especializados[105].

En ocasiones conviene transformar esta ecuación en la:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial c}\left(D\,\frac{d\,c}{d\,z} + k\right)$$

Un tratamiento elemental del problema consiste en suponer que tras el comienzo de la infiltración existe una zona saturada superior separada por una interfase brusca del resto del terreno no saturado, el cual permanece a la saturación inicial. En esta interfase se crea

[103] El signo positivo es hacia arriba.

[104] Véase Childs 1969, págs. 94-95.

[105] Véase Childs (1967); Philip (1969); Klute (1969); Stallman (1967); Schwarzendruber (1969), etc.

una succión que ayuda a la penetración del agua infiltrada.

Si se supone que esta succión vale h, que el terreno está inundado por un espesor H de agua y que el frente (interfase) ha penetrado una profundidad l en el suelo cuya conductividad a saturación es k:

gradiente hidráulico: $\frac{l + H + h}{l}$

caudal por unidad de superficie $q = k \frac{l + H + h}{l}$

Al principio, cuando l es pequeña, q es elevada y va disminuyendo paulatinamente, tal como se observa en la realidad. En ocasiones se considera un sumando más en el numerador del gradiente de valor $-L$ que tiene en cuenta la resistencia a la penetración creado por el aire atrapado en la parte inferior del suelo (Schoeller, 1962, pág. 396).

Para estudiar la variación de q con el tiempo basta establecer un balance. Sea Δc la variación de humedad (contenido de agua) entre el suelo saturado y la humedad inicial, q debe igualar el agua consumida en saturar un avance dl en el tiempo dt.

$$q = \Delta c \frac{dl}{dt}$$

Así pues:

$$\frac{\Delta c}{k} \cdot \frac{dl}{dt} = 1 + \frac{H + h}{l}$$

cuya solución es (Green y Ampt, 1911 en Childs 1967)

$$\frac{k}{\Delta c} t = l - (H + h) \ln \left(1 + \frac{l}{H + h} \right)$$

Según Philip (1969) es mejor tomar la expresión:

$$l = \alpha t^{1/2} + \beta t + \gamma t^{3/2} + \delta t^2 + \varepsilon t^{5/2} + \ldots$$

en la que $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \ldots$ son funciones sólo de c.

Esta ecuación conduce a la expresión:

$$q = A t^{-1/2} + B + C t^{1/2} + \ldots$$

en la que A, B, C, ... son constantes.

En la práctica puede bastar con tomar :

$$q = A t^{-1/2} + B$$

Otras fórmulas de uso común son las de Horton y Kostiakov[106]

$$q = q_f + (q_i - q_f) e^{-At} \qquad \text{(fórmula de Horton)}$$

q_i = caudal de infiltración inicial
q_f = caudal de infiltración final
A = constante

$$q = A t^{-B} \qquad \text{(fórmula de Kostiakov)}$$

A y B constantes positivas.

En suelos estratificados, los niveles menos permeables condicionan el ritmo de infiltración. El estudio puede realizarse por el método simplificado expuesto[107].

Cuando en un suelo homogéneo la infiltración se produce con la superficie del terreno no anegada (después de cesar la lluvia) se originan fuerzas capilares ascendentes en la porción superior del suelo saturado por la infiltración que se oponen al drenaje (Cedergren, 1967, págs. 135-239; Schoeller, 1962, pág. 400).

Cuando la infiltración a través del medio no saturado se produce a través de una balsa, de un río, de un canal, etcétera, el problema es tridimensional y su resolución es aún más complicada[108].

106 Véase por ejemplo Childs, 1967, pág. 110.
107 Véase Childs (1967) págs. 111-116.
108 Véase Singh (1970) para soluciones de flujo de simetría esférica.

Capítulo 8.10

Movimiento del agua en los medios permeables por fisuración

10.1 INTRODUCCIÓN

En general se sobreentiende que se habla de medios permeables por porosidad, pero los medios permeables por fisuración[109] son también de un gran interés, creciente de día en día. Los estudios más notables sobre el flujo del agua en medios fisurados se han realizado con vistas a la mecánica de rocas, y por lo tanto con un especial énfasis en aspectos diferentes a los que pueden interesar más directamente a los estudios del flujo del agua como tal; estos estudios no pasan de ser, con frecuencia, meramente cualitativos o se basan en leyes generales cuyos detalles de aplicación no están suficientemente definidos.

En los últimos años existe un interés creciente en estos estudios ya sea bajo su aspecto teórico, ya sea bajo su aspecto práctico. Una de las mejores manifestaciones fue el Simposio de Dubrovnik de 1965, bajo los auspicios de la Asociación Internacional de Hidrología Científica y la UNESCO. Los trabajos teóricos realizados por científicos soviéticos son de gran altura pero son difícilmente asequibles al no existir traducciones a lenguas occidentales (al menos el autor desconoce su existencia). Los trabajos de Barenblatt, Giltov y Kotchina (1960) citados en Rofail (1965), parecen realmente interesantes.

En general se trata de conjuntos macroscópicamente heterogéneos y aún en el caso de que se puedan considerar como homogéneos el comportamiento es normalmente anisótropo.

Aunque una fisura es una grieta de muy escasa anchura, cuando no haya lugar a confusión se utilizarán indistintamente las denominaciones fisura, fractura y grieta[110]. Estas denominaciones son más restrictivas que las de diaclasa, litoclasa y falla.

[109] La permeabilidad por fisuración puede ser primaria o secundaria según que sea simultánea a la formación de la roca (diaclasación columnar de los basaltos) o posterior (fracturación tectónica, descompresión).

10.2 COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE LAS ROCAS FRACTURADAS

Muchas rocas consolidadas, aún teniendo a veces una porosidad relativamente elevada, se comportan como prácticamente impermeables en sí mismas, y el agua sólo puede circular por las grietas y fisuras; otras veces la roca en sí misma posee cierta pequeña permeabilidad y las grietas y fisuras actúan como colectores que transmiten el agua cedida por las paredes además de la propia agua que contienen; también sucede a veces que la propia roca es en sí notablemente permeable, como ciertas areniscas, y la importancia relativa de la circulación del agua por grietas y fisuras queda muy disminuida. En este último caso se puede hablar de un comportamiento similar al de los medios no consolidados y en general son válidas las leyes expuestas para los mismos, y por ello no se insistirá en este punto.

Con frecuencia las grietas son extensas y pueden ser consideradas como de longitud infinita en muchos cálculos; otras veces, aun siendo relativamente anchas, son de muy reducida extensión y aisladas de otras grietas; en este caso el movimiento del agua en las mismas es difícil, y su recarga deficiente, tanto más cuanto menos permeable sea la roca encajante.

[110] En el apartado 1.14 del presente tema se hizo mención de los medios permeables por fisuración.

El comportamiento hidráulico de los diferentes tipos de rocas consolidadas es muy variable y dependiente muchas veces de factores externos a su propia composición. Los esfuerzos tectónicos condicionan la diaclasación, exfoliación, planos de fractura y de plegamiento, etc. El clima condiciona la alteración superficial de la roca y la creación de mantos permeables (alteritas) así como el que las grietas estén llenas o libres de materiales poco permeables. Las acciones endógenas son responsables de la existencia de diques e intrusiones que unas veces favorecen y otras dificultan el flujo del agua. La erosión expone rocas antes enterradas bajo un gran peso, y en este proceso se produce una descompresión que ensancha las fisuras y crea otras nuevas.

Los granitos y rocas similares presentan una fracturación superficial hasta una profundidad que en general no rebasa unas pocas decenas de metros de profundidad, y la permeabilidad puede estar muy ligada a la zona de alteración; algo similar sucede con las rocas metamórficas, en especial si existen niveles cuarzosos. No es raro que en ambos casos los productos de alteración tiendan a colmatar las posibles grietas. La presencia de diques puede afectar ya que unas veces actúan como zonas de permeabilidad preferente (el propio dique o sus alrededores) o por el contrario son una barrera a la circulación del agua. Las rocas volcánicas pueden llegar a presentar una heterogeneidad muy acentuada, en especial si el terreno es una superposición de distintos materiales volcánicos (coladas fluidas, piroclastos, cenizas, flujos de barro, nubes ardientes, ignimbritas, etc.) de composición diferente, entre los cuales pueden existir suelos y materiales antiguos recocidos[111] más o menos continuos, y además diques de diferente orientación y muy diverso comportamiento hidráulico, hasta el punto de poder llegar a formar a modo de compartimentos pero cuyo efecto sobre el movimiento del agua subterránea no parece tan decisivo como lo que en general se admite, según se ha podido comprobar en trabajos de detalle realizados en las Islas Canarias (España). Ciertos tipos de coladas volcánicas actúan como zonas singulares así como las zonas escoriáceas de techo y los tramos brechoides de base (interflujos), contribuyendo a la heterogeneidad y anisotropía del conjunto.

Las rocas calcáreas (calizas y en menor grado las dolomías) son unas veces permeables por simple fracturación, otros por fracturación y permeabilidad de la propia roca, y más raramente por permeabilidad de la propia roca. Sin embargo, es muy frecuente que las grietas se hayan agrandado por disolución, unas con preferencia a otras, de modo que el sistema evoluciona hacia una mayor heterogeneidad y con direcciones preferentes de flujo (elevada anisotropía); este fenómeno llamado karstificación, complica muchos los posibles cálculos hidráulicos, hasta el punto de hacer imposible el tratamiento matemático de áreas reducidas.

En estas rocas, la zona karstificada puede quedar limitada a las proximidades del nivel freático, mientras la roca inferior sólo posee pequeñas fisuras que la hacen poco permeable e incluso prácticamente impermeable. En el primer caso el flujo puede quedar limitado a la zona superior karstificada que actúa como un nivel de escorrentía rápida, el cual muchas veces sólo funciona en época de lluvia. El análisis de hidrogramas de fuentes en zonas kársticas, permite a veces identificar un movimiento predominante en las épocas de lluvia que corresponde a los grandes conductos, pero al irse vaciando éstos al cesar la recarga directa, se establece un flujo más lento dominado por las grietas y fisuras de anchura cada vez menor; las grietas mayores quedan unas veces en seco y otras son meros conductos del agua que aportan las grietas menores; aquellas pueden llegar a actuar en régimen libre. En la fuente de Vaucluse (Francia) se han identificado hasta tres niveles de permeabilidad media decreciente (Schoeller y Aigrot, 1968), aunque también es posible encontrar otras explicaciones a los fenómenos observados.

En muchas rocas sedimentarias y metamórficas los planos de sedimentación, esquistosidad y la diaclasación pueden jugar un papel muy importante y dominante.

Los aspectos hidrogeológicos expuestos serán ampliados en la sección 15.

En general, la permeabilidad de las rocas fracturadas no suele rebasar en promedio unos pocos m/día y muchas veces es notablemente menor; en materiales volcánicos antiguos son usuales valores entre 0,01 y 1 m/día, pudiendo llegar a 1000 m/día o más en los más recientes; en calizas fracturadas los valores más frecuentes están entre 0,1 y 10 m/día (Custodio, 1974, 1974 a). Puntualmente la permeabilidad puede variar desde prácticamente cero hasta valores de muchos miles de m/día. En los puntos de muy elevada permeabilidad el flujo es frecuentemente turbulento (Suszcynski, 1968) y la ley de Darcy no es válida, aunque ello es una excepción más que una regla (Moore, 1973).

Las porosidades medias suelen ser bajas, de unos pocos por ciento o menos, pero depende mucho de la densidad de fracturación y de la porosidad de la roca propiamente dicha.

[111] En las Islas Canarias se los llama almagre, término de uso cada vez más generalizado.

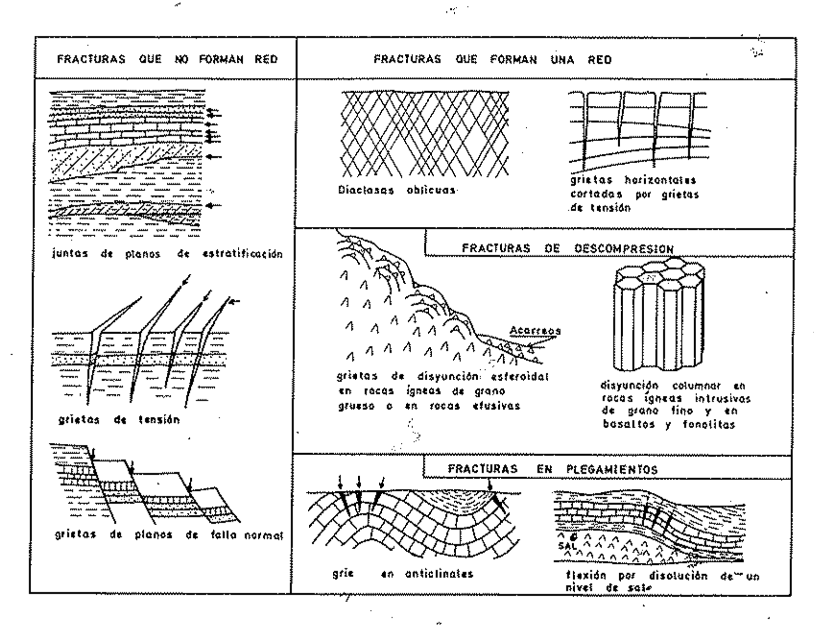


FIGURA 8.128
Diversos tipos de fracturación en las rocas.

En la figura 8.128 se indican algunos tipos de fracturas en las rocas.

Las grietas poseen un cierto nivel piezométrico en cada punto; si existe una red de grietas interconectadas se puede establecer superficies piezométricas, tal como se estudió en el capítulo 8.7, teniendo en cuenta que son superficies virtuales, ya que viene definida por las mallas de líneas piezométricas correspondientes a la intersección de esas grietas con un plano horizontal.

La figura 8.129 ilustra lo expuesto. La superficie piezométrica es representativa de la energía potencial del agua si ésta se mueve en régimen de Darcy; de otro modo es preciso tener en cuenta la energía cinética, tal como se indicó en el apartado 7.5.

Las grietas aisladas en las que se han hecho extracciones de agua o que comunican con el exterior, pueden tener niveles diferentes y como consecuencia ser fuente de confusión; las zonas muy permeables pueden mostrar niveles muy deprimidos localmente, si tienen fácil desagüe.

En medios muy estratificados el flujo vertical del agua de infiltración queda muy dificultado y se forman abundantes acuíferos suspendidos por encima del nivel freático general.

Cuando las grietas son preferentemente horizontales su recarga directa es difícil; las grietas inclinadas o verticales están en posición de recarga mucho más favorable pero pueden ser colmatadas fácilmente por arcillas.

10.3 HETEROGENEIDAD Y ANISOTROPÍA EN LOS MEDIOS FRACTURADOS

Tal como se explicó en el apartado 1.9, la heterogeneidad y anisotropía de un medio es con frecuencia un factor de escala. Todo terreno fracturado es heterogéneo y anisótropo por su propia naturaleza.

En el caso de que las fracturas sean relativamente estrechas y abundantes, el terreno puede llegar a considerarse macroscópicamente homogéneo, con escala de homogeneidad mayor que en los terrenos porosos co-

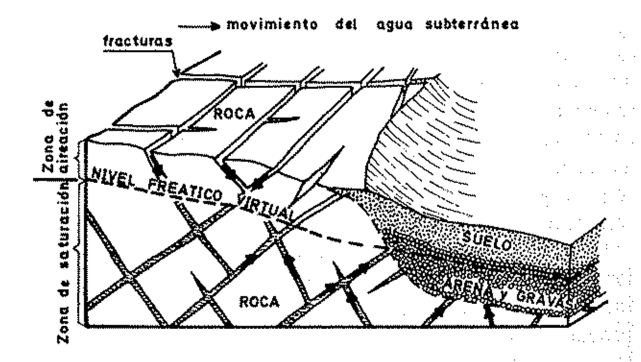


FIGURA 8.129
Esquema de la circulación del agua subterránea en una roca fracturada.

munes. Dado que la anchura y frecuencia de las fracturas suelen variar de forma notable con la orientación, el medio fracturado, aunque pueda considerarse homogéneo, se comportará en general como anisótropo. Frecuentemente los tres ejes principales del elipsoide de permeabilidad serán diferentes (Bachmat, 1956), pero en muchos casos puede suponerse que dos de ellos son casi iguales quedando únicamente una anisotropía en un plano. Únicamente las fuerzas que actúen en la dirección de los ejes principales producen movimiento del agua en la misma dirección.

Si el tamaño de la heterogeneidad es menor que la décima parte del tamaño de la zona de influencia de la experiencia, el medio puede considerarse homogéneo a efectos prácticos (Rats y Chernyashov, 1965). Un medio fracturado puede ser prácticamente homogéneo frente a un ensayo de bombeo de larga duración (radio de influencia de varias decenas o centenas de metros) y heterogéneo frente a un ensayo breve de bombeo (por cuchareo, inyección de agua, etc., radio de influencia de unos pocos metros).

Los medios fracturados con fracturas (o grietas kársticas) grandes, muy separadas y mal relacionadas, no pueden considerarse homogéneos casi nunca y entonces es preciso estudiar el efecto concreto de la fractura, la cual se comportará como un plano o un canal de circulación preferente, según sea su forma.

La porosidad media y el concepto de homogeneidad e isotropía se definen matemáticamente con facilidad, (Bachmat, 1965).

10.4 MOVIMIENTO DEL AGUA EN LOS TERRENOS FRACTURADOS

En principio es posible asimilar las fracturas a planos de paredes más o menos rugosas, y con una cierta anchura media que las caracteriza. No es raro encontrar fracturas de hasta 20 cm de anchura, pero normalmente no pasan de unos escasos centímetros. Son mucho más frecuentes las fracturas cuya anchura es del orden del mm o décimas de mm a las que se les suele designar por fisuras.

El flujo en las fracturas estrechas suele ser laminar, pero en las que poseen una anchura importante es casi siempre turbulento (Suszcynski, 1968) si la circulación del agua es rápida, lo que supone un desagüe. En las fracturas de anchura muy pequeña, de algunas decenas de micra o menos, el flujo del agua es muy difícil bajo los gradientes hidráulicos comunes, pero Davis (1966) cree que el movimiento existe y está inducido por efectos de marea terrestre, al crear un efecto de bombeo pulsatorio.

Cuando el régimen es laminar y las fuerzas de inercia son despreciables (régimen de Darcy), de las ecuaciones de Navier-Stokes puede deducirse (Schneebeli, 1966, págs. 72-74; Muskat, 1937, pág. 425).

$$q' = -C' \cdot \text{grad } h$$

en la que

q' = vector de caudal por unidad de longitud de fractura normal al flujo
h = nivel piezométrico

$$C' = \frac{\gamma \cdot d^3}{12 \cdot \mu} \quad \text{(dimensiones } L^2/T)$$

γ = peso específico del fluido
d = anchura de la fractura
μ = viscosidad dinámica

La velocidad de flujo o caudal por unidad de sección, v, para todo el ancho de la grieta, vale:

$$v = C \cdot \text{grad } h$$

con

$$C = \frac{\gamma \cdot d^2}{12 \cdot \mu}$$

Puede definirse una permeabilidad según el plano de la fractura que viene dada por:

$$k = \frac{\gamma}{\mu} \frac{d^2}{12}$$

o bien

$$k_o = \frac{d^2}{12} \qquad \text{(permeabilidad intrínseca)}$$

en unidades homogéneas, o bien:

$$k_o\,(\text{darcy}) = \frac{10^8\, d^2\,(\text{cm}^2)}{12}$$

La distribución real de velocidades paralelas a la fractura a lo largo del ancho de la misma es parabólica, con el valor máximo en el centro y valores nulos sobre las paredes.

En régimen permanente se puede escribir (Bachmat, 1965)

$$v_i + \frac{|v| \cdot d}{m \cdot \nu} \cdot v_i = -k_{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$$

$j = 1, 2, 3$

en la que v_i son los componentes del vector flujo por unidad de área (flujo específico), $|v|$ su valor absoluto, m la porosidad, ν la viscosidad cinemática, k_{ij} el tensor de permeabilidad y $\partial \varphi / \partial x_j$ el gradiente piezométrico en la dirección del eje j. Los valores de v y φ son valores medios en un volumen y en un área elemental representativa tal que en los mismos el medio puede considerarse homogéneo

$$k_{ij} = \frac{g}{\nu} k_{oij}$$

k_{oij} = tensor de permeabilidad intrínseca

d es una dimensión característica similar al tamaño de grano en los medios porosos.

El valor

$$\frac{|v| \cdot d}{m \cdot \nu}$$

representa un número de Reynolds, Re.

$$\text{Si } Re \ll 1, \; v_j = -k_{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}, \; j = 1, 2, 3$$

que es la ley de Darcy generalizada.

Si $Re \gg 1$, o sea en régimen turbulento

$$|v| \cdot v_i = -\frac{m \nu}{d} k_{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$$

que es una ley cuadrática. En un medio isótropo

$$v = c \sqrt{\frac{\partial \varphi}{\partial x}} = c \sqrt{i}$$

i = gradiente hidráulico

tal como ya se expuso en el apartado 1.14.

Dentro de un canal y en régimen turbulento la distribución de velocidades a lo ancho de la grieta ya no tiene una distribución parabólica sino relativamente uniforme, excepto en las inmediaciones de las paredes, donde el flujo es laminar (película laminar). El valor de c crece con las dimensiones de la grieta y disminuye al crecer su rugosidad superficial y la frecuencia de los cambios bruscos de dirección o de sección.

Para flujos intermedios (entre laminar con fuerzas de inercia despreciables y turbulento) se puede escribir, tal como ya se comentó en el apartado 1.14.

$$v = a \cdot i + c \sqrt{i}$$

y para pequeñas variaciones de i o de v se puede aproximar por una ley de la forma (Schoeller, 1962, página 148)

$$v = b \cdot i^{1/n}$$

con n entre 1 y 2.

El movimiento del agua en terrenos fracturados depende mucho de la orientación de la red de fisuras y de la inclinación relativa de unos sistemas respecto a los otros. La situación más probable a la circulación del agua es aquella en que uno de los sistemas se dispone aproximadamente paralelo a la línea recarga-descarga. La forma de la superficie freática depende de las orientaciones de las fisuras y de su frecuencia y ancho (Castillo, Karadi y Krizek, 1972).

Apéndice 8.1

Principios básicos sobre las ecuaciones diferenciales

A.1.1 INTRODUCCIÓN Y DEFINICIONES

El estudio cuantitativo de los fenómenos naturales se realiza mediante el establecimiento de unas leyes que aproximan y representan razonablemente lo que sucede en la realidad; estas leyes conducen al establecimiento de una ecuación matemática más o menos completa, en la que, además de las diferentes variables y cantidades que intervienen y controlan el fenómeno aparecen con frecuencia sus derivadas, o sea la variación de unas variables respecto a otras.

Se llama ecuación diferencial a toda ecuación en la que figuran una o más variables independientes y una o más variables funciones, así como sus derivadas.

Se llama *grado* de una ecuación diferencial expresable en forma algebraica, al grado del sumando que lo posee mayor; el grado de un término se obtiene sumando los exponentes de las variables funciones y sus derivadas en él contenidas.

Si existe una única variable independiente se tiene una *ecuación diferencial ordinaria*, y si existen varias variables independientes se obtiene una ecuación diferencial en derivadas parciales. A las ecuaciones diferenciales de primer grado se las suele llamar *lineales*, y no lineales a las de segundo grado en adelante.

Se llama orden de una ecuación diferencial al de la derivada que lo tiene mayor.

Ejemplo 1

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + a \frac{d y}{d x} + b \cdot y = f(x) \qquad \text{(A.8.1)}$$

ecuación diferencial lineal ordinaria de primer grado y segundo orden.

$$\text{sen } x \cdot \left(\frac{d y}{d x} \right)^2 + 3 \cdot x \cdot y \cdot \frac{d y}{d x} + y^2 \cdot e^x = 0 \qquad \text{(A.8.2)}$$

ecuación diferencial *ordinaria* de segundo grado y primer orden

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = k^2 \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot f(t) \qquad \text{(A.8.3)}$$

ecuación diferencial lineal en *derivadas parciales* de primer grado y segundo orden con cuatro variables independientes.

Si existe más de una variable dependiente se pueden tener *sistemas de ecuaciones diferenciales.*

Una ecuación lineal se llama completa si tiene un término no afectado por la variable función y si ese término no afectado por la variable función no existe se llama *incompleta* u *homogénea.* Las mismas definiciones se aplican a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y a los sistemas de ecuaciones diferenciales.

La ecuación (A.8.1) es una ecuación diferencial lineal completa. Si fuese f (x) = 0, sería una ecuación diferencial lineal homogénea.

A.1.2 INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA ELEMENTAL DEL ORIGEN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

Considérese una región R de un plano x y en la que la función f (x, y, C) = 0 define una curva plana para cada valor C de modo que por cada punto de R pase una curva y sólo una del haz así definido (fig. A.8.1).

Derivando la función f, supuesta derivable, se tendrá:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{d y}{d x} = 0$$

y eliminando C entre esta ecuación y la del haz queda:

$$\varphi \left(x, y, \frac{d y}{d x} \right) = 0$$

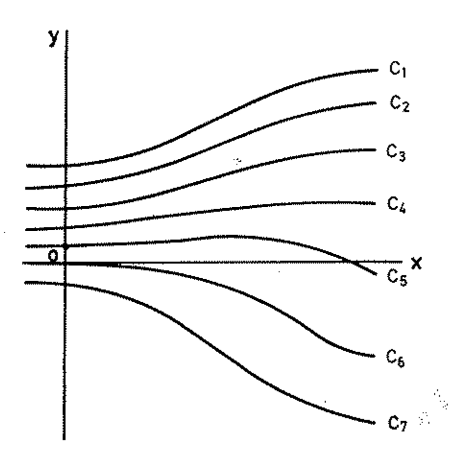


FIGURA A.8.1
Haz de curvas.

ecuación diferencial de primer orden en la que no interviene C y por lo tanto representa una propiedad común a todas las curvas planas del haz.

Si en las mismas condiciones se tiene un haz de curvas planas definido por $F(x, y, C_1, C_2)$ con dos parámetros independientes, se puede derivar dos veces, si F es función derivable y se obtiene:

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2\frac{\partial F}{\partial x\,\partial y}\frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

Entre estas dos ecuaciones y la del haz se puede eliminar C_1 y C_2 quedando una ecuación diferencial de segundo orden.

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$$

que representa una propiedad común a todas las curvas planas del haz.

Todo lo expuesto es fácilmente generalizable para ecuaciones derivables de la forma $F(x, y, C_1, C_2, \ldots C_n) = 0$ dependientes de n parámetros independientes, que por eliminación dan origen a la ecuación diferencial de orden n:

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0$$

Análogos razonamientos pueden aplicarse a las curvas alabeadas y a superficies (Puig Adam, 1959). No solamente pueden eliminarse parámetros simples, sino también funciones.

A.1.3 PRINCIPIOS DE LA RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

Resolver o integrar una ecuación diferencial es encontrar una función que sustituida en la ecuación diferencial la satisfaga. Una ecuación diferencial admite múltiples soluciones que la satisfacen, y cada solución definida constituye una *solución particular*. Una solución con parámetros o funciones arbitrarias que represente todas las soluciones particulares posibles es la *solución general* o integral general.

El problema es con frecuencia muy difícil y sólo en contados casos la función buscada (función primitiva) es expresable por medio de funciones matemáticas sencillas. El problema es tanto más complicado cuanto mayor es el grado y el orden de las ecuaciones diferenciales a resolver[1].

Ya se ha explicado como las ecuaciones diferenciales de primer orden pueden interpretarse como una propiedad común a un haz de curvas definidas por un parámetro. En la solución general de la ecuación diferencial debe aparecer dicha *constante arbitraria.* Por igual razón, en la solución de una ecuación diferencial de orden n deberán aparecer n constantes arbitrarias.

En las ecuaciones diferenciales lineales llamadas de variables separadas,

$$P(x) \cdot dx + Q(y) \cdot dy = 0$$

o en las que son diferenciales exactas

$$P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy = 0$$

siendo

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

la integral general se obtiene sumando a una integral particular una *constante de integración* C.

La ecuación lineal de primer orden

$$\frac{dy}{dx} + X(x)\,y = F(x)$$

y las reducibles a ella (ecuaciones de Bernouilli y algunas ecuaciones de primer orden no resolubles en dy/dx, en y

[1] Los métodos elementales de resolución de ecuaciones diferenciales pueden consultarse en textos de cálculo diferencial. Véase por ejemplo Puig-Adam (1959).

o en x) tienen como función integral general la que se obtiene sumando a una solución particular cualquiera, la integral de la homogénea o sea la que se obtiene haciendo $F(x) = 0$.

Estas propiedades son generalizables a las ecuaciones lineales de orden n.

a) La integral general de una ecuación diferencial lineal de orden n homogénea está formada por la combinación lineal de n soluciones particulares linealmente independientes; es decir, tales que ninguna de las soluciones particulares pueda expresarse como función lineal de las demás.

b) Se forma la integral general de la ecuación completa agregando a la integral general de la homogénea una solución particular de la completa[2].

La resolución de los *sistemas de ecuaciones* ordinarias se realiza transformándolos, si es posible, en una ecuación diferencial ordinaria de orden superior por eliminación de todas las funciones menos una entre el sistema dado y sus derivadas.

La integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales es aún más difícil y muy frecuentemente es imposible obtener una expresión matemática exacta para ella.

En general, se trata de reducir el problema a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Así, para integrar la ecuación diferencial lineal de primer orden en derivadas parciales

$$X\frac{\partial u}{\partial x} + Y\frac{\partial u}{\partial y} + \ldots + T\frac{\partial u}{\partial t} = U$$

en la que las funciones X, Y, T, U, lo son de las variables independientes x, y, ... t, basta resolver el sistema de n ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} = \ldots = \frac{dt}{T} = \frac{du}{U}$$

ello da lugar al sistema integral.

$$\begin{array}{l} C_1 = \alpha_1 (x, y, \ldots t, u) \\ C_2 = \alpha_2 (x, y, \ldots t, u) \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \quad \vdots \quad \vdots \\ C_n = \alpha_n (x, y, \ldots t, u) \end{array}$$

y la solución general es

$$\psi(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n) = 0$$

en la que ψ es una función arbitraria que vendrá fijada por las condiciones del problema.

Para el tratamiento de las ecuaciones lineales en derivadas parciales es muy frecuente investigar si existe una solución del tipo $u = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \ldots T(t)$, es decir, de variables separadas.

Entre las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden en derivadas parciales son especialmente interesantes las que se derivan de la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 h = a^2 \frac{\partial h}{\partial t}$$

que expresa la variación de los niveles piezométricos en un acuífero y la

$$\nabla^2 h = 0$$

que da los valores de los niveles piezométricos cuando el régimen es estacionario. En ellas

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$$

A.1.4 LAS CONDICIONES EN EL ORIGEN Y LAS CONDICIONES DE CONTORNO

Ya se ha visto que las ecuaciones diferenciales aparecían en la eliminación de parámetros o de funciones arbitrarias de ecuaciones que las contienen. Por ello las ecuaciones integrales contienen constantes y funciones arbitrarias. Por ejemplo, la integral de una ecuación diferencial ordinaria de orden n contiene n constantes.

Para obtener la solución de un problema físico determinado es preciso hallar esas n constantes o funciones arbitrarias. Basta dar en un punto x el valor de y, y de sus $n - 1$ primeras derivadas, lo que permite plantear n ecuaciones que definen los valores de las n constantes. Estas condiciones se llaman *condiciones iniciales o en el origen.* En muchas aplicaciones físicas, estas condiciones son las que corresponden al tiempo $t = 0$ y de ahí el nombre de condiciones de origen.

En otras ocasiones se dan condiciones que debe cumplir la solución para acomodarse a los límites físicos del sistema estudiado. Entonces el problema a resolver se llama *problema de contorno* porque, generalmente, están ligados los extremos del intervalo en estudio. Así, para determinar la ecuación de una cuerda vibrante es usual dar como condiciones de contorno que los desplazamientos en los extremos fijos sean cero. En el caso de bombeo en un acuífero recargado por un río, la condición de que los descensos a lo largo de un río sean nulos es una condición de contorno, como también es una condición de contorno que el flujo perpendicular a una superficie impermeable sea nulo.

Los problemas de contorno pueden ser más o menos complicados, dependiendo de si se dan valores de las variables en los extremos, de sus derivadas o de combinaciones de las funciones y derivadas. Con frecuencia el problema de con-

[2] No se tratará aquí de cómo pueden obtenerse esas soluciones particulares pudiéndose consultar el capítulo tercero de Puig Adam (1959).

torno es más complicado que la integración de la propia ecuación diferencial.

La integración *aproximada* de ecuaciones diferenciales es posible y entre los métodos existentes, el de las diferencias finitas o de relajación es uno de los mejores y será analizado con más detalle en la sección 16, al hablar de modelos para estudio de las aguas subterráneas. La comercialización de las máquinas calculadoras electrónicas permite abordar el problema de la resolución numérica y gráfica de las ecuaciones diferenciales si bien es preciso convertirlas en formas adecuadas al cálculo digital o analógico.

A.1.5 PROBLEMAS DE CONTORNO CON VALORES Y FUNCIONES PROPIAS (AUTOVALORES Y AUTOFUNCIONES)

Centrándose en las ecuaciones diferenciales ordinarias, la ecuación completa, en general, tiene una solución para unas condiciones de contorno determinadas e iguales a cero. No sucede así para las *ecuaciones homogéneas* que sólo tienen, soluciones diferentes de $y = 0$ para ciertos valores de los coeficientes y entonces existen infinitas. Los valores que cumplen esta condición son los valores propios o autovalores y las funciones propias o autofunciones (eigenfunktions).

Gran parte de los problemas de la física matemática conducen a ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden de la forma

$$a_0 \frac{d^2 y}{d x^2} + a_1 \frac{d y}{d x} + a_2 y = -\lambda \cdot y \qquad \text{(A.8.4)}$$

en la que a_0, a_1 y a_2 son constantes o funciones de x mientras λ es un parámetro indeterminado introducido en el proceso de cálculo. Las soluciones buscadas deben satisfacer, las condiciones en el origen y las condiciones de contorno del problema, y sólo existen para determinados valores de λ, que son los valores propios.

Es muy frecuente que las funciones propias sean funciones periódicas.

A.1.6 NOTAS SOBRE ALGUNOS DE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DIRECTA DE ECUACIONES DIFERENCIALES, DE MAYOR INTERÉS EN HIDRÁULICA SUBTERRÁNEA

A.1.6.1 Métodos directos simples

Los métodos directos consisten en la resolución de la ecuación diferencial y aplicación de las condiciones iniciales y de contorno directamente. Sólo es aplicable a ecuaciones sencillas con condiciones también sencillas[3].

[3] En la sección 9 se verán algunos ejemplos representativos correspondientes a captaciones de aguas en sistemas simples.

Si la ecuación diferencial toma formas frecuentes su integración está tabulada. Tales son las ecuaciones de Bessel y Hankel o reducibles a las mismas, las cuales aparecen en problemas de simetría cilíndrica[4].

A.1.6.2 Métodos de separación de variables

A veces puede intentarse buscar soluciones de variables separadas. Así puede tratarse de encontrar soluciones del tipo:

$$h(x, y, z) = X(x) + Y(y) + Z(z) = 0$$

para resolver la ecuación

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

que deben cumplir:

$$\nabla^2 h = \frac{d^2 X}{d x^2} + \frac{d^2 Y}{d y^2} + \frac{d^2 Z}{d z^2} = 0$$

y como cada sumando del segundo miembro depende sólo de una variable, cada uno de ellos debe ser constante si el problema es estacionario.

Así

$$\frac{d^2 X}{d x^2} = a_0 \quad ; \quad X(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2$$

y similarmente

$$Y(y) = b_0 y^2 + b_1 y + b_2$$

$$Z(z) = c_0 z^2 + c_1 z + c_2$$

con la condición

$$a_0 + b_0 + c_0 = 0$$

Otras veces se trata de buscar una solución del tipo:

$$h(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) = 0$$

que debe cumplir

$$\nabla^2 h = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{d x^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{d y^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{d z^2} \right) = 0$$

[4] Véase el apartado A.1.3 del apéndice A.9.1 de la sección 9.

lo que exige que cada sumando bajo el paréntesis sea constante.

Así

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = a^2 \quad ; \quad X(x) = \exp(\pm a x)$$

y similarmente

$$Y(y) = \exp(\pm b y)$$

$$Z(z) = \exp(\pm c z)$$

con la condición

$$a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

Los valores a, b, c, son unos reales y otros imaginarios o bien números complejos; de ahí que las soluciones se transformen en funciones trigonométricas hiperbólicas (véase el apartado A.3.1).

La solución del problema bidimensional

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

es:

$$h = (A \cdot \text{sen } a x + B \cdot \cos a x) \cdot (C \cdot \text{Sh } a y + D \cdot \text{Ch } a y) \quad \text{(A.8.5)}$$

o bien

$$h = (A \cdot \text{Sh } a x + B \cdot \text{Ch } a x) \cdot (C \cdot \text{sen } a y + D \cdot \cos a y) \quad \text{(A.8.6)}$$

En coordenadas cilíndricas pueden buscarse soluciones

$$h(r, \theta, z) = R(r) \cdot T(\theta) \cdot \zeta(z) = 0$$

que requieren que:

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr} + \left(a^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) R = 0$$

(ecuación de Bessel)

$$\frac{d^2T}{d\theta^2} + n^2 T = 0$$

$$\frac{d^2\zeta}{dz^2} - a^2 \cdot \zeta = 0$$

siendo a y n constantes.

Para resolver la ecuación

$$\nabla^2 h = a \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Se puede operar de forma similar buscando soluciones

$$h(x, y, z, t) = f(x, y, z) + T(t)$$

que debe cumplirla, y por lo tanto

$$\nabla^2 f(x, y, z) = c \quad ; \quad T(t) = \frac{c}{a} t + \text{cte}$$

o bien soluciones:

$$h(x, y, z, t) = f(x, y, z) \cdot T(t)$$

que aplicadas a la misma ecuación deben cumplir:

$$\nabla^2 f = -c^2 \cdot f \quad \text{(ecuación de Poisson)}$$

$$T = T_0 \exp\left(-\frac{c^2}{a} t\right) \quad \text{(A.8.7)}$$

en las que c y T_0 son constantes arbitrarias.

Para flujo unidimensional

$$\nabla^2 f = \frac{d^2 f}{dx^2} = -c^2 f$$

cuya solución es:

$$f(x) = \text{sen } c x + \text{cte} \quad \text{ó} \quad f(x) = \cos c x + \text{cte}$$

y cuya solución general aplicada a $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = a \frac{\partial h}{\partial t}$ lleva a:

$$h(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp\left[-\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \frac{c^2}{a} t\right] \text{sen } \frac{\pi n x}{L}$$

para $t \geq 0$ (A.8.8)

cuando las condiciones son

$$h(0, t) = 0, \quad h(L, t) = 0$$

y siendo la expresión de

$$C_n = \frac{2}{L} \int_{\xi=0}^{L} h(\xi, 0) \text{ sen } \frac{\pi n \xi}{L} d\xi \quad \text{(A.8.9)}$$

la cual incluye una condición en el origen.

A.1.6.3 Métodos de las transformadas integrales lineales

Multiplicando una determinada ecuación diferencial por una función adecuada y realizando una integración se puede conseguir eliminar alguna o algunas de las variables presentes, pasando así a un problema de resolución más sencilla. Una vez encontrada ésta es preciso deshacer la transformación, paso que en ocasiones puede ser complicado. En general se trabaja con tablas de funciones.

En problemas de movimiento del agua subterránea, la llamada transformación de Laplace es útil cuando conviene eliminar la variable tiempo, y la llamada transformada finita de Fourier es útil cuando conviene eliminar una o varias de las variables espaciales si el medio es finito en la dirección de la variable espacial en cuestión. (Véase los apartados siguientes)[5].

A.1.6.4 Transformadas de Laplace

Sea la función s (x, y, z, t), denotada abreviadamente por s (t) o simplemente por s, y la función $\bar{s}$ (x, y, z, p) denotada abreviadamente por $\bar{s}$ (p) o simplemente por $\bar{s}$.

Dada una función s (t) definida para valores positivos de t, su transformada de Laplace $\bar{s}$ (p) viene definida por

$$\mathcal{L}[s(t)] = \bar{s}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} \cdot s(t)\, dt \qquad (A.8.10)$$

en la que p es un número complejo llamado *variable de transformación* cuya parte real es lo suficientemente grande como para hacer la integral convergente.

La función s (t) se llama también generatriz de Laplace de $\bar{s}$ (p) y se simboliza con la relación

$$s(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{s}(p)] \qquad (A.8.11)$$

Las transformadas y generatrices de un gran número de funciones están tabuladas[6], siendo la tabla A.8.1 un resumen.

En sentido general puede decirse que la transformada de Laplace permite transformar una ecuación diferencial en una ecuación algébrica, la cual una vez resuelta permite encontrar la solución de la ecuación diferencial sin más que determinar la función generatriz con ayuda de las tablas.

Las propiedades de la transformada de Laplace más importantes y de uso inmediato para resolver problemas de contorno son:

a) $\mathcal{L}[f_1 \cdot s_1 + f_2 \cdot s_2] = f_1 \cdot \bar{s}_1 + f_2 \cdot \bar{s}_2$
siendo f_1 y f_2 constantes o funciones independientes de t

b) $\mathcal{L}\left(\dfrac{\partial s}{\partial t}\right) = p\bar{s} - s(0)$

c) $\mathcal{L}[\text{grad } s] = \text{grad } \bar{s}$

d) $\mathcal{L}[\nabla^2 s] = \nabla^2 \bar{s}$

e) $\mathcal{L}(s\, e^{-at}) = \bar{s}(p + a)$,
siendo a = cte y $\mathcal{L}(s) = \bar{s}$

f) $\mathcal{L}[F(t)] = e^{-t_0 p}\, \bar{f}(p)$ cuando
$F(t) = 0; \quad 0 < t < t_0$
$F(t) = f(t - t_0); \quad t > t_0$
$\bar{f}(p) = \mathcal{L}[f(t)]$

g) $\mathcal{L}\left[\int_0^t s(t) \cdot dt\right] = \dfrac{1}{p}\bar{s}$

h) $\mathcal{L}^{-1}[\bar{f}_1(p) \cdot \bar{f}_2(p)] = \int_0^t f_1(t - \tau) \cdot f_2(t - \tau)\, d\tau$

Ejemplo 2

Supóngase un acuífero de gran extensión (infinita) surcado por un río totalmente penetrante y tal que puede suponerse como una línea recta de recarga. Si el nivel del agua en el río sufre un incremento de nivel brusco h_0 y se mantiene constante después, hallar la elevación del nivel del agua en el acuífero y los caudales de agua del río infiltrada en el acuífero. Se supone la pendiente del agua del río nula, que las variaciones del nivel en el acuífero no afectan a la transmisividad y que no hay pérdida de carga en la penetración del agua en el acuífero. El eje Ox es normal al río y el eje Oy coincide con el mismo. La referencia de nivel es la inicial del río y se supone que usualmente no existe flujo.

Como se trata de un caso de flujo horizontal paralelo sin recarga (excepto la del río), la ecuación general del movimiento es[7]:

$$\nabla^2 h + \frac{F}{k} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$$

y como es F = 0 se reduce a

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$$

Sea h_0 el ascenso de nivel. Las condiciones en el origen y de contorno (h es función exclusiva de x y t) son:

a) $h(x, 0) = 0$
todo el acuífero a nivel cero en el instante inicial

b) $h(0, t) = h_0 \quad$ para $t > 0$
el borde del acuífero a nivel del río en cualquier momento $t > 0$

[5] Otras posibles transformadas integrales pueden consultarse en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) pág. 128.
[6] Véase por ejemplo Nixon (1964).
[7] Véase el apartado 3.4 y el 3.6.

c) $h(\infty, t) = 0$ ascenso de nivel cero en el infinito

Aplicando la transformada de Laplace

$$\mathscr{L}\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right] = \mathscr{L}\left[\frac{S}{T}\,\frac{\partial h}{\partial t}\right]$$

o sea:

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} = \frac{S}{T}\,[p\,\bar{h} - h(x, 0)]$$

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} - \frac{S}{T}\,p\,\bar{h} = 0 \qquad \text{(A.8.12)}$$

Aplicando la transformada de Laplace también a las condiciones de contorno b y c,

$\mathscr{L}[h(0, t)] = \mathscr{L}[h_o]$ o sea: $\bar{h}(0, p) = \dfrac{h_o}{p}$

$\mathscr{L}[h(\infty, t)] = \mathscr{L}[0]$ o sea: $\bar{h}(\infty, p) = 0$

La ecuación (A.8.12) es ahora una ecuación diferencial lineal ordinaria cuya resolución es sencilla y vale:

$$\bar{h} = \frac{h_o}{p} \cdot \exp\left(-x\sqrt{\frac{p\,S}{T}}\right)$$

que ya cumple la condición en el origen *a)*. Utilizando las tablas de generatrices de Laplace.

$$h = h_o\left(1 - \operatorname{erf}\frac{x}{\sqrt{\dfrac{4\,t\,T}{S}}}\right)$$

siendo erf la función de error

$$\operatorname{erf} \cdot \alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\alpha} e^{-\beta}\,d\beta$$

El flujo de agua por unidad de longitud de río viene dado por la ley de Darcy:

$$q(x, t) = -T\,\frac{\partial h}{\partial x}$$

El agua tomada del río será:

$$q(0, t) = -T\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0} = T \cdot h_o\sqrt{\frac{S}{\pi T \cdot t}} \qquad \text{(A.8.14)}$$

TABLA A.8.1 *Tabla abreviada de transformadas de Laplace (1) Puig Adam. 1954, pág. 190; (2) Hantush, 1964, pág. 305; W es la función de pozo* $W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u}\,du$

erf *es la función de error* $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-y^2}\,dy$

$\exp a = e^a$

Γ = *función gamma de Euler*

J, K, *funciones de Bessel. (Véase el apéndice A.9.1 de la sección 9).*

Generatriz	Transformada (1)
k	k/p
$k\,e^{ax}$	$\frac{k}{p-a}$ si $p > -a$
$\operatorname{sen} \omega x$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega x$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
x^n	$\frac{\Gamma(n+1)}{p^{n+1}}$ si $n + 1 > 0$ y $p > 0$
$\ln x$	$\frac{\Gamma'(1)}{p} - \frac{\ln p}{p}$
$J_o(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}$
$J_\nu(x)$	$\frac{(\sqrt{1+p^2} - p)^\nu}{\sqrt{1+p^2}}$ si $\nu > -1$
$J_o(\alpha\sqrt{x})$	$\frac{1}{p}\exp\left(-\frac{\alpha^2}{4p}\right)$
De interés especial en hidráulica subterránea (2)	
$\frac{1}{a}[1 - \exp(-a\,t)]$	$\frac{1}{p(p+a)}$
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{p}}$
$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$	p^{-k}
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{p}}\exp\left(-\frac{k}{\sqrt{p}}\right)$
$1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{4t}}\right)$	$\frac{1}{p}\exp(-k\sqrt{p})$
$\frac{1}{2t}\exp(-k^2/4t)$	$K_o(k\sqrt{p})$
$\frac{1}{2}W(k^2/4t)$	$\frac{1}{p}K_o(k\sqrt{p})$
$\frac{1}{2}W\left(\frac{k^2}{4t}, k\sqrt{a}\right)$	$\frac{1}{p}K_o(k\sqrt{p+a})$
$\frac{1}{2t}\exp\left(-at - \frac{k^2}{4t}\right)$	$K_o(k\sqrt{p+a})$

A.1.6.5 Transformadas finitas de Fourier

Dada una función $s(x, y, z, t)$ definida en el intervalo $o < z < b$ y denominada abreviadamente $s(z)$ y una función $s_c(x, y, n, t)$ denominada abreviadamente $s_c(n)$, se dice que $s_c(n)$ es la transformada finita cosenoidal de Fourier de $s(z)$ con respecto a z si se cumple que:

$$f_c[s(z)] = s_c(n) = \int_0^b s(z)\,dz \cos\frac{n\pi z}{b} \qquad (A.8.15)$$

siendo $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

La fórmula de transformación inversa es:

$$s(z) = \frac{1}{b} s_c(0) + \frac{2}{b}\sum_{n=1}^{\infty} s_c(n) \cos\frac{n\pi z}{b}$$

Una de las propiedades más importantes es:

$$f_c\left(\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}\right) = -\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 s_c(n) + (-1)^n \frac{\partial s(b)}{\partial z} - \frac{\partial s(o)}{\partial z} \qquad (A.8.16)$$

La transformada cosenoidal es útil en casos en que las velocidades normales a dos bordes paralelos son condiciones de contorno del problema.

La transformada finita sinusoidal de Fourier de $s(z)$ con respecto a z viene definida por:

$$f_s[(z)] = s_s(n) = \int_o^b s(z) \cdot dz \cdot \text{sen}\,\frac{n\pi z}{b} \qquad (A.8.17)$$

siendo $n = 1, 2, 3, \ldots$

La fórmula de transformación inversa es:

$$s(z) = \frac{2}{b}\sum_{n=1}^{\infty} s_s(n) \cdot \text{sen}\,\frac{n\pi x}{b} \qquad (A.8.18)$$

Una de las propiedades más importantes es:

$$f_s \cdot \left(\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}\right) = -\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 s_s(n) + \frac{n\pi}{b}[s(o) - (-1)^n s(b)] \qquad (A.8.19)$$

La transformada sinusoidal es útil en problemas que tienen como condiciones de contorno la distribución de potenciales en dos bordes paralelos[8].

[8] Véanse algunos detalles de aplicación en Muskat (1937) páginas 156-169.

Ejemplo 3

Sea el mismo caso del ejemplo 2 pero estando el acuífero limitado con una barrera impermeable paralela al río a distancia l. La ecuación que define al problema es la misma.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$$

y las condiciones en el origen y de contorno serán ahora:

a) $h(x, 0) = 0$
b) $h(0, t) = h_o$
c) $h(2l, t) = h_o$

La condición c expresa que no hay flujo a través de la barrera, condición equivalente a sustituirla por otro río, paralelo a distancia 2l del existente.

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación y a las condiciones b y c se tiene

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} - \frac{S}{T} p\bar{h} = 0 \qquad (A.8.20)$$

$$\bar{h}(0, p) = \frac{h_o}{p}$$

$$\bar{h}(2l, p) = \frac{h_o}{p}$$

Aplicando la transformada finita sinusoidal a la ecuación (A.8.20), queda:

$$-\left(\frac{n\pi}{2l}\right)^2 \bar{h}_s(n, p) + \frac{n\pi}{2l}\left[\bar{h}(0, p) - (-1)^n \bar{h}(2l, p)\right] - \frac{pS}{T}\bar{h}_s(n, p) = 0 \qquad (A.8.21)$$

Sustituyendo valores y operando queda:

$$\bar{h}_s(n, p) = \frac{n\pi}{2l}[1 - (-1)^n]\frac{h_o}{p}\left[\frac{pS}{T} + \left(\frac{n\pi}{2l}\right)^2\right]^{-1}$$

y aplicando la fórmula de inversión:

$$\bar{h}(x, p) = \frac{2}{2l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\pi}{2l}[1 - (-1)^n]\frac{h_o\,\text{sen}\,\dfrac{n\pi x}{2l}}{p\left[\dfrac{pS}{T} + \left(\dfrac{n\pi}{2l}\right)^2\right]}$$

y buscando la función generatriz de Laplace de $\bar{h}$

$$h(x,t) = \frac{2h_o}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\quad[1-(-1)^n]\cdot$$

$$\left\{1-\exp\left[-\frac{T\cdot t}{S}\left(\frac{n\pi}{2l}\right)^2\right]\right\}\cdot \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{2l}$$

y reemplazando n por 2 m + 1

$$h(x,t) = \frac{4h_o}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\cdot$$

$$\cdot\left\{1-\exp\left[-\frac{Tt}{S}\left(\frac{(2m+1)\pi}{2l}\right)^2\right]\right\}\operatorname{sen}\frac{(2m+1)\pi x}{2l}$$

La aportación de agua del río por unidad de longitud será

$$q(0,t) = -T\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0} =$$

$$= \frac{2Th_o}{l}\sum_{m=0}^{\infty}\exp\left[-\frac{T\cdot t}{S}\left(\frac{2m+1}{2l}\pi\right)^2\right] \qquad (A.8.22)$$

A.1.7 NOTAS SOBRE ALGUNOS DE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN INDIRECTA DE ECUACIONES DIFERENCIALES, DE MÁS INTERÉS EN HIDRÁULICA SUBTERRÁNEA

A.1.7.1 Método de superposición

Las ecuaciones lineales, como por ejemplo $\nabla^2 h = 0$, tienen como propiedad el principio de la superposición o de la aditividad de soluciones. Si h_1 y h_2 son dos soluciones particulares, otra solución particular es $h = c_1 h_1 + c_2 h_2$, siendo c_1 y c_2 constantes arbitrarias. Sea el caso de ecuaciones elípticas del tipo:

$$\nabla^2 h = f\left(x, y, z, h, \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial h}{\partial z}\right)$$

y sean h_1 y h_2 dos soluciones analíticas que cumplen las siguientes condiciones de contorno:

$$a_0 h_1 + a_1\frac{\partial h_1}{\partial x} + a_2\frac{\partial h_1}{\partial y} + a_3\frac{\partial h_1}{\partial z} = f_1(x,y,z)$$

$$a_0 h_2 + a_1\frac{\partial h_2}{\partial x} + a_2\frac{\partial h_2}{\partial y} + a_3\frac{\partial h_2}{\partial z} = f_2(x,y,z)$$

siendo a_0, a_1, a_2 y a_3 constantes y f_1 y f_2 funciones de x, y, z. La función $h = c_1 h_1 + c_2 h_2$ (c_1 y c_2 = ctes. arbitrarias) es también solución y cumple la condición de contorno

$$a_0 h + a_1\frac{\partial h}{\partial x} + a_2\frac{\partial h}{\partial y} + a_3\frac{\partial h}{\partial z} = c_1\cdot f_1 + c_2\cdot f_2$$

Esta propiedad permite resolver unos problemas de contorno por suma de otros problemas de contorno más sencillos convenientemente seleccionados.

Sea el caso de ecuaciones parabólicas del tipo:

$$\nabla^2 h = f\left(x, y, z, h, \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial h}{\partial z}, \frac{\partial h}{\partial t}\right)$$

tal como la del flujo sin manantiales en régimen no estacionario

$$\nabla^2 h = a\frac{\partial h}{\partial t}$$

y sean h_1 y h_2 dos soluciones particulares tales que cumplen las siguientes condiciones de contorno:

$L(h_1) = 0$ y $L(h_2) = f_2(x,y,z,t)$ en el contorno siendo la función $L(h)$ del tipo:

$$L(h) = a_0\cdot h + a_1\frac{\partial h}{\partial x} + a_2\frac{\partial h}{\partial y} + a_3\frac{\partial h}{\partial z}$$

y las condiciones en el origen ($t = 0$):

$h_1 = F(x,y,z)$; $h_2 = 0$

la ecuación $h = h_1 + h_2$ es también solución en las condiciones de contorno $L(h) = f(x,y,z,t)$ e iniciales en $t = 0$, $h = F(x,y,z)$. Las aplicaciones inmediatas se verán en la sección 9.

A.1.7.2 Método de las imágenes

El método de las imágenes es extraordinariamente fructífero en hidráulica subterránea y en la sección 9 se verán un buen número de aplicaciones[9]. Este método permite transformar, en ciertas condiciones, un medio con fuentes y/o sumideros puntuales y limitado en un medio también con fuentes y/o sumideros puntuales pero no limitado.

Sea un sistema Σ de fuentes y sumideros en un medio

[9] Véase el capítulo 9.7.

homogéneo e isótropo limitado por una superficie S; sea Σ' otro sistema de fuentes y sumideros al otro lado de S. Si al considerar el sistema de fuentes y sumideros Σ + Σ' en todo el espacio resulta que S es una superficie o línea de corriente (sin flujo normal a la misma) el sistema Σ' es imagen del Σ y el sistema limitado se puede sustituir por el Σ + Σ' ilimitado. Si S resulta ser una superficie equipotencial (flujo paralelo a la misma) el sistema Σ' es imagen conjugada de Σ y similarmente el sistema Σ limitado se puede sustituir por el sistema Σ + Σ' ilimitado.

Los casos más interesantes son aquellos en que la superficie S es un plano, o una línea en flujo bidimensional. Si es un plano equipotencial (límite de recarga) el conjunto Σ' es la imagen especular respecto al plano del sistema Σ pero con los signos cambiados (los sumideros transformados en fuentes y viceversa). Si es un plano de corriente (límite impermeable) el conjunto Σ' es también la imagen especular respecto al plano del sistema Σ, conservando los signos.

En el caso de que el contorno S sea poligonal o prismático puede procederse a convertirlo en un plano mediante las técnicas de transformación (ver apéndice A.8.3 apartado A.33 y siguientes).

En el caso de que el contorno sea un plano frontera entre dos medios 1 y 2 de diferente permeabilidad, y se tiene una fuente puntual en 1, el efecto en el medio 1 equivale a la suma de efectos de la fuente en 1 cuya intensidad es Q y de otra fuente simétrica respecto a la frontera de intensidad Q'. El efecto en el medio 2 equivale al de una fuente situada en la misma posición que la fuente en 1 pero de intensidad Q''. Se debe cumplir que (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 132)

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}; \qquad Q'' = Q' + Q \qquad (A.8.23)$$

Es de notar que el problema también se podría haber resuelto mediante una transformación del medio 2 tal que si x es un eje normal del plano limitante el nuevo eje X cumpliese

$$x = X \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$$

A.1.7.3 Método de las funciones de Green

El método de las funciones de Green deriva de las identidades de Green de los campos vectoriales derivados de potencial[10] (véase el apéndice A.8.2), y se aplica a ecuaciones del tipo

$$\nabla^2 h = 0$$
$$\nabla^2 h = f(x, y)$$
$$\nabla^2 h - \lambda^2 h = f(x, y)$$

[10] Véase De Wiest (1969 b).

llamadas funciones autoadjuntas, y que aparecen repetidamente en los problemas de hidráulica subterránea. Es preciso que el contorno sea suave[11].

La función de Green $v(x, y, \xi, \eta)$ en la que ξ, y η son las coordenadas móviles de un punto, es una solución de $\nabla^2 v = 0$ y está compuesta de una parte que contiene una singularidad dentro del dominio del problema en el punto fuente P (x, y) y otra parte que es de variación suave en el dominio de integración y que satisface ciertas condiciones de contorno. A esta función v se la llama función de Green del problema y se la suele designar por G.

Existen tablas de funciones de Green para varios tipos de contornos[12].

Las condiciones de contorno pueden consistir en el conocimiento del valor de la función en el límite (problema de Dirichlet) o de la derivada en el mismo (problema de Von Neumann) o bien una mezcla de ambas (problema mixto o de Muskat).

La función de Green puede también definirse en el espacio de tres dimensiones:

En dos dimensiones, la solución del problema de Dirichlet es:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_A G\, \nabla^2 h \cdot dA + \frac{1}{2\pi} \oint_C h(s) \frac{\partial G}{\partial n} ds \qquad (A.8.25)$$

en la que A indica el área de integración, h (s) el valor del potencial en el contorno C, siendo ds un diferencial del mismo. El signo $\oint$ indica integral curvilínea a lo largo de un circuito cerrado en el sentido indicado.

La solución del problema de Von Neumann viene dado por:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_A G \cdot \nabla^2 h \cdot dA - \frac{1}{2\pi} \oint_C G \frac{\partial h(s)}{\partial n} ds \qquad (A.8.26)$$

en la que

$$\frac{\partial h(s)}{\partial n}$$

es el valor de la derivada en el contorno.

La solución del problema mixto o de Muskat (Muskat 1937) viene dado por[13]:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \oint_{C_1} h(s) \frac{\partial G}{\partial n} ds - \frac{1}{2\pi} \oint_{C_2} G' \frac{\partial h(s)}{\partial n} ds + \frac{1}{2\pi} \iint_A G\, \nabla^2 h \cdot dA \qquad (A.8.27)$$

[11] Que no presente variaciones bruscas.

[12] Véase Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) pág. 136.

[13] Ejemplos de aplicación a la hidráulica subterránea, muy relacionados con la teoría de las imágenes y en los que además pueden incluirse problemas de transformación, puede encontrarse en De Wiest (1969 b) págs. 406-416.

No siempre la ecuación diferencial del movimiento es de la forma (A.8.24), como la

$$\nabla^2 h = a \frac{\partial h}{\partial t}$$

y entonces es preciso aplicar un operador que la transforme convenientemente[14].

A.1.8 MÉTODOS NUMÉRICOS Y GRÁFICOS DE RESOLUCIÓN

Dado que la ecuación diferencial que expresa muchos de los fenómenos de la hidráulica subterránea no es resoluble o la solución resulta excesivamente complicada en casos prácticos, es muy frecuente proceder a la resolución aproximada ya sea mediante métodos numéricos, analógicos o gráficos.

En los métodos numéricos, la ecuación diferencial del fenómeno se sustituye por una ecuación algébrica en diferencias finitas tal como se ha visto en el capítulo 5 y se expondrá con más detalle en la sección 16. Estas ecuaciones en diferencias finitas pueden ser resueltas por métodos aritméticos, pero en general resultan muy pesados y largos.

La forma más frecuente de resolución es mediante un calculador digital de suficiente capacidad, en general aplicando métodos de relajación si el problema se presta a ello[15].

Los problemas más arduos nacen cuando existe una superficie libre, ya que ésta es condición de contorno y no es conocida previamente.

Las redes de flujo obtenidas por métodos gráficos y que han sido objeto del capítulo 5 de esta sección, son uno de los métodos de resolución más utilizados para problemas bidimensionales.

Pueden también trazarse las redes de flujo con papel conductor de la electricidad; este método y los métodos basados en diversas analogías serán objeto de la sección 16.

A.1.9 LA FUNCIÓN DELTA DE DIRAC

La función delta de Dirac tiene gran interés para la resolución de ecuaciones del flujo en medios que incluyen puntos fuente o puntos sumentes, ya que permite tratarlos como una línea o superficie cuyo valor es nulo en cualquier punto del campo excepto en el lugar de situación del punto fuente o sumidero.

La función delta se representa por $\delta(x)$ y es tal que su valor es cero para cualquier valor de x, excepto para $x = 0$ y por lo tanto cumple que:

$$\delta(x) = 0 \quad \text{para} \quad x \neq 0$$

y además

$$\int_a^b \delta(x)\,dx = \begin{cases} 1 \text{ si es } a < 0 < b \\ 0 \text{ si el intervalo ab no incluye el valor } 0 \end{cases}$$

Si a ó b son cero

$$\int_0^a \delta(x)\,dx = -\int_a^0 \delta(x)\,dx = \frac{1}{2}$$

La propiedad más interesante es:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta(x)\,dx = f(0)$$

$$\int_a^b f(x)\,\delta(x)\,dx = f(0) \quad \text{si} \quad a < 0 < b$$

supuesto que f (x) no presenta ninguna singularidad en $x = 0$ en cuyo caso la integral no existe.

$$\int_0^a f(x)\,\delta(x)\,dx = -\int_a^0 f(x)\,\delta(x)\,dx = \frac{1}{2} f(0)$$

$$\int_a^b f(x)\,\delta(x)\,dx = 0$$

si el intervalo ab no incluye el valor 0.

Otras propiedades interesantes son (Lamarsh, 1966, página 563):

$$\delta(x) = \delta(-x)$$

$$\delta(x - x') = 0 \quad \text{si} \quad x \neq x'$$

$$\int_a^b f(x)\,\delta(x - x')\,dx =$$

$f(x')$ si $a < x' < b$
$1/2\, f(x')$ si $a = x'$
$-1/2\, f(x')$ si $a = x'$
0 en los otros casos
si $f'(x)$ existe

En un sistema de flujo independiente del eje vertical, un pozo puede ser sustituido por un sumidero puntual de intensidad $q\,(m^3/\text{día} \cdot m)$. La fuente negativa superficial distribuida equivalente es $q\,\delta(x)\,\delta(y)$[(16)].

[14] Véase De Wiest (1969) págs. 416-425.

[15] Véase Shaw (1953) y Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 183-185.

[16] Al producto $\delta(x) \cdot \delta(y)$ en el capítulo 9.11 apartado 11.2.2 se le designa abreviadamente como $\delta(x, y)$.

Si se tiene en un medio poroso un sumidero puntual de intensidad Q (m^3/día), la fuente negativa volumétrica equivalente es $Q\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta(z)$ o en coordenadas esféricas:

$$q(r) = \frac{Q\,\delta(r)}{2\,\pi\,r^2}$$

Si en un acuífero se tiene un pozo de caudal Q y el flujo tiene simetría cilíndrica plana, la fuente negativa volumétrica equivalente es $Q\,\delta(x)\,\delta(y)$ o en coordenadas cilíndricas:

$$q(r) = \frac{Q\,\delta(r)}{\pi\,r}$$

Es importante observar que la función δ tiene dimensiones de $(\text{longitud})^{-1}$ para que así $\int_a^b \delta(x)\,dx$ sea adimensional. Ello permite que la fuente negativa volumétrica correspondiente a un sumidero de intensidad Q m^3/día tenga por dimensiones $m^3/\text{día}/m^3 = \text{día}^{-1}$.

Apéndice 8.2

Principios de teoría vectorial de campos

A.2.1 MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Magnitud escalar: la que sólo tiene módulo y signo.
Ejemplos: densidad, temperatura, calor, trabajo.
Notación: letra, sin otra indicación.
Ejemplos: ρ, t, q, T.
Magnitud vectorial: se caracteriza por tener módulo, dirección y sentido. También se la llama simplemente *vector.*
Ejemplos: velocidad, aceleración, fuerza.
Notaciones:
a) letra corriente (V, a, F)
b) letra corriente con flecha encima ($\vec{V}$, $\vec{a}$, $\vec{F}$)
c) letra corriente con raya encima ($\bar{v}$, $\bar{a}$, $\bar{F}$) (puede confundirse con la notación estadística de media aritmética)
d) letra corriente con raya debajo ($\underline{V}$, $\underline{a}$, $\underline{F}$) (se emplea en las figuras).

A.2.2 REPRESENTACIÓN ANALÍTICA DE VECTORES. REPRESENTACIÓN DE HAMILTON

Sea el vector V. Si se toman tres ejes coordenados x, y, z, las tres componentes del vector V sobre ellos son los tres vectores X, Y, Z (fig. A.8.2).
Si sobre cada eje se define un vector unitario (de módulo 1) i, j, k, se puede escribir:

$$V = X \cdot i + Y \cdot j + Z \cdot k$$

A.2.3 OPERACIONES CON VECTORES

a) Suma y diferencia

$$V \pm V' = (X \pm X')\, i + (Y \pm Y')\, j + (Z \pm Z')\, k$$

b) Producto por un escalar:

$$a \cdot V = a X i + a Y j + a \cdot Z \cdot k$$

c) Producto escalar (interno) de dos vectores

Notación:
- · (un punto) será la que se empleará
- ×
- () (paréntesis curvos)

$$a \cdot b = c$$

siendo c un *escalar* de valor:

$$c = |a| \cdot |c| \cdot \cos\ (a\, b)$$

|a| y |b| = módulo de los vectores a y b

(a b) = ángulo formado por los vectores a y b en el sentido de a hacia b. El producto escalar es una operación conmutativa o sea que a · b = b · a

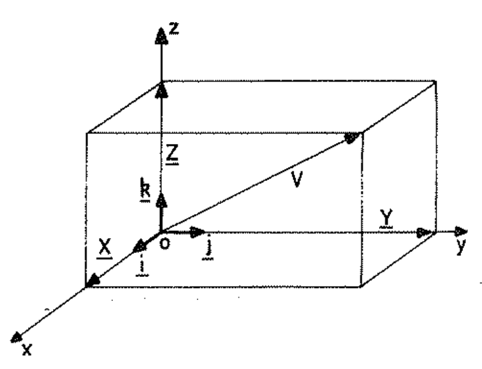


FIGURA A.8.2
Componentes cartesianos de un vector y vectores unitarios.

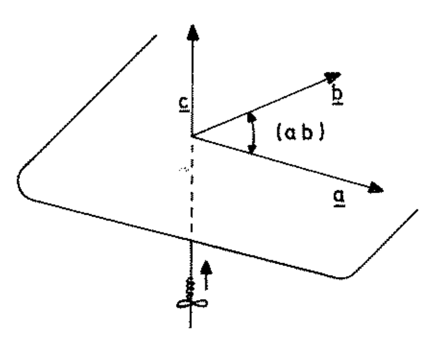


FIGURA A.8.3
Definición de producto vectorial.

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$$

$$i \cdot j = i \cdot k = j \cdot k = 0$$

$$V \cdot V' = X \cdot X' + Y \cdot Y' + Z \cdot Z'$$

d) Producto vectorial (externo) de dos vectores

Notación:
- $\wedge$ será la que se empleará
- $\times$
- [ ] (corchetes)

$a \wedge b = c$ siendo c un *vector* que tiene por:

módulo: $|c| = |a| \cdot |b| \cdot \text{sen}\ (a\, b)$
dirección: normal al plano a b
sentido: el de avance de un sacacorchos que en el plano a b gire de a hacia b (ver figura A.8.3).

No es operación conmutativa pues:

$$a \wedge b = -(b \wedge a)$$

$$i \wedge i = j \wedge j = k \wedge k = 0$$

$$i \wedge j = k; \quad j \wedge k = i; \quad k \wedge i = j$$

$$i \wedge k = j; \quad j \wedge i = k; \quad k \wedge j = i$$

$$V \wedge V' = \begin{vmatrix} i & j & k \\ X & Y & Z \\ X' & Y' & Z' \end{vmatrix} =$$

$$= (Y Z' - Y' Z) \cdot i + (Z X' - Z' X) \cdot j + (X Y' - X' Y) \cdot k$$

Obsérvese la validez de la permutación circular

$(i \to j \to k)$
$(X \to Y \to Z)$

para deducir de un término el siguiente.

A.2.4 CAMPOS ESCALARES Y CAMPOS VECTORIALES

Supóngase una porción de un espacio y hágase corresponder a cada punto un valor real U (x, y, z). Así se tiene un *campo escalar*. La densidad o la temperatura definen campos escalares. Por ejemplo, la temperatura en cada uno de los puntos de un cuerpo define un campo escalar de temperaturas.

Si a cada punto de esa misma porción de espacio se hace corresponder un vector V se define un *campo vectorial*. Los campos de velocidades o de fuerzas son campos vectoriales. Así, las velocidades asociadas a cada partícula de un fluido en movimiento crea un campo vectorial de velocidades.

Las propiedades de los campos escalares y vectoriales son muy diferentes, pues en los primeros no interviene la dirección de observación de la propiedad y en los segundos sí.

A.2.5 SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Sea un campo escalar U (x, y, z).

La función U (x, y, z) = cte. define unas superficies en las que U tiene un valor cte. Son las llamadas superficies equipotenciales.

En un campo de temperaturas, estas superficies son las isotermas; en un fluido en movimiento son las superficies isopiezométricas o de igual potencial.

A.2.6 FUNCIÓN POTENCIAL. CAMPOS DERIVADOS DE POTENCIAL

Supóngase un campo de fuerzas F (vectorial), por ejemplo el campo gravitatorio. El trabajo efectuado al moverse un objeto un tramo d s valdrá:

$$F \cdot d\,s = |F| \cdot |d\,s| \cdot \cos\,\theta$$

siendo θ el ángulo formado por F y d s

El trabajo efectuado desde A hasta B valdrá (fig. A.8.4)

$$\int_{AB} F \cdot d\,s$$

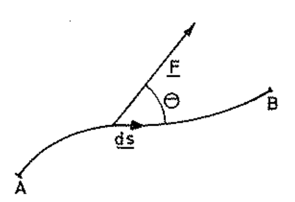


FIGURA A.8.4
Definición del escalar trabajo.

en la que el signo $\int_{AB}$ quiere decir integral a lo largo de la curva AB.

Sean X (x, y, z), Y (x, y, z), Z (x, y, z) las componentes del vector F y d x, d y, d z las componentes del vector d s

$$F \cdot ds = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz$$

Si esta expresión resulta ser la diferencial total de una cierta función U (x, y, z) (en el caso del campo de fuerzas U es la función trabajo), puede escribirse:

$$F \cdot ds = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = dU$$

y entonces $\int_{AB} F \cdot ds$

no depende del camino seguido en la integración[17] y entonces la función U se llama función potencial.

La función potencial del campo de fuerzas es la función trabajo.

A los campos vectoriales que admiten función potencial se les llama *campos derivados de potencial.* El campo gravitatorio es un campo derivado de potencial. Los vectores velocidad de las partículas de agua de un terreno saturado de agua también definen un campo derivado de potencial, tomando el problema en su aspecto macroscópico.

Se puede demostrar[17] que la condición necesaria y suficiente para que exista función potencial es la igualdad de las derivadas cruzadas, o sea que

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial z}$$

A.2.7 OPERADOR ∇ (NABLA). OPERADORES GRADIENTE, DIVERGENCIA, ROTACIONAL Y LAPLACIANA

Se llama operador a una expresión simbólica que aplicada delante de una función indica que se realiza una determinada operación en esa función. De acuerdo con ciertas leyes matemáticas estos operadores pueden ser tratados como entes aislados y manipulados de acuerdo con ciertas reglas, como si se tratase de cantidades.

Se define:

$$\nabla = i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z}$$

[17] Para más detalles véase el capítulo IV de Puig-Adam (1954).

El operador ∇ (nabla u operador de Hamilton) así definido es un operador vectorial y es distributivo con respecto a la función escalar o vectorial a la que se aplica. Así:

$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} i + \frac{\partial h}{\partial y} j + \frac{\partial h}{\partial z} k$$

a) Sea un campo escalar U (x, y, z) y se efectúa el producto ∇ · U:

$$\nabla \cdot U(x,y,z) = \frac{\partial U}{\partial x} i + \frac{\partial U}{\partial y} j + \frac{\partial U}{\partial z} k$$

El resultado del producto es un *vector* llamado *gradiente* del campo U que se designa indistintamente por ∇ U o *gradiente* U, o simplemente *grad* U.

Sea un campo vectorial V de componentes X (x, y, z), Y (x, y, z), Z (x, y, z) y se efectúa el producto escalar ∇ · V:

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

El resultado del producto es un *escalar* llamado *divergencia* del campo V que se designa indistintamente por ∇ · V o div V.

Si se efectúa el producto vectorial $\nabla \wedge V$

$$\nabla \wedge V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ X & Y & Z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) i +$$

$$+ \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) j + \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) k$$

El resultado del producto es un *vector* llamado *rotacional* del campo V (también llamado vector torbellino o curl) que se designa indistintamente por $\nabla \wedge V$, *rot* V, *curl* V.

Así pues el operador ∇ permite asociar a un campo escalar un campo vectorial y a un campo vectorial uno escalar y uno vectorial.

Si se efectúa el producto escalar simbólico ∇ · ∇:

$$\nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla^2$$

que es un nuevo *operador* llamado operador de Laplace o *laplaciana,* designado ∇^2 y menos frecuentemente por Δ.

Así, aplicado al campo escalar U (x, y, z) se tiene:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

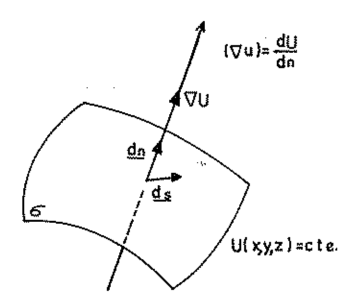


FIGURA A.8.5
Significado geométrico del vector gradiente.

Si se calcula la divergencia del gradiente del campo escalar U (x, y, z) se tiene:

$$\text{div. } grad \text{ U} = \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{\partial U}{\partial x} i + \frac{\partial U}{\partial y} j + \frac{\partial U}{\partial z} k \right) =$$

$$= \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \nabla^2 U$$

por lo tanto la *laplaciana* también puede definirse como la *divergencia del gradiente de un campo escalar.*

A.2.8 LOS OPERADORES DIFERENCIALES. SU INVARIANCIA

Los operadores *grad* div *rot,* ∇^2 son los llamados operadores diferenciales y aunque normalmente se les define referidos a unas coordenadas cartesianas ortogonales, se puede demostrar que son *independientes de las referencias,* o sea que son unos *invariantes.*

Por lo tanto, si un problema viene expresado en función de estos operadores, está resuelto sea cual sea el sistema de referencia que se elija. En el apartado A.2.14 se indican las expresiones de estos operadores en coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas.

A.2.9 PROPIEDADES Y SIGNIFICADO FÍSICO DEL GRADIENTE. LÍNEAS DE CAMPO

Supóngase un campo escalar U (x, y, z) en el que se tiene definido el campo vectorial $\nabla \cdot U = grad$ U.

En cada punto (x, y, z) en el espacio, se tiene definido un vector:

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} i + \frac{\partial U}{\partial y} j + \frac{\partial U}{\partial z} k$$

Por este punto pasarán infinitas líneas que definirán vectores diferenciales del tipo

$$ds = dx \cdot i + dy \cdot j + dz \cdot k$$

Si se efectúa el producto $\nabla U \cdot ds$, o sea la proyección de ∇U según d s (fig. A.8.5) se tiene:

$$\nabla U \cdot ds = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

y como el segundo miembro es la expresión de d U:

$$\nabla U \cdot ds = dU$$

Si d s está sobre una superficie equipotencial U (x, y, z) = cte. será

$dU = 0$, luego:

$$\nabla U \cdot ds = |\nabla U| \cdot |ds| \cdot \cos \theta = 0$$

siendo θ el ángulo entre los vectores ∇ U y d s. Como los módulos no son nulos, debe ser $\cos \theta = 0$, o sea $\theta = 90°$, de modo que el *vector gradiente en cada punto es perpendicular a la superficie equipotencial que pasa por él.*

Supóngase ahora que d s en vez de estar sobre una superficie equipotencial está sobre la normal a esa superficie equipotencial en el sentido de las U crecientes (d U tiene su valor positivo), o sea sobre $ds = dn$ siendo d n un diferencial de normal a la superficie:

$$dU = \nabla U \cdot dn = |\nabla U| \cdot dn \cdot \cos \theta$$

pero como

$\theta = 0$ es $dU = |\nabla U| \cdot dn$

o sea

$$|\nabla U| = \frac{dU}{dn}$$

luego el vector gradiente de un campo escalar U *tiene en cada punto por dirección la de la normal a la superficie equipotencial que pasa por él, por sentido el del potencial creciente y por módulo el de la derivada del potencial en dicha dirección y sentido.*

Como es:

$$dU = |\nabla U| \cdot ds \cdot \cos\theta, \quad y \quad \cos\theta = 1 \quad es$$

$$\frac{dU}{ds} \leq \frac{dU}{dn}$$

puesto que

$$\frac{dU}{ds} = \frac{dU}{dn} \cdot \cos\theta$$

El gradiente es la derivada máxima e indica la rapidez con que varía un campo escalar.

Una aplicación directa del concepto de gradiente a la Hidrología subterránea la constituye la ley de Darcy generalizada (ver apartado 1.10 del capítulo 1)

$$v = -k \; grad \; h$$

Se llama *línea de campo* o *línea de corriente* a una línea tangente en todos sus puntos al vector gradiente. Si d l es un elemento de longitud de una línea de corriente, como debe ser en todo momento tangente al vector gradiente del campo escalar U será

$$grad \; U \cdot dl = 0$$

siendo d x, d y, d z las componentes cartesianas de d l, se tiene

$$\frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz = 0$$

ecuación que conduce al sistema de ecuaciones lineales

$$\frac{dx}{\frac{\partial U}{\partial x}} = \frac{dy}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{dz}{\frac{\partial U}{\partial z}}$$

que definen las líneas de corriente.

A.2.10 INTEGRAL DE UN VECTOR A LO LARGO DE UNA LÍNEA Y DE UNA SUPERFICIE. CIRCULACIÓN Y FLUJO

Al hablar de la función potencial (apartado A.2.6) se trató de la integral

$$\int_{AB} F \cdot ds$$

A esta integral se la llama *circulación* del vector F a lo largo de la línea s entre los puntos A y B.

El trabajo entre dos puntos equivale a la circulación del campo de fuerzas entre esos dos puntos.

Si en lugar de una curva se tiene una superficie σ, se puede definir en cada elemento de superficie σ el producto:

$$V \cdot d\sigma = |V| \cdot d\sigma \cdot \cos\theta$$

siendo θ el ángulo del vector V con la normal a la superficie en el punto elegido y $d\sigma$ un vector normal a la superficie cuyo módulo es $d\sigma$.

Se llama flujo q del vector V a:

$$q = \iint_\sigma V \cdot d\sigma = \iint_\sigma X\,dy\,dz + Y\,dz\,dx + Z\,dx\,dy$$

o sea a la integral del producto escalar del vector V por un vector de módulo $d\sigma$ dirigida según la normal, extendida a toda la superficie σ.

En un fluido en movimiento está definido un campo vectorial de velocidades V y el flujo q representa el gasto o volumen de fluido que atraviesa una superficie determinada por unidad de tiempo.

Es preciso fijarse en que tanto la circulación como el flujo son *magnitudes escalares.*

A.2.11 TEOREMAS DE GAUSS-OSTROGRADSKI Y DE STOKES. PROPIEDADES Y SIGNIFICADO DE LA DIVERGENCIA Y DEL ROTACIONAL

El *teorema de Gauss-Ostrogradski,* cuya demostración puede encontrarse en los textos de cálculo integral[18] (ver Puig Adam 1954, pág. 217) se expresa por:

$$\iiint \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \cdot dv =$$

$$= \iint_\sigma (X\,dy\,dz + Y\,dx\,dz + Z\,dx\,dy)$$

que expresada vectorialmente es:

$$\iiint_\sigma div\, V \cdot dv = \iint_\sigma V \cdot d\sigma$$

siendo $\iiint$ una integral de volumen, d v un diferencial de volumen, $\iint_\sigma$ una integral extendida a una superficie σ y $d\sigma$ un elemento diferencial de dicha superficie representado por su normal.

La integral de la divergencia de un vector V en todo un volumen es igual al flujo total del vector V en la cara exte-

[18] Véase por ejemplo Puig-Adam (1959) pág. 217.

rior de su superficie. En otras palabras, la diferencia entre el flujo entrante y saliente es igual a la acumulación en dicho volumen. Es la expresión vectorial del teorema de la continuidad.

Si en el volumen considerado la divergencia es nula en todos los puntos, el flujo total que atraviesa su superficie cerrada es nulo, o sea el flujo entrante es igual al flujo saliente.

Si en un cierto punto y en su entorno es div $V > 0$ el flujo en una superficie cerrada que rodea a ese punto no es nulo, sino que es positivo y se tiene un *manantial* o *punto surgente;* si la divergencia es negativa se tiene un *sumidero* o *punto sumente*. En estos casos, el valor numérico de la divergencia es el flujo emanado o absorbido por unidad de volumen en el entorno del punto considerado.

El *teorema de Stokes* se expresa vectorialmente por:

$$\oint_c \mathrm{u} \cdot \mathrm{d\,s} = \iint_\sigma \mathit{rot}\ \mathrm{u} \cdot \mathrm{d}\sigma$$

o sea que la circulación de un vector a lo largo de una curva cerrada C es igual al flujo de su rotacional que sale por una superficie cualquiera σ que pase por esta curva.

Si se tiene un campo vectorial derivado de potencial, las componentes de su vector rotación valen cero puesto que se cumple la igualdad de las derivadas cruzadas (véase el apartado A.2.6). Por tanto la condición necesaria y suficiente para que un campo vectorial derive de potencial es que su rotacional sea nulo en todos los puntos y entonces se habla de un campo vectorial irrotacional.

También en un campo derivado de potencial la circulación de su vector gradiente es nula si la curva es cerrada y por lo tanto de acuerdo con la fórmula de Stokes debe ser el rotacional nulo, lo que exige la igualdad de las derivadas cruzadas.

Se demuestra que el rotacional coincide con el doble de la velocidad media de rotación de las moléculas del fluido en el entorno del punto.

En el movimiento de un fluido en un medio poroso se producen remolinos y por lo tanto el campo no es microscópicamente irrotacional. Sin embargo, en conjunto los diferentes vectores rotacionales se anulan y el campo puede tratarse a efectos prácticos como si fuese irrotacional.

A.2.12 TUBOS DE FLUJO

Supóngase un campo en que la divergencia es nula en todo punto. Todas las líneas de campo que pasan por los puntos de un casquete de superficie forman un tubo de líneas de campo por cuyas paredes el flujo es nulo[19], pues cos $\theta = 0$. Por lo tanto el flujo se conserva a lo largo de toda sección transversal del tubo. De ahí el interés de dibujar las líneas de campo para realizar el estudio de un campo vectorial.

[19] El tubo está formado por líneas de corriente y por lo tanto no puede haber flujo ya que al ser div $v = 0$ las líneas de corriente no se cortan.

A.2.13 TRAYECTORIAS Y LÍNEAS DE CORRIENTE

Ya se han definido en el párrafo A.2.8 las líneas de campo como aquellas que son tangentes en todos sus puntos a los vectores gradientes. En un fluido y en ausencia de efecto de fuerzas de inercia, el gradiente del potencial hidráulico da las velocidades de las partículas del fluido y en este caso las líneas de corriente. El lugar geométrico de las sucesivas posiciones de una partícula de un fluido definen las trayectorias. Las trayectorias coinciden con las líneas de corriente si el régimen es estacionario (no depende del tiempo) pero no si el régimen es variable ya que la velocidad en cada punto depende del tiempo. En régimen permanente o estacionario las trayectorias son normales a las superficies equipotenciales, pero no en régimen variable.

A.2.14 EXPRESIÓN DE LOS OPERADORES GRAD, DIV, ROT Y ∇^2 EN COORDENADAS CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS

Es muy frecuente tener que resolver problemas en que la simetría es cilíndrica (radial axisimétrica) o esférica. En estos casos las condiciones de contorno y la resolución de las ecuaciones se simplifican mucho tomando coordenadas cilíndricas o esféricas con centro y planos adecuados. Por ello es interesante conocer la expresión de *grad*, div, *rot* y ∇^2 en esas cordenadas. Para ello es preciso definir nuevos vectores unitarios.

e_r, e , e_z para las coordenadas cilíndricas
e_r, e_φ, e para las coordenadas esféricas

que hacen las veces de los vectores i, j, k de las coordenadas cartesianas.

Vector V de componentes
V_x, V_y, V_z en coordenadas cartesianas
V_r, V , V_z en coordenadas cilíndricas
V_r, V_φ, V en coordenadas esféricas

a) Expresión de las funciones grad, div, rot y ∇^2 *en coordenadas cilíndricas (Etherington, 1962)*

Cambio de variable

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$$
$$z = z$$

$$d^2 s = d^2 r + r^2 d^2\theta + d^2 z$$

d s = diferencial de longitud

$$\text{grad } U = e_r \frac{\partial U}{\partial r} + e \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\text{div } V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } V = e_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V}{\partial z} \right) + e \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) +$$

$$+ e_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V) - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right)$$

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

b) Expresión de las funciones grad, div, rot y ∇^2 en coordenadas esféricas (Etherington 1962, Muskat 1937, páginas 191-142)

Cambio de variable

$x = r \cos \varphi \text{ sen } \theta$
$y = r \text{ sen } \varphi \text{ sen } \theta$
$z = r \cos \theta$

$$d s^2 = d r^2 + r^2 \text{ sen}^2 \theta \; d y^2 + r^2 \cdot d \theta^2$$

$d s$ = diferencial de longitud

$$\text{grad } U = e_r \frac{\partial U}{\partial r} + e_\varphi \frac{1}{r \text{ sen } \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + e \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

$$\text{div } V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot V_r) + \frac{1}{r \text{ sen } \theta} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} +$$

$$+ \frac{1}{r \text{ sen } \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen } \theta V)$$

$$\text{rot } V = e_r \frac{1}{r \text{ sen } \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen } \theta \cdot V_\varphi) - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right) +$$

$$+ e_\varphi \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot V) - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) +$$

$$+ e \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\text{sen } \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot V_\varphi) \right)$$

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r \text{ sen } \theta} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} +$$

$$+ \frac{1}{r^2 \text{ sen } \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen } \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right)$$

Apéndice 8.3

Funciones de variable compleja y métodos de la teoría de funciones[20]

A.3.1 RESUMEN DE LAS PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

Número complejo $z = x + i\,y$

x, y números reales; $i = \sqrt{-1}$

x = parte real; y = parte imaginaria

Representación: en un plano coordenado x, y (plano z) es un vector con origen en (0, 0) y extremo (afijo) en (x, y). En coordenadas polares con origen en O x y giro contrario a las agujas del reloj es un vector de:

módulo o valor absoluto

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = |z| = \text{mod } z$$

argumento o amplitud

$$\theta = \text{arctg } \frac{y}{z} = \arg z$$

Otras expresiones

$$z = r\,(\cos\,\theta + i \text{ sen } \theta) = r \cdot e$$

$$i = \sqrt{-1} = e^{i\pi/2}$$

Operaciones:

Igualdad

$$a + b\,i = a' + b'\,i \quad \text{debe ser} \quad a = a'; \quad b = b'$$

[20] Puede consultarse cualquier texto de teoría de funciones. En el presente desarrollo se ha seguido el orden contenido en el apéndice A de Harr (1962). Un desarrollo más completo puede encontrarse en Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 138-171.

Suma

$$(a + b\,i) \pm (a' + b'\,i) = (a \pm a') + (b \pm b')i$$

Producto

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\, e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

Cociente

$$z_1/z_2 = \frac{r_1}{r_2}\, e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

Potencias

$$z^n = r^n e^{in} = r^n (\cos\, n\,\theta + i \text{ sen } n\,\theta)$$

Raíces

$$w = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{x + i\,y} =$$

$$= \sqrt[n]{r} \cos \left(\frac{\theta + 2\,\pi\,k}{n} + i \text{ sen } \frac{\theta + 2\,\pi\,k}{n} \right)$$

Logaritmo

$$\ln z = \ln r + i\,\theta = \ln |z| + i \arg z$$

en realidad, $\ln z = \ln |z| + i\,(\theta + 2\,\pi\,n)$

Regla de Moivre

$$(\cos\,\theta + i \text{ sen } \theta)^n = \cos\, n\,\theta + i \text{ sen } n\,\theta$$

$$\sqrt[n]{\cos\,\theta + i \text{ sen } \theta} = \cos \frac{\theta + 2\,\pi\,k}{n} + i \text{ sen } \frac{\theta + 2\,\pi\,k}{n}$$

Propiedad de la adición

$$\left|\sum_{k=1}^{n} z_k\right| \leq \sum_{k=1}^{n} |z_k|$$

Funciones hiperbólicas

A semejanza de

$$\text{sen } z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

se definen

$$Sh z = \frac{e^{z} - e^{-z}}{2}$$

$$Ch z = \frac{e^{z} + e^{-z}}{2}$$

$$Th z = \frac{Sh z}{Ch z}$$

$$Coth z = \frac{Ch z}{Sh z}$$

Propiedades de las funciones hiperbólicas

$$Sh\, i z = i \text{ sen } z$$

$$Ch\, i z = \cos z$$

$$\text{sen } i z = i\, Sh z$$
$$\cos i z = Ch z$$

$$\text{sen } z = \text{sen } x\, Ch y + i \cos x\, Sh y$$

$$\cos z = \cos x\, Ch y - i \text{ sen } x\, Sh y$$

$$Sh z = Sh x \cos y + i\, Ch x \text{ sen } y$$

$$Ch z = Ch x \cos y + i\, Sh x \text{ sen } y$$

$$Ch^2 z - Sh^2 z = 1$$

$$\text{arc } Ch z = \ln (z \pm \sqrt{z^2 - 1})$$

$$\text{arc } Sh z = \ln (z + \sqrt{z^2 + 1})$$

$$\text{arc } Th z = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + z}{1 - z}$$

$$\text{arc } Coth z = \frac{1}{2} \ln \frac{z + 1}{z - 1}$$

A.3.2 NÚMEROS COMPLEJOS CONJUGADOS Y FUNCIONES ARMÓNICAS CONJUGADAS

Dos números complejos son conjugados cuando son simétricos respecto al eje x

$$z = x + i y$$

$$\text{conjugado de } z = \bar{z} = x - i y$$

Si x e y son variables; $z = x + i y$, es una variable compleja.

Si $w = f(z)$, w es función de variable compleja.

Con frecuencia es $w = \Phi + i \psi$ siendo $\Phi(x, y)$ y $\psi(x, y)$.

La función w es analítica (regular u holomorfa) en un cierto dominio del plano z, si en cualquier punto del mismo tanto w como dw/dz son finitos y con un valor único, o sea, si existe dw/dz. Ello requiere que (ecuaciones de Cauchy-Riemann):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

siendo además continuas en el dominio

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

Si se cumplen estas condiciones existen además derivadas de todos los órdenes y son también analíticas.

Si w es analítica en todo el dominio menos en el punto z_0, éste se llama punto singular o singularidad.

Ejemplo 1

La función

$$w = f(z) = \frac{1}{z - c}$$

siendo

$$z = x + i y \quad ; \quad c = a + b i$$

se puede desarrollar:

$$w = \Phi + i\psi = \frac{1}{(x-a) + i(y-b)} =$$

$$= \frac{(x-a) - i(y-b)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} =$$

$$= \frac{x-a}{(x-a)^2 + (y-b)^2} - i\frac{y-b}{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$\Phi = \frac{x-a}{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$\psi = -\frac{y-b}{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{(x-a)^2 - (y-b)^2}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -2\frac{(x-a)(y-b)}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 2\frac{(y-b)(x-a)}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{(x-a)^2 - (y-b)^2}{[(x-a)^2 + (y-b)^2]^2}$$

Efectivamente se cumple que:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{y que} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

y las derivadas son continuas para cualquier valor de x e y excepto para $x = a$ e $y = b$ donde toman valores infinitos (punto c). El punto c es un punto singular. Ello también se desprende al hacer $z = c$ directamente.

Diferenciando y sumando las ecuaciones de Cauchy-Riemann se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

o sea que

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

Las funciones Φ y ψ que cumplen esas condiciones se llaman armónicas y si $\Phi + i\psi$ forma una función analítica son además conjugadas armónicas. En este caso las familias de curvas $\Phi(x, y) = a$; $\psi(x, y) = b$ (a y b son constantes) se cortan ortogonalmente.

La integral a lo largo de un segmento AB es:

$$\int_{AB} f(z)\, dz = \int_{AB} (\Phi\, dx - \psi\, dy) + i \int_{AB} (\psi\, dx + \Phi\, dy)$$

Si la curva AB es cerrada o sea es un contorno cerrado R $\oint_R f(z)\, dz = 0$ que se cumple para cualquier función analítica en el dominio R (teorema integral de Cauchy); la integral de cualquier función analítica entre dos puntos es independiente del camino seguido para efectuarla.

La fórmula integral de Cauchy establece que la integral a lo largo de un contorno cerrado R de $f(z)\, dz/(z-c)$ siendo $f(z)$ una función analítica en R y por lo tanto $f(z)/(z-c)$ presenta una singularidad en $z = c$, vale

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_R \frac{f(z)\, dz}{z-c} = f(c)$$

siendo c un punto interior a R. También se cumple que

$$\left(\frac{d^n f(z)}{dz^n}\right)_c = \frac{n!}{2\pi i}\oint_R \frac{f(z)}{(z-c)^{n+1}}\, dz$$

La fórmula integral de Cauchy permite calcular $\oint_R F(z)\, dz$ siendo $F(z)$ una función con un punto singular c interior a R, calculando la integral de $f(z) = (z-c)\,F(z)$ si $f(z)$ resulta ser analítica en R

$$\oint_R F(z)\, dz = \oint_R \frac{f(z)\, dz}{z-c} = 2\pi i\, f(c)$$

Las funciones de variable compleja admiten desarrollos en serie de Taylor y Maclaurin mientras se mantengan analíticas.

Desarrollo de Maclaurin

$$f(z) = f(o) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(o)}{n!} z^n$$

Desarrollo de Taylor

$$f(z) = f(c) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(c)}{n!} (z-c)^n$$

Si $f(z)$ es una función holomorfa en un anillo con centro en c y radios R y r ($r < |z-c| < R$) y ρ es una curva

cerrada cualquiera dentro del anillo y que rodea al centro c, se puede escribir:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n (z - c)^n$$

siendo

$$A_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_\rho \frac{f(z)\, dz}{(z - c)^{n+1}}$$

valiendo $n = 0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\ \ldots$ (series de Laurent)

Si el desarrollo en serie tiene un número infinito de términos con potencias negativas de $(z - c)$, el punto c es un punto singular esencial de $f(z)$ y si dicho desarrollo en serie sólo tiene m términos de exponente negativo de $(z - c)$ se dice $z = c$ es un polo de orden m; si sólo existe uno se trata de un polo simple.

Se cumple que

$$\oint_\rho f(z)\, dz = 2\pi i A_{-1}$$

si sólo existe una singularidad

$$\oint_\rho f(z)\, dz = 2\pi i (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_n)$$

si existen n singularidades interiores al círculo R, siendo α_j el residuo de $f(z)$ para la singularidad j, es decir, el coeficiente de $(z - c)^{-1}$ en el desarrollo de Laurent.

Si el punto c es un polo de orden m

$$A_{-1} = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \to c} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z - c)^m f(z)]$$

indicando la d que se efectúa derivación

y si es un polo simple $(m = 1)$

$$A_{-1} = \lim_{z \to c} [(z - c) f(z)]$$

A.3.3 LA TRANSFORMACIÓN CONFORME

Objetivos

Con frecuencia se presentan problemas bidimensionales en hidráulica subterránea cuya solución directa es muy difícil debido a las condiciones de contorno impuestas; si se efectúa una transformación acertada es posible muchas veces reducir el problema a otro de solución más sencilla conocida.

Propiedades

Si $w = \Phi + i\psi$ es una función de variable compleja $z = x + iy$ tal que es analítica a cada punto (x, y) en el plano x y se le puede hacer corresponder un punto y sólo uno en el plano Φ, ψ y viceversa. Una línea en uno de los planos se transformará en otra línea en el otro plano.

Esta transformación conserva los ángulos de la figura transformada y por eso se llama *transformación conforme,* pero no se conservan necesariamente las distancias y la figura resultante puede quedar modificada de tamaño, trasladada, girada y reformada, incluso hasta tal punto que no sea reconocible la forma inicial.

La transformación conserva los ángulos en todos los puntos excepto en aquellos en que

$$\frac{dw}{dz} = f'(z) = 0$$

Las soluciones de la ecuación de Laplace en dos dimensiones

$$\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} = 0$$

siguen siendo soluciones cuando se la somete a una transformación conforme.

A.3.4 FORMAS SIMPLES DE TRANSFORMACIÓN CONFORME

a) función de transformación lineal $w = az + b$

siendo a y b números complejos y $a \neq 0$

siempre es conforme y equivale a la combinación de una translación, un giro y una homotecia, de modo que la figura resultante es semejante a la original.

b) función de transformación recíproca $w = 1/z$

equivale a una inversión geométrica respecto al origen, seguida de una simetría respecto al eje real de modo que el origen de coordenadas se transforma en el infinito y viceversa; las circunferencias se transforman en circunferencias excepto las que pasan por el origen que se transforman en rectas; las rectas se transforman en circunferencias que pasan por el origen excepto las que pasan por el origen que se transforman también en rectas.

La circunferencia de radio 1 con centro en el origen se transforma en sí misma.

c) función de transformación bilinear (homografía)

$$w = \frac{az + b}{cz + d}$$

siendo a, b, c, d números complejos tales que $a\,d - b\,c \neq 0$ equivale a una combinación de las transformaciones *a)* y *b)*.

d) función de transformación

$$w = e^{i\theta} \frac{z - z_0}{z - \bar{z}_0}$$

siendo $0 \leq \theta \leq 2\pi$ estando z_0 en el semiplano superior del plano z, y siendo $\bar{z}_0$ el punto conjugado de z_0.

Equivale a transformar el semiplano superior del plano z en el interior del círculo con centro en el origen y radio 1.

e) función de transformación $w = z^n$

Un sector en el plano z con vértice en el origen y de ángulo θ se transforma en otro sector con vértice en el origen y ángulo n θ; sólo en el origen no se mantiene la transformación conforme.

f) función de transformación $w = \sqrt{z}$

Transforma las parábolas con foco en el origen en rectas; es de uso generalizado en el estudio de infiltraciones a través de presas de tierra[21].

A.3.5 TRANSFORMACIÓN EN LA HODÓGRAFA DE VELOCIDADES

Si $w = \Phi + i\psi$ es función analítica de $z = x + i\,y$

$$\frac{d\,w}{dz} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + i \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

pero como es

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad ; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

siendo u y v las componentes de la velocidad en el plano z

$$W = \frac{d\,w}{d\,z} = u - i\,v$$

El plano W se llama plano de velocidades y el flujo en el plano z se transforma en la hodógrafa de velocidades en el plano W.

El interés principal de esta transformación es que en problemas con superficie libre, ésta queda bien definida en el plano W.

[21] En Harr (1962) y Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 143-162 pueden encontrarse más detalles sobre transformaciones útiles en Hidráulica subterránea.

Por comodidad se suele tomar el plano $\overline{W} = u + i\,v$, simétrico respecto al eje u. Para simplificar, a $\overline{W}$ se le llamará simplemente W.

Los diferentes tipos de condiciones de contorno se transforman:

a) contorno impermeable: la velocidad es paralela al contorno. Si es una recta que forme un ángulo α con el eje x, se transforma en una recta en el plano W que pasa por el origen y con la misma inclinación.

b) contorno de agua libre: la velocidad es perpendicular al contorno.

Si es una recta que forma un ángulo α con el eje x, se transforma en una recta en el plano W que pasa por el origen y con una inclinación $\alpha + \pi/2$.

c) contorno de superficie libre: es una línea de corriente en un plano vertical tal que el potencial de velocidad $\Phi = -k \cdot y$ siendo y la cota de la superficie libre.

A lo largo de la superficie libre $u^2 + v^2 + k\,v = 0$ que es un círculo con centro en $(0, -k/2)$ y que pasa por el origen. La pendiente de cualquier punto de la superficie libre viene dada por el ángulo que forma con el eje u un vector que une el origen con el punto representativo sobre la circunferencia.

d) superficie de rezume o de goteo: también se cumple que $\Phi = -k \cdot y$, y conduce a:

$$v + u \cot g\, \alpha + k = 0$$

siendo α el ángulo de dicha superficie con el eje x. Se trata de una recta de inclinación $\alpha + \pi/2$ y que pasa por $(0, -k)$.

En la figura A.8.6 se indican las velocidades en puntos singulares. En la figura A.8.7 y A.8.8 se dan las hodógrafas para dos casos sencillos; estas formas definidas pueden ser más fácilmente transformadas en formas simples de resolución conocida[22].

[22] Para más detalles puede consultarse Harr (1962) Bear, Zaslavsky e Irmay (1968) págs. 106-117 ;166-171; De Wiest (1969) págs. 33-40. En la última referencia puede encontrarse la transformación de la interfase entre agua dulce y agua salada (ver también Henry 1962, en la bibliografía de la sección 13); la interfase puede asimilarse a una superficie libre cuando el agua salada es estacionaria y se comporta como un líquido inmiscible sin tensión superficial respecto al agua dulce de modo que, $\phi + k'z = \text{cte}$.
siendo

$$k' = k \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_d}$$

en la que k es la permeabilidad del medio
γ_d el peso específico del agua dulce
γ_s el peso específico del agua salada

Como además la interfase es una línea de corriente, su hodógrafa es un círculo que pasa por el origen y por el punto $(0, -k)$.

Si el terreno tiene una inclinación α respecto a la superficie del mar, la longitud de perfil por el que sale el agua dulce (ver sección 13) tiene como hodógrafa una línea recta de ecuación $-v = -k' + u \cdot tg\,(90-\alpha)$.

Otros ejemplos de aplicación directa pueden encontrarse en Polubarinova-Kochina, 1952, págs. 36-47.

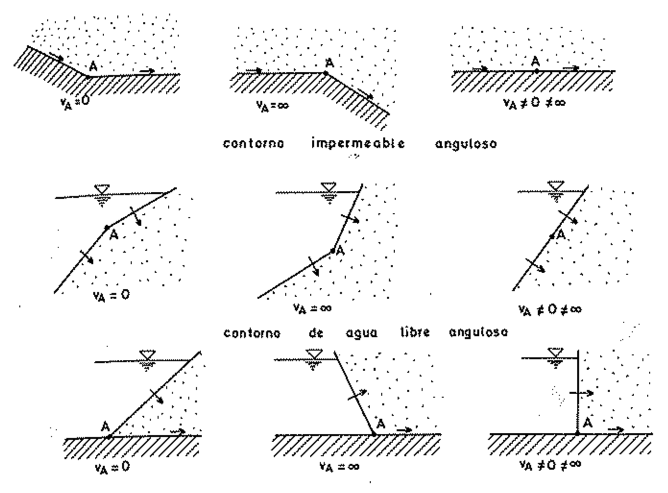


FIGURA A.8.6
Velocidades teóricas del agua subterránea en varios tipos de puntos angulosos.

A.3.6 LAS FUNCIONES DE ZHUKOVSKY

La función de Zhukovsky es

$$\theta = \theta_1 + i\,\theta_2 = w - i \cdot k \cdot z$$

$$\theta_1 = \Phi + k\,y$$

$$\theta_2 = \psi - k\,y$$

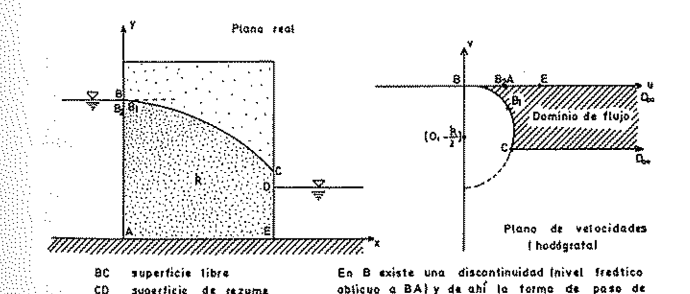


FIGURA A.8.7
Sistema de flujo a través del terreno que separa dos canales paralelos totalmente penetrantes y con diferente nivel.

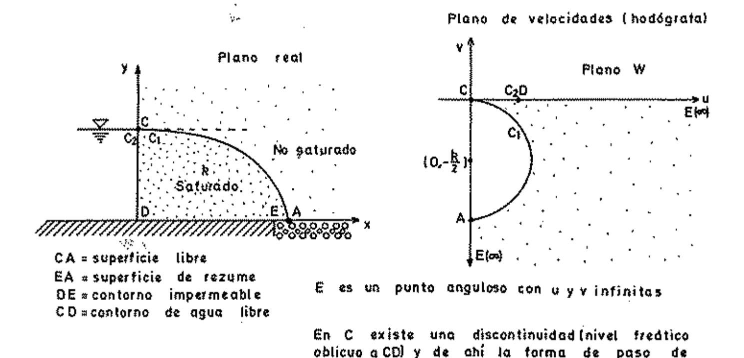


FIGURA A.8.8
Sistema de flujo en un muro permeable con nivel de agua libre en un lado y un dren en el otro.

siendo k la permeabilidad. Para un sistema de flujo z y su transformado w establece un nuevo sistema θ en el que las superficies libres quedan definidas. Así si las condiciones de la superficie libre son $\Phi = -k\,y$; $\psi = 0$ se debe tener $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = -k\,x$ de modo que se transforma en el semieje imaginario negativo[23].

A.3.7 LA TRANSFORMACIÓN DE SCHWARZ-CHRISTOFFEL

La resolución de un problema con ciertas condiciones de contorno puede trasladarse a la resolución de formas más sencillas regulares aplicando transformaciones apropiadas; el método para transformar un polígono cerrado o con vértices en el infinito en un semiplano es muy importante; ello se consigue mediante la fórmula de Schwarz-Christoffel que transforma un plano z en un plano $t = r + i\,s$ mediante:

$$Z = M \int \frac{d\,t}{(t-a)^{1-A/\pi} \cdot (t-b)^{1-B/\pi} \cdot (t-c)^{1-C/\pi} \ldots} + N$$

en la que M y N son dos constantes complejas, A, B, C, ... son los ángulos interiores en radianes del polígono en el plano z, a cuyos vértices le corresponden puntos a, b, c, ... sobre el eje real del plano t[24].

[23] En Poluvarinova-Kochina (1952) págs. 120-148, pueden verse varios ejemplos de aplicación a drenes.

[24] Para más detalles puede consultarse Harr (1962); Bear, Zaslavsky e Irmay (1968); Collins (1961); Polubarinova-Kochina (1952), páginas 66-119 y 149-197, y Muskat (1937), págs. 195-227.

Bibliografía

ALONSO FRANCO, M.: *Tensiones que aparecen en un medio poroso debidas a la presión intersticial de un fluido que circula por sus huecos.* Revista de Obras Públicas, Madrid, págs. 895-904, 1973.

ANDREASEN, G. E. y BROOKHART, J. W.: *Reverse water level fluctuations.* Methods of Collecting and Interpreting Ground Water Data. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, 1544-H, págs. H 30-H 35. Washington, 1963.

ARAVIN, N. I. y NUMEROV, S. N.: *Theory of fluid flow in undeformable porous media.* Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations (1965) 511 págs. Traducción del original ruso por A. Moscova, 1953.

BACHMAT, Y.: *Basic transport coefficients as aquifer characteristics.* Hydrology of Fractured Rocks. Simposio de Dubrovnik (1965). I.A.S.H. UNESCO, vol. 1, págs. 63-75, 1965.

BARENPLATT, G. E., GILTOV, E. P., y KOTCHINA, E. M.: *Flujo a través de rocas fisuradas. P.M.M.* (en ruso) Moscú, tomo XXIV, 5.ª parte, 1960.

BEAR, J., ZASLAVSKY, D. e IRMAY, S.: *Physical principles of water percolation and seepage.* Arid Zone Research, UNESCO, 465 págs., 1968.

BENITEZ, A.: *Captación de aguas subterráneas.* Editorial Dossat, Madrid, 157 págs., 1963.

BESBES, M.: *L'effect barométrique dans les puits en relation avec le coefficient d'emmagasinement et l'étanchéité du toit des nappes captives.* Bull. du Bureau de Recherches Géologiques et Minières, Section III, Hydrogéologie, n.° 2, 1969, págs. 57-76, París, 1969.

BONELL, M.: *An assesment of possible factors contribuiting to well level fluctuations in holderness boulder clay, East Yorkshire.* Journal of Hydrology, vol. 16, págs. 361-368, 1972.

BREDDIN, H.: *Die Grundrißkarten des Hydrogeologischen Kartenwerkes der Wasserwistschaftverwaltung von Nordrhein-Westfalen.* Geologische Mitteilungen, vol. 2, n.° 4, octubre (1963) págs. 393-416. Aachen, 1963.

BROOKS, R. H., et alt.: *Drainage of soil profiles.* Trans. Am. Soc. Civil Engineers, Irrigation and Drainage Division. IR 3, págs. 455-467, 1971.

CARR, P. A.: *Use of harmonic analysis to study tidal fluctuations in aquifers near the sea.* Water Resources Research, vol. 7, n.° 3, págs. 632-643, 1971.

CASE, C. M.: *Proyections of Darcy's law as related to the ellipse of direction.* Water Resources Research, vol. 7, n.° 5, págs. 1354-1356, 1971.

CASE, C. M., COCHRAN, G. F.: *Transformations of the tensor form of Darcy's law in inhomogeneous and anisotropic soils.* Water Resources Research, vol. 8, n.° 3, págs. 728-733, 1972.

CASTANY, G.: *Traité practique des eaux souterraines.* Editions Dunod. París, 657 págs., 1963.

CASTANY, G.: *Prospection et exploitation des eaux souterraines.* Editions Dunod, París, 717 págs., 1968.

CASTILLO, E., KARADI, G. M., KRIZEK, R. J.: *Unconfined flow through jointed rock.* Water Resources Bulletin, Am. Water Resources Assoc. Vol. 8, n.° 2, págs. 266-281, 1972.

CEDERGREN, H. R.: *Seepage, drainage and flow nets.* Editorial John Wiley & Sons.

CEDERSTROM, D. J.: *Agua subterránea; una introduçao.* Centro de Publicaçoes Técnicas da Aliança. Rio de Janeiro, 1964.

CHILDS, E. C.: *Soil moisture theory.* Advances in Hydroscience, vol. 4, 1967. Editorial Ven té Chow. Academic Press, págs. 73-117, 1967.

COLLINS, R. E.: *Flow of fluids through porous materials.* Reinhold Chemical Engineering Series. Londres, 270 págs., 1961.

COLOMBIANI, J., LAGEMAT, J. P., THIEBAUX, J.: *Mesure de la perméabilité des sols en place: un nouvel appareil pour la méthode Muntz. Une extension de la méthode Porchet aux sols hétérogènes.* Bulletin des Sciences Hydrologiques (ATMS), vol. XVIII, n.° 6, 2.ª serie, págs. 197-235, 1973.

COMPTE, J. M. y CUSTODIO, E.: *Influence of impouding reservoirs in the quality and quantity of ground-water.* I.W.S.A. Asociación Internacional de Distribuciones de Agua. Congreso de Viena, 1970. Ponencia Especial, n.° 3, 1970.

COOPER, H. H. Jr.: *The equation of groundwater flow in fixed and deforming coordinates.* Journal of Geophysical Research, Vol. 71, n.° 10, 1966.

CUENA, J. y CUSTODIO, E.: *Construction and adjustment of a two-layer mathematical model of the Llobregat Delta,* Barcelona, Spain. International Association of Scientific Hydrology. International Symposium on Mathematical Models in Hydrology. Warsaw, 1971.

CUSTODIO, E.: *Otras causas del movimiento del agua subterránea.* Clase 9-T-5 de los Apuntes del Tercer Curso Internacional de Hidrología subterránea de Barcelona, 1968.

CUSTODIO, E.: *Études géohydrochimiques dans le delta du Llobregat, Barcelona (Espagne).* General Assembly of Bern, 1967. International Association of Scientific Hydrology. Bruxelles, 1968, págs. 135-155.

CUSTODIO, E.: *Datación de aguas en el delta del río Llobregat.* Documentos de Investigación Hidrológica, n.° 6. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua. Coloquio de Pamplona. Barcelona, págs. 205-236, 1969.

CUSTODIO, E.: *Datos sobre la hidráulica de galerías de captación de agua subterránea en el Macizo de Famara, Lanzarote (Islas Canarias, España).* Simposio Internacional de Hidrología de Terrenos Volcánicos. MOP-UNESCO. Arrecife de Lanzarote, 23 págs., 1974.

CUSTODIO, E.: *Metodología y resultados del estudio hidrogeológico del macizo kárstico de Garraf, Barcelona.* Bole-

tín Geológico y Minero, n.° 6, Madrid, 1974 b.

Custodio, E., Bayó, A. y Peláez, M. D.: *Geoquímica y datación de aguas para el estudio del movimiento de las aguas subterráneas en el delta del río Llobregat (Barcelona)*. Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, 1971.

Custodio, E., Cuena, J. y Bayó, A.: *Planteamiento, ejecución y utilización de un modelo matemático de dos capas para los acuíferos del delta del Llobregat (Barcelona)*. Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, 17 págs., 1971.

Custodio, E. y Sáenz de Oiza, J.: *Estudio geohidrológico del Macizo de Famara, Lanzarote (Islas Canarias, España)*. Dirección General de Obras Hidráulicas. Las Palmas-Barcelona, 1972.

Custodio, E. et al.: *Recopilación de los trabajos realizados en el período 1966-1971 en el Bajo Llobregat* (en preparación).

Darcy, H.: *Les fontaines publiques de la Ville de Dijon*. V. Dalmont, Paris, 674 págs., 1956.

Davis, S. N.: *Iniciation of ground-water flow in jointed limestone*. National Speleological Society Bull., vol. 28, n.° 3, julio 1966, págs. 111-118.

Davis, S. N.: *Porosity and permeability of natural materials*. Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press Inc. N. Y., págs. 53-89, 1969.

Davis, S. N., Peterson, F. L., y Haldeman, A. D.: *Measurement of small surface displacements introduced by fluid flow*. Water Resources Research. Vol. 5, n.° 1, febrero 1969, págs. 129-138.

Delachet: *Calcul vectoriel et calcul tensoriel*. Presses Universitaires de France. Colección Que sais je? n.° 418, 1950.

Denson, K. H., Shindale, A. y Fenn, C. D.: *Permeability of sand with dispersed clay particles*. Water Resources Research, vol. 4, n.° 6, diciembre 1968, págs. 1275-1276.

De Wiest, R. J. M.: *Geohydrology*. John Wiley & Sons. 366 páginas, 1965.

De Wiest, R. J. M.: *Fundamental principles of ground-water flow*. Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press. N. Y. págs. 1-52, 1969.

De Wiest, R. J. M.: *Green's functions in the flow through porous media*. Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press, N. Y. págs. 401-454, 1969.

De Wiest, J. R. M.: *On the storage coefficient and the equations of groundwater flow*. Journal of Geophysical Research, Vol. 71, n.° 4, 1966.

Diker, D.: *Transient free-surface flow in porous media*. Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press, N. Y., págs. 293-330, 1969.

Doménech, J. y Llamas, M. R.: *Estudio de los recursos y reservas hidráulicas totales de la cuenca del río Ridaura para el abastecimiento de una importante zona turística de la Costa Brava (Gerona)*. Documentos de Investigación Hidrológica n.° 8. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua. Barcelona, 1970.

Drake, R. L. y Ellingson, M. B.: *Numerical solutions for the radial subsurface flow problem*. Ground water. Vol. n.° 6 nov.-dic. 1970, págs. 39-47.

Etherigton: *Nuclear engineering handbook*. McGraw-Hill Book Co., 1962.

Forchheimer, Ph.: *Tratado de hidráulica*. Traducción de la 3.ª edición alemana. Reimpresión de 1950. Editorial Labor. Barcelona. Cap. III. Movimiento del agua subterránea, págs. 59-124, 1935.

Granton, L. C. y Fraser, H. J.: *Systematic packing of spheres with particular relation to porosity and permeability, and experimental study of the porosity and permeability of clastic sediments*. Journal of Geology. Vol. 43, 1935, 785 págs.

Greenberg, D. B., Gresap, R. S. y Malone, T. A.: *Intrinsic permeability of hydrogical porous mediums; variation with temperature*. Water Resources Research, vol. n.° 4, agosto 1968, págs. 791-800.

Guilliland, J. A.: *A rigid plate model of the barometric effect*. Journal of Hydrology, vol. 7, 1969, Amsterdam, págs. 233-245.

Hantush, M. S.: *Hydraulics of wells*. Advances in Hydroscience, vol. 1. Ven Té Chow. Academic Press. N. Y., páginas 281-432, 1964.

Harr, M. E.: *Groundwater and seepage*. McGraw-Hill Book Co., 315 págs., 1962.

Hubbert, M. K.: *The theory of groundwater motion*. Journal of Geology. Vol. 48, págs. 785-944, 1940.

Hubbert, M. K.: *Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids*. Trans. Am. Institute of Mining and Metallurgical Engineers. Vol. 207, págs. 22-229, 1956.

Ibister, J.: *Geohydrology of northeasten Nassau County, Long Island*, New York. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper n.° 1825. Washington, 1966.

Jacob, C. E.: *Fluctuations in artesian pressure produced by passing railroad trains as shown in a well on Long Island, New York*. Transactions Am. Geological Union, páginas 666-674, 1939.

Jacob, C. E.: *Flow of groundwater*. Engineering Hydraulics. H. Rouse. Cap. 5., John Wiley & Sons. N. Y., págs. 321-386, 1950.

Jeppson, R. W.: *Seepage through dams in the complex potential plane*. Journal of the Irrigation and Drainage Division. Am. Soc. Civil Engineers. Vol. 94, IR, 1, marzo 1968, págs. 23-39.

Jiménez-Salas, J. A. y De Justo-Alpañez, J. L.: *Geotecnia y cimientos*. Vol. I, propiedades de los suelos y de las rocas. Editorial Rueda, Madrid, 422 págs., 1971.

Johnson, A. T.: *Specific yield: complilation of specific yield for various materials*. U.S. Geological Survey Water-Supply Paper. 1662-D. Washington, 74 págs., 1967.

Kashef, A. A.: *Exact free surface of gravity wells*. Journal of the Hydraulics Division. Am. Society of Civil Engineers. Vol. 91, n.° HY, 4. julio 1965, págs. 167-184.

Kashef, A. A.: *Interference between gravity wells: steady state flow*. Ground water Vol. 8, n.° 6 nov.-dic. 1970,

págs. 25-32.
KIRÀLY, L.: *Groundwater flow in heterogeneus anisotropic fractured media: a simple two-dimensional electric analog.* Journal of Hydrology, vol. 12, págs. 255-261, Amsterdam, 1971.
KIRKHAM, C. E.: *Fundamental flows in porous media.* Bull. International Assoc. Scientific Hydrology. Año XIII, n.° 2, junio 1968, págs. 126-141.
KLUTE, A.: *The movement of water in unsaturated soils.* The Progress of Hydrology. Proceedings of the First Seminar for Hydrology Profesors, Urbana. Illinois, páginas 821-888, 1969.
LALIBERTE, G. E., BROOKS, R. M. y COREY, A. T.: *Permeability calculated from desaturation data.* Proc. American Association of Scientific Hydrology. Journal of the Irrigation and Drainage Division, IR. 1, marzo 1968, páginas 57-71.
LAMARSH, J. R.: *Introduction to nuclear reactor theory.* Addison-Wesley, Massachussets-Ontario, 585 págs., 1966.
LIAKOPOULOS, A.: *Variation of the permeability tensor ellipsoid in homogeneous anisotropic soils.* Water Resources Research, vol. 1, n.° 1, pág. 135, 1965.
LINDQVIST, E.: *On the flow of water through porous soil.* Primer Congreso de Grandes Presas. Stockholmo, páginas 81-101, 1933.
LLAMAS, M. R.: *Hidrología Subterránea.* Tomos I y IV de Estudio de los Recursos Hidráulicos Totales de los Ríos Besós y Bajo Llobregat. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1966.
LLAMAS, M. R.: *Redes de flujo.* Apuntes del Curso de Hidrología subterránea de Barcelona. Clase 10T5, á págs., 1967.
LOVELOCK, P. E. R.: *The laboratory measurement of soil and rock permeability.* Water Supply Papers of the Institute of Geological Sciences, Technical Communication n.° 2. England. 16 págs., 1970.
MARGAT, J.: *Remarques sur la signification des surfaces piézometriques des nappes captives.* Chronique d'Hydrogéologie n.° 12, págs. 13-17. Bureau de Recherches Géologiques et Minières. Paris, 1967.
MEINZER, O. E.: *Outline of ground-water hydrology with definitions.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper, n.° 494. Washington, 1923.
MEINZER, O. E.: *The occurrence of ground water in the United States* U.S. Geological Survey. Water Supply-Paper 489, 1923 b.
MEINZER, O. E.: *Compresibility and elasticity of artesian aquifers.* Economical Geology, vol. 23, págs. 263-291, 1928.
MOORE, G. K.: *Hydraulics of sheetlike solution cavities.* Ground Water, vol. 11, n.° 4, págs. 4-11, 1973.
M.O.P.: *Estudio de los recursos hidráulicos totales de las cuencas de los ríos Besós y Bajo Llobregat.* 2.° Informe. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona. 4 tomos, 1966.
M.O.P.: *Cubetas cuaternarias del Besós: cubeta de La Llagosta.* Estudio de los Recursos Hidráulicos Totales del Pirineo Oriental; estudio CH-5. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1971.
M.O.P.: *Construcción, ajuste y utilización de un modelo matemático de los acuíferos del Bajo Llobregat.* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1971.
MORAGAS, G.: *Corrientes subálveas.* Revista de Obras Públicas. Madrid, 133 págs., 1896.
MUSKAT, M.: *The flow of homogeneous fluids through porous media.* J. W. Edwards, Ann Harbor, Michigan (edición 1946), 763 págs., 1937.
NAHRGANG, G.: *Modellversuche über die Strömungsvorgänge in der näche von Vertikalbrunnen mit freier Oberfläche in einem Grundwasserleiter, der von Horizontalen Schichten verchiedener Durchlässigkeit gebildet wird.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, asamblea General de Berkely, 1963. Publicación 64 (1964), págs. 252-273. Gentbrugge, 1963.
NEUMAN, S. P.: *Saturated-unsaturated seepage by finite elements.* Trans. Am. Soc. Civil Engineers, Journal of the Hydraulic Division. HY 12, págs. 2233-2250, 1973.
NEUMAN, S. P., WITHERSPOON, P. A.: *Analysis of nonsteady flow with a free surface using the finite element method.* Water Resources Research. Vol. 7, n.° 3, págs. 611-623, 1971.
NILSSON, L. Y.: *Short-time variations of the ground water and its reasons.* Ground Water Problems. Wenner-Gren Center International Symposium Series. Vol. 11 (1968) Pergamon, Press, págs. 57-72, 1966.
NIXON, F. L.: *Transformation de Laplace: tables et exemples.* Editions Dunod, Paris, 112 págs., 1964.
PERRY, J. M.: *Manual del ingeniero químico.* Editorial UTEHA, México, Barcelona, 1958.
PHILIP, J. R.: *Theory of infiltration.* Advances in Hydroscience, vol. 5, 1969, Ven té Chow. Academic Press., páginas 215-296, 1969.
PINDER, G. F., FRIND, E. O.: *Application of Galerkin's procedure to aquifer analysis.* Water Resources Research. Vol. 8, n.° 1, págs. 108-120, 1972.
POLUBARINOVA-KOCHINA, P.: *Theory of ground water movement.* Princeton University Press, 1962. Traducción del original ruso por R. J. M. De Wiest, 1952.
PUIG-ADAM, P.: *Cálculo integral.* Ediciones de la E.T.S.I.I., Madrid, 1954.
PUIG-ADAM, P.: *Ecuaciones diferenciales,* Ediciones de la E.T.S.I.I Madrid, 1959.
RATS, M. V. y CHERNYASHOV, S. N.: *Statiscal aspect of the problem on the permeability of jointy rocks.* Hydrology of Fractured Rocks. Simposio de Dubrovnik, 1965. IASH-UNESCO, vol. 1, págs. 227-236.
ROBINSON, T. W.: *Earth-tides shown by fluctuations of water-levels in wells in New Mexico and Iowa.* Transactions Am. Geophysical Union. Vol. 20, págs. 656-666, 1939.
ROFAIL, N.: *Analysis of pumping test in fractured rocks.*

Hydrology of Fractured Rocks. Simposio de Dubrovnik 1965, IASH-UNESCO. Vol. 1, págs. 81-88.

RUMER, R. R.: *Resistance to flow through porous media.* Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press. N. Y., págs. 91-108, 1969.

RUSHTON, K. R. y TOMLISON, L. M.: *Digital computer solutions of groundwater flow.* Journal of Hydrology. Vol. 12, págs. 339-362. Amsterdam, 1971.

SCHEIDEGGER, A. E.: *The physics of flow through porous media.* University of Toronto Press, 313 págs., 1957.

SCHNEEBELI, G.: *Hidraulique souterraine.* Editors Eyrolles, París, 362 págs., 1966.

SCHOELLER, H.: *Les eaux souterraines.* Editions Masson et Cie. París, 642 págs., 1962.

SCHOELLER, H. y AIGROT, M.: *La fontaine de Vaucluse.* IASH. Asociación Internacional de Hidrología Científica. Simposio de Berna (1967) Pub. 77 (1968) págs. 320-328, 1968.

SHAW, F. S.: *Relaxation methods; an introduction to approximational methods for differential equations.* Dover Publications Inc. N. Y., 396 págs., 1953.

SINGH, R.: *Flow from a spherical source with water content dependent diffusivity.* Water Resources Research vol. n.° 4, agosto 1970, págs. 1140-1147.

SOUTHWELL, R. V.: *Relaxation methods in theoretical physics.* Oxford University Press, N. Y., 1951.

STALLMAN, R. W.: *Flow in the zone of aeration.* Advances in Hydroscience, vol. 4, 1967. Ven té Chow. Academic Press, N. Y., págs. 151-195, 1967.

SUSZCZYNSKY, E. F.: *L'hydrogéologie des terrains cristalins du «Nordeste» brésilien.* Bull. Bureau Recherches Géologiques et Minières, Sec. III, vol. 3, 2.ª parte, págs. 83-95. París, 1968.

SWARZANDRUBER, D.: *The flow of water in unsatured soils. Theory of Flow Through Porous Media.* De Wiest. Academic Press, N. Y., págs. 215-292, 1969.

TERZIDIS, G.: *Computational schemes for the Boussinesq equation.* Journal of the Irrigation and Drainage Division. Am. Soc. Civil Engineers, n.° 94, IR 4, diciembre, 1968, págs. 781-389.

THEIS, C. V.: *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground water storage.* Trans. Am. Geophysical Union, vol. 16, págs. 516-524, 1935.

THIRRIOT, C. y ARIBERT, J. M.: *Quelques problèmes d'écoulements diphasiques en milieu poreux.* L'Energía Elletrica n.° 8, 1968, págs. 552-555, 1969.

TISON, G.: *Nouvelles recherches sur les fluctuations des nappes acuifères.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Roma, 1954.

TISON, G.: *Fluctuations des nappes acuifères de types divers et particulièrement des nappes d'alluvions.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, simposio Darcy de Dijon, Pub. 41, págs. 210-221, 1956.

TODD, D. K.: *Ground-water hydrology.* John Wiley & Sons., 1958.

TODSEN, M.: *On the solution of transient free-surface flow problems in porous media by finite diference methods.* Journal of Hydrology, vol. 12, págs. 177-210. Amsterdam, 1971.

TORRENTS, J. y DEL POZO, J.: *Estudio hidrológico del Bajo Gayá.* Curso Internacional de Hidrología subterránea de Barcelona, 1970.

VACHAUD, G.: *Étude de la valeur du coeficient d'emmagaisinement des nappes à surface libre, considerant l'écoulement dans la zone non saturée.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, simposio de Hidrología Científica, simposio de Haifa, 1967. Pub., 72, págs. 69-82.

VAN DAM, J.: *La migration des hydrocarbures dans une nappe acuifère.* L'eau, n.° 11, nov. 1969, págs. 531-541 y n.° 12 dic. 1969, págs. 581-587.

VERRUIJT, A.: *Elastic storage of aquifers.* Flow Through Porous Media. De Wiest. Academic Press, N. Y., páginas 331-376, 1969.

WALTON, W. C.: *Groundwater resource evaluation.* McGraw-Hill Series in Hydroscience and Hydrosystems Engineering, 1970, New York, 664 págs.

WARD, R. C.: *Principles of Hydrology.* McGraw-Hill European Geography an Geology Series, 403 págs., 1967.

WOLF, R. G.: *Relationship between horizontal strain near a well and reverse water level fluctuation.* Water Resources Research, vol. 6, n.° 6, diciembre 1970, págs. 1721-1728.

WRIGHT, D. E.: *Nonlinear flow through porous granular media.* Am. Society of Civil Engineers. Journal of the Hydraulics Division. Vol. 94 HY, 4, 1968, págs. 851-872.

YOUNGS, E. G.: *Unconfined aquifers and the concept of the specific yield.* Bull. International Association of Scientific Hydrology. Vol. XIX, n.° 6, 1969, págs. 191-197.

Sección 9

Hidráulica de captaciones de agua subterránea

EMILIO CUSTODIO
Doctor Ingeniero Industrial

con la colaboración* de

ANDRÉS GALOFRÉ
Licenciado en C. Geológicas

* Preparación de parte de los ejemplos de los 6 primeros capítulos, revisión general de esos 6 primeros capítulos y redacción del Apéndice 9.9.

Sumario

Capítulo 9.16 Captaciones de agua horizontales. Drenes y galerías. Régimen estacionario.

Capítulo 9.17 Captaciones de agua horizontales en régimen no permanente.

Capítulo 9.18 Captaciones de drenes radiales y líneas de pozos puntuales.

Capítulo 9.19 Introducción a la hidráulica de captaciones en medios fracturados y al análisis estadístico de datos de caudales de pozos.

Capítulo 9.20 Preparación y ejecución de ensayos de bombeo.

Capítulo 9.21 Valoración de ensayos de bombeo en pozos a caudal constante.

Apéndice 9.1 Funciones matemáticas sencillas de uso frecuente en hidráulica de captaciones de agua.

Apéndice 9.2 Tablas de las funciones de uso más frecuente en la hidráulica de captaciones de agua.

Apéndice 9.3 Métodos especiales de análisis de datos de ensayos de bombeo en pozos completos.

Apéndice 9.4 Demostración de la validez de la fórmula de Dupuit para el cálculo de los caudales.

Apéndice 9.5 Método gráfico para analizar los datos de ensayos de bombeos escalonados.

Apéndice 9.6 Determinación de la permeabilidad mediante ensayos en sondeos de pequeño diámetro y catas en el terreno.

Apéndice 9.7 Determinación de la porosidad en un ensayo de bombeo.

Apéndice 9.8 Consideraciones sobre la respuesta de los piezómetros.

Apéndice 9.9 Sistemas de medición del nivel piezométrico en los sondeos y captaciones de agua.

Símbolos

Sólo se incluyen los símbolos más comunes. Los casos especiales deben verse en el propio texto.

a	difusividad del acuífero = T/S; anchura
a_1	distancia desde la parte inferior de la zona filtrante a la base del acuífero
a_2	distancia desde la parte superior de la zona filtrante al techo del acuífero o a la superficie libre del agua
A	constante; sección
b	espesor de un acuífero
b'	espesor de un acuitardo
B	factor de goteo; coeficiente de Q en la ecuación característica del pozo
c	coeficiente de goteo o conductancia hidráulica de un acuitardo; semilongitud de un dren o longitud de un dren de un pozo radial
1/c	resistividad hidráulica de un acuitardo
C	constante; coeficiente de Q^n en la ecuación característica del pozo
Ch	coseno hiperbólico
d	distancia, diámetro
D (u)	función de dren a caudal constante
D' (u)	función de dren a descenso constante
e	número e = 2,7172...
ef	eficiencia de un pozo
erf	función de error
erfc	función de error complementaria = 1 − erf
exp	función exponencial
E	función de pozo incompleto
f	función de sobredescenso por penetración parcial = W_p
F	aporte volumétrico de agua; función de pozo incompleto; función de pozo de gran diámetro; función de Chow
grad	vector gradiente
G	función de pozo surgente; función de Green
h	potencial hidráulico; nivel piezométrico; altura piezométrica sobre una referencia, en general la base del acuífero; hora
h_m	nivel medio en un cierto intervalo de tiempo Δt
h_o	nivel piezométrico inicial
h_{od}	altura piezométrica en el dren medida sobre la base del acuífero
h_p	nivel de agua en el pozo
H	espesor saturado de un acuífero libre; función de acuífero semiconfinado por un acuitardo con almacenamiento
H_o	espesor saturado inicial de un acuífero libre
H_{od}	espesor saturado en la localización de un dren
H_p	espesor saturado en la localización de un pozo
$(H_p)_p$	espesor saturado en la localización de un pozo parcialmente penetrante
H'	altura de la superficie de rezume en un pozo
H_d'	altura de la superficie de rezume en una zanja
$\bar{H}$	espesor saturado medido en un piezómetro totalmente penetrante
i	gradiente de la superficie piezométrica no influenciada; gradiente
I_o	función modificada de Bessel de orden cero y 1.ª especie
J_o	función de Bessel de orden cero y 1.ª especie
J_1	función de Bessel de primer orden y 1.ª especie
k	permeabilidad
k'	permeabilidad vertical de un acuitardo
k_h	permeabilidad horizontal
k_r	permeabilidad radial
$k_v = k_z$	permeabilidad vertical
K_o'	función modificada de Bessel de orden cero y 2.ª especie
K_1	función modificada de Bessel de primer orden y 2.ª especie
l	distancia desde el nivel del terreno, desde el techo de un acuífero o desde el nivel freático hasta el extremo útil de la zona filtrante; semiancho de un acuífero entre drenes paralelos
ln	logaritmo neperiano (de base e)
log	logaritmo decimal
L	distancia de influencia de un dren; distancia de la divisoria a una línea de drenaje
m	porosidad (normalmente la eficaz); pendiente de una recta; símbolo de metro
m_e	porosidad eficaz
M	función de pozo incompleto
n	distancia normal; índice con valor 1, 2, 3, ..., n ..., ∞; exponente, en especial en la ecuación característica del pozo

p	presión, altura total de agua en un pozo
P	área del diagrama de presiones
q	caudal específico de un pozo (Q/s_p); caudal por unidad de longitud en un dren procedente de un lado
q^*	caudal por unidad de longitud en un dren procedente de los dos lados
q_m	caudal por unidad de longitud media en un dren, línea o plano de drenaje
Q	caudal de un pozo
Q_i	caudal del pozo incompleto
Q_{np}	caudal del pozo no penetrante
r	distancia radial; en general, distancia al eje de un pozo de bombeo
r_e	radio equivalente
r_p	radio del pozo
r_r	distancia entre puntos
r'	distancia al pozo imagen
R	radio de influencia de un pozo. Radio de una isla circular
s	descenso de nivel piezométrico
s_c	descenso corregido
s_p	descenso en el pozo
$(s)_p$	descenso creado por un pozo incompleto
s_{max}	descenso máximo
s_0	ascenso inicial del agua sobre el nivel original en la localización de un dren
$(s_p)_p$	descenso en el pozo incompleto
s'	descenso residual
$\bar{s}$	valor medio de s
S	coeficiente de almacenamiento
S^*	coeficiente de almacenamiento ficticio
S'	coeficiente de almacenamiento de un acuitardo; coeficiente de almacenamiento elástico de un acuífero libre
Sh	seno hiperbólico
t	tiempo, generalmente medido a partir del inicio de un bombeo
t_e	tiempo de estabilización; tiempo a partir del cual un cierto efecto se hace insensible
t_0	tiempo inicial, período
T	transmisividad ($k \cdot b$). En general se refiere a $k_h \cdot b$
T_0	transmisividad inicial de un acuífero libre ($H_0 \cdot b$)
u	valor adimensional $u = \frac{r^2 S}{4 T t}$ para un pozo; $u = x \sqrt{\frac{S}{4 T t}}$ para un dren
u_d	valor u para el dren
u_p	valor u para el pozo ($r = r_p$)
u'	valor de u para el pozo imagen
v	velocidad de flujo o de Darcy
v_z	velocidad vertical de flujo
v_s	velocidad según la línea s
V	volumen de agua; función de acuífero libre con superficie freática descendente

W	recarga por unidad de superficie
$W(u)$	función de pozo en acuífero cautivo
$W(u,r/B)$	función de pozo en acuífero semiconfinado
W_p	función de sobredescenso por penetración parcial
x	coordenada horizontal en el sentido del flujo
x_0	distancia a un límite
y	coordenada horizontal normal al flujo
Y_0	función de Bessel de orden cero y 2.ª especie
z	dimensión vertical medida a partir de la base del acuífero
z'	dimensión vertical medida a partir del techo del acuífero y hacia abajo
Z, Z'	función potencial de pozo de caudal unitario
X, Y, Z	ejes coordenados coincidentes con las permeabilidades principales
α	índice de retraso, coeficiente de agotamiento
β	valor adimensional
γ	coeficiente
Γ	función gamma de Euler
δ	longitud relativa de la zona filtrante (λ/b)
Δ	incremento
η	porcentaje de huecos de la zona filtrante; valor $(S + S')/S$
ε	excentricidad relativa de la zona filtrante $(a_1 - a_2)/2\,b$; error relativo
φ	potencial hidráulico en unidades de longitud
φ_0	potencial hidráulico inicial en unidades de longitud
φ_d	potencial hidráulico en una línea de drenaje en unidades de longitud
$\varkappa$	relación $\sqrt{k_h/k_v}$
λ	longitud de zona filtrante
λ'	longitud de zona filtrante de un piezómetro
π	número pi = 3,141592...
Π	producto
ρ	radio de una zona circular; rendimiento del bombeo
θ	ángulo
Σ	amplitud
τ	duración total del bombeo
!	signo del factorial $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot n$
$\sum_{i=a}^{b}$	sumatorio entre i = a e i = b
δ	derivada parcial
$\varnothing$	diámetro del pozo
∇^2	operador de Laplace
$(\Delta s)_{10}$	variación de descenso en un ancho de ciclo logarítmico
$\simeq$	aproximadamente igual
$\sim$	proporcional
$\ll$	mucho menor que
$\gg$	mucho mayor que

Unidades: Si no se indica lo contrario las fórmulas están dadas para unidades homogéneas (coherentes).

0.1 OBJETIVOS DEL TEMA

Los objetivos principales de la hidráulica de captaciones de agua subterránea son:

a) Obtener métodos para determinar las características físicas y de funcionamiento de los acuíferos tales que complementen, sustituyan o mejoren otros métodos disponibles.

b) Permitir la predicción razonable del comportamiento a corto y largo plazo de una captación de agua, los caudales que podrá extraer, su régimen óptimo de explotación y sus efectos sobre el acuífero y otras captaciones vecinas.

c) Suministrar métodos teórico-prácticos para el proyecto de captaciones.

d) Proporcionar una metodología para valorar la eficiencia y correcta construcción de las captaciones de agua.

0.2 INTRODUCCIÓN GENERAL

Debe entenderse por captación de agua subterránea todo dispositivo que permita extraer el agua contenida en un sistema acuífero, ya sea por gravedad, ya sea por bombeo u otro sistema cualquiera de elevación.

En sentido extenso pueden considerarse captaciones de agua de caudal negativo aquellos dispositivos que permitan introducir artificialmente agua en un acuífero. Tales dispositivos serán objeto de la sección 19, pero las bases teóricas serán objeto ya de la presente sección.

La captación del agua más común actualmente es la vertical o pozo, y por ello a lo largo de la sección, con frecuencia se confundirán los términos hidráulica de captaciones de agua subterránea e hidráulica de pozos, a la que se dedicará la mayoría de los capítulos. Sin embargo, otros tipos de captaciones reúnen también un indudable interés, en especial en circunstancias apropiadas; tales como las galerías, drenes, etc., y a ellas se les dedicará una parte de la presente sección.

Dado que los ríos actúan o pueden actuar como drenes de descarga o como canales de recarga, se les tratará cuando sea preciso como una forma natural de captación de agua subterránea, sin perjuicio de un tratamiento más extenso en la sección 11.

En los primeros capítulos se dará la teoría simplificada apoyada con ejemplos ilustrativos simples, para ir pasando poco a poco al tratamiento de sistemas heterogéneos, con drenaje diferido con varios pozos, etc. Se dará especial énfasis a aquellos fenómenos que se presentan con frecuencia en la práctica y que pueden afectar notablemente a los resultados.

Los principios básicos a manejar han sido objeto ya de la sección 8 en especial en los cuatro primeros capítulos. En general no se considerarán las captaciones que aprovechen el flujo en la zona no saturada ni las de captaciones establecidas en medios multifase o de fase líquida heterogénea; este último caso será objeto de la sección 13.

Dentro de lo posible se evitan las deducciones matemáticas largas, y aquellas cuyo contenido práctico es pequeño, el lector las encontrará en la bibliografía que se cita.

Breve nota histórica

Las bases teóricas precisas para relacionar el potencial hidráulico con la velocidad del agua, fueron introducidas por Darcy en 1856, tal como ya se expuso en la sección 8. Las primeras aplicaciones al estudio de captaciones de agua se realizaron a finales del siglo pasado y las principales aportaciones fueron debidas al

alemán Thiem, al francés Dupuit y al ruso Lembke, encontrándose ya algunos trabajos aplicados de interés en la última década del siglo, tal como el trabajo del español Moragas sobre las captaciones de agua en el río Besós (Barcelona). Posteriormente se produjeron muy importantes aportaciones relativas al estudio del régimen permanente tales como las del austríaco Forchheimer, las del holandés De Glee y las del norteamericano Muskat. Sin embargo el estudio del régimen variable no fue resuelto satisfactoriamente hasta que en 1935 el norteamericano Theis introdujo la fórmula de su nombre y posteriormente su compatriota Jacob la aplicó a muchas situaciones reales. En los últimos veinte años son muy destacados los trabajos del iraquí Hantush y de otros muchos autores que han aportado y aportan en el momento actual, un volumen muy grande de publicaciones. Las primeras ideas básicas sobre el coeficiente de almacenamiento fueron introducidas por Meinzer hacia 1930 pudiéndosele considerar como el padre de la hidrogeología americana.

Las soluciones a nuevos problemas, son cada vez más complejas y por eso muchas de las nuevas contribuciones se hacen en estudios teórico-prácticos con calculadores electrónicos y modelos analógicos como se verá en la sección 16. Las contribuciones inglesas, norteamericanas e israelíes son especialmente destacadas.

Capítulo 9.1

Conceptos fundamentales de la hidráulica de captaciones de agua

1.1 INTRODUCCIÓN

El objeto principal de este capítulo es reunir los principales conceptos referentes a la teoría del movimiento del agua subterránea, introducir las ideas de base del estudio de las captaciones de agua, y a modo de presentación cualitativa del tema, sin demostrar y sin cuantificar algunos resultados que posteriormente serán desarrollados con más detenimiento y precisión.

1.2 RECAPITULACIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Acuífero libre. Aquel en que el límite superior de saturación está a la presión atmosférica. También se llama *acuífero freático*. Salvo indicación en contrario no se tendrá en cuenta la existencia de la franja capilar. En general se considerará que, cuando exista, la recarga de la lluvia o de riegos es uniforme en el espacio y en el tiempo.

Acuífero cautivo. Aquel en que el agua está en cualquier punto del mismo a mayor presión que la atmosférica y por tanto al efectuar una perforación, el agua asciende hasta un nivel superior al del techo del acuífero. Se considera que el techo y el fondo del acuífero no aportan agua. También se le denomina acuífero confinado.

Acuífero semiconfinado o semicautivo. Es un acuífero en condiciones similares al acuífero cautivo pero que puede recibir recarga o perder agua a través del techo y/o la base[1]. En general se acepta que la recarga es proporcional a la diferencia de niveles entre los del acuífero en cuestión y los de los que están encima o debajo. Si la diferencia de niveles es negativa se produce una descarga. Si se trata de un acuífero libre con la base semipermeable se habla a veces de un *acuífero semilibre.*

Acuitardo. Medio poco permeable (semipermeable) pero que es capaz de transmitir lentamente agua. Un acuífero semiconfinado está limitado al menos por un acuitardo. Es de gran interés considerar la permeabilidad vertical del medio semipermeable en cuestión, k'.

Acuicludo. Medio impermeable a efectos prácticos, aunque no necesariamente seco. Caso de no transmitir ni contener agua se llamaría *acuífugo.*

[1] Techo y/o base semipermeables.

1.3 RECAPITULACIÓN DE PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE LA HIDRÁULICA SUBTERRÁNEA

Permeabilidad k. Facilidad con que un material deja pasar el agua a su través. Salvo indicación en contra se considerará la permeabilidad de Darcy y no la permeabilidad intrínseca. Normalmente se entenderá permeabilidad horizontal radial. Cuando sea preciso distinguir entre *permeabilidad horizontal y vertical* se emplearán los símbolos k y k' o bien k_h y k_v respectivamente. En general se expresará en m/día.

Transmisividad T[2]. Capacidad de un medio para transmitir agua. Es el producto de la permeabilidad por el espesor del acuífero: $T = k \cdot b$. Si la permeabilidad varía a lo largo del perfil del acuífero de espesor b, la transmisividad vendrá dada por:

$$T = \int_0^b k \cdot dz$$

[2] Aunque la designación más correcta es *transmisibilidad* (capacidad de transmitir) es usual emplear la designación menos correcta de *transmisividad*, en especial cuando se trata de una cifra. En lo que sigue se usarán indistintamente ambas palabras, dando preferencia a esta última.

Porosidad eficaz, m. Volumen de agua que se obtiene por drenaje gravitacional de una muestra de material permeable inicialmente saturado en relación con el volumen total de la muestra. Cuando pueda confundirse con la porosidad total, se le designará por m_e. Es adimensional.

Coeficiente de almacenamiento, S. Volumen de agua liberado por una columna de acuífero de altura igual al espesor del mismo y de sección unitaria, al disminuir la presión en una unidad. En acuíferos libres el coeficiente de almacenamiento coincide con la porosidad eficaz[3] y su valor suele oscilar entre 0,01 y 0,4 siendo el intervalo más frecuente de 0,1 a 0,3. En acuíferos cautivos y semiconfinados el valor del coeficiente de almacenamiento es varios órdenes de magnitud inferior al de la porosidad eficaz, en general entre 10^{-5} y 10^{-3}. Es adimensional.

Factor de goteo, B. Utilizando en la hidráulica de acuíferos semiconfinados, y que viene expresado por:

$$B = \sqrt{\frac{k \cdot b}{k'/b'}} = \sqrt{\frac{T}{k'/b'}}$$

siendo:

k = permeabilidad (horizontal) del acuífero
k′ = permeabilidad vertical del acuitardo semiconfinante
b = espesor del acuífero
b′ = espesor del acuitardo
T = transmisividad del acuífero.

En general se expresa en metros.

Coeficiente de goteo, c. Utilizado en la hidráulica de acuíferos semiconfinados y que viene expresado por:

$$c = \frac{k'}{b'}$$

También se le denomina *conductancia hidráulica del acuitardo.*

Es fácil comprobar que

$$B = \sqrt{T/c}$$

No debe confundirse la conductancia hidráulica, c, de dimensiones $[1/T]^{(4)}$ y que suele medirse en $días^{-1}$ con la conductividad hidráulica o permeabilidad k. A 1/c se le llama *resistividad hidráulica* y suele medirse en días.

1.4 CAPTACIONES DE AGUA SUBTERRÁNEA. EMBUDO DE BOMBEO

Se llamará captación de agua subterránea a toda instalación que permita poner a disposición de uso el agua contenida en los acuíferos.

A «grosso modo» los diferentes tipos de captaciones de agua, de acuerdo con las características de funcionamiento hidráulico, pueden clasificarse en:

a) *Pozos.* Perforación vertical, en general de forma cilíndrica y de diámetro mucho menor que la profundidad. El agua penetra a lo largo de las paredes creando

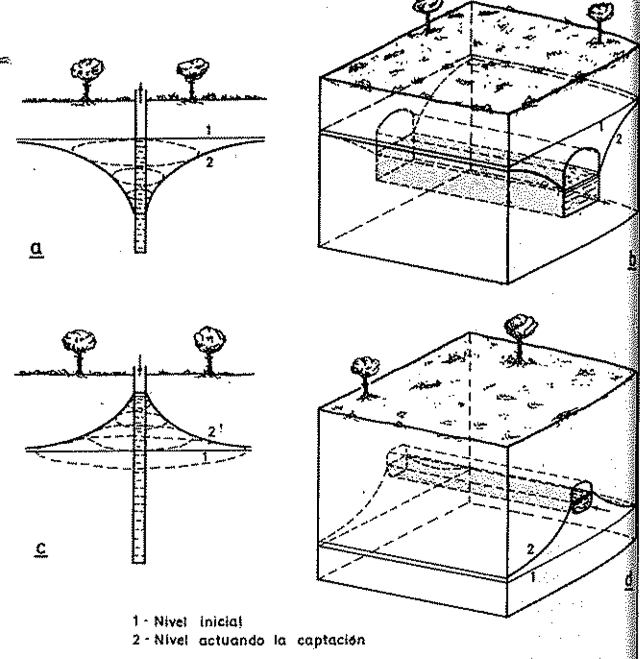


FIGURA 9.1
Efecto de las captaciones en el nivel del agua de los acuíferos. a) Formación del embudo o cono invertido de descensos a consecuencia de un pozo de bombeo. b) Formación de un valle de drenaje a consecuencia de una captación en galería. c) Formación de un domo de inyección a consecuencia de un pozo de recarga. d) Formación de un cresta de recarga a consecuencia de la introducción de agua por un tubo horizontal filtrante (dren inverso).

[3] Es el valor máximo que puede tomar. Un acuífero libre puede mostrar un coeficiente de almacenamiento creciente entre el valor correspondiente a un acuífero similar cautivo y el de la porosidad eficaz.
[4] El símbolo T se refiere a la dimensión tiempo y no a la transmisividad.

un flujo de tipo radial. Es con mucho el tipo de captación más común, a la que se dedicará la mayor parte de esta sección.

b) *Drenes y galerías.* Perforaciones o instalaciones horizontales de sección más o menos circular y con una longitud mucho mayor que el diámetro. El agua penetra a lo largo de la obra creando un flujo aproximadamente paralelo y horizontal. Los drenes y galerías acaban en un pozo colector o afloran en superficie.

c) *Zanjas.* Excavaciones rectilíneas en trinchera, en general de poca profundidad, poco usadas como captaciones, y cuyo funcionamiento tiene notable similitud con el de los drenes y galerías.

d) *Socavones.* Excavaciones de forma variada, en general de poca profundidad, sólo muy ocasionalmente utilizadas como captaciones y cuyo funcionamiento puede asimilarse al de un pozo de gran diámetro. En un sentido estricto, muchos pozos excavados de gran diámetro y poca profundidad deberán considerarse como socavones.

e) *Pozos de drenes radiales.* Obra consistente en un pozo revestido del que salen drenes horizontales en varias direcciones. El conjunto actúa como un pozo de gran diámetro. Es un tipo de captación de gran interés en determinados casos.

Si se considera un pozo que lleve bombeando un tiempo largo, la superficie piezométrica adopta la forma de un *cono* invertido o *embudo* en cuyo centro se sitúa el pozo (fig. 9.1 a). El efecto primario del bombeo es producir un descenso del nivel del agua a fin de establecer un gradiente hidráulico que ponga en movimiento el agua hacia la captación. Si no se produce descenso no puede crearse el gradiente necesario para que el agua se dirija a la captación.

En el pozo, el agua debe penetrar por una superficie cilíndrica relativamente pequeña y por lo tanto se precisa un gradiente importante para que de acuerdo con la ley de Darcy exista un flujo igual al caudal bombeado. Por cualquier cilindro concéntrico con el pozo debe pasar la misma cantidad de agua pero como la superficie de los mismos aumenta en proporción directa al radio, el gradiente preciso para establecer el flujo es tanto menor cuanto más lejos del pozo, lo cual justifica la forma del embudo de descensos de la figura 9.1 a. En el lenguaje corriente se habla del cono invertido de descensos o simplemente cono de descensos. Un razonamiento similar puede hacerse para una captación horizontal resultando entonces la formación de un valle o depresión longitudinal en la superficie piezométrica, cuyo punto más bajo coincide con la captación (figura 9.1 b).

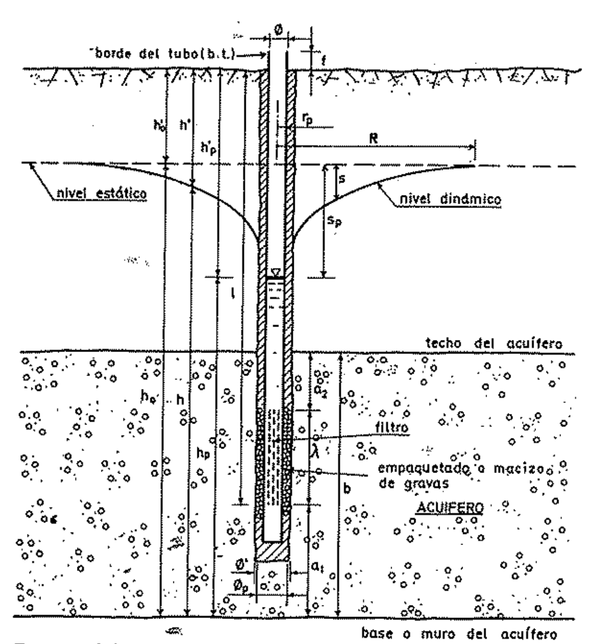


FIGURA 9.2
Magnitudes características de un pozo y de un bombeo de un pozo.

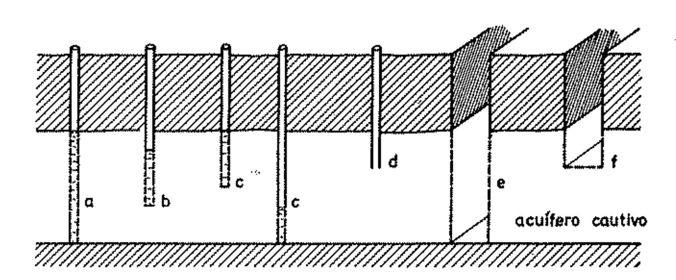
En el caso de introducir agua en un acuífero mediante un pozo o una captación horizontal, se tiene el fenómeno inverso al descrito, formándose un domo o una cresta respectivamente (fig. 9.1 c y d).

La altura del agua sobre la base del acuífero se suele designar por H y en cualquier punto la diferencia de espesor de agua antes del bombeo H_o y durante el bombeo se designa por $s = H_o - H$ y se llama descenso. En caso de recarga, se llama ascenso, y se representa por el mismo símbolo. En acuíferos cautivos s es la diferencia entre el nivel piezométrico inicial h_o y el actual h; $s = h_o - h$.

El nivel del agua en el acuífero cuando no hay bombeo se llama *nivel estático* y el nivel cuando existe una captación en funcionamiento se llama *nivel dinámico.*

1.5 MAGNITUDES DE USO FRECUENTE EN EL ESTUDIO DE UNA CAPTACIÓN. CAPTACIONES COMPLETAS E INCOMPLETAS

En la figura 9.2 se representa un pozo y se indican, con la simbología que se empleará a lo largo de este capítulo, los valores que sirven para definir su comportamiento hidráulico.



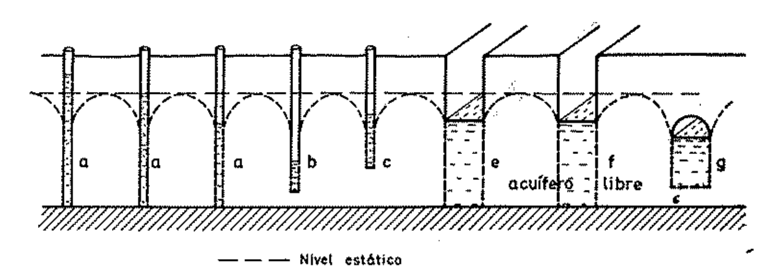


FIGURA 9.3

Clasificación de las captaciones: a) Pozo totalmente penetrante. b) Pozo abierto en el fondo. parcialmente penetrante. d) Pozo abierto en el fondo. e) Zanja totalmente penetrante. f) Zanja parcialmente penetrante. g) Galería o dren (captación incompleta).

l = Profundidad útil del pozo. Distancia desde la superficie del terreno hasta la parte más baja de la *zona filtrante* o zona por donde penetra el agua.

H, h = Nivel de agua con el pozo en funcionamiento. Distancia desde la base del acuífero hasta el nivel del agua. El nivel antes del bombeo se representa por H_o, h_o y el nivel en el pozo durante el bombeo por H_p, h_p[(5)].

En ocasiones es conveniente referir los niveles del agua a la superficie del terreno. En este caso se empleará la misma simbología avisando previamente dicho cambio de referencia[6].

s = Descenso del nivel del agua $s = h_o - h$ ó $H_o - H$.

s_p = Descenso del agua en el pozo $s_p = h_o - h_p$ ó $H_o - H_p$.

λ = Longitud de la zona filtrante. Longitud de la zona útil de penetración del agua en la captación. La magnitud a_1 se refiere a la distancia de la parte inferior de la zona filtrante útil a la base del acuífero y la magnitud a_2 a la distancia de la parte superior de la zona filtrante útil al techo del acuífero, o al nivel estático del agua en los acuíferos libres.

b = Espesor del acuífero. En el caso de acuífero libre, se considera igual al espesor saturado y por lo tanto b = H.

∅ y r_p = Diámetro del pozo y radio del pozo. Se entiende generalmente por tales los que correspondan a la entubación y en su defecto los de perforación. En ocasiones también se entenderá por r_p lo que se definirá más adelante como radio efectivo del pozo (capítulos 9.2 y 9.3).

R = Radio de influencia del pozo. Distancia a partir de la cual se consideran nulos los descensos producidos por el bombeo en el pozo. En general es un concepto matemático que se especificará en los capítulo 9.2 y 9.3[7].

δ = Longitud relativa de la zona filtrante. Es el cociente entre su longitud y el espesor del acuífero $\delta = \lambda/b$.

ε = Excentricidad relativa de la zona filtrante. Expresa la posición de la zona filtrante en el acuífero.

$$\varepsilon = \frac{a_1 - a_2}{2\,b}$$

$\dfrac{\lambda}{2\,r_p}$ = Esbeltez de la zona filtrante. Expresa la relación entre la longitud de la zona filtrante y su diámetro.

Se dice que un pozo es totalmente penetrante o completo (fig. 9.3 a) cuando su zona filtrante abarca la totalidad del espesor del acuífero. Si sólo abarca una parte del acuífero el pozo se llamará *incompleto* (figura 9.3 b y c). Si el pozo es incompleto pero su zona filtrante se inicia en el techo o en la base del mismo el pozo se llama por razones obvias *parcialmente pene-*

[5] Los valores en mayúsculas se reservarán para los acuíferos libres y significarán también espesor saturado. Los valores en minúsculas se reservan para acuíferos cautivos y no es preciso fijar la base de los mismos como referencia, ya que en general se trabaja con diferencias de nivel, o sea con descensos s.

[6] Si se toma como punto de referencia el borde del tubo (b . t) u otro punto cualquiera diferente del nivel del suelo es conveniente conocer su altura sobre el mismo (f).

[7] El radio de influencia matemático o teórico puede diferir notablemente del observable y este último depende de la sensibilidad del sistema de medida de niveles.

trante (fig. 9.3 c). A veces las palabras completo e incompleto se sustituyen por perfecto e imperfecto, pero la terminología con este significado será evitada en lo sucesivo por dar origen a confusiones. En acuíferos libres, el pozo completo es el que abarca todo el espesor saturado del acuífero, cuando los niveles son los de bombeo (fig. 9.3 a).

A veces, razones constructivas obligan a que los pozos sean incompletos a pesar de trabajar éstos en peores condiciones que los completos de similares características, tal como se verá más adelante y puede ya intuirse si se considera que el mismo caudal debe penetrar por menor longitud filtrante, y por tanto precisando de un mayor gradiente.

Algunas de estas razones pueden ser (fig. 9.4):

a) Necesidad de alejar algunos decímetros el extremo de la zona filtrante de los límites superior e inferior del acuífero a fin de evitar problemas de entrada de materiales finos y derrumbamientos de arcillas. En acuíferos de gran espesor no merece ser tenida en cuenta esta circunstancia para considerar el pozo como incompleto; en cambio puede ser importante en acuíferos de unos pocos metros de espesor (fig. 9.4 a).

b) Necesidad de evitar algunas zonas del acuífero que contienen materiales excesivamente finos, teniéndose a veces que dividir la zona filtrante en tramos (fig. 9.4 b).

c) Necesidad de explotar preferentemente una parte del acuífero, en general la superior, para evitar en lo posible la admisión de otras aguas de peor calidad existentes en el mismo. Este caso es frecuente en acuíferos costeros, con intrusión marina (fig. 9.4 c).

d) Gran potencia del acuífero, de modo que resulta más económico obtener el caudal deseado con un pozo de peores condiciones pero más barato (fig. 9.4 d).

e) Dificultad de agotar el agua en el pozo a fin de continuar los trabajos de excavación, cuando ésta se realiza manualmente o con equipos no sumergibles.

Otras veces los pozos son incompletos por estar la construcción mal proyectada o bien por haberse colocado mal las zonas filtrantes (fig. 9.4 e).

El caso extremo en que el pozo sólo esté abierto por el fondo, no pudiendo entrar el agua por las paredes se llama *pozo filtrante por el fondo*[8] (fig. 9.3 d). Los pozos incompletos abiertos por el fondo con una esbeltez menor que unas pocas unidades (poca penetración y gran diámetro) pueden ser considerados como filtrantes por el fondo. Si la esbeltez es mayor que 10 el pozo se puede considerar como ordinario y no tiene importancia la entrada de agua por el fondo si las paredes son suficientemente permeables. Además muchas veces los pozos se cierran por el fondo a fin de evitar su aterramiento por la fuerza ascensional del agua. Los pozos filtrantes por el fondo o con rejilla muy corta, si su diámetro es mucho menor que el espesor del acuífero, pueden considerarse como sumideros puntuales (pozos puntuales).

Conceptos similares a los enunciados pueden establecerse para zanjas y galerías. Los drenes con frecuencia responden a una captación de tipo incompleto asimilable a una línea horizontal de drenaje (fig. 9.3).

Salvo indicación en contrario, se supondrá que se tienen captaciones completas, estableciéndose en los momentos adecuados las fórmulas de tratamiento de las captaciones incompletas.

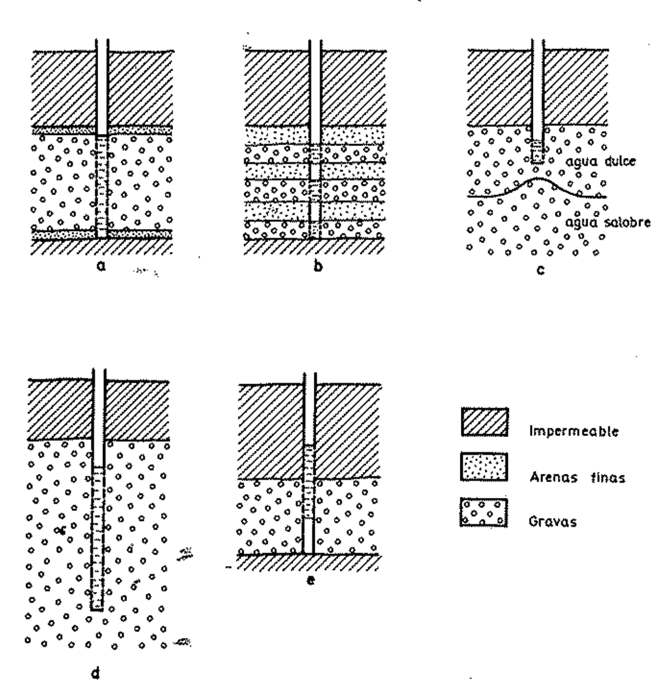


FIGURA 9.4

Causas de pozos incompletos: 1) Necesidad de alejar los extremos de la zona filtrante de los límites del acuífero. 2) Necesidad de evitar niveles de materiales finos. 3) Necesidad de evitar la captación de aguas de peor calidad. 4) Excesiva profundidad del acuífero. 5) Mala colocación de la zona filtrante.

[8] Los pozos de pequeño diámetro, los entubados e incluso algunos de los pozos excavados, si el caudal de bombeo es elevado y el acuífero es de materiales sueltos, suelen tener un fondo cerrado o cementado, a fin de evitar la sifonación de esos materiales sueltos al interior, produciendo el cegado de la zona filtrante.

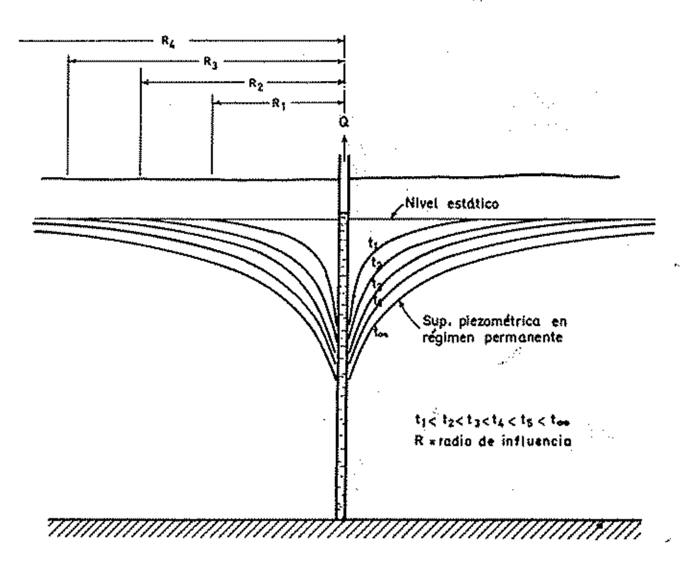


FIGURA 9.5
Formación del cono de descensos.

1.6 CONCEPTO DE RÉGIMEN PERMANENTE Y RÉGIMEN NO PERMANENTE

Cuando se inicia el bombeo a caudal constante en un pozo, y en general en cualquier tipo de captación, en los primeros instantes se extrae agua del almacenamiento en los alrededores del pozo, gracias al descenso del nivel producido. Poco a poco el cono de influencia va extendiéndose de forma que la cantidad de agua obtenida a consecuencia del descenso de nivel iguale a la extraída por el pozo (fig. 9.5). En igualdad de otras condiciones, la velocidad de expansión y extensión del cono es mucho más rápida en un acuífero cautivo que en un acuífero libre, de acuerdo con el diferente orden de magnitud del coeficiente de almacenamiento[9] (figura 9.6). El período durante el cual los descensos, van aumentando se llama de régimen no permanente o simplemente de régimen variable. En la figura 9.7 se indican las curvas de descensos-tiempos obtenidos según el tipo de acuífero[10].

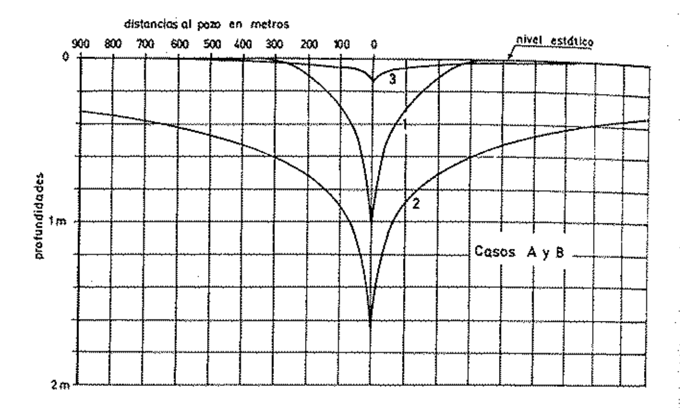
[9] A igualdad de volumen de agua bombeado, el cono de descensos debe ser mucho mayor en un acuífero cautivo que en uno libre. Si para el primero es $S = 2.10^{-4}$ y para el segundo es $S = 0{,}2$ el volumen del cono de descensos para el acuífero cautivo debe ser 1000 veces mayor que para el acuífero libre.

[10] El régimen variable se refiere a los descensos y puede corresponder tanto a una extracción constante como variable.

En un acuífero que no puede recibir agua del exterior, tal como sucede en un acuífero perfectamente cautivo o en acuífero libre en ausencia de aportes de agua de lluvia o agua superficial, todo el caudal extraído por el pozo debe proceder del almacenamiento y por lo tanto el régimen es siempre no permanente. Sin embargo, y debido a la superficie creciente del cono de influencia, si el acuífero es de extensión muy grande (infinito a efectos prácticos), la velocidad de descenso va disminuyendo paulatinamente hasta que llega un momento en que es tan lento que se puede aceptar a efectos prácticos que los descensos se han estabilizado y entonces se dice que ha alcanzado un régimen casi permanente.

Los acuíferos semiconfinados reciben una recarga y cuando la misma iguala al caudal bombeado, se establece un verdadero régimen estacionario.

Muchos acuíferos cautivos pueden recibir en realidad algo de recarga a través de un límite de modo que se comportan como tales inicialmente, pero cuando el cono de descensos se ha extendido suficientemente la recarga producida iguala a la extracción confinante, y por lo tanto se establece un régimen permanente. Sin embargo,



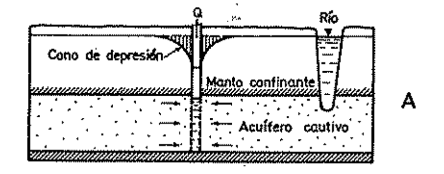
Caso	Curva	Transmisividad m²/día	Coeficiente almacenamiento	Caudal m³/día	Duracion del bombeo - días	Radio influencia m
A	1 2	365 365	0,2 0.002	50 50	22 22	300 3.000
B	1 3	365 3650.	0 2 0 2	50 50	22 22	300 630

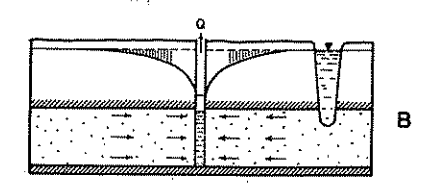
FIGURA 9.6
Efecto de la variación de las características del acuífero en la profundidad y extensión del embudo de descensos. Con el mismo tiempo de bombeo al disminuir el coeficiente de almacenamiento el cono se hace más profundo y mucho más extenso. Al aumentar la transmisividad el cono de descenso es mucho menos profundo, pero más extenso.

en acuíferos de poca extensión superficial puede suceder que la recarga no pueda llegar a igualar el bombeo, en cuyo caso el régimen permanente no puede establecerse y los niveles descienden continuamente hasta el vaciado del acuífero.

Considerando los acuíferos libres, éstos pueden recibir algo de recarga procedente de las lluvias anteriores y de la acumulada en el medio no saturado que tiene encima, o bien el cono de influencia puede alcanzar a algún río o masa de agua superficial. En estos casos puede también establecerse un régimen permanente real (fig. 9.8). Al igual que se dijo en el párrafo anterior, si el acuífero es de poca extensión y la recarga no puede igualar al bombeo, no puede establecerse el régimen permanente.

La característica fundamental del régimen permanente es que no se toma agua del almacenamiento del acuífero. El acuífero es un mero transmisor de la recarga. En cambio, en régimen variable el acuífero no sólo transmite agua sino que la proporciona, al menos en parte, entrando en juego el coeficiente de almacenamiento.





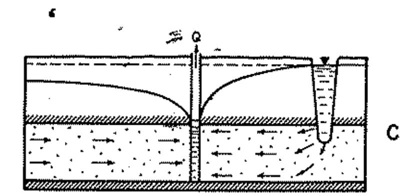


FIGURA 9.8

Evolución de los niveles piezométricos en un pozo próximo a un río.

A) Cono de depresión al poco tiempo de iniciarse el bombeo. El régimen es no permanente.

B) Cono de depresión en el momento de alcanzar al río e iniciarse la recarga inducida. El régimen es aún no permanente.

C) Cono de depresión estabilizado. Régimen permanente. Todo el caudal del pozo es suministrado por el río (recarga inducida).

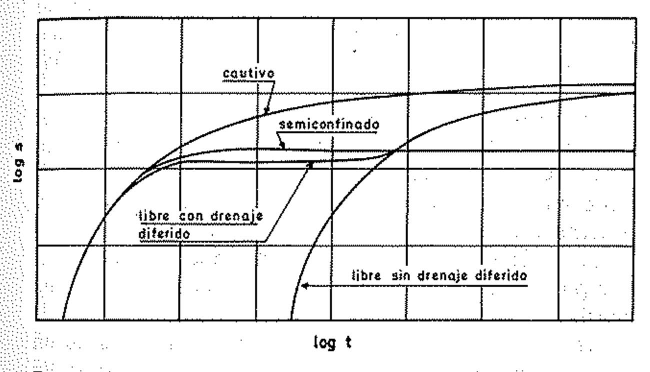


FIGURA 9.7

Gráfico de descensos (s) *en función del tiempo* (t) *en diferentes tipos de acuífero, observados en un piezómetro a distancia fija de un pozo de iguales características y con la misma transmisividad* T.

Las denominaciones *permanente, estacionario* y *estable* se tomarán como equivalentes, así como también las de *variable, no estacionario y no permanente.* Un acuífero en explotación está en régimen dinámico, el cual puede ser permanente o no permanente según que la recarga iguale o no el caudal extraído.

1.7 EFECTOS DE LA ANISOTROPÍA Y HETEROGENEIDAD DE LOS ACUÍFEROS REALES

Frecuentemente la permeabilidad de un terreno varía según la dirección en la que se observe (anisotropía). Una de las causas de esta anisotropía es la estratificación. En terrenos estratificados, la permeabilidad vertical puede ser fácilmente muchas veces inferior a la horizontal. No es raro que en acuíferos aluviales la relación k_h/k_v valga 10 y a veces 100 o más. En rocas fracturadas puede suceder lo contrario.

Si el flujo es perfectamente horizontal (caso de un pozo completo o de una zanja totalmente penetrante en

un acuífero cautivo), la anisotropía por estratificación no tiene importancia, pero cuando la velocidad del agua tiene una componente vertical como sucede en las proximidades de pozos o zanjas incompletos o en el caso de acuíferos libres, el efecto de la anisotropía aparece haciendo disminuir esa componente vertical, o aumentando los gradientes verticales del flujo. Para obtener el mismo caudal se precisan descensos mayores o bien con el mismo descenso se obtienen caudales menores.

Así, un pozo incompleto en un acuífero con una permeabilidad vertical mucho menor que la horizontal se comporta como si estuviera en un acuífero cuya transmisividad fuera la que correspondiera a la porción de acuífero enfrentado con la zona filtrante:

$$T = k \cdot \lambda \quad \text{en vez de} \quad T = k \cdot b$$

La heterogeneidad consiste en la variación de las propiedades del medio de un lugar a otro. Una causa muy frecuente de heterogeneidad es la aparición de lentejones o intercalaciones de materiales poco permeables. Otras veces la heterogeneidad consiste en el cambio más o menos gradual del material del acuífero con la consiguiente variación de la permeabilidad. Esta variación puede ser tanto en dirección horizontal como vertical.

Las variaciones laterales de permeabilidad afectan al pozo de manera similar al efecto de los límites de los acuíferos.

Un caso especial de heterogeneidad y anisotropía es el de las rocas permeables por fisuración. Si la fisuración es densa, vertical y orientada al azar, el material se comporta como un medio muy aproximadamente isótropo y homogéneo. Sin embargo, es muy frecuente que las fisuras tengan orientaciones preferentes, o que la fisuración sea poco densa o que las grietas no sean verticales, en cuyos casos, o en casos combinación de ellos, el medio se comportará como anisótropo y/o heterogéneo.

1.8 CONCEPTO DE CAUDAL ESPECÍFICO Y EFICIENCIA DE UN POZO

Se llama caudal específico de un pozo al cociente entre el caudal de agua bombeado y el descenso de nivel producido.

$$q = \frac{Q}{s_p}$$

siendo s_p el descenso medido en el pozo.

El caudal específico de un pozo no es constante para un determinado caudal ya que con el tiempo el descenso aumenta. Sin embargo los descensos tienden a estabilizarse y por lo tanto el caudal específico también.

Las curvas caudal-descenso y las curvas caudal específico-descenso se llaman *curvas características de un pozo.*

El nivel de agua dentro de un pozo real es menor o a lo más igual nivel de agua en el exterior del pozo puesto que existe una pérdida de carga al atravesar el agua la zona filtrante, contando como tal al macizo de gravas, si existe. El descenso adicional debido al paso por la zona filtrante se llama pérdida de penetración en el pozo.

De acuerdo con las consideraciones que se expondrán en los capítulos siguientes, es posible calcular el descenso teórico en el pozo. Se llama eficiencia del pozo a:

$$\text{eficiencia} = \frac{\text{descenso teórico}}{\text{descenso medido en el pozo}}$$

En la eficiencia del pozo intervienen las pérdidas de penetración en el pozo más las pérdidas por circulación en la porción de acuífero próximo y dentro del propio pozo. Generalmente las primeras son las más importantes y de ahí la necesidad de seleccionar muy bien las zonas filtrantes.

Los pozos poco eficientes no son económicos por cuanto para bombear el mismo caudal que un pozo eficiente se precisan mayores descensos de nivel y por lo tanto mayor altura de bombeo, o si se tiene limitado el descenso, el caudal obtenido es menor.

La eficiencia de un pozo puede modificarse con el tiempo a consecuencia de varios fenómenos tales como aparición de incrustaciones, corrosión, sedimentación de arena en el pozo, etc. Las curvas características de un pozo relacionan el caudal extraído con el descenso en la captación al cabo de un cierto tiempo de bombeo y son de gran valor para apreciar la eficiencia de un pozo y sus variaciones.

En cierta forma un pozo incompleto contiene una causa de ineficiencia ya que en igualdad de condiciones su caudal específico es menor que el de un pozo completo debido al incurvamiento de las líneas de corriente con aparición del efecto de anisotropía, y a la menor superficie de paso del agua. Es fácil deducir que los pozos abiertos solamente por el fondo son muy ineficientes bajo este punto de vista.

Todos estos conceptos expuestos son válidos también para captaciones horizontales.

1.9 CAMPOS DE BOMBEO

Si en un acuífero se establecen varias captaciones de agua, éstas se influyen unas a otras ya que el descenso en cualquier punto de un acuífero es la suma de descensos provocados en él mismo por cada uno de los pozos considerados individualmente. El efecto de la presencia de varios pozos en un acuífero se traduce, pues, en que en cualquier pozo, para extraer un determinado caudal, es preciso elevar el agua a mayor altura que si estuviese solo. Esto crea un consumo adicional de energía de modo que realmente el establecimiento de un nuevo pozo en un campo de bombeo perjudica económicamente a los otros pozos existentes. En un acuífero libre se reduce además el espesor saturado y por lo tanto la transmisividad; esto produce un nuevo incremento de descensos o una disminución de caudales si los descensos no pueden ser aumentados. No obstante, estas afecciones son necesarias si se quiere utilizar apropiadamente los recursos y capacidad de regulación de agua del acuífero en cuestión.

1.10 EFECTOS DE LOS LÍMITES DE LOS ACUÍFEROS

Si el cono de descensos de un pozo alcanza un borde[11] impermeable del acuífero, no puede extenderse en esa dirección y por lo tanto los descensos entre el pozo y los bordes han de ser mayores y más rápidos para poder proporcionar el agua que de otro modo hubiese sido suministrada por la extensión del cono más allá del borde en cuestión. Si el borde no es del todo impermeable (por ejemplo disminución lateral de la permeabilidad del acuífero) el efecto es algo más amortiguado y el cono puede extenderse algo más allá del borde. De forma similar, si el cono de descensos de un pozo alcanza un borde capaz de mantener el nivel constante, por ejemplo un río, un lago o el mar, el cono tampoco puede rebasar ese borde, pero ahora el agua precisa para el bombeo es suministrada por el citado borde y los descensos se estabilizan rápidamente.

Si el límite de potencial constante no es capaz de suministrar toda el agua necesaria (río con el lecho colmatado de limos, existencia de capas poco permeables que dificultan la infiltración, etc.), los niveles no se estabilizan y el cono rebasa el borde, pero los descensos se producen ahora más lentamente. Un efecto similar es producido por un aumento de la transmisividad del acuífero.

[11] Las palabras borde y límite se manejarán como sinónimas al igual que la palabra barrera.

En un mismo campo de bombeo pueden coincidir varios tipos de bordes o barreras (se llaman *barreras negativas* a los bordes impermeables y *barreras positivas* a los de potencial constante) y entonces el efecto que se tiene es la combinación de efectos a medida que el cono de descensos vaya alcanzando a los distintos límites.

El efecto de forzar la infiltración de agua superficial o de otros acuíferos por bombeo en acuíferos directamente relacionados con ellos es llamado *recarga inducida* (fig. 9.8). El agua del río o lago para llegar al pozo debe sufrir un recorrido más o menos largo por el acuífero, con el consiguiente efecto de filtrado y a veces de homogeneización, lo cual presenta un indudable interés práctico.

1.11 ENSAYOS DE BOMBEO Y PUNTOS DE OBSERVACIÓN

Un ensayo de bombeo es un ensayo realizado en condiciones predeterminadas y controladas cuyo objeto puede ser

a) establecer las características del acuífero,
b) conocer el funcionamiento,
c) determinar la correcta construcción del pozo.

El conocimiento de las características de un acuífero es importante en la programación de su óptimo aprovechamiento y es requisito necesario de cualquier investigación hidrogeológica. También tiene interés por cuanto permite predecir de forma razonable cuales van a ser los descensos y los caudales obtenibles de un pozo, tanto a corto como a largo plazo.

Conociendo las características de un acuífero puede determinarse el descenso teórico en el pozo y por lo tanto valorar la eficiencia.

Los ensayos en el pozo, como único elemento de observación, permiten valorar su eficiencia, trazar su curva característica y también obtener algunas de las características del acuífero. Sin embargo, para lograr una aceptable precisión en los datos y valorar suficientemente el acuífero conviene realizar observaciones en otros puntos, ya sean otros pozos o bien piezómetros especialmente instalados para ello. El ensayo observando únicamente el pozo de bombeo se llama a veces simplemente *aforo*.

La forma más común de realizar ensayos de bombeo es extrayendo agua a caudal constante a partir de un instante en que se puede suponer que el nivel piezométrico del acuífero estaba estacionario. Los ensayos que miden el ascenso de niveles en un acuífero que previamente ha sido bombeado durante un período co-

nocido a caudal constante *(ensayo de recuperación)* son un importante complemento al ensayo de bombeo. También pueden realizarse ensayos de bombeo a descenso constante en el pozo, pero son raramente planteados. Sin embargo, pueden tener interés en el caso de disponerse de un pozo surgente en el que el descenso viene regulado por la posición de la boca de la perforación.

La observación de los descensos en un campo de bombeo se hace en pozos ya existentes o en perforaciones practicadas con ese fin. Si una tal perforación está revestida con un tubo y ésta sólo está abierta por el fondo o ranurado en una longitud pequeña tenemos un *piezómetro* que se puede llamar *puntual* o *perfecto*, ya que mide el potencial hidráulico en el punto de abertura. En un mismo lugar y aún en el mismo acuífero, piezómetros abiertos a diferente profundidad pueden mostrar niveles diferentes. Si la longitud ranurada del piezómetro es importante en relación con el espesor del acuífero o con la distancia al pozo de bombeo, el nivel que se observa en él es un valor medio a lo largo de su parte activa y entonces se trata de un *piezómetro imperfecto*, aunque no por ello deja de tener utilidad.

Los pozos de observación son muy frecuentemente piezómetros imperfectos.

Cuando la zona ranurada abarca todo el espesor del acuífero, se puede conocer el potencial medio, lo cual es de gran interés en muchos tipos de problemas[12].

1.12 FÓRMULAS BÁSICAS

Admitiendo que el flujo es laminar sin variación en las fuerzas de inercia, la ley fundamental del movimiento es la ley de Darcy[13],

$$v = -k \cdot \text{grad } h \qquad (9.1)$$

siendo:

v = velocidad de flujo = velocidad real × porosidad
k = permeabilidad
h = nivel piezométrico.

La combinación de la ecuación de la continuidad con la ley de Darcy permite llegar a[14]

$$\nabla^2 h + \frac{F}{k} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (9.2)$$

siendo:

∇^2 = operador de Laplace[15]
F = aporte de agua en volumen por unidad de tiempo y por unidad de volumen del acuífero
S = coeficiente de almacenamiento
T = transmisividad
t = tiempo.

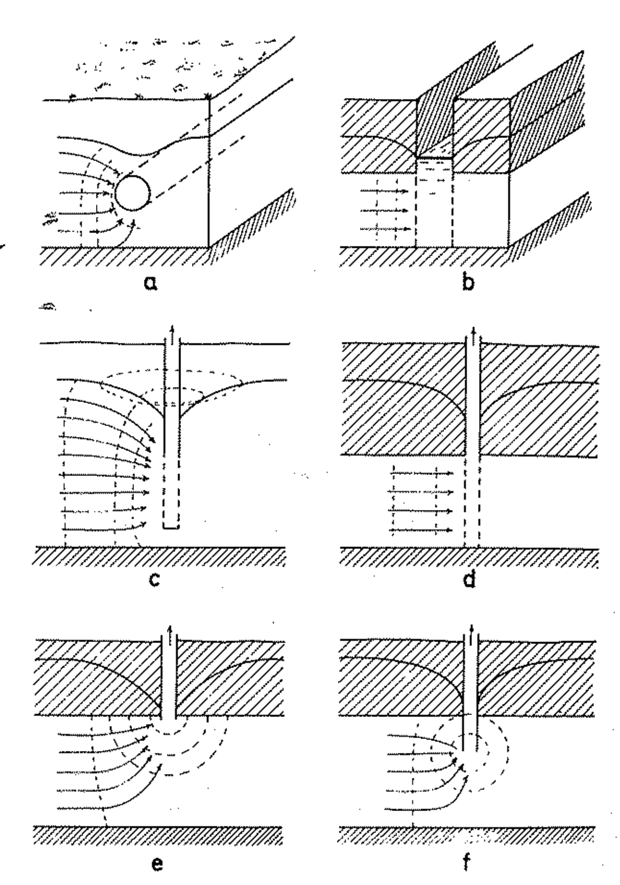


FIGURA 9.9
Tipo de flujo creado por captaciones:
a) Flujo plano bidimensional.
b) Flujo plano horizontal unidimensional.
c) Flujo radial bidimensional.
d) Flujo radial horizontal unidimensional.
e) Flujo esférico, unidimensional en las proximidades.
f) Flujo esférico, unidimensional en las proximidades.

[12] Para más detalles véase el capítulo 9.9.
[13] Véase el capítulo 8.1.
[14] Véase el capítulo 8.3, donde se analizan diferentes posibilidades. En el capítulo 8.4 se considera la integración vertical para tratar el caso de acuífero libre.

[15] Véase el apéndice A.2 de la sección 8.

Se trata de una ecuación diferencial lineal de segundo orden en derivadas parciales, cuyos principios de resolución han sido comentados en la sección 8. En general es difícil obtener soluciones exactas, por lo que en muchos casos se trata por métodos de cálculo aproximado digital o analógico, tal como se verá en la sección 16. En los capítulos siguientes se darán las soluciones exactas o aproximadas que sirven para resolver y estudiar muchos de los problemas reales que pueden presentarse, empezando por el caso de acuífero homogéneo e isótropo de gran extensión para, poco a poco, ir entrando en casos más complicados.

En el apéndice A.9.1 se dan las propiedades y tablas de valores de una serie de funciones de empleo muy común en hidráulica de pozos.

En la figura 9.9 se indica el tipo de flujo creado en las proximidades de varios tipos de captaciones y cuya consideración simplifica mucho el planteamiento de los problemas.

Capítulo 9.2

Formulaciones elementales de la hidráulica de pozos completos a caudal constante

2.1 INTRODUCCIÓN E HIPÓTESIS DE BASE

En el presente capítulo se expondrán los principios generales de la hidráulica de pozos completos así como la obtención de las fórmulas fundamentales que relacionan las características del acuífero, del pozo, los descensos producidos y el tiempo de bombeo. Se analizarán los casos *de pozo en un acuífero de extensión infinita* y de *pozo en el centro de una isla circular* como base previa al estudio del acuífero infinito en régimen permanente. En todos los casos se supondrá que *el caudal es constante.* El estudio de los bombeos a caudal variable se reserva al capítulo 9.14.

Salvo indicaciones en contrario se supondrá que se cumplen las siguientes *hipótesis de base:*

1) El acuífero es homogéneo e isótropo y el agua es de densidad y viscosidad constantes.

2) El espesor del acuífero es constante y la base del mismo es horizontal.

3) No existe flujo natural, es decir que los niveles iniciales del agua son horizontales.

4) Las superficies equipotenciales son cilindros verticales de sección circular y concéntricos con el pozo. Ello equivale a suponer que el flujo es radial y horizontal.

5) En todo momento se cumplen las condiciones de validez de la ley de Darcy.

6) El coeficiente de almacenamiento es constante en el espacio y en el tiempo. Para los acuíferos cautivos y semiconfinados se supone que en ningún lugar los descensos producidos rebajan el nivel del agua por debajo del techo de los mismos.

7) Toda el agua liberada del almacenamiento aparece simultáneamente y proporcionalmente a la disminución del nivel piezométrico.

8) Si no se indica lo contrario, se supondrá que el acuífero es de extensión infinita y que en el mismo no existen otras captaciones de agua subterránea. El descenso producido a gran distancia (en el infinito) es cero.

9) El pozo es completo (totalmente penetrante).

10) En régimen variable se admite que el radio del pozo es suficientemente pequeño y además que la variación del volumen almacenado en el mismo no influye en el caudal de bombeo.

11) No existe pérdida de carga de penetración del agua en el pozo.

12) El caudal de bombeo es constante.

Estos supuestos son bastante restrictivos, pero en la práctica son admisibles desviaciones pequeñas sin invalidar la formulación a la que se llegue. Los casos con desviaciones importantes serán tratados en los capítulos dedicados a acuíferos reales (9.11 a 9.14).

El origen de tiempos se tomará en el momento de iniciarse el bombeo y el *origen de distancias* horizontales será el eje del pozo. Todos los niveles piezométricos, cuando sea preciso especificarlos, irán referidos a la base del acuífero, que será el *origen de distancias verticales.* Todas las fórmulas se darán en *unidades homogéneas* excepto cuando se indique expresamente lo contrario. Se considerará que el descenso en el pozo es el teórico; los descensos reales serán en general mayores como se verá en el capítulo 9.15.

2.2 POZO EN UN ACUÍFERO CAUTIVO. RÉGIMEN ESTACIONARIO

Se supone que el acuífero no recibe ninguna recarga a través del techo ni de la base.

2.2.1 Pozo en el centro de una isla circular y en un acuífero infinito

Se debe cumplir que el caudal de agua bombeada debe ser igual al flujo que atraviesa cualquier superficie equipotencial, las cuales son cilindros verticales concéntricos con el pozo.

En una cualquiera de esas superficies equipotenciales (fig. 9.10) se cumple que:

flujo = perímetro · transmisividad · gradiente = caudal del pozo

$$\text{flujo}^{(16)} = 2\,\pi\,r \cdot T \cdot \frac{dh}{dr} = Q$$

siendo:

r = radio del cilindro considerado = distancia radial al eje del pozo
h = nivel piezométrico correspondiente al cilindro considerado
T = transmisividad
Q = caudal extraído.

Resolviendo la ecuación diferencial obtenida:

$$dh = \frac{Q}{2\,\pi\,T}\;\frac{dr}{r}$$

$$h = \frac{Q}{2\,\pi\,T}\ln r + A \qquad ; \qquad A = \text{cte}$$

Suponiendo conocido el nivel piezométrico h_1 a distancia r_1 se puede determinar y sustituir el valor de A quedando:

$$h_1 - h = \frac{Q}{2\,\pi\,T}\,\ln\frac{r_1}{r} \qquad (9.3)$$

llamada también *fórmula de Thiem* (1906), la cual permite determinar la forma de la superficie piezométrica, si se conoce su posición en un punto.

La fórmula de Thiem puede obtenerse de un modo más general a partir de la ecuación de la continuidad (ver capítulo 3 de la sección 8)

[16] La ley de Darcy se escribiría $v_r = -k\,(dh/dr)$ para señalar que la velocidad del agua es contrario al gradiente. Aquí se prescinde del signo, para que Q, caudal de extracción, se pueda considerar positivo. Es conveniente tener en cuenta esta convención en lo que sigue.

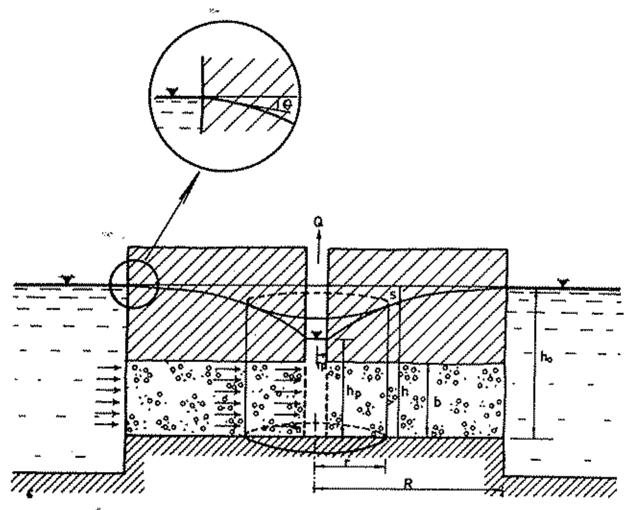


FIGURA 9.10
Pozo en acuífero cautivo en el centro de una isla circular.

$$\nabla^2 h + \frac{F}{k} = \frac{S}{T}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}$$

teniendo en cuenta que:

a) $\nabla^2 h = \frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\cdot\frac{dh}{dr}\right)$

por ser el flujo radial y plano

b) $F = 0$ por no haber recarga

c) $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ por ser el régimen estacionario

Así pues queda:

$$\frac{d}{dr}\left(r\cdot\frac{dh}{dr}\right) = 0$$

y cuya resolución conduce a:

$h = B \cdot \ln r + A$; A y B son constantes (9.3 bis)

Las condiciones de contorno son:

a) $h = h_1$ para $r = r_1$

b) $2\,\pi\,r\,T\,\frac{dh}{dr} = Q$

La condición *a)* es la de conocimiento del nivel piezométrico en un punto y la *b)* la condición de que el flujo que atraviesa cualquier superficie equipotencial sea igual al caudal bombeado.

Aplicando la condición *b)*

$$2 \pi r T \cdot \frac{B}{r} = Q; \qquad B = \frac{Q}{2 \pi T}$$

Aplicando la condición *a)*

$$h_1 = B \ln r_1 + A; \qquad A = h_1 - \frac{Q}{2 \pi T} \ln r_1$$

valores que sustituidos en (9.3 bis) llevan a la ecuación de Thiem (fórmula 9.3).

Si el pozo está situado en el *centro de una isla circular* (fig. 9.10) siendo R el radio de la isla y h_o el nivel constante del agua libre que rodea a la isla se cumple que:

$$h_o - h = s = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{R}{r} \qquad (9.4)$$

siendo s el descenso, ya que antes de iniciarse el bombeo el nivel piezométrico era en cualquier punto igual a h_o.

En el caso de la isla circular, el régimen estacionario puede establecerse realmente puesto que el caudal bombeado procedería del agua libre que rodea la isla. En efecto, la superficie piezométrica no es tangente, sino oblicua al nivel del agua libre, lo que indica que existe flujo en el mismo borde. *En un acuífero cautivo infinito,* al no haber recarga *no puede establecerse el régimen permanente.* Sin embargo y a efectos prácticos, cuando el embudo de bombeo se extiende suficientemente se alcanza un régimen casi estacionario[17]. Entonces se cumple también que:

$$s = h_o - h = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{R}{r}$$

siendo h_o el nivel inicial del agua y R el llamado *radio de influencia* o sea aquella distancia a partir de la cual se puede considerar que los descensos producidos por el bombeo son nulos. La fórmula reproduce fielmente la superficie piezométrica en los alrededores del pozo, pero a distancias del orden del valor de R las desviaciones son ya apreciables. Para distancias mayores que R, la fórmula no es aplicable por propia definición de R y por que se obtendría $h > h_o$, lo cual no es posible.

Más adelante, en el apartado 2.3, se verá que R es realmente *función del tiempo* que hace que se inició el bombeo, *pero no del caudal de bombeo.* El valor de R se obtiene por una extrapolación geométrica como se verá en el capítulo siguiente, y por eso sólo coincide aproximadamente con el radio de influencia físico[18].

Si la superficie equipotencial conocida es la que coincide con la pared del pozo (nivel h_p y distancia r_p = = radio del pozo):

$$h - h_p = s_p - s = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{r}{r_p} \qquad (9.5)$$

En la práctica los niveles medidos en el pozo son diferentes de los teóricos por varias razones tales como penetración parcial, pérdidas en el pozo, etc. El valor teórico de r_p no es siempre conocido debido a la existencia de posibles macizos de gravas, efectos de desarrollo del pozo, efecto de obturaciones, etc. Por lo tanto esa fórmula debe ser utilizada en la práctica con precauciones. Para evitar confusiones, a los valores r_p y h_p se les considerará siempre *teóricos.*

La fórmula de Thiem no introduce ninguna limitación respecto al radio del pozo.

2.2.2 Casos en que el nivel es variable en el contorno

Con frecuencia, el nivel piezométrico a lo largo de la circunferencia definida por el radio de acción de un pozo no es un valor constante sino que varía a lo largo de esa circunferencia. Tampoco el nivel piezométrico en las paredes de un pozo tiene por que ser el mismo en todo su perímetro. Sin embargo se puede demostrar (Muskat 1937, págs. 163/169) que la teoría del pozo con flujo radial se puede aplicar con plena validez si se toman como niveles piezométricos en la circunferencia de acción y en el perímetro del pozo las medias de esos niveles respectivamente.

Así se cumple siempre que:

$$h_o - h_p = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{R}{r_p}$$

17 En la realidad puede llegarse a un régimen estacionario cuando el embudo de descensos es tan grande que los pequeños posibles aportes de agua a través de los niveles confinantes igualan al caudal extraído.

18 El radio de influencia físico a su vez depende de lo que se defina por descenso inapreciable. Es corriente llamar descenso inapreciable a un descenso menor que 0,5 mm; en este caso el caudal de bombeo influye pero no es éste el concepto de radio de influencia que se maneja en las fórmulas.

siendo

$$h_o = \frac{1}{2\pi R} \oint h_o(\theta)\, dl_o$$

límite de influencia

y

$$h_p = \frac{1}{2\pi R} \oint h_p(\theta)\, dl_p$$

perímetro del pozo

siendo $h_o(\theta)$ el potencial en la circunferencia de influencia, dl_o el diferencial de esa circunferencia, $h_p(\theta)$ el potencial en las paredes del pozo y dl_p el diferencial de perímetro del pozo.

Si el límite de descenso no es circular (ver apartado siguiente)

$$h_o \simeq \frac{1}{\text{perímetro}} \oint h_o(\theta)\, dl_o$$

límite de influencias.

Si el pozo no es circular

$$h_p = \frac{1}{\text{perímetro}} \oint h_p(\theta)\, dl_p$$

pozo

2.2.3 Pozo excéntrico en una isla circular

Si el pozo es *excéntrico* respecto a la circunferencia de potencial constante (pozo excéntrico en una isla circular) no es válida la fórmula del flujo radial. En este caso se cumple que (Muskat, 1937, pág. 172; Polubarinova-Kochina, 1952, págs. 363/368)

$$\frac{Q_e}{Q_o} = \frac{\ln \dfrac{R}{r_p}}{\ln \dfrac{R^2 - d^2}{R \cdot r_p}} = 1 - \frac{\ln\left(1 - \dfrac{d^2}{R^2}\right)}{\ln \dfrac{R}{r_p} + \ln\left(1 - \dfrac{d^2}{R^2}\right)} \quad (9.6)$$

en la que

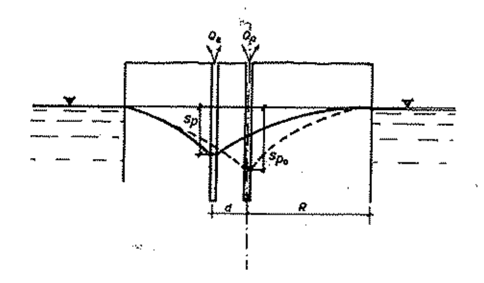
Q_e = caudal del pozo excéntrico de radio r_p

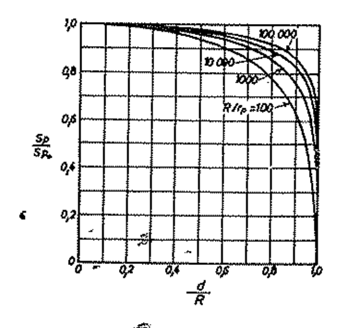
Q_o = caudal de un pozo centrado de las mismas características y que bombee con el mismo descenso

d = distancia del eje del pozo al centro de la isla

R = radio de la isla.

En la figura 9.11, se representa Q_e/Q_o para el mismo descenso y s_p/s_{po} para el mismo caudal en función de d/R, pudiéndose observar que aun para excentricidades tan elevadas como $d/R = 0{,}5$ es $Q_e/Q_o = 1{,}04$, lo cual permite asimilar, a efectos prácticos, un pozo excéntrico no muy cercano al borde, a un pozo centrado de iguales características. s_p es el descenso en el pozo excéntrico y s_{po} el descenso en el pozo centrado cuando el caudal de bombeo es el mismo. Si el borde no es circular, pero puede asimilarse a uno que lo sea, todo lo expuesto es igualmente aplicable[19].





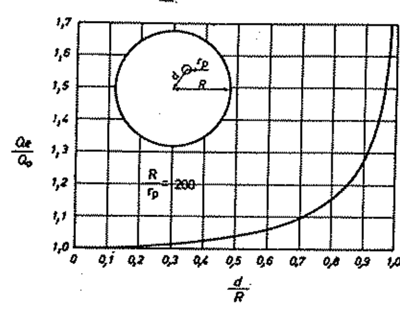


FIGURA 9.11

Pozo excéntrico en una isla circular (Muskat, 1937, página 173; Jacob, 1950, pág. 357). Para un mismo descenso se obtiene un caudal ligeramente superior al del pozo concéntrico y para un mismo caudal un descenso ligeramente superior al del pozo concéntrico.

[19] En Polubarinova-Kochina (1952) págs. 366-368 puede encontrarse el caso de pozo en una isla de forma no circular, donde se deduce que para un pozo aproximadamente centrado el caudal obtenido es similar al de un pozo concéntrico que bombee con el mismo descenso en una isla circular de igual superficie, si la forma de la isla no difiere mucho de la circular (elipse, cuadrado, etc.).

2.3 POZO EN UN ACUÍFERO CAUTIVO. RÉGIMEN NO PERMANENTE

Si se cumplen las hipótesis expuestas en el apartado 2.1 el flujo es radial horizontal. Si no hay recarga, la ecuación de la continuidad queda reducida:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)=\frac{S}{T}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}$$

Esta ecuación debe ser resuelta para las siguientes condiciones:

1) $h = h_o$ para $r = \infty$ siendo h_o el nivel piezométrico inicial. En el infinito no se produce descenso alguno.

2) $$\lim_{r\to 0} 2\pi r\cdot T\frac{\partial h}{\partial r}=Q$$

condición de que el caudal de agua que entra en el pozo sea igual al caudal bombeado. Se supone que el radio del pozo es muy pequeño comparado con el del acuífero y con el espesor del mismo. Es preciso tomar $r\to 0$ pues al ser el régimen variable el caudal Q es la suma del que pasa por un cilindro de radio r, más el que se genera en su interior a consecuencia del descenso de nivel; se supone con ello que el almacenamiento en el propio pozo es despreciable.

3) $h = h_o$ para cualquier tiempo anterior al inicio del bombeo.

La resolución de la ecuación diferencial conduce a:

$$h_o - h = s = \frac{Q}{4\pi T}\cdot W(u) \qquad (9.7)$$

llamada *fórmula de Theis* (1935) siendo:

$$W(u)=\int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x}dx \qquad \text{con } u=\frac{r^2 S}{4Tt} \qquad (9.8)$$

La forma elemental de llegar a esta solución se expone a continuación, prescindiendo de todo rigor matemático.

Se trata de resolver la ecuación:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$$

Efectuando el cambio de variable

$$u=\frac{S r^2}{4Tt}$$

queda una función exclusiva de u pues:

$$\frac{\partial h}{\partial r}=\frac{\partial h}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{S r}{2Tt}\frac{\partial h}{\partial u}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}=\frac{\partial^2 h}{\partial u^2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2+\frac{\partial h}{\partial u}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}=$$

$$=\frac{S^2 r^2}{4T^2t^2}\frac{\partial^2 h}{\partial u^2}+\frac{S}{2Tt}\frac{\partial h}{\partial u}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial h}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{S r^2}{4Tt^2}\frac{\partial h}{\partial u}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{S^2 r^2}{4T^2t^2}\frac{\partial^2 h}{\partial u^2}+\frac{S}{2Tt}\frac{\partial h}{\partial u}+\frac{S}{2Tt}\frac{\partial h}{\partial u}=$$

$$=-\frac{S^2 r^2}{4Tt}\frac{\partial h}{\partial u}$$

Dividiendo la ecuación por S/T t y teniendo en cuenta que

$$u=\frac{r^2 S}{4Tt} \text{ queda:}$$

$$u\cdot\frac{d^2 h}{du^2}+(1+u)\frac{dh}{du}=0$$

en la que las derivadas son totales puesto que h sólo es función de u.

Efectuando el nuevo cambio de variable

$$v=u\frac{dh}{du}$$

$$\frac{dv}{du}=u\frac{d^2 h}{du^2}+\frac{dh}{du}$$

y por lo tanto es:

$$u\frac{d^2 h}{du^2}+(1+u)\frac{dh}{du}=\frac{dv}{du}+v=0$$

$$\frac{dv}{v} = -du$$ que es de variables separadas

$$v = A \cdot e^{-u} \quad ; \quad A = cte$$

Entonces volviendo al último cambio de variable se obtiene:

$$A e^{-u} = u \frac{dh}{du}$$

que es también de variables separadas. Integrándola:

$$h = A \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du + B = A \cdot W(u) + B$$

siendo B la nueva constante de integración.

Aplicando las condiciones de contorno que definen el problema se tiene:

1) $h(\infty, t) = h_o$

2) $Q = \lim_{r \to o} 2\pi r T \frac{\partial h}{\partial r}$

3) Además hay que incluir la condición en el origen $h(r,o) = h_o$. La primera condición conduce a $B = h_o$ pues es $u = \infty$. Como es

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S r}{2 T t} \frac{dh}{du} = -A \frac{S r}{2 T t} \frac{e^{-u}}{u}$$

la segunda condición conduce a:

$$Q = -\lim_{r \to o} 2\pi r T \cdot A \frac{S r}{2 T t} \frac{4 T t}{S r^2} \exp\left(-\frac{S r^2}{4 T t}\right) =$$

$$= -\lim_{r \to o} 4\pi T \cdot A \exp\left(-\frac{S r^2}{4 T t}\right)$$

$$Q = -4\pi T \cdot A \quad ; \quad A = -\frac{Q}{4\pi T}$$

luego será:

$$h_o - h = s = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

que es la fórmula de Theis (9.7)[20].

La función W (u) es la llamada función de pozo en acuífero cautivo y u es un parámetro adimensional (ver apartado A.1.4 del apéndice A.9.1). La función W (u) está ampliamente tabulada (Wenzel, 1942, Glober en Cerdergren, 1967, etc.) y una relación suficientemente completa de valores se encuentra en las tablas A.9.5 y A.9.6 del apéndice A.9.2. A título orientativo se dan los siguientes valores.

[20] En Figueroa (1969) puede encontrarse un razonamiento deductivo por análisis dimensional y en Schneebeli (1956) otra forma de deducción.

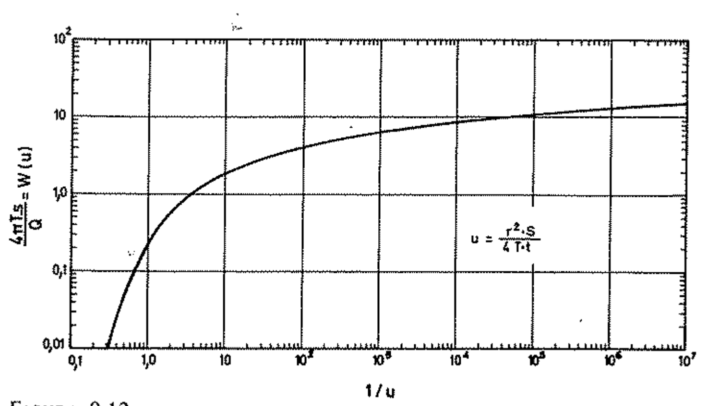


FIGURA 9.12

Función de pozo, W (u), *en acuífero cautivo, en función de* 1/u. *Curva tipo de Theis.*

u	W(u)	u	W(u)
10^{-15}	34	10^{-7}	15,5
10^{-14}	31,6	10^{-6}	13,2
10^{-13}	29,3	10^{-5}	10,9
10^{-12}	27,0	10^{-4}	8,6
10^{-11}	24,7	10^{-3}	6,33
10^{-10}	22,4	10^{-2}	4,04
10^{-9}	20,1	10^{-1}	1,82
10^{-8}	17,8	1	0,22

En la figura 9.12 se representa W (u) en función de 1/u.

Realmente la fórmula es válida para cualquier valor de r_p si $t > 30 \frac{r_p^2 \cdot S}{T}$ (Hantush, 1964, pág. 339).

Para valores de u suficientemente pequeños ($u < 0{,}03$) la fórmula de Theis puede aproximarse mediante la llamada aproximación de Jacob (Cooper y Jacob 1946) o aproximación logarítmica tal como se expone en el apartado A.1.4 del apéndice A.9.1.

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln (0{,}562/u) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\, T t}{r^2 S} \quad (9.9)$$

resultante de desarrollar en serie W (u) y despreciar los términos con potencias de u superiores a 1. El error

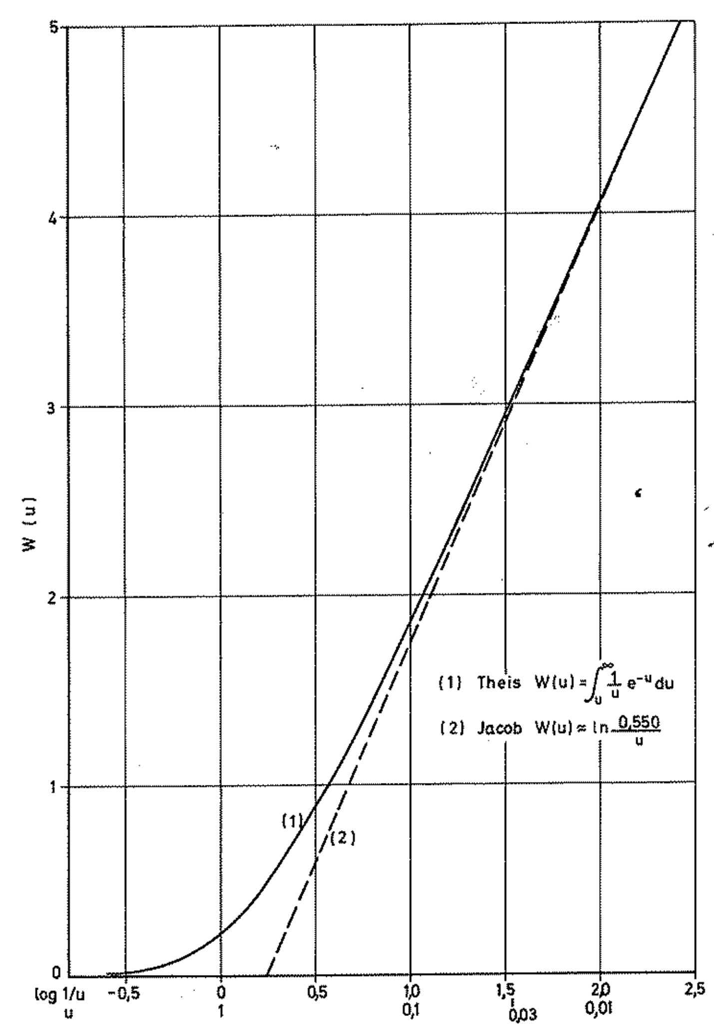


FIGURA 9.13
Comparación de la fórmula de Theis y de la aproximación de Jacob.

cometido en la simplificación puede apreciarse en la figura 9.13. En ciertas aplicaciones, puede admitirse que la aproximación de Jacob es válida para valores de u de hasta 0,1, aunque normalmente se toma u < 0,03.

La aproximación de Jacob puede escribirse:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{\sqrt{\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S}}}{r}$$

que es idéntica a la fórmula de Thiem (9.4) si se escribe:

$$R = \text{radio de influencia} = \sqrt{\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S}} = 1,5 \sqrt{\frac{T\,t}{S}} \qquad (9.10)$$

fórmula que expresa la variación del radio de influencia con el tiempo.

En todos los puntos del campo de bombeo en que u < 0,03 la fórmula de Theis degenera en la fórmula de Thiem o sea que la forma del cono puede considerarse como casi estacionaria. Ello no quiere decir que los descensos se estabilicen, sino que la forma del cono de descenso en las proximidades del pozo mantiene su forma, evolucionando paralelamente (fig. 9.5).

El radio de influencia así determinado es una función matemática pues el cono observable se extiende algo más. Sin embargo y a efectos prácticos, puede suponerse que R coincide con el radio de influencia observable. El radio de influencia definido depende del tiempo y de las características del acuífero, pero no del caudal de bombeo.

El caudal Q (r) que cruza la superficie de un cilindro de radio r concéntrico con el pozo vale $Q(r) = Q\,e^{-u}$.

2.4 POZO EN UN ACUÍFERO SEMICONFINADO. RÉGIMEN ESTACIONARIO

A las hipótesis de base establecidas en el apartado 2.1 se debe añadir además:

— La recarga se establece a partir de otro acuífero situado encima o debajo del semiconfinado (uno u otro pero no simultáneamente) y tal que en estado de reposo ambos acuíferos tengan el mismo nivel piezométrico[21].

— El acuífero que recarga mantiene un nivel piezométrico constante.

— La recarga es proporcional a la conductancia hidráulica k'/b' del acuitardo semiconfinante y a la diferencia de niveles entre los dos acuíferos.

— La recarga es lo suficientemente pequeña como para suponer que las líneas de corriente, prácticamente verticales en el acuitardo, se incurvan bruscamente hasta

[21] Esta condición es lógica ya que en ausencia de bombeo no es posible que ambos acuíferos tengan niveles diferentes pues de otro modo se establecería un flujo vertical entre ambos hasta conseguir igualarlo. En acuíferos con flujo natural tal condición no se cumple exactamente.

ponerse horizontales al entrar en el acuífero (fig. 9.14). Ello equivale a suponer que la recarga no perturba el régimen de flujo radial horizontal producido por el pozo o sea que k/k′ es muy grande, por ejemplo mayor que 500, o mejor que B/b > 3 (Kruseman y De Ridder, 1970, pág. 72).

Si se consideran dos cilindros de radios r y r − d r concéntricos con el pozo (fig. 9.14), entre ellos se produce una recarga:

$$2\pi r \cdot d r \cdot \frac{h_o - h}{b'} k' = Q\,(r - d\,r) - Q\,(r) = -d\,Q\,(r) \qquad (9.11)$$

igual al incremento de caudal entre los dos cilindros. El caudal que cruza la superficie del cilindro de radio r será según la ley de Darcy:

$$Q\,(r) = 2\pi r T \frac{d h}{d r}$$

y el incremento del caudal

$$d\,Q\,(r) = \left(2\pi r T \cdot \frac{d^2 h}{d r^2} + 2\pi T \frac{d h}{d r}\right) d r \qquad (9.12)$$

igualando (9.11) y (9.12)

$$2\pi r T \frac{d^2 h}{d r^2} + 2\pi T \frac{d h}{d r} + 2\pi r \frac{h_o - h}{b'} k' = 0$$

o sea:

$$\frac{d^2 h}{d r^2} + \frac{1}{r}\frac{d h}{d r} + \frac{k'/b'}{T}(h_o - h) = 0 \qquad (9.13)$$

Haciendo los cambios de variable

$$x = r\sqrt{\frac{k'/b'}{T}} = \frac{r}{B}$$

$$s = h_o - h$$

siendo B = factor de goteo $= \sqrt{\dfrac{T}{k'/b'}}$

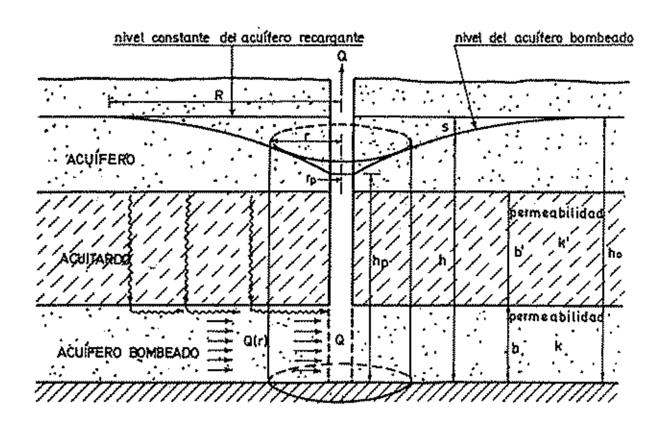


FIGURA 9.14
Pozo bombeado en un acuífero semiconfinado.

se obtiene

$$\frac{d^2 s}{d x^2} + \frac{1}{x}\frac{d s}{d x} - s = 0 \qquad (9.14)$$

que es una ecuación modificada de Bessel de orden cero (ver apartado A.1.3 c).

La ecuación (9.13) puede también obtenerse directamente de la ecuación de la continuidad (9.2) teniendo en cuenta que

a) El régimen es estacionario, luego $\partial h/\partial t = 0$

b) Por ser el flujo radial y plano

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}$$

c) $$F = \frac{\text{agua entrada entre los dos cilindros por unidad de tiempo}}{\text{volumen de acuífero entre los dos cilindros}} =$$

$$= \frac{2\pi r \cdot d r \cdot \dfrac{h_o - h}{b'} k'}{2\pi r \cdot d r \cdot b} = \frac{(h_o - h)\,\dfrac{k'}{b'}}{b}$$

y por lo tanto

$$F/k = \frac{k'/b'}{T}(h_o - h)$$

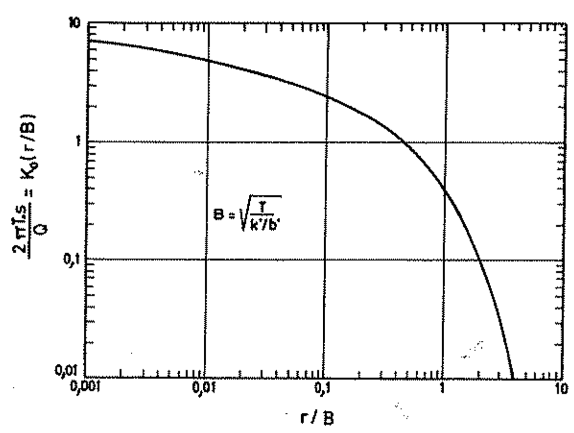


FIGURA 9.15
Función de pozo en acuífero semiconfinado en régimen permanente, $K_o(r/B)$ *en función de* r/B.

La resolución de la ecuación (9.14) conduce a:

$$s = A\,I_o(x) + C\,K_o(x)$$

A y B = ctes.

$$s = h_o - h = A\,I_o\left(\frac{r}{B}\right) + B\,K_o\left(\frac{r}{B}\right)$$

siendo I_o y K_o funciones modificadas de Bessel (ver apartado A.1.3).

Las condiciones de contorno son:

a) $h = h_o$ para $r = \infty$

b) $$\lim_{r \to r_p} 2\pi r T \cdot \frac{dh}{dr} = Q$$

que expresa que el caudal que penetra en el pozo debe coincidir con el caudal bombeado (r_p = radio del pozo).

El resultado final es:

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{K_o(r/B)}{(r_p/B)\,K_1(r_p/B)}$$

Si $r_p \ll B$, como es lo usual, es:

$$\frac{r_p}{B} K_1(r_p/B) \approx 1$$

y por lo tanto:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_o(r/B) \tag{9.15}$$

Válida para $\frac{b}{B} \leq 0{,}7$ (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 405).

La fórmula (9.15) se llama fórmula *de De Glee* (1930) *o de Jacob-Hantush.*

La función $K_o(r/B)$ está tabulada (ver tabla A.9.4). En la figura 9.15 se representa $K_o(x)$ en función de x.

En las proximidades del pozo r/B es pequeño y cuando $r/B < 0{,}1$ puede admitirse que:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \ln \frac{1{,}123\,B}{r} \tag{9.16}$$

A efectos prácticos la fórmula es válida con un error menor del 1 % para $r/B < 0{,}33$.

Esta fórmula es idéntica a la fórmula de Thiem con $R = 1{,}123\,B$, resultando R independiente del tiempo y habiéndose establecido por lo tanto un verdadero régimen estacionario. El valor $s = 0$ se alcanza sólo en $r = \infty$. La definición de R como distancia a partir de la cual los descensos son prácticamente nulos no es del todo cierta ya que, tal como se indicó en el apartado anterior, ha nacido de un proceso de aproximación matemática.

Si Q es el caudal bombeado y Q (r) el caudal que atraviesa un cilindro concéntrico con el pozo de radio R, es: (TNO, 1964, pág. 39)

$$\frac{Q(r)}{Q} = \frac{r}{B} K_1\left(\frac{r}{B}\right) \tag{9.17}$$

Para $r = 4\,B$ es $Q(r)/Q = 0{,}050 = 5\,\%$, o sea que sólo un 5 % del caudal bombeado procedería de más allá de una distancia 4 B.

Si el pozo está en el centro de una isla circular de radio R y con agua libre en el límite de nivel constante h_o se tiene (UNESCO 1963, pág. 28 y TNO, págs. 9-47).

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\left[K_o\left(\frac{r}{B}\right) - K_o\left(\frac{R}{B}\right)\frac{I_o(r/B)}{I_o(R/B)}\right] \tag{9.18}$$

El cociente entre el caudal bombeado y el caudal Q_r aportado por el agua que rodea la isla viene dado por

$$Q/Q_r = I_o\,(R/B) \qquad (9.19)$$

En el capítulo 9.10 se exponen los resultados en otros casos de semiconfinamiento más complejos. La complicación de las fórmulas a las que se llega hace que sean de poca utilidad práctica, pero permiten corregir la interpretación realizada por métodos más simples, así como acotar los errores cometidos.

2.5 POZO EN UN ACUÍFERO SEMICONFINADO. RÉGIMEN NO PERMANENTE

Hipótesis: Las mismas admitidas para el pozo en un acuífero cautivo en régimen variable y para el pozo en un acuífero semiconfinado en régimen no permanente, además de las siguientes: no se toma agua del almacenamiento del nivel semiconfinante ($S' = 0$) y el radio del pozo es suficientemente pequeño. En estas condiciones se obtiene (Hantush, 1964, págs. 337-338 y Hantush, 1961)

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\,W\left(u, \frac{r}{B}\right) \qquad (9.20)$$

llamada *fórmula de Hantush* (1956), siendo

$$W\left(u, \frac{r}{B}\right) = \int_u^\infty \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{r^2}{4B^2 y}\right) dy$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4Tt}$$

que es el mismo parámetro adimensional que aparecía en el régimen no permanente para acuífero cautivo (fórmula de Theis o fórmula 9.7).

La ecuación es válida cuando (Hantush, 1964, página 337)

$$\frac{r_p}{B} < 0{,}1$$

$$t > 30\,\frac{r_p^2 S}{T}\left(1 - \sqrt{\frac{10\,r_p}{B}}\right)^2$$

El caudal que en un momento dado procede del almacenamiento en el acuífero principal es (Hantush, 1964, págs. 335-338):

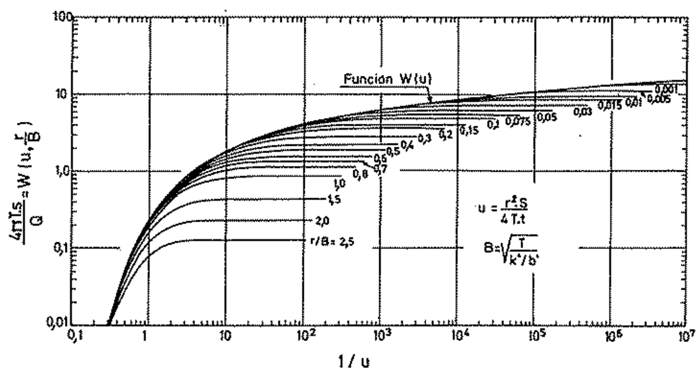


FIGURA 9.16
Función de pozo en acuífero semiconfinado sin almacenamiento en el acuitardo, W (u, r/B) *en función de* 1/u. *Curva tipo de Hantush.*

$$Q_p = Q \cdot \exp\left(-\frac{T\,t}{S\,B^2}\right) \qquad (9.21)$$

y el que procede del acuífero que recarga será $Q - Q_p$.

El volumen total de agua extraído del almacenamiento del acuífero principal entre los tiempos t_1 y t_2 ($t_2 > t_1$) contados a partir del inicio del bombeo será igual a:

$$V_p = Q \cdot \frac{B^2 S}{T}\left[\exp\left(-\frac{T \cdot t_1}{B^2}\right) - \exp\left(-\frac{T \cdot t_2}{B^2}\right)\right] \qquad (9.22)$$

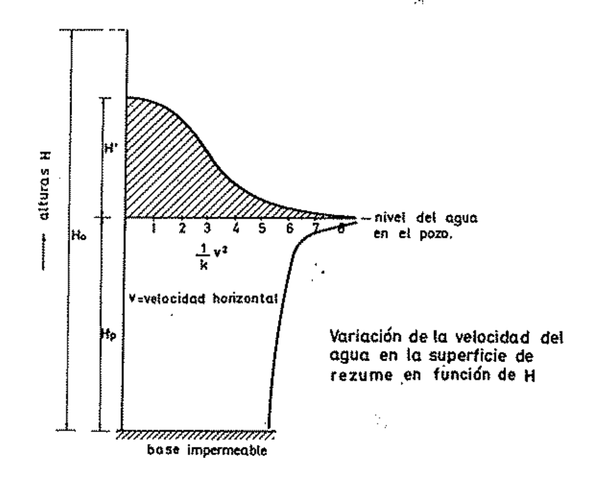
La función W (u, r/B) está suficientemente tabulada (ver tabla A.9.7 del apéndice A.9.2). En la figura 9.16, se representa W (u, r/B) en función de 1/u, tomando r/B como parámetro.

Para $k' = 0$, o sea para acuífero confinado, es $W(u, r/B) = W(u)$.

Para tiempos cortos y en las proximidades del pozo de bombeo es $W(u, r/B) \approx W(u)$ si es $u > 2\,r/B$ con $r/B < 0{,}1$, o sea que no es sensible el efecto de semiconfinamiento; ello da validez a la fórmula de Theis cuando se aplica a acuíferos que reciben algo de recarga, si los puntos observados no son muy lejanos.

También para tiempos largos y en las proximidades del pozo (u pequeño), $W(u, r/B) \approx 2\,K_o\,(r/B)$, convirtiéndose la fórmula de Hantush en la fórmula del régimen estacionario en acuíferos semiconfinados (fórmula 9.15). Para ello es preciso que $u < 0{,}03$ y $(r/B)^2 > 2\,u$.

Otros casos de semiconfinamiento más complicados serán comentados en el capítulo 9.10.



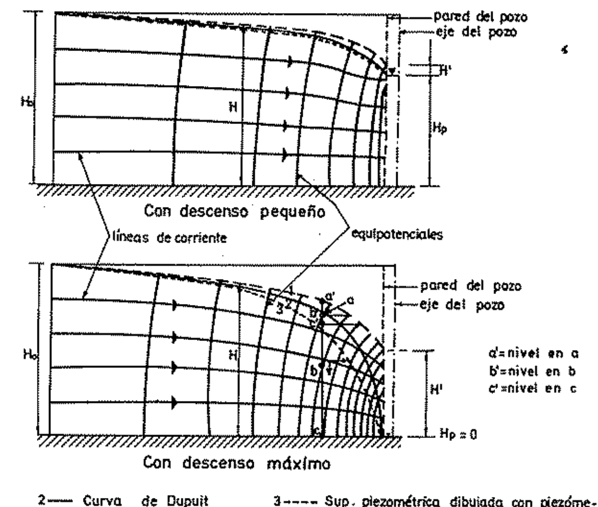


FIGURA 9.17

Red de flujo en un plano vertical que pasa por un pozo que bombea en un acuífero libre. - Nivel en un piezómetro abierto en «a» 2. - id. en «b» 3. - id. en «c».
Un piezómetro ranurado en todo el espesor del acuífero tendría un nivel entre 1 y 3. H' = *altura de la superficie de rezume. (Según Narhgang, 1956).*

2.6 POZO EN UN ACUÍFERO LIBRE SIN RECARGA. RÉGIMEN PERMANENTE

2.6.1 Formulación general

En principio, un acuífero libre sin recarga puede asimilarse a un acuífero cautivo siempre y cuando la superficie libre del agua se mantenga aproximadamente horizontal, o sea que el descenso producido por el bombeo sea muy pequeño en comparación con el espesor saturado del acuífero[22]. La diferencia fundamental estriba en el valor mucho más grande del coeficiente de almacenamiento en el acuífero libre. Con estos supuestos es válida la fórmula de Thiem (2.4). Se admite que el espesor saturado inicial H_o es constante y equivale al valor b, espesor saturado del acuífero.

Si el descenso producido es importante con respecto al espesor del acuífero, la transmisividad es variable en el espacio, siendo tanto menor cuanto mayor sea el descenso producido. Además el flujo ya no es radial y horizontal, sino simplemente axisimétrico, puesto que aparecen componentes verticales de velocidad (figura 9.17) como corresponde a un sistema de flujo tridimensional.

El análisis riguroso de la hidráulica de acuíferos libres es complicada, tal como se indica en el capítulo 4 de la sección 8. Una primera aproximación, válida en la mayoría de casos, es la aproximación de Dupuit-Forchheimer[23] que consiste en admitir que en cada momento:

a) el flujo es perfectamente horizontal,

b) el gradiente que origina el movimiento del agua viene definido por la pendiente de la superficie freática y vale dH/dx siendo x la dimensión horizontal y H el espesor saturado;

c) La velocidad es constante a lo largo de una misma vertical, o sea que las superficies equipotenciales son verticales.

Estas aproximaciones aunque puedan parecer groseras, son bastante aceptables en la realidad, dado que en general en los acuíferos las dimensiones horizontales son mucho mayores que las verticales[24].

Con la aproximación de Dupuit-Forchheimer es posible tener en cuenta el efecto de variación de la transmisibilidad al variar el espesor del acuífero saturado. Situándose en similares condiciones a las del pozo en un acuífero cautivo en régimen permanente, y teniendo en cuenta que el espesor saturado de acuífero a distancia r vale H (fig. 9.18), se tendrá que:

$$Q = 2\pi r \cdot H \cdot k \cdot \frac{dH}{dr}$$

[22] Normalmente se admite que el agua aportada por el flujo de la franja capilar es despreciable. Este flujo sólo tiene importancia en ensayos en modelos.

[23] Véase el apartado 4.7 de la sección 8.

[24] Estas aproximaciones son del mismo tipo y más ajustadas a la realidad que las admitidas en la teoría de la elasticidad para los cálculos de resistencia de materiales.

ecuación diferencial cuya resolución conduce a

$$H^2 = \frac{Q}{\pi k} \cdot \ln r + A$$

Si a la distancia r_1 se conoce el espesor saturado H_1

$$H_1^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r} \qquad (9.23)$$

que es la *fórmula de Dupuit.*

Si el pozo está en el centro de una isla circular de radio R es $H = H_o$ para $r = R$ y se tiene:

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r} \qquad (9.24)$$

que es otro aspecto de la fórmula de Dupuit.

En un acuífero de gran extensión, en ausencia de aportes de agua de superficie, lluvias o alguna forma de infiltración, no puede establecerse un verdadero régimen permanente ya que el agua extraída debe proceder del almacenamiento.

Sin embargo y a semejanza de lo que se dijo para el acuífero cautivo[25], puede definirse un radio R de influencia que crece lentamente con el tiempo y que permite aplicar la fórmula (9.24).

El valor de R para acuíferos libres suele variar entre 10 y 500 metros y puede calcularse a partir de:

$$R \simeq 1{,}5 \sqrt{\frac{T\,t}{m}}$$

siendo m la porosidad eficaz.

Si los descensos provocados son pequeños respecto al espesor saturado o sea si $s = H_o - H \ll H_o$ se tendrá que:

$$H_o^2 - H^2 = (H_o + H)(H_o - H) \approx 2\,H_o \cdot s$$

luego

$$s \simeq \frac{Q}{2\pi k \cdot H_o} \ln \frac{R}{r} = \frac{Q}{2\pi T_o} \ln \frac{R}{r}$$

que es de nuevo la fórmula de Thiem, en la que T_o es la transmisividad inicial.

[25] Véase el apartado 2.2.1.

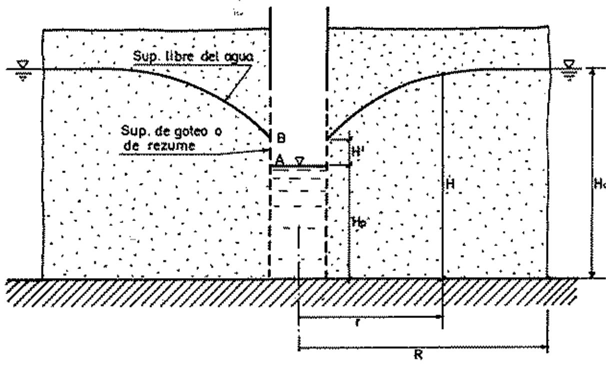


FIGURA 9.18
Pozo de un acuífero libre en el centro de una isla circular.

Si en la fórmula de Dupuit se toma $H = H_p$ para $r = r_p$ resulta

$$H_o^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_p} \qquad (9.25)$$

fórmula que permite determinar el caudal del pozo conocido H_p y H_o; H_p es el espesor de agua medido en el pozo en el supuesto de que no existan pérdidas en el mismo.

Se puede demostrar que la fórmula (9.25) es rigurosamente cierta para el cálculo del caudal y para el descenso teórico dentro del pozo (ver apéndice A.9.4) a pesar de que la fórmula no describe perfectamente la superficie libre del agua. En la figura 9.17, se dibuja la superficie real y la superficie calculada. Las desviaciones son muy pequeñas en puntos alejados del pozo ($r > 1$ a $1{,}5\ H_o$), pero al acercarse al mismo, la disminución más acusada de la transmisividad, el mayor valor de la componente vertical de la velocidad y la aparición de la superficie de rezume en el propio pozo, originan desviaciones de cierta importancia (Haar, 1962, págs. 58-59).

Todo ello debe entenderse referido a la posición de la superficie libre, o sea a los niveles piezométricos H que se medirían en piezómetros que justamente tocasen el nivel del agua. Debido a la aparición de la componente vertical de la velocidad, las superficies equipotenciales no son cilindros verticales y el potencial en una misma vertical aumenta con la profundidad (figura 9.17). Se considera que la superficie piezométrica dibujada por un conjunto de piezómetros colocados sobre la base del acuífero, coincide con la superficie

piezométrica obtenida de la fórmula de Dupuit y cuya expresión independiente de Q sería:

$$H_o^2 - H^2 = (H_o^2 - H_p^2)\frac{\ln(R/r)}{\ln(R/r_p)} \qquad (9.26)$$

Sin embargo, Kashef (1965, 1970) demuestra que el potencial en la base del acuífero es en realidad menor que el deducido de la fórmula de Dupuit y así se dibuja en la figura 9.17.

Para conseguir que la fórmula de Dupuit reproduzca mejor la superficie libre en las proximidades del pozo, se establecen algunas correcciones que consisten en suponer que el nivel de agua en el pozo es el medido (en ausencia de pérdidas de penetración) aumentado en la altura de la superficie de goteo, H′ [25].

Con esta corrección la fórmula (9.26) se transforma en:

$$H_o^2 - H^2 = [H_o^2 - (H_p + H')^2] \cdot \frac{\ln(R/r)}{\ln(R/r_p)} \qquad (9.26\ \text{bis})$$

Esta última ecuación (9.26 bis) da resultados aceptables para $r < 4\,r_p$. En el intervalo $1{,}5\,H_o > r > 4\,r_p$ es mejor tomar para H el valor medio de las H calculadas según las fórmulas (9.26) y (9.26 bis), y para $r > 1{,}5\,H_o$ la fórmula (9.26) es suficientemente aproximada[26].

Babbitt y Caldwell (1948) proponen la fórmula experimental:

$$H = H_o - \frac{C_x}{H_o}\,\frac{H_o^2 - H_p^2}{\ln(R/r_p)} \cdot \ln\frac{R}{0{,}1\,H_o}$$

que da una superficie libre más ajustada a los valores reales. C_x es un factor de corrección función de la distancia al pozo que vale:

r/R	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
C_x	0,60	0,30	0,20	0,15	0,13	0,11	0,08	0,06	0,025	0,01	0,001

y R es el radio de la isla circular o el radio de influencia. Todas esas fórmulas son válidas para puntos no muy cercanos al límite de influencia o sea para

$$r < 0{,}45\sqrt{\frac{T \cdot t}{m}}$$

siendo m la porosidad eficaz (Hantush, 1964, pág. 363).

En el apartado 4.7 de la sección 8 se establecieron las ecuaciones generales del flujo para el caso de un acuífero libre. La ecuación de Laplace para un medio homogéneo e isótropo con un pozo en el origen, se escribe:

$$\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial h}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \qquad (9.27)$$

en la que h es la altura piezométrica en el punto considerado r la distancia radial desde el eje del pozo y z la cota del punto medida por lo general desde la base del acuífero, supuesta horizontal. La resolución analítica exacta de la ecuación (9.27) ha sido intentada repetidas veces sin conseguirse excepto por Kirkham (1964), el cual llega a una ecuación de muy difícil manejo.

La ecuación anterior se convierte en (Misra y Pande, 1970):

$$\nabla^2_{x,y} \cdot \left(\int_0^H h \cdot dz\right) = 0$$

siendo H el espesor saturado. Si h = H se obtiene la fórmula de Dupuit.

Una mejor aproximación que la de Dupuit-Forchheimer se obtiene suponiendo que la velocidad vertical no es nula y que varía linealmente entre $v_z = o$ en la base del acuífero y un valor máximo en la superficie freática, siendo (Misra y Pande, 1970):

$$v_z = -\frac{k}{H} \cdot z \cdot A$$

$$A = \frac{\left(\dfrac{dH}{dr}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{dH}{dr}\right)^2}$$

pero se llega a una solución complicada que sólo mejora un poco la de Dupuit en lo que respecta a la existencia de la superficie de goteo.

Según Kashef (1965, 1967), existe una relación entre el espesor saturado H y el área del diagrama de presiones a lo largo de una vertical P, tal que $P = H^2/2$. Si se conoce la distribución de presiones es posible hallar H. Las fórmulas para acuíferos cautivos pueden aplicarse a acuíferos libres substituyendo h por $P/2\,H_o$. En las deducciones precisas se realizan unas aproximaciones que son menos comprometidas que las de Dupuit-Forcheimer. Las presiones se miden en altura de columna de agua. Como la distribución de presio-

[25] En el apartado 2.6.2 siguiente se dan varias fórmulas semiempíricas o experimentales para calcular H′.

[26] Estas correcciones son para trazar la superficie freática. Para el cálculo del caudal las fórmulas (9.23) y (9.24) son suficientemente aproximadas, y la introducción de H′ en la (9.25) daría un falso cálculo de Q.

nes a lo largo de una vertical no es conocida, es preciso suponer una ley de variación. Si la ley es lineal ($p = o$ para $z = H$ y $p = H$ para $z = o$) se llega a la fórmula de Dupuit. Una distribución más próxima a la real es suponer que la variación es parabólica, con pendiente nula a la base impermeable y máxima a la superficie libre. Si en una vertical el espesor saturado es H_o y h ($z = o$) es el potencial en la base se toma:

$$p = \frac{4\,h(z = o) \cdot H_o - H_o^2}{6}$$

Kashef (1970) demuestra que se cumple:

$$\frac{d\,H^2}{d\,r} + \frac{8\,\pi\,r\,k}{Q}\left[H_D^2 - H^2 + \frac{Q}{\pi\,k} \cdot \ln\frac{R}{r}\right] = 0$$

y demuestra que $P = H_D^2/2$, siendo H_D el espesor saturado deducido de la fórmula de Dupuit; de ahí que la fórmula de Dupuit sea cierta para el cálculo del caudal, pero no para el cálculo de la posición de la superficie libre. A estos mismos resultados había llegado ya Charnii (1951) con otros razonamientos (ver apéndice A.9.4).

La posición real de la superficie libre puede calcularse por métodos numéricos o analógicos. Los métodos numéricos aplicando un calculador electrónico digital son los mejores y es posible emplear diferentes técnicas de cálculo (Kashef, 1970; Neuman y Witherspoon, 1970).

Si H_1 y H_2 son el espesor saturado a distancias $r_1 > r_2$ Kashef (1965) propone un método de cálculo de H_2 conocida H_1 de acuerdo con las relaciones:

$$H_2 = \frac{a\,H_1}{2} - \sqrt{H_1^2\left(\frac{a^2}{4} - b\right) - c}$$

siendo:

$$a = \frac{H_{D1}^2(r_1 + r_2) + 3\,r\,(r_1 - r_2)^2}{d}$$

$$b = \frac{r_1 \cdot H_{D1}^2 - (3/2)\,r\,(r_1 - r_2)^2}{d}$$

$$c = 6\,r\,(r_1 - r_2)^2\,H_D^2/d$$

$$d = r \cdot H_{D2}^2 - (3/2)r\,(r_1 - r_2)^2$$

siendo H_D el espesor saturado deducido de acuerdo con la fórmula de Dupuit; H_{D1} en r_1; H_{D2} en r_2; $H_D = \dfrac{H_{D1} + H_{D2}}{2}$ en $r = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$

Se empieza en el radio de influencia ($r_1 = R$; $H_1 = H_o$) o en un punto tal que $H \approx H_D$ ($r > 1{,}5\ H_o$) y se acaba en $r_2 = r_p$; $H_2 = H_p^*$; $H_{D2} = H_p$

siendo

$$H_p^* = H_p + H' = -H_1\left(\frac{a'}{2} + 1\right) + \sqrt{H_1^2\,a'\left(\frac{a'}{4} + 2\right) + 4\,H_D^2}$$

con

$$a' = \frac{r_1\,H_{D1}^2 - \dfrac{r_p\,H_p^3}{H_1}}{(3/2)\,r\,(r_1 - r_p)^2}$$

La determinación de la posición real de la superficie libre mediante modelos verticales de fluido viscoso, tipo Hele-Shaw[27] es fácil pero es preciso efectuar correcciones debido a la presencia de la franja capilar (Nahrgang, 1956; Hall 1955).

2.6.2 Fórmulas para el cálculo de la altura de la superficie de rezume

Se han propuesto multitud de fórmulas para el cálculo de la altura de la superficie de rezume, H', con éxito variable. En general se trata de fórmulas empíricas o semiempíricas. Las más conocidas son (Castany, 1963, págs. 252-253; Hantush, 1965, pág. 363; Nahrgang, 1964, etc.):

$$H' = 0{,}5\,\frac{(H_o - H_p)^2}{H_p} \qquad \text{(Fórmula de Ehrenberger)}$$

$$H' \approx H_o - H_p - c\,\frac{Q}{2\,\pi\,k\,H_o} \qquad \text{(fórmula de Boulton)}$$

$c = 3{,}75$ si $r_p/H_o < 0{,}1$
$c = 3{,}5$ si $r_p/H_o \simeq 0{,}25$

$$H' \approx \frac{H - H_p}{1 + 5\,r_p/H} \cdot \frac{1 - (H_p/H)^{2,4}}{1 + 0{,}02\ln(r/r_p)}$$

(fórmula de Hall)

en la que H es el espesor saturado a cualquier distancia r mayor que $1{,}5\ H_o$. Es $H = H_o$ si $r = R$.

[27] Ver sección 16.

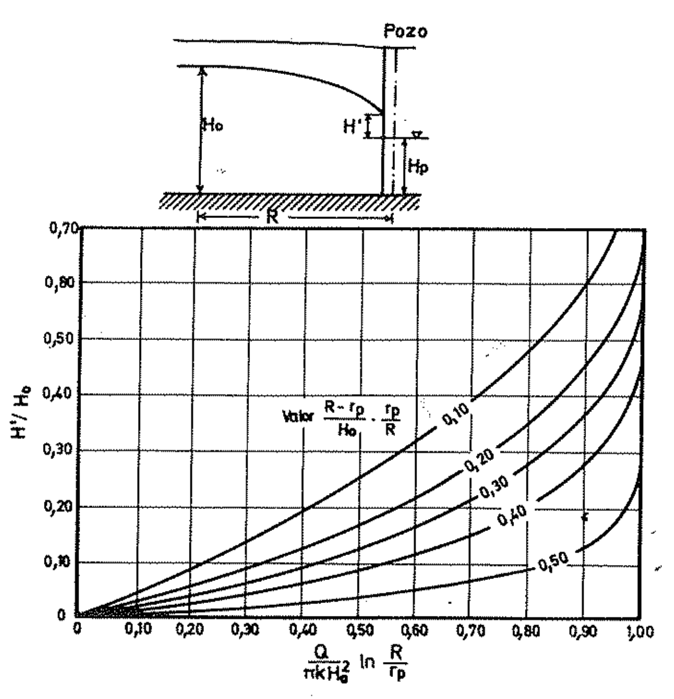


FIGURA 9.19

Curvas para calcular la altura de la superficie de goteo, H' - Si es R ≫ r_p el parámetro se reduce a r_p/H_o. (Mahdaviani, 1967).

En la figura 9.19 se da un gráfico para calcular H' a partir de las fórmulas de Kashef (1965), según cálculo de Mahdaviani (1967). Son útiles cuando $r_p/H > 0{,}10$.

La existencia de la superficie de rezume hace que en pozos que trabajan con gran descenso, como son los de drenaje, la longitud de rejilla a colocar deba ser mayor y que el drenaje producido sea menor que lo que parece deducirse de los niveles de agua en los pozos. En pozos de bombeo con descenso pequeño el efecto es poco importante, en general de pocos por ciento para descensos de hasta el 25 %.

2.6.3 Corrección de Jacob

La expresión $H_o^2 - H^2$ puede ponerse en función de $s = H_o - H$ de la forma siguiente:

$$H_o^2 - H^2 = (H_o - H)(H_o + H) =$$

$$= (H_o - H) \cdot [2 H_o - (H_o - H)] = s \cdot (2 H_o - s)$$

$$\frac{H_o^2 - H^2}{2 H_o} = s - \frac{s^2}{2 H_o} = s_c$$

siendo s_c = descenso corregido

$$s_c = s - \frac{s^2}{2 H_o} \qquad (9.28)$$

Con esta expresión la fórmula (9.24) se transforma en:

$$s_c = \frac{Q}{2 \pi k H_o} \ln \frac{R}{r} = \frac{Q}{2 \pi T_o} \ln \frac{R}{r}$$

que es la fórmula de Thiem tomando como transmisividad del acuífero $T_o = k \cdot H_o$ y como descenso el valor s', deducido del valor real medible s.

La fórmula (9.28) es la *corrección de Jacob* (1969, pág. 385) y permite tratar un acuífero libre como un acuífero cautivo sin más que corregir los descensos de la forma indicada. Por el momento su utilidad queda reducida al régimen permanente en acuífero homogéneo e isótropo.

2.7 POZO EN UN ACUÍFERO LIBRE SIN RECARGA. RÉGIMEN NO ESTACIONARIO

En este caso es válido lo dicho en el apartado 2.6 acerca del pozo en acuífero libre sin recarga en régimen estacionario. Ahora la transmisividad, no sólo varía en el espacio, sino además en el tiempo. En principio y si los descensos no son grandes en comparación con el espesor del acuífero, pueden aplicarse las fórmulas de Theis y Jacob expuestas en el apartado 2.3 con el valor de $T = k \cdot H_o$ y el de S igual a la porosidad eficaz. En todo caso puede aplicarse la corrección de Jacob (fórmula 9.28), pero ahora el valor de T afecta también a la función u, de modo que la corrección es sólo parcial y únicamente es aceptable para valores de s/H_o hasta 0,25. Para $s/H_o < 0{,}02$ no se precisa corrección alguna.

La reducción de espesor saturado hace aconsejable tomar como coeficiente de almacenamiento ficticio S* (Jacob, 1963, pág. 254)[28]:

$$S^* = \frac{H_o}{H_o - s} \cdot S$$

[28] Se supone que el coeficiente de almacenamiento específico S' es constante (ver apartado 3.5 de la sección 8) de modo que en la situación de bombeo es $S = (H_o - s) S'$ y en el acuífero corregido para espesor constante $S^* = H_o S'$. Luego es $S^*/S = H_o/(H_o - s)$.

siendo S la porosidad eficaz y s el descenso medio en el lugar considerado. El error derivado de no aplicar esta corrección es en general muy pequeño.

Para piezómetros ranurados en todo el espesor del acuífero se cumple aproximadamente que siendo[29]:

$$\frac{H_p}{H_o} > 0{,}5 \text{ y } t > 30 \frac{r_p^2 \cdot S}{k \cdot H_o}$$

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{2\pi k} W \left(\frac{r^2 \cdot S}{4 k \cdot H_o \cdot t} \right) \quad (9.29)$$

y para tiempos largos ($u < 0{,}03$)

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{2{,}25 \cdot k \cdot H_o \cdot t}{r^2 \cdot S} \quad (9.30)$$

en las que H es el potencial observado en piezómetros totalmente penetrantes. Para piezómetros a $r > 1{,}5\, H_o$; H es prácticamente igual al espesor saturado, pero para $r < 1{,}5\, H_o$, el nivel observado es mayor que dicho espesor saturado tanto mayor cuanto menor sea r.

La ecuación (9.30) es válida para determinar los descensos en el pozo si:

$$\frac{k \cdot t}{S \cdot H_o} > 5$$

Para valores $0{,}05 < \frac{k\,t}{S \cdot H_o} < 5$ los descensos pueden calcularse mediante la fórmula (Hantush, 1964, pág. 366)

$$H_o - H_p = \frac{Q}{2\pi k H_o} \left(\alpha + \ln \frac{H_o}{r_p} \right) \quad (9.31)$$

siendo α un valor que cumple

$\frac{k\,t}{S \cdot H_o}$	5,0	1,0	0,2	0,05
α	1,288	0,512	0,087	−0,043

[29] Para más detalles véase Boulton (1954) y Hantush (1964) páginas 364-368.

Otros problemas de hidráulica de pozos en acuíferos libres[30] pueden plantearse mediante la ecuación[31]

$$\nabla^2 H^2 = \frac{2S}{k} \frac{\partial H}{\partial t}$$

en la que

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$$

En realidad la mayoría de las fórmulas para acuíferos cautivos y semiconfinados son válidas para acuíferos libres, si los descensos son pequeños, haciendo

$$s = \frac{H_o^2 - H^2}{2 H_o} \quad \text{y} \quad T = k \cdot H_o \quad (9.32)$$

con S^* = porosidad eficaz corregida

siendo

$$S^* = \frac{H_o}{H_o - s} S \quad , \quad S = \text{porosidad eficaz}$$

2.8 POZO EN UN ACUÍFERO LIBRE RECARGADO UNIFORMEMENTE. RÉGIMEN ESTACIONARIO

Sea un acuífero libre recargado uniformemente, dicha recarga uniforme puede ser la de lluvia o la de excedentes de riego. Se supone que en cualquier punto del acuífero se recarga continuamente agua al ritmo de W m³/m²/año, o sea, W m/año[32].

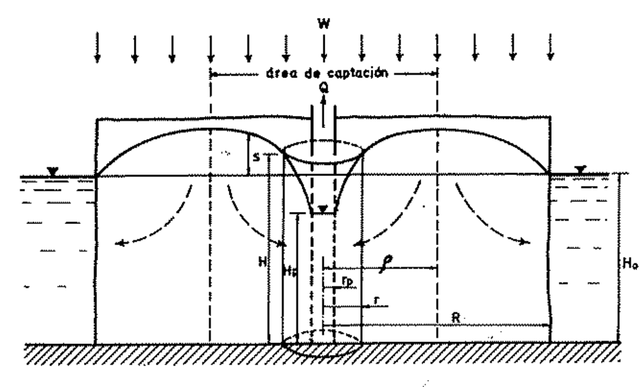
Las hipótesis son las enunciadas en el apartado 2.1 y además:

— se cumplen las hipótesis de Dupuit-Forchheimer,
— el pozo está en el centro de una isla circular de radio R de modo que a esa distancia el potencial es constante.

[30] En el apartado 8.2 se comenta el importante fenómeno del drenaje diferido y en el apartado 8.3 el efecto de descenso de la superficie freática del que la fórmula 9.31 es un caso especial.

[31] Véase el capítulo 8.4.

[32] Tanto la lluvia como el riego no son continuos pero dado que en general este agua debe efectuar un recorrido más o menos largo en el medio no saturado por encima del nivel freático, puede suponerse que las aportaciones discretas en superficie se convierten en aportaciones en primera aproximación constantes en profundidad. Es preciso recordar que el agua infiltrada es sólo la parte no evapotranspirada ni escurrida superficialmente.



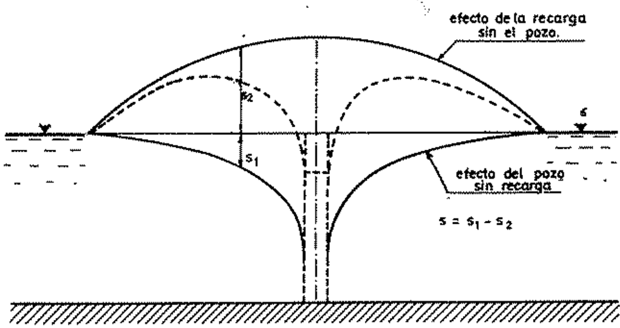


FIGURA 9.20
Pozo en el centro de una isla circular en un acuífero libre uniformemente recargado por la lluvia. Se supone que los descensos son pequeños con respecto al espesor del acuífero y que se cumplen las aproximaciones de Dupuit-Forchheimer a fin de determinar gráficamente el perfil de descensos. A distancia ρ se crea una divisoria de aguas que delimita el área de captación. El radio de influencia es sin embargo R, como se aprecia en la figura inferior.

Por un cilindro de radio r concéntrico con el pozo pasa un caudal (fig. 9.20)

$$Q(r) = 2\pi r \cdot k \cdot H \cdot \frac{dH}{dr} \qquad (9.33)$$

y entre dos cilindros de radio r y r + d r se recarga un caudal

$$-dQ(r) = 2\pi \cdot r \cdot dr \cdot W \qquad (9.34)$$

Integrando esta última ecuación:

$$Q(r) = -2\pi W \frac{r^2}{2} + A \quad ; \quad A = \text{cte.}$$

y como para $r = r_p$ es $Q(r) = Q$ (caudal del pozo)

$$Q = -\pi W \cdot r_p^2 + A \quad ; \quad A = Q + \pi W \cdot r_o^2 \simeq Q$$

puesto que la cantidad de agua caída directamente en el pozo es muy pequeña.

Así pues

$Q(r) = Q - \pi r^2 \cdot W$ = agua extraída − agua caída en el círculo de radio r, tal como era de esperar.

Igualando esta expresión a la fórmula (9.33) queda:

$$2\pi r \cdot k \cdot H \cdot \frac{dH}{dr} = Q - \pi r^2 \cdot W$$

que debe ser resuelta para la condición de contorno:

$$H = H_o \text{ para } r = R$$

siendo R la distancia a partir de la cual el potencial es constantemente igual a H_o (R = radio de una isla circular concéntrica con el pozo)

El resultado es (TNO, 1967, pág. 52)

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r} - \frac{W}{2k}(R^2 - r^2) \qquad (9.35)$$

Para $s \ll H$ se cumple que

$$s = \frac{Q}{2\pi T_o} \ln \frac{R}{r} - \frac{W}{4T_o}(R^2 - r^2) \qquad (9.36)$$

siendo $T_o = k \cdot H_o$ = transmisividad inicial. La superficie libre del agua alcanza un máximo a una distancia ρ del pozo, que se produce cuando el agua caída dentro del cono es igual al caudal bombeado, o sea cuando:

$$\pi \rho^2 \cdot W = Q \quad ; \quad \rho = \sqrt{\frac{Q}{\pi W}}$$

Al mismo resultado puede llegarse buscando el máximo de H en la ecuación (9.35).

Cuando es W = 0, o sea que no hay recarga.

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$$

que es de nuevo la fórmula de Dupuit.

Cuando Q = 0, o sea cuando no hay bombeo

$$H_o^2 - H^2 = -\frac{W}{4\,T}(R^2 - r^2)$$

La ecuación (9.35) puede obtenerse por superposición de los efectos simples de la recarga y de los efectos simples del bombeo.

Esta superposición se reduce a una suma algebraica de descensos (ascensos en el caso de la recarga) cuando $s \ll H$ (fig. 9.20).

Cuando el acuífero es de gran extensión la recarga es fácilmente mayor que el caudal bombeado y entonces no se alcanza el régimen estacionario. Tampoco se establece una divisoria de aguas pues no existe drenaje lateral como en el caso de una isla circular. Es preciso que el acuífero tenga algún punto de drenaje natural.

2.9 POZO EN UN ACUÍFERO SEMILIBRE. RÉGIMEN ESTACIONARIO

Un acuífero semilibre es aquel acuífero libre cuya base es semipermeable y permite la recarga de un acuífero inferior. Si los descensos producidos son pequeños en relación con el espesor saturado, se pueden aplicar las mismas fórmulas que para el acuífero semiconfinado, expuestos en los apartados 2.4 y 2.5.

Capítulo 9.3

Aspectos prácticos de la teoría general de la hidráulica de pozos completos con caudal constante y en régimen estacionario

3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se darán las aplicaciones prácticas de las fórmulas deducidas o discutidas en el capítulo 2. Para ello es muy importante tener en cuenta las hipótesis enunciadas en el apartado 2.1, así como las particulares de cada caso. Más adelante se comentarán como se pueden aplicar estas fórmulas a pozos y acuíferos reales.

Todas las fórmulas se darán para *unidades homogéneas,* si no se indica lo contrario.

En la práctica se realizan pocos ensayos que alcancen el régimen permanente, y si se logra no se dispone en general de un número suficiente de puntos de observación. Sin embargo es formativo comprender primero el comportamiento de los pozos en régimen estacionario ya que en el mismo no interviene el coeficiente de almacenamiento.

Las aplicaciones más importantes de la hidráulica de pozos se basan en las fórmulas de régimen variable.

3.2 POZO EN UN ACUÍFERO CAUTIVO, EN RÉGIMEN PERMANENTE

3.2.1 Cálculo de los descensos

La fórmula básica es la fórmula de Thiem (9.4)

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} = \frac{2{,}3\,Q}{2\pi T} \log \frac{R}{r} = 0{,}366 \frac{Q}{T} \cdot \log \frac{R}{r} \qquad (9.37)$$

que permite obtener el descenso en cualquier punto del cono o embudo de bombeo[33, 34], siendo:

s = descenso en el punto de observación que se considera
R = radio de acción o de influencia
r = distancia del eje del pozo al punto de observación
T = transmisividad del acuífero
Q = caudal de bombeo.

El descenso teórico en el pozo, s_p

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_p} = 0{,}366 \frac{Q}{T} \log \frac{R}{r_p} \qquad (9.38)$$

siendo r_p el radio del pozo.

El descenso real es en general mayor que el teórico, debido a las pérdidas en el pozo, las cuales serán objeto de estudio en el capítulo 9.15.

El radio de influencia R depende de las características del acuífero y en realidad es ligeramente creciente, con el tiempo transcurrido desde el comienzo del bombeo. Para tiempos muy largos es constante a efectos prácticos. Para acuíferos cautivos su valor suele variar entre 200 y 10 000 m. Los errores en su estimación afectan de forma menos sensible al valor del descenso ya que está afectado del signo logarítmico. Así es:

$\ln 200 = 5{,}3$ y $\ln 10\,000 = 9{,}2$

[33] La fórmula que contiene logaritmos neperianos es tan útil como la que contiene logaritmos decimales ya que las reglas de cálculo permiten en general, calcular directamente aquellos incluso de forma más cómoda y precisa.

[34] Para pasar de logaritmos neperianos a decimales basta multiplicar por ln 10 = 2,30.

para un valor de k cincuenta veces mayor, el logaritmo sólo se multiplica por 1.7.

En acuífero libre los valores de R son inferiores y suelen oscilar entre 10 y 500 m (ver apartados 3.4 y 2.6.1).

Ejemplo 1

En un acuífero cautivo con 1000 m²/día de transmisividad y en el que el radio de influencia puede admitirse que vale 1000 m, se extraen 50 m³/hora de un pozo de 500 mm de diámetro. Calcular el descenso teórico en el pozo de bombeo y en pozos de observación situados a 10, 100 y 500 m de distancia.

a) Descenso en el pozo.

$$s_p = 0{,}366 \frac{Q}{T} \log \frac{R}{r_p} = 0{,}366 \frac{50 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{1000 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot$$

$$\cdot \log \frac{1000 \text{ m}}{0{,}25 \text{ m}} = 1{,}58 \text{ m}$$

b) descenso a 10, 100 y 500 m del pozo

para r = 10 m

$$s = 0{,}366 \cdot \frac{50 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{1000 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot \log \frac{1000 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0{,}88 \text{ m}$$

para r = 100 m

$$s = 0{,}366 \cdot \frac{50 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{1000 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot \log \frac{1000 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 0{,}44 \text{ m}$$

para r = 500 m

$$s = 0{,}366 \cdot \frac{50 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{1000 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot \log \frac{1000 \text{ m}}{500 \text{ m}} = 0{,}13 \text{ m}$$

Ejemplo 2

Recalcular el problema 1 suponiendo que el radio de influencia sea 2000 m. Determinar el error cometido en el cálculo de los descensos debido al cambio en el valor de R:

Resolviendo el problema de la misma forma y tomando los resultados del ejemplo 1:

$(s_{2000} = s_{1000} + 0{,}4392 \log 2 = s_{1000} + 0{,}132)$

r(m)	Descensos s R=2000 m	R=1000 m	s_{1000}/s_{2000}	% error
0,25	1,71	1,58	1,08	8
10	1,01	0,88	1,15	15
100	0,57	0,44	1,30	30
500	0,26	0,13	2,00	100

Puede verse que para puntos próximos al pozo el error cometido es moderado. En cambio es importante para puntos muy alejados del pozo. Para el propio pozo el error es pequeño.

3.2.2 Cálculo de caudales y del caudal específico

Despejando Q en la fórmula (9.38)

$$Q = \frac{2\pi T \cdot s_p}{\ln \frac{R}{r_p}} = \frac{2{,}73 \, T \cdot s_p}{\log \frac{R}{r_p}} \quad (9.39)$$

que permite calcular Q conocidas T, R y r_p si se fija un cierto valor para s_p. Es de notar que s_p es el descenso teórico en el pozo, pudiendo ser el descenso real notablemente mayor[35].

El caudal específico teórico, $q = Q/s_p$, vale:

$$q = \frac{2\pi T}{\ln (R/r_p)} = \frac{2{,}73 \, T}{\log (R/r_p)} \quad (9.40)$$

o sea que es constante. Se supone que el descenso producido no lleva el nivel del agua por debajo del techo del acuífero o lo que es lo mismo, que en los alrededores del pozo el acuífero no pasa a ser libre[36].

Ejemplo 3

En un acuífero cautivo con 500 m²/día de transmisividad y en el que el radio de influencia puede admitirse que vale 1500 m se desea extraer agua de un pozo de 400 mm de diámetro con un descenso máximo de 10 metros. ¿Qué caudal máximo se obtendrá? Calcular también el caudal específico del pozo.

$$Q \text{ máx} = \frac{2\pi \cdot T \cdot s_p}{\ln \frac{R}{r_p}} = \frac{2\pi \cdot 500 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 10 \text{ m}}{\ln \frac{1500 \text{ m}}{0{,}20 \text{ m}}} =$$

$$= 3521 \text{ m}^3/\text{día} = 147 \text{ m}^3/\text{hora}$$

[35] Véase el capítulo 9.15.
[36] Véase el apartado 11.9.

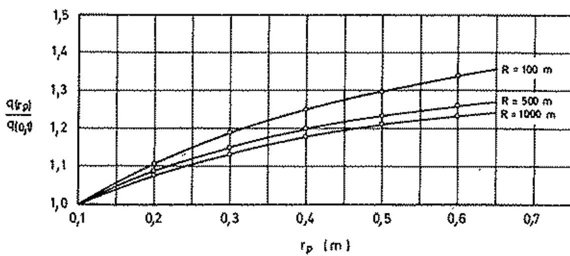


FIGURA 9.21
Incremento del caudal específico de un pozo al aumentar su radio. El pozo de referencia es el de radio 0,1 m R *es el radio de influencia.*

El caudal específico será

$$q = \frac{Q}{r_p} = \frac{147 \ m^3/h}{10 \ m} = 14,7 \ m^3/h/m = 352 \ m^2/día$$

3.2.3 Influencia del radio del pozo en el caudal obtenido

Reconsiderando de nuevo la fórmula de Thiem aplicada al pozo de bombeo:

$$s_p = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{R}{r_p} = \frac{Q}{2 \pi T} (\ln R - \ln r_p)$$

es fácil observar que como el radio del pozo está bajo el signo logarítmico y su valor absoluto es mucho menor que el radio de influencia R, su variación afecta poco a la fórmula. Para incrementar n veces el caudal de un pozo con el mismo descenso es preciso incrementar el radio del pozo hasta un valor:

$$\sqrt[n]{r_p \cdot R^{n-1}}$$

Así, por ejemplo, para duplicar el caudal es preciso incrementar el radio hasta $\sqrt{r_p \cdot R}$ que es un valor notablemente mayor.

Ejemplo 4

En un acuífero en que el radio de influencia se estima en 1000 m se tiene un pozo de 0,5 m de radio. Determinar que radio debería tener un pozo para que con el mismo descenso se obtuviera un caudal doble. Recalcular el problema para un radio de influencia de R = 300 m.

R = 1000 m

Radio = $\sqrt{0,5 \cdot 1000} = 22,4$ m

R = 300 m

Radio = $\sqrt{0,5 \cdot 300} = 12,2$ m

Ejemplo 5

Dibujar la curva de incremento de caudal específico de un pozo al incrementarse su diámetro admitiendo: *a)* un radio de influencia de 100 m (acuífero libre); *b)* un radio de influencia de 500 m; *c)* un radio de influencia de 2000 m. Supóngase que los caudales se refieren al de un pozo de 0,1 m de radio.

Para el radio de influencia R es

$$q = \frac{2 \pi T}{\ln (R/r_p)}$$

fórmula que permite hallar la variación de q en función de r_p.

El incremento relativo de caudal específico vendrá dado por:

$$\frac{q_{r_p}}{q_{0,1}} = \frac{\ln (R/r_p)}{\ln (R/0,1)}$$

que está representado en la figura 9.21 para los tres valores de R indicados. Cuando el radio de influencia es pequeño, el incremento del radio del pozo es más efectivo.

En principio, *no es razonable tratar de obtener caudales mayores de una perforación por simple aumento del diámetro de la captación* ya que la mejora obtenida es demasiado pequeña en comparación con el incremento del coste de construcción del pozo.

El diámetro del pozo viene fijado por razones constructivas, por el diámetro de la bomba a instalar y por la necesidad de reducir la pérdida de carga al penetrar el agua en el pozo. Si r_p es el radio del pozo, λ es la longitud de la zona filtrante y η es el porcentaje de orificios en la zona ranurada, el agua penetra por ella a una velocidad

$$v^* = \frac{Q}{2 \pi r_p \cdot \lambda \cdot \eta}$$

siendo la velocidad de llegada al filtro de:

$$v = \frac{Q}{2 \pi r_p \cdot \lambda}$$

Esta velocidad, v, no debe rebasar determinados valores, por ejemplo 3 cm/seg. (Johnson Inc., 1966, pág. 193). Según Sichardt debe ser (en TNO, 1964, pág. 101):

$$v_{max} = (10 \ a \ 20) \sqrt{k}$$

o también (Gros, 1928)

$$v_{max} = 170\ d_{40}$$

siendo d_{40} el tamaño de grano que no es rebasado por el 40 % de las partículas del suelo.

v_{max} y k en m/día, d_{40} en mm

y según Cambefort (Castany, 1963 pág. 269)

$$v_{max} = \frac{\pi k}{4}$$

v_{max} y k en m/seg

Además el régimen junto a la pared del pozo debe ser laminar (ver capítulo 8.1).

Si se tienen velocidades mayores existe una notable pérdida de carga en la entrada del agua en el pozo de modo que el descenso real es superior o incluso muy superior al teórico, y la vida del pozo puede verse comprometida por arrastres de arena, incrustaciones y erosiones (Custodio, 1968).

Esta condición fija un criterio de determinación del diámetro mínimo del pozo el cual será tanto mayor cuanto menos espeso sea el acuífero.

En acuíferos cautivos de notable espesor, en los que el nivel piezométrico está muy por encima del techo del acuífero es frecuente practicar la perforación a gran diámetro sólo hasta la máxima profundidad de colocación de la bomba (cámara de bombeo) realizando el resto de la perforación a pequeño diámetro (fig. 9.22).

Todo lo expuesto es igualmente válido aproximadamente para pozos en otras condiciones, tanto en régimen permanente como en régimen variable. Por ello en todo lo que sigue no se efectuarán más comentarios de detalle acerca de la influencia del radio del pozo en el caudal específico del pozo.

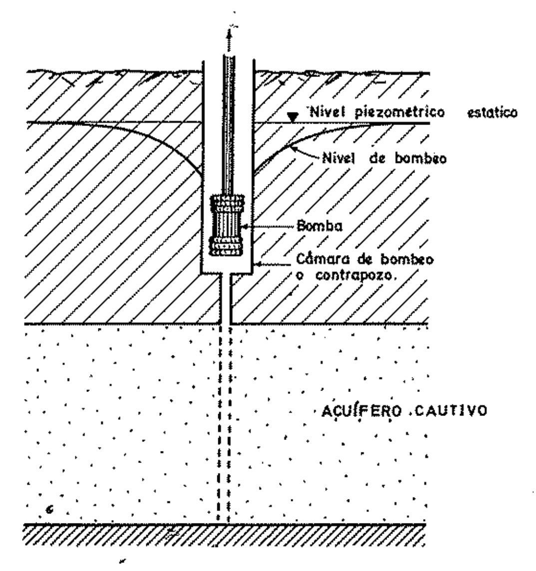


FIGURA 9.22
Pozo de pequeño diámetro con cámara de bombeo.

3.2.4 Estimación del caudal específico a partir de la transmisividad del acuífero

De acuerdo con la fórmula (9.40), el caudal específico q es independiente del caudal y sólo depende de las características del acuífero.

Teniendo en cuenta que lo más frecuente en pozos entubados es que r_p varíe entre 0,1 y 0,5 y que R varíe entre 10 y 500 para acuíferos libres y entre 200 y 10 000 m para acuíferos cautivos se tiene que la relación $2\pi/\ln(R/r_p)$ oscila para un acuífero cautivo entre 0,54 y 1,04 y para un acuífero libre entre 0,74 y 2,1[37].

Según Porchet (en Castany, 1963, pág. 288) puede tomarse un valor medio de 1,35 para pozos abiertos en acuíferos libres.

Así pues, si se iguala la transmisividad al caudal específico $T \simeq q$ se comete un error pequeño a efectos de cálculos estimativos, error que además con frecuencia es de un orden inferior al resultante de suponer que el descenso real en el pozo es igual al descenso teórico[38]. La aproximación es aceptable para pozos entubados de gran diámetro. Para pozos de pequeño diámetro es mejor considerar $T \simeq 1{,}4\ q$.

Otra fórmula de uso estimativo es (Galofré, 1966):

$$T\ (m^2/día) \simeq 100\ \frac{Q\ (l/seg)}{s_p\ (m)}$$

aproximación equivalente a $T \simeq 1{,}16\ q$ en unidades homogéneas[39].

[37] En régimen variable se obtienen esos datos para bombeo de duración superior a pocas horas.

[38] El valor de q está muy influido por las pérdidas en el pozo; conviene utilizar valores de q para Q pequeño o deducir q teórico de los datos de un ensayo escalonado si se tienen. (Véase el capítulo 9.15.)

[39] Un estudio detallado acerca de la problemática del cálculo de T a partir de q puede consultarse en Theis, Brown y Meyer (1963). Véase también el método de Ogden en el apartado A.3.2. En acuíferos libres conviene utilizar descensos corregidos (ver 2.6.3).

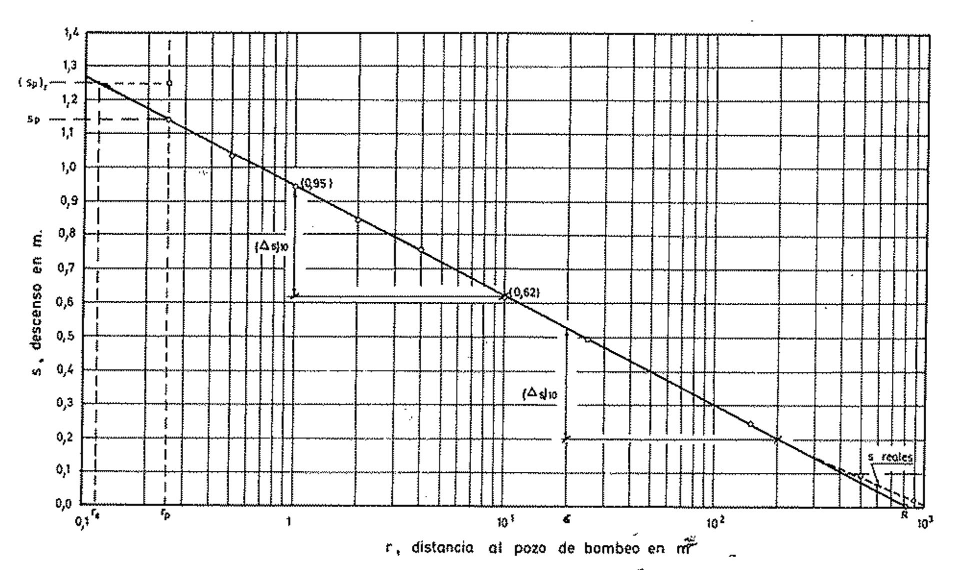


FIGURA 9.23
Perfil de descensos en régimen estacionario en acuífero cautivo. R = *radio de influencia,* r_p = *radio del pozo,* r_e = *radio equivalente,* s_p = *descenso teórico en el pozo,* $(s_p)r$ = *descenso real en el pozo,* $(\Delta s)_{10}$ = *descenso por ancho de módulo logarítmico.*

Ejemplo 6

Resolver el ejemplo 3 con estas fórmulas estimativas y hallar el error cometido.

La transmisividad era de 500 m^2/día y el caudal específico calculado fue de 14,7 m^2/h/m = 353 m^3/día/m.

Con la fórmula T = q; q = 500 m^3/día/m
con un error del 41 %

Con la fórmula T = 1,4 q; q = 357 m^3/día/m
con un error del 1,5 %

Con la fórmula T = 1,16 q; q = 431 m^3/día/m
con un error del 22 %

3.2.5 Perfil de descensos

Si se representa en papel semilogarítmico (fig. 9.23), s en función de r (gráfico s — log r), los diferentes puntos se alinean según una recta cuya pendiente m en valor absoluto es:

$$m = \frac{2{,}3\,Q}{2\,\pi\,T} = 0{,}366\,\frac{Q}{T}$$

Esta recta corta al eje de abscisas (s = 0) en un punto que representa el valor R, radio de influencia, y a la ordenada r = r_p, en un punto que da el descenso teórico s_p en el pozo. Realmente existen pérdidas en el pozo y alteraciones en el acuífero que rodea al pozo, de modo que muy frecuentemente se cumple que el descenso real observado es mayor que el descenso teórico calculado $(s_p)_r > s_p$. Sin embargo, puede suceder a veces que $(s_p)_r < s_p$ si existe un macizo de grava o el pozo ha sido muy desarrollado en las proximidades.

Con frecuencia el radio del pozo no es bien conocido a consecuencia de la presencia de macizos de grava, cavidades, etc. La distancia para la cual es $s = (s_p)_r$ se suele llamar radio efectivo del pozo r_e, pero tiene poco valor su consideración. Tal como se indicó en el capítulo 2, el radio de influencia deducido de la fórmula de Thiem no tiene una correspondencia con el real, de modo que los puntos próximos a s = 0 se desvían de la recta antes definida.

Los perfiles de descensos para diferentes caudales constantes, vienen representados por un haz de rectas todas ellas concurrentes en el punto (s = 0 y r = R) como se representa en la figura 9.24.

3.2.6 Análisis de datos de ensayos de bombeo

Si se realiza un ensayo de bombeo hasta lograr el régimen estacionario representando los descensos observados en los diferentes puntos de observación en fun-

ción de la distancia, se puede ajustar una recta cuya pendiente permite calcular T (fig. 9.23).

Una forma fácil de calcular la pendiente consiste en seleccionar dos radios r_1 y r_2 (fig. 9.23) tales que $r_1/r_2 = 10$ (puntos separados por un ancho de módulo de la escala logarítmica). Entonces será:

$$\text{pendiente } m = \frac{2{,}3\,Q}{2\,\pi\,T} = \frac{s_1 - s_2}{\log r_2 - \log r_1} = \\ = s_1 - s_2 = (\Delta_s)_{10} \tag{9.42}$$

siendo $(\Delta_s)_{10}$ la distancia en ordenadas entre esos dos puntos separados por un ancho de módulo. La forma más cómoda para determinar $(\Delta_s)_{10}$, es entre dos múltiplos de 10.

El cálculo de T se hará entonces según:

$$T = \frac{2{,}3\,Q}{2\,\pi\,(\Delta_s)_{10}} = 0{,}366\,\frac{Q}{(\Delta_s)_{10}} \tag{9.43}$$

La determinación de R es inmediata pues se puede leer directamente en el gráfico, extrapolando linealmente la curva de descensos.

Bastan dos puntos para poder trazar la recta de descensos, pero en general conviene tener algunos más. No conviene utilizar el valor del descenso en el pozo pues puede ser notablemente diferente del teórico, por las razones antes expuestas.

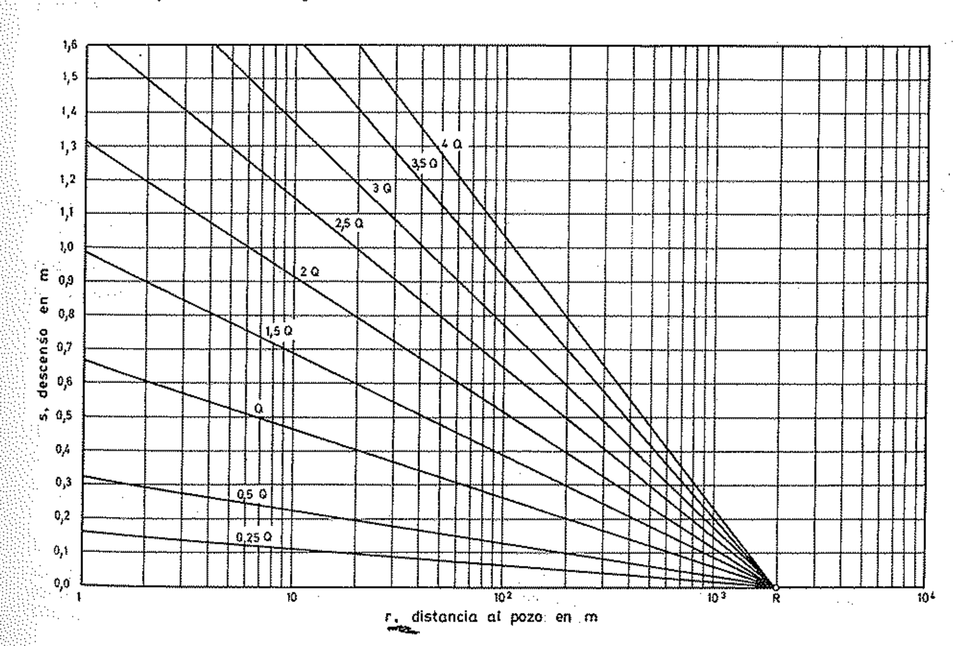
TABLA 9.1 *Datos del problema 7 del capítulo 3*

Designación	Distancia al pozo de bombeo r (m)	Descenso final s (m)
Pozo de bombeo	—	1,25
1	0,5	1,03
2	1	0,95
3	2	0,84
4	4	0,76
5	10	0,62
6	25	0,49
7	150	0,25
8	500	0,09
9	900	0,01

Ejemplo 7

Se ha realizado un ensayo de bombeo, en el que se ha logrado alcanzar el régimen estacionario bombeando en un acuífero cautivo un caudal de $Q = 100\ m^3/\text{hora}$ por medio de un pozo de 0,25 m de radio. Se han medido en varios pozos de observación los descensos de la tabla 9.1.

FIGURA 9.24
Perfiles de descensos en régimen estacionario en un acuífero cautivo para varios caudales.



Calcular:
1) La transmisividad del acuífero considerado.
2) El descenso teórico que debería haber tenido el pozo.
3) El radio efectivo del mismo.
4) El radio de influencia.

En la figura 9.23 se han representado los valores de s, en función de r, y se ha trazado la recta que mejor se ajusta a estos puntos. La pendiente vale (descenso por ciclo logarítmico)

$$(\Delta s)_{10} = 0{,}33 \text{ m}$$

y por lo tanto:

$$T = 0{,}366 \cdot \frac{Q\,(m^3/día)}{(\Delta s)_{10}\,(m)} =$$

$$= 0{,}366 \frac{100 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{0{,}33 \text{ m}} = 2662 \text{ m}^2/\text{día}$$

Como el radio del pozo es de 0,25 m, la ordenada correspondiente a esta abscisa vale 1,14 m que sería el descenso teórico en dicho pozo (el real es de 1,25 m).

Como el descenso en el pozo es de 1,25 m, la distancia a la cual se produce ese valor es de 0,11 metros, que equivale al radio efectivo del pozo.

La recta considerada corta al eje de abscisas a una distancia R = 820 m que representa el radio de influencia teórico. En la realidad los efectos del bombeo pueden ser apreciables a distancias algo mayores o algo menores según sea la precisión del sistema de medida empleado.

En la realidad es difícil obtener un ajuste a una recta tan bien definida como la señalada, ya que se trata de un ejemplo calculado.

3.3 POZO EN ACUÍFERO SEMICONFINADO EN RÉGIMEN PERMANENTE

3.3.1 Cálculo de los descensos

La fórmula básica es la fórmula de De Glee (9.15):

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_o\,(r/B)$$

en la que K_o está tabulada en el apéndice A.9.2 y cuya representación gráfica puede verse en la figura 9.15 y en el gráfico 9.1[40].

[40] Los gráficos están separados del texto y contenidos al final del mismo. Sirven para aplicar directamente el método de coincidencia de curvas si los datos se representan en un papel doble logarítmico de igual módulo.

B es el factor de goteo:

$$B = \sqrt{\frac{T}{k'/b'}}$$

siendo:

T = transmisividad del acuífero
k' = permeabilidad vertical del acuitardo
b' = espesor del acuitardo.

Esta fórmula sólo es válida para acuíferos que reciben recarga procedente de un acuífero o masa de agua de nivel constante a través de un único manto semiconfinante[41].

El descenso en el pozo puede obtenerse sin más que hacer $r = r_p$.

Para el cálculo de los descensos basta el simple manejo de la tabla o gráficos citados.

Para valores de $r/B < 0{,}1$ puede emplearse la fórmula (9.16):

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \ln \frac{1{,}123\,B}{r} \qquad (9.16)$$

Ejemplo 8

Resolver el ejemplo número 1 suponiendo que el acuífero es semiconfinado con b'/k' = 1 día. Comentar los resultados obtenidos.

$$B = \sqrt{1000 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 1 \text{ día}} = 31{,}6 \text{ m}$$

Entonces

$$\frac{r_p}{B} = \frac{0{,}25}{31{,}6} = 7{,}9 \cdot 10^{-3}$$

Como es $r_p/B \ll 0{,}1$ el valor K_o ($7{,}9 \cdot 10^{-3}$) no está tabulado ni se lee bien en los gráficos. El cálculo del descenso en el pozo debe hacerse mediante la fórmula (9.16).

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{1{,}123\,B}{r_p} =$$

$$= \frac{50 \text{ m}^3/\text{hora} \cdot 24 \text{ horas/día}}{2\pi \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día}} \ln \frac{1{,}123}{7{,}9 \cdot 10^{-3}} = 0{,}95 \text{ m}$$

[41] En el capítulo 9.10 pueden encontrarse fórmulas para casos más complejos así como un somero análisis de los errores que se cometen al no tomar la fórmula correcta.

Para valores de $r/B > 0{,}1$ debe emplearse la fórmula (9.15) leyendo los valores de K_o en la tabla A.9.4 o en el gráfico 9.1.

En los pozos de observación situados a 10, 100 y 500 m, se tiene:

r	r/B	K_o (r/B)	s (m)	$\ln \frac{1{,}123\ B}{r}$
10	0,316	1,32	0,25	1,28
100	3,16	0,029	0,005	negativo
500	15,8	10^{-3}	0,00	negativo

El radio de influencia está entre 100 y 500 m. La fórmula aproximada logarítmica sólo es aplicable para el pozo y tolerable para r = 10 m pero no a mayor distancia. Para r = 100 m conduce ya a resultados absurdos.

3.3.2 Cálculo de caudales y del caudal específico

Despejando Q en la fórmula (9.15), para $r = r_p$

$$Q = \frac{2\pi T \cdot s_p}{K_o(r_p/B)}$$

y para $r_p/B < 0{,}1$, como sucede frecuentemente en los pozos:

$$Q = \frac{2\pi T \cdot s_p}{\ln \dfrac{1{,}123\ B}{r_p}} \qquad (9.48)$$

siendo s_p el descenso teórico en el pozo.

El caudal específico teórico es

$$q = \frac{2\pi T}{\ln \dfrac{1{,}123\ B}{r_p}}$$

que es constante, si el descenso no provoca la pérdida de semiconfinamiento en los alrededores del pozo, ni existen pérdidas de carga en el mismo.

Ejemplo 9

Resolver el ejemplo 3 suponiendo que el acuífero es semiconfinado con $b'/k' = 10$ días.

$$r_p/B = \frac{r_p}{\sqrt{\dfrac{T}{k'/b'}}} = \frac{0{,}20}{\sqrt{500 \cdot 10}} = 2{,}83 \cdot 10^{-3}$$

y

$$K_o(2{,}83 \cdot 10^{-3}) = \frac{1{,}123}{2{,}81 \cdot 10^{-3}} = 5{,}98$$

Entonces será

$$Q = \frac{2\pi T s_p}{K_o(r_p/B)} = \frac{2\pi \cdot 500\ \text{m}^2/\text{día} \cdot 10\ \text{m}}{5{,}98} =$$

$$= 5250\ \text{m}^3/\text{día} = 218\ \text{m}^3/\text{h}$$

El caudal específico será entonces de:

$$q = \frac{5250\ \text{m}^3/\text{día}}{10\ \text{m}} = 525\ \text{m}^3/\text{día m}$$

3.3.3 Perfil de descensos

Tomando logaritmos en la fórmula (9.15) se obtiene la expresión:

$$\log s = \log \frac{Q}{2\pi T} + \log K_o(r/B)$$

y además

$$\log r/B = -\log B + \log r$$

de modo que si se tiene dibujado en papel doble logarítmico (fig. 9.15 y gráfico 9.1), $K_o(r/B)$ en función de r/B basta sumar $\log(Q/2\pi T)$ a las ordenadas y log B a las abscisas para tener la representación de s en función de r en papel también doble logarítmico.

Así pues, la representación de log s, en función de log r, es una curva igual a la de $\log K_o(r/B)$ en función de log r/B pero aplicando una traslación paralela a los ejes del modo antes indicado.

Para diferentes caudales de bombeo se obtienen distintos desplazamientos según el eje de ordenadas pero no según el eje de abscisas.

La representación de s en función de log r (ver figura 9.25) es una recta para valores de $r/B < 0{,}1$ pero, para valores superiores se desvía sensiblemente a consecuencia del efecto de recarga.

La prolongación de la parte rectilínea de esta curva corta al eje de abscisas en un punto R cuyo valor es

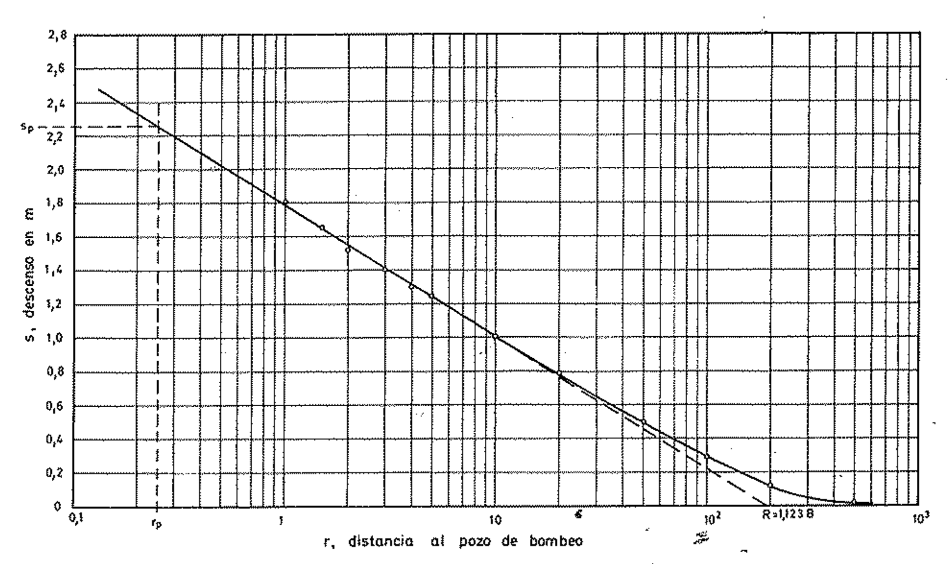
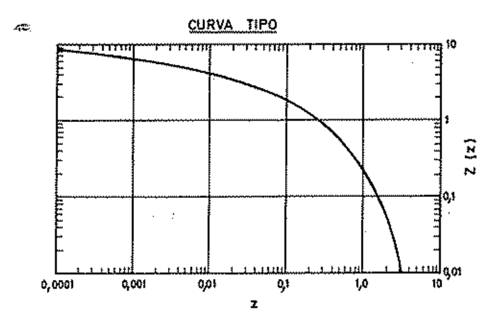


FIGURA 9.25
Perfil de descensos en un acuífero semiconfinado en régimen permanente.



R = 1,123 B. La prolongación de la parte rectilínea de las curvas para diferentes caudales concurren en el punto (s = 0, r = R).

En la figura 9.25 puede verse que gran parte de la curva es rectilínea y por lo tanto el cono de descensos en su mayor parte sigue la ley de Thiem si se toma como radio de acción de R = 1,123 B. Sólo en acuíferos en que B es muy pequeño se tienen desviaciones de importancia, aún en las proximidades del pozo, pero entonces se está fuera de las condiciones de validez de la fórmula.

3.3.4 Análisis de los datos de bombeo. Método de coincidencia de curvas

El hecho de que el perfil de descensos en papel doble logarítmico sea el resultado de una traslación de la curva tipo $K_0(r/B)$ en función de r/B, también en papel doble logarítmico de igual módulo, sugiere el método de análisis de ensayos de bombeo llamado *método de coincidencia de curvas,* de uso muy generalizado en la hidráulica de captaciones de agua y al que en los capítulos próximos se hará frecuente referencia.

Si al perfil de descensos dibujado en papel doble logarítmico (log s — log r) se le superpone la gráfica $\log K_0(r/B) - \log r/B$, haciendo coincidir las curvas, manteniendo los ejes paralelos, se puede medir con

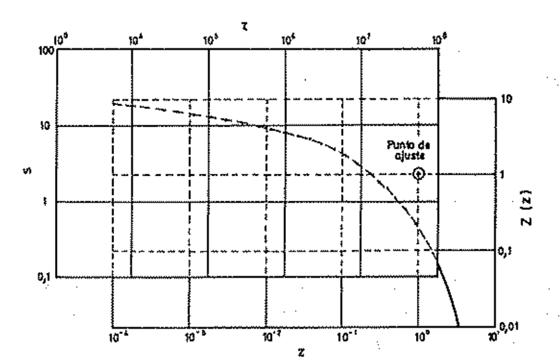


FIGURA 9.26
Explicación del método de coincidencia: $s \sim Z(z)$; $z \sim z(\tau)$ *cumpliéndose que* $\log s = \log Z + cte_1$ *y* $\log \tau = \log z + cte_2$.

facilidad la traslación. Para ello basta señalar un punto común cualquiera de ambos papeles una vez hecha la coincidencia (fig. 9.26). Para poder hacer esta comparación con comodidad es conveniente que al menos uno de los papeles a manejar sea transparente.

Leyendo en cada papel los valores del punto de coincidencia seleccionado se tiene el grupo de valores (s), (Z), (τ), (z), que en el caso de un pozo en un acuífero semiconfinado en régimen estacionario son:

(s), (K_o) (r/B), (r)

y puede establecerse que:

$$(s) = \frac{Q}{2\pi T}(K_o)$$

de la que puede despejarse

$$T = \frac{Q}{2\pi}\frac{(K_o)}{(s)} \qquad (9.44)$$

$$(r/B) = \frac{(r)}{B}$$

de la que puede despejarse

$$B = \frac{(r)}{(r/B)} \qquad (9.45)$$

Conviene, por simplicidad, tomar valores de (K_o) y (r/B) sencillos para el punto de coincidencia.

En general con sólo dos puntos puede efectuarse el ajuste (conviene que entre ellos no figure el descenso en el pozo) pero es de desear disponer de algunos más.

Para valores de $r/B < 0{,}1$ es difícil efectuar el ajuste con precisión, porque la curvatura de la curva tipo es muy pequeña, pero entonces es válida la aproximación logarítmica y puede aplicarse el método de Thiem para determinar T. El valor de B se obtendría extrapolando la recta hasta cortar al eje de distancias, leyendo el valor R obtenido; $B = R/1{,}123$. Es preciso recordar que en este caso debe emplearse papel semilogarítmico en vez de papel doble logarítmico.

Problema 10

Se realiza un ensayo de bombeo en un acuífero semiconfinado. Calcular las características hidráulicas del acuífero y del acuitardo mediante los valores de la tabla 9.2 obtenidos en un ensayo de bombeo en régimen permanente con un caudal de 30 m³/hora. El espesor del acuitardo es de 10 m.

TABLA 9.2 *Valores del ejemplo 10, capítulo 3*

Punto de observación	Distancia al pozo de bombeo	Descenso observado
1	$r_1 = 3$ m	$s_1 = 1{,}4$ m
2	$r_2 = 10$ m	$s_2 = 1{,}0$ m
3	$r_3 = 100$ m	$s_3 = 0{,}29$ m
4	$r_4 = 300$ m	$s_4 = 0{,}06$ m

Dibujando la figura 9.27, en la que se ha representado la función log s — log r, y superponiéndole la correspondiente curva log. K_o (r/B) — r/B, se tienen los valores:

(K_o) = 1

(s) = 0,33 m

(r/B) = 1

(r) = 180 m

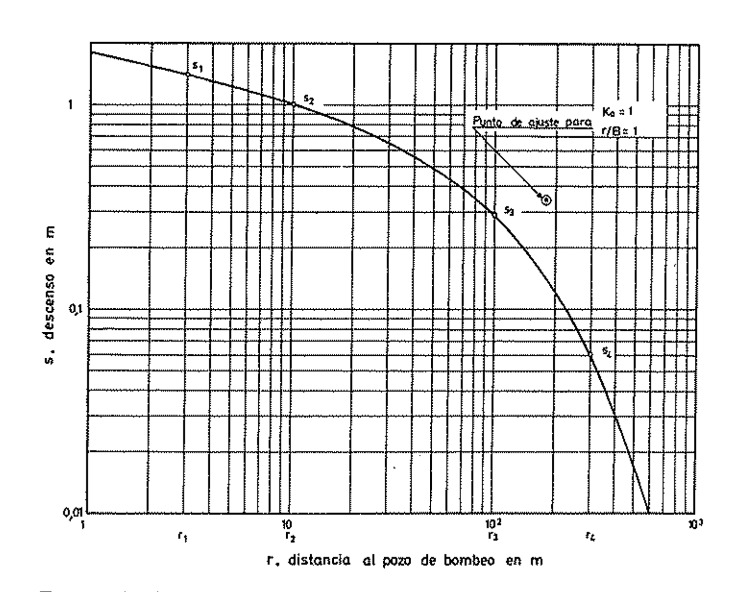
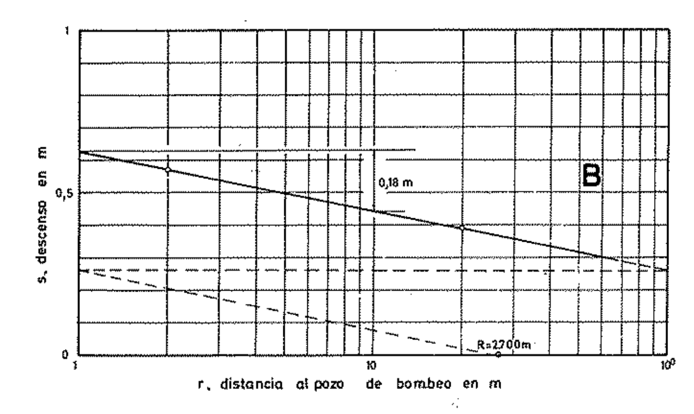


FIGURA 9.27
Perfil de descensos del ejemplo 10 del capítulo 9.3. Acuífero semiconfinado en régimen permanente.



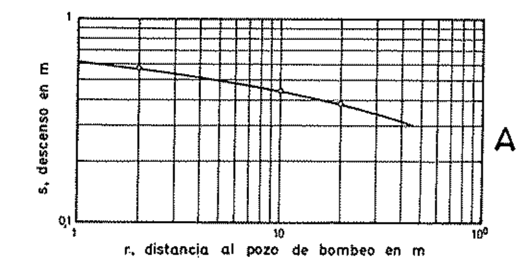


FIGURA 9.28
Perfil de descensos para el problema 11 del capítulo 9.3.

y por lo tanto

$$T = \frac{Q}{2\pi} \frac{(K_o)}{(s)} =$$

$$= \frac{30\ m^3/h \cdot 24\ h/día \cdot 1}{2\pi \cdot 0{,}33} = 347\ m^2/día$$

$$B = \frac{(r)}{(r/B)} = \frac{180}{1} = 180\ m$$

$$k' = \frac{b' T}{B^2} = \frac{10\ m \cdot 347\ m^2/día}{180^2\ m^2} = 0{,}11\ m/día$$

Problema 11

En un ensayo de bombeo realizado en un acuífero semiconfinado en régimen permanente y bombeando un caudal Q de 100 m^3/hora, se han obtenido los valores siguientes:

Punto de observación	Distancia al pozo de bombeo	Descenso
1	2 m	0,57 m
2	10 m	0,45 m
3	20 m	0,39 m

Calcular la transmisividad del acuífero.

Representando dichos valores en papel doble logarítmico, se obtiene la figura 9.28 A. Si se intenta superponer la curva $\log K_o(r/B) - \log(r/B)$ se observa que no puede obtenerse una coincidencia con precisión puesto que la curvatura es tal que pueden efectuarse varios ajustes diferentes. Ello quiere decir que los puntos obtenidos están en la zona de variación lineal en un gráfico semilogarítmico. El problema debe resolverse por el método de Thiem (fig. 9.28 B), obteniendo una recta de pendiente $(\Delta s)_{10} = 0{,}18$ m.

Por lo tanto

$$T = 0{,}366 \cdot \frac{100\ m^3/h \cdot 24\ horas}{0{,}18\ m} = 4880\ m^2/día$$

La recta cortaría al eje de distancias en R = 2700 m

$$B = \frac{2700}{1{,}123} = 2400\ m$$

3.4 POZOS EN ACUÍFEROS LIBRES EN RÉGIMEN PERMANENTE

3.4.1 Cálculo de los descensos

Tal como se expuso en el apartado 2.6.1, si los descensos son pequeños en comparación con el espesor del acuífero, se puede aplicar la fórmula de Thiem con un radio de influencia R aproximado, el cual suele variar entre 10 y 500 m (fórmula 9.37).

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} = 0{,}366 \frac{Q}{T} \log \frac{R}{r}$$

Para descensos notables en relación con el espesor del acuífero:

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r} = 0{,}73 \frac{Q}{k} \log \frac{R}{r} \qquad (9.46)$$

en las que:

H_o = espesor saturado inicial del acuífero

H = espesor saturado del acuífero en el lugar considerado
k = permeabilidad del medio
T_o = transmisividad inicial del acuífero ($T_o = H_o \cdot k$)

En el propio pozo el descenso teórico se puede calcular mediante:

$$H_o^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_p} \qquad (9.47)$$

siendo H_p la altura del agua en el pozo tomando como referencia la base del acuífero.

Es preciso recordar que estas fórmulas sólo describen aproximadamente el nivel libre del agua.

Cuando convenga se puede utilizar la corrección de Jacob (apartado 2.6.3).

Ejemplo 12

Calcular los descensos en un pozo de 0,5 m de diámetro y a distancias del mismo de 10 y 100 m, teniendo en cuenta que se bombean en régimen estacionario 80 m³/h de un acuífero que inicialmente tenía 10 m de espesor saturado y cuya transmisividad antes del bombeo era de 500 m²/día. Se supone que el radio de influencia vale 200 m. Comparar los resultados obtenidos al aplicar las fórmulas (9.37) y (9.46).

Para el pozo

a) con la fórmula (9.37):

$$s = 0{,}366 \frac{Q}{T} \log \frac{R}{r} =$$

$$= 0{,}366 \cdot \frac{80\ \text{m}^3/\text{h} \cdot 24\ \text{h/día}}{500\ \text{m}^2/\text{día}} \log \frac{200}{0{,}25} = 4{,}08\ \text{m}$$

b) Con la fórmula (9.46)

$$H_o^2 - H_p^2 = 0{,}73 \frac{Q}{k} \log \frac{R}{r} =$$

$$= 100 - H_p^2 = 0{,}73 \cdot \frac{1920\ \text{m}^2/\text{día}}{50\ \text{m/día}} \log \frac{200}{0{,}25}$$

siendo

$$k = \frac{T}{H_o} = \frac{500\ \text{m}^2/\text{día}}{10\ \text{m}} = 50\ \text{m/día}$$

de donde: $H_p = 4{,}32$ m y por lo tanto el descenso será:

$$s_p = H_o - H_p = 10\ \text{m} - 4{,}32 = 5{,}68\ \text{m}$$

Efectuando los cálculos de igual manera para los puntos de observación a 10 y 100 metros se tiene:

Distancia r	Descenso en m		
	Según fórmula (9.37)	Según fórmula (9.46)	Error %
pozo r_p 0,25 m	4,08	5,68	28
10 m	1,82	2,03	10
100 m	0,42	0,43	2

El error es considerable en las proximidades del pozo, donde el descenso afecta más a la transmisividad. Para puntos alejados del pozo el error es pequeño. La fórmula de Thiem da valores del descenso por defecto.

Ejemplo 13

Recalcular el problema 12 teniendo en cuenta la existencia de la superficie de goteo y discutir los resultados.

Se toman las fórmulas para la altura de la superficie de goteo, H'; citadas en el apartado 2.6.2.

Según la fórmula de Ehrenberger, tomando $H_p = 5{,}68$ m (ejemplo 12)

$$H' = 0{,}5 \frac{(10 - 5{,}68)^2}{10} = 0{,}93\ \text{m}$$

Según la fórmula de Boulton:

$$H' = 10 - 5{,}68 - \frac{3{,}75 \cdot 80 \cdot 24}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10} = 2{,}03\ \text{m}$$

Según la fórmula de Hall, tomando $r = 2 H_o = 20$ m y $H \simeq 10 - 1{,}5 = 8{,}5$ m (H corresponde al espesor saturado a r = 20 m)

$$H' = \frac{8{,}50 - 5{,}68}{1 + 5 \cdot \dfrac{0{,}25}{8{,}50}} \cdot \frac{1 - \left(\dfrac{5{,}68}{8{,}50}\right)^{2{,}4}}{1 + 0{,}02 \ln \dfrac{20}{0{,}25}} = 1{,}40\ \text{m}$$

No es posible aplicar el gráfico de la figura 9.19 por quedar el punto representativo fuera de la zona útil.

Las diferencias entre los resultados que se obtienen por las diferentes fórmulas son importantes. A efectos de cálculo se tomará H' = 1,5 m.

Entonces es (fórmula 9.27).

$$10^2 - H^2 = [10^2 - (5{,}68 + 1{,}5)^2] \frac{\ln \frac{200}{r}}{\ln \frac{200}{0{,}25}}$$

Para r = 10	H = 8,84 m	s = 1,15 m
Para r = 100	H = 9,74 m	s = 0,25 m

Tal como era de esperar, la corrección afecta poco para r = 100 m pero sí afecta notablemente para r = 10 m.

3.4.2 Cálculo de caudales y del caudal específico

Despejando Q en la fórmula (9.47) se obtiene:

$$Q = \frac{\pi k (H_o^2 - H_p^2)}{\ln (R/r_p)} = 1{,}36 \cdot k \frac{H_o^2 - H_p^2}{\log R/r_p} \qquad (9.48)$$

El caudal máximo teórico obtenible se produce cuando $s_p = H_o$ o sea $H_p = 0$ y vale:

$$Q \text{ máx} = \frac{\pi k H_o^2}{\ln (R/r_p)}$$

El caudal máximo teórico es siempre menor pues en este caso las pérdidas de carga en el pozo son muy grandes debido a la poca superficie de entrada. Aunque el pozo sea más profundo no puede obtenerse más caudal pues ya se ha alcanzado el máximo descenso. Si se fuerza más el caudal de la bomba se produce con gran rapidez el vaciado del agua almacenada en el fondo del pozo.

En la práctica no debe explotarse el pozo con el máximo descenso posible ya que al doblar el descenso no se dobla el caudal y por lo tanto los costes de la energía de bombeo crecen con rapidez. Los valores usuales de los descensos máximos admisibles, oscilan entre 0,5 H_o y 0,75 H_o. En pozos que se van a explotar en estas condiciones no es preciso ranurar más que la porción de acuífero saturada en régimen de bombeo.

El caudal específico vendrá dado por:

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{Q}{H_o - H_p} = 1{,}36 \, k \frac{H_o + H_p}{\log R/r_p}$$

y como es $s_p = H_o - H_p$

$$q = 1{,}36 \, k \frac{2 H - s_p}{\log R/r_p}$$

El caudal específico es pues función de s_p, siendo tanto menor cuanto mayor es s_p.

En acuíferos libres valen los mismos comentarios hechos en 3.2.3 sobre la influencia del radio del pozo. Pero como la superficie de penetración del agua en el pozo es función del descenso provocado, el radio de pozo a elegir para no tener una velocidad de entrada excesiva es función también del régimen de bombeo del pozo.

Las fórmulas aproximadas para el cálculo de q dadas en 3.2.4 son aceptables si el descenso es pequeño. Si el descenso es grande en comparación con el espesor del acuífero, el error cometido es notable.

Ejemplo 14

Determinar el máximo caudal teórico obtenible en el pozo del problema 12 y determinar el caudal óptimo de explotación considerado como tal que hace el producto q · Q máximo.

a) como

$$Q \text{ máx} = \frac{\pi k H_o^2}{\ln R/r_p} = \frac{1{,}36 \cdot \frac{500 \text{ m}^2/\text{día}}{10 \text{ m}} \cdot 10^2 \text{ m}^2}{\log \frac{200 \text{ m}}{0{,}25 \text{ m}}} =$$

$= 2340 \text{ m}^3/\text{día} = 98 \text{ m}^3/\text{hora}$

Como es:

$$Q = 1{,}36 \; k \frac{H_o^2 - H_p^2}{\log (R/r_p)}$$

y

$$q = 1{,}36 \; k \frac{H_o + H_p}{\log (R/r_p)}$$

será considerando

$$A = \left(\frac{1{,}36 \; k}{\log (R/r_p)}\right)^2$$

$$q \cdot Q = \left(\frac{1{,}36 \; k}{\log (R/r_p)}\right)^2 \cdot (H_o^2 - H_p^2)(H_o + H_p) =$$

$$= A \cdot (H_o^2 - H_p^2)(H_o + H_p)$$

El valor máximo se encontrará igualando a cero la derivada de $Q \cdot q$ respecto a H_p:

$$\frac{d\,(q \cdot Q)}{d\,H_p} = 0$$

$$(H_o^2 - H_p^2) - 2\,(H_o + H_p)\,H_p = 0$$

$$H_p = 1/3\,H_o = 0{,}66\,H_o$$

El descenso óptimo será de $0{,}66 \times 10 = 6{,}6$ m
El caudal óptimo de explotación será de

$$Q = 1{,}36 \cdot \frac{500}{10}\;\frac{10^2 - 6{,}6^2}{\log\,(200/0{,}25)} =$$

$$= 1320\ \mathrm{m^3/día} = 55\ \mathrm{m^3/h}$$

El fácil demostrar que q, caudal específico, decrece linealmente al crecer s_p.
Partiendo de la fórmula de Dupuit:

$$H_o^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi\,k}\ \ln\frac{R}{r_p}$$

Si es $s_p \ll H_o$ será

$$s_p \simeq \frac{Q}{2\,\pi\,k\,H_o}\ \ln\frac{R}{r_p} = C \cdot Q$$

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{1}{C}$$

siendo

$$C = \frac{\ln\,(R/r_p)}{2\,\pi\,k\,H_o} = \mathrm{cte}$$

El descenso es proporcional al caudal y el caudal específico es una constante del pozo y del acuífero.
Si esa suposición no es válida se tiene que:

$$s_p = H_o - H_p$$

$$H_p = H_o - s_p$$

$$(H_o - H_p)^2 = (H_o - H_p)\,(H_o + H_p) =$$

$$= s_p\,(2\,H_o - s_p) = \frac{Q}{\pi\,k}\ \ln\frac{R}{r_p} = C\,Q\,H_o$$

$$s_p = H_o\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\,C \cdot Q}{H_o}}\right)$$

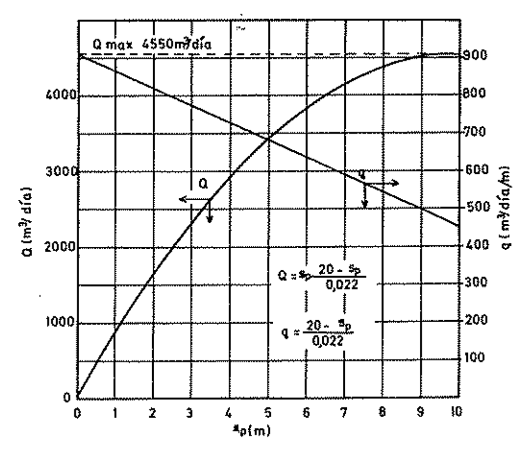


FIGURA 9.29
Curvas características teóricas para un pozo en un acuífero libre no recargado, para $k = 100$ m/día, $R = 200$ m, $r_p = 0{,}2$ m, *y* $H_o = 10$ m.

$$Q = s_p\ \frac{2\,H_o - s_p}{2 \cdot C \cdot H_o} \tag{9.49}$$

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{1}{2\,C}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2\,C \cdot Q}{H_o}}\right)$$

que relacione q con Q.

$$q = \frac{2\,H_o - s_p}{2\,C \cdot H_o} \tag{9.50}$$

que es lineal. En la figura 9.29 se representan Q y q en función de s_p (curvas características).

3.4.3 Perfil de descensos de la superficie libre

Si es admisible la fórmula (9.37) se está en el caso tratado en 3.2.5 o sea en el de validez de la fórmula de Thiem, teniendo en cuenta que ahora los valores de R se sitúan normalmente entre 10 y 500 m por ser el acuífero libre.

Si es preciso recurrir a la fórmula (9.46) puede obtenerse una recta dibujando $H_o^2 - H^2$ en función de log r, recta cuya pendiente será ahora (fig. 9.30)

$$m = \frac{2{,}3\,Q}{\pi\,k} = (\Delta_s)_{10}$$

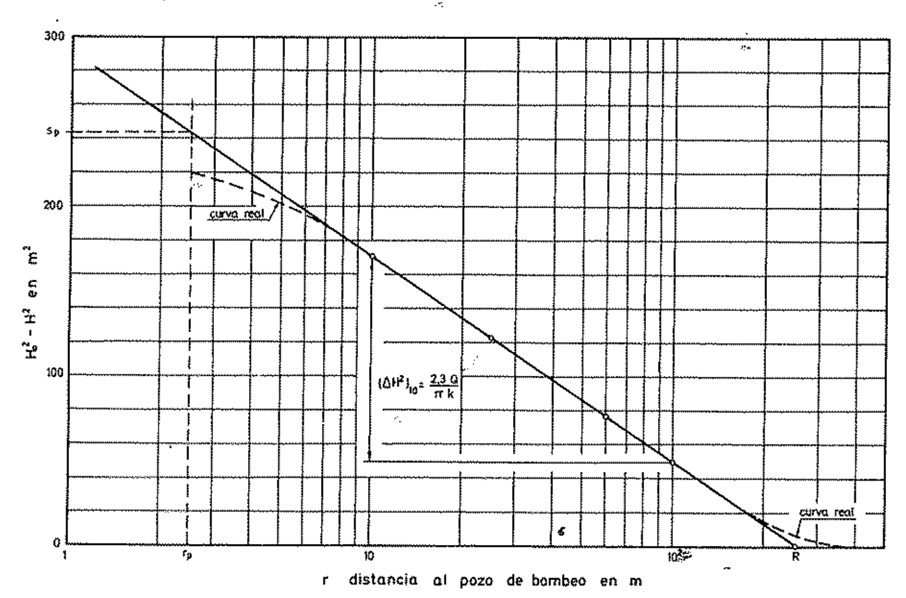


FIGURA 9.30

Perfil de descensos en un acuífero libre no recargado. Corresponde al ejemplo 15.

Esta recta corta al eje de abscisas $(H_o^2 - H^2) = 0$ en el punto R, radio de influencia. Sin embargo es preciso tener en cuenta que en las proximidades del pozo el perfil calculado difiere del real (fig. 9.30). Si se considera preciso puede conseguirse una mayor aproximación tomando por ordenadas los valores de $H_o^2 - (H + H')^2$ para puntos próximos al pozo siendo H′ la altura de la superficie de goteo o de rezume.

3.4.4 Análisis de datos de ensayos de bombeo

Representando los valores medidos del descenso a varias distancias en función del logaritmo de la distancia, se obtiene una recta si la variación de niveles es pequeña frente al espesor saturado. Trazando la recta que se ajuste mejor a estos puntos, basta buscar su pendiente $(\Delta_s)_{10}$ para calcular

$$k = \frac{2,3\ Q}{2\ \pi\ H_o\ (\Delta_s)_{10}} = 0,366 \frac{Q}{H_o\ (\Delta_s)_{10}}$$

y $T_o = k \cdot H_o$.

Si los descensos son importantes en relación con el espesor saturado inicial, los valores pueden corregirse tomando como descenso (corrección de Jacob):

$$s' = s - \frac{s^2}{2\ H_o} \qquad (9.51)$$

que da buenos resultados para cualquier descenso (ver apartado 2.6.3).

La determinación de R es inmediata pues se puede leer directamente en el gráfico.

Bastan dos puntos para poder trazar la recta, pero en general conviene tener algunos más. No conviene utilizar el valor del descenso en el pozo pues puede ser muy diferente del teórico.

En el análisis del bombeo, también pueden emplearse los gráficos $(H_o^2 - H^2) - \log r$, si la profundidad de la base del acuífero es conocida, pero es más cómodo utilizar la corrección de Jacob.

Ejemplo 15

Se ha realizado un ensayo de bombeo en un acuífero libre hasta alcanzar el régimen estacionario, habiéndose obtenido los siguientes descensos:

En el pozo ($r_p = 0,25$ m), $s_p = 8,0$ m

r	s
10 m	4,8 m
25 m	3,4 m
60 m	2,0 m
100 m	1,3 m

Calcular la permeabilidad del acuífero si el caudal de bombeo fue de 60 m^3/h. El espesor saturado inicial del acuífero era de unos 20 m.

En los cálculos de k se prescindirá del descenso en el pozo.

Puede dibujarse el perfil de descensos s — log r con los valores directos o con los valores corregidos según $s^2/2\,H_o$.

r	s	$s^2/2\,H_o$	$s_c = s - (s^2/2\,H_o)$	$(H) = H_o - s$	$H_o^2 - H^2$
10	4,80	0,58	4,22	15,20	169
25	3,40	0,29	3,11	16,60	124
60	2,00	0,10	1,90	18,00	76
100	1,30	0,04	1,26	18,70	50

En la figura 9.31 se representa s — log r y s_c — log r.

De la recta que mejor se ajusta a s — log r se obtiene $(\Delta s)_{10} = 3{,}6$ m

$$k = \frac{2{,}3\,Q}{2 \cdot \pi \cdot H_o \cdot (\Delta s)_{10}} = \frac{2{,}3 \cdot 60 \cdot 24}{2\,\pi \cdot 20 \cdot 3{,}6} = 7{,}3 \text{ m/día}$$

De la recta que mejor se ajusta a s_c — log r se obtiene $(\Delta s)_{10} = 3{,}0$ m

$$k = \frac{2{,}3 \cdot 60 \cdot 24}{2\,\pi \cdot 20 \cdot 3{,}0} = 8{,}8 \text{ m/día}$$

Dibujando $(H_o^2 - H^2)$ — log r (fig. 9.30) de la recta que mejor se ajusta, se obtiene $(\Delta H^2)_{10} = 120$ m^2

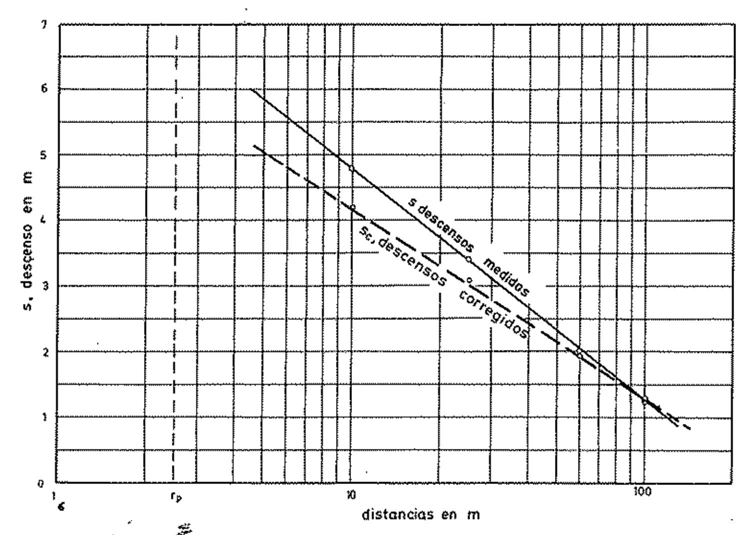


FIGURA 9.31

Perfil de descensos en el ensayo de bombeo del ejemplo 15.

$$k = \frac{2{,}3\,Q}{\pi\,(\Delta H^2)_{10}} = 8{,}8 \text{ m/día}$$

igual al anterior como debía suceder.

Es apreciable el error que se comete al tomar para los descensos los valores sin corregir.

Capítulo 9.4

Aspectos prácticos de la teoría general de la hidráulica de pozos completos con caudal constante y en régimen no estacionario

4.1 INTRODUCCIÓN

El presente capítulo es prolongación del anterior (capítulo 3) y son válidas las mismas observaciones hechas en su introducción. Es preciso releer las limitaciones impuestas en el apartado 2.1 del capítulo 2, para una perfecta comprensión de lo que se dice en los apartados siguientes.

El análisis de bombeos en régimen variable es en general más interesante que el análisis en régimen permanente por cuanto muchos de los problemas prácticos que se plantean son problemas en los que no se llega a una estabilización de los niveles piezométricos. El estudio del régimen permanente no es más que un caso particular del régimen no permanente.

Como en el régimen no permanente se toma agua del almacenamiento en el acuífero, además de la transmisividad entra en juego el coeficiente de almacenamiento. En régimen permanente real el coeficiente de almacenamiento no aparece, pero tal como se explicó en los capítulos 1 y 2 con frecuencia el régimen permanente no es sino un régimen casi permanente y en el valor del radio de influencia va incluida tácitamente una consideración a dicho coeficiente de almacenamiento.

La determinación de la transmisividad de un acuífero mediante ensayos de bombeo a caudal constante y régimen permanente precisa de un mínimo de dos puntos de observación y rara vez conviene utilizar el pozo como uno de esos puntos de observación por no poderse eliminar las pérdidas en el mismo. En cambio, los ensayos de bombeo con medidas durante el régimen no permanente permiten determinar T y S con un único punto de observación distinto del pozo y aun con sólo el pozo como punto de observación se puede obtener T con razonable aproximación. Aun cuando se dispone de varios puntos de observación, el análisis en régimen no permanente da resultados que reflejan mejor las condiciones del acuífero y además con una duración de los ensayos menor.

4.2 POZO EN ACUÍFERO CAUTIVO EN RÉGIMEN NO PERMANENTE. MÉTODO DE THEIS

4.2.1 Cálculo de los descensos

La fórmula básica que describe el fenómeno es la de Theis (9.7):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u) = 0{,}08 \frac{Q}{T} \cdot W(u) \qquad (9.52)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t}$$

Basta calcular el valor de u ó de 1/u en un cierto punto a distancia r del pozo en el tiempo t después de iniciado el bombeo, conocidos los valores de T y S del acuífero, y con ellos determinar W (u) en las tablas (ver apéndice A.9.2) o en los gráficos (fig. 9.12 y gráfico 9.2, separado del texto).

Con ese valor puede calcularse inmediatamente s.

El descenso teórico en el pozo vendrá dado por:

$$s_p = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u_p) = 0{,}08 \frac{Q}{T} \cdot W(u_p)$$

siendo (9.53)

$$u_p = \frac{r_p^2 \cdot S}{4 T t}$$

En general, en estos acuíferos los valores de S varían entre 10^{-3} y 10^{-5}.

Ejemplo 1

Calcular los descensos en un pozo de 0,60 m de diámetro a 10, 100 y 1000 m del mismo a los 5 minutos, 1 hora y 1 día de iniciado el bombeo sabiendo que el caudal constante de bombeo es de 100 m³/h, la transmisividad del acuífero es de 1000 m²/día y el coeficiente de almacenamiento es de 10^{-4}.

Sustituyendo valores en las fórmulas (9.52).

$$s = \frac{100\ \text{m}^3/\text{h} \cdot 24\ \text{h/día}}{4 \cdot \pi \cdot 1000\ \text{m}^2/\text{día}} \cdot W(u) = 0{,}191 \cdot W(u)$$

$$u = \frac{r^2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1000\ \text{m}^2/\text{día} \cdot t} = 2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \frac{r^2}{t}$$

estando r en m y t en días.

r (m)	t	u	W (u)	s (m)
Pozo 0,30	5 min	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$	13,67	2,61
	1 hora	$5{,}4 \cdot 10^{-8}$	16,16	3,09
	1 día	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$	19,35	3,70
10	5 min	$7{,}2 \cdot 10^{-4}$	6,66	1,27
	1 hora	$6{,}0 \cdot 10^{-5}$	9,14	1,74
	1 día	$2{,}5 \cdot 10^{-6}$	12,32	2,35
100	5 min	$7{,}2 \cdot 10^{-2}$	2,12	0,40
	1 hora	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$	4,54	0,87
	1 día	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$	7,72	1,47
1000	5 min	7,2	0,0001	0,00001
	1 hora	0,6	0,45	0,086
	1 día	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	3,14	0,600

A los cinco minutos el cono de descensos prácticamente aún no llega a 1000 m de distancia.

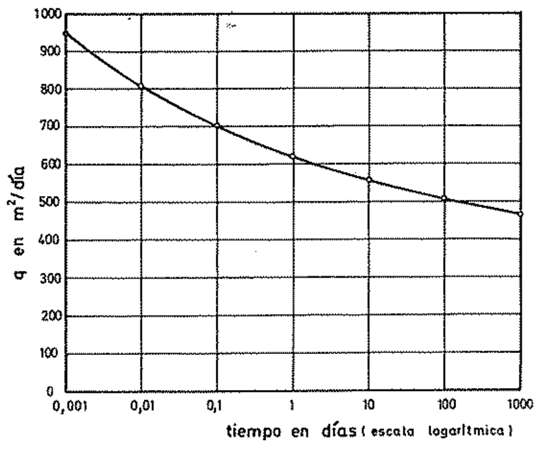
4.2.2 Cálculo de los caudales y del caudal específico

Despejando Q en la fórmula (9.53) se obtiene:

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot T \cdot s_p}{W(u_p)} \qquad (9.54)$$

siendo

$$u_p = \frac{r_p^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$



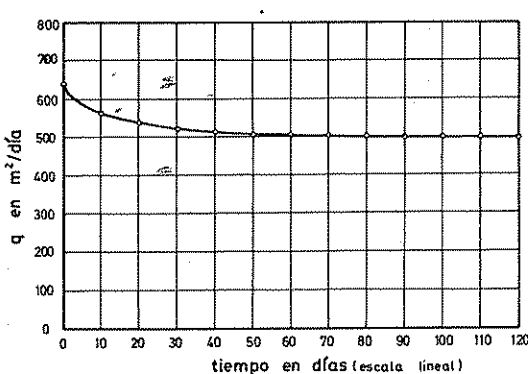


FIGURA 9.32
Variación temporal del caudal específico teórico de un pozo en un acuífero con T = 1000 m²/día. S = 10^{-4}, *siendo el radio del pozo de* $r_p = 0{,}2$ m.

que permite calcular Q utilizando las tablas o gráficos de W (u) y fijando un valor para el descenso teórico en el pozo s_p.

Es preciso tener en cuenta que el valor Q es el caudal constante a que se tendría que iniciar el bombeo para que en el tiempo t el descenso sea s_p.

El caudal específico teórico vale:

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{4 \pi T}{W(u_p)}$$

y por lo tanto es función del tiempo, disminuyendo q al aumentar la duración del bombeo. La disminución es rápida al principio, pero para tiempos largos la variación es mucho menos acusada (fig. 9.32). El caudal

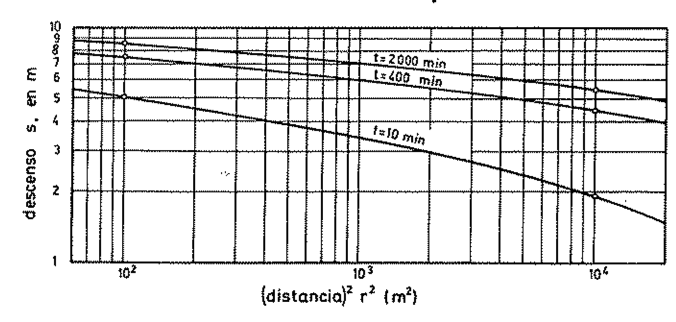


FIGURA 9.33
Curvas log s - log r² *para tiempos de 10, 400 y 2000 min del ejemplo 3.*

específico es en cambio independiente de Q. Al dar el caudal específico de un pozo conviene indicar también el tiempo de bombeo, a efectos de comparar valores en similares circunstancias.

Ejemplo 2

¿A qué caudal máximo debe bombearse un pozo en un acuífero cautivo para que al cabo de 1 mes de bombeo ininterrumpido el descenso teórico no supere 12 metros? El radio del pozo es de 0,3 m y las características del acuífero son $T = 200 \; m^2/día$ y $S = 5 \cdot 10^{-3}$.
Aplicando la fórmula 9.54 se tiene:

$$u_p = \frac{r_p^2 \cdot S}{4\,T\,t} = \frac{0{,}3^2 \; m^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 200 \; m^2/día \cdot 30 \; días} = 1{,}88 \cdot 10^{-8}$$

y por lo tanto $W(u_p) = 17{,}21$

luego:

$$Q = \frac{4\pi T \cdot s_p}{W(u_p)} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 200 \; m^2/día \cdot 12 \; m}{17{,}21} =$$

$= 1752 \; m^3/día = 73 \; m^3/hora$

4.2.3 Perfiles de descensos

Tomando logaritmos en la fórmula (9.52)

$$\log s = \log \frac{Q}{4\pi T} + \log W(u)$$

$$\log u = \log \frac{S}{4\,T\,t} + \log r^2$$

Efectuando un razonamiento análogo al empleado en el apartado 3.3.4 para el pozo en un acuífero semiconfinado en régimen estacionario se tiene que la curva log s — log r² es el resultado de una traslación paralela a los ejes de la curva tipo (fig. 9.12) log W (u) — log u.

En realidad la figura 9.12, representa log W (u) — —log (1/u) pero basta tomar el papel por el reverso para tener la curva en posición.

La traslación que hay que hacer es de $\log \dfrac{Q}{4\pi T}$ en el sentido del eje de ordenadas y de $-\log \dfrac{S}{4\,T\,t}$ en el de abscisas.

Los perfiles log s — log r deben ser comparados con una curva tipo en que el ancho de ciclo horizontal sea doble que el vertical, cosa que no se hace en la práctica.

Los perfiles de descensos para varios caudales constantes y para el mismo tiempo de bombeo son un conjunto de curvas con el mismo desplazamiento en el sentido del eje de abscisas y variable en el sentido de las ordenadas.

Los perfiles de descensos para un mismo caudal de bombeo y diferentes tiempos son un conjunto de curvas con el mismo desplazamiento según el eje de ordenadas y variable según el eje de abscisas (fig. 9.33).

La representación de los perfiles de descensos en papel semilogarítmico será objeto del apartado 4.3.3.

4.2.4 Curvas de descensos-tiempos

Al igual que en el apartado anterior es:

$$\log s = \log \frac{Q}{4\pi T} + \log W(u)$$

$$\log 1/u = \log \frac{4\,T}{S\,r^2} + \log t$$

y por lo tanto la curva log s — log t puede obtenerse por traslación de la curva log W (u) — log (1/u) (figura 9.12 y gráfico 9.2) en un valor:

$\log \dfrac{Q}{4\pi T}$ según el eje de ordenadas y en un valor

$\log \dfrac{4\,T}{S \cdot r^2}$ según el eje de abscisas (fig. 9.34)

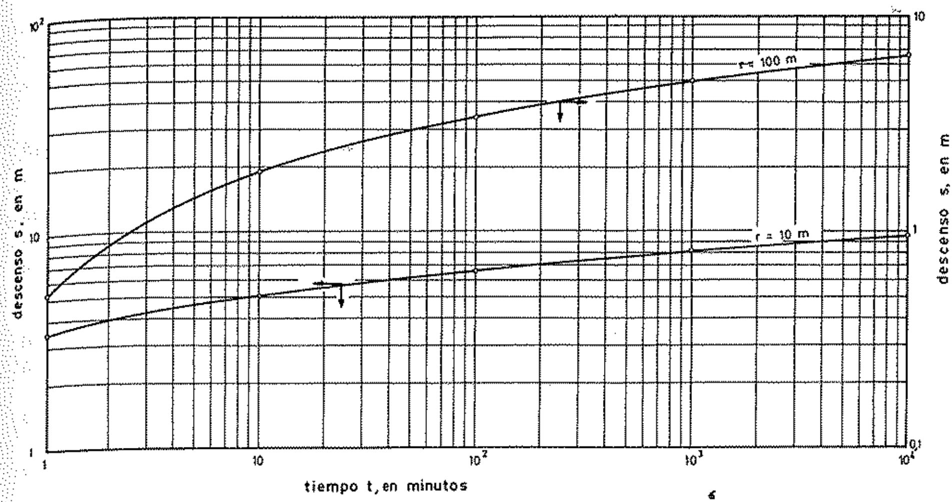


FIGURA 9.34

Curvas log s - log t *para los dos puntos de observación* (r = 10 m y r_2 = 100 m) *del ejemplo 3.*

Las curvas de descensos — tiempos para varios caudales constantes en un mismo lugar, son un conjunto de curvas con el mismo desplazamiento en el sentido del eje de abscisas y variables en el sentido del eje de ordenadas.

Las curvas de descensos — tiempos, para distancias diferentes y el mismo caudal de bombeo son un conjunto de curvas con el mismo desplazamiento en el sentido del eje de ordenadas y variable en el sentido del eje de abscisas (fig. 9.34).

4.2.5 Análisis de ensayos de bombeo

Todos estos análisis se hacen por el método de coincidencia (apartado 3.3.4) y utilizan como curva tipo log W (u) — log (1/u) (fig. 9.12 y gráfico 9.2). Basta dibujar los puntos experimentales y tratar de efectuar el mejor ajuste manteniendo los ejes paralelos para así determinar un punto común cualquiera. Es posible efectuar tres tipos de análisis.

a) Representación log s — log r^2/t

Todos los puntos representativos de los descensos en varios puntos de observación en varios tiempos quedan representados por una única curva. El punto de ajuste en la coincidencia proporciona los valores (fig. 9.35):

(s), (W), (r^2/t), (1/u), de modo que:

$$(s) = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,(W) \quad ; \quad T = \frac{Q \cdot (W)}{4\,\pi\,(s)} = 0{,}08\,\frac{(W)}{(s)}\,Q \qquad (9.55)$$

y, una vez conocida T:

$$(1/u) = \frac{4 \cdot T}{S \cdot (r^2/t)} \quad ; \quad S = \frac{4\,T}{(1/u) \cdot (r^2/t)} \qquad (9.56)$$

En esta coincidencia es preciso utilizar uno de los papeles colocados al reverso. Para evitarlo puede procederse a representar log s — log t/r^2.

b) Representación log s — log t

Es obligada si sólo se dispone de un único punto de observación. Aun cuando se disponga de varios puntos de observación este tipo de representación es muy usado por su simplicidad, obteniéndose para cada uno de ellos una curva diferente que se tendrá que ajustar por separado (fig. 9.34). El punto de ajuste en la coincidencia proporciona los valores: (s), (W), (1/u), (t), de modo que:

$$(s) = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,(W) \quad ; \quad T = \frac{Q}{4\,T}\,\frac{(W)}{(s)} = 0{,}08\,\frac{(W)}{(s)}\,Q \qquad (9.57)$$

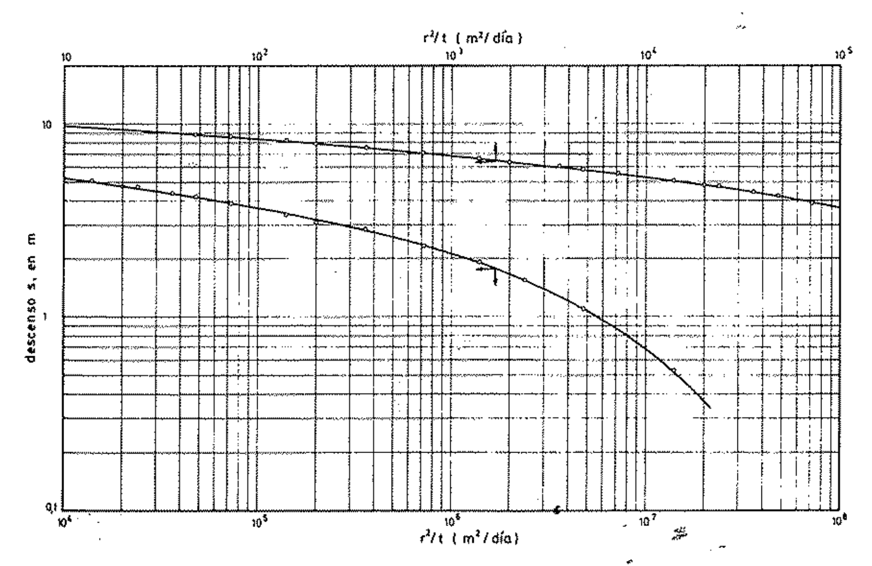


FIGURA 9.35
Curvas log s - log r²/t *para el ejemplo 3.*

$$(1/u) = \frac{4\,T\,(t)}{r^2\,S} \quad ; \quad S = \frac{4\,T}{r^2}\,\frac{(t)}{(1/u)} \qquad (9.58)$$

una vez conocida T.

En este caso no es preciso tomar por el reverso ninguno de los papeles.

c) Representación log s — log r²

Si se dispone de varios piezómetros puede también optarse por manejar los perfiles de descensos en un cierto momento (fig. 9.33).

El punto de ajuste en la coincidencia proporciona los valores:

(s), (W), (1/u), (r²), de modo que:

$$(s) = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,(W) \quad ; \quad T = \frac{Q}{4\,T}\,\frac{(W)}{(s)} = 0{,}08\,\frac{(W)}{(s)}\,Q$$

$$(1/u) = \frac{4\,T\,t}{(r^2)\,S} \quad ; \quad S = \frac{4\,T\,t}{(r^2)\,(1/u)}$$

una vez conocida T.

En este caso es preciso tomar uno de los papeles al reverso. Este tipo de análisis no es frecuente.

En los casos *b* y *c*[42] se pueden tener varias curvas dibujadas y el ajuste de cada una de ellas debe dar valores iguales de T y S. Si no es así y los ajustes son correctos, el modelo teórico del acuífero no corresponde a un acuífero cautivo de gran extensión. Esto también se aprecia en el caso *a* por una gran dispersión de puntos. Es frecuente tomar un valor medio de T y S, si las dispersiones son pequeñas.

Con solo las observaciones en el pozo de bombeo no es posible valorar el ensayo de bombeo ya que se desconocen las pérdidas en el pozo (véase el capítulo 9.15).

$$(s_p)_r = s_p + \Delta\,s_p$$

$(s_p)_r$ = descenso real en el pozo (descenso observado)
s_p = descenso teórico (desconocido)
$\Delta\,s_p$ = pérdidas en el pozo aproximadamente constantes si no varía el caudal.

Como es:

$$\log\,(s_p)_r \neq \log\,s_p + \log\,\Delta\,s_p \qquad \text{(fig. 9.36)}$$

la curva log $(s_p)_r$ — log t no es una traslación de los log s_p — log t (fig. 9.36).

Para valores de u ≪ 0,01 (1/u ≫ 100) la curvatura de la curva tipo es ya muy pequeña y es difícil obtener un

[42] Es frecuente representar el tiempo en minutos. Si los descensos se miden en m, el caudal en m³/día y la transmisividad en m²/día, es preciso convertir el valor (t) o (r²/t) a días o m²/día.

ajuste claro y único. En este caso es mejor emplear la aproximación logarítmica de Jacob que se explica en el apartado siguiente (4.3).

Ejemplo 3

La tabla de valores 9.3 corresponde a un ensayo de bombeo en un acuífero cautivo realizado con un caudal constante de 100 l/seg en un pozo de 0,4 m de diámetro. Calcular, de acuerdo con los diversos métodos explicados, la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero.

Empleando la representación gráfica log s — log r^2, para tiempos iguales a 10, 400 y 2000 min se obtienen las curvas de la figura 9.33.

Con la primera de ellas, por ejemplo, se tiene la coincidencia con la curva tipo en un punto tal que:

$(s) = 7$ m ; $(W) = 10$; $(r^2) = 2500$; $(1/u) = 100$

por lo tanto:

$$T = \frac{Q \cdot (W)}{4\,\pi\,(s)} = \frac{360 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 10}{4 \cdot \pi \cdot 7} \simeq 982 \text{ m}^2/\text{d}$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot t}{(r^2)\,(1/u)} = \frac{4 \cdot 982 \cdot \dfrac{10}{1440}}{2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 100} \simeq 1{,}1 \cdot 10^{-4}$$

Similarmente, para:

$t = 400$ min se obtiene:

$T = 1030$ m²/día ; $S = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$

$t = 2000$ min se obtiene:

$T = 1010$ m²/día ; $S = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$

Usando la representación log s — log t se obtienen las curvas de la figura 9.34.

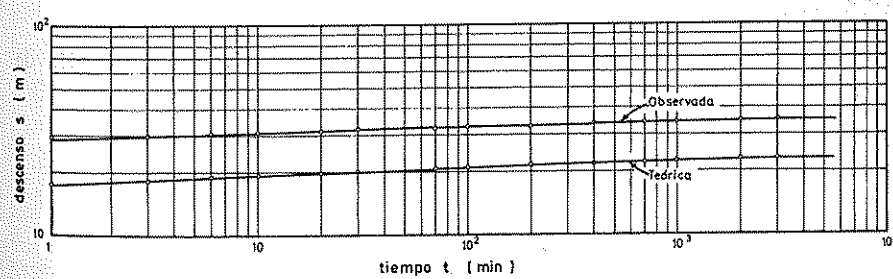


FIGURA 9.36

Curvas log s - log t *para los valores del pozo de bombeo del ejemplo 3.*

TABLA 9.3 *Descensos medidos en los puntos de observación* P_1 *y* P_2 *a distancias* $r_1 = 10$ m *y* $r_2 = 100$ m *y en el propio pozo de bombeo.*

t (min)	Piezómetro P_1		Piezómetro P_2		Pozo de bombeo s_p (m)
	s_1 (m)	r^2/t (m²/día	s_2 (m)	r^2/t (m²/día	
1	3,40	$1{,}4 \cdot 10^5$	0,53	$1{,}4 \cdot 10^7$	17,50
3	4,20	$4{,}8 \cdot 10^4$	1,10	$4{,}8 \cdot 10^6$	18,20
6	4,80	$2{,}4 \cdot 10^4$	1,55	$2{,}4 \cdot 10^6$	19,00
10	5,08	$1{,}4 \cdot 10^4$	1,92	$1{,}4 \cdot 10^6$	19,40
20	5,60	$7{,}2 \cdot 10^3$	2,35	$7{,}2 \cdot 10^5$	19,90
40	6,05	$3{,}6 \cdot 10^3$	2,90	$3{,}6 \cdot 10^5$	20,30
70	6,40	$2{,}0 \cdot 10^3$	3,10	$2{,}0 \cdot 10^5$	20,70
100	6,65	$1{,}4 \cdot 10^3$	3,48	$1{,}4 \cdot 10^5$	21,10
200	7,10	$7{,}2 \cdot 10^2$	3,90	$7{,}2 \cdot 10^4$	21,30
400	7,50	$3{,}6 \cdot 10^2$	4,40	$3{,}6 \cdot 10^4$	21,80
700	7,90	$2{,}0 \cdot 10^2$	4,80	$2{,}0 \cdot 10^4$	22,00
1000	8,25	$1{,}4 \cdot 10^2$	5,08	$1{,}4 \cdot 10^4$	22,40
2000	8,70	$7{,}2 \cdot 10^1$	5,50	$7{,}2 \cdot 10^3$	22,80
3000	8,90	$4{,}8 \cdot 10^1$	5,90	$4{,}8 \cdot 10^3$	23,20

Superponiéndoles la curva tipo se obtienen los valores de los respectivos puntos de coincidencia. Para el piezómetro situado a 100 m.

$(s) = 0{,}7$ m ; $(t) = 38$ min ; $(W) = 1$; $(1/u) = 10^2$

y para el de 10 m:

$(s) = 0{,}7$ m ; $(t) = 4{,}1$ min ; $(W) = 10$; $(1/u) = 10^3$

Por lo tanto, para el primer punto ($r = 100$ m):

$$T = \frac{Q}{4\,\pi}\,\frac{(W)}{(s)} = \frac{360 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 1}{12{,}57 \cdot 0{,}7} = 982 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot (t)}{r^2 (1/u)} = \frac{4 \cdot 982 \text{ m}^2/\text{día} \dfrac{38 \text{ min}}{1440 \text{ min/día}}}{100^2 \text{ m}^2 \cdot 100} \simeq$$

$\simeq 1 \cdot 10^{-4}$

y para el segundo ($r = 10$ m)

$T = 982$ m²/día ; $S = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$

Haciendo la representación log s — log r²/t se obtiene la curva de la figura 9.35, y superponiéndole la curva tipo, se determinan los valores del punto de coincidencia:

$(s) = 0{,}68$ m ; $(r^2/t) = 3{,}9 \cdot 10^7$ m²/día ; $(W) = 1$

$(1/u) = 1$

Por lo tanto:

$$T = \frac{Q \cdot (W)}{4 \pi (s)} = \frac{360 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}68 \text{ m}} = 1010 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 T (t)}{(r^2/t) \cdot (1/u)} = \frac{4 \cdot 1010 \text{ m}^2}{3{,}9 \cdot 10^7 \cdot 1} = 1 \cdot 10^{-4}$$

Finalmente, a los datos del pozo no es posible superponerle la curva tipo, puesto que las pérdidas de carga constantes desvirtúan la curva teórica que debería obtenerse (fig. 9.36). Además la escasa curvatura no permite un ajuste adecuado y en todo caso debe procederse por el método de la aproximación logarítmica de Jacob (apartado 4.3).

Fácilmente se observa que todos los resultados son casi iguales[44], pudiéndose tomar como valores aceptables:

$T = 1000$ m²/día y $S = 10^{-4}$.

4.3 POZO EN UN ACUÍFERO CAUTIVO EN RÉGIMEN NO PERMANENTE. APROXIMACIÓN LOGARÍTMICA DE JACOB

4.3.1 Cálculo de los descensos

Tal como se indicó en el apartado 2.3, para valores de $u < 0{,}03$ la fórmula de Theis puede aproximarse con razonable precisión mediante:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{2{,}25 \, T t}{r^2 S} = \tag{9.59}$$

$$= \frac{2{,}3 \, Q}{4 \pi T} \log \frac{2{,}25 \, T t}{r^2 S} = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25 \, T t}{r^2 S}$$

aunque muchas veces basta con que $u < 0{,}1$.

Para valores de u mayores no es válida la aproximación y debe emplearse la fórmula de Theis. Ello sólo sucede para puntos de observación alejados del pozo y/o en los primeros momentos del bombeo.

Esta fórmula coincide con la de Thiem si se toma como radio de influencia (apartado 2.3):

$$R = \sqrt{\frac{2{,}25 \, T t}{S}} = 1{,}5 \sqrt{\frac{T t}{S}} \tag{9.60}$$

que expresa la variación del radio de influencia con el tiempo.

El descenso teórico en el pozo vendrá dado por:

$$s_p = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{2{,}25 \, T t}{r_p^2 S} = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25 \, T t}{r_p^2 S} \tag{9.61}$$

Aun para pozos de gran diámetro ($r = 1$ m), en acuíferos cautivos con un coeficiente de almacenamiento S grande (10^{-3}), una transmisividad pequeña (10 m²/día) y en tiempos t cortos (1 minuto), se tiene que u es suficientemente pequeño ($u = 0{,}036$) y por lo tanto la fórmula (9.60) es prácticamente siempre válida si se cumplen otras condiciones restrictivas tales como que el radio del pozo se pueda considerar pequeño en relación con la extensión del acuífero afectada por el cono de descensos y no se tenga efecto de almacenamiento en el pozo.

Ejemplo 4

Recalcular el problema 1 aplicando la aproximación de Jacob y comentar los resultados obtenidos.

$$s = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25 \, T t}{r^2 S} =$$

$$= 0{,}183 \frac{100 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{1000 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot$$

$$\cdot \log \frac{2{,}25 \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día} \cdot t}{r^2 \cdot 10^{-4}} =$$

[44] En un ensayo real se suelen obtener dispersiones más acusadas.

$$= 0,44 \cdot \log \left(2,25 \cdot 10^7 \frac{t}{r^2}\right)$$

estando t en días y r en metros.

Valores de los descensos en m (entre paréntesis los valores obtenidos por la fórmula de Theis).

r (m) \ t	5 min	1 hora	1 día
Pozo 0,30	2,61	3,09	3,69
	(2,61)	(3,09)	(3,70)
10	1,27	1,75	2,35
	(1,27)	(1,74)	(2,35)
100	0,39	0,87	1,47
	(0,40)	(0,87)	(1,47)
1000	Absurdo	Absurdo	0,59
	(0,00001)	(0,086)	(0,600)

Puede verse que para los valores de $u < 0,03$ los descensos calculados por los dos métodos son prácticamente coincidentes (las diferencias son errores de cálculo), y para $u < 0,1$ aun las diferencias son pequeñas. Sin embargo, para valores mayores de u se obtienen resultados absurdos debido a que la cantidad sublogarítmica es negativa ($r > R$, radio de influencia teórico).

4.3.2 Cálculo de los caudales y del caudal específico

Despejando Q en la fórmula (9.61):

$$Q = \frac{4 \pi T \cdot s_p}{\ln \frac{2,25\, T\, t}{r_p^2 \cdot S}} = \frac{T \cdot s_p}{0,183 \log \frac{2,25\, T\, t}{r_p^2 \cdot S}} \tag{9.62}$$

El caudal específico teórico vale:

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{T}{\log 0,183 \frac{2,25\, T\, t}{r_p^2 \cdot S}} \tag{9.63}$$

que muestra la dependencia de q con respecto al tiempo (fig. 9.32), tal como se expuso en el apartado 4.2.2.

El caudal específico es independiente de Q. Mediante un razonamiento similar al realizado en el apartado 3.2.3 se demuestra que la influencia del radio del pozo en el caudal es muy pequeña.

Ejemplo 5

Recalcular el ejemplo 2 aplicando la fórmula (9.62):

$$Q = \frac{T \cdot s_p}{0,183 \cdot \log \frac{2,25\, T\, t}{r_p^2 \cdot S}} =$$

$$= \frac{200\ m^2/día \cdot 12\ m}{0,183 \cdot \log \frac{2,25 \cdot 200 \cdot 30}{0,09 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}} = 1754\ m^3/día = 73\ m^3/h$$

4.3.3 Perfiles de descensos

La fórmula (9.59) puede escribirse para un tiempo t fijado:

$$s = \frac{2,3\, Q}{4 \pi T} \log \frac{2,25\, T\, t}{S} - \frac{2,3\, Q}{2 \pi T} \log r$$

El perfil de descensos en papel semilogarítmico ($s - \log r$) es una recta (fig. 9.37) cuya pendiente en valor absoluto viene dada por:

$$m = \frac{2,3\, Q}{2 \pi T} = 0,366 \frac{Q}{T}$$

Esta recta corta al eje de abscisas ($s = 0$) en un punto R que representa el radio de influencia teórico. Sin embargo la curva real se acerca asintóticamente al eje de abscisas y su verdadera forma puede obtenerse aplicando la fórmula de Theis a los últimos puntos ya que al ser r muy elevado ya no se cumple que $u < 0,03$.

Los perfiles de descenso para diferentes tiempos (figura 9.37) vienen representados por rectas paralelas, cada una con un valor de R calculado según:

$$R = 1,5 \sqrt{\frac{T\, t}{S}} \tag{9.64}$$

Los perfiles de descensos en un mismo tiempo pero a diferentes caudales de bombeo vienen dados por un haz de rectas que pasan por el punto

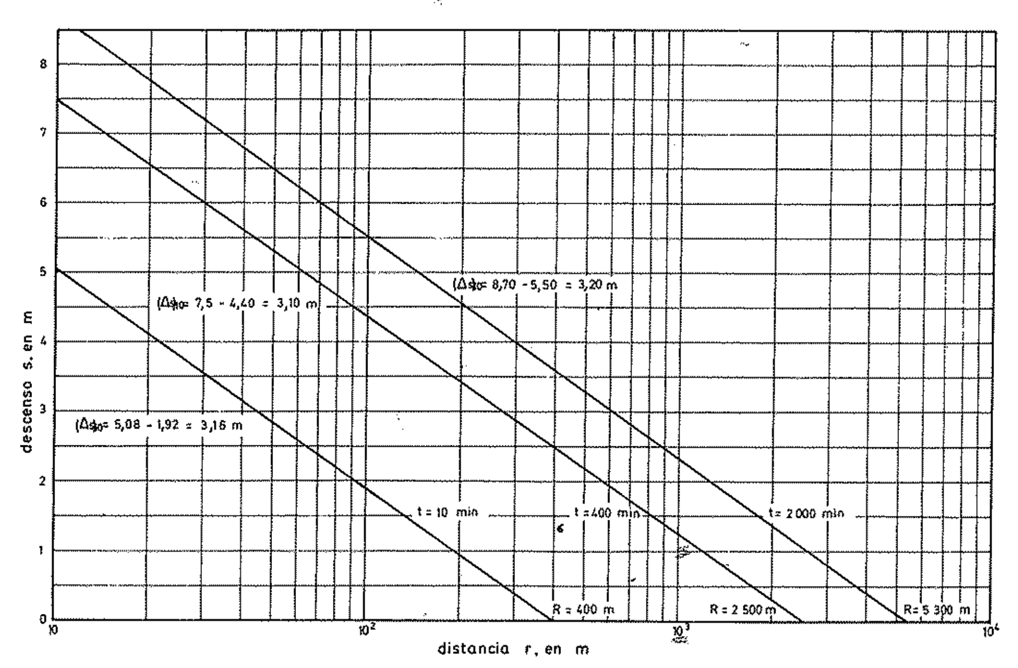


FIGURA 9.37
Curvas s-log r *para* t = 10; t = 400; *y* t = 2000 *minutos del ejemplo 6.*

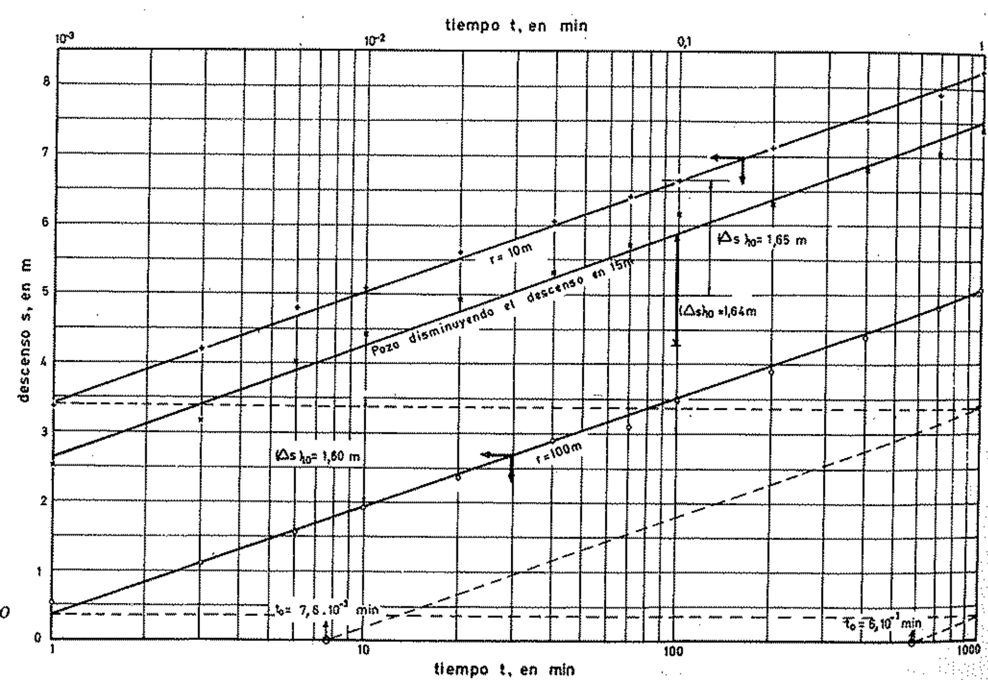


FIGURA 9.38
Curvas s-log t *para el punto de observación situado a* r = 10 m *del ejemplo 6.*

$$s = 0, \ R = 1{,}5 \sqrt{\frac{T\,t}{S}} \qquad \text{(ver fig. 9.24)}$$

4.3.4 Curvas de descensos-tiempos

La fórmula (9.59) también puede escribirse para un determinado punto de observación (r = cte.)

$$s = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,T} \log \frac{2{,}25\,T\,r}{r^2\,S} + \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,T} \log t$$

La línea de descensos-tiempos en papel semilogarítmico (s — log t) es una recta (fig. 9.38) cuya pendiente en valor absoluto viene dada por:

$$m = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,T} = 0{,}183 \frac{Q}{T}$$

que es la mitad de la pendiente de los perfiles de descensos.

La representación real se desvía de la recta para valores de t pequeños puesto que entonces $u > 0{,}03$ y debe aplicarse directamente la fórmula de Theis.

Las rectas de descensos-tiempos (9.38) para diferentes puntos de observación vienen representados por rectas paralelas cada una de las cuales corta al eje de abscisas (s = 0) en sendos puntos tales que:

$$t_o = \frac{r^2\,S}{4\,T}$$

Las curvas de descensos-tiempos para un mismo punto de observación pero a diferentes caudales de bombeo vienen dados por un haz de rectas que pasan por el mismo punto t_o.

4.3.5 Análisis de ensayos de bombeo

El análisis de ensayos de bombeo por el método de Jacob no precisa de una curva patrón y por lo tanto su aplicación es más fácil y cómoda.

Sin embargo, es preciso asegurarse que los puntos representados cumplen que $u < 0{,}03$, lo cual exige efectuar una primera estimación de T y S. No obstante los puntos no útiles destacan con facilidad. Basta trazar con el resto de puntos la recta que dé el mejor ajuste. Al igual que en el método de Theis, puede efectuarse tres tipos diferentes de análisis, pero en todos ellos se determina el valor absoluto de la pendiente de la recta de ajuste, en general determinado $(\Delta_s)_{10}$. También se determina el punto de corte al eje de abscisas (s = 0).

a) representación $s - \log (r^2/t)$

Todos los puntos representativos de los descensos en varios puntos de observación en varios tiempos quedan representados por una única recta (fig. 9.39).

La pendiente vale:

$$m = (\Delta\,s)_{10} = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,T} = 0{,}183 \frac{Q}{T}$$

de la que:

$$T = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,(\Delta\,s)_{10}} = 0{,}183 \frac{Q}{(\Delta\,s)_{10}} \qquad (9.65)$$

La recta corta al eje de abscisas en un punto $(r^2/t)_o$ de modo que:

$$1 = \frac{2{,}25\,T}{S\,(r^2/t)_o} \quad ; \quad S = \frac{2{,}25\,T}{(r^2/t)_o} \qquad (9.66)$$

Los puntos que no cumplen que $u < 0{,}03$ pueden llegar a crear cierto confusionismo si se representan varios piezómetros a distancias muy diferentes.

b) representación s — log t (fig. 9.38)

Se tiene una recta para cada punto de observación y es:

$$m = (\Delta\,s)_{10} = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,T} = 0{,}183 \frac{Q}{T}$$

de la que:

$$T = \frac{2{,}3\,Q}{4\,\pi\,(\Delta\,s)_{10}} = 0{,}183 \frac{Q}{(\Delta\,s)_{10}} \qquad (9.67)$$

Cada recta corta al eje de abscisas en un punto t_o de modo que:

$$1 = \frac{2{,}25\,T \cdot t_o}{r^2\,S} \quad ; \quad S = \frac{2{,}25\,T \cdot t_o}{r^2} \qquad (9.68)$$

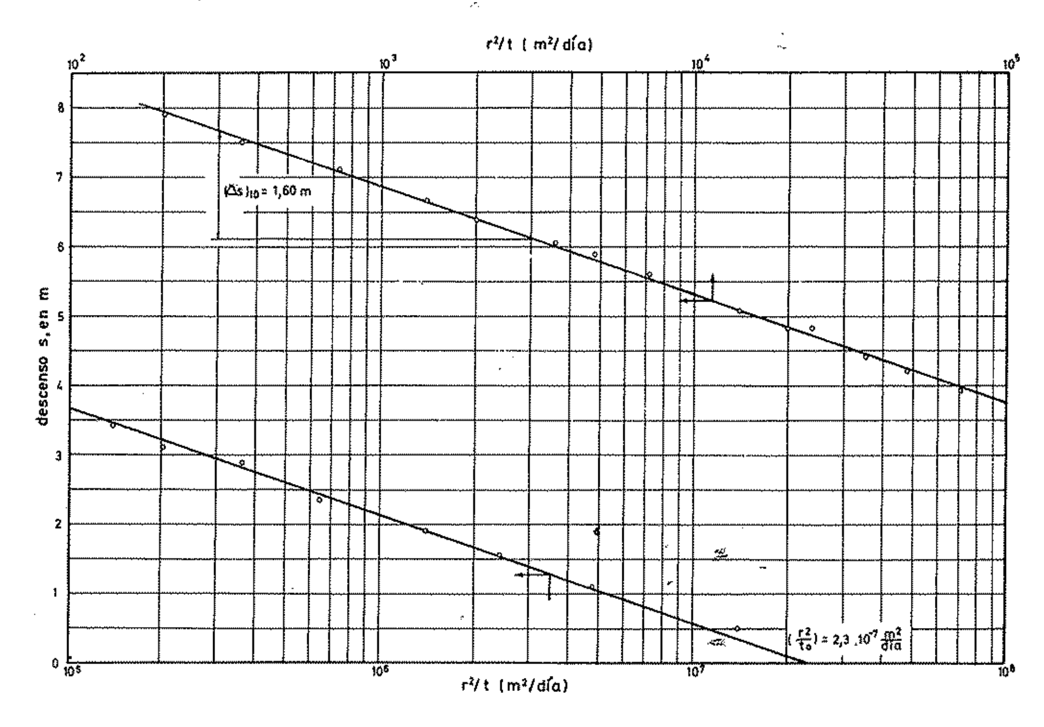


FIGURA 9.39
Curvas s-log r^2/t *para el ejemplo 6.*

c) representación s — log r (fig. 9.37)

Se tiene una recta para cada tiempo y es:

$$m = (\Delta s)_{10} = \frac{2{,}3\,Q}{2\,\pi\,T} = 0{,}366\,\frac{Q}{T}$$

de la que:

$$T = \frac{2{,}3\,Q}{2\,\pi\,(\Delta s)_{10}} = 0{,}366\,\frac{Q}{(\Delta s)_{10}} \qquad (9.69)$$

La pendiente en este caso es doble de la obtenida en los casos *a)* y *b)*.

Cada recta corta al eje de abscisas en un punto R de modo que:

$$1 = \frac{2{,}25\,T\,t}{R^2} \quad ; \quad S = \frac{2{,}25\,T\,t}{R^2} \qquad (9.70)$$

Una vez calculados los valores de T y S conviene calcular el valor de r, t ó r^2/t que hace $u = 0{,}03$ para eliminar los puntos de $u > 0{,}03$. Si es preciso deben reajustarse las rectas utilizadas.

En el pozo de bombeo es:

$(s_p)_r = s_p + \Delta s_p$ (ver apartado 4.2.5)

$$(s_p)_r = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\ln\frac{2{,}25\,T\,t}{r^2\,S} + \Delta s_p$$

y por lo tanto en los gráficos s — log t se sigue teniendo una recta cuya pendiente permite calcular T. Sin embargo no es posible calcular S debido a la recta que ha sido trasladada en una magnitud desconocida y por lo tanto no es posible conocer el valor de t_o.

Es fácil observar que el método de Thiem (ver apartado 3.2) es un caso particular del método de Jacob para un tiempo t fijo.

Ejemplo 6

Resolver el ejemplo 3 aplicando el método de Jacob. Representando los valores de s y r para tiempos 10, 400 y 2000 min (fig. 9.37).

t = 10 min	$(\Delta s)_{10}$ = 3,16 m	R = 400 m
t = 400 min	$(\Delta s)_{10}$ = 3,10 m	R = 2500 m
t = 2000 min	$(\Delta s)_{10}$ = 3,20 m	R = 5300 m

Aplicando la fórmula (9.69) para t = 10 min.

$$T = 0{,}366 \frac{Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}366 \frac{360 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{3{,}16} =$$

$= 1000 \text{ m}^2/\text{día}$

y análogamente

para t = 400 min , T = 1020 m²/día
para t = 2000 min , T = 990 m²/día

Para calcular el coeficiente de almacenamiento se parte de los valores de R y T hallados y la fórmula (9.70). Para R = 400 m y t = 10 min

$$S = \frac{2{,}25\ T\ t}{R^2} = \frac{2{,}25 \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 10 \text{ min}}{400 \text{ m}^2 \cdot 1440 \text{ min/día}} = 0{,}98 \cdot 10^{-4}$$

Análogamente:

$S = 1 \cdot 10^{-4}$ para R = 2500 m y t = 400 min
$S = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ para R = 5300 m y t = 2000 min

En la figura 9.38 se han dibujado las curvas s – log t para el pozo y los puntos de observación situados a 10 m y 100 m. En ellas puede verse que $(\Delta s)_{10} = 1{,}65$ m y $t_o = 7{,}6 \cdot 10^{-3}$ min para r = 10 m. Por lo tanto:

$$T = 0{,}183 \frac{Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}183 \frac{360 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{1{,}65 \text{ m}} =$$

$= 960 \text{ m}^2/\text{día}$

$$S = \frac{2{,}25\ T\ t_o}{r^2} = \frac{2{,}25 \cdot 960 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 7{,}6 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 1440 \text{ min/día}} = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$$

y para r = 100 m; $(\Delta s)_{10} = 1{,}60$ y $t_o = 6 \cdot 10^{-1}$ min

luego:

$$T = 0{,}183 \frac{Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}183 \cdot \frac{8640 \text{ m}^3/\text{día}}{1{,}60 \text{ m}} =$$

$= 990 \text{ m}^2/\text{día}$

$$S = \frac{2{,}25\ T\ t_o}{r^2} = \frac{2{,}25 \cdot 990 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 6 \cdot 10^{-1}}{10\,000 \cdot 1440 \text{ min/día}} = 0{,}9 \cdot 10^{-4}$$

Para el pozo es $(\Delta s)_{10} = 1{,}64$ m que lleva a T = 965 m² por día aunque el ajuste es más deficiente. No puede calcularse S por desconocerse los descensos en el pozo. El valor de S ficticio que se obtendría sería 0,83 que es absurdo.

Finalmente en la figura 9.39 se ha dibujado la curva s – log r²/t (en dos tramos) en la que se observa que $(\Delta s)_{10} = 1{,}60$ m y $(r^2/t_o) = 2{,}3 \cdot 10^7$ m²/día.

Por lo tanto:

$$T = \frac{0{,}183 \cdot Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}183 \frac{8640 \text{ m}^3/\text{día}}{1{,}60 \text{ m}} = 990 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{2{,}25\ T}{(r^2/t)_o} = \frac{2{,}25 \cdot 990 \text{ m}^2/\text{día}}{2{,}3 \cdot 10^7 \text{ m}^2/\text{día}} = 1 \cdot 10^{-4}$$

En el piezómetro a 100 m de distancia para que $u < 0{,}03$ se precisa un tiempo mayor que 12 minutos, o sea que son válidos la mayoría de los puntos.

4.3.6 Empleo del método de Theis y de la aproximación logarítmica de Jacob

El método de Theis precisa del ajuste de una curva patrón y ello puede hacerse cómoda y unívocamente cuando se trabaja en la zona de notable curvatura. Sin embargo, para los valores pequeños de u (grandes de 1/u) la curvatura es muy pequeña y ya es difícil obtener ajustes claros y unívocos pues varias posiciones pueden dar resultados satisfactorios. En esa zona es donde la aproximación logarítmica de Jacob es correcta y debe emplearse; en este caso el cono de descensos se modifica paralelamente en las cercanías del pozo; los descensos observados en un cierto intervalo de tiempo son iguales para cualquier punto de observación no muy alejado del pozo de bombeo.

4.3.7 Descenso medio en un período de tiempo

Para calcular la energía gastada en el bombeo, es preciso conocer el descenso medio producido en un determinado período de funcionamiento.

La potencia de bombeo precisa viene dada por[45]

$\text{Pot} = Q \cdot (h_o + s)\, \rho$

siendo:

Q = potencia de la bomba
h_o = altura de elevación inicial
s = descenso en el tiempo t
ρ = rendimiento del sistema de bombeo, supuesto independiente de la altura de elevación, al menos en primera aproximación.

[45] La densidad del agua se toma como 1.

La energía consumida entre el tiempo t_1 y t_2 vendrá dado por:

$$T = \int_{t_1}^{t_2} Q\,(h_o + s)\,\rho \cdot d\,t =$$
$$= Q \cdot \rho\,[h_o\,(t_2 - t_1) + \int_{t_1}^{t_2} s \cdot d\,t] =$$
$$= Q \cdot \rho\,[h_o\,(t_2 - t_1) + \bar{s}]$$

$\int_{t_1}^{t_2} s\,d\,t$ es el descenso medio, $\bar{s}$, ponderado según el tiempo.

Entre los instantes t_1 y t_2 será:

$$\bar{s}\,(t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} s\,d\,t = \int_{t_1}^{t_2} \frac{Q}{4\,\pi\,T} \ln \frac{2{,}25\,T\,t}{r^2\,S}\,d\,t =$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\,T}\left[t_2 \ln \frac{2{,}25\,T\,t_2}{r^2\,S} - t_1 \ln \frac{2{,}25\,T\,t_1}{r^2\,S} - (t_2 - t_1)\right]$$

Si $t_1 = 0$ es el instante en que se inicia el bombeo:

$$\bar{s} = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\left[\ln \frac{2{,}25\,T\,t_2}{r^2\,S} - 1\right] \qquad (9.71)$$

4.4 OTROS MÉTODOS DE VALORACIÓN DE CAUDALES ESPECÍFICOS Y ENSAYOS DE BOMBEO

Varios son los métodos propuestos para determinar el caudal de un pozo o las características de un acuífero a partir de los datos de bombeo además de los de Theis y Jacob expuestos en los apartados anteriores. Sin embargo estos dos últimos métodos son suficientemente sencillos y fáciles. Los métodos estimativos expuestos en el apartado 3.2.4 son aceptables como una primera aproximación del orden de magnitud si los descensos corresponden a un bombeo de duración superior a 1 ó 2 horas.

Otros métodos más cuidadosos tratan de valorar ensayos de bombeo utilizando el mínimo de datos posibles, o tratando de evitar el tener que utilizar representaciones gráficas. En los apartados 1, 2 y 3 del apéndice A.9.3 se exponen:

a) método de la tangente o de Chow, para valorar ensayos de bombeo para los que se alcanza la validez de la fórmula de Jacob, sin necesidad de aplicar el método de coincidencia de curvas de Theis.

b) método del caudal específico o de Ogden, para calcular la transmisividad a partir de un dato de caudal específico y el tiempo en el cual se produce.

c) métodos con dos descensos o métodos de Jaeger y Narasimhan para determinar T y S. Se precisa de dos datos de descensos.

Puede decirse que los métodos que precisan de papel logarítmico obligan a disponer del mismo y los que además usan una curva patrón transparente exigen disponer de la misma y de un papel doble logarítmico de igual módulo, con frecuentes problemas de dilataciones desiguales del papel.

4.5 POZO EN UN ACUÍFERO SEMICONFINADO EN RÉGIMEN NO PERMANENTE

4.5.1 Método de coincidencia de Walton-Hantush

La fórmula básica que define el fenómeno es la (9.20) del apartado 2.5, o fórmula de Hantush.

$$s = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,W\,(u, r/B)$$

siendo

$$u = \frac{r^2\,S}{4\,T\,t} \quad , \quad B = \sqrt{\frac{T}{k'/b'}} \qquad (9.20)$$

Esta función está suficientemente tabulada (ver apéndice A.9.2) y su representación gráfica en papel logarítmico log W (u, r/B) — log (1/u), tomando como parámetro r/B puede verse en la figura 9.16 y en el gráfico 9.3.

El manejo de la fórmula (9.20) es muy similar al de la curva de Theis sin más que seleccionar aquella que corresponda al valor r/B del problema[46]. En realidad la envolvente de la figura 9.16 es aquella curva en que $B = \infty$ o sea la propia curva de Theis de modo que este mismo gráfico 9.3 sirve también para el análisis de acuíferos cautivos.

El cálculo de los descensos y de los caudales se hace de forma similar a la expuesta en 4.2 sin más que sustituir W (u) por W (u, r/B).

[46] El método de coincidencia de curvas para el régimen variable en acuíferos semiconfinados fue iniciado por Walton (1960) y muchos autores lo conocen como método de Walton y las curvas de la figura 9.16 como curvas de Walton.

Ejemplo 7

Recalcular el problema 1 sabiendo que el acuífero está semiconfinado por 10 m de arenas finas arcillosas cuya permeabilidad vertical es de 0,5 m/día y que lo separan de un acuífero libre situado encima.

$$B = \sqrt{\frac{1000\ m^2/día}{\frac{0,5\ m/día}{10\ m}}} = 141\ m$$

Aprovechando los valores de u ya calculados en el problema 1 y teniendo en cuenta que s = 0,191 W (u, r/B) se tiene:

r (m)	t	r/B	u	W (u, r/B)	s (m)	s (m) en acuífero cautivo
Pozo	5 min	0,0021	$6,5 \cdot 10^{-7}$	12,5	2,39	2,61
	1 hora		$5,4 \cdot 10^{-8}$	12,5	2,39	3,09
0,30	1 día		$2,2 \cdot 10^{-9}$	12,5	2,39	3,70
	5 min	0,071	$7,2 \cdot 10^{-4}$	5,48	1,05	1,27
10	1 hora		$6,0 \cdot 10^{-5}$	5,55	1,06	1,74
	1 día		$2,5 \cdot 10^{-6}$	5,55	1,06	2,35
	5 min		$7,2 \cdot 10^{-2}$	1,25	0,24	0,40
100	1 hora	0,71	$6,0 \cdot 10^{-3}$	1,32	0,25	0,87
	1 día		$2,5 \cdot 10^{-4}$	1,32	0,25	1,47
	5 min		7,2	0,00	0,00	0,00001
1000	1 hora	7,1	0,60	0,00	0,00	0,086
	1 día		0,025	0,00	0,00	0,600

Puede verse como el radio de acción es menor y también los descensos menores. En el pozo los descensos están ya estabilizados desde los primeros 5 minutos, debido a la elevada permeabilidad vertical del nivel semiconfinante. Lo mismo sucede en el piezómetro a 10 m de distancia.

Ejemplo 8

Recalcular el problema 7 para una permeabilidad vertical del acuitardo de $k' = 10^{-2}$ m/día.

$$B = \sqrt{\frac{1000}{10^{-2}/10}} = 1000\ m$$

r (m)	t	r/B	u	W (u, r/B)	s (m)	s (m) cautivo
Pozo	5 min		$6,6 \cdot 10^{-7}$	13,65*	2,61	2,61
	1 hora		$5,4 \cdot 10^{-8}$	16,15*	3,09	3,09
0,30	1 día	$0,3 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-9}$	19,35*	3,70	3,70
	5 min	0,01	$6,6 \cdot 10^{-4}$	6,70	1,28	1,27
10	1 hora		$6,1 \cdot 10^{-5}$	8,75	1,67	1,74
	1 día		$2,5 \cdot 10^{-6}$	9,44	1,80	2,35
	5 min		$6,6 \cdot 10^{-2}$	2,18	0,42	0,40
100	1 hora	0,1	$6,1 \cdot 10^{-3}$	4,17	0,80	0,87
	1 día		$2,5 \cdot 10^{-4}$	4,85	0,93	1,47
	5 min	1	6,6	0,0002	0,000	0,0001
1000	1 hora		0,61	0,34	0,065	0,086
	1 día		0,025	0,84	0,16	0,600

* Valores obtenidos de la tabla de W (u).

Puede observarse que en el pozo no se aprecia el efecto de semiconfinamiento ni aún en los primeros momentos del bombeo por ser u muy pequeña y k′ también pequeña.

Los mismos comentarios respecto al caudal específico son válidos ahora. Como los descensos se estabilizan a partir de un cierto tiempo el caudal específico es rigurosamente constante a partir de ese tiempo.

Los perfiles de descensos y las curvas de descensos-tiempos pueden obtenerse de forma muy similar a la indicada en el apartado 4.2 sin más que escoger la curva tipo con el valor de r/B conveniente.

El análisis de datos de bombeo también se efectúa de forma similar a lo indicado en el apartado 4.2, utilizando el método de las curvas de descensos-tiempos para cada punto de observación.

Al efectuar el ajuste por coincidencia de curvas, debe seleccionarse la que mejor se adapte a los datos experimentales y anotar simultáneamente a las coordenadas del punto de ajuste en la coincidencia, el valor (r/B) de la curva tipo seleccionada. El cálculo de T y S se hace de la forma indicada y B puede calcularse teniendo en cuenta que:

$$B = \frac{r}{(r/B)}$$

El análisis de representaciones en las que figure en abscisas la distancia r no puede hacerse con las curvas tipo indicadas, ya que el parámetro r/B es función de r. Sin embargo y a efectos de comprobación, con los valores de T, S y B deducidos se pueden dibujar los perfiles teóricos de descensos y ver si se ajustan a los valores experimentales[47].

Los valores de S que se obtienen suelen variar entre 10^{-4} y 10^{-3}.

Es muy importante considerar que en los primeros momentos del bombeo los descensos se efectúan como si el acuífero fuese perfectamente cautivo o sea siguiendo la curva de Theis. Para el pozo de bombeo (valores de 1/u grandes) los niveles logran pronto la estabilización. En acuíferos en que B es pequeño los niveles pueden quedar casi estabilizados, incluso en unos pocos minutos. En puntos de observación más alejados (1/u menor) la estabilización tarda mucho más en producirse.

[47] Pueden construirse curvas log W (u, r/B) – log r/B tomando como parámetro $u/r^2 = S/4\,T\,t$ y aplicar el método de superposición a la curva experimental log s – log r (Walton, 1960 b, 1962, pág. 5); aunque este tipo de análisis es poco frecuente da valores más ajustados que los proporcionados por las curvas de descensos-tiempos.

TABLA 9.4 *Descensos en los puntos de observación situados a r_1 = 10 m y r_2 = 100 m del pozo del problema 8*

t (min)	Descensos en metros		
	Pozo	P_1 (r_1=10 m)	P_2 (r_2=100 m)
1	2,02	2,03	0,262
3	2,02	2,20	0,45
5	2,02	2,22	0,51
6	2,02	2,25	0,53
7	2,02	2,30	0,54
10	2,02	2,30	0,55
20	2,02	2,30	0,55
30	2,02	2,30	0,55
60	2,02	2,30	0,55
80	2,02	2,30	0,55
100	2,02	2,30	0,548
200	2,02	2,30	0,55
400	2,02	2,30	0,55
700	2,02	2,30	0,55
1000	2,02	2,30	0,548

Ejemplo 9

La tabla de valores 9.4 corresponde a un ensayo de bombeo en un acuífero semiconfinado realizado con un caudal constante de 60 l/seg. Calcular la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero principal y la permeabilidad vertical del acuitardo. Comentar los valores de los descensos en el pozo de bombeo. El espesor del acuitardo es de 20 m.

Representando los datos de la tabla en papel doble logarítmico (fig. 9.40) se observa que el pozo se ha estabilizado ya al minuto de iniciado el bombeo, que el punto de observación situado a 10 m se estabiliza al cabo de 3 min y que el punto más lejano (r = 100 m) necesita más de 10 min para hacerlo.

Por lo tanto, para esta última curva, cuya curvatura es mayor, las coordenadas del punto de coincidencia con la curva tipo serán:

$(r/B) = 0{,}7 \quad ; \quad (1/u) = 10^2 \quad ; \quad (W) = 1 \quad ; \quad (s) = 0{,}4$ m
$(t) = 3{,}8$ min

Por lo tanto:

$$T = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{(W)}{(s)} = \frac{60 \cdot 86{,}4 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}4} \cdot 1 = 1030 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 \cdot T\,(t)}{r^2\,(1/u)} = \frac{4 \cdot 1030 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 3{,}8 \text{ min}}{100^2 \text{ m}^2 \cdot 1440 \text{ min/día} \cdot 10^2} = 1{,}09 \cdot 10^{-4}$$

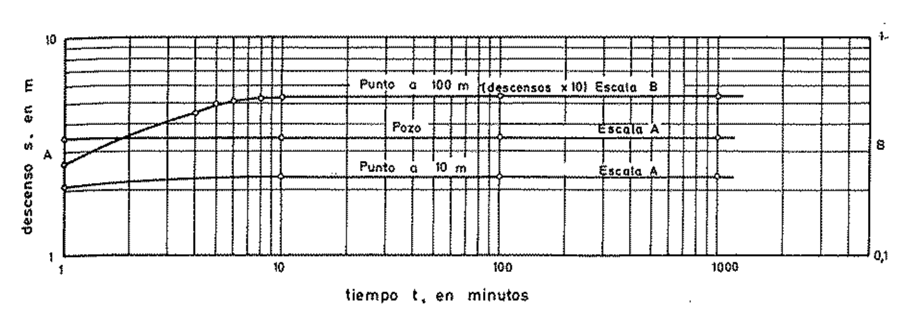


FIGURA 9.40
Curvas log s - log t *para el ejemplo 9.*

y

$$B = \frac{r}{(r/B)} = \frac{100}{0,7} = 142 \text{ m}$$

de donde:

$$k' = \frac{T \cdot b'}{B^2} = \frac{1030 \cdot 20}{142^2} \simeq 1 \text{ m/día}$$

Para comprobar estas cifras, se puede proceder a la inversa:

Con los valores de T = 1030 m²/día, $S \simeq 1 \cdot 10^{-4}$ y B = 142 m se pueden calcular los de los descensos teóricos que varían con el tiempo t y la distancia r. Así por ejemplo:

r (min)	t (min)	r/B	u	W (u, r/B)	s (m)
50	1	0,35	$9{,}5 \cdot 10^{-3}$	1,65	0,66
20	1	0,14	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	3,57	1,43
50	10	0,35	$9{,}5 \cdot 10^{-3}$	2,45	0,98
20	10	0,14	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	4,08	1,63

valores que ajustan perfectamente en las curvas log s — log r de la figura 9.41.

4.5.2 Métodos logarítmicos

La fórmula de Theis admite una aproximación logarítmica sencilla y de gran utilidad. No sucede lo mismo con la fórmula de Hantush para el acuífero semiconfinado, excepto para valores de r/B muy pequeños, menores de 0,001. En las figuras 9.42 y 9.43 se dibujan las curvas W(u, r/B) — log u tomando como parámetro r/B. Puede observarse que para valores de r/B no demasiado pequeños se obtienen unas sigmoides, que aparte del tramo horizontal (W = cte), presentan tramos en primera aproximación rectilíneos de inclinación menor que la recta de Jacob (r/B = 0). Estos tramos son cortos y se extienden escasamente a un ancho de ciclo logarítmico.

Si al tratar de analizar un ensayo de bombeo por el método logarítmico en cualquiera de sus modalidades (s — log r²/t, s — log r, s — log t) aparecen los puntos alineados en una longitud mayor de una a dos décadas

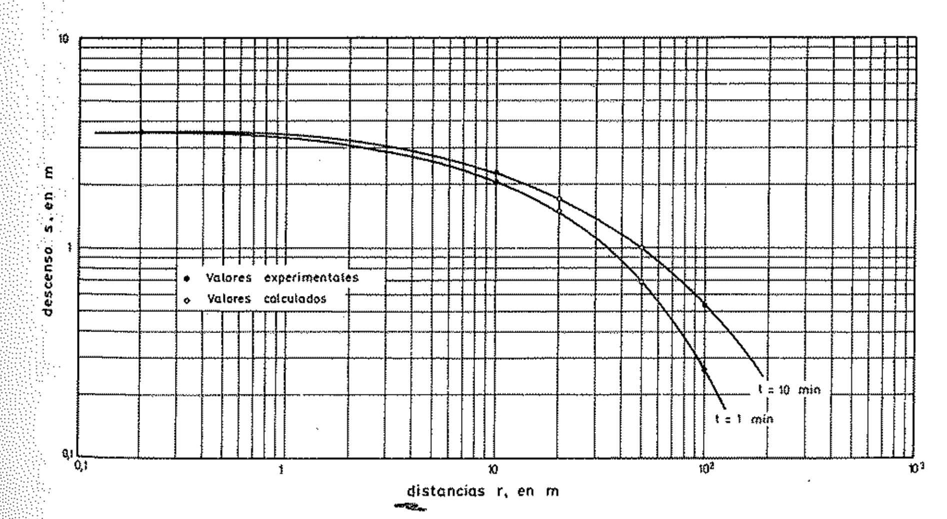


FIGURA 9.41
Perfiles log s - log r *del ejemplo 9.*

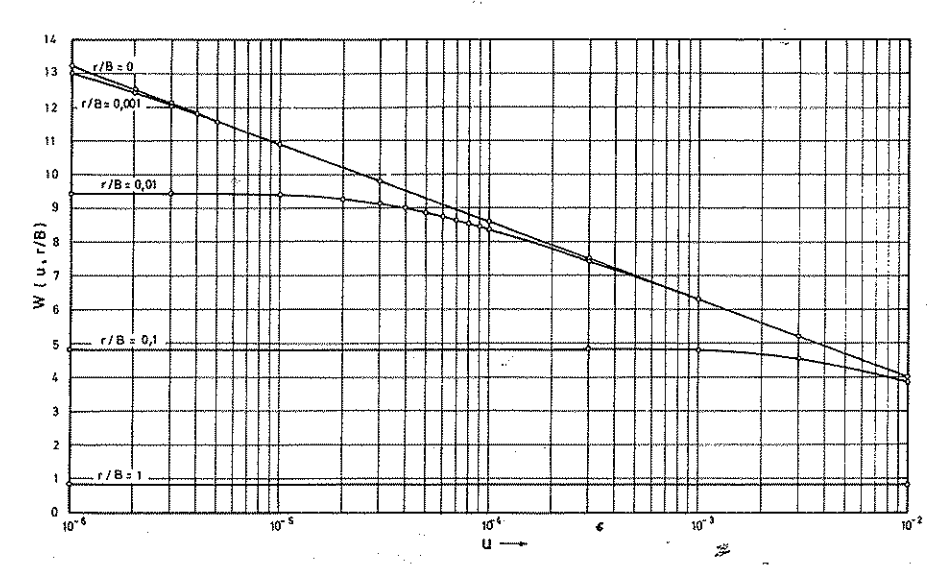


FIGURA 9.42
Representación W (u, r/B) *en función de* u *para valores de* u *pequeños.*

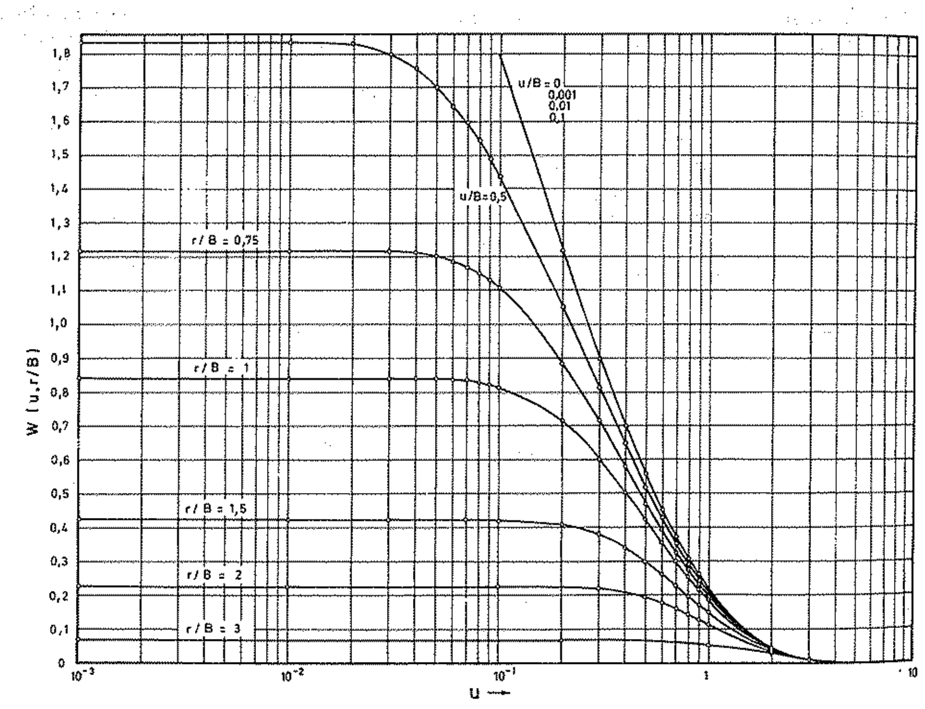


FIGURA 9.43
Representación de W (u, r/B) *en función de* u *para valores de* u *grandes.*

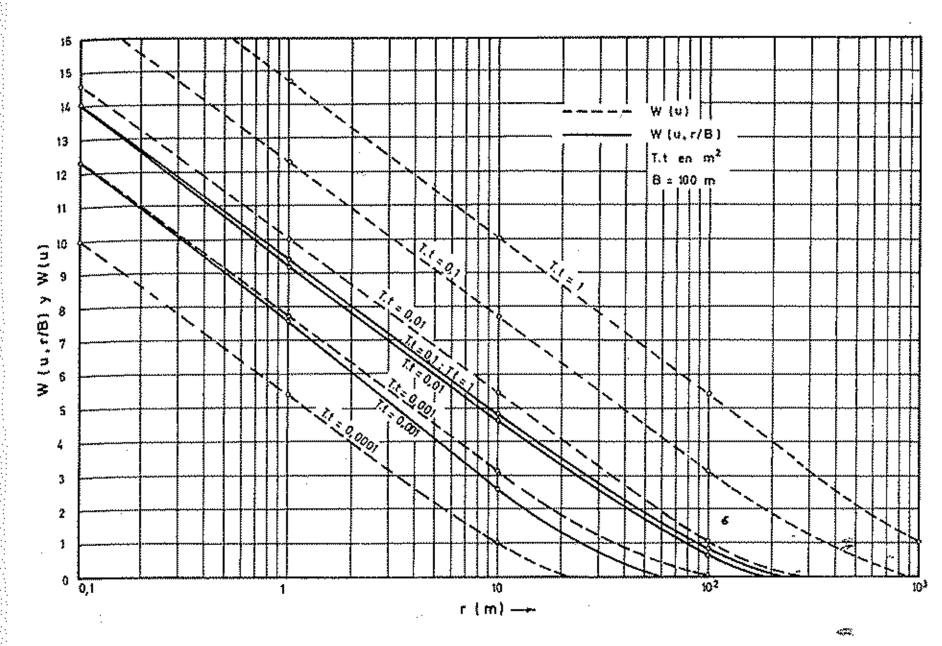


FIGURA 9.44
Representación de W (u, r/B) *y de* W (u) *en función de* r.

o anchos de módulo logarítmico, puede tomarse el acuífero como cautivo a efectos prácticos. Si aparece una clara estabilización de niveles con el tiempo, en ausencia de otros fenómenos tales como límites de recarga o drenaje diferido, puede tomarse el acuífero como semiconfinado.

La no linealidad en log u condiciona la no linealidad en log t y por lo tanto lo expuesto es válido para las curvas de descensos tiempos en un determinado piezómetro (r = cte). Las representaciones en función de log r^2/t o log r son más complejas por cuanto r interviene también como parámetro.

La figura 9.44 representa la variación de W (u, r/B) y de W (u) en función de r para un valor de B fijado e interviniendo como parámetro T · t. En la figura puede apreciarse que para T · t pequeño las curvas (rectas si es $u<0{,}03$), W (u, r/B) y W (u) prácticamente coinciden, pero para valores mayores la función W (u, r/B) tiende hacia una forma límite K_0 (r/B) muy diferente de W (u). Aunque la función W (u, r/B) para $u < 0{,}03$ no es una recta es bastante próxima y da una pendiente ficticia que es sólo algo mayor que:

$$m = \frac{2{,}3\, Q}{2\, \pi\, T}$$

En principio, el error que se cometería en el cálculo de la transmisividad al analizar por el método de Jacob los perfiles de descensos de un acuífero semiconfinado, no son de gran importancia. Es de notar que el radio de influencia es menor, lo que lleva a una sobrevaloración del valor de S pudiéndose llegar a obtener valores de S que son mayores que 1, lo cual es absurdo.

En el apéndice A.9.3 (apartado A.3.4) se expone el método de valorar ensayos de bombeo en acuíferos semiconfinados mediante gráficos s — log t.

4.6 POZO EN UN ACUÍFERO LIBRE EN RÉGIMEN NO PERMANENTE

Si los descensos no son grandes en relación con el espesor saturado del acuífero y si el drenaje es instantáneo y proporcional al descenso producido, en principio son aplicables las mismas fórmulas de los acuíferos cautivos. En todo caso pueden corregirse los descensos restándoles $s^2/2\,H$ de acuerdo con lo expuesto en el apartado 2.6.3. En este caso los coeficientes de almacenamiento toman valores entre 0,1 y 0,3.

En general, el mayor valor de S afecta en cuanto hace mayores los valores de u, y por lo tanto para tener las condiciones de validez de la fórmula de Jacob se precisa el análisis de puntos de observación más próximos y/o después de un más largo período. De la relación

$$R = 1{,}5 \sqrt{\frac{T\, t}{S}}$$

se deduce que el radio de influencia es menor que en el acuífero cautivo al ser S mayor.

En la figura 9.6 se vio la diferencia de forma del cono de descenso existente entre acuífero libre y acuífero cautivo. Para una misma T y un mismo caudal de bombeo, los descensos provocados en un acuífero libre son menores que en un acuífero cautivo. Para un mismo tiempo de bombeo, el caudal específico de un pozo en un acuífero libre es mayor que en un acuífero cautivo a igualdad de transmisividad.

Si los descensos provocados son importantes en relación con el espesor del acuífero, el análisis riguroso del problema es difícil pero puede iniciarse con la fórmula de Theis o la aproximación logarítmica de Jacob, aplicando la corrección de los descensos indicada (corrección de Jacob)[48].

Ejemplo 10

Recalcular el problema 1 para un valor S = 0,2 y discutir los resultados.

Con la fórmula de Theis será:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{2400 \ m^3/día}{12{,}57 \cdot 1000 \ m^2/día} W(u) =$$

$$= 0{,}191 \ W(u)$$

$$u = \frac{S r^2}{4 T t} = \frac{0{,}2 \ r^2}{4 \cdot 1000 \cdot t} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{r^2}{t}$$

y se obtiene:

r (m)	t	u	W (u)	s (m)
0,30	5 min 1 hora 1 día	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$ $1{,}1 \cdot 10^{-4}$ $4{,}5 \cdot 10^{-6}$	6,07 8,54 11,73	1,11 1,56 2,15
10 m	5 min 1 hora 1 día	1,44 0,12 0,005	0,11 1,66 4,73	0,20 0,30 0,87
100 m	5 min 1 hora 1 día	14,4 12 0,05	0,00 0,00 0,56	0,00 0,00 0,09
1000 m	5 min 1 hora 1 día	14 400 1220 50	0,00 0,00 0,00	0,00 0,00 0,00

[48] En el capítulo 9.8, se tratará con más detalle el problema de los acuíferos libres, en especial en lo que respecta al importante fenómeno del drenaje diferido.

Con la aproximación de Jacob se obtiene:

$$s = 0{,}183 \ \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25 \ T t}{r^2 S} = 0{,}183 \ \frac{2400 \ m^3/día}{1000 \ m^2/día} \cdot$$

$$\cdot \log \frac{2{,}25 \cdot 1000 \cdot t}{0{,}2 \ r^2} = 0{,}44 \ \log 1{,}12 \cdot 10^4 \cdot \frac{t}{r^2}$$

r (m)	t	s (m)
0,30	5 min 1 hora 1 día	1,16 1,63 2,24
10 m	5 min 1 hora 1 día	0,00 0,29 0,90
100 m	5 min 1 hora 1 día	0,00 0,00 0,02
1000 m	5 min 1 hora 1 día	0,00 0,00 0,00

Como se ve, en este acuífero libre, la influencia del bombeo se extiende menos que si fuera cautivo a causa del mayor coeficiente de almacenamiento. Además, los resultados hallados con ambas fórmulas son tanto más coincidentes cuanto mayor es el tiempo y/o menor la distancia al pozo de bombeo.

Ejemplo 11

La tabla de valores 9.5 corresponde a un ensayo de bombeo con un caudal de 2000 m³/día en el que se han medido descensos en dos piezómetros situados a 10 m y 30 m de distancia del pozo. Se sabe por los datos de las perforaciones que el acuífero es libre, con un espesor inicial saturado de 5 m. Calcular la transmisividad y la porosidad eficaz del acuífero. Discutir los resultados.

Como los valores de s en el piezómetro situado a 10 m son relativamente grandes frente al espesor inicial saturado (5 m) se pueden aplicar las fórmulas de Theis si se sustituye s por $s - s^2/2 H_0$, valores que se han representado en la figura 9.45.

Entonces, por coincidencia con la curva de Theis se obtiene:

$$(s) = 0{,}39 \ m \quad ; \quad (W) = 1 \quad ; \quad (1/u) = 1 \quad ; \quad (t) = 17 \ min$$

de donde:

$$T = \frac{Q}{4\pi (s)} (W) = \frac{2000 \ m^3/día}{12{,}57 \cdot 0{,}39 \ m} = 410 \ m^2/día$$

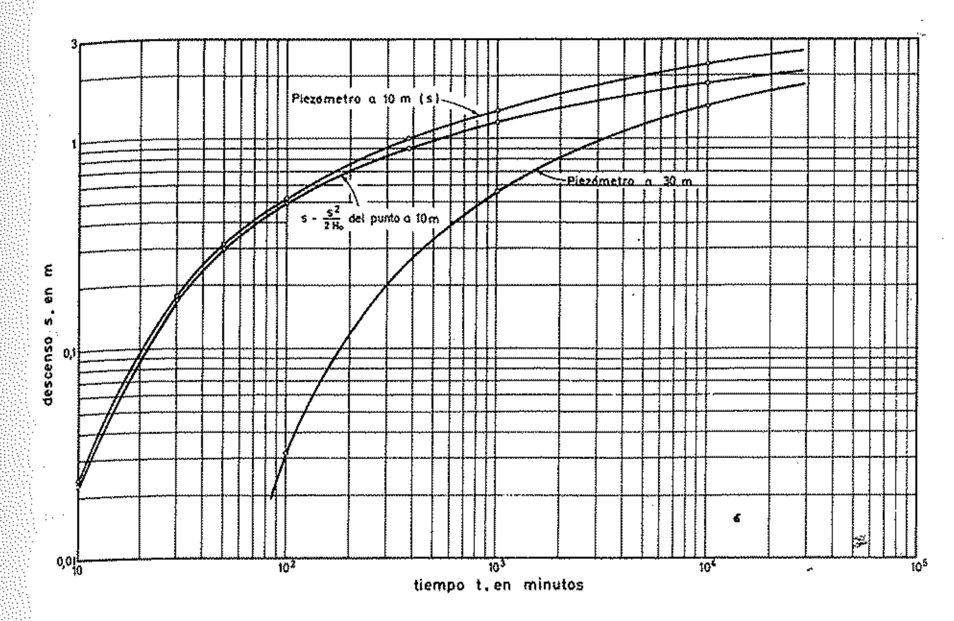


FIGURA 9.45
Curvas log s - log t *para el ejemplo 10.*

TABLA 9.5 *Descenso en los piezómetros situados a 10 y 30 m del pozo del problema 11*

t (min)	$r_2 = 10$ m		$r_2 = 30$ m
	s_1 (m)	$s_1 - \frac{s_1^2}{2 H_o}$	s_2 (m)
1	0,000		0
10	0,024	0,023	0
30	0,18	0,177	0
50	0,31	0,301	0
100	0,52	0,495	0,032
300	1,00	0,90	0,26
1000	1,38	1,20	0,56
10 000	2,30	1,78	1,42

$$S = \frac{4\,T\,t}{r^2\,(1/u)} = \frac{4 \cdot 410 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 17 \text{ min}}{100 \cdot 1440 \text{ min/día} \cdot 1} = 0{,}19$$

Con los datos del otro piezómetro no es preciso hacer esta corrección, puesto que los descensos son pequeños frente al espesor saturado del acuífero. Aplicando el método de Theis se tiene:

$(s) = 0{,}41$ m ; $(t) = 1{,}7 \cdot 10^3$ min ; $(W) = 1$; $(1/u) = 10$

de donde:

$$T = \frac{2000}{12{,}57 \cdot 0{,}41} \cdot 1 = 390 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 \cdot 390 \cdot 1{,}7 \cdot 10^3}{900 \cdot 1440 \cdot 10} = 0{,}2$$

Si el acuífero libre recibe recarga a través de su base procedente de otro acuífero más profundo que mantiene un potencial constante, el problema puede ser analizado como si se tratase de un acuífero semiconfinado. En este caso se habla de un *acuífero semilibre.*

Los ensayos de bombeo en acuíferos libres pueden resultar muy complicados por heterogeneidades y anisotropía del terreno y también por los fenómenos de drenaje diferido, debido a los cuales durante los primeros instantes del bombeo el acuífero se comporta como si fuera cautivo. En el capítulo 9.8, se analizan estas cuestiones.

Capítulo 9.5

Superposición de efectos e interferencia de pozos completos

5.1 LA LEY DE SUPERPOSICIÓN

Dado que las fórmulas del flujo subterráneo son soluciones de la ecuación de la continuidad, y ésta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, una combinación lineal de sus soluciones es también una solución[49]. Sea un campo de bombeo en el que existen n pozos bombeando cada uno un caudal constante Q_i. La ecuación que define la superficie piezométrica, resultante del efecto de cada pozo, estando los demás en reposo, es solución de la ecuación de la continuidad y cumple las condiciones de contorno del problema. Por lo tanto, la combinación lineal de las ecuaciones que definen la superficie piezométrica asociada a cada pozo estando los demás en reposo, es también solución del problema. Para tener la solución final bastará imponer las adecuadas condiciones de contorno.

Admitiendo las hipótesis introducidas en el capítulo 2, si el acuífero es cautivo o semiconfinado el descenso en un punto es la suma de los descensos provocados individualmente por cada uno de los pozos de bombeo.

$$s = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot Z(r_i\, t_i) \qquad (9.72)$$

Q_i es el caudal de bombeo del pozo i (si es un pozo de recarga, basta con considerar que Q_i es negativo); r_i y t_i son respectivamente la distancia del lugar considerado al pozo i y el tiempo que hace que comenzó el bombeo en dicho pozo i. La función Z es la función de descenso del pozo de caudal unitario, de modo que $Q_i \cdot Z(r_i \cdot t_i)$ es la ecuación del descenso provocado por el pozo i.

[49] Véase el apéndice A.8.1 de la sección 8.

Por ejemplo, para el pozo completo bombeando a caudal constante en un acuífero cautivo infinito es:

$$Q_i \cdot Z = \frac{Q_i}{4\pi T} W(u_i) \quad ; \quad u_i = \frac{r_i^2 \cdot S}{4T \cdot t_i}$$

Para acuíferos libres en los que los descensos considerados son pequeños en relación con el espesor saturado del acuífero pueden aplicarse las fórmulas de los acuíferos cautivos. Si no es así véase el apartado 5.3.

En casos en que la condición de contorno es $s(r = \infty) = 0$, tal como el caso de bombeos en régimen variable en acuíferos de gran extensión, la justificación de la fórmula es muy simple. Si se trata de casos en régimen permanente o de pozos en una isla circular interviene el concepto de radio de influencia, definiéndose un círculo de influencia de radio R para cada pozo. Basta considerar que (ver apartado 2.2.2 y 2.2.3) el potencial efectivo en el borde es el potencial medio y que una excentricidad moderada afecta poco al caudal, para justificar el que se tome para un grupo de pozos en los que la máxima separación es pequeña en relación a R, un valor del radio de influencia común igual a R. Recuérdese que R no depende del caudal pero sí depende de la naturaleza del acuífero.

5.2 CÁLCULO DE LOS DESCENSOS

5.2.1 En un punto cualquiera

Los descensos en un punto cualquiera de un campo de bombeo vienen dados directamente por la fórmula (9.72). Para un acuífero cautivo, o libre con pequeños descensos puede escribirse con las definiciones ya establecidas:

a) en régimen permanente

$$s = \frac{1}{2\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln \frac{R}{r_i} \tag{9.73}$$

b) en régimen variable

$$s = \frac{1}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot W(u_i)$$

siendo (9.47)

$$u_i = \frac{r_i^2 \cdot S}{4T \cdot t_i}$$

y si es válida la aproximación logarítmica de Jacob para todos los pozos

$$s = \frac{1}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln \frac{2{,}25 \cdot T \cdot t_i}{r_i^2 \cdot S} \tag{6.75}$$

Para un acuífero semiconfinado puede escribirse:

a) en régimen permanente

$$s = \frac{1}{2\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot K_o(r_i/B) \tag{9.76}$$

b) en régimen variable

$$s = \frac{1}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot W(u_i, r_i/B) \tag{9.77}$$

siendo

$$u_i = \frac{r_i^2 \cdot S}{4T \cdot t_i}$$

Ejemplo 1

Calcular el descenso total que se observará en un piezómetro situado a $r_1 = 20$ y $r_2 = 100$ m de sendos pozos que bombean $Q_1 = 100$ m³/h y $Q_2 = 1000$ m³/h sabiendo que el primero inició su funcionamiento hace $t_1 = 1$ día y el segundo hace $t_2 = 3$ días. La transmisividad del acuífero es de $T = 1000$ m²/día y el coeficiente de almacenamiento $S = 10^{-4}$. Será:

$$s_{total} = \frac{1}{4\pi T} \left[Q_1 \ln \frac{2{,}25\, T\, t_1}{r_1^2\, S} + Q_2 \ln \frac{2{,}25\, T\, t_2}{r_2^2\, S} \right] =$$

$$= \frac{1}{4\pi \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día}} \quad 100 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot$$

$$\cdot \ln \frac{2{,}25 \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 1 \text{ día}}{20^2 \cdot 10^{-4}} +$$

$$+ 1000 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot \ln \frac{2{,}25 \cdot 1000 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 3 \text{ días}}{100^2 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 2{,}09 + 16{,}84 \text{ m} = 18{,}93 \text{ m}$$

5.2.2 En los pozos de bombeo

El descenso en uno de los pozos de bombeo, i, será el que produce el propio bombeo, s_{pi}, más el producido por el conjunto de los restantes pozos, Δs_i, llamado descenso suplementario o descenso de interferencia. Así, pues el descenso referido al nivel estático del acuífero (s_{pi}), vale:

$$(s_{pi})_t = s_{pi} + \Delta s_i = \\ = s_{pi} + \left(\sum_{j=1}^{n} Q_j \cdot Z(r_{ji}, t_j) \right)_{j \neq i} \tag{9.78}$$

siendo r_{ji} la distancia de cada pozo al pozo i. Si se prescinde de las pérdidas en el pozo i y se considera que $r_{ii} = r_{pi}$, radio del pozo i, puede escribirse

$$(s_{pi})_t = s_{pi} + \Delta s_i = \sum_{j=1}^{n} Q_j \cdot Z(r_{ji}, t_j) \tag{9.79}$$

5.2.3 Descensos en áreas de bombeo uniforme

Si se trata de un bombeo con muchos pozos, de forma que el bombeo de un caudal total Q se puede suponer uniformemente repartido en la superficie de un círculo de radio ρ, el descenso en régimen estacionario en cualquier punto del acuífero puede obtenerse mediante las fórmulas (Hantush, 1964, págs. 376-377):

1) Acuífero cautivo:

a) en el interior del círculo ($r < \rho$)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(U) + \frac{1 - e^{-U}}{U} - \frac{r}{\rho} e^{-U}$$

b) en el exterior del círculo ($r > \rho$)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} (W(u) + 0{,}5\, U e^{-u})$$

en la que

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \qquad y \qquad U = \frac{\rho^2 S}{4 T t}$$

y son válidas para $t > 0{,}4 \dfrac{r^2 \cdot S}{T}$

2) Acuífero semiconfinado sin almacenamiento en el acuitardo y en régimen permanente:

a) en el interior del círculo ($r < \rho$)

$$s = \frac{Q}{\pi T} \frac{B^2}{\rho^2} \left[1 - \frac{\rho}{B} I_o(r/B) \cdot K_1(\rho/B) \right]$$

b) en el exterior del círculo ($r > \rho$)

$$s = \frac{Q}{\pi T} \frac{B}{\rho} I_1(\rho/B) K_o(r/B)$$

Los valores de las funciones indicadas están en el apéndice A.9.2.

Ejemplo 2

Para regar un campo de golf de forma cuadrada cuya superficie es de 200 Ha existen una gran cantidad de pozos repartidos en su superficie que bombean en total un caudal de 60 m³/h. Los pozos están construidos en un acuífero semiconfinado cuyas características son: $T = 50$ m²/día, $B = 1000$ m. Calcular el descenso en el centro del campo y en un pozo situado a 2000 m del borde del mismo.

Como es:

$$\rho = \text{radio del círculo equivalente a 200 Ha} = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^4}{\pi}} \approx$$

≈ 800 m

$\rho/B = 800/1000 = 0{,}8$

$K_1(0{,}8) = 0{,}862$; $I_1(0{,}8) = 0{,}433$ (tabla A.9.4)

En el centro del campo ($r = 0$)

$$s = \frac{60 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{\pi \cdot 50 \text{ m}^2/\text{día}} \cdot$$

$$\cdot \frac{10^6 \text{ m}^2}{6{,}4 \cdot 10^5 \text{ m}^2} \left[1 - \frac{800}{1000} I_o(0) \cdot 0{,}862 \right] = 4{,}45 \text{ m}$$

A 2000 m del borde del campo ($r = 800 + 2000 = 2800$ m):

$$s = \frac{60 \cdot 24 \text{ m}^2/\text{día}}{\pi \cdot 50 \text{ m}^2/\text{día}} \frac{1000}{800} 0{,}433 \cdot K_o \left(\frac{2800}{1000} \right) = 2{,}18 \text{ m}$$

5.3 SUPERPOSICIÓN DE EFECTOS EN ACUÍFEROS LIBRES

En los acuíferos libres no se cumple que el descenso en un lugar del campo de bombeo sea la suma de los descensos provocados por cada uno de los pozos aislados ya que la ecuación que define esos descensos no es lineal, aún admitiendo las aproximaciones de Dupuit-Forcheimer[50]. En este último caso la ecuación es lineal, tomando como variable H^2. En este caso puede escribirse, con similar simbología a la utilizada en los apartados 5.1 y 5.2.

$$H_o^2 - H^2 = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot Z'(r_i, t_i) \qquad (9.80)$$

en la que

H_o = espesor saturado inicial
H = espesor saturado en el lugar de observación
Z' = función potencial de pozo en acuífero libre.

En régimen permanente es:

$$Q_i \cdot Z' = \frac{Q_i}{\pi k} \ln \frac{R}{r_i} \qquad (9.81)$$

Cuando los descensos son pequeños en relación con el espesor saturado son válidas las fórmulas descritas en los apartados 5.1 y 5.2.

Ejemplo 3

En un acuífero libre se han instalado dos pozos completos de similar construcción y de 400 mm de diámetro, separados 30 m. El espesor saturado es de 15 m, la transmisividad es de 450 m²/día y el coeficiente de almacenamiento es de 0,20. Si en cada uno de esos pozos se instala una bomba capaz de extraer 80 m³/h, calcular la afección de niveles de un pozo sobre el otro, admitiendo un radio de acción de 250 m. Hallar la disminución en los caudales específicos.

El descenso teórico en cada pozo funcionando aisladamente es:

$$s_p = \frac{80 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{2\pi \cdot 450 \text{ m}^2/\text{día}} \ln \frac{250 \text{ m}}{0{,}2 \text{ m}} = 4{,}84 \text{ m}$$

Como el descenso es muy importante con respecto al espesor saturado, debe recalcularse de acuerdo con la fórmula (9.24), teniendo en cuenta que $k = 450/15 = 30$ m/día.

[50] Ver apartado 4.7 de la sección 8.

$$H_o^2 - H_p^2 = 225 - H_p^2 = \frac{80 \cdot 24}{\pi \cdot 30} \ln \frac{250}{0{,}2} = 145{,}1 \text{ m}^2$$

$H_p^2 = 79{,}9$ m² ; $H_p = 6{,}9$ m ; $s_p = 15 - 6{,}9 = 6{,}06$ m

La influencia a 30 m es de:

$$s = \frac{80 \cdot 24}{2 \cdot \pi \cdot 450} \ln \frac{250}{30} = 1{,}44 \text{ m}$$

que también es importante con respecto al espesor saturado. Por lo tanto es mejor aplicar la fórmula 9.81 que tiene en cuenta la disminución de transmisividad creada por esa influencia

$$H_o^2 - H_p^2 = 225 - H_p^2 =$$

$$= \frac{80 \cdot 24}{\pi \cdot 30} \left(\ln \frac{250}{30} + \ln \frac{250}{0{,}2} \right) = 188{,}5 \text{ m}^2$$

$H_p^2 = 225 - 188{,}5 = 36{,}5$ m² ; $H_p = 6{,}04$ m
$s_p = 15 - 6{,}04 = 8{,}96$ m

El descenso de interferencia es de $8{,}96 - 6{,}06 \simeq 2{,}90$ m, que es un valor muy importante y superior a los 1,44 m antes calculados.

El caudal específico de cada pozo aislado es de

$80 \cdot 24/6{,}06 = 317$ m³/día/m

y con los dos pozos funcionando se reduce a

$80 \cdot 24/(8{,}96 - 1{,}44) = 255$ m³/día/m

Se ha supuesto que el valor de influencia de un pozo sobre el otro parado es de 1,44 m, según se ha calculado; un cálculo más afinado hubiese dado para la influencia en bombeo:

$$15 - \sqrt{225 - 30 \cdot 1{,}44} = 1{,}52 \text{ m}$$

que modifica el caudal específico de interferencia a 258 m³/día/m.

5.4 CÁLCULO DE LOS CAUDALES, CONOCIDOS LOS DESCENSOS EN UN CAMPO DE BOMBEO

Un problema que a veces se plantea es el cálculo de los caudales constantes bombeados por cada uno de los pozos de un campo de bombeo cuando los descensos en

DISPOSICION	CAUDALES
1 d 2	$Q_1 = Q_2 = 2\pi T.s_p.\left[\ln \frac{R^2}{d\, r_p}\right]^{-1}$
1 d d 3 d 2	$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2\pi T.s_p.\left[\ln \frac{R^3}{r_p\, d^2}\right]^{-1}$
1 d 2 d d 4 d 3	$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 2\pi T.s_p.\left[\ln \frac{R^4}{r_p\, d^3\sqrt{2}}\right]^{-1}$
1 d 2 d 3	$Q_1 = Q_3 = 2\pi T.s_p.\ln \frac{d}{r_p}\left[2 \ln \frac{R}{d}.\ln \frac{d}{r_p} + \ln \frac{d}{2r_p}.\ln \frac{R}{r_p}\right]^{-1}$ $Q_2 = 2\pi T.s_p.\ln \frac{d}{2r_p}\left[2 \ln \frac{R}{d}\cdot\ln \frac{d}{r_p} + \ln \frac{d}{2r_p}.\ln \frac{R}{r_p}\right]^{-1}$
1 d 2 d 5 d 4 d 3	$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 2\pi T.s_p.\ln \frac{d}{r_p\sqrt{2}}\left[4 \ln \frac{R\sqrt{2}}{d}.\ln \frac{d}{r_p\sqrt{2}} + \ln \frac{R}{r_p}.\ln \frac{d}{4r_p\sqrt{2}}\right]^{-1}$ $Q_5 = 2\pi T.s_p.\ln \frac{d}{4r_p\sqrt{2}}\left[4 \ln \frac{R\sqrt{2}}{d}\cdot\ln \frac{d}{r_p\sqrt{2}} + \ln \frac{R}{r_p}.\ln \frac{d}{4r_p\sqrt{2}}\right]^{-1}$
n pozos	$Q = Q_i = 2\pi T.s_p.\left[\ln \frac{R^n}{r^{n-1} r_p} - \sum_{i=1}^{n-1} \ln 2.\text{sen} \frac{\pi i}{n}\right]^{-1}$

FIGURA 9.46
Caudales de bombeo en campos de bombeo con cierta distribución geométrica. (Muskat, 1937, págs. 514/518).

cada uno están fijados. Esta fijación de descensos puede obedecer a diversas causas tales como estar todos los pozos conectados a un colector común, el explotar cada pozo con el descenso máximo admisible por la colocación de la bomba o bien desear tener en cada pozo la misma altura de elevación del agua por la bomba.

Como el descenso en cada pozo es el descenso propio más el descenso suplementario producido por los otros pozos, los cuales inicialmente son desconocidos, la única solución es plantear las ecuaciones (9.72 ó 9.80) para cada pozo y resolver el sistema de n ecuaciones resultantes[51].

En la figura 9.46 se dan los caudales que se obtienen a igualdad de descensos en grupos de pozos con ciertas distribuciones regulares[52].

[51] Se admite tácitamente que se habla de descensos teóricos en los pozos.

[52] Un tratamiento extenso del problema puede consultarse en Muskat (1973) págs. 507-617. Algunos autores (Altovski en Bogomolov, págs. 115-118; Major y Laczkó en Erdélyi et alt., 1968, págs. 144-147) introcen un factor α para tener en cuenta la disminución de caudal para un mismo descenso en el pozo, provocado por la presencia de otros pozos próximos. El factor α queda definido por el número de pozos, su espaciado y el descenso en cada pozo, y puede deducirse a partir del efecto de un pozo sobre otro cuando en el pozo de bombeo se conoce el descenso producido.

Ejemplo 4

En una finca de regadío existen dos pozos de diámetros iguales a 0,60 m y distantes entre sí 50 m, que bombean desde hace 10 horas de un acuífero cautivo ($T = 800\ m^2$ por día y $S = 10^{-4}$) unos ciertos caudales que producen descensos totales de $s_1 = 3,5$ m y $s_2 = 6$ m. Calcular los caudales de cada pozo admitiendo que las pérdidas en el pozo son muy pequeñas.

$$s_1 = \frac{1}{4\pi T}\left(Q_1 \ln \frac{2,25\,T\,t}{r_{p1}^2 S} + Q_2 \ln \frac{2,25\,T\,t}{r_{12}^2 S}\right)$$

$$s_2 = \frac{1}{4\pi T}\left(Q_1 \ln \frac{2,25\,T\,t}{r_{12}^2 S} + Q_2 \ln \frac{2,25\,T\,t}{r_{p2}^2 S}\right)$$

$$s_1 \cdot 4\pi T = 3,5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 800 = 35\,186\ m^3/\text{día}$$
$$s_2 \cdot 4\pi T = 6 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 800 = 60\,319\ m^3/\text{día}$$

$$A = \frac{2,25 \cdot T\,t}{S} = \frac{2,25 \cdot 800\ m^2/\text{día} \cdot 10/24\ \text{días}}{10^{-4}} =$$

$$= 7,5 \cdot 10^6\ m^2$$

$$\ln \frac{A}{r_{p1}^2} = \ln \frac{7,5 \cdot 10^6}{0,30^2} = 18,24 = \ln \frac{A}{r_{p2}^2}$$

$$\ln \frac{A}{r_{12}^2} = \ln \frac{7,5 \cdot 10^6}{50^2} = 8,01$$

Así pues la ecuación queda:

$$35\,186 = 18,24\,Q_1 + 8,01\,Q_2$$
$$60\,319 = 8,01\,Q_1 + 18,24\,Q_2$$

de donde

$$Q_1 = 471\ m^3/\text{día}$$
$$Q_2 = 3319\ m^3/\text{día}$$

Ejemplo 5

En un acuífero libre se han instalado dos pozos completos de similar construcción y de 400 mm de diámetro, separados $d = 50$ m. El espesor saturado es de 15 m, la transmisividad es de 450 m^2/día y el coeficiente de almacenamiento es de 0,20. Se desea bombearlos con un descenso máximo (prescindiendo de las pérdidas en el pozo) de 10 m. Calcular los caudales de bombeo si se puede admitir un radio de acción de 250 m.

Ambos pozos extraerán el mismo caudal máximo y según la figura 9.46 (primer caso) será:

$$Q_1 = Q_2 = 2\pi \cdot T \cdot s_p \left(\ln \frac{R^2}{d \cdot r_p}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot 450 \cdot 10}{\ln \dfrac{250^2}{50 \cdot 0,2}} = 3235\ m^3/\text{día}$$

Sin embargo la fórmula no es correctamente aplicable ya que el descenso es muy importante en relación con el espesor del acuífero. Debe recurrirse a la fórmula (9.81)

$$H_o^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi k}\left(\ln \frac{R}{r_p} + \ln \frac{R}{r}\right)$$

$$15^2 - 10^2 = \frac{Q}{\pi \cdot 450/15}\left(\ln \frac{250}{0,2} + \ln \frac{250}{50}\right)$$

$$Q = 1348\ m^3/\text{día}$$

valor que es notablemente inferior al anterior.

5.5 CONSIDERACIONES ACERCA DE LA DISTANCIA ÓPTIMA ENTRE POZOS

Supóngase que se trata de establecer una estación de bombeo para abastecer una demanda de agua en un acuífero tal que puede optarse por un único pozo. Si se construyesen dos pozos se podría bombear el mismo caudal con menor descenso, tanto menor cuanto más separados estuviesen, pudiéndose llegar en el caso extremo a un descenso mitad. Ello supone un ahorro de energía, pero por el contrario el tener un pozo más, supone una mayor inversión de capital no solamente en los pozos y equipo sino también en la mayor longitud de tubería precisa para el transporte del agua extraída; además, los gastos de mantenimiento también se incrementan. Un análisis económico puede arrojar como resultado que lo más económico es construir un único pozo, o bien construir dos y en este último caso existe una distancia entre pozos que hace mínimo el coste ya que al aumentar la distancia disminuyen los gastos de bombeo, pero aumenta la inversión en tuberías y los gastos de mantenimiento. Incluso se puede llegar a que la situación más económica sea construir 3 o más pozos. Muchas veces, razones de seguridad de suministro aconsejan la construcción de más pozos que los que darían la explotación más económica.

En otras ocasiones, un solo pozo no basta para captar el caudal de agua preciso y entonces existe un número mínimo de pozos necesario; con un mayor número de pozos se abarata el consumo de energía pero se aumenta el coste del capital y mantenimiento. También es posible llegar a un óptimo en el número de pozos y su distribución.

El coste anual de operación viene dado por:

$$C = c' \cdot m\,\delta + \alpha \cdot c'' \sum_{i=1}^{n} Q_i \int_0^{t_o} s_i\,dt$$

en la que $\int_0^{t_o} s_i \, dt$ representa el descenso adicional provocado en un pozo por el pozo i entre el tiempo 0 y t_o; c′ es el coste anual de la unidad de longitud de tubería incluyendo mantenimiento, depreciación, costes del capital, etc.; c″ es el coste de elevación de la unidad de volumen de agua a una unidad de altura, incluyendo coste de energía y cargas del equipo del pozo; m es la distancia entre dos pozos cualquiera y m δ expresa la longitud total de conducciones; t_o es el tiempo de bombeo continuo considerado[53]. α es el número de veces que se realiza la operación al año.

En el caso de tres pozos en los vértices de un triángulo equilátero de lado m y cada uno con igual caudal Q es:

$$m_{\text{óptimo}} = \frac{c''}{\alpha \cdot c'} \sqrt{3} \frac{Q^2 t_o}{\pi T}$$

5.6 PAR DE POZOS DE BOMBEO DE IGUAL CAUDAL

Sean dos pozos iguales 1 y 2 separados por una distancia d y bombeando en régimen estacionario cada uno un caudal Q en un acuífero cautivo de transmisividad T y tal que el radio de influencia valga R (figura 9.47). Si se supone que los pozos se sitúan simétricamente respecto al eje de las x, sus coordenadas serán respectivamente (−d/2; 0) y (d/2; 0).

En cualquier punto del campo de bombeo (x, y) será:

$$r_1 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}$$

$$r_2 = \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}$$

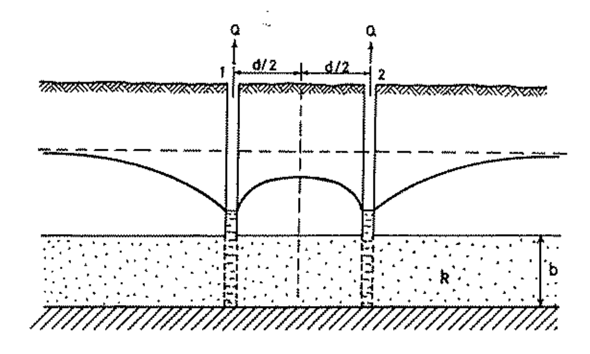
$$s(x, y) = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot$$

$$\cdot \ln \frac{R^2}{\left[\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right] \left[\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right]}$$

Las líneas de igual descenso[54] vendrán definidas por s = cte, o sea

$$\left[\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right] \cdot \left[\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right] = \text{cte.}$$

[53] El tratamiento más detallado puede consultarse en Hantush (1964) págs. 377-379.



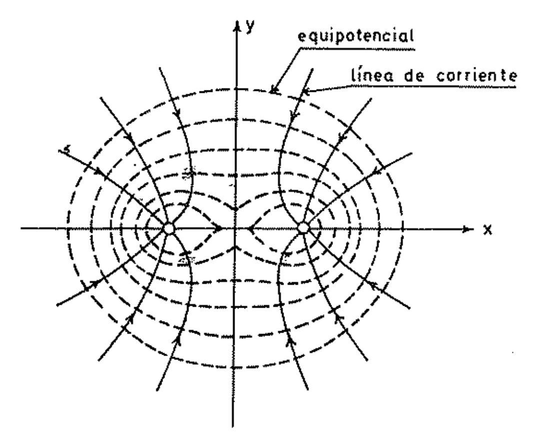


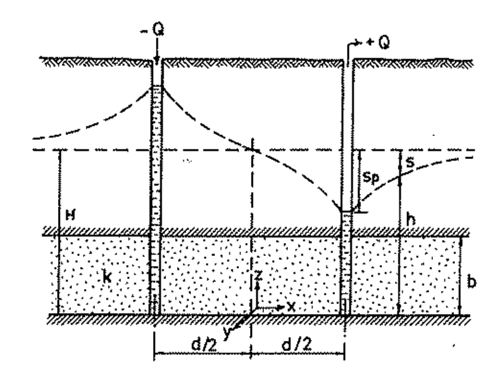
FIGURA 9.47
Par de pozos de bombeo de igual caudal y red de flujo a la que dan lugar.

que son curvas de cuarto grado. Estas curvas se representan en la figura (9.47), y han sido obtenidas por simple superposición de las circunferencias de descensos correspondientes a cada pozo por separado.

Es muy importante destacar que todas estas curvas son perpendiculares al eje Oy (mediatriz de la línea que une los pozos), de modo que si se corta el acuífero por una pantalla impermeable vertical coincidente con la citada mediatriz, el flujo no se altera ya que no hay flujo normal a la misma.

Las curvas equipotenciales alejadas de los pozos tienden a convertirse en circunferencias de modo que el efecto del par de pozos en un punto lejano equivaldría al de un único pozo en el origen de coordenadas y tal que bombease un caudal 2 Q.

Todo lo expuesto es igualmente válido para acuífero semiconfinado y también para acuífero libre con descenso pequeño en relación al espesor saturado.



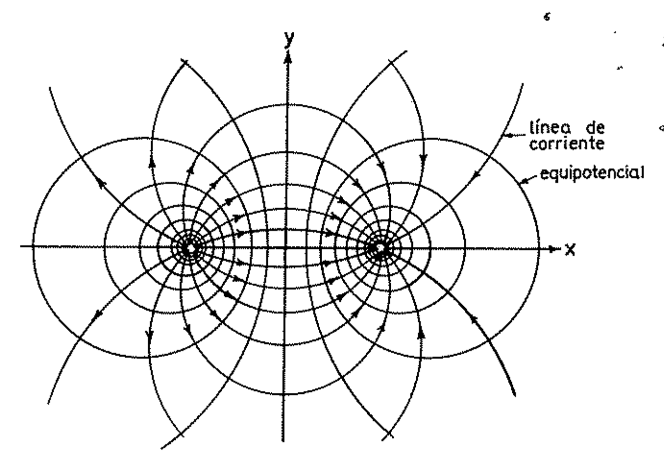


FIGURA 9.48

Pozos de bombeo y pozo de recarga de igual caudal y red de flujo correspondiente.

5.7 POZO DE RECARGA Y POZO DE BOMBEO DE IGUAL CAUDAL

Sea el mismo problema del apartado anterior (5.6) pero con el pozo 1 recargando un caudal Q y el pozo 2 bombeando un caudal igual. En cualquier punto (x, y) del campo de bombeo será:

$$s(x, y) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}$$

Las líneas equipotenciales vendrán definidas por s = cte. o sea:

$$\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 = \text{cte.} \left[\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right]$$

que es la ecuación de un haz de circunferencias (figura 9.48) cuyos polos son los dos pozos. Las líneas de corriente son también circunferencias que pasan por los dos pozos y cuyos centros se sitúan sobre la mediatriz del segmento que une los dos pozos.

Es muy importante destacar que todas las líneas de corriente son perpendiculares a la mediatriz de la línea de pozos, la cual coincide con una equipotencial cuyo valor es el nivel piezométrico inicial del acuífero. Por lo tanto, a lo largo de la mediatriz no existe efecto de bombeo. Puede prescindirse de cualquiera de los pozos, sin modificar la forma del flujo en el otro sin más que mantener constante el potencial a lo largo de la mediatriz.

Todo lo expuesto es igualmente válido para acuífero semiconfinado y para acuífero libre con descensos pequeños.

Capítulo 9.6

Recuperación de niveles después del cese del bombeo en un pozo

6.1 INTRODUCCIÓN Y FORMULACIÓN GENERAL

Uno de los aspectos más interesantes y útiles de la hidráulica de pozos en régimen variable es el estudio de la recuperación (subida) del nivel del agua en un pozo después del cese del bombeo en el mismo.

Admitiendo que el pozo había estado bombeando durante un tiempo τ a un caudal constante Q, el paro del pozo equivale a continuar el bombeo pero poniendo en marcha en el momento del paro, un pozo similar en el mismo sitio que recargue el mismo caudal constante Q. Así pues, el paro equivale superponer el efecto de un pozo de caudal $-Q$ situado en el mismo lugar sin parar el bombeo de caudal $+Q$. Ambos pozos se diferencian en el tiempo que hace que se inició el bombeo.

Los descensos a distancia r del pozo referidos, al nivel del agua antes de iniciarse el bombeo, transcurrido un tiempo t desde el paro valen[55]:

$$s' = Q \cdot Z(r, \tau + t) - Q \cdot Z(r, t) \qquad (9.82)$$

para acuífero cautivo o semiconfinado

Para acuífero libre, con descensos importantes respecto al espesor saturado, puede escribirse:

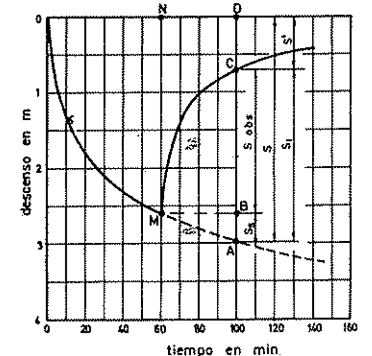
$$H_o^2 - H^2 = Q \cdot Z'(r, \tau + t) - Q \cdot Z'(r, t)$$

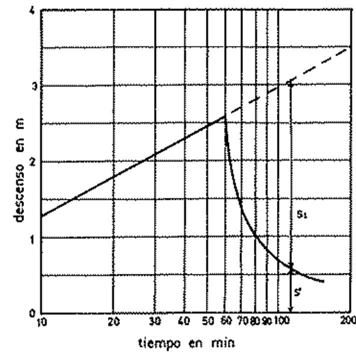
s′ es el descenso residual (fig. 9.49) y está referido al nivel de agua en el acuífero, anterior al inicio del bombeo.

Para un acuífero cautivo:

$$s' = \frac{Q}{4 \pi T} [W(u_{t+\tau}) - W(u_t)]$$

[55] Se ha empleado la simbología definida en el capítulo anterior, 9.5.





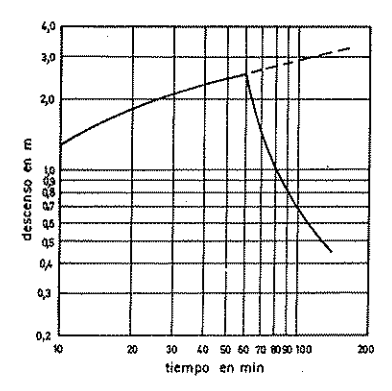


FIGURA 9.49
Perfil de descensos-tiempos de un bombeo y una recuperación para Q = 100 m³/h; T = 250 m²/día; S = 2 · 10⁻³; r = 20 m y τ = 60 min; s_{obs} = *ascenso observado;* s_1 = *ascenso real;* s′ = *descenso residual.*

$$u_{t+\tau} = \frac{r^2 S}{4T(t+\tau)} \quad ; \quad u_t = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

y si es válida la aproximación logarítmica de Jacob para ambas funciones W:

$$s' = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25 \cdot T(t+\tau)}{r^2 S} - $$

$$- \ln \frac{2{,}25 \cdot T t}{r^2 S} = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{t+\tau}{t} \qquad (9.83)$$

conocida como *fórmula de recuperación de Theis.*

Es muy importante considerar que los ascensos provocados por el pozo de recarga se superponen a los descensos provocados por el pozo de bombeo tal como se muestra en la figura 9.49. AD es el descenso provocado por el pozo de bombeo y AC el ascenso provocado por el pozo de recarga. Como el observador sólo conocía el descenso en el momento del paro, MN, el ascenso medido (s_{obs}) es BC, el cual puede diferir notablemente del AC. El valor CD es lo que se ha definido como descenso residual, s' y puede deducirse de los ascensos medidos conociendo la posición del nivel estático o el descenso en el momento del paro, suponiendo que la posición del nivel estático no varía.

$$s' = MN - s_{obs}$$

Todo ello supone que el nivel estático del acuífero se ha mantenido invariable y que se han corregido los efectos de interferencia de pozos próximos.

Puede estudiarse tanto la recuperación en piezómetros y pozos de observación como en el propio pozo de bombeo. En este último caso es preciso asegurarse de que:

a) el diámetro del pozo es pequeño de forma tal que el ascenso de nivel supone un flujo despreciable de agua. Si esta condición no se cumple es preciso efectuar las correcciones que se indicarán en el capítulo 9.13.

b) en el sistema de bombeo existe una válvula de pie para evitar que el agua contenida en la tubería caiga en el pozo.

Los datos de recuperación para el pozo presentan a veces menor dispersión que los datos de bombeo ya que no se reproducen las pequeñas oscilaciones debidas a pequeños cambios de caudal de la bomba.

6.2 CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UN ACUÍFERO CAUTIVO A PARTIR DE LOS DATOS DE RECUPERACIÓN

El método más sencillo, rápido y útil se deriva de la fórmula (9.83).

Si en un papel semilogarítmico se representan los descensos residuales s', en función de $\log \frac{t+\tau}{t}$ se obtiene una recta de pendiente $m = \frac{2{,}3\,Q}{4\pi T}$ en el supuesto que $u < 0{,}03$ para las dos funciones W (en realidad basta con que $u < 0{,}1$). m se determina, tal como se indicó repetidamente en el capítulo 4, mediante la diferencia de descensos por ciclo logarítmico $(\Delta s)_{10}$.

Es posible que la condición de $u < 0{,}03$ no se cumpla para los primeros puntos $\left(\frac{t+\tau}{t} \text{ grande}\right)$ pero suele cumplirse para valores de $\frac{t+\tau}{t}$ pequeños, en especial para el pozo de bombeo y puntos de observación cercanos:

La recta obtenida debe pasar por el punto $\left(s' = 0; \log \frac{t+\tau}{t} = 0\right)$; ya que para $t = \infty$ es $\frac{t+\tau}{t} = 1$.

Los puntos muy próximos a $\frac{t+\tau}{t} = 1$ pueden ser ya poco precisos y conviene darles poco valor.

Este método de recuperación no permite obtener directamente el valor del coeficiente de almacenamiento S, pero éste puede deducirse tomando un punto cualquiera del bombeo, si el punto medido es diferente del pozo.

El método expuesto es siempre aplicable al pozo de bombeo.

Ejemplo 1

Calcular, usando el método de los descensos residuales, el valor de la transmisividad del acuífero con los datos de la tabla 9.6 observados en un piezómetro a una distancia de 20 m correspondientes a la recuperación siguiente a un bombeo de 100 m³/h de 1 hora de duración.

En la figura 9.50 se ha representado la curva

$$s' - \log \frac{t+\tau}{t}$$

que es una recta de pendiente $(\Delta s')_{10} = 1{,}68$ m, por tanto,

$$T = 0{,}183 \frac{100 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{1{,}68 \text{ m}} = 261 \text{ m}^2/\text{día}$$

Como es

$$s' = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{t + \tau}{t}$$

si es $t = \tau$ será

$$s'_\tau = \frac{Q}{4 \pi T} \ln 2$$

ecuación de la que puede calcularse fácilmente T, pues:

$$T = \frac{0{,}055 \cdot Q}{s'_\tau}$$

Esta ecuación tiene la ventaja de ser muy sencilla y basta un solo dato particular de descenso residual para calcular T. Sin embargo deben cumplirse las condiciones de validez de la fórmula de Jacob y se pierde la información que supone analizar simultáneamente un conjunto de puntos.

Ejemplo 2

Calcular el valor de la transmisividad para el ejemplo 1, a partir del descenso residual para $t = \tau$.
Para $t = \tau = 60$ min es $s_\tau' = 0{,}52$

$$T = \frac{0{,}055 \cdot Q}{s_\tau'} = \frac{0{,}055 \cdot 2400 \text{ m}^3/\text{día}}{0{,}52} = 254 \text{ m}^2/\text{día}$$

La recuperación puede también analizarse a través de los ascensos teóricos, entendiendo como tales los señalados en la figura 9.49 como AC y no como BC. Estos valores no son directamente medibles y deben ser calculados sumando a los ascensos medidos, BC, los descensos BA estimados por prolongación de la curva de bombeo. Esta estimación supone un error que es preciso tener en cuenta. Todo ello hace al método más engorroso que el antes indicado y no suele aplicarse excepto cuando en aquél no se obtiene un tramo recto por no alcanzar las condiciones de validez de la aproximación de Jacob. Es evidente que entonces los datos de ascensos teóricos deben estudiarse mediante el método de Theis (apartado 4.2).

Si se toman los primeros datos de la recuperación de modo que $t \ll \tau$, los ascensos teóricos difieren poco de los observados. Pueden emplearse estos directamente cuando los niveles de bombeo están estabilizados.

TABLA 9.6 *Descensos residuales en un ensayo de recuperación. Corresponde al ejemplo 1 del capítulo 6*

t desde finalización del bombeo (min)	Descenso residual s' (m)	$\frac{t+\tau}{t}$	Ascensos observados (2,59 − s') en m
0	2,59	∞	0
1	2,48	61	0,11
2	2,26	31	0,33
4	1,93	16	0,66
6	1,70	11	0,89
8	1,55	8,5	1,04
10	1,43	7,0	1,16
15	1,17	5,0	1,42
20	1,02	4,0	1,57
25	0,91	3,4	1,68
30	0,82	3,0	1,77
40	0,68	2,5	1,91
50	0,59	2,2	2,00
60	0,52	2,0	2,07
70	0,45	1,86	2,14
80	0,44	1,75	2,15

$\tau = 60$ min

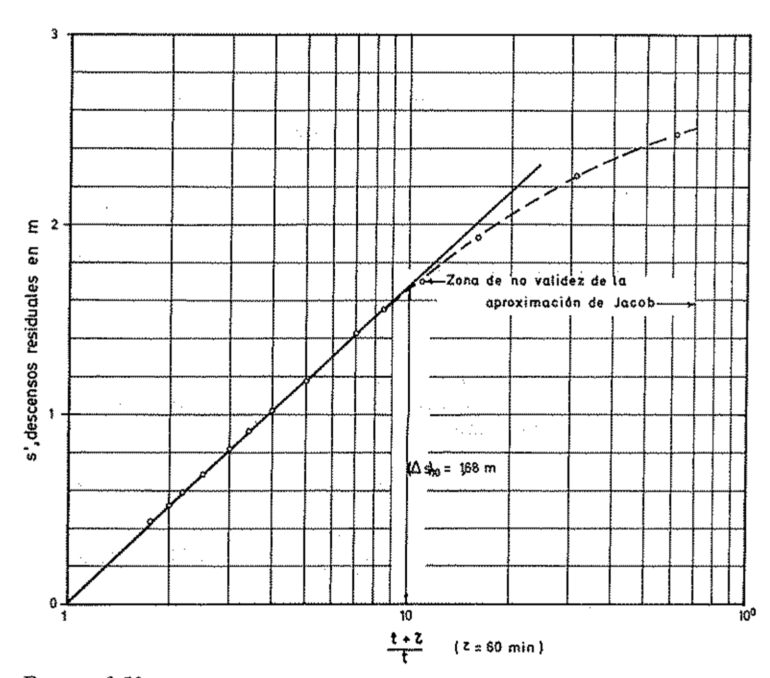


FIGURA 9.50
Curva de recuperación. Corresponde al ejemplo n.º 1.

Ejemplo 3

Resolver el ejemplo 1 tomando los primeros ascensos medidos.

En la propia tabla 9.6 se indican los ascensos medidos (ascensos medidos + s' = 2,59, descenso en el momento del paro de la bomba.)

Como es $\tau = 60$ min sólo serán útiles los valores de los primeros 10 ó 15 minutos. Estos datos se han representado en papel doble logarítmico en la figura 9.51.

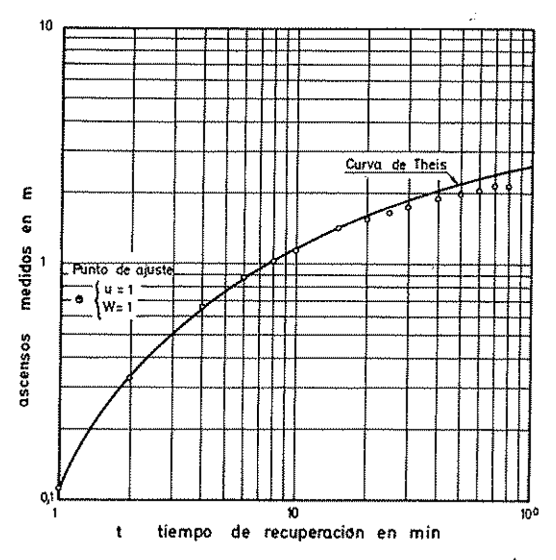


FIGURA 9.51

Curva del ejemplo n.º 3. Los puntos que se derivan de la curva de Theis, son aquellos en los que la influencia de la prolongación de la curva de bombeo es más notable.

Se han representado también el resto de valores para ilustrar la desviación que se produce. Efectuando el ajuste con los primeros puntos se tiene:

$$(W) = 1 \quad ; \quad (s) = 0{,}7 \text{ m} \quad ; \quad (1/u) = 1 \quad ; \quad (t) = 1{,}2 \text{ min}$$

$$T = \frac{Q}{4\pi}\frac{(W)}{(s)} = \frac{100 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día} \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}7 \text{ m}} = 273 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4\,T}{r^2}\frac{(t)}{(1/u)} = \frac{4 \cdot 273}{400} \cdot \frac{1{,}2}{1 \cdot 1440} = 2{,}27 \cdot 10^{-3}$$

aunque es un valor a tomar con reservas.

6.3 RECUPERACIÓN EN ACUÍFEROS SEMICONFINADOS Y LIBRES

La recuperación en un acuífero semiconfinado es fácil de formular pero no es posible llegar a ninguna fórmula simple como la (9.83). La recuperación puede estudiarse a partir de los ascensos teóricos; su determinación puede quedar muy simplificada si el bombeo había sido lo suficientemente largo como para que los niveles se hubiesen estabilizado, en cuyo caso coinciden con los ascensos medidos.

La recuperación de pozos en acuíferos libres en los que los descensos son pequeños en relación con el espesor saturado puede realizarse como se ha explicado para los acuíferos cautivos. Si no es así es preciso recurrir al manejo de los descensos teóricos.

Ejemplo 4

Dibujar las curvas $s' - \log \dfrac{t + \tau}{\tau}$ para la recuperación de un bombeo de 2 horas de duración con un caudal de 100 m³/h en un acuífero semiconfinado de 500 m²/día de transmisividad, $5 \cdot 10^{-4}$ de coeficiente de almacenamiento y una resistividad del acuitardo de 20 días. Referirse a un piezómetro a 20 m de distancia.

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, r/B)$$

$$B = \sqrt{T \cdot b'/k'} = \sqrt{500 \cdot 20} = 100 \text{ m}$$

$$s = \frac{100 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 500 \text{ m}^2/\text{día}} W\left(\frac{20^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1440}{4 \cdot 500 \cdot t}, \frac{20}{100}\right) =$$

$$= 0{,}382 \cdot W\left(\frac{0{,}144}{t}, 0{,}2\right)$$

estando t en minutos.

Los ascensos residuales son:

$$s' = 0{,}382 \left[W\left(\frac{0{,}144}{120 + t}, 0{,}2\right) - W\left(\frac{0{,}144}{t}, 0{,}2\right) \right] =$$

$$= 0{,}382\,(W_1 - W_2)$$

Los cálculos de recuperación conducen a (τ = 2 horas = = 120 min) (tabla A.9.7):

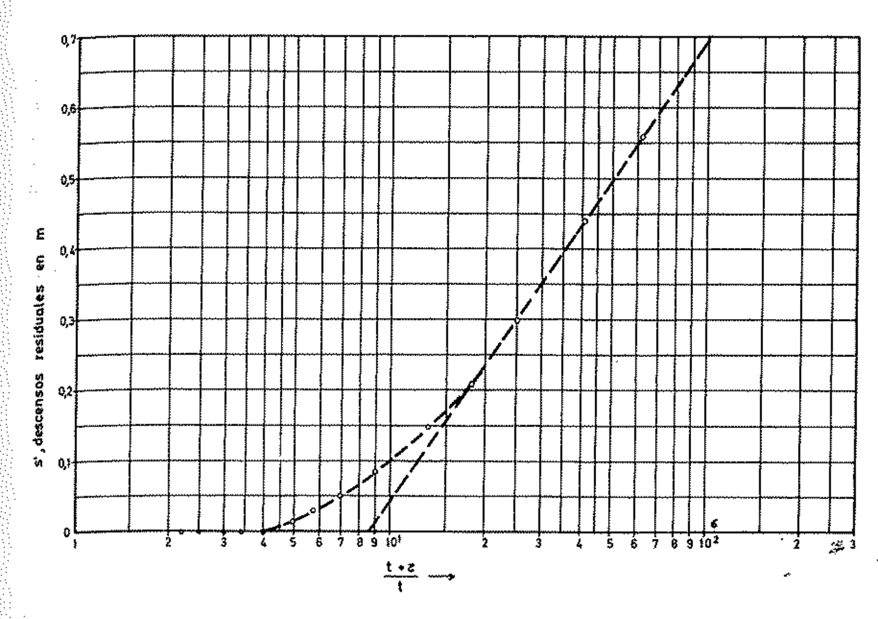


FIGURA 9.52
Recuperación en un acuífero semiconfinado. Corresponde al ejemplo 4.

Tiempo min	$\frac{t+\tau}{t}$	W_1	W_2	s'
0	∞	3,50	0,0	1,34
1	121	3,50	1,51	0,76
2	61	3,50	2,02	0,56
3	41	3,50	2,35	0,44
5	25	3,50	2,71	0,30
7	18,1	3,50	2,95	0,21
10	13	3,50	3,12	0,15
15	9	3,50	3,30	0,08
20	7	3,50	3,38	0,05
25	5,8	3,50	3,43	0,03
30	5	3,50	3,46	0,02
40	4	3,50	3,49	0,00
50	3,4	3,50	3,50	0,00
60	3	3,50	3,50	0,00
80	2,5	3,50	3,50	0,00
100	2,2	3,50	3,50	0,00

En la figura 9.52 se representan los resultados, observándose que existe un tramo lineal pero cuya prolongación no pasa por el origen sino que para $s' = 0$ es $\log \frac{t+\tau}{t} > 0$; ello es una consecuencia de la recarga. La porción lineal permite deducir un valor de T

$$T = \frac{2{,}3 \cdot Q}{4\pi\,(\Delta s')_{10}} = \frac{2{,}3 \cdot 2400 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}66 \text{ m}} = 665 \text{ m}^2/\text{día}$$

que es muy diferente del real, $T = 500$ m²/día.

6.4 EVOLUCIÓN DE NIVELES EN EL CAMPO DE BOMBEO

Así como en el bombeo, para tiempos suficientemente largos, la velocidad de los descensos del acuífero es la misma para puntos no muy alejados del pozo, los ascensos siguen la misma ley, de modo que los descensos residuales en el campo de bombeo cercano al pozo, al cabo de un cierto tiempo desde el inicio de la recuperación tienden a ser iguales (fig. 9.53). Es interesante destacar que al poco tiempo de la recuperación en los alrededores del pozo la superficie piezométrica es casi plana y va ascendiendo lentamente en busca del nivel inicial; ello es debido a que no hay casi ningún flujo hacia el pozo.

6.5 ANOMALÍAS EN LA RECUPERACIÓN

La recta $s' - \log \frac{t+\tau}{t}$ debe pasar por el punto

$$\left(s = 0;\ \frac{t+\tau}{t} = 1\right)$$

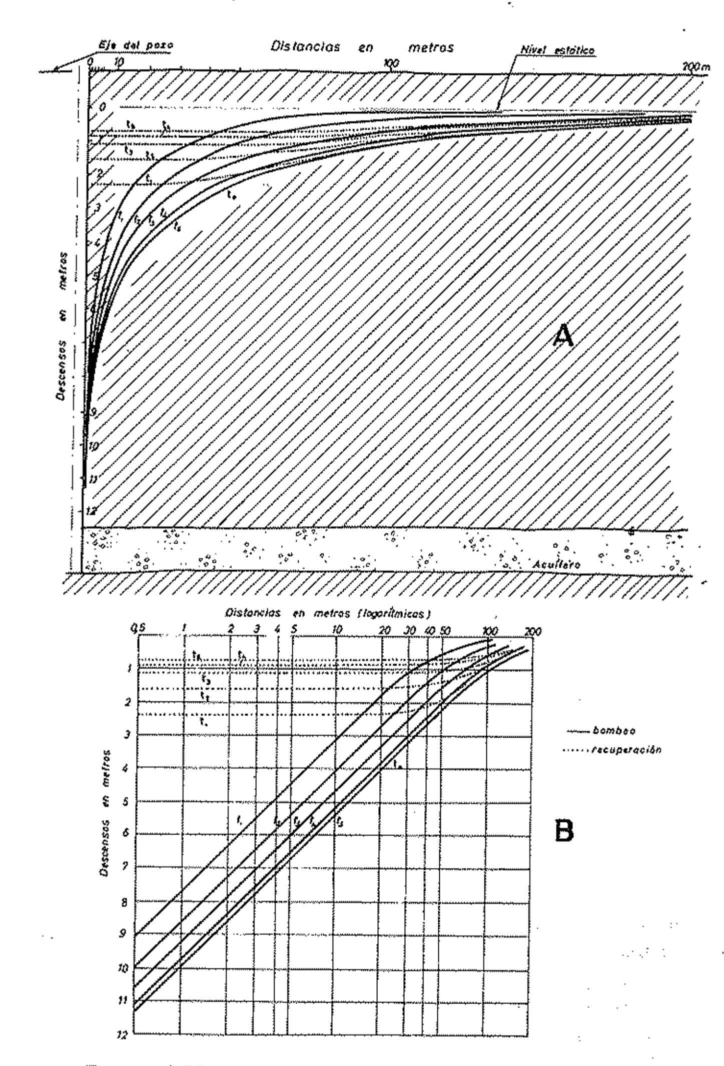


FIGURA 9.53

Perfiles de descensos y de recuperación en un ensayo de bombeo.

En ocasiones esta recta corta al eje de abscisas en puntos tales que $\frac{t + \tau}{\tau} > 1$ (fig. 9.54).

Ello quiere decir que se produce una recarga que hace que el acuífero recupere más deprisa que el modelo teórico. Otras veces la recta prolongada corta al eje de abscisas en valores de $\frac{t + \tau}{t} < 1$ que quiere decir que nunca se recuperará el nivel inicial. Ello sucede en acuíferos limitados y sin recarga. Sin embargo es preciso operar con precaución ya que en bombeos de larga duración se puede haber tenido una variación en el nivel estático del acuífero que desvirtúe las deducciones que puedan hacerse, ya que éstas se refieren al nivel estático inicial.

Después de bombeos muy prolongados puede modificarse el coeficiente de almacenamiento del acuífero por efecto de compactación del terreno. En este caso la recuperación se hace con un valor de S menor que el de bombeo y la recta de recuperación corta a $s = 0$ en $\frac{t + \tau}{t} > 1$, pero rara vez rebasa el valor 2 (Ferris et al., 1962, págs. 100-102).

Aunque el análisis de la recuperación mediante el gráfico $s' - \log \frac{t + \tau}{t}$ no sea adecuado al modelo teórico del acuífero, conviene hacerlo para observar el tipo de anomalía que se puede producir y obtener infor-

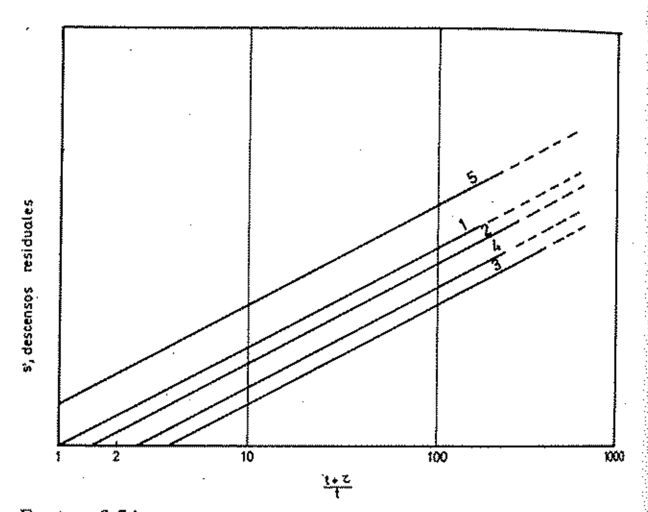


FIGURA 9.54

Anomalías en la recuperación:

1. *Recuperación en acuífero cautivo o en acuífero libre no recargado y con descensos pequeños.*
2. *Efecto de una posible disminución del coeficiente de almacenamiento.*
3. *Efecto de una recarga (acuífero semiconfinado, drenaje diferido o efecto de un río próximo).*
4. *Efecto de un ascenso del nivel de referencia.*
5. *Efecto de vaciado del acuífero o efecto de un descenso del nivel de referencia.*

mación sobre las condiciones hidráulicas del mismo. En la figura 9.52, representativa de una recuperación en un acuífero semiconfinado, puede verse que la extrapolación del tramo lineal corta al eje de abscisas en el valor 8,5, que indica la recarga que realmente se produce.

Ejemplo 5

Calcular la transmisividad de un acuífero en que se ha realizado un ensayo de recuperación luego de bombear un caudal Q = 200 m^3/h durante t = 1,5 h. Discutir la anomalía que se presenta. Los descensos residuales son:

$\frac{t+\tau}{t}$	s' (m)	$\frac{t+\tau}{t}$	s' (m)
95	15,8	4,2	6,8
55	15,1	2,5	5,3
36	14,1	1,8	3,8
21	12,4	1,1	2,4
13	10,6	0,75	1,0
6,7	8,8	4,8	0,10

Representando estos valores en papel semilogarítmico se obtiene la figura 9.55 en la que $(\Delta s')_{10}$ = 8 m.

Por lo tanto:

$$T = 0{,}183 \frac{200 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{8 \text{ m}} = 110 \text{ m}^2/\text{día}$$

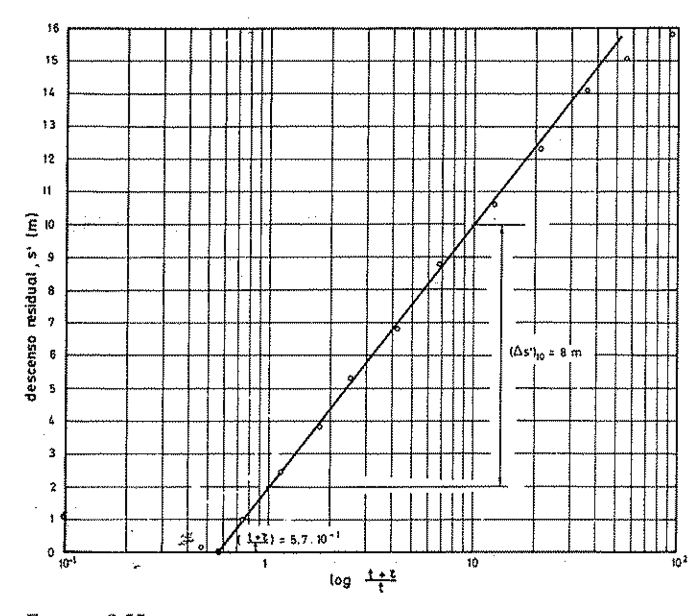


FIGURA 9.55

Ensayo de recuperación en un acuífero sin recarga. Corresponde al ejemplo n.º 7.

como $\left(\frac{t+\tau}{t}\right)_0$ = 0,57, ello indica que el acuífero ha sufrido un vaciado, o bien que se ha producido un descenso del nivel estático. El valor de T calculado es sólo indicativo; es válido si se trata de una variación de nivel estático de diferencia. A este respecto véase el ejemplo 4.

Capítulo 9.7

Pozos en acuíferos limitados. Teoría de las imágenes

7.1 INTRODUCCIÓN

Si un pozo bombea cerca de un borde impermeable o de un borde de recarga (río, lago, mar, etc.) cuando el radio de influencia alcanza al citado límite el flujo empieza a ser afectado y las fórmulas deducidas para acuíferos de gran extensión ya no son válidas.

Si esos límites son bruscos y rectilíneos, el método de las imágenes, que se describirá a continuación, permite sustituirlos por un conjunto de pozos y entonces el problema se reduce al estudio de la superposición de efectos en un campo de bombeo de extensión infinita.

En lo que sigue se tomarán como sinónimos[56]:

Borde - límite.

Borde de recarga - línea de nivel constante - río conectado - fuente lineal.

Borde impermeable - barrera - límite del acuífero.

7.2 PRINCIPIO FÍSICO DE LA TEORÍA DE LAS IMÁGENES

7.2.1 Acuífero con un borde rectilíneo impermeable

Si un acuífero limita con un borde rectilíneo impermeable se tiene que, al igual que en un campo de bombeo, el potencial en un punto es la suma de los creados individualmente por cada uno de los pozos de recarga o de bombeo existentes. La derivada del potencial en un punto es también la suma de las derivadas del flujo creado en el mismo por cada pozo considerado individualmente.

[56] Algunos autores toman la designación barrera como sinónima de límite y distinguen entre barrera positiva (borde de recarga) y barrera negativa (borde impermeable). En lo que sigue la designación barrera se referirá al límite impermeable.

Así se tiene para los descensos:

$$s = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot Z_i (r_i, t_i)$$

y que

$$\frac{\partial s}{\partial l} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \frac{\partial Z (r_i, t_i)}{\partial l}$$

en las que $Q_i \cdot Z$ es la correspondiente función de pozo[57] y l es una dirección cualquiera.

Si un acuífero tiene un borde impermeable rectilíneo, las superficies equipotenciales son perpendiculares al mismo (condición necesaria para que no haya flujo) o sea que las líneas de corriente no lo cortan sino que le son paralelas. Si se sustituye el borde impermeable por un pozo (pozo imagen) simétrico del que se considera respecto a la barrera y que bombee el mismo caudal Q, en cualquier punto del campo infinito resultante se cumple que:

$$s = Q \cdot Z (r, t) + Q \cdot Z (r', t)$$

siendo r y r' las distancias desde el punto de observación considerado al pozo real y al pozo imagen respectivamente.

Si n es una línea normal a la barrera:

$$\frac{\partial s}{\partial n} = Q \left(\frac{\partial Z (r, t)}{\partial n} + \frac{\partial Z (r', t)}{\partial n} \right)$$

Como para los puntos situados sobre la barrera es $r = r'$ pero con las componentes del flujo según el eje

[57] Véase el capítulo 9.2.

de las n (normal a la barrera) iguales en valor absoluto y de signo contrario, resulta que:

$$\frac{\partial s}{\partial n} = 0$$

o sea que las líneas de corriente son paralelas al borde. Luego el pozo imagen de caudal Q, produce el mismo efecto que la barrera. De forma más intuitiva puede llegarse al mismo resultado observando la red de flujo plana resultante del bombeo simultáneo con el mismo caudal en dos pozos situados en un acuífero infinito (fig. 9.47). Tal como se explicó en el apartado 5.5, a lo largo de la mediatriz de la recta que une ambos pozos no hay flujo y por lo tanto si en ella se coloca una pantalla impermeable y se suprime uno de los semiplanos la red de flujo en el otro semiplano no sufre variación.

En resumen: *un límite impermeable rectilíneo puede ser sustituido por un conjunto de pozos (imágen), cada uno de ellos simétrico respecto al límite del correspondiente de entre los existentes (real), y tal que bombee el mismo caudal desde hace el mismo tiempo y con las mismas variaciones temporales.*

7.2.2 Acuífero con un borde rectilíneo de recarga

Si un acuífero está limitado por un borde de nivel constante, totalmente penetrante y capaz de suministrar toda el agua que sea precisa sin pérdida de carga el nivel del acuífero en este borde es constante. Si se sustituye el borde de recarga por un pozo (pozo imagen) simétrico del que se considera respecto a la barrera y que recarga un caudal (−Q) igual al del pozo de bombeo (Q), en cualquier punto del campo infinito resultante se cumple que:

$$s = Q \cdot Z(r, t) - Q \cdot Z(r', t)$$

Como sobre el borde es $r = r'$ es también $s = 0$, o sea que el nivel es constante, que es la condición de línea de potencial constante. Luego el pozo imagen de caudal (−Q) produce el mismo efecto que la barrera considerada.

De forma más intuitiva puede llegarse al mismo resultado observando la red de flujo, en un acuífero infinito resultante de la acción de un pozo de bombeo y de un pozo de recarga de igual caudal (fig. 9.48), tal como se expuso en el apartado 5.6.

El potencial en la mediatriz de la recta que une los pozos es el mismo que el que existía antes de iniciarse el bombeo. Por lo tanto si en esa mediatriz se mantiene el nivel y se suprime uno de los semiplanos la red de flujo en el otro semiplano no resulta alterada.

En resumen: *un borde rectilíneo de recarga puede ser sustituido por un conjunto de pozos (imágen), cada uno de ellos simétrico respecto al límite del correspondiente de entre los existentes (real) y tal que bombee el mismo caudal en valor absoluto pero de signo contrario y desde hace el mismo tiempo de bombeo y con las mismas variaciones temporales.*

El planteamiento matemático realizado no necesita explicitar las funciones Z del campo de bombeo. Por lo tanto la teoría de las imágenes enunciada es válida tanto para régimen permanente como para régimen no permanente así como para los diferentes tipos de flujo que se puedan considerar, siempre que sea válida la ley de superposición expresada como adición de descensos.

7.3 POZO EN LAS PROXIMIDADES DE UN RÍO

7.3.1 Cálculo de caudales y descensos

Supóngase un pozo de bombeo a distancia x_o de la orilla de un río al que se le supone un nivel de agua constante y tal que es capaz de recargar al acuífero sin pérdida de carga en la infiltración. Se supone además que el río penetra totalmente el acuífero (fig. 9.56).

Similares consideraciones pueden hacerse para un lago o para el mar. En todos los casos se supone que la orilla es rectilínea en una longitud frente al pozo de por lo menos 10 x_o. La influencia de las porciones del río a distancias mayores es muy pequeña.

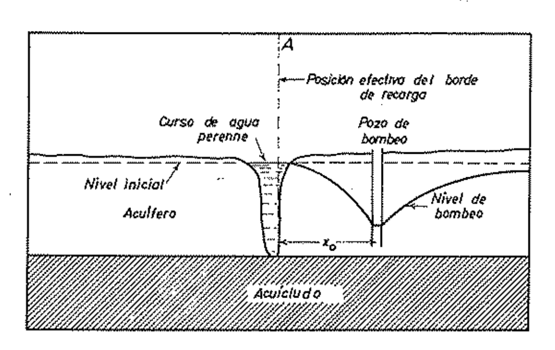
De acuerdo con la teoría de las imágenes, el río puede sustituirse por un pozo de recarga de igual caudal situado en un acuífero de gran extensión de iguales características al considerado, simétrico del pozo real respecto a la orilla (fig. 9.56). El descenso que se tendrá en cada punto será la suma algebraica de los descensos y ascensos provocados por cada uno de los pozos respectivamente.

Así, en acuífero cautivo, y para un punto que diste r del pozo real y r′ del pozo imagen será:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} [W(u) - W(u')]$$

siendo

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad y \quad u' = \frac{r'^2 S}{4 T t}$$



Esquema real

Esquema ideal

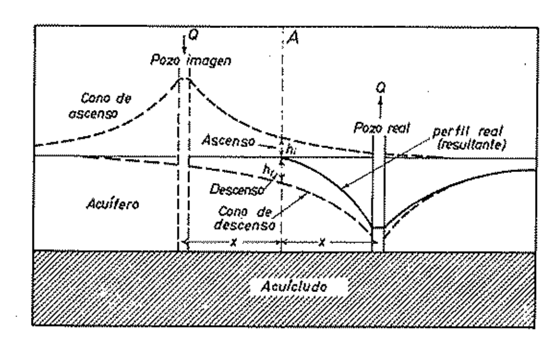


FIGURA 9.56
Efecto de un borde de recarga sobre un pozo de bombeo. Aparición del pozo imagen.

Si es aplicable la aproximación logarítmica de Jacob:

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\left[\ln\frac{2{,}25\,T\,t}{r^2 S} - \ln\frac{2{,}25\,T\,t}{r'^2 S}\right] = \qquad (9.83)$$

$$= \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r'}{r}$$

o sea que el descenso es independiente del tiempo (régimen estacionario). Sin embargo tiene que cumplirse que: u y $u' < 0{,}03$ para que la fórmula (9.38) sea válida. Para valores de u y $u' > 0{,}03$ se está en régimen no estacionario (fig. 9.8, A y B).

Para el propio pozo de bombeo, suponiendo despreciables las pérdidas en el mismo, como es $r' = 2\,x_o$ y $r = r_p$

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{2\,x_o}{r_p} \qquad (9.84)$$

Para puntos próximos al pozo, la estabilización de niveles se alcanza muy pronto, pero para puntos muy alejados del pozo y del río puede tardarse mucho tiempo en lograrse.

Para el pozo de bombeo, o un punto de observación, el tiempo desde el inicio del bombeo necesario para que se produzca la estabilización es fácil de calcular, si se fija un valor del error ε admisible para que pueda suponerse la estabilización.

$$\varepsilon = \frac{s_{max} - s}{s_{max}}$$

siendo s_{max} el descenso de estabilización o descenso máximo y s el descenso real. Puede tomarse $e = 0{,}010$ o bien 0,05.

$$s_{max} = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r'}{r}$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\left[W(u) - W(u')\right]$$

y tomando el desarrollo en serie de W (u) (ver apartado A.1.4), limitado al término en u

$$W(u) = -0{,}5772 - \ln u + u$$

$$W(u) - W(u') = 2\ln\frac{r'}{r} - \frac{S}{4\,T\,t}(r'^2 - r^2)$$

Así pues:

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{S}{4\,T\,t}(r'^2 - r^2)}{2\ln\dfrac{r'}{r}} = \frac{S\,(r'^2 - r^2)}{8\,T\,t\,\ln\dfrac{r'}{r}}$$

El tiempo de estabilización viene dado por:

$$t_e \geq \frac{S\,(r'^2 - r^2)}{8\,T\,\varepsilon\,\ln\dfrac{r'}{r}} \qquad (9.85)$$

Para un lugar próximo al pozo o para el propio pozo ($r' \approx 2\,x_o$; $r' \gg r$)

$$t_e \geq \frac{S \cdot x_o^2}{2\,T\,\varepsilon\,\ln \dfrac{2\,x_o}{r}} \qquad (9.86)$$

Físicamente la estabilización se alcanza cuando el río aporta un caudal igual al bombeado y entonces deja de intervenir el coeficiente de almacenamiento.

La fórmula (9.83)

$$s = \frac{Q}{2\,\pi\,T} \ln \frac{r'}{r}$$

permite calcular con comodidad los descensos o el caudal conocidos T, r, r′ y el caudal o el descenso.

Ejemplo 1

Calcular el caudal específico que puede obtenerse de un pozo de 0,4 m de diámetro situado a 50 m de un río y construido en un acuífero de una transmisividad de 1500 m^2 por día y un coeficiente de almacenamiento $S = 10^{-4}$. Comparar con el caudal que se obtendría al cabo de 1 día de bombeo si el acuífero fuese de gran extensión.

El caudal específico será igual a

$$\frac{Q}{s_p} = \frac{Q}{\dfrac{Q}{2\,\pi\,T} \ln \dfrac{2\,x_o}{r}} = \frac{2\,\pi\,T}{\ln \dfrac{2\,x_o}{r}} =$$

$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500\ m^2/día}{\ln \dfrac{100}{0{,}2}} = 1517\ m^3/día/m$$

Si el acuífero fuese de gran extensión se tendría:

$$u = \frac{r^2\,S}{4\,T\,t} = \frac{0{,}04 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1500\ m^2/día \cdot 1\ día} = 6{,}67 \cdot 10^{-10}$$

y

$$W(6{,}67 \cdot 10^{-10}) = 22{,}84$$

y

$$\frac{Q}{s_p} = \frac{4\,\pi\,T}{W(u)} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 1500\ m^2/día}{22{,}84} = 285\ m^3/día/m$$

Para el pozo, el tiempo de estabilización se hubiera alcanzado para $\varepsilon = 0{,}01$,

$$t_e \geq \frac{10^{-4} \cdot 50^2}{2 \cdot 1500 \cdot 0{,}01 \cdot \ln \dfrac{2 \cdot 50}{0{,}2}} = 1{,}34 \cdot 10^{-3}\ días =$$

$$= 2\ min$$

Ejemplo 2

Calcular el descenso que produce un pozo que extrae un caudal de 200 l/seg y situado a 150 m de un río conectado en un lugar situado a 50 m del río y a 100 m del pozo. El acuífero tiene una transmisividad de 12 000 m^2/día y un coeficiente de almacenamiento de $S = 0{,}1$. ¿En qué momento pueden considerarse estabilizados los descensos? El radio del pozo es de 0,2 m.

Será $r' = 150 + 50 = 200$ m, y $r = 100$ m pues el punto de observación está en la perpendicular del pozo al río.

$$s = \frac{Q}{2\,\pi\,T} \ln \frac{r'}{r} = \frac{200 \cdot 86{,}4\ m^3/día}{2 \cdot \pi \cdot 12\,000\ m^2/día} \ln \frac{200\ m}{100\ m} =$$

$$= 0{,}159\ m$$

El tiempo de estabilización de los descensos en el pozo es (para $\varepsilon = 0{,}01$):

$$t_e \geq \frac{0{,}1 \cdot 150^2}{2 \cdot 12\,000 \cdot 0{,}01\ \ln \dfrac{2 \cdot 150}{0{,}2}} = 1{,}28\ días$$

El tiempo de estabilización del punto de observación, con error $\varepsilon < 0{,}01$ es (fórmula 9.85)

$$t_e \geq \frac{0{,}1 \cdot (200^2 - 100^2)}{8 \cdot 12\,000 \cdot 0{,}01 \cdot \ln \dfrac{200}{100}} = 4{,}5\ días$$

Las fórmulas (9.83) y (9.84) son iguales a la de Thiem (apartados 2.2.1 y 3.2.1) para un radio de influencia (radio de la isla circular) de $R = r'$, y $R = 2\,x_o$ para el propio pozo.

Para acuífero libre pueden aplicarse las mismas fórmulas efectuando, si es preciso, la corrección de descensos de Jacob (véase el apartado 2.6.3), o bien escribir aproximadamente:

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi\,k} \ln \frac{r'}{r}$$

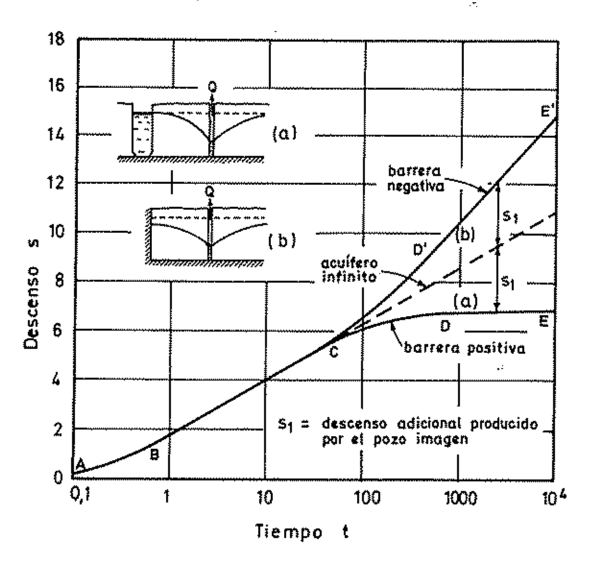


FIGURA 9.57
Curvas de descenso-tiempos para un pozo;
a) junto a un borde de recarga,
b) junto a un borde impermeable.

Si el acuífero es semiconfinado puede escribirse igualmente:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot [W(u, r/B) - W(u', r'/B)]$$

fórmula que no admite forma simplificada, pero con mayor razón que en el caso de acuífero cautivo, la estabilización de niveles es muy rápida para puntos no demasiado alejados del pozo y del río.

7.3.2 Curvas de descensos -tiempos y perfiles de descensos

En la figura 9.57 la curva a representa la curva de descensos-tiempos en papel semilogarítmico para un acuífero cautivo. En el tramo AC el acuífero se comporta como si fuese de gran extensión. El tramo AB representa la parte en que no es válida la aproximación de Jacob ($u > 0,03$) y BC es el tramo lineal en el que los descensos siguen la aproximación de Jacob. Para tiempos superiores a los correspondientes al punto C empieza a notarse el efecto del río. El tramo CD corresponde al período en que $u' > 0,03$ y el DE es horizontal y representa el período estacionario en que u y $u' < 0,03$.

En puntos alejados del pozo y próximos al río BC puede no aparecer y por lo tanto no se presentaría más tramo rectilíneo que DE. Si el bombeo es de corta duración puede no aparecer el tramo CE.

En papel doble logarítmico las curvas de descensos-tiempos tienen una porción común como la que resultaría de un bombeo semejante en acuífero infinito, pero a partir de cierto momento se superpone el efecto del pozo imagen obteniéndose una curva tal como la representada en la figura 9.58, que puede obtenerse por simple adición algebraica de las curvas de Theis para el pozo real y el pozo imagen. Debe tenerse especial cuidado en no sumar directamente segmentos por cuanto se trata de ordenadas logarítmicas.

Ejemplo 3

Dibujar la curva log s — log t para un pozo de 0,20 m de radio, que bombea un caudal Q = 1000 m³/día de un acuífero cuya transmisividad es T = 500 m²/día y su coeficiente de almacenamiento es S = 0,1. Dicho pozo está situado a $x_0 = 50$ m de un río que se supone que recarga al acuífero.

Como es

$$u = \frac{0,1 \cdot 0,04 \text{ m}^2}{4 \cdot 500 \text{ m}^2/\text{día} \cdot t} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{t}$$

y

$$s = \frac{1000 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 500 \text{ m}^2/\text{día}} W(u) = 0,157 \ W(u)$$

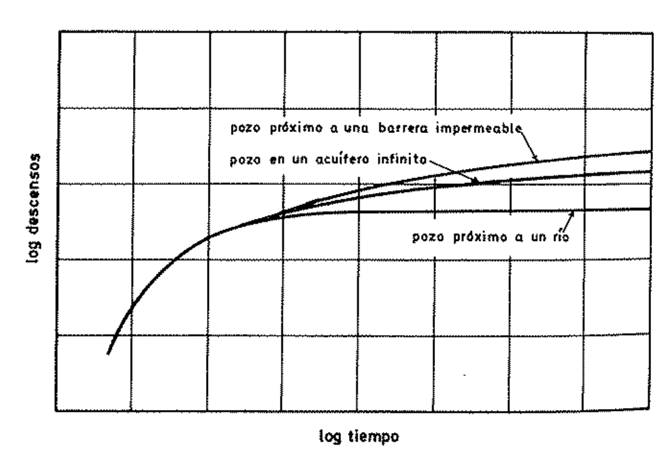


FIGURA 9.58
Efecto de la proximidad de un río o de una barrera impermeable en las curvas logarítmicas de descensos-tiempos.



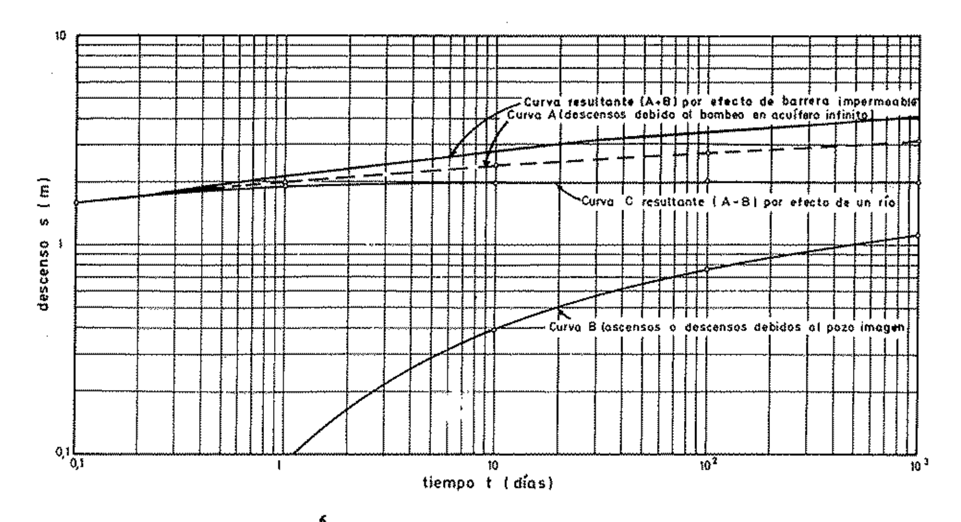


FIGURA 9.59
Curvas log s - log t *para los ejemplos 3 y 7.*

e obtienen los siguientes valores:

t (días)	u	W (u)	s (m)
1	$2 \cdot 10^{-6}$	12,54	1,97
10	$2 \cdot 10^{-7}$	14,85	2,33
100	$2 \cdot 10^{-8}$	17,15	2,69
1000	$2 \cdot 10^{-9}$	19,45	3,05

Con estos valores calculados se obtiene la curva A de la figura 9.59, que representan la función log s — log t para dicho bombeo si el acuífero fuese infinito.

Para el pozo imagen de recarga será:

$$u = \frac{0{,}1 \cdot (2 \cdot 50)^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 500 \text{ m}^2/\text{día} \cdot t} = \frac{1}{2\,t}$$

y se obtienen los siguientes valores:

t (días)	u	W (u)	s (m)
1	$5 \cdot 10^{-1}$	0,56	0,088
10	$5 \cdot 10^{-2}$	2,47	0,39
100	$5 \cdot 10^{-3}$	4,73	0,74
1000	$5 \cdot 10^{-4}$	7,02	1,10

con lo que se puede dibujar la curva B de la figura 9.59.

Finalmente, restando algebraicamente los valores de la curva A de los correspondientes valores de la curva B se obtiene la curva resultante C, que representa la estabilización de los niveles como consecuencia de la recarga del acuífero.

Los perfiles de descensos están afectados por el río y dejan de estar representados por una recta en papel semilogarítmico (s — log r). Se trata de curvas variables según la orientación del perfil (fig. 9.60). En estos per-

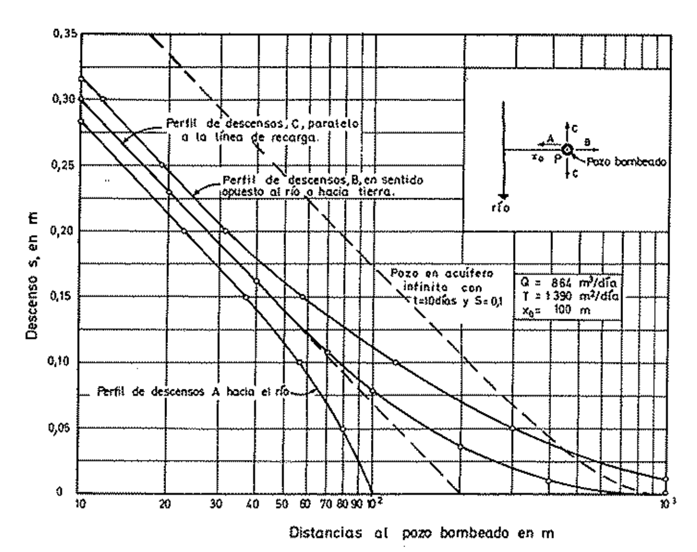


FIGURA 9.60
Perfiles de descensos en régimen estacionario en un bombeo próximo a un río. La situación del perfil de descensos para un acuífero infinito similar depende del tiempo transcurrido. Se ha dibujado la que resulta para t = 10 días, *con* S = 0,1.

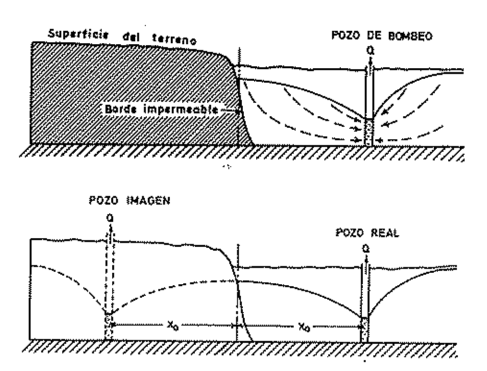


FIGURA 9.61
Efecto de un borde impermeable. Pozo imagen.

files no se aprecia claramente el efecto de límite el cual es muy notorio en los gráficos de descensos-tiempos.

Todo lo expuesto es válido para acuífero libre si los descensos son pequeños en relación con el espesor del acuífero. En caso de acuífero semiconfinado la obtención de las curvas de descensos-tiempos y los perfiles de descensos es similar y en el resultado interviene simultáneamente el efecto de recarga distribuida y el de recarga del río.

7.3.3 Ensayos de bombeo

La interpretación de ensayos de bombeo realizados en pozos próximos a un río viene complicada por la recarga que se produce.

Las curvas de descensos-tiempos para un cierto punto de observación son las que presentan mayor utilidad. Como en los primeros momentos el acuífero se comporta como si fuese infinito, puede aprovecharse el primer tramo para determinar T y S por los métodos ya conocidos (ver capítulo 9.4). Conviene utilizar puntos de observación próximos al pozo a fin de tener la máxima longitud de curva no afectada por el río.

Los perfiles de descensos son difíciles de interpretar. Para distancias al pozo mucho menores que x_0 los perfiles en papel semilogarítmico son casi rectilíneos y permiten deducir un valor de T muy similar al real (figura 9.60). Sin embargo debe actuarse con prudencia a fin de que realmente se esté en el tramo casi rectilíneo. Sin embargo la deducción de S sería errónea pues los puntos en que las prolongaciones de los tramos casi rectilíneos cortan al eje $s = 0$ pueden diferir notablemente del valor R del radio de influencia en acuífero infinito. El perfil permite obtener un valor de T que es muy similar a la realidad. Ello es debido a que para puntos no muy alejados del pozo no varía apreciablemente la distancia al pozo imagen por eso su efecto es casi constante. El perfil de descensos es paralelo al que se obtendría en un acuífero infinito pero trasladado; se obtiene un valor de T ajustado pero un valor de S erróneo.

Es importante destacar que si en el ensayo de bombeo se valoran las curvas de descensos-tiempos tomando por error un tramo afectado por la barrera, se obtiene un valor de T mayor que el real y t_0 mucho menor, lo que conduce a un valor de S menor que el real, incluso llegándose a valores absurdos por ser muy pequeños o por no encajar con las características del acuífero. Si se valoran los perfiles de descensos se obtienen valores de T aceptables, pero los valores de R son menores y por lo tanto el valor de S calculado es mayor que el real, pudiéndose obtener resultados de cálculo mayores que 1, lo cual es un absurdo.

Ejemplo 4

Calcular las constantes T y S de un acuífero situado cerca de un río influente para el que los diversos perfiles $s - \log r$, obtenidos mediante un ensayo de bombeo, con un caudal $Q = 864$ m³/día, vienen dibujados en la figura 9.60. Como se aprecia en dicha figura, las tres rectas son paralelas para $r < 40$ m y con una pendiente $(\Delta s)_{10} = 0{,}30 - 0{,}075 = 0{,}227$ m.

Por lo tanto, puesto que se está en régimen permanente:

$$T = 0{,}366 \frac{Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}366 \frac{864}{0{,}227} = 1390 \text{ m}^2/\text{día}$$

Si se intenta calcular el valor S mediante la porción recta del perfil de descensos C, se obtiene $R = 200$ m y para $t = 10$ días

$$S = \frac{2{,}25 \cdot T \cdot t}{R^2} = 0{,}78 \text{ que es absurdo}$$

7.4 POZO EN LAS PROXIMIDADES DE UN BORDE IMPERMEABLE

7.4.1 Cálculo de caudales y descensos

Supóngase un pozo de bombeo a distancia x_0 de un borde impermeable tal que pueda suponerse rectilíneo en una longitud frente al pozo de por lo menos $10\,x_0$.

De acuerdo con la teoría de las imágenes, el borde impermeable puede sustituirse por un pozo de bombeo de igual caudal, simétrico del pozo respecto al borde (fig. 9.61). El descenso que se tendrá en cada punto será la suma de los descensos provocado por cada uno de los dos pozos.

Así, en acuífero cautivo, y para un punto que dista r del pozo real y r′ del pozo imagen será:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} [W(u) + W(u')]$$

siendo

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} \quad y \quad u' = \frac{r'^2 S}{4 T t} \tag{9.87}$$

Si es aplicable la aproximación de Jacob:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \left(\ln \frac{2,25\, T t}{r^2 S} + \ln \frac{2,25\, T t}{r'^2 S} \right) = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{2,25\, T t}{r\, r' S} \tag{9.88}$$

Esta fórmula permite calcular con comodidad los descensos o el caudal conocidos T, S, t, r y r′ además del caudal o el descenso producido. No se alcanza ningún régimen estacionario puesto que no hay recarga.

Ejemplo 5

Calcular el descenso que se observará al cabo de 1 día de bombeo en un piezómetro situado a 500 m del pozo y a 650 del pozo imagen, cuando se bombeó en el primero un caudal de $Q = 500\ m^3/h$, sabiendo que la transmisividad del acuífero bombeado es de $T = 1000\ m^2/día$ y el coeficiente de almacenamiento es $S = 10^{-4}$.

Con la fórmula (9.87)

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t} = \frac{500^2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1000 \cdot 1} = 6,25 \cdot 10^{-3}$$

y

$$u' = \frac{650^2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1000 \cdot 1} = 1,06 \cdot 10^{-2}$$

Con las tablas de la función W (tabla A.9.5) se obtiene:

$$W(u) = 4,50 \quad y \quad W(u') = 3,98$$

Por lo tanto:

$$s = \frac{500\ m^3/h \cdot 24\ h/día}{4 \cdot \pi \cdot 1000} (4,50 + 3,98) = 8,10\ m$$

Con la fórmula (9.88) se obtiene

$$s = \frac{500 \cdot 24}{2 \cdot \pi \cdot 1000} \ln \frac{2,25 \cdot 1000 \cdot 1}{500 \cdot 650 \cdot 10^{-4}} = 8,10\ m$$

Si el acuífero es libre, pero los descensos son pequeños en comparación con el espesor saturado, es válida la fórmula (9.88).

Si no es así, puede aplicarse

$$H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{2,25\, T t}{r\, r' S}$$

Si el acuífero es semiconfinado puede escribirse:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} [W(u, r/B) + W(u', r'/B)]$$

7.4.2 Curvas de descensos-tiempos y perfiles de descensos

En la figura 9.57 la curva b representa la curva de descensos en papel semilogarítmico para un acuífero cautivo.

En todo el tramo AC el acuífero se comporta como si fuese de gran extensión. El tramo AB representa la parte en que no es válida la aproximación de Jacob ($u > 0,03$) y BC es el tramo lineal en que los descensos siguen la aproximación de Jacob. Para tiempos superiores al correspondiente al punto C, empieza a hacerse notable el efecto del borde impermeable. El tramo CD′ corresponde al período en que $u' > 0,03$ y D′E′ al período final en que $u' < 0,03$.

Es interesante notar que la pendiente del tramo BC vale:

$$m = \frac{2,3\, Q}{4 \pi T}$$

mientras que la del tramo D′E′ tiene pendiente doble:

$$m' = 2\, m = \frac{2,3\, Q}{2 \pi T}$$

Para puntos alejados del pozo y próximos al borde, el tramo BC puede no aparecer y por lo tanto sólo será observable el tramo rectilíneo D′E′. Si el bombeo es de corta duración puede no aparecer el tramo CE′. En acuí-

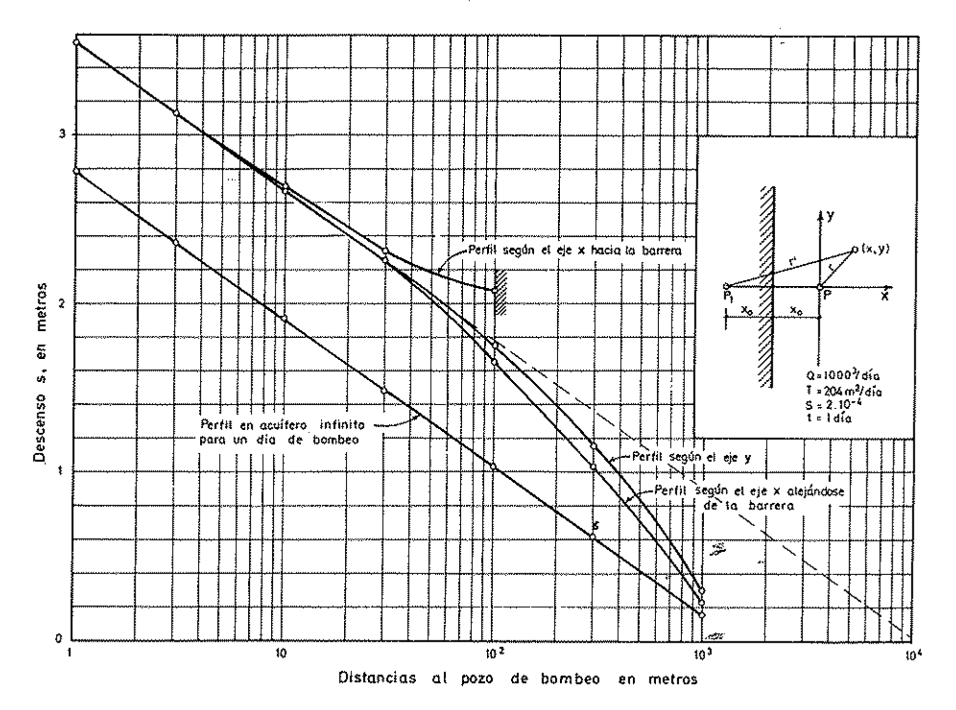


FIGURA 9.62
Perfiles de descensos perpendiculares y paralelos a un borde impermeable.

feros cautivos el efecto de borde es muy rápido pero en acuífero libre aparece después de un tiempo mucho mayor.

En papel doble logarítmico las curvas de descensos-tiempos tienen una porción común con la que resultaría de un bombeo semejante en acuífero infinito, pero a partir de cierto momento se superpone el efecto del pozo imagen, obteniéndose una curva tal como la representada en la figura 9.58, que puede obtenerse por simple adición de las curvas de Theis para el pozo real y el pozo imagen, teniendo especial cuidado en no sumar segmentos por cuanto se trata de ordenadas logarítmicas. Es preciso, pues, sumar los valores de los descensos y determinar el punto representativo de la suma.

Ejemplo 6

Recalcular el ejemplo 3, considerando el río sustituido por un borde impermeable. En este caso, ya que los cálculos son idénticos, las curvas A y B de la figura 9.59 deben sumarse algebráicamente punto a punto, con lo que se obtiene la curva C resultante.

Los perfiles de descensos están afectados por el borde impermeable y dejan de estar representados por una recta en papel semilogarítmico (s — log r). Se trata de curvas variables según la orientación del perfil (figura 9.62).

Todo lo expuesto es válido para acuífero libre si los descensos son pequeños en relación con el espesor saturado del acuífero. En caso de acuífero semiconfinado, la obtención de las curvas de descensos-tiempos y los perfiles de descensos es similar pero en su forma intervienen antagónicamente el efecto de recarga distribuida y el efecto de sobredescenso provocado por el pozo imagen.

7.4.3 Ensayos de bombeo

La interpretación de ensayos de bombeo en pozos próximos a bordes impermeables viene complicada por el efecto del pozo imagen. Respecto a las curvas de descensos-tiempos, si el punto de observación está próximo al pozo existe una primera parte de la curva en la que el pozo imagen no influye a efectos prácticos y entonces puede valorarse T y S por los métodos ya conocidos (ver capítulo 9.4). En puntos alejados del pozo, y especialmente en aquellos próximos al borde, el efecto de barrera puede ser ya apreciable en los primeros puntos medibles. Conviene utilizar puntos de observación pró-

ximos al pozo a fin de tener la máxima longitud de curva no afectada por el borde impermeable. Es de destacar que en los gráficos s — log t el segundo tramo rectilíneo, que representa el efecto del borde, debe tener pendiente doble que el primero. Si es preciso la transmisividad puede deducirse de este segundo tramo, teniendo en cuenta que la transmisividad real es el doble de la ficticia, pero no puede deducirse el valor de S.

Respecto a los perfiles de descensos, pueden aplicarse los mismos comentarios hechos en el apartado 7.3.2, pero basados sobre la figura 9.62.

Ejemplo 7

Se ha realizado un ensayo de bombeo en un pozo situado cerca de un borde impermeable y se han medido los descensos en los puntos de observación siguientes situados en una línea paralela a dicho borde impermeable y para t = = 1 día

r (m)	s (m)
1	3,57
3	3,15
10	2,68
30	2,25
100	1,75
1000	0,30

Calcular el valor de la transmisividad de dicho acuífero sabiendo que el caudal bombeado fue de 1000 m³/día.

Colocados dichos valores en papel semilogarítmico se obtiene la curva central de la figura 9.62 (perfil según el eje y) en la que:

$(\Delta s)_{10} = 3{,}57 - 2{,}68 = 0{,}89$ m

y por lo tanto:

$$T = \frac{2{,}3 \cdot Q}{2\pi (\Delta s)_{10}} = \frac{2{,}3 \cdot 1000 \text{ m}^3/\text{día}}{2\pi \cdot 0{,}89 \text{ m}} = 411 \text{ m}^2/\text{día}$$

El valor ficticio de R que se obtendría extrapolando la porción lineal es de R = 10 100 m. Ello lleva a

$$S = \frac{2{,}25 \cdot 411 \cdot 1}{(10\,100)^2} = 9 \cdot 10^{-6}$$

que es excesivamente pequeño.

Es importante destacar que si en el ensayo de bombeo se valoran las curvas de descensos-tiempos tomando para la valoración un tramo ya afectado por la barrera, se obtiene un valor de T menor que el real y un valor de t_0 mucho mayor que el real, lo que conduce a un valor de S mayor que el real, pudiéndose llegar a obtener valores mayores que 1, que son absurdos. Si se valoran los perfiles de descensos se obtienen valores de T aceptables pero los valores de R son mayores que los reales y por lo tanto el valor calculado de S es menor que el real.

Los efectos de barrera pueden aparecer pronto en acuíferos cautivos (S pequeña) y pueden no aparecer o aparecer muy tarde en acuíferos libres (S grande).

7.5 PRESENCIA DE BARRERAS EN CASO DE ACUÍFERO SEMICONFINADO

Tal como se ha expuesto, la presencia de barreras próximas a un pozo en un acuífero semiconfinado crean efectos que se superponen a los del semiconfinamiento. Con los primeros valores de descensos no afectados por el semiconfinamiento y las barreras puede determinarse T y S pero a veces no puede seleccionarse la curva de Hantush adecuada para fijar B, ya que para ello se precisa tener descensos en tiempos largos, los cuales estarán a su vez influenciados por la barrera. El problema puede resolverse por tanteos con ayuda de un calculador (Bukhari et al, 1969) pero el proceso es excesivamente laborioso y complicado.

7.6 PRESENCIA DE VARIAS BARRERAS

Si en un determinado acuífero se presentan varias barreras rectilíneas de gran longitud el pozo imagen respecto a una barrera afecta al flujo creado por el pozo imagen respecto a otra de las barreras, apareciendo en general un número infinito de pozos imágenes. Sea el caso de la figura 9.63 a, que es un acuífero de gran longitud entre dos barreras impermeables paralelas. P_1 y P_2 son los pozos imágenes de igual caudal respecto a las barreras 1 y 2 respectivamente. Pero como P_1 crea un flujo a través de la barrera 2 es preciso tomar un pozo imagen P_{12} y así sucesivamente hasta obtener la serie infinita. Los pozos más alejados no afectan ya al pozo P si la suma de sus efectos es pequeña. En la figura 9.63 b y c se representan otros casos de pozo en un acuífero entre dos barreras; caso b: entre un río y un borde impermeable; caso c: entre dos ríos. La disposición de los pozos imagen es la misma que en el caso a, pero con una alternancia de pozos imagen de bombeo y pozos imagen de recarga. Cuando existen barreras de recarga la presencia de pozos de bombeo y

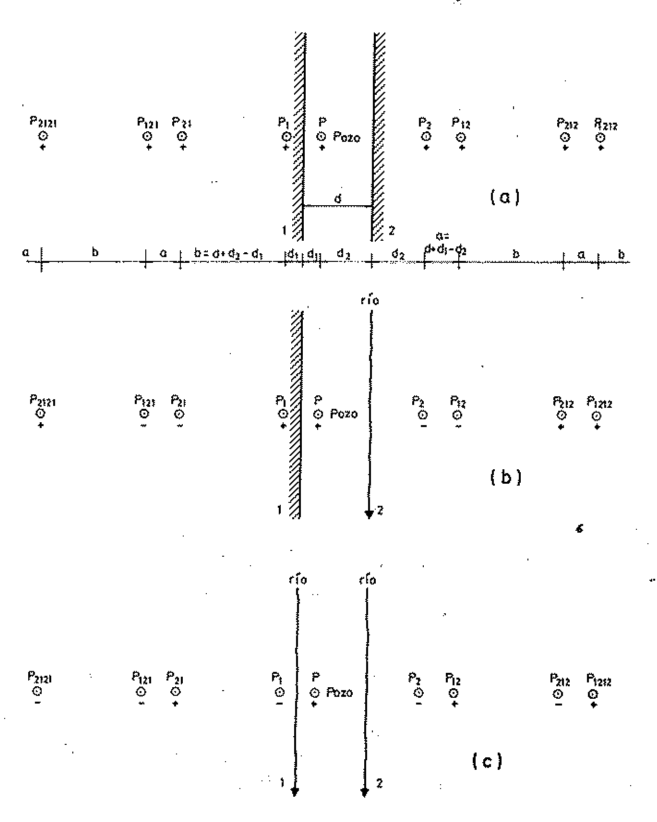


FIGURA 9.63

Pozos imagen de un pozo situado en el centro de una franja de gran longitud bordeada. (+) Pozo de bombeo (−) Pozo de recarga.

recarga hace que la convergencia hacia una solución sea más rápida. Si el pozo de bombeo está situado en el centro de la franja acuífera, el número de pozos imagen se reduce a la mitad y quedan igualmente espaciados sobre la normal del pozo a las barreras, siendo la distancia entre pozos contiguos igual al ancho del acuífero (fig. 9.64).

Las mismas consideraciones pueden aplicarse cuando las barreras no son paralelas y el pozo está situado de forma que respecto al mismo cada barrera puede considerarse como de longitud infinita. Sea por ejemplo el caso de barreras en ángulo recto (fig. 9.65 a, b y c), en las que es obvio que cada una de ellas puede suponerse de longitud infinita sin afectar a la distribución de flujo. P_1 y P_2 son los pozos imagen relativos a las barreras 1 y 2 respectivamente. P_1 afecta a la barrera 2 y por ello debe tomarse su imagen respecto a ella P_{12} pero

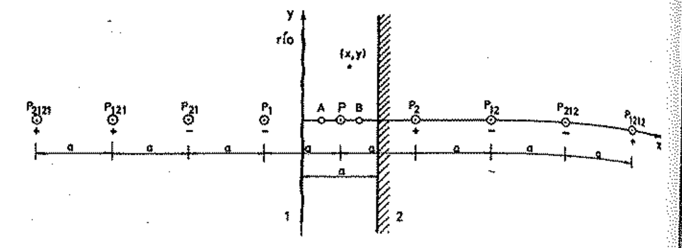


FIGURA 9.64

Pozos imagen de un pozo situado en el centro de una franja de gran longitud bordeada por un río (1) y un límite impermeable (2).
(+) Pozo de bombeo. (−) Pozo de recarga.

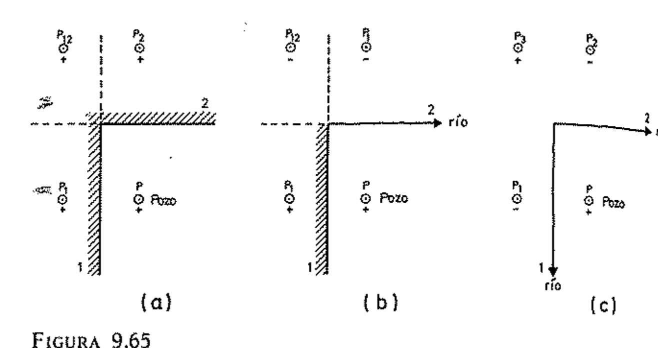


FIGURA 9.65

Pozos imagen en acuíferos de gran extensión limitados por bordes que se cortan en ángulo recto, en tres casos diferentes.
(+) Pozo de bombeo. (−) Pozo de recarga.

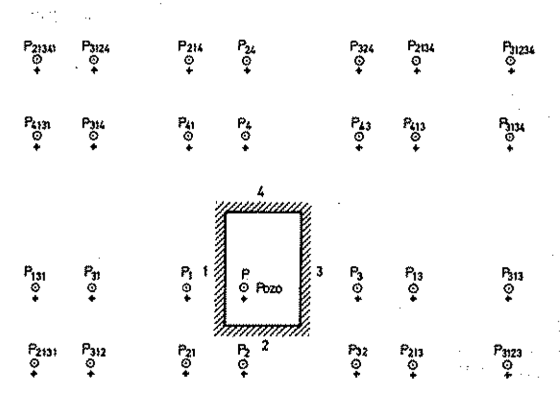


FIGURA 9.66

Pozos imagen de un pozo en un acuífero de forma rectangular limitado por dos bordes impermeables concurrentes y dos bordes de recarga también concurrentes.
(+) Pozo de bombeo. (−) Pozo de recarga.

esta imagen coincide con la de P_2 respecto a la barrera 1 por lo cual basta considerar tres pozos imágenes para resolver el problema. En las figuras 9.66 y 9.67 se representan los casos de acuíferos de forma rectangular, en la que se aprecia la distribución de pozos imagen que queda dentro de los márgenes del dibujo. Existe un número infinito de pozos imagen.

En el caso de barreras no paralelas, el número de pozos imagen es finito si se cumple que (Ferris et al., 1962, pág. 154)

$\theta \cdot n = 180^\circ$ si ambas barreras son de igual signo
$\theta \cdot n = 90^\circ$ si las barreras son de signo contrario
$\theta \cdot (2n - 1) = 360^\circ$ si las dos barreras son impermeables y el pozo está sobre la bisectriz

siendo

θ = ángulo que forman las barreras
n = número entero.

En estos casos todos los pozos imagen se sitúan sobre una circunferencia con centro en el vértice del ángulo que forman las dos barreras y que pasa por el pozo.

En la figura 9.68 se da como ejemplo un pozo en un acuífero en forma de cuña de 45º limitado por materiales impermeables.

En la figura 9.69 se dibujan los perfiles de descensos en varias direcciones en el caso de un pozo en la bisec-

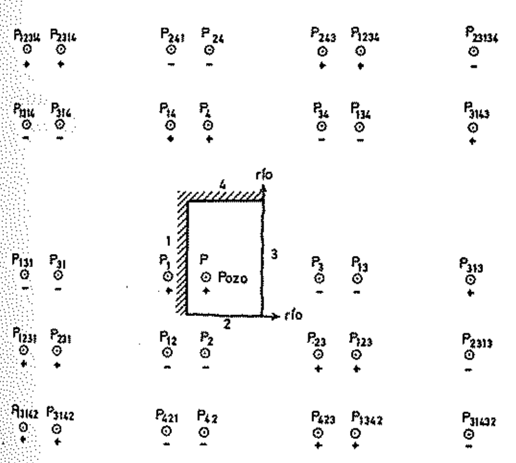


FIGURA 9.67
Pozos imagen de un pozo en un acuífero de forma rectangular limitado por bordes impermeables. (+) Pozo de bombeo.

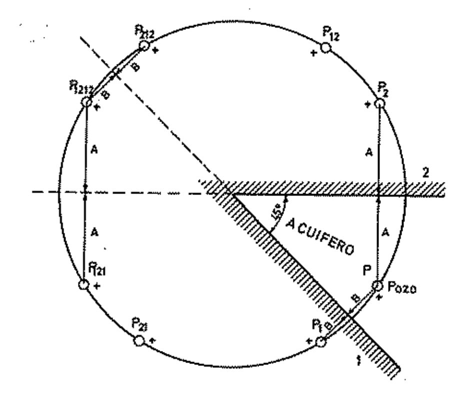


FIGURA 9.68
Pozos imagen de un pozo de bombeo en un acuífero en forma de cuña de 45º limitado por bordes impermeables. (+) Pozo de bombeo.

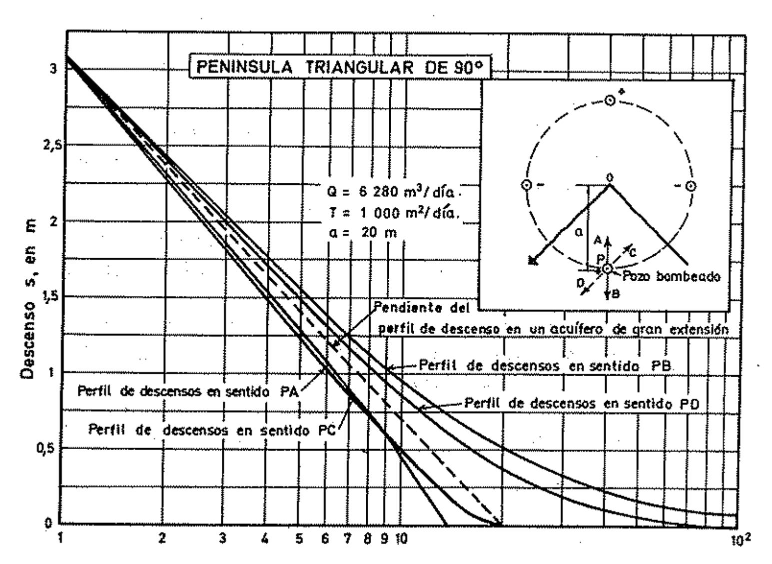


FIGURA 9.69
Perfiles de descensos para un pozo en una península triangular de 90º. (Benítez, 1963).

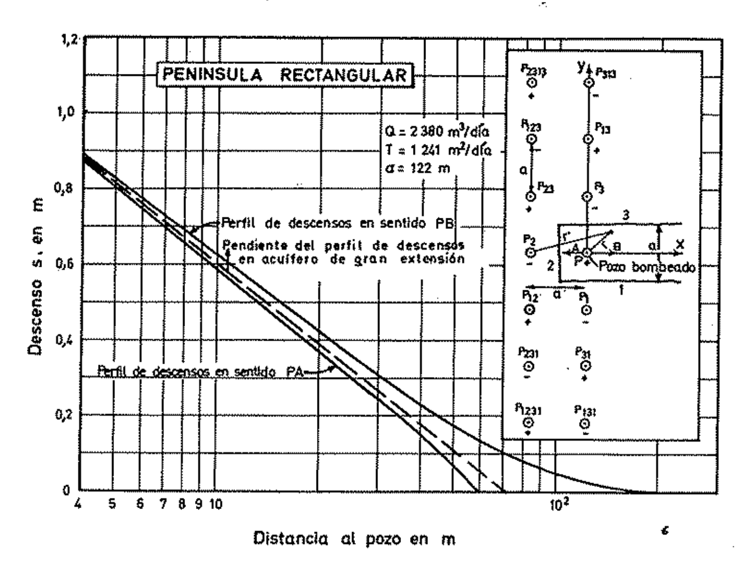


FIGURA 9.70

Perfiles de descensos para un pozo centrado en una península rectangular. (Benítez, 1963).

triz de un ángulo de 90° en un río y en la figura 9.70 se dibuja en el caso de un acuífero en forma de península rectangular. En ambas figuras pueden apreciarse las desviaciones de los perfiles de descenso reales con relación al que se obtendría si el acuífero fuese de gran extensión. Si se calculase la transmisividad T con la parte aparentemente rectilínea de las curvas de descensos reales se obtendrían valores diferentes de los verdaderos, en más o en menos según el perfil que se tome. De todas maneras las desviaciones no son excesivamente importantes. En cambio el error en S es muy importante.

Para franjas acuíferas de gran longitud según Bokhari, Strachan y Turner (1968) y Muskat (1937), tomando las referencias indicadas en la figura 9.71, se tienen las siguientes soluciones, exactas, que tienen en cuenta la serie de infinitas imágenes a través de la obtención de una función de Green:[58]

a) Pozo entre límites de recarga

$$\frac{2\pi T}{Q} s = \frac{1}{2} \ln \frac{\mathrm{Ch}\frac{\pi}{2a} y + \cos\frac{\pi}{2a} x}{\mathrm{Ch}\frac{\pi}{2a} y - \cos\frac{\pi}{2a} x}$$

[58] Véase apartado A.1.7.3 de la sección 8.

El miembro de la derecha de la ecuación es la función de Green que resuelve el problema (Kruseman y De Ridder, 1970, págs. 114-115).

b) Pozos entre bordes impermeables:

A lo largo del eje y

$$\frac{2\pi T}{Q} s = \ln \frac{\mathrm{Sh}\frac{\pi y_o}{2a}}{\mathrm{Sh}\frac{\pi y}{2a}}$$

A lo largo del eje x

$$\frac{2\pi T}{Q} s = \ln \frac{\mathrm{Sh}\frac{\pi y_o}{2a}}{\mathrm{sen}\frac{\pi x}{2a}}$$

en la que y_o es una distancia desde el origen a lo largo del eje y tal que a partir de ella sea $s = 0$; y_o es una distancia de influencia, y tiene en cuenta el tiempo transcurrido.

En el caso de la figura 9.69, el descenso en el pozo vale:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \ln \frac{a}{r_p}$$

o sea que es igual al que se obtendría si el pozo estuviese en el centro de una isla circular de radio $R = a$,

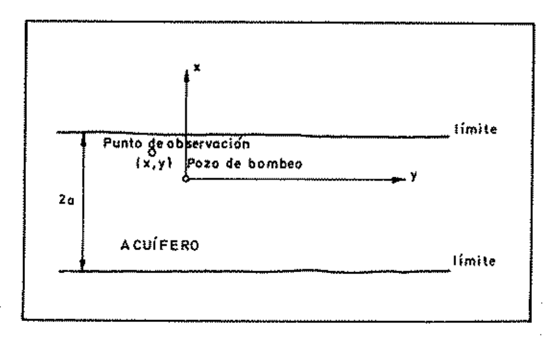


FIGURA 9.71

Franja acuífera. Referencias.

o bien $R = x_o \cdot \sqrt{2}$, siendo x_o la distancia a cada una de las orillas.

En el caso de la figura 9.65 b, el descenso en el pozo situado a distancia x_o de los dos límites vale:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2\sqrt{2}\,x_o}{r_p}$$

o sea que es igual al que se obtendría si el pozo estuviese en el centro de una isla circular de radio $R = 2\sqrt{2} \cdot x_o$.

Ejemplo 8

En una península rectangular se tiene un pozo equidistante de los tres bordes de recarga. Hallar la fórmula que da el descenso en un punto del acuífero. Aplicarla al caso en que:

Caudal bombeado $Q = 5000$ m³/día
Ancho de la península $a = 200$ m
Transmisividad $T = 5000$ m²/día
Punto de observación a distancia $a/2 = 100$ m del pozo de bombeo, equidistante de los bordes paralelos y en sentido contrario al otro borde (a 300 m del mismo).

Observando la figura 9.70 sean (x, y) las coordenadas del punto de observación referidas a los ejes allí indicados. Debe ser:

$$x > -a \quad ; \quad -\frac{a}{2} < y < \frac{a}{2}$$

Si se toman un par de pozos imagen de ordenada $y = na$, resulta que uno es de bombeo y el otro de recarga. El descenso provocado por ese par de pozos será:

$$s_n = \frac{Q}{4\pi T}\left[(-1)^n \ln \frac{R}{x^2 + (y - na)^2} - (-1)^n \ln \frac{R}{(x + a)^2 + (y - na)^2}\right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi T}(-1)^n \ln \frac{(x + a)^2 + (y - na)^2}{x^2 + (y - na)^2}$$

en la que $(-1)^n$ tiene en cuenta el signo que corresponde.

El descenso total será:

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n \ln \frac{(x + a)^2 + (y - na)^2}{x^2 + (y - na)^2}$$

siendo n un entero.

Escribiendo para abreviar:

$$Zn = \ln \frac{(x + a)^2 + (y - na)^2}{x^2 + (y - na)^2}$$

queda:

$$s = \frac{2{,}3\,Q}{4\pi T}\sum_{n=\infty}^{\infty}(-1)^n \log Z_n =$$

$$= \frac{2{,}3\,Q}{4\pi T}\left[\log Z_o + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \log Z_n\right] =$$

$$\frac{2{,}3\,Q}{4\pi T} = \frac{2{,}3 \cdot 5000}{4 \cdot \pi \cdot 5000} = 0{,}183$$

n	Z_n	$\log Z_n$	$(-1)^n \cdot 2 \cdot \log Z_n$	$\log Z_o + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \log Z_n$	s_n (m)
0	9	0,9542			0,174
1	13/5	0,4149	−0,8298	0,1244	0,023
2	25/17	0,1675	0,3350	0,4594	0,083
3	45/37	0,0850	−0,1700	0,2894	0,053
4	73/65	0,0504	0,1008	0,3902	0,071
5	109/101	0,0331	−0,0662	0,3240	0,059
6	153/145	0,0233	0,0466	0,3706	0,068
7	205/197	0,0173	−0,0346	0,3360	0,061
8	265/257	0,0133	0,0266	0,3626	0,066
9	333/325	0,0105	−0,0210	0,3416	0,062
10	409/401	0,0086	0,0172	0,3588	0,065

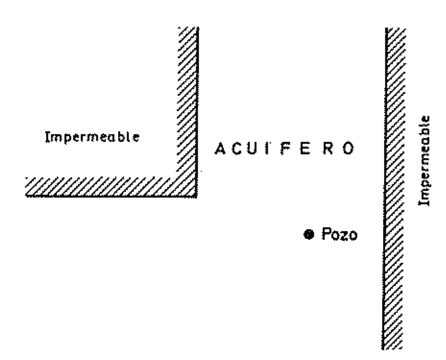


FIGURA 9.72
Acuífero con bordes impermeables en el que no es aplicable directamente la teoría de las imágenes.

Las coordenadas del punto de observación son

$$\left(\frac{a}{2}, 0\right) = (100, 0)$$

$$Zn = \ln \frac{a + 4n^2}{1 + 4n^2}$$

Se tiene una serie alternante convergente hacia un valor alrededor de 0,064 m de descenso. Sin embargo la convergencia es lenta y se precisa tomar gran número de términos.

Teóricamente existe el problema del significado de R, aunque no figure en la formulación final. A partir de ciertas distancias, más aún si son mayores que R, la aproximación no es válida y debe recurrirse a la fórmula de Theis.

Ejemplo 9

Se tiene un acuífero en forma de franja de gran longitud, de 100 m de anchura y tal que por un lado está limitado por un río capaz de recarga sin pérdida de carga y por el otro lado por una formación impermeable. Se sitúa un pozo en el centro de la franja. Calcular el descenso en punto situado dentro de la franja y aplicar el resultado al caso particular de un pozo de observación situado a 50 m del pozo y equidistante de los límites. Se bombea un caudal de 100 m^3/h y la transmisividad del acuífero es de 200 $m^2/día$. Referir los resultados al tiempo t = 1 día, sabiendo que el coeficiente de almacenamiento S vale 0,2 (se supone que no hay efectos de drenaje diferido).

Los pozos imagen están representados en la figura 9.64.

Respecto a los ejes de coordenadas allí indicados el pozo y los pozos imágenes están situados en $[\pm(n - 1/2)\,a;\ 0]$, siendo n un entero positivo. De esta forma se tienen pares de pozos de un lado y otro del río que ostentan signo contrario; así se evita que aparezca el radio de influencia, aunque es preciso tener en cuenta lo dicho al final del ejemplo anterior respecto a la validez de las formulaciones para pozos alejados del punto de observación.

Puede observarse que todo pozo señalado con m subíndices tiene signo (+) si contiene un número par de 1 y (−) si contiene un número impar de 1.

Sean (x, y) las coordenadas de un punto de observación, siendo $0 \leq x \leq a$.

El efecto de los pozos situados con abscisas: $\pm(n - ½)\,a$ (n = entero positivo o cero), será:

$$\pm s_n = \frac{Q}{4\pi T}\left[\ln \frac{R^2}{[x - (n - ½)\,a]^2 + y^2} - \ln \frac{R^2}{[x + (n - ½)\,a]^2 + y^2}\right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{[x + (n - ½)\,a]^2 + y^2}{[x - (n - ½)a]^2 + y^2}$$

El signo de s_n será:

+ si n = 4 +1, +2 (múltiplo de 4 más 1, más 2)
− si n = 4 + 3, + 4

El descenso observado es $s = \sum_{n=1}^{\infty} s_n$.

Para el punto de observación (x, y) = (50, 50), y en las condiciones del problema:

$$\frac{Q}{4\pi T} = \frac{100 \cdot 24}{4 \cdot \pi \cdot 200} = 0{,}955$$

$$\pm s_n = 0{,}955 \ln \frac{n^2 + 0{,}25}{(n-1)^2 + 0{,}25}$$

n	Signo	$\frac{n^2+0,25}{(n-1)^2+0,25} = A$	log A	s_n	$s=\Sigma s_n$
1	+	5,00	1,61	+1,54	1,54
2	+	3,40	1,22	+1,16	2,70
3	−	2,175	0,78	−0,74	1,96
4	−	1,755	0,56	−0,53	1,42
5	+	1,55	0,44	+0,42	1,84
6	+	1,435	0,36	+0,34	2,19
7	−	1,36	0,31	−0,30	1,89
8	−	1,305	0,266	−0,25	1,64
9	+	1,265	0,235	+0,22	1,87
10	+	1,23	0,207	+0,20	2,06
11	−	1,21	0,191	−0,18	1,88
12	−	1,19	0,174	−0,17	1,72

Que es una serie alternante que converge muy lentamente. El valor de s buscado estaría entre 1,8 y 2,0 m.

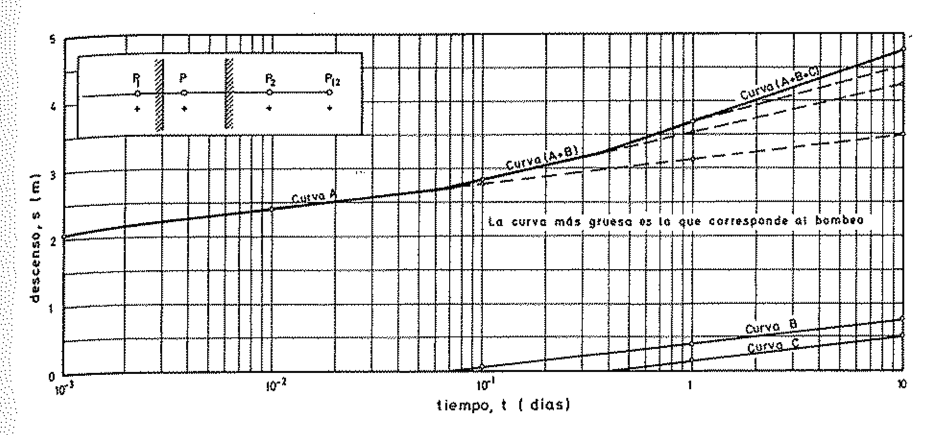


FIGURA 9.73

Curvas s-log t *para el ejemplo 10.*
Corresponde al bombeo entre dos barreras impermeables paralelas.

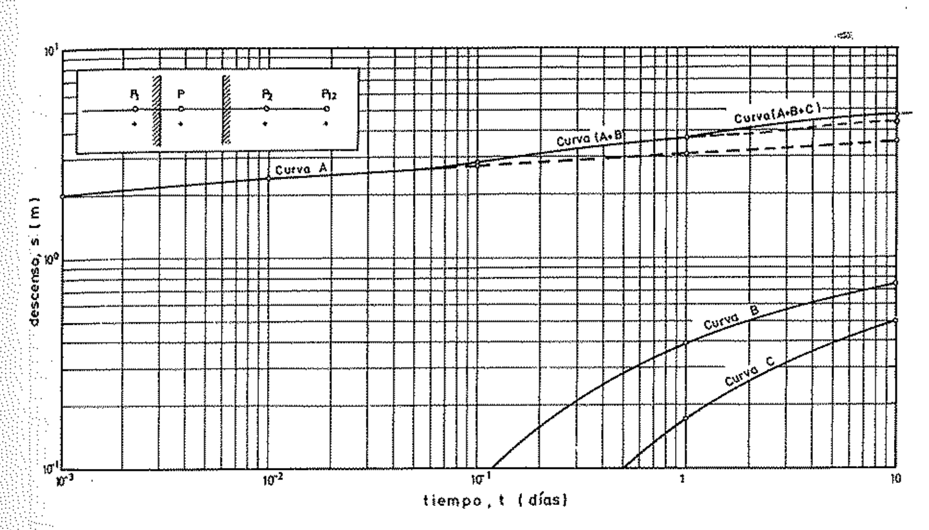


FIGURA 9.74

Curvas log s - log t *para el ejemplo 10.*
Corresponde al bombeo entre dos barreras impermeables paralelas.

Cuando alguna de las barreras no puede considerarse como rectilínea de longitud infinita en relación al pozo no puede aplicarse la teoría de las imágenes tal como ha sido expuesta. Tal es el ejemplo de la figura 9.72.

Los perfiles de descensos-tiempos cuando están presentes varias barreras, quedan afectados por cada uno de los pozos imagen. Los perfiles s — log t presentan rupturas de pendiente (fig. 9.73 y 9.75) sucesivas y los perfiles log s — log t desviaciones progresivas (figs. 9.74 y 9.76).

Ejemplo 10

Calcular la curva de descensos-tiempos para un pozo de 0,20 m de radio que bombea en una franja acuífera entre dos bordes impermeables situados a 500 y 1000 m del pozo. El caudal bombeado es de $Q = 1000$ m³/día, y la transmisividad del acuífero es de $T = 500$ m²/día, el coeficiente de almacenamiento $S = 10^{-4}$.

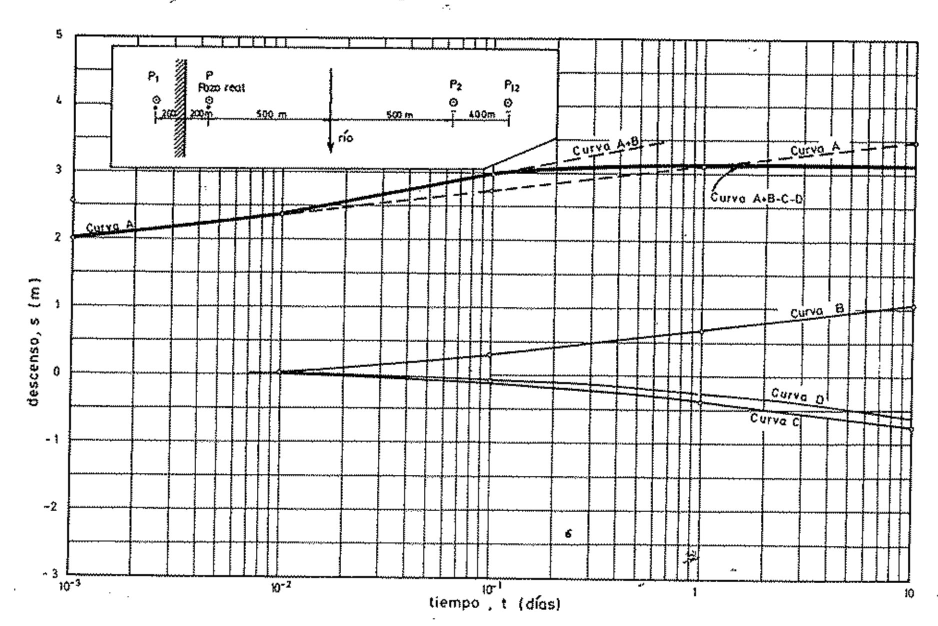


FIGURA 9.75

Curvas s-log t *para el ejemplo 11.*
Corresponde al bombeo entre un río y un límite impermeable.

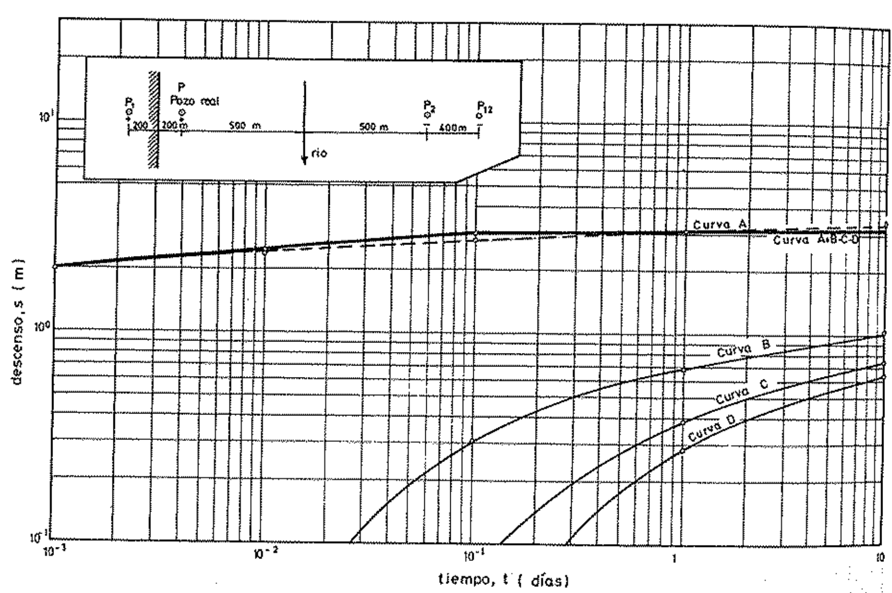


FIGURA 9.76

Curvas log s - log t *para el ejemplo 11.*
Corresponde al bombeo entre un río y un límite impermeable.

Será:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{1000 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 500} W(u) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} W(u) = 0{,}16\ W(u)$$

y

$$u = \frac{S r_p^2}{4Tt} = \frac{10^{-4} \cdot 0{,}04}{4 \cdot 500 \cdot t} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{t} \qquad \text{(t en días)}$$

con la que se obtiene la siguiente tabla de valores:

t (días)	u	W (u)	s (m)
$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$	12,54	2,00
$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-7}$	14,85	2,36
$1 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-8}$	17,15	2,73
1	$2 \cdot 10^{-9}$	19,45	3,10
10	$2 \cdot 10^{-10}$	21,75	3,46

que representados en las figuras 9.73 y 9.74 dan la curva A (curva descensos-tiempos si el acuífero fuese infinito).

El efecto sobre el pozo del primer pozo imagen (pozo P_{11}) situado a 1000 m (500 + 500 m) del pozo de bombeo será:

$$u = \frac{S r'^2}{4Tt} = \frac{10^{-4} \cdot 10^6}{4 \cdot 500 \cdot t} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{t}$$

y se tiene:

t (días)	u	W (u)	s (m)
$1 \cdot 10^{-3}$	50	0,000	0,00
$1 \cdot 10^{-2}$	5	0,001	0,00
$1 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$	0,56	0,09
1	$5 \cdot 10^{-2}$	2,47	0,39
10	$5 \cdot 10^{-3}$	4,72	0,75

que dan la curva B (curva descensos-tiempos para un punto situado a r = 1000 m del primer pozo imagen).

El efecto sobre el pozo del segundo pozo imagen (P_2), situado a 2000 m (1000 + 1000 m) del pozo de bombeo será:

$$u = \frac{S r''^2}{4Tt} = \frac{10^{-4} \cdot 2000^2}{4 \cdot 500 \cdot t} = \frac{0{,}2}{t}$$

y se tiene:

t (días)	u	W (u)	s (m)
$1 \cdot 10^{-3}$	200	0,00	0,00
$1 \cdot 10^{-2}$	20	0,00	0,00
$1 \cdot 10^{-1}$	2	0,05	0,01
1	0,2	1,22	0,19
10	0,02	3,35	0,53

valores representados por la curva C (curva de descensos-tiempos para un punto situado a r = 2000 m del segundo pozo imagen).

Para el tercer pozo imagen (P_{12}) la distancia es de 1000 + + 1000 + 500 + 500 = 3000 m y para t = 10 días produce un descenso de s = 0 y por lo tanto no produce efecto sensible.

La resultante de todas ellas es la curva E que describe la evolución del descenso a lo largo del tiempo.

En papel doble logarítmico se tiene, con los mismos valores las curvas de la figura 9.74.

Ejemplo 11

Recalcular el ejemplo 10, pero considerando que el pozo de bombeo está a 200 m de un borde impermeable y a 500 m de un río conectado (croquis de las figuras 9.75 y 9.76).

Se calculan los descensos de forma análoga pero considerando que los pozos real y P_1 bombean un caudal $+Q = +1000$ m³/día y el P_2 y P_{12} bombean un caudal $-Q = 1000$ m³/día, con lo que se tiene la tabla de valores de los descensos:

Pozo	Signo	Distancia (m)	Tiempo (días) 10^{-3}	10^{-2}	0,1	1	10	
Real	+	0,2	2,02	2,38	2,74	3,11	3,48	Curva A
P_1	+	400	0,00	0,05	0,32	0,68	1,05	Curva B
P_2	−	1000	0,00	0,00	0,09	0,39	0,75	Curva C
P_{12}	−	1400	0,00	0,00	0,04	0,29	0,64	Curva D
		Totales	2,02	2,43	2,95	3,11	3,14	Curva A + B − C − D

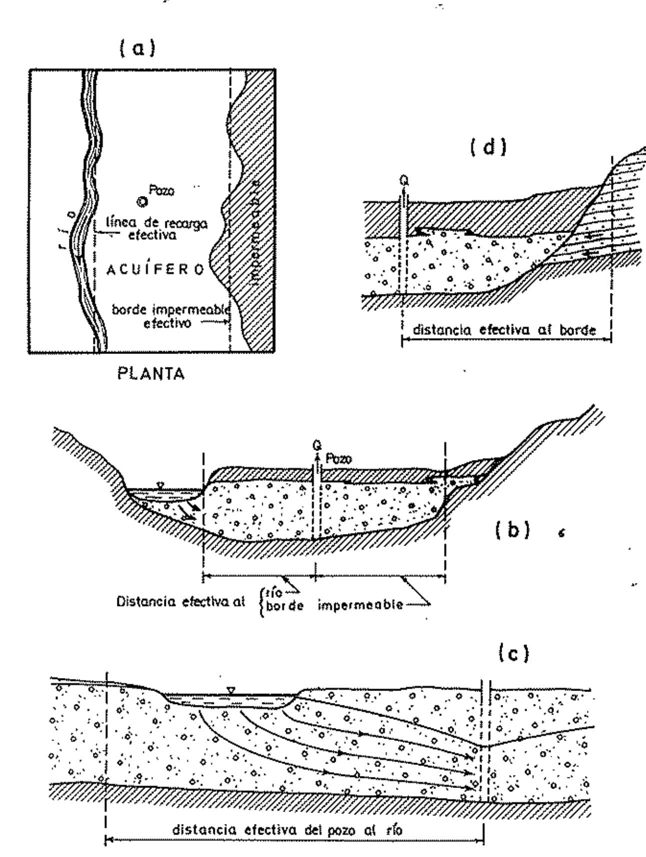


FIGURA 9.77

Distancia efectiva de pozos a bordes del acuífero:
a) borde rectilíneo
b) borde no vertical
c) borde de recarga parcialmente penetrante y con pérdida de recarga en la infiltración
d) borde poco permeable.

en la que se advierte que los descensos aumentan muy lentamente, tal como indican las figuras 9.75 y 9.76. No se han considerado los pozos imágenes P_{21} y sucesivos por no influir ya en la solución.

7.7 BARRERAS REALES

Generalmente, los bordes impermeables no son paredes verticales rectilíneas sino que son más o menos irregulares. En este caso la distancia x es una distancia efectiva (fig. 9.77). En otros casos, la barrera no es completamente impermeable y entonces puede considerarse que, a efectos prácticos, equivale a otra barrera impermeable algo más alejada. Por eso se considera siempre una distancia efectiva.

Las mismas consideraciones pueden hacerse respecto a los límites de recarga, ya sean un río, un lago o el mar.

Difícilmente la orilla del agua coincide con un talud vertical y además suele ser de planta irregular. Otras veces el río o la masa de agua libre no es totalmente penetrante en el acuífero y existen componentes verticales del flujo en las inmediaciones de la línea de recarga que hace que deba considerarse un límite efectivo algo más alejado. Si la superficie por la que se efectúa la recarga es de baja permeabilidad se produce una pérdida de carga en la infiltración que también equivale a efectos prácticos a un alejamiento de la línea de recarga. Si esta capa de baja permeabilidad es variable como sucede en los ríos al pasar de aguas altas a aguas bajas, la distancia efectiva es variable [59].

Por todas estas consideraciones, la distancia geométrica a un límite medida sobre un plano, es sólo una primera aproximación de la distancia efectiva.

7.8 DISTANCIAS A LOS LÍMITES EN ACUÍFEROS CAUTIVOS

7.8.1 Un solo límite

De las curvas de descensos-tiempos de un ensayo de bombeo en un acuífero cautivo con un único límite es posible determinar T y S utilizando los primeros valores de descenso de los pozos de observación más próximos al pozo de bombeo. Para ello se precisa que el efecto de borde aparezca suficientemente tarde. Conocidos T y S es posible calcular los descensos teóricos en acuífero infinito y hallar la diferencia con los descensos reales medidos. Esta diferencia representa el efecto del pozo imagen. Como T y S son conocidos es posible calcular la distancia del pozo de observación al pozo imagen.

Sea s_i el descenso provocado por el pozo imagen:

$$s_i = \frac{Q}{4\pi T} W \left(\frac{r'^2 S}{4 T t}\right)$$

$$W \left(\frac{r'^2 S}{4 T t}\right) = \frac{4 \pi T s_i}{Q}$$

[59] Véase el tratamiento con ordenador de este caso en Prichett y Lounquist (1971). Los descensos reales se sitúan entre los que se obtendrían en acuífero infinito y los correspondientes a la presencia de un río totalmente penetrante.

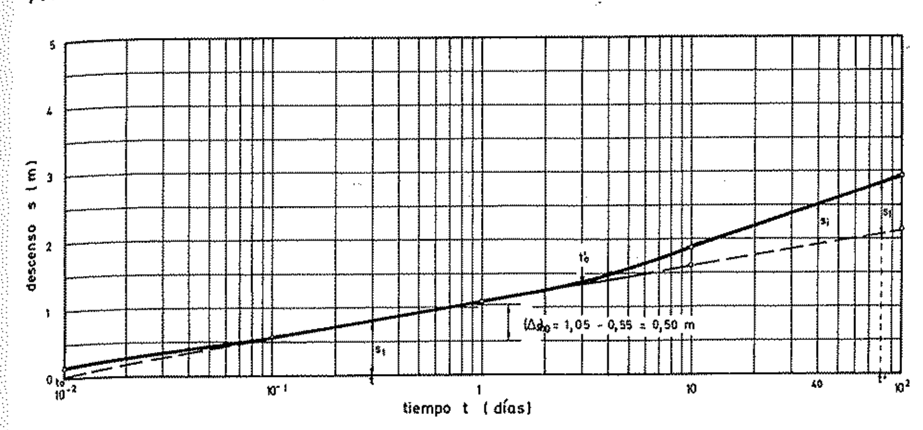


FIGURA 9.78
Curva s-log t *para los ejemplos 12 y 13.*

Se calcula el valor W y en las tablas se busca el argumento de W. Con este valor se puede determinar r′. En un acuífero semiconfinado es más difícil de operar por ser W función de dos parámetros función de r′; es preciso tantear para diferentes valores de r′.

Para un acuífero cautivo y en la porción lineal en que es válida la aproximación logarítmica de Jacob:

$$s_i = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\ T\ t}{r'^2 S}$$

$$r' = \sqrt{\frac{2{,}25 \cdot T \cdot t}{S \exp \dfrac{4\pi T s_i}{Q}}} \tag{9.89}$$

Ejemplo 12

Se tiene la curva de descensos-tiempos de la figura 9.78 correspondiente a un piezómetro situado a 10 m de un pozo que bombea a un caudal de 60 m³/h. Determinar la distancia del piezómetro al pozo imagen.

Extrapolando el primer tramo recto no afectado por la barrera, se tiene:

$$T = 0{,}183 \frac{Q}{(\Delta s)_{10}} = 0{,}183 \frac{60 \cdot 24}{0{,}50} = 527 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{2{,}25\ T\ t_o}{r^2} = \frac{2{,}25 \cdot 527 \cdot 10^{-2}}{100} = 0{,}12$$

Para t = 40 días de bombeo, el pozo imagen produce un descenso de 2,50 − 1,90 m = 0,60 m.

Por lo tanto:

$$r' = \sqrt{\frac{2{,}25\ T\ t}{S \exp \dfrac{4\pi T s_i}{Q}}} = 158 \text{ m}$$

Una forma más rápida de operar sería la siguiente:

1) Elíjase un tiempo t en el tramo no influenciado por el límite, al que corresponde un descenso s_1.

2) Determínese un tiempo t′ para el que la diferencia de descensos entre el tramo recto influenciado por el límite y la prolongación del tramo recto no influenciado por el mismo valga también s_1 (fig. 9.78).

En este caso se cumple que:

$$s_1 = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{Q}{4\pi T} W(u')$$

luego u = u′

$$\frac{r^2 S}{4\ T\ t} = \frac{r'^2 S}{4\ T\ t'}$$

de donde

$$\frac{t}{r^2} = \frac{t'}{r'^2}$$

o sea que

$$r' = r \sqrt{\frac{t'}{t}} \tag{9.90}$$

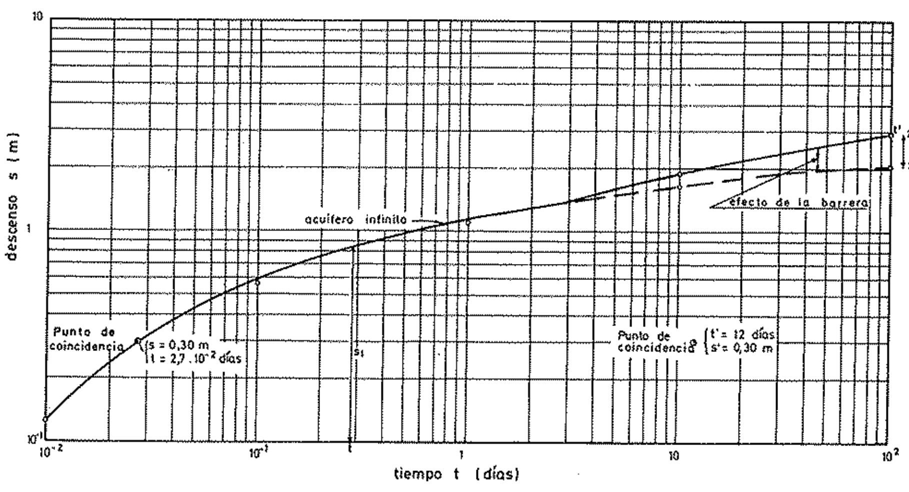


FIGURA 9.79
Curva log s - log t *del ejemplo 14.*

fórmula que permite calcular con rapidez r′, tanto en gráficos logarítmicos como doble logarítmicos.

En un diagrama s — log t en el que se desarrollan tramos rectos puede tomarse como t la intersección del primer tramo con el eje de tiempos (s = 0) y entonces t′ corresponde a la intersección de los dos tramos rectos.

Todo lo expuesto es igualmente válido para límites de recarga como para límites impermeables.

En el caso de límites de recarga, cuando se ha alcanzado el equilibrio es:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r'}{r}$$

Una vez conocida T se puede calcular directamente r′ conocidos s y r.

Ejemplo 13

Resolver con la fórmula 9.90 el ejemplo 12.
En este caso como $t_o = 10^{-2}$ y $t_o' = 3$ días es:

$$r = 10 \sqrt{\frac{3}{10^{-2}}} = 10\sqrt{300} = 173 \text{ m}$$

También puede tomarse el descenso s_1 (fig. 9.78) que conduce a t = 0,3 y t′ = 80 para uno y otro tramo.

$$r' = 10 \sqrt{\frac{80}{0{,}3}} = 163 \text{ m}$$

Las diferencias observadas son debidas a inexactitudes en las lecturas y apreciaciones en el gráfico (fig. 9.78).

Ejemplo 14

Con los datos de la figura 9.78 se ha dibujado la figura 9.79. Hallar la distancia a la barrera
Hallar la distancia a la barrera

tomando s_1 = 0,85 m se tiene t = 0,29 y t′ = 100 días,

$$r = 10 \sqrt{\frac{100}{0{,}29}} = 186 \text{ m}$$

Las imprecisiones de lectura son mayores al no poder utilizar directamente segmentos, ya que la escala es logarítmica. Además, la extrapolación del primer tramo es muy estimativa.

Otro modo de operar sería el que sigue: el descenso total viene dado por:

$$\frac{Q}{4\pi T}[W(u) \pm W(u')] \qquad (9.91)$$

siendo

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \qquad \text{y} \qquad u' = \frac{r'^2 S}{4Tt} \qquad (9.92)$$

tomando el signo (+) para límite impermeable y el signo (—) para límite de recarga.

Comparando las fórmulas (9.92) se tiene:

$$\frac{S}{4Tt} = \frac{u}{r^2} = \frac{u'}{r'^2}$$

Será $u' = u \cdot r'^2/r^2$ de modo que la función (9.91) queda:

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\left[W(u) \pm W\left(u \cdot \frac{r'^2}{r^2}\right)\right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi T} W'\left(u, \frac{r'}{r}\right)$$

de modo que es posible dibujar una serie de curvas tipo log W' – log u tomando como parámetro r'/r. Con estas curvas se puede determinar directamente T, S y r'/r por el método de coincidencia de curvas. Sin embargo este método no es de uso común ya que con frecuencia no es fácil obtener un buen ajuste, puesto que el pozo imagen real nó se comporta como un pozo imagen teórico, y los límites muchas veces no reúnen las características del borde teórico. borde teórico.

En todos los casos es preciso asegurarse que los primeros puntos utilizados son los correspondientes realmente a los valores no influenciados por el límite. En ocasiones, en gráficos s – log t, pueden aparecer dos zonas rectilíneas y el primer tramo puede ser el de un primer pozo imagen y el segundo tramo el de un segundo pozo imagen en vez de la zona no influenciada y el efecto del primer pozo imagen.

Si el único punto de observación disponible es el pozo de bombeo, puede deducirse el valor de T de un gráfico s – log t de la porción rectilínea inicial, siempre y cuando puedan suponerse despreciables los efectos de penetración parcial. Sin embargo el valor de S no puede calcularse. No obstante se pueden dar valores a S de acuerdo con las características del acuífero $S = 10^{-5}$ a 10^{-3} para acuíferos cautivos y $S = 0{,}1$ a $0{,}3$ para acuíferos libres. Con estos valores extremos se puede determinar la distancia máxima y mínima al límite (Strausberg 1967). Con esta acotación de la distancia puede buscarse una singularidad geológica que actúe de límite[60].

7.8.2 Varias barreras

Cuando aparecen varios límites, se tiene la adición de los efectos de todos los pozos imagen que resuelvan el problema.

Las curvas de descensos-tiempos van acusando el efecto de cada límite de acuerdo con la distancia creciente a que se sitúan los pozos imagen (figs. 9.73 a 9.76). En teoría es posible estudiar por los procedimientos ya explicados la distancia a cada pozo imagen. Sin embargo los cálculos para más de dos pozos imagen son ya de valor práctico muy dudoso. Si todos los límites son bordes impermeables, la curva va aumentando su pendiente conforme van siendo sensibles los efectos de los dife-bordes de recarga el problema es aún más difícil, ya que unos pozos imagen actúan en sentido contrario a otros.

Si a una misma distancia aparecen dos pozos imagen se obtienen pendientes o formas de la curva de descensos que puede inducir a resultados erróneos.

[60] Hantush ha elaborado un método para analizar ensayos de bombeo en lugares próximos a ríos que permiten determinar la distancia efectiva de los mismos (véase Kruseman y De Rider, 1970, páginas 120-125).

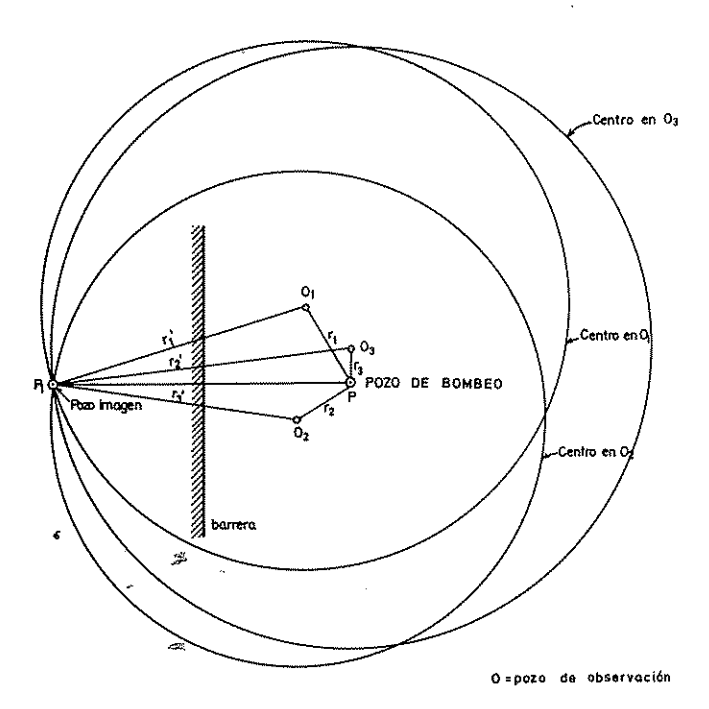


FIGURA 9.80

Situación del pozo imagen y de la barrera conociendo su distancia a tres puntos de observación.

7.9 LOCALIZACIÓN DEL POZO IMAGEN

Para localizar un punto en un plano es preciso conocer la distancia a tres puntos. Teniendo tres puntos de observación no alineados se pueden determinar tres distancias; el lugar geométrico del pozo imagen respecto a cada punto de observación es la circunferencia cuyo radio es la distancia calculada (fig. 9.80). Dos de esas

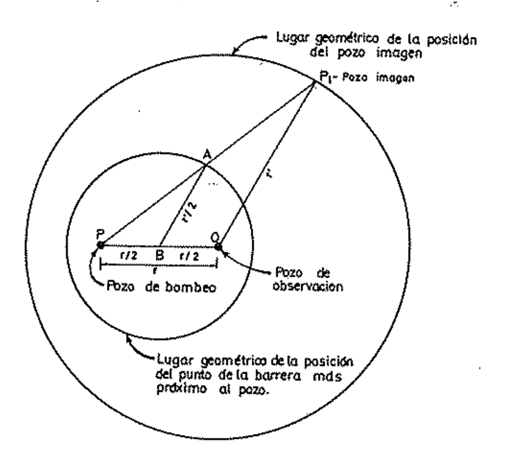


FIGURA 9.81

Trazado del lugar geométrico de la posición del punto de la barrera más próximo al pozo. La barrera no es tangente a dicho círculo sino que es perpendicular a la recta PA.

circunferencias se cortan en dos puntos que son dos posiciones posibles del pozo imagen. La tercera circunferencia permite localizar finalmente la porción definitiva del pozo imagen. La mediatriz a la línea pozo real-pozo imagen permite trazar la posición efectiva de la barrera.

Si sólo se tienen dos puntos de observación, el conocimiento de la región permite con frecuencia seleccionar la situación adecuada entre las dos posibles. Si únicamente se dispone de un pozo de observación sólo puede dibujarse la circunferencia lugar geométrico de las posiciones posibles del pozo imagen. Como el punto medio del segmento pozo real-pozo imagen está sobre la barrera, el lugar geométrico de este punto es también una circunferencia con centro en la mitad del segmento pozo real-punto de observación y de radio la mitad de la distancia al pozo imagen (fig. 9.81). La barrera no es tangente a dicha circunferencia, sino que su envolvente es una elipse con focos en el pozo y en el punto de observación y eje mayor r′ (distancia del punto de observación al pozo imagen) (Lennox y Vandenberg, 1970).

Si se conoce la orientación aproximada del límite puede trazarse una línea perpendicular a esa orientación desde el pozo y determinar las intersecciones con el círculo lugar geométrico de las posiciones del pozo imagen; es fácil obtener así dos posiciones probables de la barrera.

En realidad, los cálculos de distancia a los límites son poco precisos. Por ello, la localización del pozo imagen es sólo una primera aproximación que necesita ser confirmada por los conocimientos geológicos fisiográficos y estructurales que se tengan sobre la región.

Es preciso no confundir las anomalías en los valores de los descensos observados con el efecto de las barreras. Las fluctuaciones en los niveles regionales del acuífero o la influencia de captaciones próximas pueden hacer aparecer como sucesivos pozos imagen los que no lo son.

El efecto de un borde de recarga es similar al de un acuífero semiconfinado, produciendo curvas de descensos-tiempos similares. Un buen conocimiento del acuífero es el mejor método de discernir entre ambas posibilidades.

Más adelante se verá que la penetración parcial del pozo de bombeo o la existencia de un flujo natural en el acuífero pueden producir efectos similares (véanse los capítulos 9.9 y 9.12).

7.10 LÍNEAS DE RECARGA DE LONGITUD FINITA Y SEMIINFINITA

Si el pozo produce la recarga inducida de una línea de potencial constante de longitud finita, tal como la orilla de un lago o sección transversal de un río que cruza transversalmente un afloramiento de un acuífero, no puede aplicarse directamente la teoría de las imágenes. Sin embargo puede aplicarse una transformación de funciones conjugadas que permite resolver el problema mediante un número infinito de imágenes (Muskat 1973, págs. 186-192).

El caudal bombeado por el pozo en régimen estacionario viene dado por:

$$Q = \frac{2\pi T s_p}{\ln\left(\dfrac{4y}{r_p}\cdot\dfrac{\sqrt{(c^2-r^2)^2+4y^2c^2}}{c^2-r^2+\sqrt{(c^2-r^2)^2+4y^2c^2}}\right)}$$

en la que los valores x, y, c y r se definen en la figura 9.82 A; s_p es el descenso del pozo, T la transmisividad del acuífero, Q el caudal bombeado y r_p el radio del pozo[61].

Si el pozo está en la mediatriz de la línea de recarga, $(x = 0;\ y)$, es $r = y$:

$$Q = \frac{2\pi T s_p}{\ln\left(\dfrac{2y}{r_p}(1+y^2/c^2)\right)}$$

[61] Otra forma de resolución puede consultarse en Walton (1970) págs. 105-167.

Si el pozo está muy cerca de la línea de recarga $y/c \rightarrow 0$ y entonces:

$$Q = \frac{2\pi T s_p}{\ln \dfrac{2y}{r_p}}$$

que es la fórmula para el caso de línea de recarga infinita. Para pozos más o menos centrados respecto a la línea de recarga y a distancia menor que su longitud no se comete gran error al suponerla infinita.

Si la línea de recarga es de longitud semiinfinita y el pozo está próximo al extremo, tomando ese extremo como origen de coordenadas polares y midiendo los ángulos θ a partir de la prolongación de la línea de recarga es (TNO, 1964 páginas 135-136) (ver figura 9.82 B):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{r + 2\sqrt{r \cdot a}\cos\left(\dfrac{\theta+\alpha}{2}\right) + a}{r - 2\sqrt{r \cdot a}\cos\left(\dfrac{\theta+\alpha}{2}\right) + a}$$

en la que θ es el ángulo formado por la distancia radial al punto de observación, r la distancia al punto de observación, α el ángulo formado por la distancia radial al pozo y ρ la distancia al pozo.

Para el propio pozo, la fórmula queda reducida a:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{4a\cos\dfrac{\alpha}{2}}{r_p}$$

ya que:

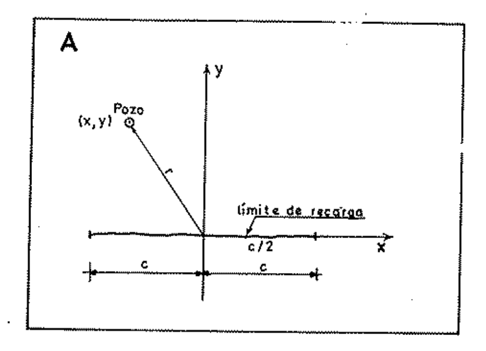
$$\rho^2 = r^2 + a^2 - 2a \cdot r \cdot \cos(\theta - \alpha)$$

de donde:

$$\rho^2 = \left(r - 2\sqrt{a\,r} \cdot \cos\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right) + a\right) \cdot$$

$$\left(r + 2\sqrt{a\,r}\cos\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right) + a\right)$$

y para el propio pozo es $\rho = r_p$.



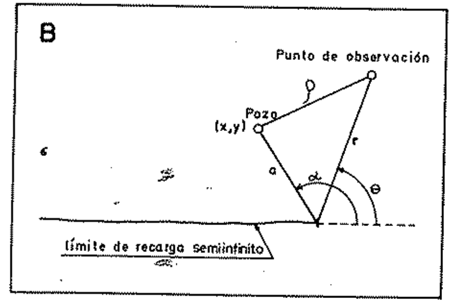


FIGURA 9.82
Definición de valores para las fórmulas del apartado 7.10 para pozos junto a barreras de recarga no infinitas.

En el caso de un pozo entre dos líneas de recarga paralelas próximas, puede admitirse que estas son de longitud infinita si la distancia entre ellas es varias veces menor que su longitud y el pozo no está cerca de los extremos.

7.11 VOLUMEN DE AGUA TOMADA DE UN RÍO POR RECARGA INDUCIDA

Suponiendo que el río[62] es rectilíneo (por lo menos la orilla) y que no hay pérdida de carga en la infiltración (el cono de influencia del pozo no sobrepasa la orilla del río) el bombeo en un pozo próximo produce una infiltración de agua *(recarga inducida)* en el acuífero de modo que el caudal infiltrado al ir transcurriendo el tiempo es una proporción cada vez mayor del agua extraída por el pozo, hasta que pasado un tiempo suficientemente largo se infiltra tanta agua como se bombea, alcanzándose el régimen permanente. El agua infiltrada tarda un tiempo más o menos largo en llegar al pozo, según el camino a recorrer.

[62] Puede ser un río, un lago, un mar, un canal, etc.

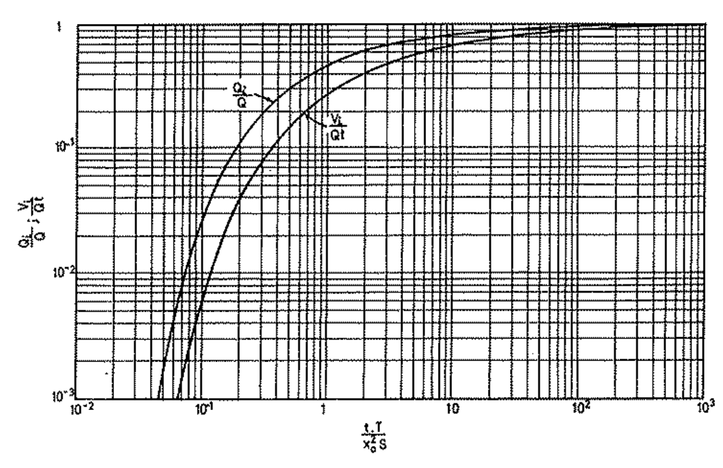


FIGURA 9.83

Curvas de recarga inducida por bombeo en un acuífero sin recarga distribuida. (Según Jenkins, 1968).

Q = *caudal constante bombeado.*

Q_i = *caudal derivado del río.*

Q_t = *caudal total bombeado hasta el tiempo* t.

V_i = *volumen total recargado del río hasta el tiempo* t.

T *y* S = *transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero.*

x_o = *distancia del pozo a la orilla (borde de recarga).*

En el caso del acuífero cautivo es:

a) Caudal procedente del río: (Glover y Balmer 1954)

$$Q_i = Q \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{x_o^2 \cdot S}{4\,T\,t}}\right) \qquad (9.93)$$

o lo que es lo mismo:

$$Q_i = \frac{2\,Q_o}{\pi}\int_y^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x_o^2\,S}{4\,T\,t}\sec^2 y\right)\,d\,y$$

b) Volumen total derivado del río después de un tiempo t de iniciado el bombeo, V_i, vale:

$$V_i = 4\,Q\,t\int_a^{\infty} d\,x\int_x^{\infty}\text{erfc}\;y\cdot d\,y \qquad (9.94)$$

en la que:

Q = caudal constante bombeado por el pozo

erfc = función complementaria de error (ver apéndice A.9.1 apartado A.1.2)

x_o = distancia efectiva del pozo al río

T y S = transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero.

El resto del agua procede del almacenamiento del acuífero.

Si t es grande, Q_i tiende a valer Q.

Q_i y V_i están representados gráficamente en la figura 9.83. En Jenkins (1968) pueden encontrarse las tablas para dibujarlas.

La figura 9.84 permite una mayor precisión en la determinación de Q_i/Q para valores próximos a 1. Si la escala de abscisas es de probabilidad normal se obtiene una recta.

Si el borde de recarga no es lineal o existe una conexión hidráulica imperfecta, se debe tomar un valor de x_o efectivo. Si la conexión hidráulica es imperfecta el valor de x_o efectivo depende algo del caudal de bombeo (Walton 1963).

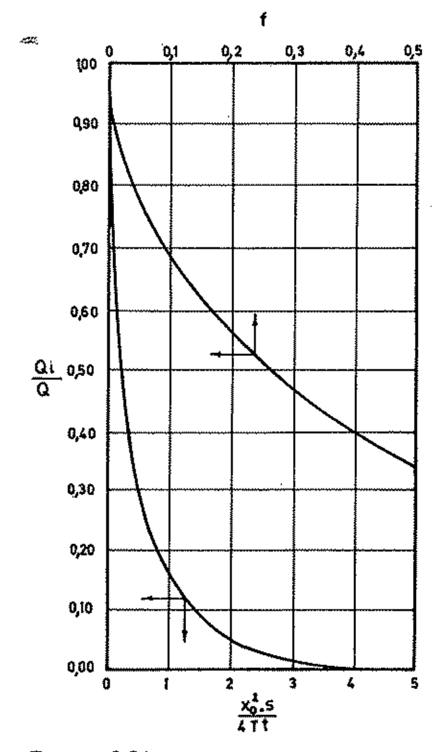


FIGURA 9.84

Ábaco para calcular el porcentaje de agua de un bombeo que se infiltra de un río próximo al pozo.

Q_i = caudal infiltrado; Q = caudal de bombeo;

x_o = distancia al río.

Si el acuífero tiene un borde impermeable paralelo al de recarga el problema puede también resolverse aproximadamente tomando valores convenientes de x_o. Estos valores son iguales a la distancia geométrica si el pozo está próximo a la línea de recarga pero se debe aplicar un coeficiente reductor al irse acercando el pozo al borde impermeable. En la figura 9.85 se representa la red de flujo resultante y en la 9.86 la variación de la distancia efectiva con la situación del pozo en un caso concreto.

Si el agua de recarga tiene una temperatura notablemente diferente de la del acuífero aparecen efectos de cambio en la permeabilidad que afectan a la distancia efectiva al límite[63].

En el caso de un acuífero semiconfinado parte del agua procede del río y parte del acuífero que recarga (se considera que no hay utilización del almacenamiento en el acuitardo) y el resto se toma del propio almacenamiento.

Considerando que se ha alcanzado el régimen estacionario para lo cual debe cumplirse

$$\frac{T\,t}{S\,B} > 1 + \sqrt{1 + \frac{x_o}{S\,B}} \qquad \text{para } B \neq \infty$$

(Hantush, 1964, págs. 385-386, TNO, 1964, pág. 126), el caudal derivado del río es:

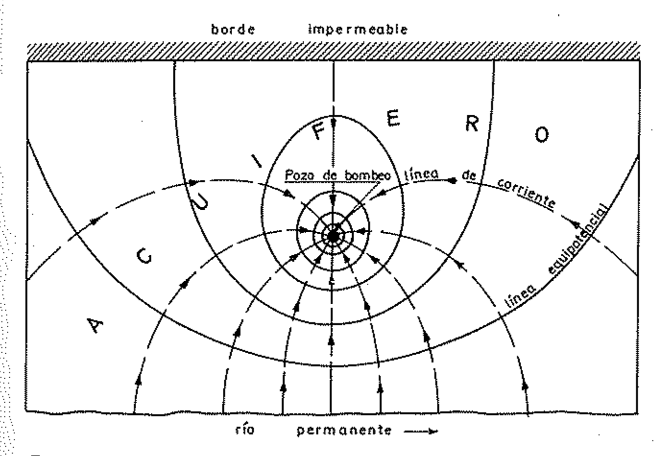


FIGURA 9.85
Líneas de corriente y líneas equipotenciales generadas por un bombeo en una franja acuífera cautiva de gran longitud entre un río de recarga y un borde impermeable. (Ferris y al., 1962).

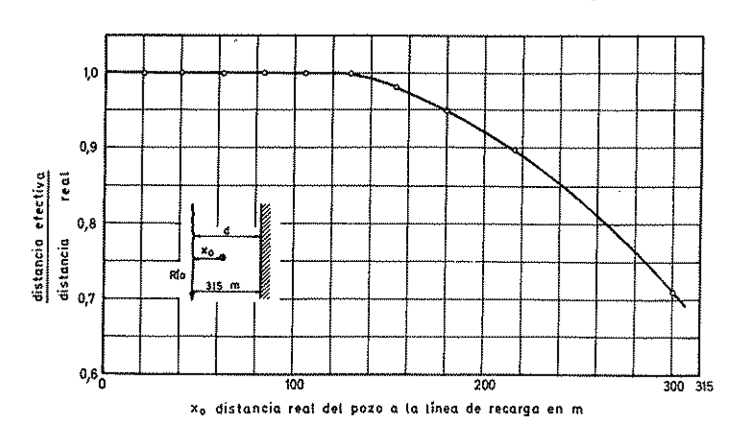


FIGURA 9.86
Variación de la distancia efectiva del pozo a la línea de recarga x_o *debida a la presencia de una barrera impermeable para una anchura de acuífero de 315 m. (Jenkins, 1968 b).*

$$Q_i = Q \cdot e^{-x_o/B}$$

procediendo el resto del agua del acuífero de recarga.

El volumen total de agua tomado del río hasta el tiempo t después de iniciado el bombeo, es:

$$V_i = Q\left(t - \frac{B\,x_o\,S}{2\,T} \cdot e^{-x_o/B}\right)$$

Hasta el instante considerado se ha tomado del almacenamiento en el propio acuífero.

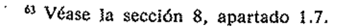
$$V_s = \frac{B^2\,Q\,S}{T}\,(1 - e^{-x_o/B})$$

Del acuífero de recarga procede:

$$V_r = Q \cdot t - V_s - V_i$$

Es importante señalar que una vez parado el pozo, el río sigue infiltrando agua al acuífero, aunque a un ritmo amortiguado[64].

Es posible calcular fácilmente la longitud de río que proporciona una cierta fracción del caudal y deducir la velocidad media de infiltración.


63 Véase la sección 8, apartado 1.7.

64 Varios ejemplos ilustrativos pueden consultarse en Jenkins (1968).

7.12 INFLUENCIA DE LOS LÍMITES EN LOS ENSAYOS DE RECUPERACIÓN

7.12.1 Límite de recarga

Los descensos residuales en un acuífero cautivo próximo a un límite de recarga vendrán dados por:

$$s' = \frac{Q}{4\pi T}\left[W\left(\frac{r^2 S}{4T(t+\tau)}\right) - W\left(\frac{r'^2 S}{4T(t+\tau)}\right) - W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) + W\left(\frac{r'^2 S}{4Tt}\right)\right]$$

en la que τ es la duración del bombeo y t es el tiempo transcurrido desde el cese del mismo.

Si τ es lo suficiente grande como para que se pueda aplicar la aproximación logarítmica de Jacob.

$$W\left(\frac{r^2 S}{4T(t+\tau)}\right) - W\left(\frac{r'^2 S}{4T(t+\tau)}\right) = 2\ln\frac{r'}{r}$$

Para valores de t pequeños es

$$W\left(\frac{r'^2 S}{4Tt}\right) \simeq 0$$

y por lo tanto los descensos residuales serán:

$$s' \simeq \frac{Q}{4\pi T}\left[2\ln\frac{r'}{r} - W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right)\right]$$

y si r es pequeño (punto de observación próximo al pozo)

$$s' \simeq \frac{Q}{4\pi T}\left(2\ln\frac{r'}{r} - \ln\frac{2,25\,Tt}{r^2 S}\right) = \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{S r'^2}{2,25\,Tt} \qquad (9.95)$$

Para valores de t grandes:

$$-W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) + W\left(\frac{r'^2 S}{4Tt}\right) = 2\ln\frac{r}{r'}$$

de modo que $s' = 0$. La recuperación del nivel inicial se alcanza para valores de $(t+\tau)/t > 1$ tal como se dijo en el capítulo 9.6 ya que en este caso existe una recarga.

La curva logarítmica s' — log t definida por la fórmula 9.95 es una recta pendiente:

$$m = \frac{2,3\,Q}{4\pi T}$$

que permite deducir T. Sin embargo no siempre aparece el tramo rectilíneo ya que para ello es preciso que los argumentos de las funciones W sean menores que 0,03.

Si el valor de τ es pequeño puede no haber aparecido el efecto de borde de recarga y entonces la recuperación se realiza como en el acuífero infinito.

En las figuras 9.87 y 9.88 se representan las curvas de bombeo y recuperación para un ensayo de bombeo con dos piezómetros. En la figura 9.87 se aprecia que el tramo rectilíneo extrapolado señala una recuperación para $(t+\tau)/t > 1$. En la figura 9.88 no se desarrolla nigún tramo lineal.

7.12.2 Límite impermeable

Los descensos residuales en acuífero cautivo vendrán dados por:

$$s' = \frac{Q}{4\pi T}\left[W\left(\frac{r^2 S}{4T(t+\tau)}\right) + W\left(\frac{r^2 S}{4T(t+\tau)}\right) - W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) + W\left(\frac{r'^2 S}{4Tt}\right)\right]$$

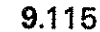
en la que τ es la duración del bombeo y t es el tiempo transcurrido desde el cese del mismo.

Si τ es lo suficientemente grande como para que sea válida la aproximación logarítmica para el pozo real y el pozo imagen.

$$W\left(\frac{r^2 S}{4T(t+\tau)}\right) + W\left(\frac{r'^2 S}{4T(t+\tau)}\right) = 2\ln\frac{2,25\,T(t+\tau)}{r r' S}$$

Para valores de t pequeños es:

$$W\left(\frac{r'^2 S}{4Tt}\right) \simeq 0$$



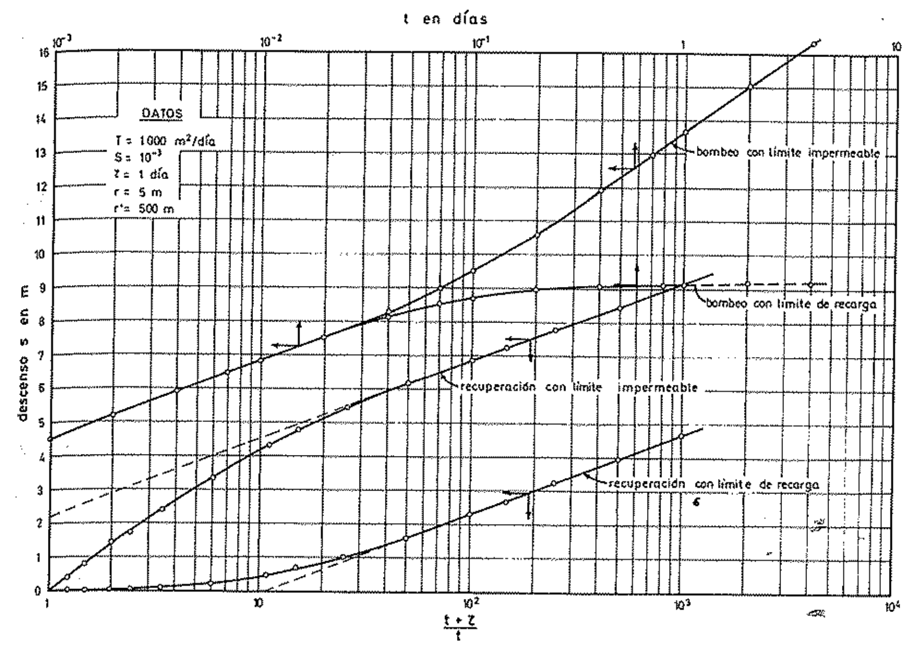


FIGURA 9.87

Bombeo y recuperación en un acuífero para un piezómetro próximo al pozo; a) con borde impermeable, b) con borde de recarga.

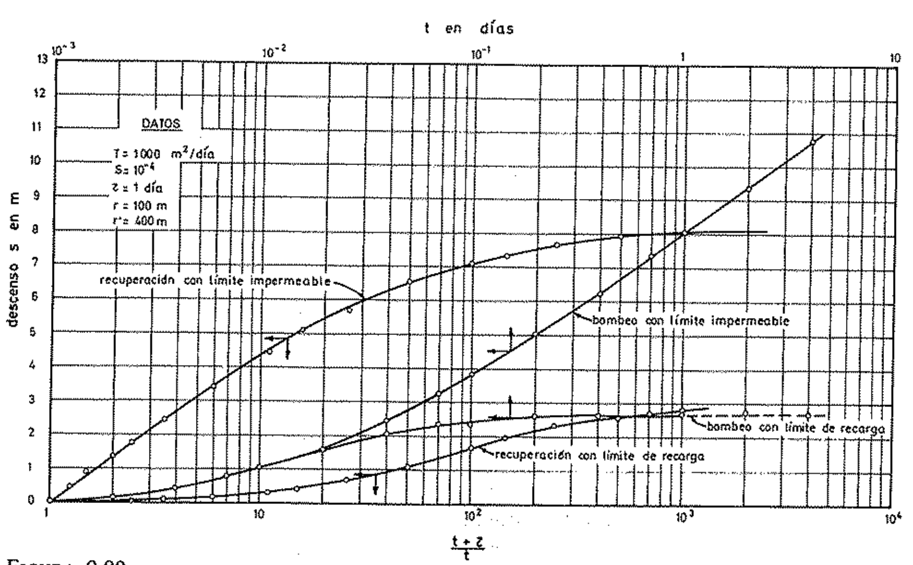


FIGURA 9.88

Bombeo y recuperación en un acuífero para un piezómetro alejado del pozo próximo al borde; a) con un borde impermeable, b) con un borde de recarga.

y por lo tanto:

$$s' \simeq \frac{Q}{4 \pi T} \left[2 \ln \frac{2{,}25\, T\, (t + \tau)}{r\, r'\, S} - W \left(\frac{r^2 S}{4\, T\, t} \right) \right]$$

y si r es pequeño (puntos de observación próximos al pozo)

$$s' \simeq \frac{Q}{4 \pi T} \ln \left(\frac{2{,}25\, T}{r'^2 S} \; \frac{(t + \tau)^2}{t} \right)$$

de modo que representando s' en función de $(t + \tau)/t$ en papel semilogarítmico, se tiene una porción rectilínea ya que al haberse admitido que $t \ll \tau$ es:

$$\frac{(t + \tau)^2}{t} \approx \tau \frac{t + \tau}{t}$$

$$\log \frac{(t + \tau)^2}{t} \approx \text{cte} + \log \frac{t + \tau}{t}$$

La pendiente de este tramo es

$$\frac{2{,}3\, Q}{4 \pi T}$$

Para valores de t grandes:

$$- W \left(\frac{r^2 S}{4\, T\, t} \right) + W \left(\frac{r'^2 S}{4\, T\, t} \right) = -2 \ln \frac{2{,}25\, T\, t}{r\, r'\, S}$$

$$s' = \frac{Q}{2 \pi T} \ln \frac{t + \tau}{t}$$

de modo que representando $s - \log [(t + \tau)/t]$ se tiene una recta de pendiente:

$$\frac{2{,}3\, Q}{2 \pi T}$$

de valor doble que la que se obtendría en acuífero infinito y doble del primer tramo rectilíneo, si éste aparece. Si no se tiene en cuenta el efecto del borde se calcula una transmisividad cuyo valor es la mitad del valor real. Para $(t + \tau)/t = 1$; $s' = 0$ o sea que esta recta pasa también por el mismo punto origen que la que se obtendría en un ensayo en acuífero infinito pero en cambio la figura recta corta al eje de ordenadas en un punto de valor $s' > 0$ como corresponde al caso 5 de la figura 9.54.

En las figuras 9.87 y 9.88 se representan las curvas de bombeo y recuperación para un ensayo de bombeo con dos piezómetros.

En la figura 9.87 se muestra la aparición de dos tramos lineales, mientras que en la figura 9.88 sólo aparece el tramo lineal final.

7.13 POZO EN EL CENTRO DE UN RECINTO CIRCULAR CON LÍMITES IMPERMEABLES

En ocasiones un pozo está situado en un acuífero de pequeña extensión, tal como se dibujó en la figura 9.67. Conforme va transcurriendo el tiempo de bombeo, el descenso es más rápido hasta que, en ausencia de recarga, y para acuífero cautivo, el perfil de descensos alcanza una forma determinada estable y en cada punto el nivel piezométrico desciende a una velocidad real v^* constante que vale:

$$v^* = \frac{Q}{A \cdot m}$$

siendo Q el caudal bombeado, A el área del acuífero y m la porosidad, igual a la de vaciado de un depósito.

En ausencia de recarga no puede establecerse nunca un régimen permanente y el acuífero acabará vaciándose. En presencia de recarga, el régimen permanente sólo puede lograrse si ésta es igual al caudal de bombeo.

Para un acuífero cautivo de transmisividad T en el centro de un acuífero circular de radio R con límites impermeables se cumple que (Collins, 1961, páginas 120-122):

$$s_p = \frac{Q}{\pi T (\rho^2 - 1)} \left[\frac{1}{4} + \frac{T\, t}{S \cdot r_p^2} \right] +$$

$$+ \frac{Q}{2 \pi T} \left[\frac{3 \rho^4 - 4 \rho^4 \ln \rho - \rho^2 - 1}{4 (\rho^2 - 1)^2} + \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_1^2 (\beta_i \rho) \exp \left(-\beta_i^2 \frac{T\, t}{S \cdot r_p^2} \right)}{\beta_i^2 \left[J_1^2 (\beta_i \rho) - J_1^2 (\beta_i) \right]} \right]$$

en la que los valores β_i son las soluciones de la ecuación

$$J_1(\beta_i \rho) \cdot Y_1(\beta_i) - J_1(\beta_i) \cdot Y_1(\beta_i \rho) = 0$$

siendo

$$\rho = \frac{R}{r_p}$$

Para valores de t grandes s_p varía linealmente con el tiempo. En la figura 9.89 se muestran las curvas s – log t en unidades adimensionales tomando ρ como parámetro.

Para $\rho = \infty$ ($R = \infty$) la solución se convierte en la ecuación de Theis (9.7).

En la recuperación no se vuelve al nivel inicial; por el contrario se tiene un descenso permanente que vale

$$\Delta s = \frac{Q \cdot \tau}{A \cdot S}$$

siendo τ el tiempo de bombeo. El estudio de la recuperación conducirá a una recta similar a la 5 de la figura 9.54, posiblemente con un desplazamiento aún más exagerado si el bombeo ha sido largo y el acuífero es de pequeñas dimensiones.

En un acuífero semiconfinado circular con límites impermeables y con un pozo en el centro, se cumple que el descenso de equilibrio en un punto de observación es (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 404):

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\left[K_o\left(\frac{r}{B}\right) + I_o\left(\frac{r}{B}\right) \cdot \frac{K_1\left(\frac{R}{B}\right)}{I_1\left(\frac{R}{B}\right)}\right]$$

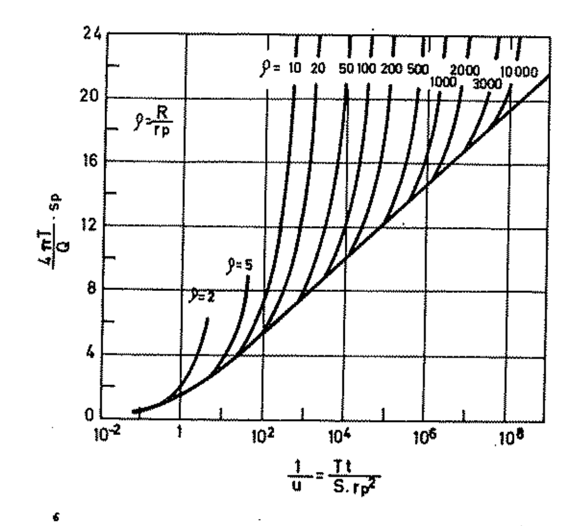


FIGURA 9.89

Función de descensos en un pozo en el centro de un acuífero cautivo circular con límites impermeables. (Modificado de Hurr y Everdinguen, en Collins, 1961).

En este caso puede llegarse a un verdadero régimen permanente cuando los descensos son lo suficientemente elevados como para conseguir que el goteo iguale al caudal extraído; es preciso que el acuífero que recarga sea capaz de aportar el caudal necesario sin modificar su nivel.

Capítulo 9.8

Efectos de drenaje diferido y problemas asociados a los acuíferos libres

8.1 INTRODUCCIÓN

Los acuíferos libres dan origen a problemas de hidráulica subterránea difíciles de analizar, tal como ya se expuso en el capítulo 8.4 (apartado 4.7) y en el apartado 2.6 del capítulo 9.2, aunque las aproximaciones de Dupuit-Forchheimer permiten llegar a soluciones técnicamente aceptables para régimen permanente.

La mayor complicación del problema se presenta para el régimen variable ya que:

a) el vaciado de los poros del terreno no es instantáneo y se produce un efecto de drenaje diferido

b) la transmisividad en cada punto varía con el tiempo

c) el dominio de flujo varía con el tiempo ya que el límite superior está constituido por la superficie freática; las líneas de corriente nacen en la superficie freática mientras el régimen es variable.

Puede realizarse el análisis de cada uno de estos fenómenos por separado, pero no existe una teoría satisfactoria para el tratamiento conjunto. En muchos casos prácticos el fenómeno más interesante, en especial para el estudio de ensayos de bombeo, es el de drenaje diferido, que será el que se estudiará con mayor detalle y desde un punto de vista de aplicación.

Existen modelos matemáticos de diferencias finitas y de elementos finitos que permiten obtener soluciones más aproximadas, teniendo en cuenta los tres fenómenos enunciados.

En todo el presente capítulo se supondrá que los pozos de bombeo son completos, que el acuífero no tiene flujo natural, que su base es horizontal, que el acuífero puede suponerse de gran extensión y que el pozo considerado es el único existente. Si no es así, se puede aplicar la teoría de la superposición y de las imágenes (caps. 9.5 y 9.7) o las correcciones por pozo incompleto y/o acuífero con flujo natural que se verán en capítulos siguientes (9.9 y 9.12).

No se considerará el efecto de variación de la transmisividad, efecto que puede compensarse mediante la corrección de Jacob (ver apartado 2.6.3), la cual es cierta para régimen permanente y aceptable para régimen variable si es

$$\frac{s}{H_o} \leq 0,25$$

8.2 EFECTOS DEL DRENAJE DIFERIDO EN ACUÍFEROS LIBRES

Una de las hipótesis básicas para la deducción de la fórmula de Theis es que siendo el coeficiente de almacenamiento constante, el agua es liberada del almacenamiento simultáneamente a la variación de nivel del agua.

En acuíferos libres el agua tomada del almacenamiento es liberada mediante tres fenómenos:

a) Compactación del acuífero.

b) Expansión del agua.

c) Drenaje gravitacional de los poros.

El fenómeno *c)* produce la mayor parte de la aportación pero el drenaje por gravedad es lento, tanto más cuando más estratificado esté el acuífero y más fina sea la granulometría del mismo. Como no se cumple uno de los supuestos básicos de la fórmula de Theis, su aplicación a acuíferos libres puede dar origen a errores si no se toman las debidas precauciones. En acuíferos cautivos el drenaje diferido puede aparecer a consecuencia de la presencia de niveles poco permeables o a deficiencias en la conexión hidráulica entre

diversas partes del acuífero y aquellas en que se realiza el bombeo. Este fenómeno es a veces importante en acuíferos fracturados (Custodio, 1974). En general su efecto es poco importante.

La curva de descensos-tiempos muestra tres fases bien diferenciadas (Walton, 1960) (fig. 9.90):

Primer tramo. El acuífero reacciona como si fuese cautivo, con el valor de S correspondiente a la compresibilidad del agua y al módulo de elasticidad del acuífero. Este primer tramo apenas dura unos escasos minutos y a veces aún menos. Teóricamente es posible calcular T con los puntos de este primer tramo aplicando el método de coincidencia de curvas de Theis. El valor de S obtenido no tiene valor para predecir descensos futuros. En la práctica el método es difícilmente aplicable por tenerse que utilizar los primeros puntos experimentales para los que no se tiene garantías de estabilización del caudal de la bomba. Además para piezómetros alejados, los descensos son muy pequeños y es difícil medirlos con precisión. Si el acuífero es heterogéneo se tienen nuevas causas de error a consecuencia de los reajustes de nivel entre los diversos subacuíferos.

Segundo tramo. El aporte diferido de agua por drenaje gravitacional empieza a aparecer y el ritmo de descenso decrece al igual que sucedería con una recarga. Este segundo tramo no puede ajustarse a la curva de Theis en papel doble logarítmico. El efecto aparente es que el coeficiente de almacenamiento varía con el tiempo, haciéndose cada vez mayor. Si se forzase el ajuste a una curva de Theis se obtendrían valores de T muy exagerados.

Tercer tramo. El acuífero evoluciona de acuerdo con la fórmula de Theis (si el descenso provocado es pequeño en comparación con el espesor saturado) coincidiendo el coeficiente de almacenamiento con la porosidad eficaz. Los valores de T y S deducidos mediante el análisis en este tramo son en principio válidos para la predicción de niveles futuros. Este tercer tramo puede iniciarse tras los primeros minutos del bombeo, o bien puede tardar varios días en aparecer si el acuífero es de granulometría fina cerca del nivel freático y/o muy heterogéneo. En este tramo, el de aporte de agua de drenaje diferido del acuífero queda compensado por aquel agua que no se ha liberado instantáneamente del almacenamiento.

Los estudios de Boulton (1954 b) suponen que el drenaje diferido se realiza de acuerdo con una fórmula exponencial. Así, el ritmo de cesión de agua diferida en el tiempo t por unidad de superficie, debido a un incremento de descenso δs en el tiempo τ ($\tau < t$) es:

$$\delta s \cdot \alpha \cdot S' \exp\left[-\alpha (t - \tau)\right]$$

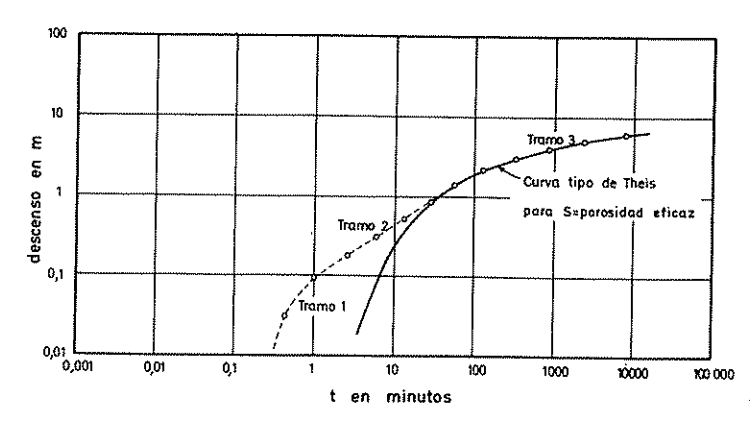


FIGURA 9.90
Bombeo en un acuífero con drenaje diferido.

siendo α una constante empírica de dimensiones de $(\text{tiempo})^{-1}$ y S′ el agua que ha quedado en forma diferida por unidad de área y unidad de descenso.

El volumen de agua total cedido por unidad de superficie y por unidad de descenso es S′ y por lo tanto:

$$\int_{\tau}^{\infty} \alpha S' \quad \exp\left[-\alpha (t - \tau)\right] dt = S'$$

como debía suceder.

La ecuación final que define el movimiento del agua subterránea hacia el pozo debe considerar el aporte del agua diferida en tiempos anteriores τ. Así es:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\alpha S'}{T}\int_0^t \frac{\partial s}{\partial \tau} \cdot \exp\left[-\alpha (t - \tau)\right] d\tau \qquad (9.96)$$

S es el coeficiente de almacenamiento elástico del acuífero es decir, el que tendría si fuese confinado. Según Boulton esta fórmula es aplicable a:

1) acuífero libre con drenaje diferido.

2) acuífero confinado con un nivel superior menos permeable no directamente afectado por el pozo (semiconfinamiento con utilización de almacenamiento).

3) acuífero confinado con intercalación de niveles menos permeables y compresibles.

La resolución de la ecuación anterior para un acuí-

fero de gran extensión, conduce a (Boulton, 1963; Prickett, 1965; Walton, 1970, págs. 153-157):

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\int_0^\infty \frac{2}{\omega}\cdot$$

$$\cdot\left[1 - e^{-\mu_1}\left(\mathrm{Ch}\ \mu_2 + \frac{\alpha\cdot t\cdot\eta\,(1-\omega^2)}{2\,\mu_2}\mathrm{Sh}\ \mu_2\right)\right]$$

$$J_o\left(\frac{r}{\nu D}\,\omega\right)\cdot d\,\omega$$

en la que:

ω = variable de integración

$$\mu_1 = \frac{1}{2}\,\alpha\cdot t\cdot\eta\,(1-\omega^2)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{2}\,\alpha\, t\,\sqrt{\eta^2\,(1+\omega^2)^2 - 4\,\eta\,\omega^2}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{S}{S+S'}} = \sqrt{\frac{\eta-1}{\eta}}$$

siendo

$$\eta = \frac{S+S'}{S}$$

$$D = \sqrt{\frac{T}{\alpha\, S'}}$$

Las hipótesis básicas admitidas son:

a) acuífero de extensión infinita y espesor constante.

b) acuífero homogéneo e isótropo.

c) pozo de radio muy pequeño y totalmente penetrante.

d) acuífero libre sobre una base horizontal impermeable.

e) el descenso es muy pequeño en comparación con el espesor saturado.

Para valores de $S' > 100\ S$ la complicada solución anterior se convierte en (Prickett 1965).

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\,W\,(u, r/D) \qquad (9.98)$$

de la misma forma que la ecuación de Hantush para el acuífero semiconfinado, válida para tiempos cortos (primer tramo) con:

$$u = \frac{r^2\,S}{4\,T\,t} \quad y \quad D = \infty$$

y para tiempos largos (tercer tramo) con:

$$u = \frac{r^2\,S'}{4\,T\,t} \quad y \quad D = \sqrt{\frac{T}{\alpha\, S'}}$$

siendo α una constante. Al valor $1/\alpha$ se le llama índice de retraso y se suele medir en días. En la figura 9.91 se da su valor en función del tipo de material en que se produce la variación de nivel.

Para tiempos intermedios la función degenera aproximadamente en $W\,(u, r/D) = 2\,K_o\,(r/D)$, similar a una función de acuífero semiconfinado en régimen permanente.

En la figura 9.92 y en el gráfico 9.4 se representan curvas tipo en función del parámetro r/D. Estas curvas tipo tienen dos escalas de u; las curvas A tienen la escala de 1/u superior y las curvas B la escala 1/u' inferior.

El decalaje entre las dos escalas 1/u y 1/u' depende de S'/S. Así pues según las condiciones del acuífero, las curvas A y B pueden estar más o menos alejadas, siendo variable la longitud de las curvas en lo que se definió previamente como tramo segundo. Estas curvas de unión son aproximadamente rectas y para valores de S'/S grande (> 100), son casi horizontales. Una vez establecida la separación de las curvas se pueden trazar aproximadamente como rectas tangentes a las correspondientes curvas A y B.

Si $\alpha \to 0$ (índice de retraso muy elevado), la ecuación de Boulton degenera en

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\,W\,(u)$$

que es la ecuación de Theis para el acuífero cautivo.

Si $\alpha \to \infty$ (índice de retraso muy pequeño) la ecuación de Boulton degenera en:

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\,W\,(u')$$

que es la ecuación de Theis para el acuífero libre sin drenaje diferido.

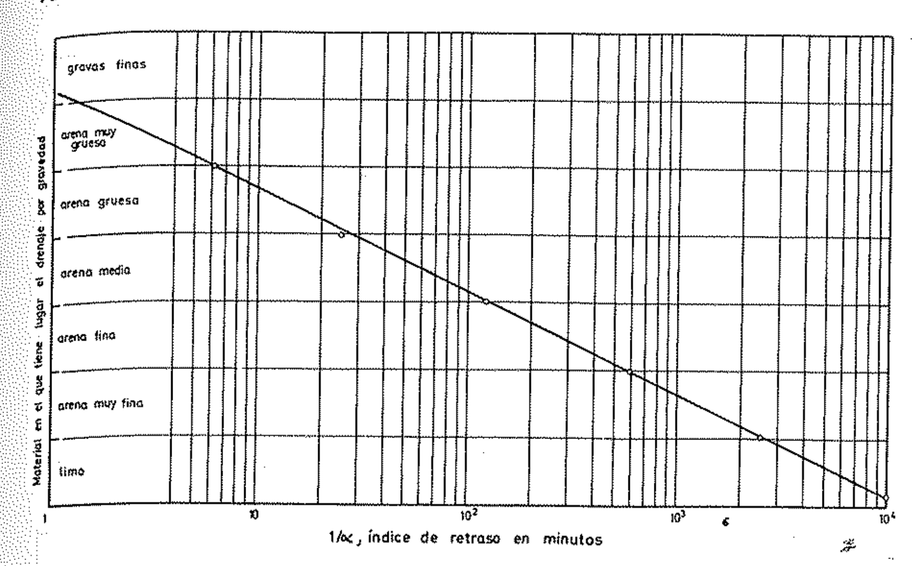


FIGURA 9.91
Determinación del índice de retraso en función del material que es drenado. (Según Prickett, 1965).

A continuación se expone el modo práctico de analizar las curvas de descensos-tiempos.

a) Dibujar log s — log t con los datos experimentales.

b) Aplicar el método de coincidencia de curvas a las curvas A tratando de ajustar a ellas los datos de bombeo.

c) Tomar nota del valor r/D de la curva A seleccionada.

d) Determinar las coordenadas de un punto de coincidencia (s), (W), (1/u), (t).

e) $$T = \frac{Q \cdot (W)}{4\pi (s)} = 0{,}183\, Q \frac{(W)}{(s)}$$

f) $$S = \frac{4\,T\,(s)}{r^2 \cdot (1/u)}$$

g) Desplazar los papeles paralelamente al eje de abscisas hasta superponer los puntos experimentales a la curva B del mismo valor de r/D. Determinar las coordenadas de un punto de coincidencia.

[(s)] [(W)] [(1/u′)] [(t)]

h) $$T_1 = \frac{Q \cdot [(W)]}{4\pi\, [(s)]} = 0{,}183\, Q \frac{[(W)]}{[(s)]}$$

i) $$S' = \frac{4\,T\,[(t)]}{r^2\, [(1/u')]}$$

j) Comprobar que $T_1 \simeq T$. Si no es así el método no está correctamente aplicado o bien el modelo teórico no es adecuado al problema real.

k) $$(r/D) = r\sqrt{\frac{\alpha S'}{T}} \quad \text{de donde} \quad \alpha = (r/D)^2 \frac{T}{S' r^2}$$

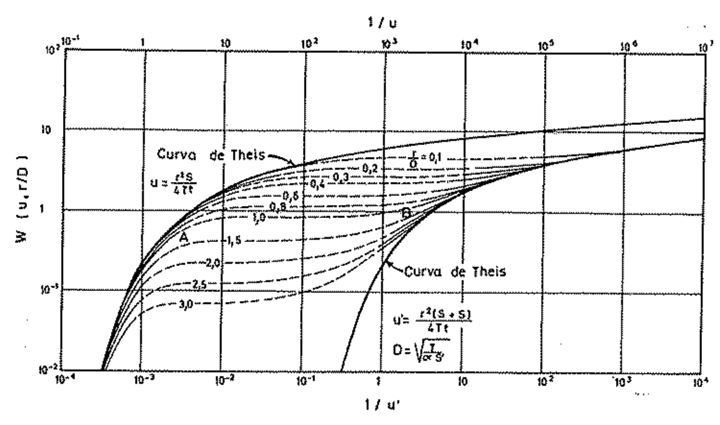


FIGURA 9.92
Curvas tipo para bombeo en acuífero con drenaje diferido. (Prickett, 1965).

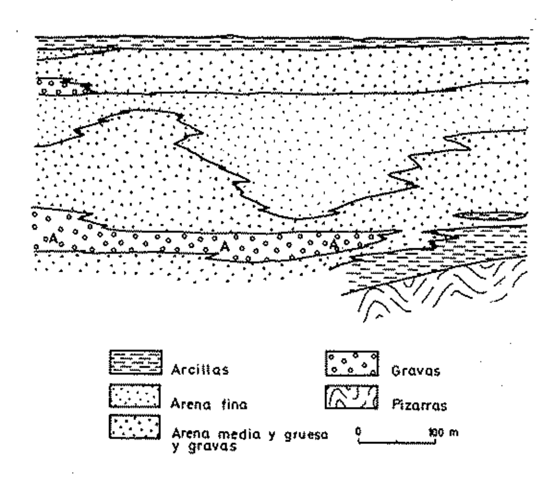


FIGURA 9.93
Perfil geológico del ensayo de bombeo del ejemplo 1. A = acuífero principal.

En la realidad la parte A de las curvas se obtienen pocas veces y es preciso conformarse con el análisis de las curvas B, si el bombeo ha sido suficientemente largo; en caso contrario es casi imposible realizar una valoración aceptable.

Si los descensos son importantes en relación al espesor saturado conviene efectuar previamente la operación de restar a los descensos experimentales el valor $s^2/(2\,H)$ (corrección de Jacob, ver apartado 2.6.3).

Los valores de S′ y α obtenidos son válidos solamente para la parte de acuífero drenada y por lo tanto no representan valores medios de todo el espesor saturado. Si el acuífero es semilibre, el valor α representa una propiedad del acuitardo inferior.

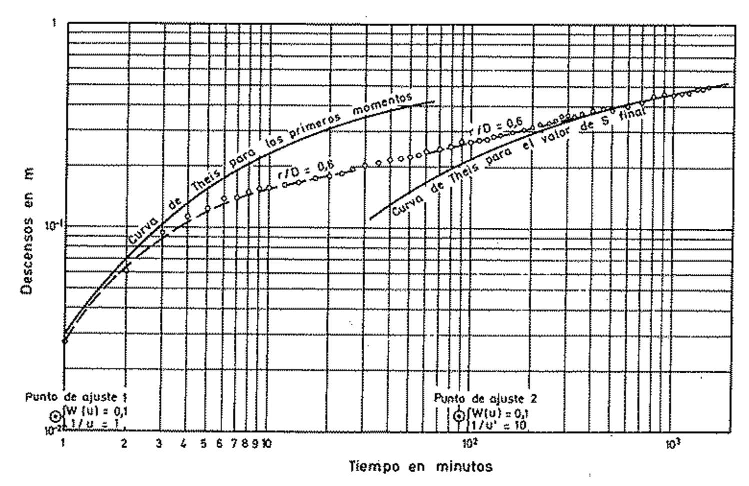


FIGURA 9.94
Ensayo de bombeo en un acuífero con drenaje diferido. Ejemplo 1. El perfil geológico correspondiente es el de la figura 9.93.

TABLA 9.7 *Tabla de descensos de un bombeo a caudal constante, medidos en un piezómetro en un acuífero libre con drenaje diferido. Corresponde al ejemplo 1.*

Tiempo (min)	Descenso (cm)	Tiempo (min)	Descenso (cm)
1	2,7	120	27,5
2	6,0	130	28,5
3	9,5	140	29
4	11,5	160	30
5	12,5	180	30,5
6	14	200	31
7	14	220	31,5
8	15	240	31,5
9	15,5	260	32
10	15,5	280	33
12	16	300	33
14	16,5	325	33
17	17,5	350	33,5
20	18	375	33,5
23	18,5	400	34
26	19,5	450	34,5
30	20,5	500	34
35	21	600	35
40	21,5	700	36
45	22	800	37,5
50	22,5	900	38
55	23	1000	38
60	24	1100	38,5
70	24,5	1200	38,5
80	25,5	1300	39,5
90	27	1400	39,5
100	27	1440	40
110	27,5		

Ejemplo 1

Se ha realizado un ensayo de bombeo en un acuífero aluvial cuyo perfil geológico viene dado por la figura A.9.93 y cuyo espesor saturado inicial es de 30 m. El pozo está ranurado en las gravas inferiores así como el piezómetro de observación, situado a 60 m del pozo. El bombeo se ha realizado a un caudal de 225 m³/hora. En la tabla 9.7 se

dan los valores de los descensos observados en el piezómetro. Valorar el ensayo de bombeo (datos tomados de Prickett 1965). Los valores de s están ya corregidos por oscilaciones de nivel en el acuífero y por disminución de espesor saturado.

En la figura 9.94 se ha dibujado el gráfico log s — log t. El punto de correspondencia 1 representa el ajuste de los primeros momentos del bombeo con las curvas del gráfico. Se obtiene el grupo de valores:

(W) = 0,1 ; (s) = 0,012 m ; (1/u) = 1 ; (t) = 0,9 min
(r/D) = 0,6

Con estos valores se tiene:

$$T = \frac{Q}{4\pi (s)} (W) = \frac{225 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día}}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}012 \text{ m}} 0{,}1 =$$

$$= 3580 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4\,T\,(t)}{r^2\,(1/u)} = \frac{4 \cdot 3580 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 0{,}9 \text{ min}}{1440 \text{ min/día} \cdot 60^2 \text{ m}^2 \cdot 1} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$$

Ajustando la misma curva r/D = 0,6 al tramo final de la curva se tiene:

[(W)] = 0,1 ; [(s)] = 0,012 m ; [(1/u')] = 10
[(t)] = 90 min

Con estos valores se tiene:

$$T = \frac{225 \cdot 24}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}012} 0{,}1 = 3580 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S' = \frac{4\,T\,[(t)]}{r^2\,[(1/u')]} = \frac{4 \cdot 3580 \cdot 90}{1440 \cdot 60^2 \cdot 10} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$$

$$\alpha = \frac{(r/D)^2\,[(1/u')]}{4\,[(t)]} = \frac{0{,}6^2 \cdot 10}{4 \cdot 90} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

Índice de retraso 1/α = 100 min = 0,069 días.

Ejemplo 2

Se ha realizado un ensayo de bombeo en un acuífero libre en el que se supone que el efecto de drenaje diferido es importante. Los perfiles del pozo y del piezómetro situado a 6,7 m de distancia se representan en la figura 9.95. El bombeo duró 24 horas y se realizó a un caudal constante de 69 l/seg. Determinar las características de los acuíferos si se midieron los descensos de la tabla 9.8 en el piezómetro de observación tomados de Walton, 1962, pág. 35). Los descensos están corregidos por tendencia de niveles, por penetración parcial y por disminución de espesor saturado, de acuerdo con la figura 9.95.

TABLA 9.8 *Tabla de descensos de un bombeo a caudal constante, medidos en un piezómetro en un acuífero libre con drenaje diferido. Valores correspondientes al ejemplo 2 del capítulo 8*

Tiempo (min)	Descenso corregido (cm)	Descenso medido (m)
1	0,45	0,52
2	0,455	0,53
3	0,46	0,535
4	0,46	0,545
5	0,465	0,54
6	0,47	0,54
7	0,47	0,545
8	0,475	0,55
9	0,48	0,55
10	0,485	0,555
11	0,49	0,565
12	0,495	0,565
15	0,50	0,575
20	0,515	0,59
25	0,525	0,60
30	0,535	0,61
40	0,545	0,62
50	0,56	0,635
60	0,565	0,645
90	0,59	0,665
120	0,61	0,685
150	0,63	0,71
180	0,65	0,73
210	0,665	0,75
243	0,68	0,765
276	0,695	0,78
341	0,725	0,815
567	0,79	0,88
667	0,79	0,88
817	0,81	0,905
1147	0,89	0,985

En la propia figura 9.95 se ha dibujado la curva de descensos tiempos log s — log t obteniéndose en el punto de ajuste para el tramo final:

(W) = 1 ; (s) = 0,12 m ; (1/u) = 10 ; (t) = 3,5 min

$$T = \frac{Q}{4\pi (s)} (W) = \frac{69 \cdot 86{,}4 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}12 \text{ m}} \cdot 1 = 3950 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4\,T\,(t)}{r^2\,(1/u)} = \frac{4 \cdot 3950 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 3{,}5 \text{ min}}{6{,}7^2 \text{ m}^2 \cdot 10 \cdot 1440 \text{ min/día}} = 0{,}086$$

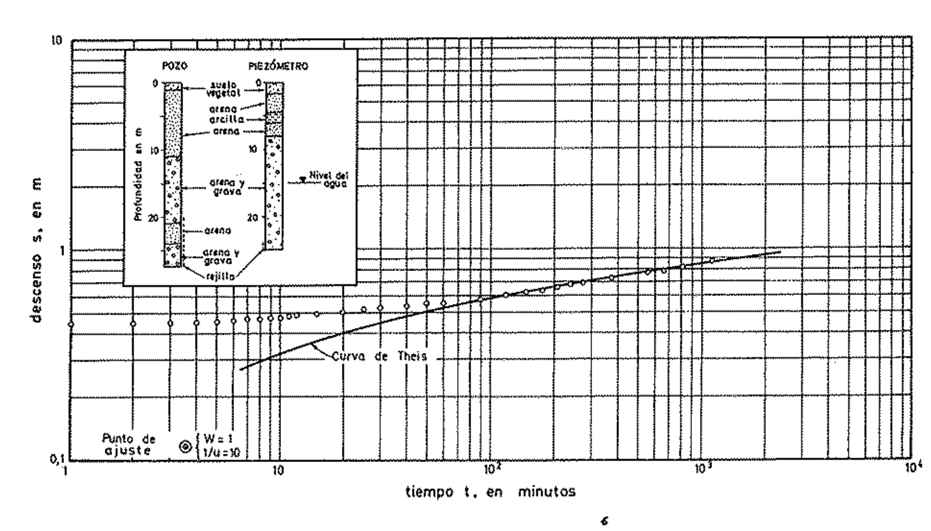


FIGURA 9.95
Datos y curvas de descensos-tiempos del ejemplo 2.

En este caso no puede aplicarse el método completo puesto que falta el primer tramo. El segundo tramo tiene como parámetro r/D = 0,15

$$\alpha = \frac{0{,}15^2 \cdot 10}{4 \cdot 3{,}5} = 0{,}0161 \ \text{min}^{-1}$$

$1/\alpha = 62$ min $= 0{,}043$ días

El drenaje diferido se puede identificar en los gráficos log s — log t por la evolución casi horizontal del segundo tramo, seguido de la nueva inclinación del tercer tramo; un análisis superficial del problema podría indicar la presencia de una barrera, pero es fácil ver que el segundo tramo da valores de T demasiado altos en relación con el tercer tramo.

En ensayos de corta duración en relación con el valor

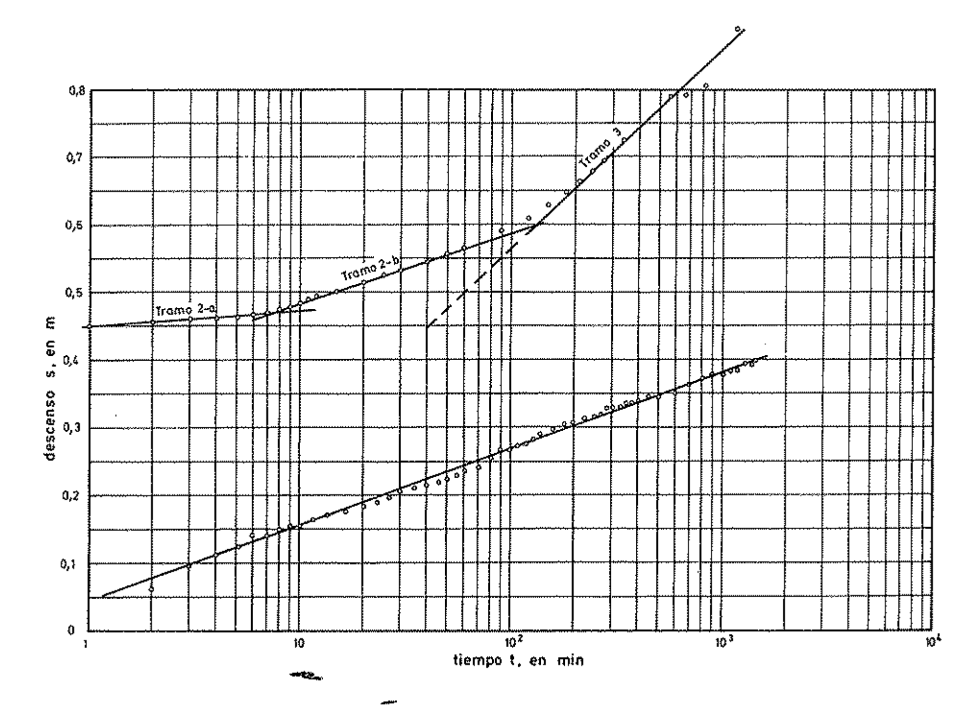


FIGURA 9.96
Curva de descensos-tiempos de los ejemplos 1 y 2.

de α es posible que el tercer tramo no llegue a aparecer y entonces puede pensarse en un efecto de semiconfinamiento. No obstante un análisis cuidadoso de los datos puede ayudar a un correcto discernimiento.

Si los datos de descensos se representan en función del logaritmo del tiempo (gráfico s — log t) se puede llegar a situaciones como la representada en la figura 9.96 con los datos de los ejemplos 1 y 2. Para el ejemplo 1 se obtiene una única recta de la que se deducen los valores:

$$T = 9000\ m^2 \quad ; \quad S = 1,48 \cdot 10^{-3}$$

valores que son erróneos y muy diferentes de los deducidos ($T = 3560\ m^2$/día y $S = 0,03$).

Para el ejemplo 2 se obtienen tres tramos rectilíneos, los dos primeros correspondientes al tramo 2 (parte central y final del mismo) y el tercero a la posición del tercer tramo para la que es válida la aproximación logarítmica de Jacob.

Para el tercer tramo $T = 3760\ m^2$/día; $S = 0,15$ similares a los deducidos ($T = 3580\ m^2$/día; $S = 0,085$).

Para los otros tramos se obtendría:

Tramo 2-b: $T = 10\,400\ m^2$/día; $S = 9 \cdot 10^{-4}$
Tramo 2-a: $T = 43\,000\ m^2$/día; $S = 1,5 \cdot 10^{-28}$

Puede verse que el tramo 2-a da valores excesivamente elevados de T y muy bajos de S y el tramo 2-b conduce a valores absurdos.

El efecto del drenaje diferido, analizado por tramos con un modelo de acuífero cautivo o libre con drenaje instantáneo, aparece como un ensayo de coeficiente de almacenamiento, S, creciente.

La aparente variación de S con el tiempo de bombeo puede determinarse trazando a diferentes tiempos los perfiles de descensos del nivel freático y calculando el volumen del cono de descensos. Sin embargo, los valores obtenidos dan el valor medio de S durante todo el tiempo de bombeo, ya que se reparte el volumen medido en un cierto momento entre el tiempo transcurrido hasta esa determinación. La estabilización real de S puede haberse producido mucho antes que lo que se desprende de los cálculos indicados. El método más directo de medir las variaciones aparentes de S es determinando las variaciones en el perfil vertical del terreno en varios puntos mediante una sonda de neutrones.

Los ensayos de recuperación se pueden valorar tal como se expuso en el capítulo 9.6. En el ascenso del nivel freático, los poros que se habían vaciado, se deben llenar de nuevo; su llenado es casi instantáneo si el aire en ellos contenido puede ser expulsado con rapidez, pero existe un retraso si el aire tiene dificultades en su movimiento. Por eso la recuperación puede ser diferente del bombeo, pues puede existir una variación en el valor de S (Lohr, 1969 b). No se consideran los efectos capilares (ver capítulo 8.8).

Según Boulton (1954) el tramo tercero, o sea aquellos puntos que siguen a la ley de Theis con un valor del coeficiente de almacenamiento igual a la porosidad eficaz S′, se inicia para:

$$t_e = 4,55 \frac{S' \cdot H_o}{k} \quad \text{si} \quad 0,2\, H_o < r < 5 \cdot H_o \qquad (9.99)$$

siendo

S' = porosidad eficaz
H_o = espesor saturado
k = permeabilidad del acuífero.

Para puntos de observación más alejados, t_e es algo mayor de lo calculado; t_e es tanto menor cuanto menos potente sea el acuífero y cuanto mayor sea su permeabilidad.

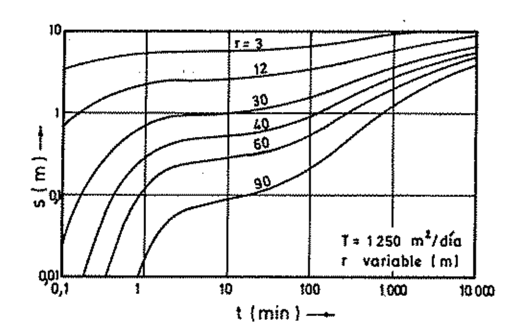
En la figura 9.97 se muestra el efecto de r y T en la forma de las curvas de descensos-tiempos. Para valores de r pequeños apenas aparece el primer tramo y el segundo resulta muy poco pendiente. Para valores de T grandes sucede algo similar si se compara con el primer tramo, el segundo tramo parece reflejar una recarga o un incremento de transmisividad o un efecto de penetración parcial. El tercer tramo, si se compara con el segundo parece reflejar una barrera impermeable o una disminución de transmisividad. Si el acuífero es muy rígido (S muy pequeño) el primer tramo casi no aparece. Si S′ es grande, aparece bien marcada una plataforma, y si S′ es pequeño, la curva sólo sufre un pequeño cambio de curvatura.

8.3 EFECTO DEL DESCENSO DE LA SUPERFICIE FREÁTICA

La ecuación general del movimiento del agua hacia un pozo en un acuífero de gran extensión es:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{k \cdot H}\frac{\partial h}{\partial t}$$

en la que h es el nivel piezométrico en cada punto (diferente del espesor saturado H), r es la distancia radial,



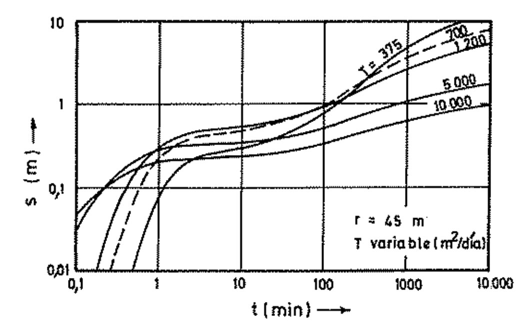


FIGURA 9.97

Influencia de la distancia y la transmisividad en la forma de las curvas descensos-tiempos con drenaje diferido. (Prickett, 1965). Datos básicos: $Q = 450\ m^3/h$; $1/\alpha = 10$ min; $S = 0{,}001$; $S' = 0{,}1$.

z la altura sobre la base horizontal, S el coeficiente de almacenamiento elástico ($S \ll m$, porosidad eficaz supuesta constante), k la permeabilidad y t el tiempo.

Para la superficie freática $H(r, t)$ se cumple (Hantush, 1964, pág. 364):

$$\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2 - \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{m}{k} \frac{\partial H}{\partial t}$$

y para $H_o - H_p < 0{,}5\ H_o$

$$-\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{m}{k} \frac{\partial H}{\partial t}$$

o sea que toda la generación de agua es por descenso de nivel, lo cual es lógico puesto que $m \gg S$ (fig. 9.98). H_o es el espesor saturado inicial y H_p el espesor saturado en el pozo. Para un pozo completo y piezómetros abiertos cerca de la superficie libre se tiene (Boulton, 1954):

$$s = H_o - H = \frac{Q}{2\pi k H_o} V \left(\frac{k t}{m H_o}, \frac{r}{H_o}\right) \quad (9.100)$$

en la que la función V vale:

$$V(\tau, \rho) = \int_0^\infty \frac{1}{\omega} J_o(\omega, \rho) \left[1 - \exp(-\tau \cdot \omega \cdot \text{Th}\, \omega\right] d\omega$$

ω = variable de integración

Sólo es válida si se cumple que $\tau > 1$ y $\rho > 0{,}2$ si no hay limitación en s_p/H_o, o bien $\rho > 0{,}13$ para cualquier valor de τ si es $s_p/H_o < 0{,}2$ (Boulton, 1970).

La función V se puede aproximar por (Hantush, 1964, pág. 319)

$$V(\tau, \rho) = \ln \frac{2\tau}{\rho} \quad \text{para } \tau < 0{,}01 \text{ y } \tau/\rho > 10$$

$$V(\tau, \rho) = \text{arc Sh} \left(\frac{\tau}{\rho}\right) - \frac{\tau}{\sqrt{1 + \rho^2}}$$

para $\tau/\rho < 0{,}01$

$$V(\tau, \rho) = 0{,}5\, W \left(\frac{\rho^2}{4\tau}\right)$$

para $\tau > 5$ y $\rho > 0{,}2$ (fórmula de Theis)

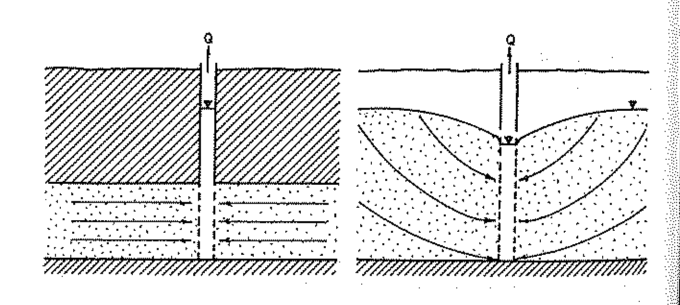


FIGURA 9.98

Líneas de flujo en un acuífero cautivo y en un acuífero libre con descenso de la superficie libre.

En estas ecuaciones

$$\tau = \frac{k_v\, t}{m\, H_o} \quad \text{y} \quad \rho = \frac{r}{H_o}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

siendo k_v y k_h las permeabilidades vertical y horizontal respectivamente.

Los valores de la función V (τ, ρ) pueden encontrarse en la tabla 9.8 bis y es posible dibujar curvas tipo para analizar datos de bombeo por el método de coincidencia de curvas. Los perfiles de descensos, log s — log r, pueden ser estudiados tomando como curvas patrón (Boulton, 1970):

$$\log (2\, V) = \log \left(\frac{4\,\pi\, T}{Q}\, s\right)$$

en función de

$$\log \rho = \log \frac{r}{H_o}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

tomando como parámetro

$$\tau = \frac{k_v \cdot t}{S\, H_o}$$

Los datos de descensos-tiempos (log s — log t) pueden ser analizados de forma análoga tomando log τ como abscisas y ρ como parámetro.

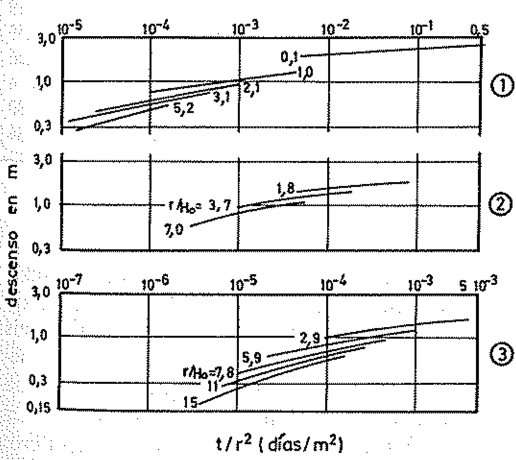


FIGURA 9.99

Gráficos log s — log t/r^2 *para piezómetros a diferentes distancias del pozo de bombeo en tres ensayos reales en lugares diferentes. (Wenzel en Stallman 1965).*

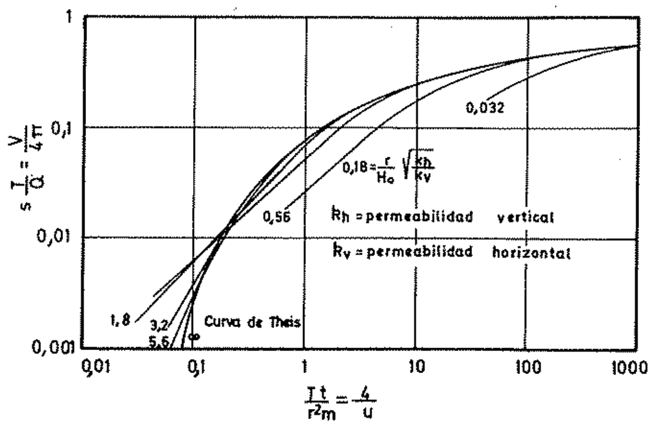


FIGURA 9.100

Respuesta teórica de un piezómetro colocado próximo a la superficie libre del agua en un acuífero suponiendo flujo vertical y coeficiente de almacenamiento constante. (Según Stallman, 1965.)

La fórmula (9.100) contiene algunas aproximaciones y Boulton (1954) la corrige introduciendo un coeficiente de C_f que depende de τ, ρ, r_p/H_o y Q/H_o^2, y que varía entre 0,16 y $-0{,}30$, siendo $C_f \approx 0$ para $0{,}05 < \tau < 5$, quedando:

$$s = \frac{Q}{2\,\pi\, k\, H_o}\,(1 + C_f)\, V\,(\tau, \rho)$$

Para el propio pozo de bombeo, si $0{,}05 < \tau < 5$, se obtiene la ecuación (9.31). En el apartado 9.6.2 se tratará el caso de pozo incompleto en un acuífero libre.

En la figura 9.99 se dan las representaciones s — log r^2/t para piezómetros a diferentes distancias del pozo de bombeo en tres ensayos reales en lugares diferentes (Wenzel en Stallman, 1965). Puede observarse que no se obtiene una única curva, como debería suceder si fuese rigurosamente cierta la fórmula de Theis aplicada a acuíferos libres.

En la figura 9.100 se representan las curvas que dan los descensos del nivel del agua en los alrededores de un pozo completo, cuando no existen fenómenos de drenaje diferido ni disminución importante del espesor saturado. Los descensos se miden con piezómetros puntuales próximos a la superficie del agua. Los situados más profundos pueden dar respuestas notablemente diferentes. En la figura 9.101, subfiguras A hasta E, se representan las respuestas de piezómetros colocados a varias profundidades deducidas mediante un modelo de capacidades y resistencias, siendo el pozo de bombeo totalmente penetrante (Stallman, 1965). En la figura 9.101,

TABLA 9.8 bis *Valores de la función* V (τ, ρ) *(según Hantush, 1964).*

$$\text{Si } \tau < 0{,}01;\ V(\tau,\rho) \approx \text{Arc Sh}\frac{\tau}{\rho} - \frac{\tau}{\sqrt{1+\rho^2}}$$

τ \ ρ		10⁻³									10⁻²									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	2,99	2,30	1,90	1,64	1,42	1,28	1,15	1,04	0,950	0,875	0,474	0,322	0,240	0,192	0,158	0,135	0,118	0,104	0,093
	2	3,68	2,97	2,58	2,30	2,09	1,92	1,76	1,64	1,52	1,42	0,860	0,610	0,468	0,378	0,316	0,270	0,236	0,210	0,187
	3	4,08	3,40	3,00	2,70	2,46	2,28	2,13	2,00	1,88	1,79	1,18	0,860	0,675	0,555	0,465	0,400	0,350	0,310	0,278
	4	4,35	3,68	3,62	2,98	2,75	2,58	2,42	2,29	2,17	2,06	1,42	1,07	0,850	0,710	0,600	0,525	0,460	0,410	0,368
10⁻²	5	4,58	3,90	3,49	3,20	2,96	2,79	2,64	2,50	2,38	2,28	1,60	1,24	1,010	0,850	0,725	0,630	0,560	0,500	0,450
	6	4,76	4,06	3,65	3,36	3,15	2,96	2,80	2,68	2,56	2,45	1,78	1,40	1,15	0,970	0,840	0,735	0,650	0,585	0,530
	7	4,92	4,20	3,80	3,51	3,30	3,12	2,96	2,82	2,70	2,60	1,91	1,54	1,28	1,09	0,950	0,835	0,740	0,670	0,610
	8	5,08	4,34	3,94	3,65	3,42	3,24	3,09	2,95	2,84	2,72	2,04	1,65	1,39	1,20	1,04	0,925	0,825	0,750	0,680
	9	5,18	4,47	4,05	3,75	3,54	3,35	3,20	3,05	2,95	2,84	2,14	1,75	1,50	1,29	1,14	1,02	0,910	0,825	0,750
	1	5,24	4,54	4,14	3,85	3,63	3,45	3,30	3,15	3,04	2,94	2,25	1,85	1,58	1,38	1,22	1,09	0,985	0,890	0,815
	2	5,85	5,15	4,78	4,50	4,28	4,10	3,93	3,80	3,66	3,56	2,87	2,46	2,20	1,98	1,80	1,65	1,52	1,42	1,32
	3	6,24	5,50	5,12	4,85	4,61	4,43	4,28	4,14	4,01	3,90	3,24	2,84	2,54	2,32	2,14	1,98	1,85	1,74	1,64
	4	6,45	5,75	5,35	5,08	4,85	4,67	4,50	4,38	4,26	4,15	3,46	3,05	2,76	2,54	2,36	2,20	2,07	1,96	1,86
10⁻¹	5	6,65	6,00	5,58	5,25	5,00	4,85	4,70	4,55	4,45	4,30	3,65	3,24	2,95	2,72	2,52	2,38	2,24	2,14	2,03
	6	6,75	6,10	5,65	5,40	5,15	4,98	4,82	4,68	4,56	4,45	3,76	3,37	3,09	2,85	2,67	2,50	2,38	2,26	2,16
	7	6,88	6,20	5,80	5,50	5,25	5,08	4,92	4,80	4,68	4,55	3,90	3,50	3,20	2,99	2,80	2,64	2,50	2,38	2,28
	8	7,00	6,26	5,85	5,60	5,35	5,20	5,00	4,90	4,80	4,65	3,96	3,55	3,26	3,05	2,86	2,71	2,58	2,46	2,36
	9	7,10	6,35	6,00	5,70	5,50	5,30	5,12	5,00	4,90	4,75	4,05	3,65	3,36	3,15	2,96	2,80	2,66	2,55	2,45
	1	7,14	6,45	6,05	5,75	5,55	5,35	5,20	5,05	4,95	4,83	4,10	3,74	3,45	3,22	3,04	2,90	2,75	2,64	2,54
	2	7,60	6,88	6,45	6,15	5,92	5,75	5,60	5,50	5,35	5,25	4,59	4,18	3,90	3,68	3,50	3,34	3,20	3,09	2,97
	3	7,85	7,15	6,70	6,45	6,20	5,85	5,75	5,60	5,50	5,50	4,82	4,42	4,12	3,90	3,72	3,57	3,45	3,31	3,20
	4	8,00	7,28	6,85	6,58	6,35	6,15	6,00	5,90	5,75	5,70	4,95	4,55	4,26	4,04	3,86	3,70	3,59	3,46	3,36
	5	8,15	7,35	7,00	6,65	6,50	6,25	6,10	6,00	5,85	5,80	5,05	4,68	4,40	4,19	4,00	3,85	3,71	3,60	3,49
1	6	8,20	7,50	7,10	6,75	6,55	6,35	6,20	6,10	5,95	5,85	5,20	4,78	4,50	4,26	4,09	3,92	3,80	3,69	3,59
	7	8,25	7,55	7,15	6,85	6,62	6,40	6,30	6,20	6,05	5,95	5,25	4,85	4,58	4,35	4,18	4,00	3,90	3,78	3,66
	8	8,30	7,60	7,20	6,90	6,70	6,50	6,35	6,25	6,10	6,05	5,30	4,92	4,65	4,40	4,25	4,10	3,95	3,82	3,74
	9	8,32	7,65	7,25	7,00	6,75	6,55	6,40	6,30	6,15	6,10	5,35	5,00	4,70	4,49	4,30	4,15	4,00	3,90	3,80
	10	8,35	7,75	7,35	7,05	6,80	6,60	6,45	6,35	6,20	6,14	5,40	5,02	4,80	4,52	4,35	4,19	4,05	3,92	3,84

subfigura F, se representan las curvas límites de los valores que no se ajustan a la curva de Theis. En estas figuras se tiene en cuenta el efecto de anisotropía (ver capítulo 9.11).

Del estudio de Stallman (1965), puede deducirse que los piezómetros colocados en la parte superior del acuífero siguen mejor que los más profundos la curva de Theis para S = m. Al cabo de unos momentos de iniciado el bombeo, el descenso provocado en todo el acuífero apenas afecta a la superficie libre. El descenso observado en cada piezómetro depende de la distancia al pozo, de la profundidad a la que está abierto, y del caudal de bombeo. El efecto de la anisotropía es muy marcado en los primeros momentos del bombeo y puede conducir a subestimar mucho el valor de T (si $k_v < k_h$) cuando la valoración se hace por el método de Theis ($\log s - \log t/r^2$). El valor de S calculado es también menor que el real. La subfigura F de la figura 9.101 puede ayudar a seleccionar los puntos de la valoración. En los piezómetros abiertos cerca de la base del acuífero, la respuesta inicial es rápida, como si el acuífero fuese cautivo; la curva de descensos tiempos resultante tiene cierta semejanza con la del drenaje diferido cuando no se dispone del primer tramo. Es importante tener en

	τ \ ρ	10^{-1}									1				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
	1	0,093	0,0430	0,0264	0,0180	0,0132	0,0100	0,0078	0,0062	0,0049	0,0040	0,00057	0,00015		
	2	0,187	0,0865	0,0530	0,0365	0,0268	0,0205	0,0160	0,0125	0,0100	0,0081	0,00118	0,00020	Si $\tau > 5$ $V(\tau, \rho) \approx \frac{1}{2} W\left(\frac{\rho^2}{4\tau}\right)$	
	3	0,278	0,130	0,0800	0,0550	0,0405	0,0310	0,0240	0,0190	0,0150	0,0122	0,00184	0,00032		
	4	0,368	0,174	0,107	0,0735	0,0540	0,0415	0,0322	0,0255	0,0202	0,0165	0,00244	0,00043		
10^{-2}	5	0,450	0,215	0,133	0,0920	0,0675	0,0520	0,0400	0,0320	0,0255	0,0206	0,00305	0,00055		
	6	0,530	0,257	0,160	0,110	0,0810	0,0610	0,0478	0,0380	0,0305	0,0250	0,00365	0,00065		
	7	0,610	0,298	0,186	0,130	0,0950	0,0725	0,0565	0,0450	0,0360	0,0292	0,00430	0,00078		
	8	0,680	0,340	0,214	0,148	0,108	0,0825	0,0645	0,0510	0,0412	0,0336	0,00500	0,00090		
	9	0,750	0,378	0,236	0,164	0,122	0,0930	0,0730	0,0585	0,0470	0,0380	0,00570	0,00105		
	1	0,815	0,415	0,260	0,180	0,134	0,103	0,0805	0,0640	0,0515	0,0420	0,00635	0,00118		
	2	1,32	0,750	0,500	0,359	0,268	0,208	0,165	0,132	0,107	0,0880	0,0145	0,00278		
	3	1,64	1,02	0,700	0,515	0,392	0,308	0,246	0,200	0,164	0,135	0,0238	0,00490		
	4	1,86	1,22	0,870	0,650	0,510	0,405	0,328	0,268	0,220	0,182	0,0350	0,00750	0,00160	0,00038
10^{-1}	5	2,03	1,37	1,00	0,770	0,610	0,490	0,400	0,330	0,275	0,230	0,0450	0,0104	0,00240	0,00056
	6	2,16	1,49	1,12	0,875	0,700	0,570	0,468	0,390	0,325	0,276	0,0580	0,0138	0,00320	0,00080
	7	2,28	1,60	1,22	0,965	0,775	0,640	0,525	0,445	0,375	0,320	0,0715	0,0175	0,00425	0,00108
	8	2,36	1,69	1,30	1,04	0,850	0,715	0,600	0,500	0,425	0,364	0,0840	0,0212	0,00525	0,00140
	9	2,45	1,75	1,38	1,11	0,920	0,775	0,650	0,550	0,475	0,404	0,0980	0,0260	0,00630	0,00165
	1	2,54	1,85	1,45	1,18	0,975	0,825	0,700	0,595	0,510	0,444	0,113	0,0310	0,00840	0,00235
	2	2,97	2,29	1,88	1,60	1,38	1,22	1,07	0,950	0,840	0,750	0,259	0,0310	0,00840	0,00235
	3	3,20	2,50	2,10	1,82	1,60	1,42	1,28	1,15	1,05	0,960	0,388	0,165	0,0700	0,0275
	4	3,36	2,66	2,25	1,97	1,75	1,58	1,42	1,30	1,20	1,10	0,495	0,235	0,112	0,0535
	5	3,49	2,78	2,38	2,09	1,87	1,69	1,54	1,42	1,30	1,21	0,580	0,300	0,150	0,0715
1	6	3,59	2,90	2,47	2,18	1,95	1,78	1,65	1,52	1,40	1,30	0,660	0,360	0,195	0,0990
	7	3,66	2,96	2,55	2,25	2,04	1,85	1,70	1,58	1,48	1,38	0,730	0,415	0,230	0,125
	8	3,74	3,00	2,60	2,32	2,11	1,94	1,79	1,66	1,55	1,44	0,790	0,465	0,272	0,155
	9	3,80	3,09	2,67	2,39	2,17	2,00	1,85	1,72	1,60	1,50	0,850	0,515	0,307	0,182
	10	3,84	3,12	2,74	2,45	2,24	2,05	1,90	1,77	1,65	1,55	0,890	0,550	0,340	0,210

cuenta las curvas de la figura 9.101 para analizar las anomalías que usualmente se presentan en los ensayos de bombeo en acuíferos libres.

La importancia del efecto del descenso del nivel libre del agua puede apreciarse observando los descensos en los piezómetros en un mismo punto, uno abierto cerca del nivel freático y el otro cerca de la base del acuífero. Si durante el bombeo los descensos son parecidos o mantienen una diferencia constante, el efecto citado es poco importante.

Cuando los puntos de observación son pozos completos, se obtiene en ellos un valor medio del nivel piezométrico en su vertical, el cual es menor que el espesor saturado, tanto menor cuanto más cerca del pozo.

Muchos problemas de flujo en acuíferos libres pueden resolverse por métodos numéricos o analógicos[65].

[65] Yeh y Tauxe (1970) proponen un método de linearización que permite hallar con ayuda de un calculador electrónico k y m a partir de datos experimentales de la posición de la superficie libre. Mahdaviani (1967) presenta un análisis mediante un modelo vertical de fluido viscoso (Helle Shaw) y Stallman (1965) el estudio del efecto de descenso de la superficie libre mediante un modelo eléctrico de capacidades y resistencias. Esmaeli y Scott (1968) estudian el comportamiento de un pozo en un acuífero libre a partir de la ecuación del régimen variable de Boussinesq mediante diferencias finitas con ayuda de un calculador electrónico.

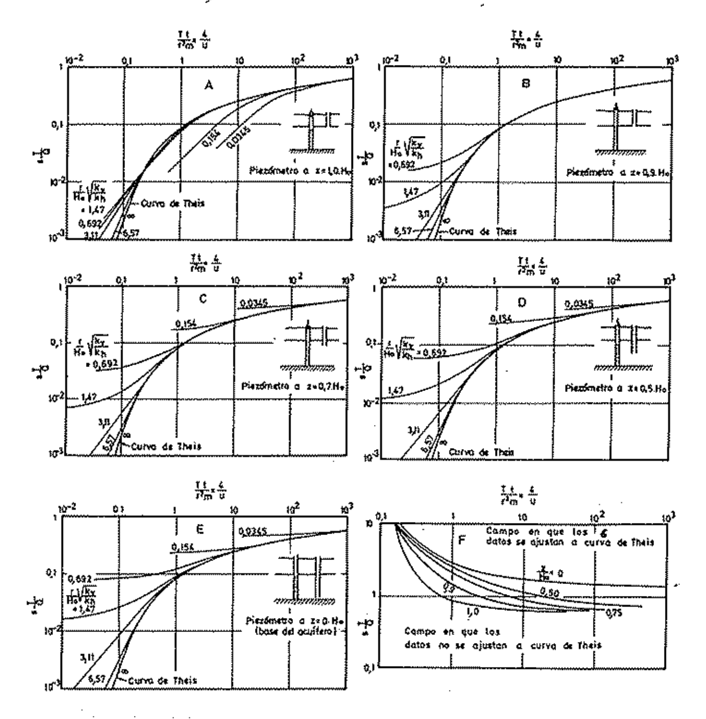


FIGURA 9.101

Descensos observados en piezómetros perfectos, debidos al bombeo con un pozo completo en un acuífero libre en el que sólo influye el descenso de la superficie libre del agua. Se consideran los piezómetros abiertos a diferentes profundidades, medidas a partir de la base del acuífero. El gráfico F representa las regiones de datos de ensayos de bombeo en acuíferos libres y con pozos completos, que se ajustan a la curva de Theis. Pozo de bombeo completo $(r_p/H_o)\sqrt{k_v/k_h} = 0{,}0022$; z = *altura sobre la base del acuífero;* k_v = *permeabilidad vertical;* k_h = *permeabilidad horizontal;* m = *porosidad eficaz.*
(Según Stallman, 1965.)

8.4 TENDENCIAS MODERNAS RESPECTO AL DRENAJE DIFERIDO

Publicaciones recientes (Neuman, 1972; Streltsova, 1972, 1973) han revisado los supuestos básicos de la fórmula de Boulton (apartado 8.2) y sustituyen el concepto de drenaje diferido por el efecto único de la componente vertical del flujo que se origina a partir de la perturbación de las condiciones de equilibrio en la superficie freática (en general se prescinde de la aportación de la franja capilar, pues es muy pequeña). Ello conecta lo expuesto en el apartado 8.2 con lo dicho en el 8.3, llegándose a formulaciones iguales o similares, sin alterar la forma de respuesta de los descensos. En general los resultados obtenidos en cálculos por diferencias finitas (Streltsova y Rushton, 1973) muestran pequeñas variaciones entre la simulación y la función V de Boulton (apartado 8.3), siendo más apropiadas las soluciones $W_o(r/B)$, de la ecuación

$$h^o = H_o - \frac{Q}{2\pi T}\int_0^\infty \frac{J_o\left(\frac{r}{B}, x\right)}{x} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha t x^2}{x^2+1}\right)\right] dx$$

desarrollado por Barenblatt et alt. (1960) para el movimiento de fluidos en rocas fisuradas y Shestakov (1963) para la superficie freática, cuando ésta se sitúa en la porción superior menos permeable de un sistema de dos capas. En esa ecuación se tiene:

h^o = altura de la superficie freática sobre la base impermeable horizontal de un acuífero a distancia r del pozo de bombeo
H_o = espesor saturado inicial
x = variable de integración
α = difusividad vertical del acuífero saturado = $= k'/(3\,h^o)$
J_o = función de Bessel de primer orden y primera especie

Q, T, B, r, t tienen el significado habitual (caudal, transmisividad, factor de goteo, distancia al pozo de bombeo y tiempo) k' permeabilidad vertical.

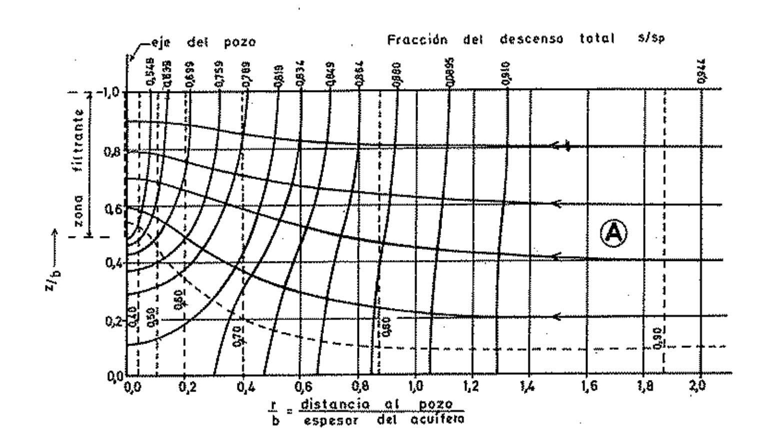
Capítulo 9.9

Pozos incompletos

9.1 INTRODUCCIÓN

En el apartado 1.5 se definió lo que se entiende por pozo incompleto y por pozo parcialmente penetrante. Muchos pozos, por las razones allí expuestas son incompletos y entonces no se cumple que en sus alrededores el flujo sea radial y horizontal sino que existen componentes verticales de la velocidad. En la figura 9.102 se presenta la red de flujo en un acuífero cautivo para un pozo incompleto en general y para un pozo parcialmente penetrante. En la figura 9.103 se presenta la red de flujo en acuífero libre para pozo parcialmente penetrante. La concentración de líneas de corriente en las proximidades del pozo obliga a que las velocidades sean mayores que las que se tendrían con pozo completo; ello ocasiona un mayor descenso y por lo tanto los pozos parcialmente penetrantes proporcionan menor caudal que otro similar completo, a igualdad de descenso. Además, la mayor velocidad de entrada en el pozo puede ser causa de una mayor pérdida en el pozo (ver capítulo 9.15). La repartición del flujo a lo largo de la zona filtrante no es homogénea sino que aquel es mayor en los extremos.

Si la longitud de zona filtrante es mayor que 10 veces el diámetro del pozo, aunque éste esté abierto por el fondo, se le puede considerar como un sumidero lineal con flujo radial. Pero si el pozo es sólo abierto por el fondo o la longitud filtrante es pequeña en comparación con el diámetro del pozo, y éste a su vez es pequeño



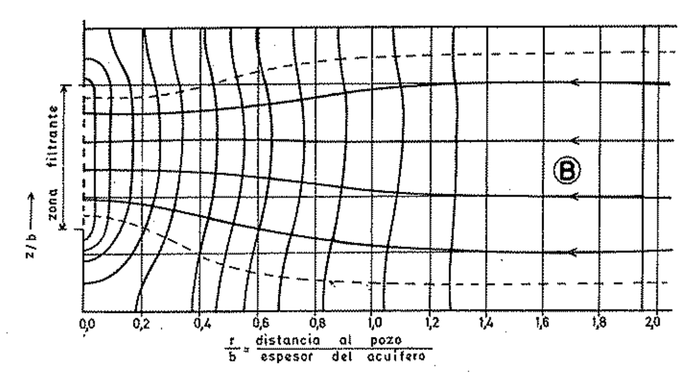


FIGURA 9.102

Red de flujo hacia pozos incompletos en un acuífero cautivo. Se supone que el caudal por unidad de longitud es homogéneo a lo largo de la rejilla; en la realidad el flujo unitario es mayor hacia los extremos libres de la rejilla. La separación de las equipotenciales no es regular. La figura A corresponde a un pozo parcialmente penetrante para un radio de influencia = 150 m, siendo b *= espesor del acuífero = 38 m; radio del pozo = 75 mm. Las líneas de puntos representan la caída de potencial relativa para un pozo completo (modificado de Muskat, 1937, pág. 270). La figura B es un trazado esquemático para un pozo incompleto con la rejilla alejada del techo y de la base;* z *es la altura sobre la base.*

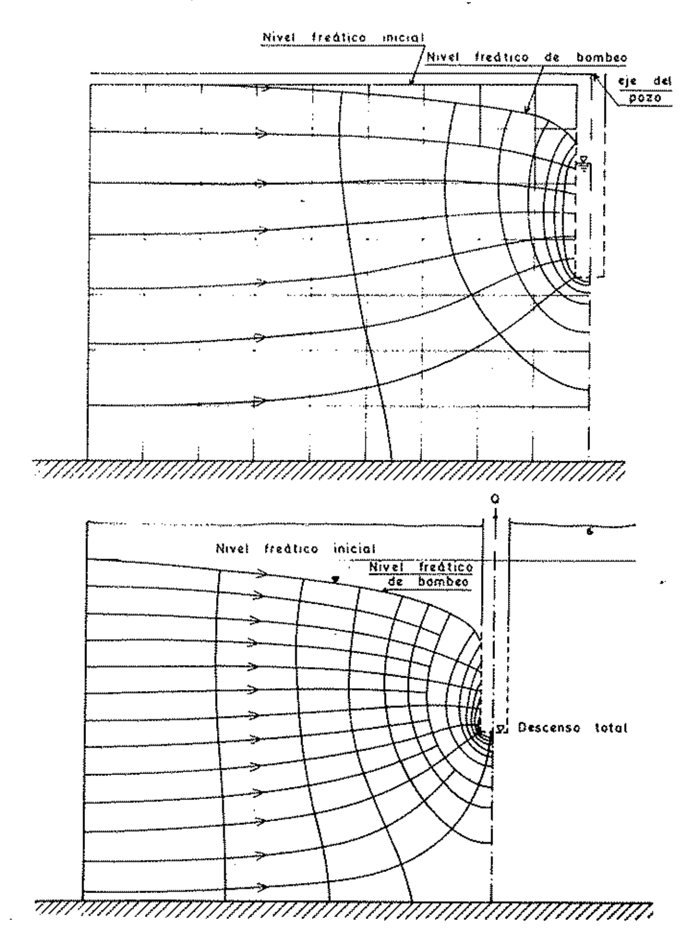


FIGURA 9.103

Red de flujo (régimen estacionario) hacia pozos parcialmente penetrantes y filtrantes por el fondo, en un acuífero libre con poco descenso en el pozo y con descenso total. Los valores de las equipotenciales están regularmente distribuidos. (Según Nahrgang, 1956.)

en comparación con el espesor saturado, dicho pozo debe asimilarse más bien a un sumidero puntual en el que en sus alrededores se crea un flujo de tipo esférico (fig. 9.104).

En todos los casos se puede considerar que a distancias de 1,5 a 2 veces el espesor del acuífero, el efecto de penetración parcial se puede considerar despreciable si el acuífero es isótropo; en acuíferos anisótropos y estratificados dicho efecto puede llegar a puntos más alejados.

El problema de la anisotropía será tratado en el apartado 11.2; en el presente capítulo se hará uso de lo que en aquel se diga ya que la anisotropía influye mucho sobre los pozos incompletos. Siempre que sea preciso se distinguirá entre permeabilidad horizontal k_h ó k_r y permeabilidad vertical k_v ó k_z.

El efecto de los pozos incompletos es, en general, difícil de analizar, en especial para el régimen variable; por eso se empezará tratando el régimen permanente. En cualquier caso se supondrá que el acuífero es de base horizontal y sin flujo natural.

9.2 POZOS INCOMPLETOS EN RÉGIMEN PERMANENTE

El análisis riguroso del flujo en las proximidades de pozos incompletos es complicado y conduce a fórmulas de difícil manejo. En general se obtienen ecuaciones resolubles en una serie de infinitos términos. El problema puede también resolverse por el método de las imágenes aplicándolo a cada uno de los segmentos diferenciales en que puede suponerse descompuesta la zona filtrante. El techo y la base del acuífero serían los bordes impermeables (TNO, 1964, págs. 68-93, Muskat, 1937, 263-276)[66].

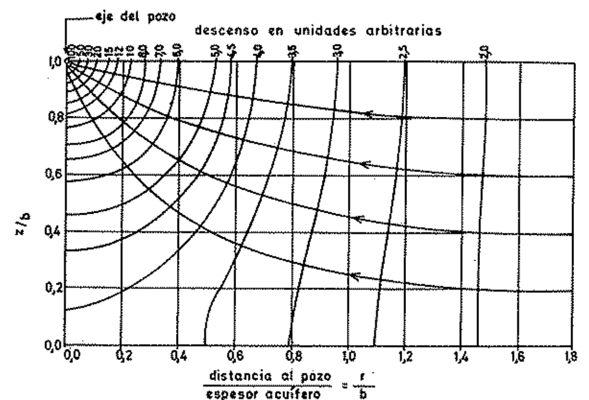


FIGURA 9.104

Red de flujo en un acuífero cautivo creada por un pozo puntual que perfora solo el techo del acuífero. La red de flujo para un pozo puntual centrado en el acuífero puede obtenerse añadiendo la figura simétrica respecto al techo. Las equipotenciales cerca del sumidero son esferas. (Según Muskat, 1937, pág. 271.)
z = altura sobre la base del acuífero.

[67] La teoría exacta ha sido desarrollada por Kirkham (1959), pero no es aplicable de forma fácil, dada la gran complejidad de los cálculos a realizar.

TABLA 9.9 *Valores de* H (x) = H (−x) *(TNO, 1963)*

x	H (x) = H (−x)	x	H (x) = H (−x)
0,00	0,00000	0,25	0,12881
0,05	0,00492	0,30	0,19003
0,10	0,01978	0,35	0,26703
0,15	0,04491	0,40	0,36403
0,20	0,08093	0,45	0,49016
0,25	0,12881	0,50	0,68850

9.2.1 Descenso en el pozo

a) *Acuífero cautivo*

Para el acuífero cautivo se establece que aproximadamente (TNO, 1964, pág. 68):

$$(s_p)_p - s_p = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{1-\delta}{\delta}\left(\ln\frac{4b}{r_p} - F(\delta,\varepsilon)\right) \qquad (9.101)$$

en la que:

$(s_p)_p$ = descenso en el pozo incompleto
s_p = descenso de un pozo similar completo que bombee el mismo caudal
Q = caudal de bombeo
δ = longitud relativa de la zona filtrante = λ/b
ε = excentricidad relativa de la zona filtrante = = valor absoluto de $\dfrac{a_1 - a_2}{2b}$
a_2 = distancia de la parte superior de la rejilla al techo del acuífero
a_1 = distancia de la parte inferior de la rejilla a la base del acuífero
λ = longitud de la rejilla
b = espesor del acuífero.

$$F(\delta,\varepsilon) = \frac{1}{\delta(1-\delta)}\,[2H(0,5) - 2H(0,5 - 0,5\,\delta) +$$
$$+ 2H(\varepsilon) - H(\varepsilon - 0,5\,\varepsilon) - H(\varepsilon + 0,5\,\delta)]$$

siendo

$$H(x) = \int_u^x \ln\frac{\Gamma(0,5-u)}{\Gamma(0,5+u)}\,du$$

En la tabla 9.9 se dan valores de H (x) = H (−x) y en la tabla 9.10 se dan valores de F (δ, ε) = F (δ, −ε). Estos valores están representados en la figura 9.105. Γ es la función gamma (ver apéndice A.9.1 y apéndice A.9.2).

La fórmula es aplicable para valores de ε < 0,35 (poca excentricidad) y para δ > 0,4 (notable penetración). Para otros valores se tiene gran error en la determinación de F (δ, ε) ya que la función varía muy rápidamente.

Ejemplo 1

Calcular el caudal específico teórico de un pozo incompleto de 500 mm de diámetro, que bombea 150 m³/h cuya zona filtrante comienza a 1 m por debajo del techo del acuífero y tiene una longitud de 4 m. El espesor del acuífero se estima en 7 m, su transmisividad en 150 m²/día y el radio de acción vale 250 m.

TABLA 9.10 *Valores de* F (δ, ε) = F (δ, −ε) *(TNO, 1963)*

δ \ ±ε	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
0,1	4,298	4,297	4,294	4,287	4,276	4,259	4,232	4,184	4,084	3,605
0,2	3,809	3,806	3,797	3,781	3,756	3,716	3,650	3,525	3,116	
0,3	3,586	3,581	3,566	3,537	3,490	3,425	3,276	2,893		
0,4	3,479	3,471	3,445	3,395	3,312	3,165	2,786			
0,5	3,447	3,433	3,388	3,302	3,145	2,754				
0,6	3,479	3,455	3,374	3,208	2,786					
0,7	3,586	3,538	3,370	2,893						
0,8	3,809	3,688	3,116							
0,9	4,298	3,605								

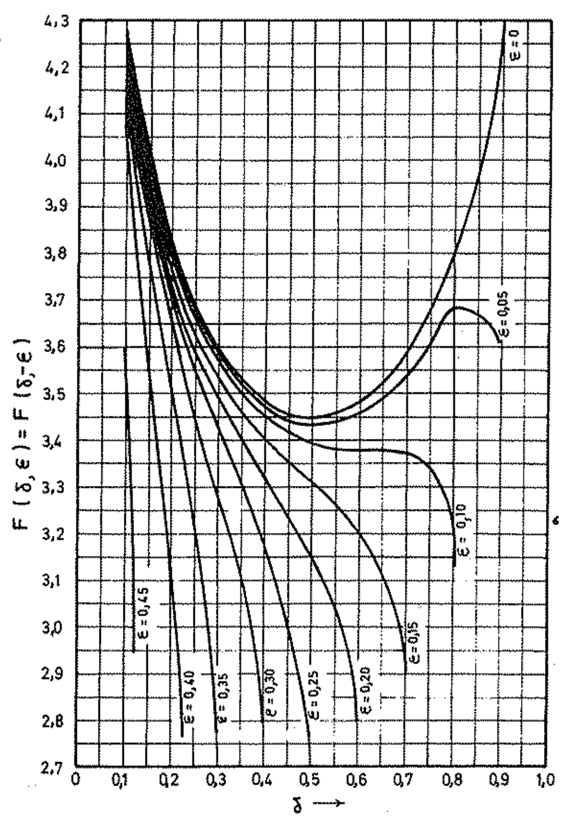


Figura 9.105

Corrección de los efectos de penetración parcial. Representación gráfica de F (δ, ε).

El descenso en el pozo completo será:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_p} = \frac{150 \cdot 24 \ \text{m}^3/\text{día}}{2 \cdot \pi \cdot 150 \ \text{m}^2/\text{día}} \ln \frac{250}{0{,}25} =$$

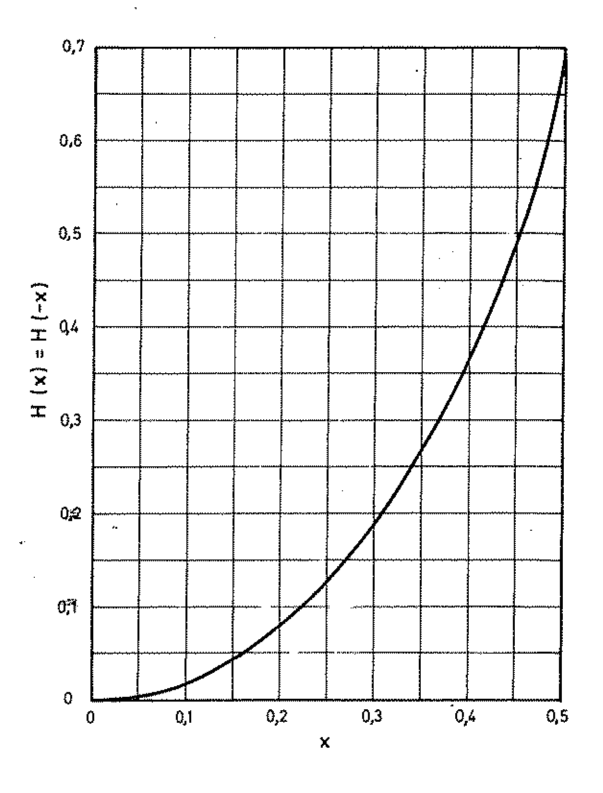
$$= 26{,}4 \ \text{m}$$

El descenso en el pozo incompleto será (fórmula 9.101):

$$\delta = 4/7 = 0{,}57 \quad ; \quad \varepsilon = \frac{1-2}{2 \cdot 7} = -0{,}0714$$

$$(s_p)_p = 26{,}4 \ \text{m} + \frac{150 \cdot 24}{2 \cdot \pi \cdot 150} \frac{1 - 4/7}{4/7} \cdot$$

$$\cdot \left(\ln \frac{4 \cdot 7}{0{,}25} - \text{F}(0{,}57,\ 0{,}0714) \right) =$$



$$= 26{,}4 + \frac{9}{\pi}(4{,}72 - 3{,}42) = 26{,}4 + 3{,}72 \simeq 30{,}1 \ \text{m}$$

El caudal específico es:

$$q = \frac{Q}{(s_p)_p} = \frac{150 \cdot 24}{30{,}1} = 120 \ \text{m}^3/\text{día/m}$$

El descenso en el pozo para la misma longitud de zona filtrante depende de su posición relativa (figura 9.106). El descenso es mínimo para la rejilla centrada y máximo para la rejilla en un extremo. Esta diferencia de descensos viene dada por (TNO, 1964, pág. 83):

$$\frac{Q}{2\pi T} \ \frac{1-\delta}{\delta} \ln 2 \tag{9.102}$$

Ejemplo 2

Recalcular el ejemplo 1 suponiendo *a)* que el pozo es parcialmente penetrante con la misma longitud de rejilla; *b)* que tiene la rejilla centrada.

a) $s_p = 26,4$

$$\delta = 4/7 = 0,57 \quad ; \quad \varepsilon = \frac{0-3}{2 \cdot 7} = -0,214$$

El valor de F (δ, ε) se lee con gran error y vale alrededor de 2,85

$$(s_p)_p = 26,4 + \frac{9}{\pi}(4,72 - 2,85) \simeq 26,4 + 5,35 \approx 31,8 \text{ m}$$

$q = 113$ m³/día/m

b) $\delta = 0,57 \quad ; \quad \varepsilon = 0$

$F(\delta, \varepsilon) \approx 3,47$

$$(s_p)_p = 26,4 + \frac{9}{\pi}(4,72 - 3,47) = 26,4 + 3,58 = 30,0 \text{ m}$$

$q = 120$ m³/día/m

La variación del descenso debido al cambio de situación de la rejilla es: 31,8 − 30,0 ≃ 1,8 m que también se puede obtener de la fórmula (9.102):

$$\frac{Q}{2\pi T} \cdot \frac{1-\delta}{\delta} \ln 2 = \frac{9}{\pi} 0,693 = 1,9 \text{ m}$$

La diferencia entre ambos valores es debida a la imprecisión en el valor de F (δ, ε) para el pozo parcialmente penetrante.

Para pozos parcialmente penetrantes es de uso muy común la *fórmula de De Glee* (1930):

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2\pi T}\left[\frac{b}{\lambda}\ln\frac{\pi \cdot \lambda}{2 \cdot r_p} + 0,10 + \ln\frac{R}{2b}\right] \tag{9.103}$$

que es válida si es $\lambda/r_p > 10$ y $\lambda/b < 0,77$, es decir para pozos esbeltos y no excesivamente penetrantes.

Si el pozo es casi completo ($\lambda \approx b$) se obtiene:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T}\left(\ln\frac{R}{r_p} - 0,14\right)$$

fórmula que da descensos algo menores que los reales. El error varía entre el 1,4 y el 2,2 % según que $\ln(R/r_p)$ varíe entre 9,9 y 5,7.

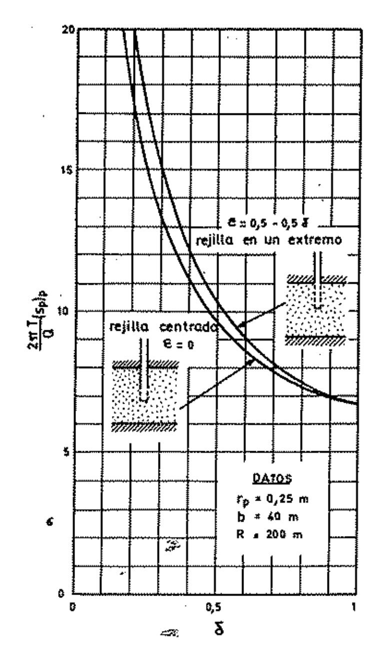


FIGURA 9.106
Influencia de la posición de rejilla en el descenso, para una misma longitud de la misma. (TNO, 1964, pág. 84.)

Schneebeli (1966) págs. 207-215 obtiene una fórmula parecida a la de De Glee (9.103) que se expresa:

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2\pi T}\left(\ln\frac{R}{2b} + \frac{b}{\lambda}\ln\frac{2\lambda}{r_p}\right) \tag{9.104}$$

Es fácil comprobar que el sumando que en la fórmula (9.103) vale $b/\lambda \ln \pi/2 + 0,10$ en la fórmula (9.104) vale ln 2. Ambas fórmulas difieren en $b/\lambda \ln \pi/2 - 0,593$ que para $b/\lambda = 1$ es −0,141.

Otra fórmula similar a estas es la ley de Ly y Bock y de Benton para acuíferos cautivos (Castany, 1963, pág. 293).

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\frac{R}{b} + \left(\frac{b}{\lambda}\right)^n \cdot \ln\frac{b}{r_p}\right] \tag{9.105}$$

en la que

$$n = \frac{3}{4}\left(\frac{b}{100 \cdot r_p}\right)^{0,05}$$

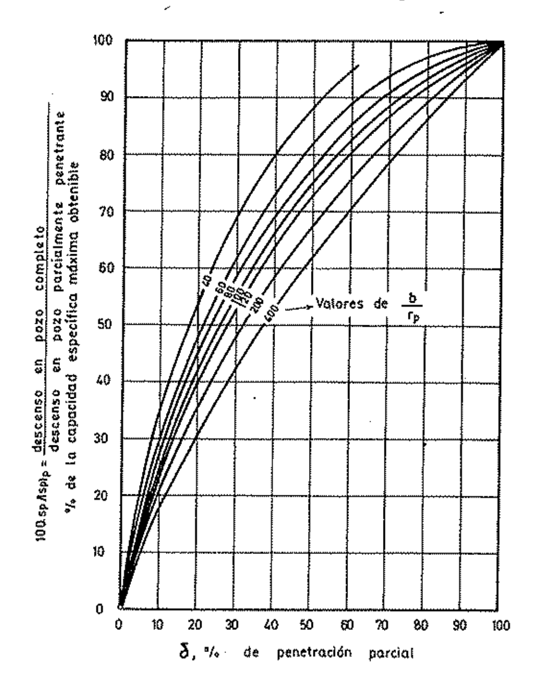


FIGURA 9.107

Relación entre la penetración parcial y la capacidad específica en pozos parcialmente penetrantes en acuíferos cautivos y homogéneos. Valores deducidos de la fórmula de Kozeny.

y es válida para valores que cumplan:

$$800 \geq \frac{b}{r_p} \geq 25$$

$$r_p \geq b - \lambda$$

$$1 \geq \frac{\lambda}{b} \geq 0{,}1$$

Muskat (1937) pág. 274, encontró que:

$$F(\delta, \varepsilon) = \frac{1}{2(1-\delta)} \ln \frac{\Gamma(\delta/8)\,\Gamma(7\delta/8)}{\Gamma(1-\delta/8)\,\Gamma(1-7\delta/8)}$$

que en realidad es la función $F(\delta, \varepsilon)$ para $\varepsilon = 0{,}5 - 0{,}5\,\delta$. Así pues:

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2\pi T}\left[\frac{1}{2\delta}\left(2\ln\frac{4b}{r_p} - \ln\frac{\Gamma(0{,}125\,\delta)\,\Gamma(0{,}875\,\delta)}{\Gamma(1-0{,}125\,\delta)\,\Gamma(1-0{,}875\,\delta)}\right) + \ln\frac{R}{4b}\right] \quad (9.106)$$

En el apéndice A.9.2 se encuentran tablas de la función Γ. De la fórmula de Muskat (9.106) se puede deducir la fórmula de Kozeny (1933), que es anterior y de uso muy común:

$$\frac{s_p}{(s_p)_p} = \frac{\lambda}{b}\left(1 + 7\sqrt{\frac{r_p}{2\lambda}} \cdot \cos\frac{\pi\lambda}{2b}\right) \quad (9.107)$$

En la fórmula de Kozeny s_p es el descenso en un pozo completo similar para el mismo caudal; es válida para $\delta = \lambda/b$ y r_p pequeños y está representada en la figura 9.107. En el subapartado *b)* se da otra fórmula usual (9.110).

Ejemplo 3

Recalcular el ejemplo 2, *a)* aplicando las fórmulas (9.103 a 9.107).

$$\frac{Q}{2\pi T} = \frac{150 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{2 \cdot \pi \cdot 150 \text{ m}^2/\text{día}} = \frac{12}{\pi} = 3{,}82$$

$$\delta = \lambda/b = 4/7 = 0{,}57$$

$$\ln\frac{R}{2b} = \ln\frac{250}{2 \cdot 7} = 2{,}88$$

$$\ln\frac{R}{b} = \ln\frac{250}{7} = 3{,}58$$

$$s_p = 26{,}4 \text{ m}$$

Fórmula de De Glee (9.103)

$$(s_p)_p = 3{,}82 \cdot \left[\frac{7}{4}\ln\frac{\pi \cdot 4}{2 \cdot 0{,}25} + 0{,}10 + 2{,}88\right] = $$

$$= 33{,}9 \text{ m}$$

Fórmula de Schneebeli (9.104)

$$(s_p)_p = 3{,}82\left[2{,}88 + \frac{7}{4}\ln\frac{2 \cdot 4}{0{,}25}\right] = 34{,}2 \text{ m}$$

Fórmula de Li y Bock y de Benton (9.105)

$$n = \frac{3}{4}\left(\frac{7}{100 \cdot 0{,}25}\right)^{0{,}05} = 0{,}704$$

$$(s_p)_p = 3{,}82\left[3{,}58 + \left(\frac{7}{4}\right)^{0{,}704} \cdot \ln\frac{7}{0{,}25}\right] = 32{,}6 \text{ m}$$

dentro de su zona de validez.

Se usa la tabla A.9.8.

Fórmula de Muskat (9.106)

$$\Gamma(0{,}125 \cdot 0{,}57) = \Gamma(0{,}071) = \Gamma(1{,}071)/0{,}071 = 13{,}5$$
$$\Gamma(0{,}825 \cdot 0{,}57) = \Gamma(0{,}47) = \Gamma(1{,}47)/0{,}47 = 1{,}88$$
$$\Gamma(1 - 0{,}125 \cdot 0{,}57) = \Gamma(0{,}929) = \Gamma(1{,}929)/0{,}929 = 1{,}04$$
$$\Gamma(1 - 0{,}825 \cdot 0{,}57) = \Gamma(0{,}53) = \Gamma(1{,}53)/0{,}53 = 1{,}67$$

$$(s_p)_p = 3{,}82 \left[\frac{1}{2 \cdot 0{,}57} \left(2 \cdot \ln \frac{4 \cdot 7}{0{,}25} - \ln \frac{13{,}5 \cdot 1{,}88}{1{,}04 \cdot 1{,}67} \right) + \right.$$
$$\left. + \ln \frac{250}{4 \cdot 7} \right] = 31{,}0 \text{ m}$$

Fórmula de Kozeny (9.107)

$$(s_p)_p = \frac{26{,}4 \cdot 7/4}{1 + 7 \sqrt{\dfrac{0{,}25}{2 \cdot 4}} \cos \left(\dfrac{\pi \cdot 4}{2 \cdot 7} \cdot \dfrac{180}{\pi} \right)} = 26{,}1 \text{ m}$$

valor que no se puede obtener directamente en la figura 9.107, pues: $b/r_p = 7/0{,}25 = 28$. El valor obtenido es absurdo pues $(s_p)_p < s_p$, lo cual es debido a que el cálculo está fuera de los límites de validez.

Los diferentes cálculos conducen a:

Fórmula	Denominación	$(s_p)_p$ m	Comentarios
(9.101)	TNO	31,8	Errores de lectura en gráfico
(9.103)	De Glee	33,9	En zona de validez
(9.104)	Schneebeli	34,2	Algo fuera de la zona de validez
(9.105)	Li, Bock, Benton	32,6	En zona de validez
(9.106)	Muskat	31,0	En zona de validez
(9.107)	Kozeny	26,1	Totalmente fuera de la zona de validez

Puede tomarse $(s_p)_p \approx 32{,}5$ m.

En el caso de rejillas divididas en varios tramos los cálculos son más complicados, pero el descenso es menor que con una rejilla continua de igual longitud total.

b) *Acuífero libre*

Para acuífero libre con descenso pequeño en el pozo en relación con el espesor saturado inicial, son aplicables las fórmulas para el acuífero cautivo.

Además, Forchheimer (1935) pág. 87, establece que:

$$\frac{H_o^2 - (H_p)_p^2}{H_o^2 - H_p^2} = \sqrt{\frac{(H_p)_p}{\lambda}} \cdot \sqrt[4]{\frac{(H_p)_p}{2(H_p)_p - \lambda}} \qquad (9.108)$$

en la que $(H_p)_p$ es el espesor saturado en el pozo parcialmente penetrante y H_p es el espesor saturado en un pozo completo similar del que se extraiga el mismo caudal.

Si el pozo es filtrante por las paredes y además por el fondo:

$$\frac{H_o^2 - (H_p)_p^2}{H_o^2 - H_p^2} = \sqrt{\frac{(H_p)_p}{\lambda + 0{,}5\, r_p}} \sqrt[4]{\frac{(H_p)_p}{2(H_p)_p - \lambda}} \qquad (9.109)$$

El cálculo de $(H_p)_p$ es complicado por estar en forma no explícita; tiene que hacerse por aproximaciones sucesivas.

En el caso de que el diámetro del pozo sea grande, Aravin y Numerov (1955) proponen la siguiente modificación de la fórmula de Kozeny:

$$Q = \frac{\pi \cdot T_o (\lambda^2 - p^2) \left(1 + 7 \sqrt{\dfrac{r_p}{2\lambda}} \cos \dfrac{\pi \lambda}{2 H_o} \right)}{H_o \ln \dfrac{R}{r_p}}$$

en la que p es el espesor de agua en el pozo parcialmente penetrante una longitud λ bajo el nivel freático y $T_o = k \cdot H_o$.

La fórmula de Aravin y Numerov puede transformarse en:

$$\frac{s_p}{(s_p)_p} = \frac{\lambda - (s_p)_p/2}{b} \left(1 - 7 \sqrt{\frac{r_p}{2\lambda}} \cos \frac{\pi \lambda}{2 b} \right)$$

que coincide con la de Kozeny para $(s_p)_p \ll \lambda$.

Para acuífero cautivo o para acuífero libre con descensos pequeños, la fórmula (9.108) se puede escribir:

$$\frac{(s_p)_p}{s_p} = \sqrt{\frac{b}{\lambda}} \sqrt[4]{\frac{b}{2b - \lambda}} \qquad (9.110)$$

y la fórmula (9.109) se convierte en:

$$\frac{(s_p)_p}{s_p} = \sqrt{\frac{b}{b + 0{,}5\, r_p}} \sqrt[4]{\frac{b}{2b - \lambda}}$$

TABLA 9.11 *Valores de $\alpha(\delta,\varepsilon)$ (TNO, 1963)*

δ \ ±ε	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
0,1	0,54	0,54	0,55	0,55	0,56	0,57	0,59	0,61	0,67	1,09
0,2	0,44	0,44	0,45	0,46	0,47	0,49	0,52	0,59	0,89	
0,3	0,37	0,37	0,38	0,39	0,41	0,43	0,50	0,74		
0,4	0,31	0,31	0,32	0,34	0,36	0,42	0,62			
0,5	0,25	0,26	0,27	0,29	0,34	0,51				
0,6	0,21	0,21	0,23	0,27	0,41					
0,7	0,16	0,17	0,20	0,32						
0,8	0,11	0,13	0,22							
0,9	0,06	0,12								

La fórmula (9.110) aplicada al ejemplo 2, a) daría:

$$(s_p)_p = 26{,}4 \cdot \sqrt{7/4}\ \sqrt[4]{\frac{7}{2 \cdot 7 - 4}} = 31{,}9 \text{ m}$$

c) *Acuífero semiconfinado*

Para los acuíferos semiconfinados son aplicables las mismas fórmulas que para los acuíferos cautivos si es $B \gg b$ (ver TNO, 1964, págs. 85-91). B es el factor de goteo (ver capítulo 9.2).

De Glee (1930) propone para un pozo parcialmente penetrante:

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2\pi T}\left(\frac{b}{\lambda}\ln\frac{\pi\lambda}{2 r_p} + 0{,}216 + \ln\frac{B}{2b}\right)$$

válida para $\lambda/r_p > 10$; $\lambda < 0{,}77\,b$; $B \gg b$.

El descenso en el pozo completo es (fórmula 9.16):

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{1{,}123\,B}{r_p}$$

Si se pone $R = 1{,}123\,B$; $B = R/1{,}223$ se obtiene la fórmula (9.103), que también puede expresarse por (TNO, 1964, págs. 91-92), para pozo parcialmente penetrante:

$$\Delta s_p = (s_p)_p - s_p = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{1-\delta}{\delta}\,\ln\frac{a\lambda}{r_p} \qquad (9.111)$$

siendo:

$$\ln a = \frac{1}{1-\delta}\ln\frac{\pi}{2} + \frac{\delta}{1-\delta}\ln(0{,}5525\,\delta)$$

pudiéndose escribir en primera aproximación:

$a \approx 1{,}2 - \delta$ si $\delta > 0{,}2$

Si la rejilla está centrada en el pozo

$$\Delta s_p = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{1-\delta}{\delta}\,\ln\frac{a\lambda}{2 r_p}$$

con el mismo valor de a.

Si la rejilla no está ni centrada ni en un extremo:

$$\Delta s_p = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{1-\delta}{\delta}\,\ln\frac{\alpha b}{r_p}$$

estando α tabulado en función de δ y ε en la tabla 9.11.

Estas fórmulas son también aplicables en primera aproximación a acuíferos cautivos o libres. En cualquier caso debe cumplirse que $(\lambda/2\,r_p) > 10$ y que $\delta < 0{,}77$.

9.2.2 Cálculo del caudal

Para calcular el caudal que puede suministrar un pozo incompleto con un determinado descenso, o para calcular el caudal específico basta despejar Q ó $Q/(s_p)_p$ en las fórmulas dadas en el apartado 9.2.1.

Ejemplo 4

Calcular el caudal que se obtendrá de un pozo incompleto de 0,60 m de diámetro que en un acuífero semiconfinado

con un factor de goteo B = 150 m, admite un descenso máximo de $(s_p)_p = 10$ m. La transmisividad del acuífero es de T = 400 m²/día, su espesor es b = 8 m y la longitud de la zona filtrante es $\lambda = 5$ m.

$$Q = \frac{(s_p)_p \cdot 2\pi T}{\frac{b}{\lambda} \ln \frac{\pi\lambda}{2 r_p} + 0{,}216 - \ln \frac{2b}{B}} =$$

$$= \frac{10 \cdot 6{,}28 \cdot 400 \text{ m}^2/\text{día}}{\frac{8}{5} \ln \frac{3{,}14 \cdot 5 \text{ m}}{0{,}60 \text{ m}} + 0{,}216 + \ln \frac{150}{16}} =$$

$$= 3270 \text{ m}^3/\text{día} = 136 \text{ m}^3/\text{h}$$

En general es interesante estudiar la relación del caudal del pozo incompleto respecto al caudal del pozo completo similar.

Si Q_i es el caudal de pozo incompleto y Q el caudal del pozo completo similar con el mismo descenso:

$$\frac{Q_i}{Q} = \frac{s_p}{(s_p)_p}$$

o para acuífero libre

$$\frac{Q_i}{Q} = \frac{H_o^2 - H_p^2}{H_o^2 - (H_p)_p^2}$$

La fórmula de De Glee (9.103) conduce a:

$$\frac{Q_i}{Q} = \frac{Q \text{ incompleto}}{Q \text{ completo}} =$$

$$= \frac{\ln (R/r_p)}{\frac{b}{\lambda} \ln \frac{\pi\lambda}{2 r_p} + 0{,}10 + \ln \frac{R}{2b}}$$

Esta fórmula está representada en la figura 9.108. En ella se observa que para una misma penetración, el caudal es mayor cuanto menor sea λ/r_p.

Como una aproximación grosera, puede establecerse:

$$\frac{s_p}{(s_p)_p} = \frac{Q_i}{Q} \simeq \frac{\lambda}{b} = \delta$$

que corresponde a la línea diagonal de la figura 9.108.

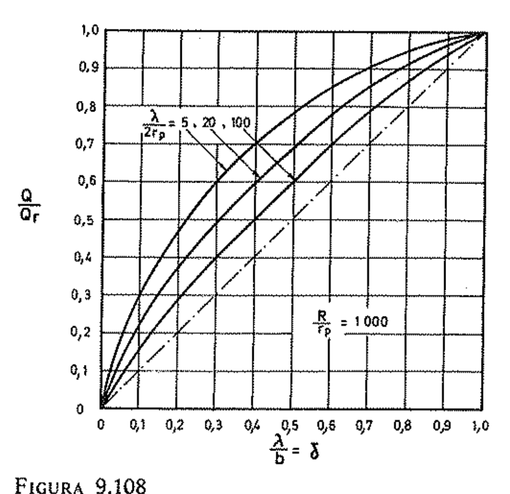


FIGURA 9.108
Caudal de un pozo parcialmente penetrante relativo al del pozo completo en función de la penetración relativa y de la esbeltez. (Según Todd, 1959.)

Los errores cometidos son admisibles en primera aproximación si λ/r_p es grande. Esta fórmula puede emplearse a falta de datos mejores, pero tomando las debidas precauciones al hacer uso de los resultados. Es tanto más cierta cuando menor k_v/k_h (ver apartado 9.3).

9.2.3 Descensos en piezómetros

Las expresiones para los descensos observados en piezómetros puntuales debidos a un pozo incompleto son en general complicadas y no puede evitarse la presencia de un sumatorio extendido hasta el infinito.

Además, al existir componentes verticales de la velocidad, el descenso medido varía con la profundidad.

Si el pozo de observación es completo (penetra todo el acuífero) *el descenso que se observa es el que corresponde al que produciría un pozo de bombeo completo.*

En cualquier caso, *y en acuífero isótropo, en cualquier punto de observación a distancia superior a 1,5 a 2 veces el espesor del acuífero, los descensos medidos no muestran efecto de pozo incompleto.* Si el acuífero es anisótropo, la zona de influencia del pozo incompleto es más extensa (ver apartado 9.3). Lo dicho vale igualmente para pozos puntuales y para pozos sólo filtrantes por el fondo.

En acuíferos de gran espesor puede ocurrir que no se tenga ningún punto de observación que no esté afectado por el pozo incompleto, y entonces es preciso corregir siempre los descensos.

Si s es el descenso producido por el pozo completo y $(s)_p$ el producido por el pozo incompleto (TNO, 1964, pág. 73):

$$(s)_p - s = \frac{Q}{2\pi T} \frac{2b}{\pi\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \left(\operatorname{sen} \frac{n\pi(b-a_1)}{b} - \operatorname{sen} \frac{n\pi a_2}{b} \right) \cdot \cos \frac{n\pi z}{b} \cdot \left(K_o \left(\frac{n\pi r}{b} \right) - \frac{K_o \left(\frac{n\pi R}{b} \right)}{I_o \left(\frac{n\pi R}{b} \right)} I_o \left(\frac{n\pi r}{b} \right) \right) \right]$$

en la que:

R = radio de influencia
z = altura del piezómetro puntual considerado, medida sobre la base del acuífero
r = distancia radial horizontal del pozo al piezómetro puntual..

b, a_1 y a_2 se definieron en el apartado 9.2.1; a_1 y a_2 se refieren al pozo de bombeo.

Si $R \gg b$

$$(s)_p - s = \frac{Q}{2\pi T} \frac{2b}{\pi\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \cdot \left(\operatorname{sen} \frac{n\pi(b-a_1)}{b} - \operatorname{sen} \frac{n\pi a_2}{b} \right) \cos \frac{n\pi z}{b} K_o \left(\frac{n\pi r}{b} \right) \right] \qquad (9.112)$$

Estas series convergen con cierta rapidez y en general basta con tomar 4 ó 5 términos. De todos modos el cálculo es engorroso. La última fórmula es igualmente válida para acuífero semiconfinado si $B \gg b$. (TNO, 1964, pág. 91).

Ejemplo 5

Calcular el efecto de un pozo incompleto sobre dos piezómetros con los siguientes datos (modificado de Kruseman y De Ridder, 1970, pág. 148):

Espesor del acuífero: b = 35 m
Piezómetro 1; r = 10 m. Profundidad 36 m (z = 10 m)
Piezómetro 2; r = 10 m. Profundidad 14 m (z = 30 m)
Acuífero: T = 2000 m²/día
Pozo: a_1 = 25 m; a_2 = 2 m; Q = 761 m³/día; λ = 8 m

Valores del sumatorio para el piezómetro 1:

n = 1	Σ (1) = −0,1831
n = 2	Σ (2) = −0,0101
n = 3	Σ (3) = −0,0012
n = 4	Σ (4) = +0,0044
	−0,1900

$$\Delta s = (s)_p - s = \frac{761}{2 \cdot \pi \cdot 2000} \cdot \frac{2 \cdot 35}{\pi \cdot 8} \cdot (-0{,}1900) =$$

$$= -0{,}0320 \text{ m}$$

El descenso es menor ya que el piezómetro está próximo a la base del acuífero y el pozo es parcialmente penetrante a partir del techo.

Valores del sumatorio para el piezómetro 2:

n = 1	Σ (1) = +0,2646
n = 2	Σ (2) = +0,0284
n = 3	Σ (3) = +0,0003
n = 4	Σ (4) = +0,0011
	+0,2944

$$\Delta s = (s)_p - s = \frac{761}{2 \cdot \pi \cdot 2000} \cdot \frac{2 \cdot 35}{\pi \cdot 8} \cdot 0{,}2944 =$$

$$= 0{,}0495 \text{ m}$$

El descenso es mayor ya que está enfrentado a la rejilla del pozo.

Para piezómetros afectados por un pozo parcialmente penetrante, Jacob (1963 b) establece que:

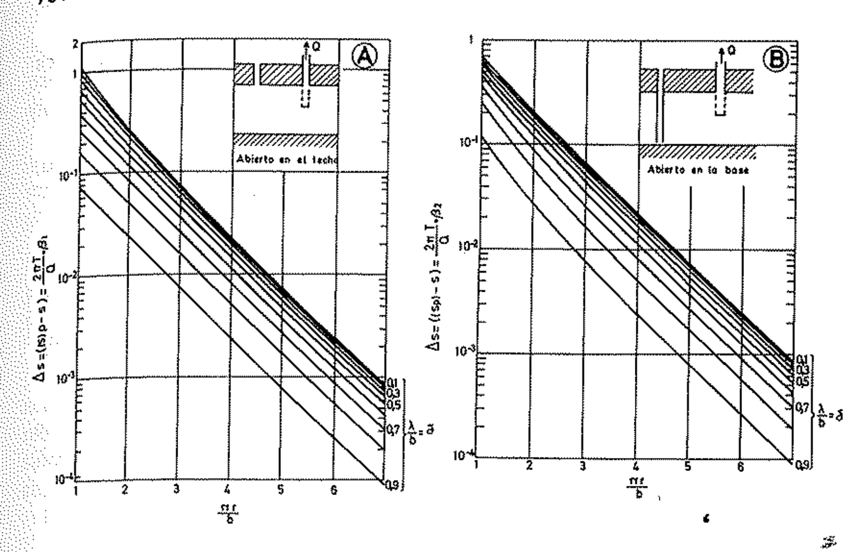
a) para piezómetros puntuales abiertos en el techo del acuífero:

$$\Delta s = (s)_p - s = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \beta_1 = \qquad (9.113)$$

$$= \frac{Q}{2\pi T} \frac{2b}{\pi\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_o \left(\frac{n\pi r}{b} \right) \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi\lambda}{b}$$

b) para piezómetros puntuales abiertos en la base del acuífero:

$$\Delta s = (s)_p - s = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \beta_2 =$$



$$= \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{2b}{\pi\lambda}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\,\frac{1}{n}\,K_o\left(\frac{n\pi r}{b}\right)$$

$$\cdot\,\text{sen}\,\frac{n\pi\lambda}{b} = \frac{Q}{2\pi T}\,\beta_2 \qquad (9.114)$$

en las que β_1 y β_2 son los llamados factores de corrección de descenso. Las fórmulas (9.113) y (9.114) se derivan fácilmente de la (9.112), y están representadas gráficamente en la figura 9.109.

Ejemplo 6

Recalcular el ejemplo 5 suponiendo que el pozo puede suponerse parcialmente penetrante y que los piezómetros 1 y 2 están abiertos en la base y en techo del acuífero respectivamente.

$$\delta = \frac{\lambda}{b} = \frac{8}{35} = 0{,}228$$

$$\frac{\pi r}{b} = \frac{\pi \cdot 10}{35} = 0{,}90$$

$$\frac{Q}{2\pi T} = \frac{761}{2\cdot\pi\cdot 2000} = 0{,}0605 \text{ m}$$

En la figura 9.109, $\beta_1 \approx 1$; $\beta_2 \approx 0{,}7$.

Para el piezómetro 1: $\Delta_s = 0{,}0605 \cdot 0{,}7 = 0{,}042$ m
Para el piezómetro 2: $\Delta_s = 0{,}0605 \cdot 1 = 0{,}06$ m

FIGURA 9.109

Factores de corrección de descenso en piezómetros afectados por pozos parcialmente penetrantes; fórmulas (9.113) y (9.114). (Según Jacob, 1963 b.)

La aplicabilidad es algo dudosa por la excesiva cercanía del piezómetro al pozo (el valor de $\pi r/b$ cae ligeramente fuera del gráfico).

La utilización de la fórmula (9.112) hubiese llevado a un cálculo más engorroso a causa de la lenta convergencia de la serie.

En el apartado 9.3 se darán otros gráficos de cálculo (fig. 9.110).

En las figuras 9.102 B y 9.103, se observa que existen puntos en que la velocidad vertical es nula; son los llamados puntos de estancamiento. No es fácil hallar la situación de los mismos en las proximidades del pozo, pues es preciso suponer una distribución del potencial a lo largo de la rejilla que en la realidad no es ni uniforme (pérdida ascensional en el pozo) ni la correspondiente a caudal constante por unidad de longitud, ya que el flujo tiende a concentrarse en los extremos libres (Jacob, 1963 b, pág. 281).

9.3 EFECTO DE LA ESTRATIFICACIÓN EN POZOS INCOMPLETOS

Si la permeabilidad vertical es menor que la horizontal, el flujo de agua hacia el pozo procedente de la porción del acuífero no enfrentada con la zona filtrante

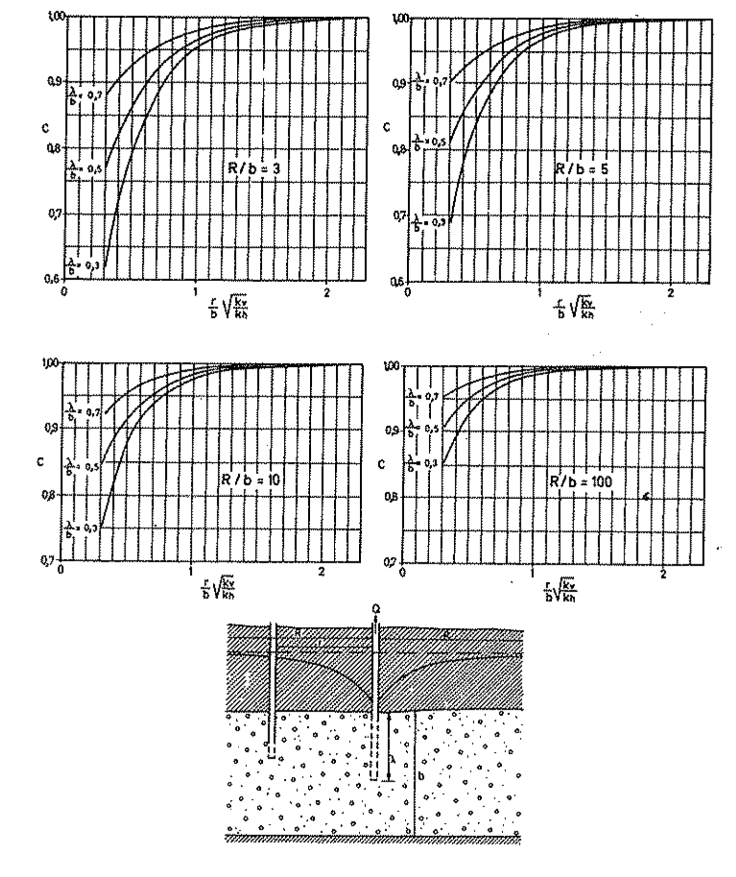


FIGURA 9.110

Correcciones por penetración parcial en piezómetros abiertos en la misma zona que el pozo. (Walton, 1962.)

está dificultado; ello es consecuencia de la disminución de las componentes verticales de la velocidad.

En el caso de acuífero uniformemente anisótropo se cumple que (TNO, 1964, pág. 95):

$$(s_p)_p - s_p = \frac{Q}{2\pi T}\,\frac{1-\delta}{\delta}\cdot\left[\ln\frac{4\,b}{r_p} + \frac{1}{2}\ln\frac{k_h}{k_v} - F(\delta,\varepsilon)\right]$$

con la misma simbología introducida en el apartado 9.2.1 siendo k_h y k_v respectivamente la permeabilidad horizontal y la vertical, y $T = b \cdot k_h$. La fórmula es válida si:

$$B \gg b\sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \qquad \text{(acuífero semiconfinado)}$$

$$r_p \ll \lambda\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

Para tener en cuenta el efecto de anisotropía en la fórmula (9.112) basta multiplicar el argumento de K_o por $\sqrt{k_v/k_h}$ (fórmula 9.121).

El efecto de penetración parcial deja de ser sensible a una distancia del pozo mayor que (Walton, 1962, pág. 7; Hantush, 1964, págs. 350-354):

$$r = \alpha\, b\sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \qquad (9.115)$$

variando α entre 1,5 y 2.

El valor de r es mayor que en acuífero isótropo.

Son frecuentes valores de k_h/k_v de hasta varias decenas (ver capítulo 9.11) con lo cual, para un acuífero de 20 m de espesor, la influencia de pozos incompletos que es de 30 m para acuífero isótropo, es de 120 m para $k_h/k_v = 16$ y de 300 para $k_h/k_v = 100$.

En el caso extremo de ser $k_v = 0$ el pozo sólo extrae agua de un espesor del acuífero igual a λ, y los descensos se producen como si se bombease en un acuífero cautivo de espesor λ, mediante un pozo completo.

En el análisis de ensayos de bombeo con pozos parcialmente penetrantes en acuíferos anisótropos, a distancias del pozo menores que

$$(1{,}5 \text{ a } 2)\, b\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

es preciso efectuar correcciones por penetración parcial, las cuales no son sólo función de la distancia, del grado de penetración, y de la anisotropía, sino también función de la posición relativa del pozo y del piezómetro con respecto a la vertical.

En el caso de que el piezómetro y el pozo estén abiertos en la misma zona del acuífero los descensos observados en el piezómetro, s, deben ser multiplicados por un coeficiente C a fin de obtener descensos, s_C, corregidos por el efecto de penetración parcial.

$$s_C = C \cdot s$$

Los valores de C, según Butlar, (en Walton, 1962, pág. 8) pueden tomarse de la figura 9.110 en la que C viene dado en función de:

$$\frac{r}{b}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

tomando como parámetro λ/b. Se han dibujado curvas para cuatro valores de R/b, siendo R el radio de influencia.

Si el pozo de bombeo está abierto sólo en el techo del acuífero y el pozo de observación en la base del acuífero, o viceversa, el descenso observado en el piezómetro es menor que el que se observaría en condiciones similares con un pozo completo que extrajese el mismo caudal.

En este caso:

$$s_C = \frac{C}{2C-1}\cdot s$$

siendo C el valor deducido de la figura 9.110.

En general se precisa que el piezómetro esté alejado del pozo.

Los descensos en el pozo pueden corregirse de forma similar. Según Butlar (en Walton, 1962, pág. 8).

$$s_C = C_p \cdot s_p$$

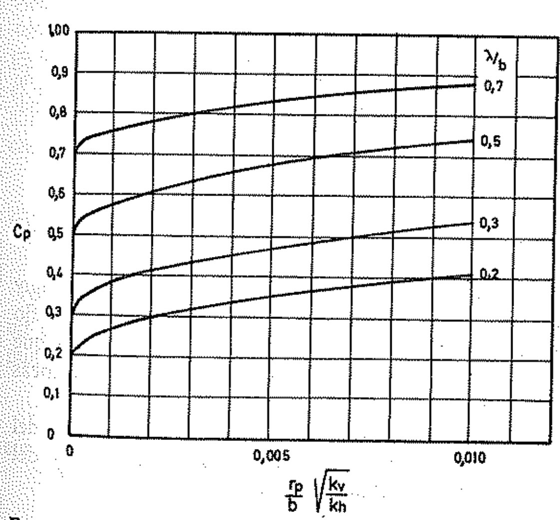
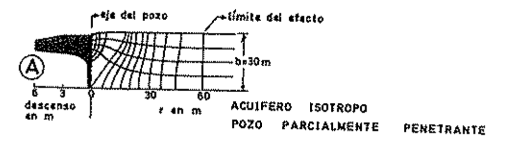
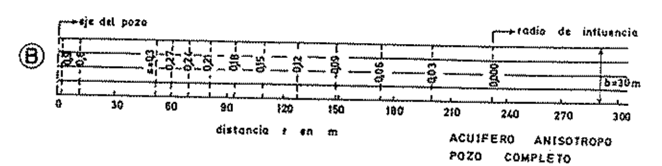
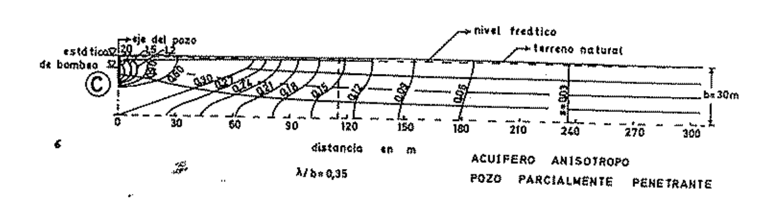


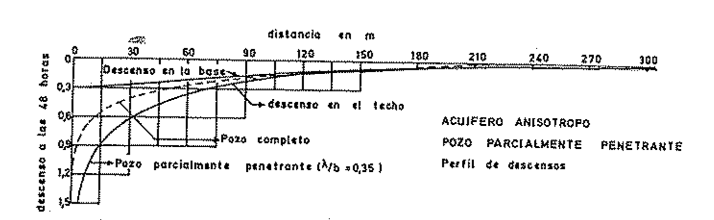
FIGURA 9.111

Factor de corrección del descenso por penetración parcial en el pozo. (Walton, 1962.)









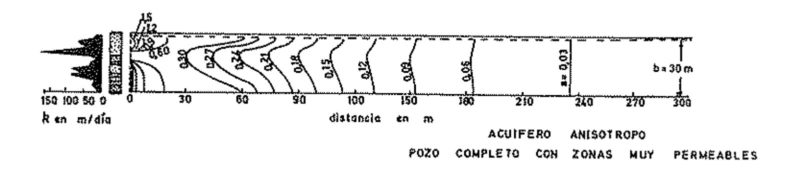


FIGURA 9.112

Bombeo en un acuífero anisótropo con un pozo parcialmente penetrante y con un pozo completo pero con zonas muy permeables. (Según Jacob, 1963.)

en la que C_p puede tomarse de la figura 9.111 en la que r_p es el radio del pozo.

En la figura 9.112, se dan algunos perfiles reales correspondientes a un ensayo de Wenzel (1936, 1942) en Grand Island (Nebraska), según datos tomados de Jacob (1963). Se estima que es $k_h/k_v = 16$ de modo que el efecto corresponde al que se tendría en un acuífero isótropo expandiendo $\sqrt{16} = 4$ veces las distancias horizontales.

9.4 POZOS ASIMILABLES A UN SUMIDERO PUNTUAL

Los pozos abiertos sólo en el fondo o aquellos en que la longitud de la rejilla es pequeña en relación al diámetro y/o al espesor del acuífero, pueden considerarse como sumideros puntuales y en sus proximidades el flujo es de simetría esférica. A distancias mayores, el flujo es ya radial y a distancias superiores a 1,5 ó 2 veces el espesor del acuífero el flujo es ya radial horizontal, como si se tratase de un pozo vertical completo. Si el acuífero está estratificado, se debe considerar una distancia 1,5 a 2 veces $b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$.

Si se bombea puntualmente un caudal Q en un medio permeable infinito se cumple que $\nabla^2 h = 0$ y por ser la simetría esférica:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial h}{\partial r_r^2} + \frac{2}{r_r} \frac{\partial h}{\partial r_r} = 0$$

de donde:

$$h = \frac{A}{r_r} + B$$

siendo r_r = distancia radial (en línea recta entre la parte abierta del pozo y la del piezómetro puntual).

Las condiciones de contorno son:

$$Q = 4 \cdot \pi \cdot r_r^2 \cdot k \frac{\partial h}{\partial r_r}$$

que expresa que el caudal extraído es igual al flujo que atraviesa cualquier esfera con centro en el sumidero, pues el régimen es permanente.

$s(\infty, t) = 0$ que expresa que en el infinito no se produce variación de potencial para cualquier tiempo.

La condición en el origen es:

$s(0, r_r) = 0$ o sea que el bombeo se inició en el tiempo $t = 0$.

En estas condiciones se obtiene:

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot r_r} \quad (9.116)$$

siendo r_r la distancia radial al punto en el que se mide el descenso. La distancia que se mide en un plano horizontal vale $r \cdot \cos \alpha$, siendo α la inclinación de la línea pozo-punto piezométrico respecto a la horizontal.

Si el punto sumente o punto de bombeo está cerca del techo o la base del acuífero, puede aplicarse la teoría de las imágenes para sustituir el límite por un pozo imagen o en su caso por una serie de pozos imagen.

En el caso particular de que el punto sumente se sitúe en el techo del acuífero siendo muy grande la distancia a la base:

$$s = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_r} \quad (9.117)$$

Como s es directamente proporcional a $1/r_r$ y en caso de flujo radial era s directamente proporcional a ln $1/r$, en el caso del sumidero puntual, los gradientes en las cercanías del pozo son mucho más fuertes (figura 9.104).

Para un mismo descenso, el caudal obtenido de un pozo no penetrante, Q_{np}, es mucho menor que el que se obtendría de un pozo vertical y completo, Q, puesto que:

$$\frac{Q_{np}}{Q} = \frac{r_p}{b} \ln \frac{R}{r_p}$$

Ejemplo 7

Calcular el caudal que proporcionará un pozo no penetrante de $r_p = 0{,}10$ m cuando un pozo completo y análogo situado en el mismo acuífero proporciona un caudal $Q = 9600$ m³/día con un descenso de $s = 10$ m, un radio de influencia aproximado de $R = 1000$ m y un espesor del acuífero de 50 m.

Será:

$$Q_{np} = 9600 \text{ m}^3/\text{día} \cdot \frac{0{,}10 \text{ m}}{50 \text{ m}} \ln \frac{1000}{0{,}10} = 176 \text{ m}^3/\text{día}$$

Si el radio del pozo filtrante por el fondo no es muy pequeño en relación con el espesor del acuífero, el flujo no es esférico en las proximidades del pozo sino que las superficies equipotenciales son elipsoides y las líneas de corriente hipérbolas (Forchheimer, 1937, pág. 85).

El descenso en un punto situado a distancia r_r del pozo, estando la zona filtrante lejos de la base y del techo del acuífero, viene dada por:

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot r_p} \text{ arc sen } \frac{r_p}{r_r} \quad (9.118)$$

De forma similar, si el pozo es cilíndrico con paredes filtrantes de forma tal que la longitud de rejilla es mucho menor que el espesor del acuífero, las superficies equipotenciales próximas al pozo son elipsoides (TNO, 1964, págs. 25-31).

En todos los casos, el potencial hidráulico varía con la profundidad en las proximidades del pozo de modo que un dato de descenso carece de valor si no se señala su posición en profundidad.

En el caso de pozo con rejilla corta y alejada del techo y de la base del acuífero el potencial medio en el pozo viene dado por:

$$(\bar{s}_p)_p = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \left(\ln \frac{2\lambda}{r_p} - 1 \right) \quad (9.119)$$

siendo λ la longitud de la rejilla, aplicable cuando $\lambda \gg r_p$.

En las inmediaciones del pozo, cerca del centro de rejilla, el descenso es:

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \ln \frac{\lambda^2 - 4z^2}{r_p^2} \quad (9.120)$$

siendo z la distancia vertical al centro de la rejilla. Si $z = 0$, o sea en el centro de la rejilla:

$$(s_p)_p \approx \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \ln \frac{\lambda}{r_p}$$

La fórmula de Gurinsky (Harr, 1962, pág. 262), para el descenso en el pozo parcialmente penetrante de rejilla corta en relación al espesor del acuífero, es una modificación de la anterior y se escribe:

$$(s_p)_p = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \ln \frac{1{,}6\,\lambda}{r_p} \quad (9.120)$$

Para un pozo filtrante en una longitud λ centrado en un acuífero de gran espesor, el descenso en cualquier punto es (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 426).

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \ln \frac{\rho_1 + \rho_2 + \lambda}{\rho_1 + \rho_2 - \lambda} =$$

$$= \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \ln \frac{z + \lambda/2 + \sqrt{(z + \lambda/2)^2 + r^2}}{z - \lambda/2 + \sqrt{(z - \lambda/2)^2 + r^2}} =$$

$$= \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot \lambda} \left(\text{arc Sh} \frac{z + \lambda/2}{r} - \text{arc Sh} \frac{z - \lambda/2}{r} \right)$$

siendo ρ_1 y ρ_2 las distancias radiales a la parte superior e inferior de la rejilla, z y r las coordenadas del punto de observación tomando los ejes coordenados en un plano vertical que pase por el pozo y el punto, estando el origen en el centro de la rejilla, con el eje r horizontal y el eje z vertical.

9.5 POZOS INCOMPLETOS EN RÉGIMEN NO PERMANENTE

9.5.1 Formulaciones generales

El análisis matemático de los descensos producidos durante el régimen transitorio de un pozo incompleto es complicado y en general se han de manejar funciones de expresión difícil. Los descensos dependen no sólo de la posición de la zona filtrante del pozo (de longitud λ, empezando a distancia a_2 del techo del acuífero y acabando a distancia a_1 de la base del mismo, con $a_2 = 0$ para el pozo parcialmente penetrante) sino de la penetración del piezómetro (se le supone abierto únicamente en su extremo a la altura z sobre la base del acuífero) y de la anisotropía del acuífero (k_h/k_v) tal como se indicará en el capítulo 9.11.

Para un acuífero semiconfinado, Hantush (1964, pág. 350) supone que el flujo es uniforme a lo largo de la rejilla del pozo y obtiene:

$$(s)_p = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(u, \frac{r}{B}\right) + \frac{2b}{\pi\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \left(\text{sen} \frac{n\pi(b - a_1)}{b} - \text{sen} \frac{n\pi a_2}{b} \right) \cdot \cos \frac{n\pi(b - z)}{b} \cdot W\left(u, \sqrt{\left(\frac{r}{B}\right)^2 + \frac{k_v}{k_h}\left(\frac{n\pi r}{b}\right)^2}\right) \right] \right] \quad (9.121)$$

siendo B el coeficiente de goteo y $T = k_h \cdot b$.

Para tiempos largos

$$t > \frac{bS}{2k_v}$$

la función W afectada por el sumatorio se convierte en

$$2 \cdot K_o \left(\sqrt{\left(\frac{r}{B}\right)^2 + \frac{k_v}{k_h}\left(\frac{n \pi r}{b}\right)^2} \right)$$

y para régimen estacionario la primera función W se convierte además en $2 K_o (r/B)$.

En general, el término r/B de la función W o K_o bajo el sumatorio es muy pequeño y puede despreciarse.

Para acuífero cautivo es $r/B = 0$ y para acuífero isótropo es $k_v/k_h = 1$. Para un acuífero cautivo isótropo en régimen permanente, la fórmula (9.121) se convierte en la (9.112).

Para puntos suficientemente distantes del pozo

$$r > 1{,}5\ b \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

el efecto de penetración parcial es muy pequeño, quedando:

$$(s)_p = \frac{Q}{4 \pi T} W \left(u, \frac{r}{B}\right)$$

Si el pozo es parcialmente penetrante ($a_2 = 0$) desaparece el término $\text{sen} \frac{n \pi a_2}{b}$.

En el caso de un acuífero cautivo con un pozo que penetra una longitud λ y con un piezómetro ranurado en toda su longitud de penetración λ' (Hantush, 1961):

$$(s)_p = \frac{Q}{4 \pi T} \left[W(u) + \frac{2 b^2}{\pi^2 \lambda \lambda'} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \text{sen} \frac{n \pi \lambda}{b} \cdot \text{sen} \frac{n \pi \lambda'}{b} \cdot W \left(u, \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \cdot \frac{n \pi r}{b}\right)\right)\right] \quad (9.122)$$

o para tiempo largo la fórmula equivalente cambiando la función W bajo el sumatorio por

$$2 K_o \left(\frac{n \pi r}{b} \cdot \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \right)$$

El segundo sumando dentro de los corchetes de cualquiera de las fórmulas (9.120) ó (9.121) o sus equivalentes poniendo $2 K_o(\alpha)$ en vez de $W(u, \alpha)$, se suele designar como función f, la cual no es función del tiempo para tiempos largos.

El producto:

$$\frac{Q}{4 \pi T} \cdot f = \Delta s$$

representa el sobredescenso Δs producido por la penetración parcial. En la tabla 9.12 se dan los valores de la ecuación (9.121) expresados como:

$$\frac{4 \pi T}{Q} s = W \left(u, \frac{r}{b} \cdot \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}, \frac{\lambda}{b}\right)$$

y en la tabla 9.13 se dan los valores de f para esa misma ecuación designados como:

$$f = W_p \left(u, \frac{r}{b} \cdot \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}, \frac{\lambda}{b}\right)$$

teniendo en cuenta que ambas tablas se refieren al caso que $\lambda = \lambda'$ o sea que el pozo es parcialmente penetrante con el piezómetro de la misma penetración y ranurado en toda su longitud (Visocky en Walton, 1970, págs. 139-143).

En el caso de que el piezómetro sólo esté abierto en un punto a distancia z sobre la base del acuífero y para tiempo largo ($t > b S / 2 k_h$) (Hantush, 1964, pág. 353):

$$\begin{aligned} f = \frac{b}{\lambda} \Bigg[& \text{arco Sh} \left(\frac{2b - a_1 - z}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) + \\ & + \text{arco Sh} \left(\frac{z - a_1}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) - \frac{2(b - a_1)}{b} \cdot \ln \left(\frac{4b}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) + \\ & + \ln \frac{\Gamma\left(1 - \frac{2b - a_1 - z}{2b}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{z - a_1}{2b}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{2b - a_1 - z}{2b}\right) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{z - a_1}{2b}\right)} \Bigg] - \\ - \frac{b}{\lambda} \Bigg[& \text{arco Sh} \left(\frac{a_2 + z}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) + \\ & + \text{arco Sh} \left(\frac{a_2 - z}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) - \\ & - \frac{2 a_2}{b} \ln \left(\frac{4b}{r} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) + \\ & + \ln \frac{\Gamma\left(1 - \frac{a_2 + z}{2b}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{a_2 - z}{2b}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{a_2 + z}{2b}\right) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{a_2 - z}{2b}\right)} \Bigg] \end{aligned} \quad (9.123)$$

TABLA 9.12 *Valores de la función de pozo parcialmente penetrante en acuífero cautivo (Walton, 1970)*

Valores de W (u, r/b, λ/b)

λ/b = 0,75

u	r/b=0,1	0,01	0,001
10^{-6}	13,8767	15,2580	16,7637
10^{-5}	11,5741	12,9554	14,2530
10^{-4}	9,2716	10,6478	11,3995
10^{-3}	6,9699	8,1392	8,3991
10^{-2}	4,6712	5,2967	5,3635
10^{-1}	2,2597	2,4103	2,4193
1	0,2823	0,2898	0,2898
2	0,0634	0,0643	0,0645
3	0,0167	0,0169	0,0169

λ/b = 0,50

u	r/b=0,5	0,2	0,1	0,03	0,01	0,001
10^{-6}	13,5665	14,4689	15,4989	17,6358	19,7506	24,2954
10^{-5}	11,2639	12,1663	13,1963	15,3332	17,4498	21,1506
10^{-4}	8,8614	9,8638	10,8938	13,0307	15,1224	17,0340
10^{-3}	6,6597	7,5621	8,5921	10,6994	11,9812	12,5845
10^{-2}	4,3661	5,2685	6,2757	7,4555	7,8851	8,0462
10^{-1}	2,1511	2,8822	3,2620	3,5305	3,6050	3,6304
1	0,3384	0,3986	0,4185	0,4319	0,4349	0,4353
2	0,0808	0,0910	0,0942	0,0964	0,0966	0,0968
3	0,0223	0,0247	0,0252	0,0254	0,0254	0,0255

λ/b = 0,25

u	r/b=1,00	0,75	0,20	0,10	0,03	0,01	0,001
10^{-6}	13,3385	13,9367	16,2123	18,9845	25,1707	31,4176	44,9718
10^{-5}	11,0359	11,6341	13,9097	16,6837	22,8681	29,1150	40,7960
10^{-4}	8,6334	9,3316	11,6072	14,3794	30,5656	26,7666	33,5338
10^{-3}	6,4317	7,0299	9,3055	12,0777	18,2045	22,6026	24,9428
10^{-2}	4,1381	4,7363	7,0119	9,7382	13,8971	15,3684	15,9702
10^{-1}	1,9231	2,5213	4,4451	5,7545	6,8298	7,1101	7,1913
1	0,2981	0,4959	0,7160	0,7856	0,8493	0,8549	0,8531
2	0,0806	0,1271	0,1675	0,1794	0,1900	0,1875	0,1893
3	0,0245	0,0366	0,0454	0,0472	0,0501	0,0481	0,0481

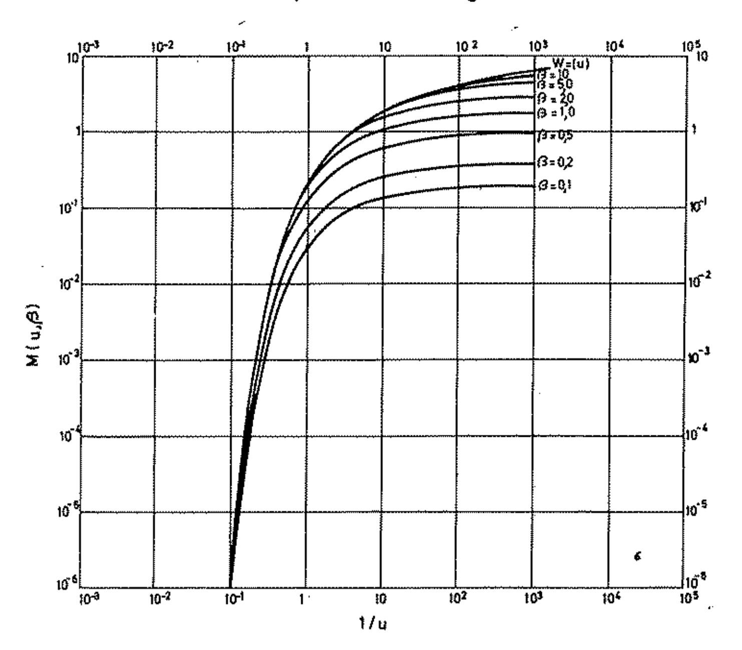


FIGURA 9.113
Gráfico de la función M (u, β). *(Según Figueroa, 1969.)*

y para tiempo corto

$$t < \frac{S_b}{5\, k_h} \left(\frac{1}{} - \frac{2\,b - a_l - z}{2\,b} \right)^2$$

$$s = \frac{Q}{8\,\pi\, k_h \cdot \lambda} \quad E \left(u, \frac{a_1}{r}, \frac{a_2}{r}, \frac{z}{r} \right) \qquad (9.124)$$

siendo:

$$E = M \left(u, \frac{2\,b - a_l - z}{2\,b} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) -$$

$$- M \left(u, \frac{a_2 + z}{r} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) + M \left(u, \frac{z - a_1}{r} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right) -$$

$$- M \left(u, \frac{a_2 - z}{r} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right)$$

La función M (u, β) está representada en la figura 9.113 y puede encontrarse tabulada en Hantush (1964) págs. 315-317. Para más detalles véase el apartado A.1.7.

TABLA 9.13 *Valores de la función de pozo parcialmente penetrante en acuífero cautivo para el descenso suplementario (Walton, 1970)*

Valores de W_p (u, r/b, λ/b)

λ/b = 0,25

u	r/b=0,01	0,03	0,1	0,2	0,5	1,0
$<10^{-5}$	18,18	11,93	5,75	2,97	0,70	0,10
10^{-5}	18,18	11,93	5,75	2,97	0,70	0,10
10^{-4}	18,13	11,93	5,75	2,97	0,70	0,10
10^{-3}	16,27	11,87	5,75	2,97	0,70	0,10
10^{-2}	11,33	9,86	5,70	2,97	0,70	0,10
10^{-1}	5,29	5,01	3,93	2,62	0,70	0,10
1	0,63	0,63	0,57	0,50	0,28	0,08
2	0,14	0,14	0,13	0,12	0,08	0,03

λ/b = 0,50

u	r/b=0,01	0,03	0,1	0,2	0,5	1,0
$<10^{-5}$	6,51	4,40	2,26	1,23	0,33	0,05
10^{-5}	6,51	4,40	2,26	1,23	0,33	0,05
10^{-4}	6,49	4,40	2,26	1,23	0,33	0,05
10^{-3}	5,65	4,37	2,26	1,23	0,33	0,05
10^{-2}	3,85	3,42	2,24	1,23	0,33	0,05
10^{-1}	1,78	1,71	1,44	1,06	0,33	0,05
1	0,22	0,21	0,20	0,18	0,12	0,01

λ/b = 0,75

u	r/b=0,01	0,1	0,2	0,5
$<10^{-5}$	2,02	0,64	0,33	0,08
10^{-5}	2,02	0,64	0,33	0,08
10^{-4}	2,01	0,64	0,33	0,08
10^{-3}	1,81	0,64	0,33	0,08
10^{-2}	1,26	0,64	0,33	0,08
10^{-1}	0,59	0,44	0,30	0,08
1	0,07	0,06	0,05	0,03

Para acuíferos libres puede emplearse la fórmula de Dagan (1967), cuando los descensos son pequeños:

$$s = \frac{Q}{\pi k_h \cdot \lambda} \left[\frac{1}{4} \ln \left(\frac{a + \dfrac{\lambda}{2} + z' + \sqrt{\left(a + \dfrac{\lambda}{2} + z'\right)^2 + r^2 \dfrac{k_v}{k_h}}}{a - \dfrac{\lambda}{2} + z' + \sqrt{\left(a - \dfrac{\lambda}{2} - z'\right)^2 + r^2 \dfrac{k_v}{k_h}}} \cdot \right. \right.$$

$$\left. \cdot \frac{a + \dfrac{\lambda}{2} - z' + \sqrt{\left(a + \dfrac{\lambda}{2} - z'\right)^2 + r^2 \dfrac{k_v}{k_h}}}{a - \dfrac{\lambda}{2} - z' + \sqrt{\left(a - \dfrac{\lambda}{2} - z'\right)^2 + r^2 \dfrac{k_v}{k_h}}} \right) -$$

$$- \int_0^\infty \frac{Ch\, x \left[\left(1 + \dfrac{z'}{H_o}\right)\right] Sh \left[x \dfrac{\lambda}{H_o}\right] Ch\, x \left[\left(1 - \dfrac{a}{H_p}\right)\right]}{x.Sh\, x.Ch\, x} \cdot \exp\left(-x \frac{t k_v}{m H_o} . Th\, x\right) J_o\left(x \frac{r}{H_o}\right) dx +$$

$$\left. + \int_0^\infty \frac{e^{-x} Sh \left[x \dfrac{\lambda}{2 H_o}\right] Ch \left[x \dfrac{a}{H_o}\right] Ch \left[x \dfrac{z'}{H_o}\right]}{x.Sh\, x} J_o\left(x \frac{r}{H_o}\right) dx \right] \qquad (9.125)$$

en la que

H_o = espesor saturado inicial
a = profundidad bajo el nivel freático inicial del centro de la rejilla
λ = longitud de la rejilla
z' = profundidad bajo el nivel freático del piezómetro puntual.

Esta fórmula tiene en cuenta el descenso del nivel freático y por lo tanto es especialmente válida para el bombeo en régimen variable lejos de la estabilización, aunque también puede emplearse para acuíferos casi estabilizados. No se tiene en cuenta el efecto del drenaje diferido.

9.5.2 Descenso en el pozo y caudal de bombeo

El descenso en el pozo es difícil de establecer ya que el supuesto de que el flujo es uniforme en toda su longitud no es totalmente correcto; la realidad es más próxima a que el potencial sea constante en toda su longitud. En cualquier caso, el descenso teórico en el pozo es un valor medio de los valores del descenso a lo largo de su rejilla. Cuando la zona filtrante es corta en relación con el espesor saturado, Hantush (1964, páginas 352-354) establece que el descenso teórico en el pozo es aproximadamente igual al descenso que se produce en el centro de la zona filtrante, si ésta no está cerca ni del techo ni de la base; si la rejilla se inicia en el techo o en la base, el máximo descenso se produce sobre ellos.

Para el pozo parcialmente penetrante en acuífero semiconfinado (Hantush, 1964, pág. 352):

$$s_p = \frac{Q}{4 \pi T} \left[W \left(u_p, \frac{r_p}{B}\right) + \right.$$

$$+ \frac{2 b}{\lambda} \quad \text{arc Sh} \left(\frac{\lambda}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}\right) -$$

$$- \frac{\lambda}{b} \ln \left(\frac{4 b}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}\right) -$$

$$\left. - \ln \frac{\Gamma \left(1 + \dfrac{\lambda}{2 b}\right)}{\Gamma \left(1 - \dfrac{\lambda}{2 b}\right)} \right] \qquad (9.126)$$

y para $\frac{\lambda}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} > 10$ y $\frac{\lambda}{b} < 0,5$

$$s_p \approx \frac{Q}{4\pi T}\left[W\left(u_p, \frac{r_p}{B}\right) + \frac{2b}{\lambda}\left(1 - \frac{\lambda}{b}\right)\ln\left(\frac{2\lambda}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}\right) - \frac{\lambda}{b}\ln\frac{2b}{\lambda} - 0,423\frac{\lambda}{b} + \ln\frac{2b+\lambda}{2b-\lambda}\right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi T}\left[W\left(u_p, \frac{r_p}{B}\right) + f\right] \qquad (9.127)$$

siendo $u_p = \frac{r_p^2 S}{4Tt}$ con $T = b \cdot k_h$

Estas ecuaciones son válidas para $t > \frac{Sb}{2k_v}$ y pueden convertirse en las ecuaciones para pozos parcialmente penetrantes en un acuífero cautivo haciendo $B = \infty$ o sea $W(u_p, r_p/B) = W(u_p)$.

La solución para tiempos cortos es mucho más complicada, pudiéndose escribir para acuífero cautivo:

$$s = \frac{Q}{4\pi k_h \lambda} M\left(u_p, \frac{\lambda}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}\right) \qquad (9.128)$$

El caudal obtenido en un pozo incompleto, para un mismo descenso y un mismo tiempo de bombeo, disminuye al aumentar k_h/k_v.

El efecto de la anisotropía es tanto menor cuanto mayor es la penetración del pozo; si la anisotropía es pequeña, apenas influye en el caudal del pozo, excepto para pozos muy incompletos; si la anisotropía es muy elevada influye mucho en el caudal y si es $k_h \gg k_v$ se llega a que el caudal del pozo se reduce al de un pozo completo en un acuífero de transmisividad $T = k_h \cdot \lambda$.

Ejemplo 8

Calcular el caudal que proporcionaría un pozo completo de 600 mm de diámetro en un acuífero cautivo de 15 m de espesor con $T = 800$ m²/día y $S = 0,003$, de modo que el descenso teórico al cabo de 3 días sea de 9 m. Calcular el error cometido si se encuentra que el acuífero tiene un espesor de 60 m y recalcular el error de suponer el acuífero isótropo, si se averigua que $k_h/k_v = 9$.

a) pozo completo con $b = 15$ m

$$Q = \frac{4\pi T s}{W(u)}$$

$$u = \frac{r_p^2 S}{4Tt} = \frac{0,3^2 \cdot 0,003}{4 \cdot 800 \cdot 3} = 2,8 \cdot 10^{-8}$$

$W(u) = 16,81$

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot 800 \cdot 9}{16,81} = 5580 \text{ m}^3/\text{día} = 62,3 \text{ l/seg}$$

b) pozo parcialmente penetrante con $b = 60$ m y medio isótropo ($k_h = k_v = 800/60$)

$$\frac{S \cdot b}{2k_v} = \frac{0,003 \cdot 60}{2 \cdot 800/60} = 0,00675 \text{ días} > 3 \text{ días}$$

$$\frac{\lambda}{r_p} \cdot \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} = \frac{15}{0,3} \cdot 1 = 50 > 10$$

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{15}{60} = 0,25$$

luego es aplicable la fórmula (9.127) con $B = \infty$

$$f = \frac{2 \cdot 60}{15}\left(\left(1 - \frac{15}{60}\right)\ln\left(\frac{2 \cdot 15}{60} \cdot 1\right) - \frac{15}{60}\ln\frac{2 \cdot 60}{15} - 0,423\frac{15}{60} + \ln\frac{2 \cdot 60 + 15}{2 \cdot 60 - 15}\right) = 24,64$$

$W(u) = 16,81$

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot T \cdot s}{W(u) + f} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 800 \cdot 9}{16,81 + 24,64} =$$

$= 2180$ m³/día $= 25,3$ l/seg

c) pozo parcialmente penetrante con b = 60 y $k_h/k_v = 9$

$$k_v = \frac{800/60}{9} = 1{,}48 \text{ m/día}$$

$$\frac{S \cdot b}{2\,k_v} = 0{,}058 < 3 \text{ días}$$

$$\frac{\lambda}{r_p}\sqrt{\frac{k_h}{k_v}} = \frac{15}{0{,}3} \cdot 3 = 150 > 10$$

$$\lambda/b = 0{,}25$$

luego es aplicable también la fórmula (9.127) con B = ∞

$$f = \frac{2 \cdot 60}{15}\left(\left(1 - \frac{15}{60}\right)\ln\left(\frac{2 \cdot 15}{0{,}3} \cdot 3\right) - \right.$$

$$- \frac{15}{60}\ln\frac{2 \cdot 60}{15} - 0{,}423\frac{15}{60} +$$

$$\left.\ln\left(\frac{2 \cdot 60 + 15}{2 \cdot 60 - 15}\right)\right) = 31{,}23$$

$$W(u) = 16{,}81$$

$$Q = \frac{4\,\pi\,T\,s}{W(u) + F} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 800 \cdot 9}{16{,}81 + 31{,}23} =$$

$$= 1880 \text{ m}^3/\text{día} = 21{,}8 \text{ l/seg}$$

En el caso *a)* el caudal ha sido sobreestimado en un 150 % respecto al caso *b)* y en un 190 % respecto al caso *c)*.

9.5.3 Descenso en puntos de observación

El descenso en puntos de observación puede obtenerse con las fórmulas del apartado 9.5.1.

En cualquier caso, *para distancias superiores a* $1{,}5\,b\,\sqrt{k_h/k_v}$ *el efecto del pozo incompleto es despreciable y pueden aplicarse las fórmulas para los pozos completos sea cual sea la penetración del punto de observación.*

En puntos de observación abiertos en todo el espesor del acuífero, el efecto de pozo incompleto se compensa y en los mismos se mide un descenso equivalente al producido por un pozo completo.

Si la rejilla del piezómetro tiene una longitud λ′ pequeña en relación con el espesor del acuífero, puede asimilarse a un piezómetro puntual abierto en el punto medio de la rejilla.

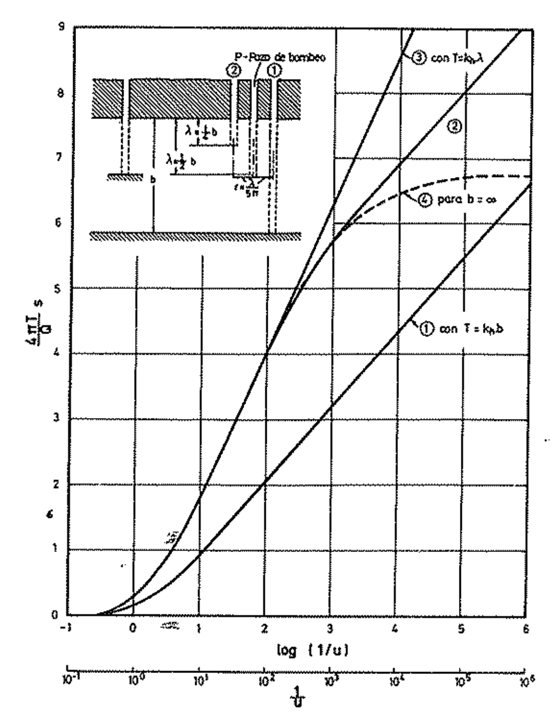


FIGURA 9.114

Efecto de la penetración parcial en régimen no permanente. Los piezómetros están a r < 1,5 b *del pozo.*
(1) *piezómetro totalmente ranurado.*
(2) *piezómetro ranurado en el cuarto superior del acuífero.*
P *pozo ranurado en la mitad superior del acuífero.*

9.5.4 Notas sobre los efectos de los pozos incompletos en las curvas de descensos-tiempos

En la figura 9.114 se representa, (curva 2) los descensos observados en un piezómetro que perfora el cuarto superior de un acuífero en el que está bombeando un pozo que penetra la mitad superior. A efectos comparativos, se representan (curva 1) los descensos que se hubieran observado si el pozo hubiese sido completo o lo que es lo mismo, se representan los descensos en un pozo de observación ranurado en todo el espesor del acuífero situado a igual distancia. También se representa (curva 3) los descensos provocados por un pozo completo en un acuífero de iguales características pero de espesor igual a la longitud de zona ranurada del pozo incompleto considerado. Puede observarse que los descensos en los primeros momentos (valores de 1/u pequeños) son como si el espesor del acuífero fuese sólo

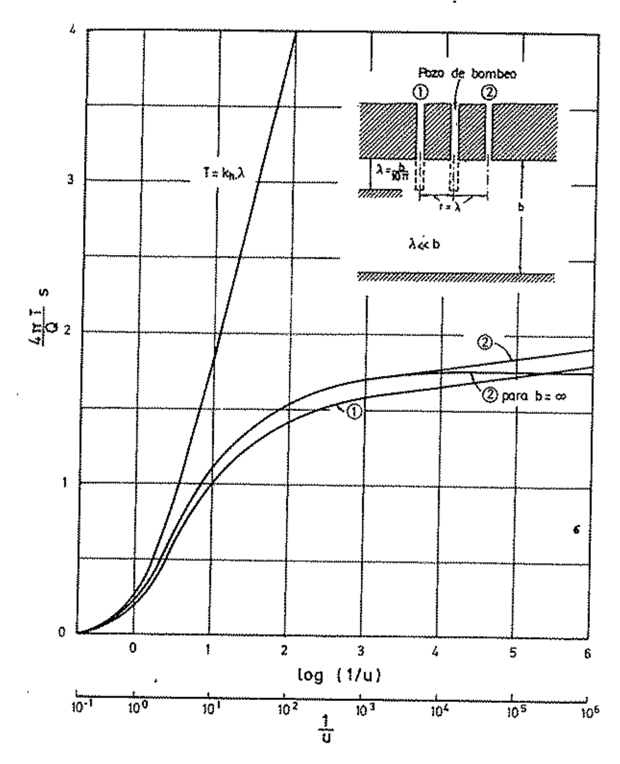


FIGURA 9.115

Efecto de pozos muy poco penetrantes en régimen no permanente.
(1) *Piezómetro de igual penetración que el pozo.*
(2) *Piezómetro abierto solamente en el techo del acuífero.*

el de la longitud de zona filtrante del pozo ($T = \lambda \cdot k_h$ en vez de $T = b \cdot k_h$). Para tiempos mayores la curva (2) se separa de la curva (3) para ponerse paralela a la (1) cuando:

$$t > \frac{b^2 S}{2 T}$$

o sea que para un tiempo suficientemente largo el descenso en el piezómetro es el que se calcularía de acuerdo con la teoría del acuífero cautivo con pozo completo más un valor constante que tiene en cuenta el efecto de penetración parcial y que corresponde a su valor máximo. Representando s en función de log t para el piezómetro se alcanza un tramo rectilíneo para tiempos largos: si el acuífero es de gran espesor ($b \gg \lambda$) no se alcanza el tramo lineal final (curva 4) sino que se tiene una casi estabilización, similar al efecto de un semiconfinamiento. En este caso la curva 1, no debe servir de comparación ya que se ha alterado el valor de T, hasta hacerlo muy grande.

En la figura 9.115 se representan los descensos cuando el espesor es grande, en el caso de un piezómetro de igual penetración que el pozo y en el caso de piezómetro sólo abierto en el techo del acuífero, representándose, a efectos de comparación, la curva de descensos en un acuífero de iguales características que el considerado pero de espesor igual a la penetración del pozo. El des-

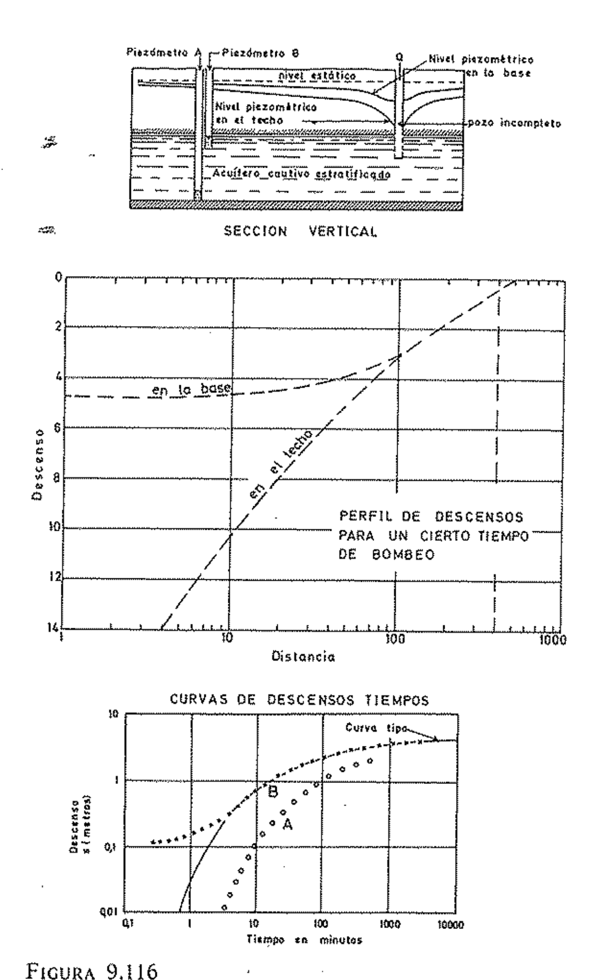


FIGURA 9.116

Efecto de un pozo parcialmente penetrante en los niveles piezométricos en la base y en el techo del acuífero. Las figuras son sólo ilustrativas.

censo es mayor en el piezómetro menos penetrante. Este hecho puede explicar que a veces en algunos piezómetros se observen descensos mayores que en otros menos alejados del pozo de bombeo.

Si la zona ranurada en el piezómetro o pozo de observación es larga, el descenso medido en el mismo, equivale, en primera aproximación, al descenso medido en un piezómetro colocado en el punto central de la zona filtrante (Hantush, 1964, pág. 354) si la longitud no es mayor que el doble de la del pozo de bombeo.

De acuerdo con las figuras 9.114 y 9.115, los pozos incompletos crean en los piezómetros próximos un régimen de descensos similar al producido por el goteo de un manto semiconfinado de gran espesor. Del mismo modo, si el tiempo de bombeo es suficiente como para hacer aparecer la parte curva del gráfico logarítmico de descenso pero no lo suficientemente largo como para que se aprecie el tramo final rectilíneo, el efecto del pozo incompleto se asemeja a los efectos de un límite de recarga de potencial constante.

Efectos similares aparecen también en pozos completos en acuíferos en los que el nivel del agua no es horizontal, en acuíferos de espesor variable (en forma de cuña) y en acuíferos heterogéneos con el pozo en una zona menos permeable (ver capítulo 9.11).

Es importante destacar que el efecto de un pozo parcialmente penetrante en un piezómetro depende mucho de la profundidad del mismo, siendo menores los descensos en los piezómetros profundos (los abiertos de forma opuesta al pozo), de tal modo que un piezómetro profundo próximo al pozo puede indicar un descenso menor que un piezómetro enfrentado al pozo y más lejano. La figura 9.116 ilustra lo dicho.

9.6 VALORACIÓN DE ENSAYOS DE BOMBEO CON POZOS INCOMPLETOS

9.6.1 Régimen permanente. Perfiles de descensos-distancia

Cuando los niveles se han estabilizado o casi estabilizado (el cono de descensos mantiene su forma) sólo se pueden analizar los perfiles de descensos. En los piezómetros más alejados que 1,5 b $\sqrt{k_h/k_v}$ o ranurados en todo el espesor del acuífero no es preciso efectuar corrección alguna puesto que no están afectados por el hecho de ser el pozo incompleto.

Sin embargo, es muy frecuente que todos o una parte importante de los niveles medidos correspondan a piezómetros afectados por el hecho de ser el pozo incompleto y entonces es preciso corregir esos descensos.

Si el acuífero se considera isótropo ($\sqrt{k_h/k_v} = 1$) pueden aplicarse los gráficos de la figura 9.109; para ello es preciso estimar un valor de T y S a partir de los datos disponibles y con ellos calcular Δ s para cada piezómetro; con estos valores se corrigen los descensos y se repite el cálculo de T y S; si se obtienen los mismos valores o unos valores muy próximos el proceso se acaba; si no es así se inicia de nuevo el ciclo hasta conseguir valores de T y S fijos. En las determinaciones se trabaja con gráficos s — log r y T y S se determinan según lo indicado en el apartado 4.3.5.

La bondad de lo realizado puede ser contrastada recalculando los descensos en los piezómetros con los valores finales de T y S mediante las fórmulas del apartado 9.2.3, o calculando el descenso teórico en el pozo mediante las fórmulas del apartado 9.2.1, el cual debe coincidir con el descenso leído en el diagrama s — log r para $r = r_p$.

Si en un lugar determinado se dispone de piezómetros puntuales, uno abierto en el techo del acuífero y otro en la base, el descenso corregido es el valor medio de los descensos (Jacob, 1963 b), aún si el acuífero es anisótropo (en realidad sólo es aplicable al punto de estancamiento) (Jacob, 1963).

Con frecuencia los acuíferos son anisótropos y entonces lo anteriormente expuesto no es aplicable, siendo preciso recalcular los gráficos de la figura 9.109 a partir de las fórmulas del apartado 9.5.1 para t grande. En este caso es preciso suponer el valor de k_h/k_v o deducirlo si es que se dispone de piezómetros abiertos a profundidades diferentes.

9.6.2 Régimen variable. Curvas de descensos-tiempos

El análisis de los datos de descensos-tiempos en un piezómetro puede efectuarse por el método de coincidencia de curvas a partir del diagrama log s — log t; para ello es preciso disponer de una serie de curvas patrón dibujadas a partir de las ecuaciones (9.124); se dibuja

$$\log \frac{8 \cdot \pi \cdot k_h \cdot \lambda}{Q} \cdot s$$

en función de log (1/u) tomando como parámetro k_h/k_v. En el ajuste se selecciona la curva más apropiada

del haz, con lo que se obtiene k_h/k_v y el punto de coincidencia proporciona los valores:

$$\left(\frac{8 \cdot \pi \cdot k_h \cdot \lambda \cdot s}{Q}\right) \quad , \quad (s) \quad , \quad (1/u) \quad , \quad (t)$$

que permite calcular k_h,; $T = k_h \cdot b$, S.

Si no se conoce b, sólo puede calcularse S/b.

Las curvas tipo sólo son válidas para los primeros tiempos de bombeo, de modo que la curva de descensos se separa a partir de un cierto valor de u_s.

Si conviene, se pueden tener curvas-tipo universales, preparadas tomando como parámetro

$$\frac{r}{b}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

debiéndose dibujar un haz de curvas para cada par de valores de λ/b y de z'. Pueden utilizarse las fórmulas (9.121) o (9.122) (ver Walton, 1970, págs. 215-217).

Para tiempos de bombeo más largos es mejor emplear gráficos s – log t como los indicados en las figuras 9.114 y 9.115 (curva 2); el tramo recto final permite calcular T por los métodos usuales explicados en el apartado 4.3.5.

$$T = \frac{2,3\,Q}{4 \cdot \pi \cdot (\Delta\, s)_{10}}$$

Para tiempos cortos también se tiene un tramo casi lineal en el que la diferencia de descenso en un ciclo sería de $(\Delta\, s_{10})_a$ del que se obtendría:

$$k \cdot \lambda = \frac{2,3\,Q}{4 \cdot \pi \cdot (\Delta\, s_{10})_a}$$

$$k = \frac{2,3\,Q}{4 \cdot \pi \cdot (\Delta\, s_{10})_a \cdot \lambda}$$

Como λ es un dato puede intentarse calcular, al menos en primera aproximación, el espesor del acuífero pues es: $b = T/k_h$. La longitud de este primer tramo lineal depende de las características del pozo y punto de observación así como de las del acuífero y su situación relativa. Este cálculo sólo es aplicable para (Hantush, 1964, pág. 356):

$$t < \left(\frac{\lambda}{b}\right)^2 \frac{b \cdot S}{20\, k_v}$$

Los valores de S no pueden deducirse de forma sencilla ni en un caso ni en el otro. Debe calcularse a partir de:

$$S = \frac{2,25 \cdot k \cdot b \cdot e^f \cdot t_o}{r^2}$$

siendo t_o el valor de la intersección del tramo lineal final con el eje $s = 0$ y f el valor contenido en las fórmulas de los apartados 9.5.1 y 9.5.2, el cual debe calcularse previamente.

No puede pensarse en aplicar las curvas de Theis a los descensos para tiempos largos puesto que los descensos van incrementados en un valor Δ s y la escala de descensos es logarítmica:

$$\log\,(s + \Delta\, s) \neq \log\, s + \log\, \Delta\, s$$

En todo caso deben corregirse previamente los descensos de acuerdo con la figura 9.110.

Para acuíferos libres con descensos pequeños pueden obtenerse unas curvas tipo a partir de la fórmula (9.125).

Si los descensos son notables, puede efectuarse la corrección de Jacob (apartado 2.6.3) tomando como descensos corregidos:

$$s - \frac{s^2}{2\, H_o}$$

para los puntos finales y

$$s - \frac{s^2}{2\, \lambda}$$

para los puntos iniciales (Hantush, 1964, pág. 368).

En la figura 9.117 se muestran varias curvas de descensos-tiempos obtenidos con un modelo eléctrico para un acuífero libre estratificado con un pozo incompleto.

Para el análisis de descensos en acuíferos cautivos para tiempos grandes, puede aplicarse el método de la doble pendiente preconizado por Saad, aplicado al caso de un pozo que penetra una longitud λ, cuando el piezómetro está ranurado en toda su longitud y penetra una longitud λ'.

La fórmula (9.122) para tiempos largos se puede escribir

$$A = \left(\frac{4 \pi T (s)_p}{Q} - W(u) \right) \frac{\pi^2 \lambda \lambda'}{4 b^2} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} K_o \left(\frac{n \pi r}{b} \cdot \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \right) \text{sen} \frac{n \pi \lambda}{b} \cdot \text{sen} \frac{n \pi \lambda'}{b}$$

El valor A queda definido si el primer y tercer miembros se multiplican por sen $\pi \lambda'/b \cdot d\lambda'$ y se integra entre 0 y b, resultando:

$$K_o \left(\frac{\pi r}{b} \cdot \sqrt{\frac{k_v}{k_z}} \right) = \frac{4 A}{\pi} \text{cosec} \frac{\pi \lambda}{b} \qquad \text{(fórmula a)}$$

Además:

$$\frac{ds}{d (\log t)} = \frac{2{,}30 Q}{4 \pi T} e^{-u} = m \qquad \text{(fórmula b)}$$

$$\frac{dm}{d (\log t)} = \frac{(2{,}30)^2 Q}{4 \pi T} u e^{-u} = m' \qquad \text{(fórmula c)}$$

$$f(u) = \frac{m'}{m} = 2{,}30 u \qquad \text{(fórmula d)}$$

Si se tiene dibujada la curva s en función de log t se puede operar como sigue (Saad 1967):

1) determinar los valores de $m = (\Delta s)_{10}$ para varios puntos de la curva, mejor para tiempos grandes;
2) dibujar la curva m en función de log t;
3) determinar los valores de $m' = (\Delta m)_{10}$ en varios puntos de la curva m — log t;
4) para cada par de valores de m y m' (correspondientes a un mismo tiempo) hallar f (u) en la fórmula d y determinar el correspondiente valor de u;
5) determinar $T = k_h \cdot b$ en la fórmula b a partir del valor de u hallado y el correspondiente valor de m. Para cada par de valores de m y u debe obtenerse un mismo valor de T; de lo contrario existe un error de cálculo o el modelo físico del acuífero no es adecuado:
6) determinar S a partir de un valor de T, utilizando valores correspondientes de u y t. Los valores de S deben ser iguales para cada par de valores;
7) para un par de valores de s y t hallar W (u) en las tablas del apéndice A.9.2;
8) hallar $\sqrt{k_v/k_h}$ en la fórmula a, calculando previamente el valor de A.

9.6.3 Recuperación en los pozos incompletos

Al igual que se expuso en el capítulo 9.6, sea τ el tiempo que duró el bombeo y t el tiempo transcurrido desde la finalización del mismo. El descenso residual vendrá dado por:

$$s' = s (t + \tau) - s (t)$$

Si los descensos en el piezómetro de observación durante el bombeo habían alcanzado la fase rectilínea final indicada en la figura 9.114, en los instantes finales de la recuperación se obtiene un tramo recto del que es posible obtener T por el método ya descrito (apartado 9.6.2). Si durante el bombeo no se llega a esta porción lineal o la observación de la recuperación es corta, el análisis de la recuperación es complicado y pueden ob-

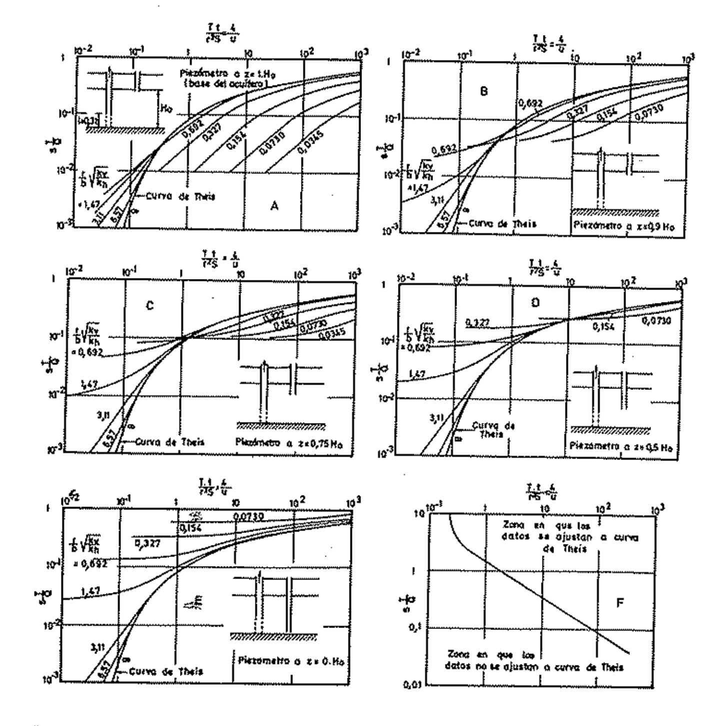


FIGURA 9.117

Descensos observados en piezómetros perfectos debidos al bombeo con un pozo incompleto en un acuífero libre en el que sólo influye el descenso de la superficie libre del agua. Se consideran los piezómetros abiertos a diferentes profundidades contadas a partir de la base del acuífero. El gráfico F representa las regiones de datos de ensayos de bombeo en acuíferos libres y con pozos incompletos, que se ajustan a la curva de Theis. Pozo de bombeo incompleto con (r/b) $\sqrt{k_v/k_h}$ = 0,0022 y abierto sólo en el 30 % inferior del acuífero; z = altura sobre la base del acuífero; H_o = espesor del acuífero. (Según Stallman, 1965.)

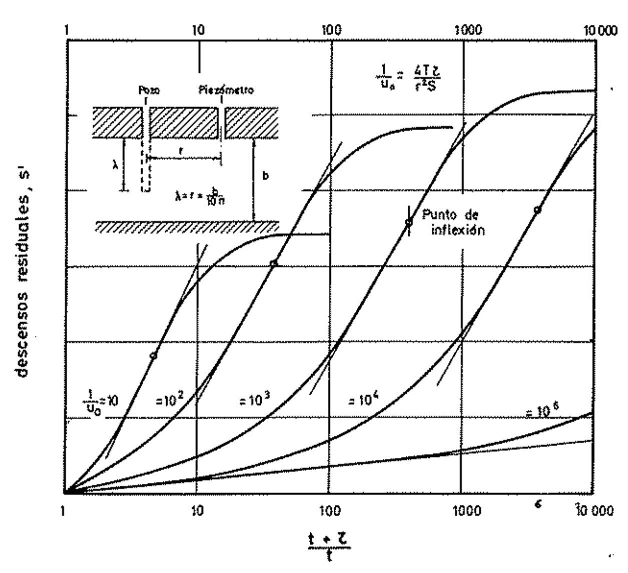


FIGURA 9.118

Curvas de recuperación en pozos parcialmente penetrantes en un acuífero cautivo. Todas las curvas pasan por el origen con un tramo lineal de pendiente proporcional a T. *La pendiente de los tramos próximos a los puntos de inflexión son más difíciles de interpretar.*

tenerse resultados falsos. En la figura 9.118 se representan diferentes curvas de recuperación. Todas las curvas tienen un tramo final rectilíneo que pasa por el punto:

$$\left(s = 0;\ \frac{t + \tau}{t} = 1\right)$$

Este tramo lineal es el útil para determinar T pero sólo es apreciable para las curvas con valores

$$\frac{1}{u_o} = \frac{4\,T\,\tau}{r^2\,S} > 10^4$$

Para las otras apenas es reconocible. Esta zona lineal aparece cuando (Hantush, 1961):

$$\frac{t + \tau}{t} < 1 + \frac{2\,T\,\tau}{b^2\,S}$$

Las zonas casi lineales próximas a los puntos de inflexión son más difíciles de evaluar[68].

[68] En Hantush (1961) pueden encontrarse los detalles del método.

Capítulo 9.10

Acuíferos semiconfinados. Casos complejos

10.1 CONSIDERACIONES GENERALES

La teoría de acuíferos semiconfinados para régimen permanente y para régimen variable establecida en el capítulo 9.2 es, en ocasiones, una excesiva simplificación de la realidad, en especial en lo que se refiere al régimen variable.

A veces debe considerarse un acuífero entre dos acuitardos, con lo cual las fórmulas para régimen variable deben ser modificadas, llegándose a unas expresiones más complicadas.

Los supuestos que se establecieron para el régimen variable fueron:

a) el almacenamiento en el acuitardo no se utiliza

b) el nivel piezométrico del acuífero que recarga no varía

c) sólo existe un único nivel semiconfinante.

En la realidad la condición *a)* difícilmente se cumple en los primeros momentos del bombeo; la condición *b)* difícilmente se cumple para tiempos largos, a no ser que la transmisividad del acuífero recargante sea muy elevada; la condición *c)* exige una disposición que no siempre es la real.

En otros casos el acuífero que recarga no existe y sólo se tiene uno o dos acuitardos limitados por medios impermeables de modo que el agua extraída procede exclusivamente del almacenamiento en el propio acuífero y en los acuitardos. Este caso equivale a un pozo en un sistema cautivo estratificado tal que esté ranurado sólo en el nivel más permeable.

Si sólo existe un acuitardo superior libre, la situación es similar a la de bombeo en un acuífero libre heterogéneo con un notable drenaje diferido y con un pozo incompleto abierto en la zona más permeable.

10.2 POZO EN UN ACUÍFERO SEMICONFINADO POR DOS ACUITARDOS EN RÉGIMEN PERMANENTE

El pozo penetra totalmente un acuífero de gran extensión, a_1, semiconfinado entre dos acuitardos de espesor y permeabilidades respectivas b_1', k_1', b_2' y k_2', de modo que existe un acuífero de nivel constante encima del acuitardo superior y otro acuífero, a_2, debajo del segundo acuitardo y apoyado sobre una base impermeable y tal que es influido por el bombeo en el acuífero a_1 (fig. 9.119 a).

Descenso en el acuífero bombeado, a_1 (TNO, 1964, páginas 41-45):

$$s_1 = \frac{Q}{2\pi T_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[(\alpha_2 \lambda_1^2 - 1)\lambda_2^2 K_o \left(\frac{r}{\lambda_1}\right) - (\alpha_2 \lambda_2^2 - 1)\lambda_1^2 K_o \left(\frac{r}{\lambda_2}\right) \right]$$

Descenso en acuífero inferior a_2:

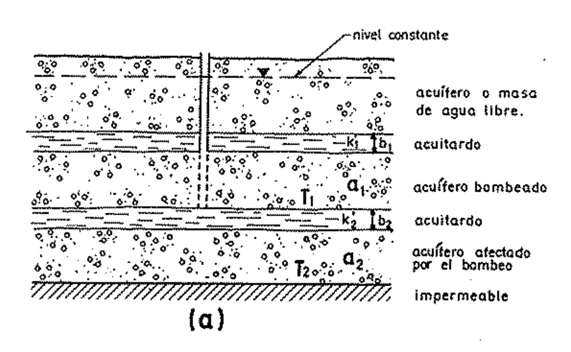
$$s_2 = \frac{Q}{2\pi T_1} \cdot \frac{\alpha_2 \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[K_o \left(\frac{r}{\lambda_1}\right) - K_o \left(\frac{r}{\lambda_2}\right) \right]$$

siendo:

$$\alpha_1 = \frac{k_1'/b_1'}{T_1} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{k_2'/b_2'}{T_2} \quad ; \quad \beta_1 = \frac{k_2'/b_2'}{T_1}$$

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1^2 \\ \lambda_2^2\end{matrix}\right\rangle = \frac{2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 \pm \sqrt{(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1)^2 - 4\,\alpha_1\,\alpha_2}}$$

Para λ_1^2 se tomará el signo (+) y para λ_2^2 se tomará el signo (−).



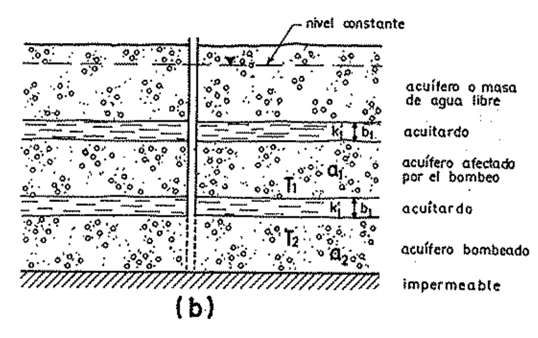


FIGURA 9.119
Casos complejos de semiconfinamiento.

FIGURA 9.120
Perfiles de descensos en un caso complejo de acuífero semiconfinado, comparados con el perfil de descensos en un caso de sólo recarga por el techo (ejemplo 2).

Ejemplo:

Sea un acuífero tal como el de la figura 9.119 a para el que

$k_1'/b_1' = 10^{-2}$ días^{-1} ; $k_2'/b_2' = 2 \cdot 10^{-2}$ días^{-1}

$T_1 = 500$ m^2/día ; $T_2 = 250$ m^2/día

Con estos valores se obtiene:

$\alpha_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ m^{-2} ; $\alpha_2 = 8 \cdot 10^{-5}$ m^{-2}

$\beta_1 = 4 \cdot 10^{-5}$ m^{-2} ; $\lambda_1 = 88{,}6$ m ; $\lambda_2 = 282$ m

Las ecuaciones que dan los descensos son:

$$\frac{2\pi T_1}{Q} s_1 = 0{,}413 \left[K_o\left(\frac{r}{88{,}6}\right) + 0{,}587\ K_o\left(\frac{r}{282}\right)\right]$$

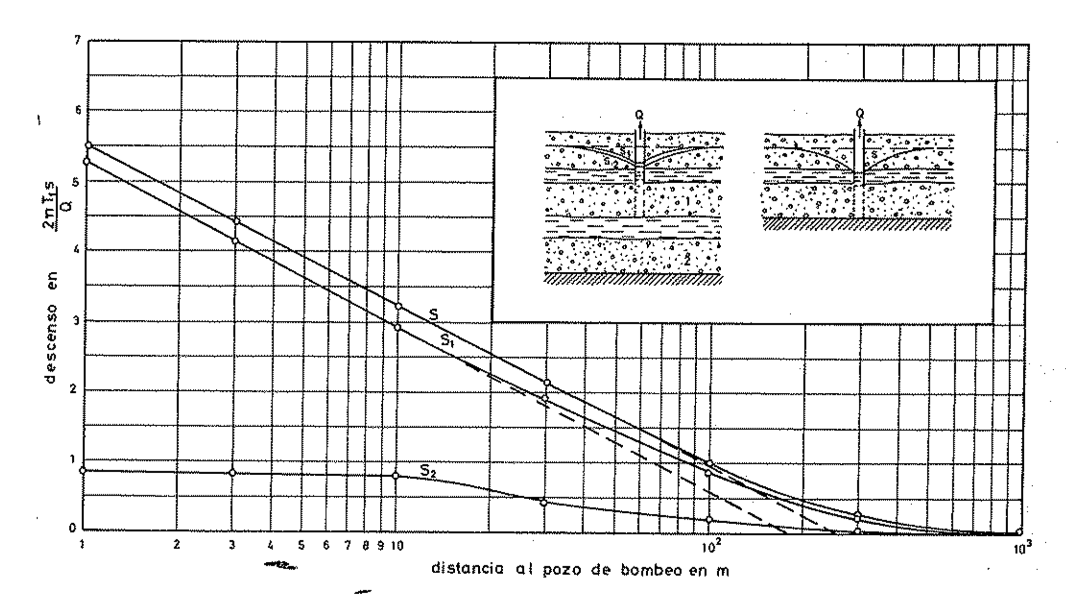
$$\frac{2\pi T_1}{Q} s_2 = 0{,}696 \left[-K_o\left(\frac{r}{88{,}6}\right) + K_o\left(\frac{r}{282}\right)\right]$$

Si el acuitardo a_2 hubiese sido un nivel impermeable

$B = \sqrt{1/\alpha_1} = 224$

$$\frac{2\pi T_1}{Q} s_1 = K_o\left(\frac{r}{224}\right)$$

Estas funciones están representadas en la figura 9.120.



Para distancias del pozo no muy grandes se observa que la curva s_1 es rectilínea en su inicio y casi paralela a la curva s. La deducción de la transmisividad mediante la pendiente de s_1 en la zona rectilínea, hubiese dado un valor suficientemente aproximado; en cambio, al tenerse variaciones importantes en el radio de influencia, el coeficiente de goteo que se deduce es erróneo (ver capítulo 9.3) y mayor que el real. Puede verse que en los alrededores del lugar del pozo de bombeo s_2 es casi constante.

El análisis de descensos de bombeo es complicado y además depende del tipo de datos disponibles. Para pozos de observación próximos al pozo es $K_o(x) \approx \ln(1{,}123/x)$ y entonces:

$$s_1 = \frac{Q}{2\pi T_1}\left(\frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\left[(\alpha_2\lambda_1^2 - 1)\lambda_2^2 \ln \lambda_1 - (\alpha_2\lambda_2^2 - 1)\lambda_1^2 \ln \lambda_2\right] + 0{,}116 - \ln r\right)$$

que puede escribirse de forma simplificada.

$$s_1 = B - A \ln r$$

de modo que el perfil de descensos (s – log r) en las proximidades del pozo es una recta de pendiente A y que corta al eje de distancia ($s_1 = 0$) en $\log R = B/A$.

$$A = \frac{2{,}3\,Q}{2\pi T_1}$$

de modo que la pendiente permite calcular T_1

$$T_1 = \frac{2{,}3\,Q}{2\pi(\Delta s)_{10}}$$

El valor de B:

$$B = \frac{Q}{2\pi T_1}\left(\frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\left[(\alpha_2\lambda_1^2 - 1)\lambda_2^2 \ln \lambda_1 - (\alpha_2\lambda_2^2 - 1)\lambda_1^2 \ln \lambda_2\right] + 0{,}11601\right)$$

relaciona

$\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2$ o sea T_1, T_2, k_1'/b_1' y k_2'/b_2'.

Estas relaciones están representadas en la figura 9.121, la cual está calculada para un caudal $Q = 250\ m^3/día$[69].

[69] En TNO (1964) págs. 161-167 y en Kruseman y De Ridder (1970) págs. 160-163 puede encontrarse el método para calcular los demás parámetros, que resulta complicado y además, es preciso utilizar curvas standard elaboradas por el International Institute for Land Reclamation and Improvement de Amsterdam.
Otro método, debido a Bruggeman puede encontrarse en Kruseman y De Ridder (1970) págs. 164-167, en el que no es necesario que la base del conjunto de acuíferos y acuitardos sea impermeable.

En el acuífero inferior no bombeado, en las proximidades del pozo de bombeo es

$$K_o\left(\frac{r}{\lambda_1}\right) - K_o\left(\frac{r}{\lambda_2}\right) \approx \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

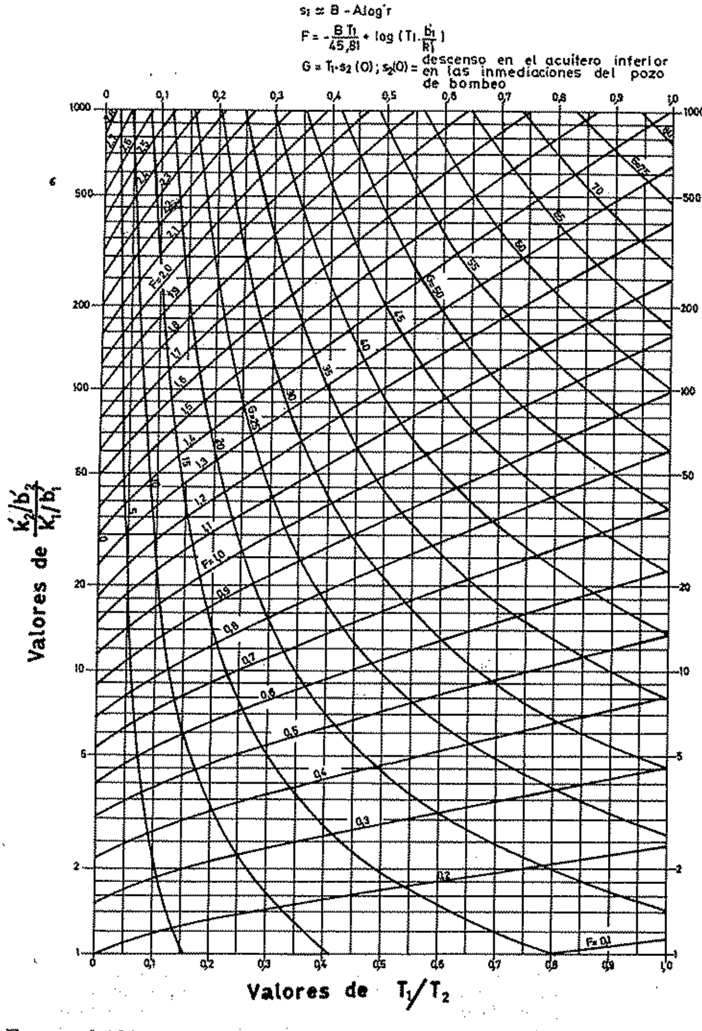


FIGURA 9.121
Abaco que relaciona los valores de T_1, T_2, k_1'/b_1', k_2'/b_2' para el bombeo en un acuífero entre dos acuitardos tal como se muestra en la figura 9.119 a. (TNO, 1964, págs. 163-169.)

de modo que el descenso que se tiene es:

$$s_2(0) = \frac{Q}{2\pi T_1} \ln \frac{\alpha_2 \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

que es independiente de r.

10.3 POZO EN UN ACUÍFERO SEMICONFINADO DEBAJO DE DOS ACUÍFEROS EN RÉGIMEN PERMANENTE

Sea el caso anterior pero con la zona filtrante del pozo en el acuífero inferior a_2 (fig. 9.119 b).

Descenso en el acuífero bombeado a_2 (TNO, 1964, páginas 45-47):

$$s_2 = \frac{Q}{2\pi T_2} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[(\alpha_2 \lambda_2^2 - 1) \lambda_1^2 K_o \left(\frac{f}{\lambda_1}\right) + \right.$$

$$\left. + (\alpha_2 \lambda_1^2 - 1) \lambda_2^2 K_o \left(\frac{r}{\lambda_2}\right) \right]$$

Descenso en el acuífero intermedio a_1:

$$s_1 = \frac{Q}{2\pi T_2} \frac{\beta_1 \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[K_o \left(\frac{r}{\lambda_1}\right) - K_o \left(\frac{r}{\lambda_2}\right) \right]$$

siendo α_1, α_2, β_1, λ_1 y λ_2 los valores definidos en el apartado anterior (10.2).

10.4 SISTEMA DE DOS ACUÍFEROS SEPARADOS POR UN ACUITARDO, CON UN POZO QUE PENETRA UNO DE LOS ACUÍFEROS. RÉGIMEN VARIABLE

El sistema de dos acuíferos separados por un acuitardo, con un pozo que penetre uno de los acuíferos, es el esquema clásico de la fórmula de Hantush desarrollada en el apartado 2.5, pero considerando que el acuífero no bombeado directamente no cambia de nivel piezométrico y que no se toma agua del almacenamiento en el acuitardo[70].

[70] El análisis general con variación de niveles en los dos acuíferos y con toma del almacenamiento de los mismos y del acuitardo ha sido realizado por Neuman y Whiterspoon (1969), con la única limitación de imponer flujo horizontal en los acuíferos y flujo vertical en el acuitardo; la solución matemática obtenida es muy complicada; pero calculable; pueden obtenerse resultados concordantes con un proceso de cálculo numérico desarrollado por los propios autores.
Pueden obtenerse soluciones simplificadas para tiempos cortos o para tiempos largos, pero no para tiempos intermedios; en la zona de validez se considera el almacenamiento en el acuitardo, pero no se tiene en cuenta el posible descenso de nivel del acuífero no bombeado.

Según Hantush (1964, págs. 334-337), para caudal de bombeo constante y cuando no puede despreciarse la cesión de agua del almacenamiento en el acuitardo:

a) para tiempos largos

$$t > \frac{2 b' S'}{k'}$$

$$t > 30 \left(1 + \frac{S}{3S}\right) \frac{r_p^2 S}{T} \left(1 - \left(\frac{10 r_p}{B}\right)^2\right)^{-1}$$

y

$$\frac{r_p}{B} < 0{,}1$$

siendo S′ el coeficiente de almacenamiento en el acuitardo y $B = \sqrt{T/(k'/b')}$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W \left(\left(1 + \frac{S'}{3S}\right) \cdot u , r/B \right)$$

que coincide con la fórmula de Hantush (9.20) si en vez de u se toma

$$\left(1 + \frac{S'}{3S}\right) \cdot u$$

Si el tiempo es lo suficientemente largo como para que se alcance el régimen estacionario, se obtiene la fórmula de De Glee-Jacob (9.15)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} K_o (r/B)$$

Del almacenamiento en el acuífero bombeado se toma un caudal

$$Q_b = \frac{Q}{1 + \frac{S'}{3S}} \exp \left[- \frac{S t}{S \left(1 + \frac{S'}{3S}\right) B^2} \right]$$

y el volumen total extraído del mismo entre los tiempos t_1 y t_2, siendo ambos suficientemente grandes es:

$$V_b = \frac{Q B^2 S}{T} \left[\exp \left(- \frac{T \cdot t_1}{S \left(1 + \frac{S'}{3S}\right) B^2} \right) - \right.$$

$$\left. - \exp \left(- \frac{T \cdot t_2}{S \left(1 + \frac{S'}{3S}\right) B^2} \right) \right]$$

b) para tiempos cortos,

$$t < \frac{S' b'}{10 k'}$$

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} H (u, \beta)$$

con

$$\beta = \frac{r}{4 B} \sqrt{\frac{S'}{S}}$$

siendo

$$H (u, \beta) = \int_u^\infty \frac{1}{y} e^{-y} \operatorname{erfc} \frac{\beta \sqrt{u}}{\sqrt{y (y-u)}} dy$$

tabulada en Hantush (1964) págs. 313 y cuya representación gráfica se muestra en la figura 9.122.

La función H puede aproximarse por:

$$H (u, \beta) \approx W (u) - \frac{4 \beta}{\sqrt{\pi u}} (0{,}258 + 0{,}693 \; e^{-u/2})$$

para $u > 10^4 \beta^2$

y por

$$H (u, \beta) \approx \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}044}{\beta^2 u}$$

para $u < \frac{10^{-5}}{\beta^2}$ y $u < 10^{-4} \beta^2$

Del almacenamiento en el acuífero bombeado se toma un caudal:

$$Q_b = Q \, e^{nt} \cdot \operatorname{erfc} \sqrt{n t}$$

con

$$n = \frac{k'}{b'} \frac{S'}{S^2}$$

y el volumen total extraído del mismo entre el inicio del bombeo y el tiempo t es:

$$V_b = Q \cdot t \left(\frac{2}{\sqrt{n \pi t}} - \frac{1}{n t} \right) \cdot \left(1 - e^{nt} \cdot \operatorname{erfc} \sqrt{n t}\right)$$

En la figura 9.123 se puede ver la forma de una curva de descensos tiempos en el caso de utilizar el almacenamiento en el acuitardo y con nivel constante en el acuífero no bombeado (curva 4) y puede compararse con la que se obtendría si el acuífero bombeado fuese cautivo (curva 1) o sin utilizar el almacenamiento en el acuitardo (curva 3). Se alcanza el mismo régimen estacionario pero la pendiente de la porción casi lineal es algo menor por lo que aparece un valor aparente de T aumentado.

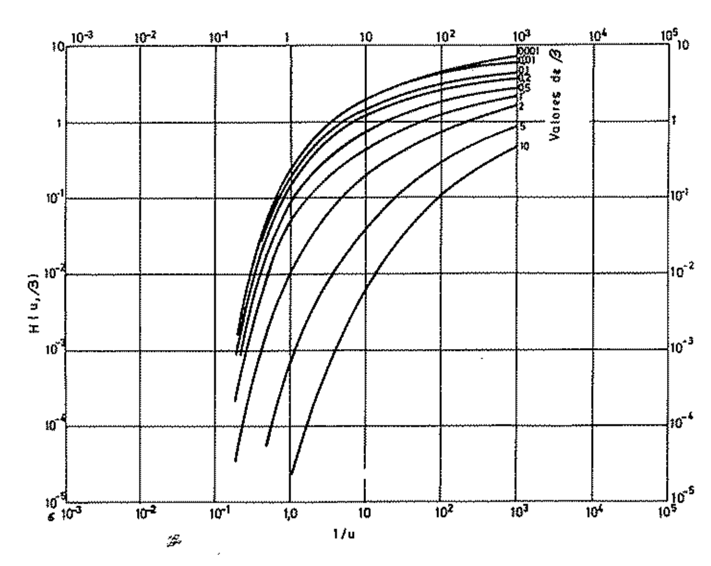


FIGURA 9.122

Gráfico de la función H (u, β). *(Según Figueroa, 1969.)*

La función H (u, β) aparece también para los descensos en tiempos cortos en otros problemas similares tales como (Figueroa, 1969)[71]

a) acuífero confinado por arriba y apoyado sobre un acuitardo de gran espesor (k'' y S_s'') siendo S_s'' el coeficiente de almacenamiento dividido por el espesor (almacenamiento específico) $S'' = S_s'' \cdot b$.

b) acuífero confinado por arriba o por abajo apoyado o cubierto por un acuitardo de espesor finito (b'', k'', S'').

c) acuífero entre dos acuíferos de nivel constante y separado de los mismos por dos acuitardos (b', k', S' y b'', k'', S'').

d) acuífero entre dos acuitardos de espesor finito, estando el conjunto entre niveles impermeables (b', k', S' y b'', k'' y S'').

e) acuífero cubierto por un acuitardo y un acuífero de nivel constante y apoyado sobre un acuitardo de espesor finito, el cual se apoya sobre una capa impermeable.

[71] Estos casos han sido estudiados por Hantush en varias publicaciones. En general se llega a ecuaciones difíciles de resolver o con soluciones de difícil manejo práctico.

En los casos en que existen dos acuitardos debe tomarse:

$$\beta = \frac{r}{4}\left(\sqrt{\frac{k'/b'}{T}\,\frac{S'}{S}} + \sqrt{\frac{k''/b''}{T}\,\frac{S''}{S}}\right)$$

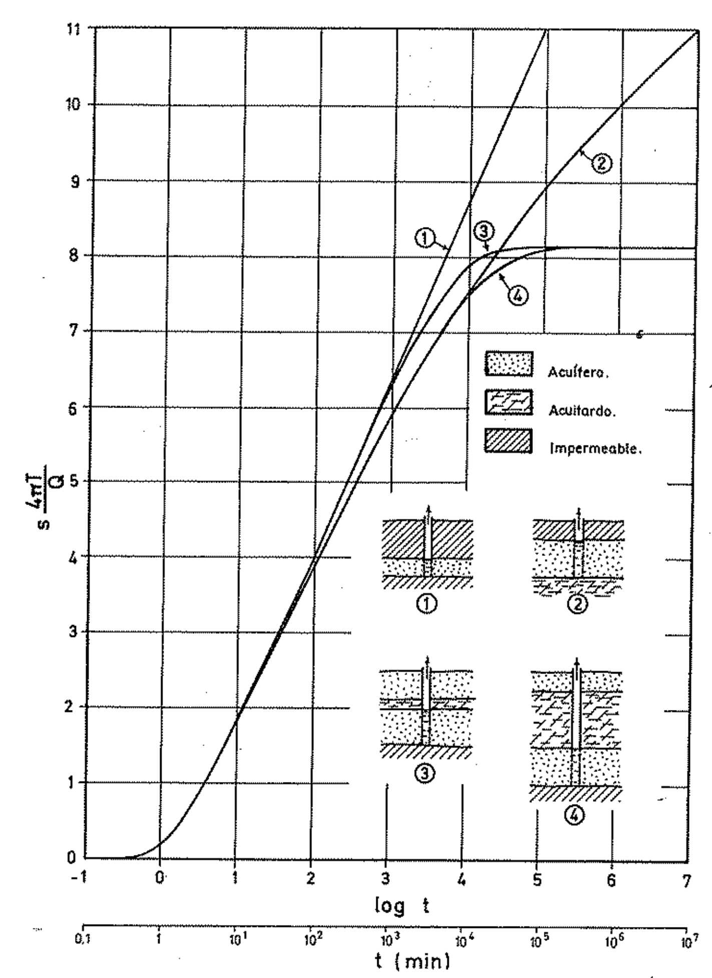


FIGURA 9.123

Gráfico de descensos-tiempos en un acuífero semiconfinado en los siguientes casos (Hantush, 1964):

1. *Acuífero confinado.*
2. *Acuífero semiconfinado a partir del almacenamiento en un acuitardo de espesor infinito.*
3. *Acuífero semiconfinado recargado por un acuífero de nivel constante a través de un acuitardo del que no se usa el almacenamiento.*
4. *Acuífero semiconfinado recargado por un acuífero de nivel constante a través de un acuitardo del que se usa el almacenamiento.*

Para tiempos largos se obtiene:

Caso *a)*

$$s = \frac{Q}{4\pi T} H(u, \beta)$$

Caso *b)*

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u \cdot \left(1 + \frac{S''}{S}\right)\right)$$

para $t \geq 10\,b'' \cdot S''/k''$

Caso *c)*

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u \cdot \left(1 + \frac{S'/S''}{3\,S}\right) \cdot \alpha\right)$$

para $t \geq 5\,b'\,S'/k'$ y $t \geq 5\,b''\,S''/k''$, con

$$\alpha = r\sqrt{\frac{k'/B' + k''/B''}{T}}$$

Caso *d)*

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u \cdot \left(1 + \frac{S'/S''}{S}\right)\right)$$

para $t \geq 10\,b'\,S'/k'$ y $t \geq 10\,''\,S''/k''$

Caso *e)*

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u \cdot \left(1 + \frac{S'' + S'/3}{S}\right),\ r\sqrt{\frac{k'/b'}{T}}\right)$$

para $t \geq 5\,b'\,S'/k'$ y $t \geq b''\,S''/k''$

Según Herrera y Figueroa (1969), para tiempos largos es posible utilizar las fórmulas para acuíferos cautivos con un pozo completo, tomando los *descensos corregidos*, s_c, que se deducen de

$s = s_c\, e^{-c \cdot \nu \cdot t}$ y con T/S sustituido por $1/\nu$

en la que:

a) para acuífero entre dos acuitardos con almacenamiento situado a su vez entre dos acuíferos de nivel constante:

$$c = \frac{1}{3T}\left(\frac{k'}{b'} + \frac{k''}{b''}\right)$$

$$\nu = \frac{3T}{3S + S' + S''}$$

b) para acuífero entre dos acuitardos con almacenamiento y a su vez entre formaciones impermeables

$$c = 0, \qquad \nu = \frac{T}{S + S' + S''}$$

c) para acuífero entre dos acuitardos con almacenamiento y a su vez entre un acuífero de nivel constante y una formación impermeable

$$c = \frac{k'}{T b'} \quad ; \quad \nu = \frac{3\,T}{3\,S + S' + 3\,S''}$$

siendo S″ la correspondiente al acuitardo en contacto con la formación impermeable[72].

En los trabajos de Neuman y Witherspoon (1969, 1969 b) con un acuífero sobre una base impermeable y separado de un acuífero superior de nivel no necesariamente constante por un acuitardo con almacenamiento, se utiliza el parámetro adimensional β, definido por:

$$\beta = \frac{r}{4\,b} \sqrt{\frac{k'/b'}{k/b} \cdot \frac{S'}{S}}$$

que es diferente del valor r/B. Los valores con prima se refieren al acuitardo y los otros al acuífero. El acuífero bombeado se designa por 1 y el no bombeado por 2.

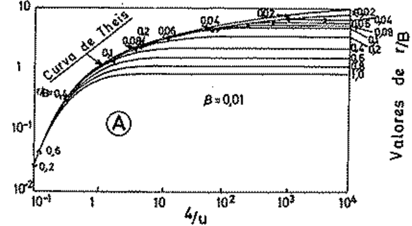
La solución general obtenida para el acuífero bombeado, sin variación de nivel en el acuífero no bombeado puede encontrarse en Neuman y Witherspoon (1969 b).

En la figura 9.124 se han representado las curvas de descensos-tiempos adimensionales tomando como parámetro r/B para valores de β de 0,01 0,1 y 1,0: el haz de curvas resultante tiene una envolvente (r/B = 0) que no coincide con la curva de Hantush sin almacenamiento en el acuitardo (fig. 9.16); la separación es tanto mayor cuanto mayor es el valor de β. En el gráfico c de dicha figura 9.124, se han dibujado las curvas de Hantush sin almacenamiento y en los otros gráficos sólo se ha dibujado su envolvente (curva de Theis), que corresponde al caso de acuífero cautivo.

Cuando es $\beta < 0{,}01$, la contribución del almacenamiento en el acuitardo no tiene importancia, pero es frecuente encontrar casos en que $\beta > 0{,}01$ o incluso mayor que 0,1, con lo que el error ya es notable. El error en la determinación de r/B puede ser importante para tiempos intermedios y cortos, así como el error en la determinación de T y S. Según Neuman y Witherspoon (1969 b) este error es importante para

$$u \leq 20 \, \frac{\beta^2}{(r/b)^4}$$

[72] Herrera (1970) extiende la misma idea a un sistema con varios acuíferos separados por acuitardos.



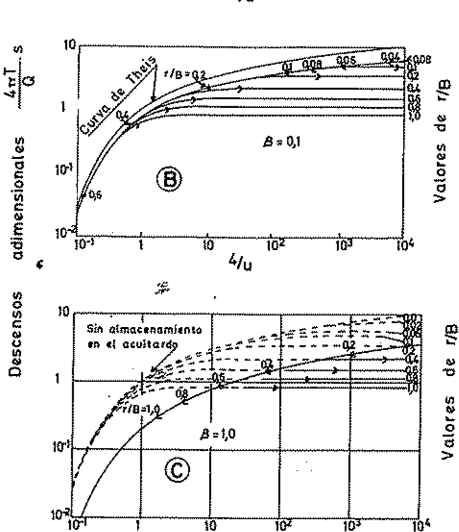


FIGURA 9.124

Curvas adimensionales de descensos-tiempos (doble logarítmicas) para el bombeo en un acuífero separado de otro de potencial constante por un acuitardo con almacenamiento. Las porciones entre señales corresponde a la zona intermedia de invalidez de las aproximaciones de Hantush para tiempos cortos y para tiempos largos. (Neuman y Witherspoon, 1969 b.)

En general se tiende a exagerar k para el acuífero bombeado y a reducir k′ para el acuitardo, tanto más cuanto más alejado esté el piezómetro (abierto en el acuífero bombeado), produciendo un falso efecto de heterogeneidad. En régimen estacionario ya no interviene el coeficiente de almacenamiento del acuitardo el cual es sólo un conducto para el paso del agua del acuífero no bombeado al acuífero bombeado; en este caso el nivel piezométrico en el acuitardo varía linealmente con la profundidad. En régimen no estacionario esta variación con la profundidad no es lineal y puede calcularse a partir de la fórmula (10) dada en Neuman y Witherspoon (1969 b).

En el caso de que el acuífero no bombeado no pueda ser considerado de nivel constante, lo expuesto es válido única-

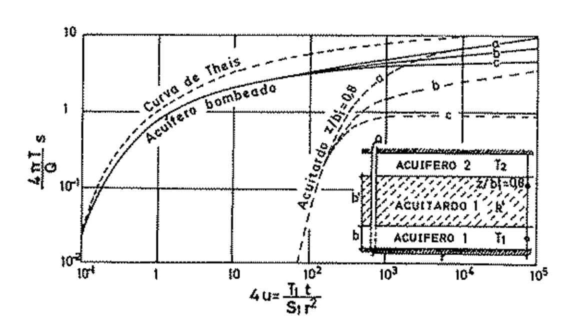


FIGURA 9.125

Curvas adimensionales de descensos-tiempos (doble logarítmicas) para el bombeo en un acuífero separado de otro por un acuitardo con almacenamiento. (Neuman y Witherspoon, 1969 b.)

a) *acuífero 2 impermeable (acuitardo confinado).*
b) *acuífero 2 afectado por el bombeo en el acuífero 1.*
c) *potencial constante en el acuífero 2* ($T_2 = \infty$).

mente para los primeros tiempos de bombeo. Sólo puede despreciarse este efecto cuando T es muy elevado. Para valores de T no muy grandes, no se alcanza teóricamente ningún estado estacionario. Estas consideraciones se reflejan en la figura 9.125.

El error cometido al suponer que el acuífero bombeado es de nivel constante crece con el tiempo y de forma tanto más acentuada cuanto menores son la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento del acuífero no bombeado en relación con el acuífero bombeado.

En la figura 9.126 se dan las curvas de descensos-tiempos adimensionales en dos casos.

10.5 ACUÍFERO ENTRE UN ESTRATO IMPERMEABLE Y UN ACUITARDO A SU VEZ LIMITADO POR OTRO ESTRATO IMPERMEABLE. RÉGIMEN VARIABLE

Este caso, ya contenido entre las consideraciones realizadas en el apartado 10.4, va a ser repetido aquí por su gran interés. El pozo que penetra totalmente el acuífero extrae agua del almacenamiento en el acuífero y en el acuitardo, y por ser el sistema confinado no llega a establecerse ningún régimen permanente.

Los descensos para tiempos largos vienen dados por: (Hantush, 1964, pág. 337):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u \cdot \frac{S' + S}{S}\right)$$

$$\text{para } t > \frac{2\,b'S'}{k} \text{ y } t > 30\,\frac{S' + S}{S} \cdot \frac{r_p^2\,S}{T}$$

y el caudal procedente del almacenamiento en el acuífero es:

$$Q_a = \frac{S}{S' + S}$$

y el volumen tomado del mismo entre los tiempos t_1 y t_2 (grandes) es:

$$V_a = \frac{Q \cdot (t_2 - t_1) \cdot S}{S' + S}$$

Los descensos para tiempos cortos vienen dados por:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} H(u, \beta) \text{ para } t < \frac{b'S'}{10\,k'}$$

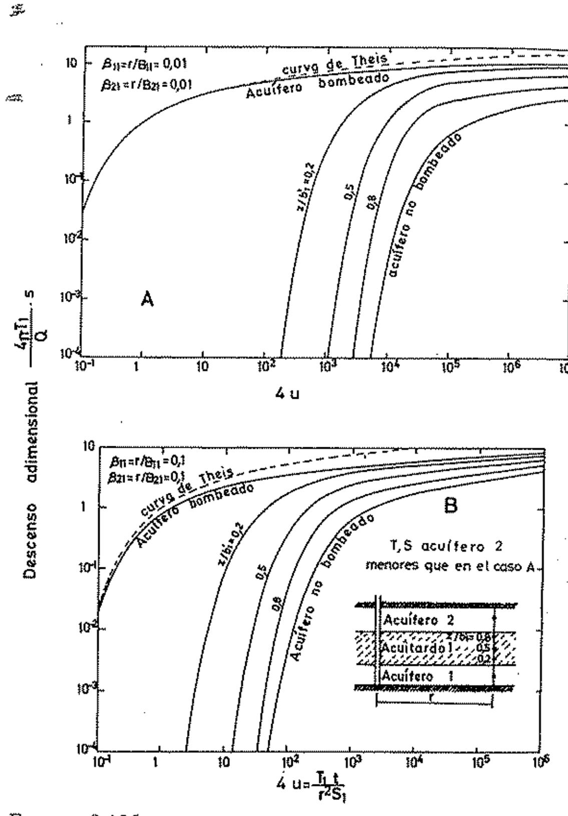


FIGURA 9.126

Curvas adimensionales de descensos-tiempos (doble logarítmicas) para el bombeo en un acuífero influenciado separado de otro por un acuitardo con almacenamiento. (Neuman y Witherspoon, 1969.)

y el caudal procedente del almacenamiento en el acuífero es:

$$Q_a = Q \cdot e^{nt} \cdot \text{erfc}\, \sqrt{n\,t}$$

y el volumen tomado del mismo hasta el tiempo t es:

$$V_a = Q \cdot t \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{\pi\, n\, t}} - \frac{1}{n\,t} \left(1 - e^{nt}\ \text{erfc}\ \sqrt{n\,t}\right) \right]$$

con $n = \dfrac{k'}{b'} \cdot \dfrac{S'}{S^2}$

Los descensos en el acuífero quedan representados en la figura 9.127; la curva 2 de la figura 9.123 representa también una curva de este tipo que difiere de la del acuífero cautivo por su menor pendiente; el análisis como un acuífero cautivo conduce a sobrevolar T en los primeros tiempos del bombeo, aunque para los tiempos grandes el valor de T es próximo al real si la transmisividad horizontal del acuitardo es mucho menor que la del acuífero (fig. 9.127).

Para tiempos largos y cerca del pozo el acuitardo transmite agua horizontalmente y para tiempos cortos y lejos del pozo proporciona un flujo casi vertical.

Es posible analizar datos de bombeo para tiempos cortos por el método de coincidencia de curvas dibujando en papel doble logarítmico (log s — log t) y disponiendo de un gráfico con el mismo módulo de log H (u, β) — log 1/u tomando β como parámetro (Walton, 1970, págs. 220-222).

También es posible analizar los descensos para tiempos largos de igual manera teniendo en cuenta que los valores de u obtenidos son en realidad

$$u \frac{S' + S}{S}$$

El caso descrito coincide con el de un pozo en un acuífero, con rejilla sólo en un tramo mucho más permeable, que a su vez puede tomarse como un caso de pozo incompleto en un acuífero heterogéneo en sentido vertical.

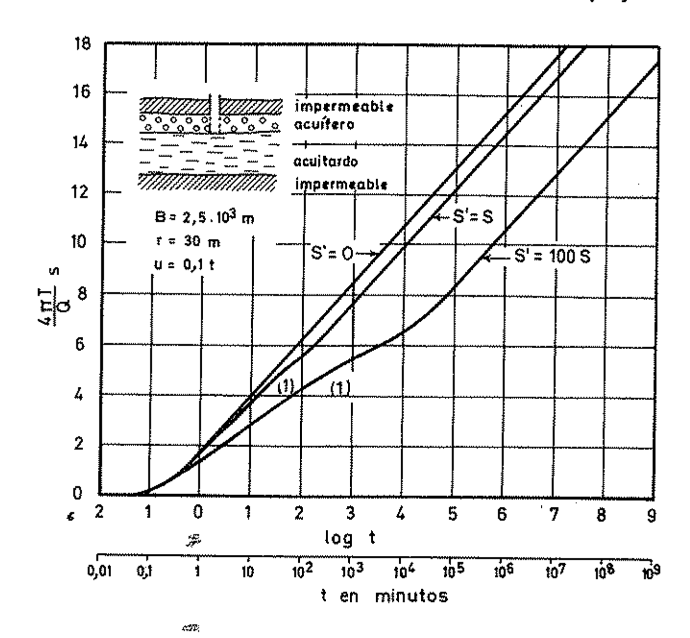


FIGURA 9.127
Curvas de descensos-tiempos en un acuífero semiconfinado en el que se utiliza el almacenamiento en un acuitardo no recargado. (Hantush, 1964, pág. 338.) El tramo casi rectilíneo (1) *no debe utilizarse para determinar* T.

10.6 EFECTOS EN LOS NIVELES EN ACUÍFEROS SEPARADOS DEL DE BOMBEO

Estos efectos han sido ya expuestos en los párrafos finales del apartado 6.3 de la sección 8 y pueden encontrarse también en los apartados anteriores. Por lo tanto no es preciso insistir más en ellos.

Capítulo 9.11

Pozos en acuíferos reales

11.1 INTRODUCCIÓN

Bajo la denominación de acuíferos reales se incluyen varios aspectos de la hidráulica de pozos en medios porosos saturados tales como:

a) acuíferos anisótropos
b) acuíferos estratificados
c) acuíferos heterogéneos
d) acuíferos inclinados
e) acuíferos de espesor variable.

Se considerará que no existe flujo natural. Los casos con flujo natural se estudiarán en el capítulo 9.12.

Entre los mencionados aspectos, el de la anisotropía reviste especial interés en sistemas de flujo con líneas de corriente no paralelas, tales como el bombeo en pozos incompletos o en acuíferos libres, aspectos que ya han sido tratados en los capítulos 9.8 y 9.9.

En general, la anisotropía está ligada a la sedimentación y por ello gran parte de los medios porosos naturales no consolidados deben ser considerados como anisótropos; en el caso de pozos completos, el efecto de anisotropía no aparece puesto que sólo interviene la permeabilidad horizontal.

Los cambios laterales de facies, los lentejones de materiales de propiedades diferentes, la existencia de estratos bien diferenciados de características diferentes, etc., son heterogeneidades cuyo efecto macroscópico depende de su tamaño. Si son pequeños en relación con el radio de influencia del pozo, el medio puede considerarse como homogéneo, pudiendo comportarse como isótropo o anisótropo, aunque esto último es lo más frecuente.

Con frecuencia, los pozos penetran varios acuíferos o bien penetran un único acuífero que forma parte de un sistema de acuíferos interrelacionados por acuitardos, o bien toman agua de un acuífero recargado exclusivamente a partir del almacenamiento en los acuitardos semiconfinantes. Todos estos casos se denominan casos complejos de semiconfinamiento y acuíferos múltiples, y fueron ya tratados en el capítulo 9.10.

11.2 POZOS EN ACUÍFEROS ANISÓTROPOS

11.2.1 Anisotropía en un plano vertical

Muy frecuentemente, la permeabilidad horizontal de un acuífero es diferente de la permeabilidad vertical; en terrenos sedimentarios, es una consecuencia del origen de esos terrenos. Durante la sedimentación, las partículas tienden a orientarse según direcciones preferentes, o bien lo hacen durante los procesos de asentamiento y consolidación. El acuífero puede ser de composición homogénea pero anisótropo en cuanto a permeabilidad (homogéneamente anisótropo).

También el material que se deposita no es siempre igual y el terreno resultante es una alternancia o una secuencia de terrenos de diferente permeabilidad. Así, es muy frecuente que un manto de gravas esté formado por gravas con pequeños lentejones de arenas finas y limos. Si cada una de estas formaciones es de notable espesor se habla de un acuífero dividido en estratos de diferente permeabilidad. Si el espesor de cada una de estas formaciones es muy pequeño no pudiéndose diferenciar verdaderos estratos, es más frecuente referirse a la formación considerándola simplemente como macroscópicamente anisótropa y homogénea.

No es raro que el cociente entre la permeabilidad horizontal, k_h, y la permeabilidad vertical, k_v, valga 10 o incluso 100 y algunas veces aún más (Heath y Trainer, 1968, pág. 84; Castany, 1963, pág. 282; Jacob, 1963).

En terrenos muy homogéneos, tales como arenas de dunas, el cociente citado puede tomar un valor tan bajo como 2 pero es frecuente que aún en terrenos notablemente homogéneos sea superior a 4.

Si el flujo es radial horizontal, sólo se tienen componentes horizontales de la velocidad del agua y las fórmulas para acuíferos homogéneos son igualmente válidas. Sin embargo, cuando el acuífero es libre o semiconfinado o el pozo es parcialmente penetrante, no puede despreciarse la componente vertical de la velocidad.

Como generalmente es $k_h > k_v$, el movimiento vertical del agua está dificultado y las líneas de corriente tienden a ser más horizontales excepto en las proximidades del pozo.

En todo lo que sigue se considerará que el acuífero es isótropo en cualquier plano horizontal paralelo a la base del mismo y que la elipse de permeabilidades en un plano vertical tiene sus ejes principales dirigidos horizontal y verticalmente.

La ecuación de la continuidad puede escribirse:

$$k_h \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) + k_v \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} + \frac{Q}{b} \delta (x, y) = $$

$$= \frac{S}{b} \frac{\partial s}{\partial t}$$

en la que Q es el caudal del pozo y $\delta (x, y)$ es la función delta de Dirac[73], cuyo valor es nulo en cualquier punto excepto para un punto (x, y) correspondiente al pozo, en el cual toma el valor 1, Q es el caudal del pozo, supuesto completo. La función δ tiene dimensiones de longitud al cuadrado; b es el espesor del acuífero.

Efectuando la transformación a unos nuevos ejes coordenados X, Y, tales que:

$$X = x \sqrt{\frac{k}{k_h}} \quad ; \quad Y = y \sqrt{\frac{k}{k_h}} \quad ; \quad Z = z \sqrt{\frac{k}{k_v}}$$

se obtiene:

$$k \cdot \nabla^2_{x,y,z} s + \frac{Q}{b} \delta (x, y) \cdot \frac{k}{k_h} = \frac{S}{b} \frac{\partial s}{\partial t}$$

que es la ecuación para un medio isótropo de permeabilidad k arbitraria en el que existe un pozo de caudal $Q \cdot k/k_h$ que produce los mismos descensos s.

Por simplicidad, es corriente tomar $k = k_h$ con lo que basta multiplicar las dimensiones verticales por $\sqrt{k_h/k_v}$ y considerar un caudal en el medio transformado del mismo valor Q.

[73] En realidad la función a considerar es $\delta (x) \cdot \delta (y)$. Véase el apéndice A.8.1 de la sección 8.

A veces se toma $k = k_v$ con lo que las dimensiones horizontales se multiplican por $\sqrt{k_v/k_h}$ y debe considerarse un caudal en el medio transformado de valor $Q \cdot k_v/k_h$.

Para pozos completos se tiene:

a) en acuífero cautivo el flujo es horizontal y por lo tanto no interviene el efecto de anisotropía.

En el medio transformado para $k = k_h$ se tiene un valor de $T = k \cdot b = k_h \cdot b$ y un coeficiente de almacenamiento S, que no se alteran al deshacer la transformación. Para $k = k_v$ se obtiene $T = k_v \cdot b$, y S para un caudal $Q \frac{k_v}{k_h}$ o sea $T = k_v \cdot b \cdot \frac{k_h}{k_v} = k_h \cdot b$ y S para un caudal Q. De ahí se deduce, lo que ya se adivina intuitivamente: que los ensayos de bombeo pueden valorarse por los métodos usuales prescindiendo de la anisotropía.

b) en un acuífero semiconfinado, el efecto de la anisotropía se traduce en una disminución de la recarga por unidad de superficie lo que trae como consecuencia un agrandamiento del cono de bombeo; las velocidades verticales no tienen apenas importancia, o sea que el efecto de anisotropía es despreciable si es (TNO, 1964, pág. 56):

$$\frac{k_h}{k_v} \cdot \left(\frac{b}{B} \right)^2 \ll 1$$

En el caso límite de $k_v = 0$ no se puede producir recarga y el acuífero pasa a ser perfectamente cautivo.

c) si el acuífero es anisótropo y libre, la superficie del agua tiende a ser más horizontal y el radio de influencia del acuífero libre es mayor. También la superficie de goteo es más alta. El planteamiento riguroso del problema es más complejo que en acuíferos homogéneos o isótropos, pero en principio la fórmula de Dupuit para el régimen permanente es aplicable en puntos en los que la pendiente de la superficie freática es pequeña, o sea (TNO, 1964, pág. 62):

$$\frac{k_h}{k_v} \cdot \left(\frac{dH}{dr} \right)^2 \ll 1$$

En el caso extremo de ser $k_v = 0$ no existe flujo vertical y en todo momento es $H = H_o$ para la superficie freática (no para las superficies piezométricas) y la altura de la superficie de goteo es $H' = H_o - H_p$[74].

[74] Puede demostrarse (ver TNO, 1964, págs. 57-61) que el caudal en función de H y H_o, para un pozo en el centro de una isla circular no está afectado por el valor de k_v.

Si existe recarga por la lluvia, W m^3/m^2/día, puede aplicarse la fórmula (9.35) si es $W \ll k_v$ y además se cumple que:

$$\frac{k_h}{k_v} \cdot \left(\frac{dH}{dr}\right)^2 \ll 1$$

Las mismas consideraciones son aplicables al régimen variable. La menor permeabilidad vertical retrasa el drenaje diferido y el efecto de descenso de la superficie libre. En este último caso es preciso tomar en la fórmula (9.100) (Hantush, 1964, pág. 366):

$$\rho = \frac{r}{H_o}\sqrt{\frac{k_v}{k_h}} \quad ; \quad \tau = \frac{k_v \cdot t}{S \cdot H_o}$$

tal como ya se expuso en el apartado 8.3.

El efecto de la anisotropía puede ser importante en el régimen variable en acuíferos libres y aunque la valoración del ensayo de bombeo con las fórmulas de los acuíferos cautivos puede dar valores aceptables de T, no es así para S, ya que se obtienen valores notablemente menores que los reales.

La anisotropía en un plano vertical hace que los efectos de penetración parcial sean sensibles a mayores distancias y disminuye el caudal del pozo incompleto, tal como se expresó en el capítulo 9.9, al que es preciso referirse para estas cuestiones.

Si no se tiene en cuenta la anisotropía, del análisis de ensayos de bombeo con pozos incompletos se obtiene un valor de k (k_h, horizontal) que está entre k_h y $\sqrt{k_h \cdot k_v}$ (Ernst y Westerhof, 1956).

11.2.2 Anisotropía en un plano horizontal

A veces sucede que en los acuíferos reales la permeabilidad horizontal es función de la orientación. Tal acontece en ciertos materiales no consolidados aluviales o litorales en los que existen zonas de gravas y arenas alargadas en una dirección preferente y con mayor frecuencia e intensidad en los materiales permeables por fisuración con o sin karstificación (estos últimos serán tratados en el capítulo 9.19).

Considerando el medio como homogéneo, es preciso considerar en cada punto un elipsoide de permeabilidad cuyos tres semiejes son k_1, k_2 y k_3.

Sólo se tendrá en cuenta el caso en que k_1 y k_2 están en un plano horizontal y $k_3 = k_v$ es vertical. Se considerará además que se trata de pozos completos en un acuífero cautivo con lo que el valor $k_3 = k_v$ no interviene.

Las líneas de igual descenso alrededor de un pozo no son ya circunferencias, sino elipses, cuyos ejes coinciden con las direcciones de las permeabilidades principales k_1 y k_2.

Tomando como ejes coordenados los que con centro en el pozo coinciden con las permeabilidades principales k_1 (eje X) y k_2 (eje Y), para un pozo completo en un acuífero cautivo puede escribirse:

$$k_1 \frac{\partial^2 s}{\partial X^2} + k_2 \frac{\partial^2 s}{\partial Y^2} + \frac{Q}{b}\,\delta(X, Y) = \frac{S}{b}\,\frac{\partial s}{\partial t}$$

en la que b es el espesor del acuífero, S el coeficiente de almacenamiento, Q el caudal de bombeo, s el descenso en un punto (X, Y) y $\delta(X,Y)$ la función delta de Dirac[75] ($= 0$ para $X \neq 0$, $Y \neq 0$, $y = 1$ para $X = Y = 0$), cuyas dimensiones son las de una longitud al cuadrado.

Si los ejes elegidos, x e y, no coinciden con las direcciones de las permeabilidades principales se tiene (Papadópulos, 1965):

$$k_{xx}\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + 2\,k_{xy}\frac{\partial^2 s}{\partial x\,\partial y} + k_{yy}\frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{Q}{b}\,\delta(x,y) = \frac{S}{b}\,\frac{\partial s}{\partial t}$$

en la que k_{xx}, k_{xy}, k_{yy} son las componentes del tensor simétrico de permeabilidad en un plano horizontal.

$$k = \begin{vmatrix} k_{xx} & k_{yx} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{vmatrix} \quad \text{siendo } k_{yx} = k_{xy}$$

La fórmula de Theis se convierte en (Papadópulos, 1965):

$$s = \frac{Q}{4\pi\sqrt{T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2}}\,W(u_{xy}) \qquad (9.129)$$

en la que $T = k \cdot b$

$$u_{xy} = \frac{S}{4t}\left(\frac{T_{xx}\cdot y^2 + T_{yy}\cdot x^2 + 2\,T_{xy}\cdot x\,y}{T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2}\right) = \frac{S}{4\,t\,\beta_{xy}}$$

[75] Véase el apéndice A.8.1 de la sección 8.

siendo β_{xy} la inversa de la cantidad entre paréntesis y que representa T/r^2 en un medio isótropo. Para valores de $u_{xy} < 0{,}03$ la ecuación (9.129) se puede aproximar por:

$$s = \frac{Q}{4\pi\sqrt{T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2}} \ln\left(\frac{2{,}25\,t}{S}\,\beta_{xy}\right) \qquad (9.130)$$

Si los ejes coordenados coinciden con las permeabilidades principales es (Papadópulos, 1965; Hantush, 1966):

$$s = \frac{Q}{4\pi\sqrt{T_1\cdot T_2}}\,W(u_{12}) \qquad (9.129\text{ bis})$$

en la que $T = k \cdot b$

$$u_{12} = \frac{S}{4t}\left(\frac{T_1 Y^2 + T_2 X^2}{T_1 T_2}\right) = \frac{S}{4t\beta}$$

que para valores de $u_{12} < 0{,}03$ se puede aproximar por:

$$s = \frac{Q}{4\pi\sqrt{T_1\cdot T_2}} \ln\frac{2{,}25\,t\beta}{S} \qquad (9.130\text{ bis})$$

El valor $T_v = \dfrac{T_1\cdot T_2}{T_2\cos^2\theta + T_1\,\mathrm{sen}^2\,\theta}$ es la transmisividad en una dirección que forma un ángulo θ con la transmisividad principal T_1.

Si se dispone de los datos de descenso en un piezómetro o en un pozo de observación, la aplicación de los métodos de Theis o Jacob (ver capítulo 9.4) permite deducir

$$\sqrt{T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2} \quad \text{y} \quad \beta_{xy}$$

valores que incluyen las incógnitas T_{xx}, T_{xy}, T_{yy} y S.

Con los datos de tres puntos de observación es posible establecer un sistema de cuatro ecuaciones y deducir esos valores. Como $\sqrt{T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2}$ no depende de la posición del punto de observación, se debe obtener siempre un único valor; si no es así, se toma un valor medio cuando esos valores son parecidos o bien es preciso sospechar que existen errores o que el modelo físico adoptado no es válido[76].

[76] Si se trata de un acuífero semiconfinado, también es posible el análisis de los datos de ensayos de bombeo en un acuífero anisótropo en un plano horizontal. Véase Hantush (1966).

El método más cómodo para operar es el siguiente:

a) hallar $T_{xx}\cdot T_{yy} - T_{xy}^2 = \alpha$

b) con cada valor de u calcular los valores

$$S\,(T_{xx}\,y^2 + T_{yy}\,x^2 - 2\,T_{xy}\,x\,y) = 4\cdot t\cdot u\cdot\alpha$$

c) con las tres ecuaciones resultantes calcular

$$S\,T_{xx} \quad , \quad S\,T_{yy} \quad , \quad S\,T_{xy}$$

d) sustituir en $\alpha = T_{xy}\cdot T_{xx} - T_{xy}^2$ y despejar S

e) calcular T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}, de los valores del apartado *c)*.

Conocidos T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}, se puede calcular fácilmente las transmisividades principales T_1 y T_2, pues:

$$T_1 = \frac{1}{2}\left(T_{xx} + T_{yy} + \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4\,T_{xy}^2}\right)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(T_{xx} + T_{yy} - \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4\,T_{xy}^2}\right)$$

formando el eje X (contiene a T_1) un ángulo θ con el eje x dado por

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{T_1 - T_{xx}}{T_{xy}}$$

θ es positivo en el sentido de las agujas del reloj y va de X hacia x.

También se pueden determinar las constantes del acuífero si es posible dibujar alguna elipse de igual descenso para deteterminar la longitud de un semieje[77].

11.3 POZOS EN ACUÍFEROS ESTRATIFICADOS

11.3.1 Régimen permanente

Con frecuencia, un medio acuífero está formado por un conjunto de estratos paralelos a la base del acuífero y tales que cada uno puede ser considerado individualmente como homogéneo e isótropo. Si k_i es la permeabilidad de cada estrato de espesor b_i, de acuerdo con lo establecido en el apartado 1.9 de la sección 8:

$$k_h = \frac{\Sigma\, b_i\cdot k_i}{\Sigma\, b_i} \quad ; \quad k_v = \frac{\Sigma\, b_i}{\Sigma\, b_i/k_i} \qquad (9.131)$$

[77] Véase el método de Hantush-Thomas en Kruseman y De Ridder (1970) págs. 128-131.

o si $b = \Sigma b_i$ es el espesor total,

$$k_h = \frac{\Sigma b_i \cdot k_i}{b} \quad ; \quad k_v = \frac{b}{\Sigma b_i/k_i} \qquad (9.131 \text{ bis})$$

Introduciendo la transmisividad (horizontal) de cada estrato o capa $T_i = k_i \cdot b_i$, la transmisividad horizontal total es:

$$T = k_h \cdot b = \Sigma T_i \qquad (9.132)$$

Si existe una variación continua de la permeabilidad

$$T = \int_0^b k(z) \cdot dz \quad ; \quad k_v = \frac{b}{\int_0^b \frac{dz}{k(z)}} \qquad (9.133)$$

siendo z la posición vertical.

Si cada estrato es anisótropo y tiene una permeabilidad horizontal k_{hi} y una permeabilidad vertical k_{vi}.

$$k_h = \frac{1}{b} \Sigma b_i \cdot k_{hi} \quad ; \quad k_v = \frac{b}{\Sigma b_i/k_{vi}} \qquad (9.134)$$

Si el número de estratos es elevado y su espesor individual es pequeño, el conjunto se comporta como un medio homogéneo y anisótropo con los valores de k_h y k_v indicados en las fórmulas (9.131) a (9.134) y es aplicable lo expuesto en el apartado 11.2.1.

Cuando existen estratos claramente diferenciados, la circulación se realiza preferentemente por los niveles de mayor transmisividad individual, y los menos permeables se drenan a través de ellos.

En ocasiones, los niveles menos permeables se comportan como acuitardos. Aun con pozos completos, esos niveles pueden proporcionar cierto drenaje diferido a expensas de una consolidación o de un flujo lento en su interior. Cuando los pozos son incompletos, a veces se puede tratar el conjunto como un caso complejo de semiconfinamiento (capítulo 9.10).

Si todos los niveles tienen el mismo potencial hidráulico y la permeabilidad vertical es muy reducida, cada nivel aporta el caudal que corresponde a su transmisividad, admitiendo que la pérdida de carga ascensional por el tubo del sondeo y las pérdidas de penetración en el pozo son pequeñas.

El análisis de la estratificación puede hacerse con un micromolinete que registre el aumento de caudal desde el fondo del pozo hasta el techo del acuífero o bien con trazadores.

Si inicialmente los diferentes niveles tenían diferente potencial, con el pozo en reposo se tiene una circulación de agua interna de modo que los niveles de más alto potencial ceden agua a los niveles que lo tienen menor y entonces el nivel del agua en el pozo en reposo es un nivel medio que expresa el equilibrio de caudales. Si el descenso de bombeo es mayor que la diferencia de niveles entre el acuífero que lo tiene mayor y el que lo tiene menor, todos los niveles contribuyen al agua bombeada, pero es difícil calcular el aporte de cada uno de ellos pues con frecuencia es desconocido el verdadero nivel piezométrico estático individual, y las transferencias de agua de un estrato a otro.

Si se estudia con un micromolinete el caudal circulante a lo largo del pozo para diferentes caudales de bombeo, es posible determinar para cada profundidad la función $\delta Q = f(s)$; δQ es el caudal cedido por un cierto estrato o sea la diferencia entre el caudal medido en el techo y el medido en la base del mismo, valor que puede ser positivo o negativo; s es el descenso provocado en el pozo. Dibujando δQ en función de s se puede extrapolar la curva a $\delta Q = 0$ para obtener la situación del nivel estático individual relativo al impropiamente llamado nivel de reposo en el pozo.

Los tramos en que el perfil de caudales con diferentes caudales de bombeo no indica ganancia ni pérdida, son las zonas poco permeables.

El tratamiento para acuíferos libres puede hacerse en primera aproximación tomando el valor de T definido en las fórmulas (9.131). Sin embargo, si la superficie freática corta varios niveles de diferente permeabilidad, se pueden tener desviaciones importantes, incrementadas si es importante el efecto de drenaje diferido[78].

Ejemplo 1

Calcular el caudal estacionario que aporta a un pozo completo cada una de las dos capas que forman un acuífero, si cada capa es isótropa y el radio de acción común es de 1000 m. La capa 1 tiene $k_1 = 50$ m/día y $b_1 = 10$ m y la capa 2, $k_2 = 10$ m/día y $b_2 = 20$ m. El nivel inicial en ambas capas es el mismo. Sea Q_1 el caudal proporcionado por la capa 1 y Q_2 el proporcionado por la capa 2. Se supone que no hay transferencia de agua de una capa a otra, lo cual no siempre es admisible.

$$s = \frac{Q_1}{2 \pi k_1 b_1} \ln \frac{R}{r_p}$$

$$s = \frac{Q_2}{2 \pi k_2 b_2} \ln \frac{R}{r_p}$$

[78] El problema de pozos penetrando parcialmente un acuífero estratificado ha sido analizado por Muskat (1937), págs. 429-439.

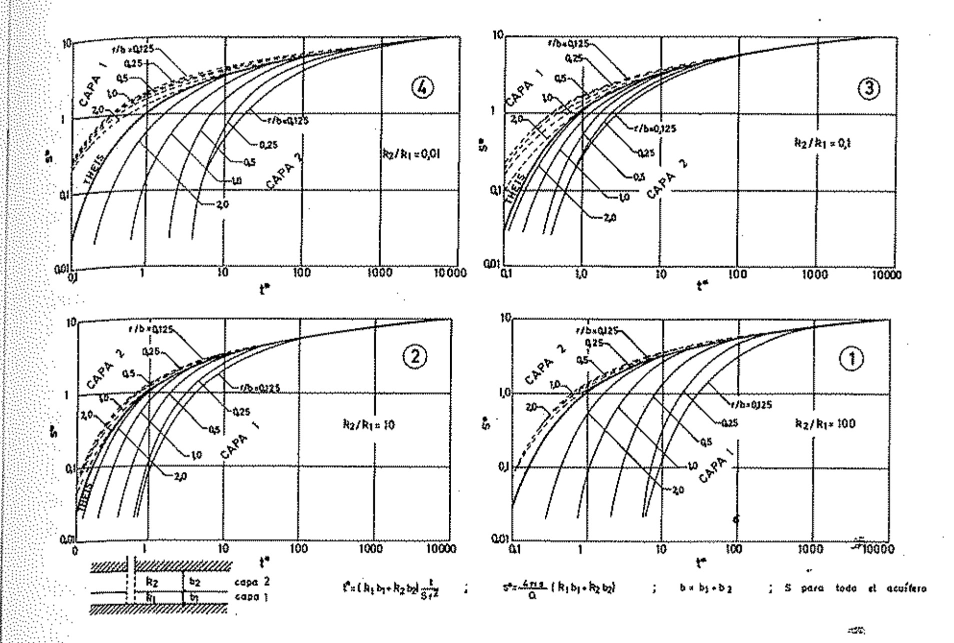


FIGURA 9.128
Evolución de los descensos en cada una de las dos capas (isótropas) de un acuífero estratificado sometido al bombeo de un pozo completo (según Javandel y Witherspoon, 1969); t y s* son adimensionales.*

Se ha admitido que ambas capas tienen el mismo valor de R, lo cual tampoco es siempre admisible.

Igualando ambas ecuaciones:

$$\frac{Q_1}{k_1\, b_1} = \frac{Q_2}{k_2\, b_2}$$

de donde

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{k_1\, b_1}{k_2\, b_2} = \frac{50 \cdot 10}{10 \cdot 20} = 2{,}5$$

En la realidad los cálculos son mucho más complejos.

11.3.2 Régimen variable

En régimen variable, los niveles acuíferos menos transmisores ceden agua a los más transmisores, variando el descenso producido de una capa a otra y aún dentro de una misma capa si ésta es poco permeable.

El estudio matemático del régimen variable es muy complicado y en general debe recurrirse al cálculo numérico aproximado (Javandel y Witherspoon, 1969) o a modelos analógicos.

El tratamiento analítico del régimen variable lleva a desarrollos matemáticos muy complicados y poco útiles, aun en el caso de sólo dos estratos de diferente permeabilidad (Sternberg, 1968).

Los descensos medidos con piezómetros puntuales pueden diferir notablemente de los que corresponden a la curva teórica de Theis cuando el acuífero estratificado en consideración es cautivo. En la figura 9.128 se muestran cuatro ejemplos para un acuífero formado por dos capas entre las cuales no existe ningún impedimento para el paso de agua de una a otra; los descensos están medidos cerca del techo y de la base del acuífero respectivamente. Puede verse que los descensos en la capa más permeable difieren moderadamente de los teóricos (curva de Theis), calculados para la transmisividad total del conjunto $T = k_1\, b_1 + k_2\, b_2$, con el coeficiente de almacenamiento del sistema. El coeficiente de almacenamiento individual de cada capa (1 y 2) es respectivamente $S_1 = \frac{b_1}{b}$, $S_2 = \frac{b_2}{b}$ siendo $b = b_1 + b_2$. Las desviaciones para el nivel menos permeable son notorias.

La valoración de las curvas reales por el método de Theis lleva a:

a) para el estrato más permeable: menor T (moderadamente) y menor S

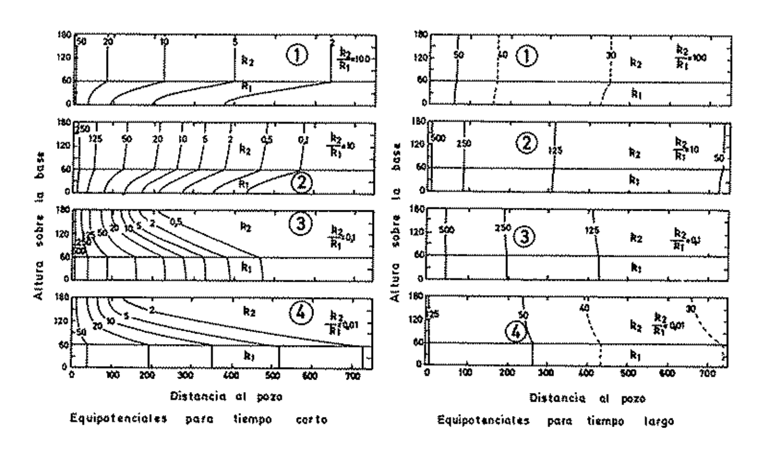


FIGURA 9.129

Líneas equipotenciales en un plano vertical que pasa por el pozo completo para un acuífero cautivo de dos capas. Las unidades son arbitrarias. Los descensos se miden a partir del nivel estático inicial. (Según Javandel y Witherspoon, 1969.)

FIGURA 9.130

Evolución de los descensos en dos capas de un acuífero cautivo múltiple de 13 capas y líneas equipotenciales en un plano vertical que pasa por el pozo completo; las unidades de este gráfico son arbitrarias. (Según Javandel y Witherspoon, 1969.)

b) para el estrato menos permeable: mayor T y mayor S.

En la figura 9.129 se muestran las líneas equipotenciales en un plano vertical que pasa por el pozo totalmente penetrante.

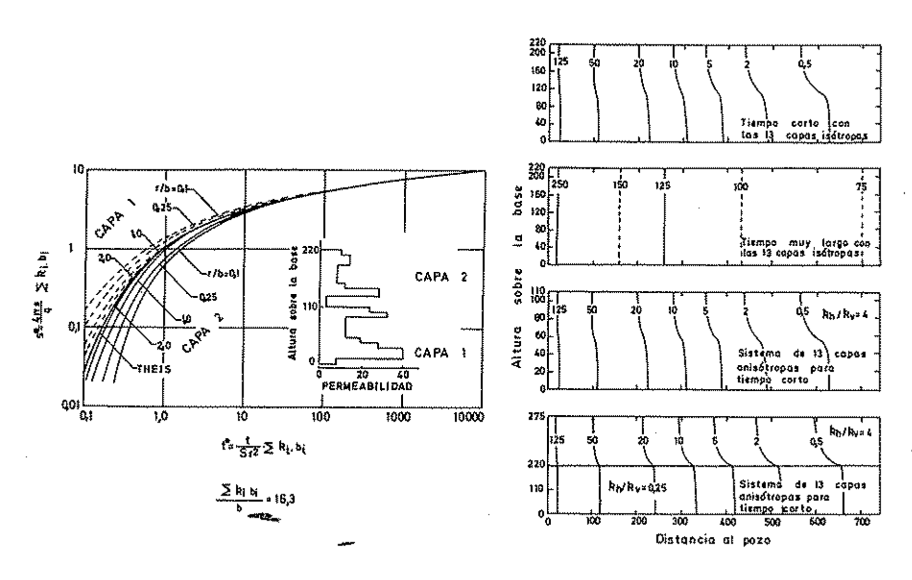
Se llega a similares conclusiones en lo que se refiere a las capas más permeable y menos permeable y en lo que se refiere a la importancia de las componentes verticales de la velocidad. Para tiempos largos las componentes verticales de las velocidades son ya pequeñas, así como para pequeñas distancias al pozo.

El problema puede también resolverse numéricamente para varias capas y la figura 9.130 muestra los resultados para 13 estratos isótropos y 13 estratos anisótropos.

Si los estratos son anisótropos ($k_h \neq k_v$) basta dilatar la altura de cada uno de ellos en un factor $\sqrt{k_h/k_v}$, ajustando el caudal; puede estudiarse el caso de que cada estrato tenga su propio factor de anisotropía, pero es más complicado.

En cualquier caso los descensos son tanto más próximos a los deducidos con la fórmula de Theis, cuanto mayor es el tiempo transcurrido y menores sean las diferencias de permeabilidad, y cuanto más cerca esté el piezómetro del pozo, de modo que para $k_{max}/k_{min} < 10$, la fórmula de Theis es válida para el pozo. Los resultados de cálculo son mejores para los niveles más permeables.

En el caso de que exista una notable resistencia a la circulación del agua entre los estratos (existencia de delgados niveles arcillosos, arcilla introducida, etc.), el sistema tiende a comportarse como un conjunto de acuíferos independientes, cada uno con transmisividad k_i y b_i y coeficiente del almacenamiento $S\,b_i/b$.



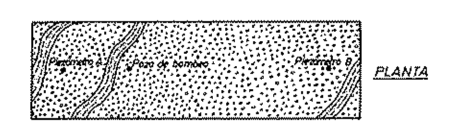
11.4 ACUÍFEROS HETEROGÉNEOS

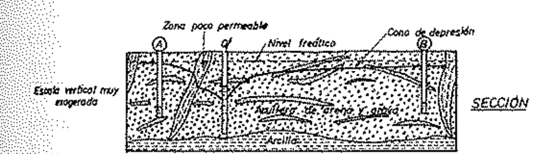
En la práctica los acuíferos no son homogéneos sino que están formados por capas de diferente permeabilidad, por lentejones de materiales más o menos permeables, existen cambios laterales de facies y el espesor puede variar de un punto a otro. Sin embargo, el análisis de ensayos de bombeo por los métodos estudiados para acuíferos homogéneos permite llegar a valores medios en general aceptables. La interpretación y valoración de los datos debe hacerse con cuidado.

No siempre los piezómetros colocados a igual distancia del pozo de bombeo tienen descensos iguales. Las desviaciones pueden provenir de diferencias en la colocación del piezómetro (Custodio, 1970) o de la intercalación de lentejones de diferentes propiedades (figura 9.131). El análisis de los perfiles de descensos puede presentar dificultades.

En acuíferos heterogéneos, las curvas de descensos-tiempos están formadas frecuentemente por varios tramos y de cada uno de ellos se obtiene un valor diferente de la transmisividad y del coeficiente de almacenamiento. Cada uno de estos tramos corresponde a un valor promedio diferente de la transmisividad y se van alcanzando conforme el cono de bombeo se extiende y representa un mayor volumen de terreno. Los diferentes tramos quedan unidos por secciones de transición gradual (fig. 9.132). A primera vista parece que estos cambios son el efecto de bordes, pero al tratar de efectuar su análisis aparecen incongruencias en el ajuste y en el cálculo de distancias (Custodio, 1970, Toth, 1967). En la figura 9.132 se ha indicado una tabla con los resultados obtenidos en la que puede apreciarse la dispersión de valores obtenidos, tanto en T como en S.

La figura 9.6 de la sección 8 es muy ilustrativa en lo que respecta a las variaciones de los valores considerados a medida que aumenta el radio de influencia. En ella se expresa la variación de la porosidad con el volumen de roca afectado. En ensayos de bombeo, el volu-





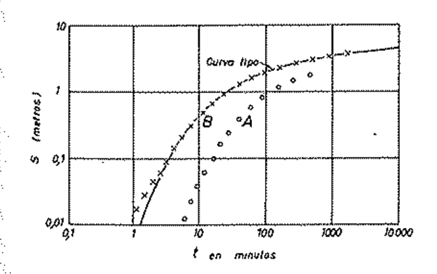
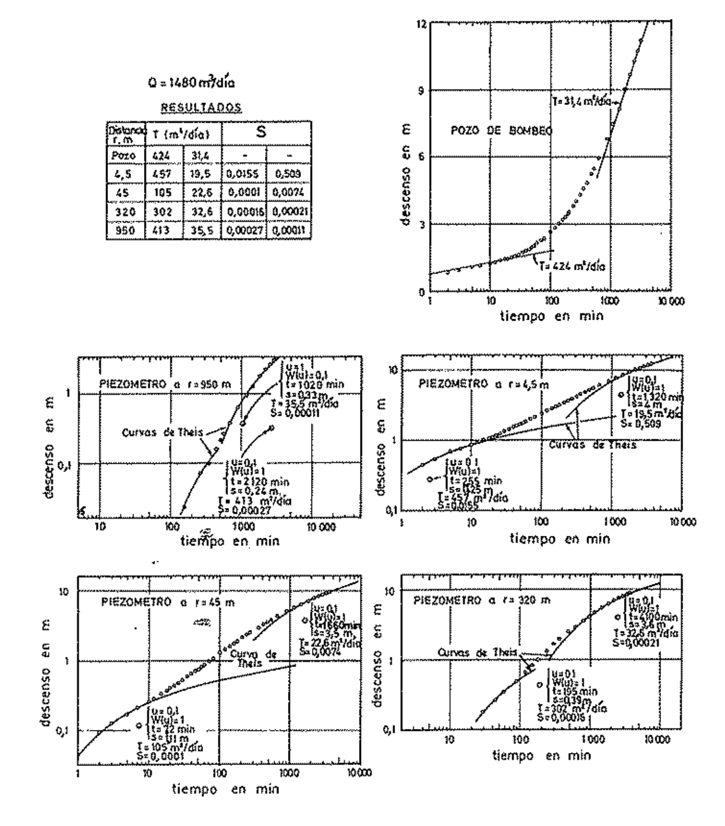


FIGURA 9.131

Efecto de las heterogeneidades del terreno en los niveles piezométricos de bombeo y en curvas de descensos-tiempos.



Q = 1480 m³/día

RESULTADOS

Distancia r, m	T (m²/día)		S	
Pozo	424	31,4	-	-
4,5	457	19,5	0,0155	0,509
45	105	22,6	0,0001	0,0074
320	302	32,6	0,00016	0,00021
950	413	35,5	0,00027	0,00011

FIGURA 9.132

Curvas de descensos-tiempos en un ensayo de bombeo en un acuífero heterogéneo. (Tóth 1966, en Tóth, 1967.)

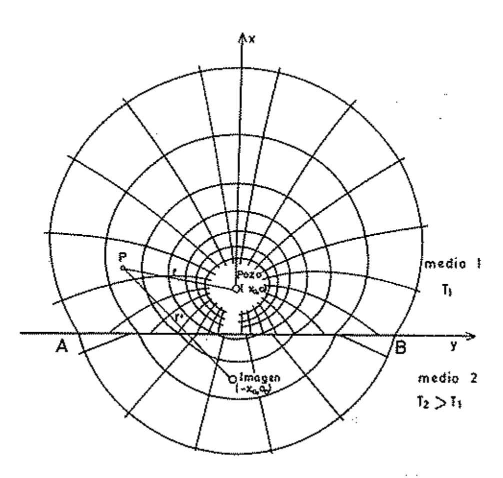


FIGURA 9.133
Cono de descensos producidos por un pozo próximo a un cambio de medio. (Según Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 372.)

men afectado no es según esferas concéntricas, pero las variaciones son conceptualmente similares.

En general, la transmisividad deducida con ensayos de bombeo en acuíferos heterogéneos disminuye con el tiempo de bombeo; ello es debido a que el pozo suele estar construido en lugares o en capas de mayor permeabilidad que la media. Los primeros momentos del bombeo dan la transmisividad del lugar en que está colocado el pozo. Los valores obtenidos por los tiempos de bombeo largos representan mejor al acuífero y son más útiles para predecir la evolución futura de los descensos en el pozo.

El ensanchamiento del cono de bombeo afectando a formaciones menos permeables, es similar al efecto de un borde impermeable. Si en el ensanchamiento se alcanzan formaciones más permeables, el efecto es similar al de una recarga. Los cambios de espesor influyen de forma similar; una reducción de espesor es en general similar a una disminución de permeabilidad. En principio el efecto de disminución brusco de transmisividad, bien sea por reducción rápida de permeabilidad o por una repentina contracción del espesor del acuífero puede asimilarse al producido por un pozo simétrico del considerado respecto al supuesto límite rectilíneo en el que se produce el cambio de transmisividad pero con un caudal menor; el pozo imagen es de bombeo si hay una disminución de transmisividad y de recarga si hay un aumento (Forkasiewicz, 1969, pág. 26; Bear, Zaslavsky e Irmay, 1969, pág. 420).

En la figura 9.133 se muestra el efecto sobre el cono de bombeo producido por un cambio de medio próximo a un pozo de bombeo. A una misma distancia, los piezómetros en el medio 1 tienen mayores descensos que los situados en el medio 2, el cual es más transmisor.

El caudal estacionario del pozo viene dado por (Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 372).

$$Q = \frac{2\pi T_1 \cdot s_p}{\ln \dfrac{R}{r_p} + \lambda \ln \dfrac{R}{2x_o}}$$

siendo

$$\lambda = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$$

y x_o la distancia del pozo al límite entre los dos medios. R es el radio de influencia.

El problema puede ser estudiado por el método de las imágenes, situando en el punto simétrico del pozo respecto al límite $(-x_o, 0)$ otro pozo de caudal $C \cdot Q$ tal que

$$C = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$$

(positivo si es $T_1 > T_2$ y negativo si es $T_1 < T_2$).

El descenso en cualquier punto del campo viene dado por (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 420)

a) en el medio 1

$$s = \frac{Q}{2\pi T_1}\left(\ln \frac{R}{r} + \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}\ln \frac{R}{r'}\right)$$

b) en el medio 2

$$s = \frac{Q}{2\pi \dfrac{T_1 + T_2}{2}} \ln \frac{R}{r}$$

en las que r y r′ son las distancias del punto de observación al pozo de bombeo y al pozo imagen respectivamente.

11.5 EFECTOS DE LA EXISTENCIA DE HETEROGENEIDADES EN LOS NIVELES SEMICONFINANTES

Rara vez un manto confinante (en especial cuando se trata de acuíferos aluviales) es suficientemente continuo, homogéneo y de espesor constante. En la figura 9.134 se representa un caso en que el manto semiconfinante está roto en un determinado lugar. En el caso 2 b la discontinuidad no afecta al bombeo pero en el caso 2 a el cono de bombeo alcanza la discontinuidad produciéndose un paso fácil de agua del acuífero superior al inferior y por lo tanto modificándose la forma de todo el cono de descensos al incrementarse el flujo. El análisis de bombeo en las condiciones 2 a daría lugar a errores importantes en el cálculo de B (factor de goteo). Este valor erróneo de B no tendría mayor trascendencia si fuese constante, pero como es variable con las condiciones de bombeo, su valor es dudoso y es preciso emplearlo con precauciones, en especial para extrapolar descensos.

Con frecuencia, los acuitardos están formados por estratos de diferente permeabilidad. La permeabilidad vertical de un conjunto de estratos viene dada por:

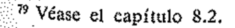
$$k_v' = \frac{\Sigma\, b_i'}{\Sigma\, b_i'/k_i'}$$

en la que k_i' es la permeabilidad vertical de cada estrato y b_i' su espesor. La presencia de niveles continuos muy poco permeables, aunque sean de poco espesor, afectan muy sensiblemente a k_v'.

En la realidad, muchas veces la estratificación no es continua y el acuitardo es un conjunto de lentejones más o menos permeables entre una masa poco permeable o al revés. El agua puede seguir caminos preferentes de infiltración más o menos zigzagueantes. El valor de k_v' a tomar es muy difícil de evaluar con muestras[79]. Es más un valor regional que un valor puntual y por ello los únicos medios de determinación son con ensayos de bombeo, con ensayos con trazadores que afecten a un gran volumen de material o con un modelo matemático (Custodio, Bayó y Peláez, 1971; Custodio, Cuena y Bayó, 1971).

Según Cazenove y Chadeison (1974), en acuíferos aluviales y cualquier acuífero heterogéneo, si el espesor saturado es grande, el agua pasa con cierta facilidad de unos niveles y lentejones a otros, pero si dicho espesor saturado es pequeño, las conexiones de unas porciones del acuífero con otras se hacen cada vez más difíciles y el efecto resultante es el de una disminución de la permeabilidad media.

[79] Véase el capítulo 8.2.



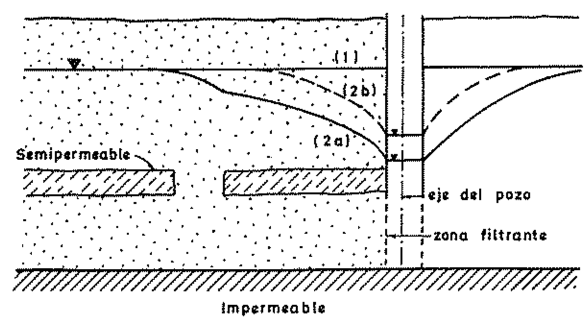


FIGURA 9.134

Efecto de una discontinuidad en el manto semiconfinante
1. *Nivel constante del acuífero superior.*
2. *Nivel piezométrico del acuífero bombeado.*
   a) *Con elevado caudal.*
   b) *Con caudal pequeño.*

11.6 ACUÍFEROS DE ESPESOR VARIABLE

Cuando el acuífero es de espesor variable, aun en el supuesto de que la base sea horizontal, el flujo no es rigurosamente horizontal sino que se adapta a la forma del techo y de la base del acuífero; si la pendiente de los mismos es pequeña, el error al despreciar las componentes verticales de la velocidad es pequeño, tanto más cuanto menos anisótropo sea el acuífero entonces puede considerarse un acuífero heterogéneo de transmisividad variable. Al variar el espesor también varía el coeficiente de almacenamiento, de modo que ello afecta a los cálculos en régimen variable.

En el caso sencillo de tenerse una reducción brusca de espesor, tal como indica la figura 9.135, se puede

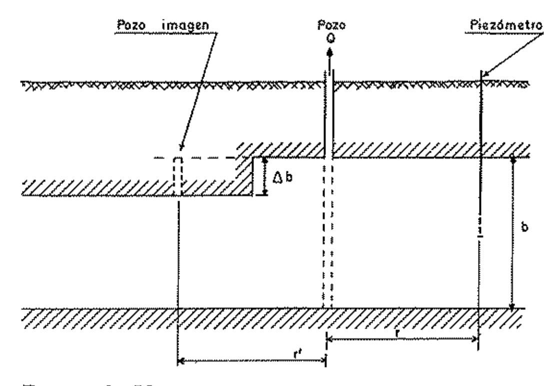


FIGURA 9.135

Acuífero con una reducción brusca del espesor.

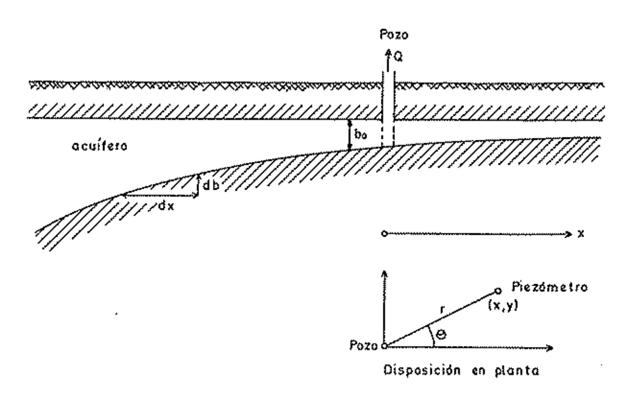


FIGURA 9.136
Sección transversal de un acuífero en cuña con perfil exponencial.

considerar la presencia de un pozo imagen (de bombeo si se trata de una reducción de espesor y de recarga si se trata de un incremento de espesor); para puntos alejados del escalón se obtienen soluciones tales como las expuestas en el apartado 11.4 para un cambio de medio tomando $T_1 = k \cdot b$ y $T_2 = k\,(b \pm \Delta b)$. En régimen variable, el descenso en un piezómetro no cercano al escalón y próximo al pozo es:

$$s = \frac{Q}{4\pi T b}\left(\ln \frac{2{,}25\, b\, k\, t}{r^2 S} \mp \mp \frac{\Delta b}{b \pm \Delta b} \ln \frac{2{,}25\, b\, k\, t}{r'^2 S \dfrac{b}{b \pm \Delta b}}\right)$$

r' = distancia al pozo simétrico del de bombeo respecto al escalón que reduce o aumenta el espesor.

No existe ningún tratamiento adecuado para acuíferos cuyo espesor se va reduciendo paulatinamente en una dirección, excepto en el caso en que la reducción de espesor sea exponencial (Hantush, 1964, pág. 421). El descenso en un piezómetro, situado tal como se indica en la figura 9.136, viene dado por:

$$s = \frac{Q}{4\pi k b_o} \exp\left(\frac{r}{a}\cos\theta\right) \cdot W(u, r/a)$$

en la que a es el valor absoluto de la constante de la exponencial que define la variación de espesor,

$$b = b_o\, e^{-ax} \quad \text{y} \quad u = \frac{r^2 S}{4 k b_o t}$$

Se supone que S no varía con b; cos θ debe tomarse en valor absoluto.

Para $u\,(r = a) > 8 \dfrac{r}{a}$ se tiene que:

$$s_m - s = \frac{Q}{4\pi k b_o} \exp\left(\frac{r}{a}\cos\theta\right) \cdot W\left(\frac{k b_o t}{S a^2}\right)$$

siendo s_m el descenso estacionario

$$s_m = \frac{Q}{2\pi k b_o} \exp\left(\frac{r}{a}\cos\theta\right) \cdot K_o(r/a)$$

El estado estacionario puede alcanzarse puesto que para $x \to \infty$ el acuífero es de espesor infinito. Las curvas de descensos-tiempos tienden a ser horizontales para tiempos grandes y parece como si se tratase de un acuífero semiconfinado (el caso es matemáticamente similar)[80].

11.7 POZO EN UN ACUÍFERO INCLINADO CON SUPERFICIE PIEZOMÉTRICA HORIZONTAL

A veces, la base del acuífero no es horizontal, sino inclinada. Tal sucede en acuíferos en formaciones inclinadas y también en formaciones aluviales cuya base tiene la pendiente del perfil primitivo del río. Si la inclinación es muy pequeña, puede suponerse sin gran error que la base es plana; de otro modo es preciso tener en cuenta esa inclinación.

Si el acuífero es cautivo de espesor constante, las líneas de corriente en bombeo tienden a ser paralelas a la base y se crearía un flujo radial si el pozo cortase perpendicularmente al acuífero; el pozo es en realidad oblicuo al acuífero, con lo que en sus proximidades se tienen unas pequeñas desviaciones, tanto menores cuanto menor sea la inclinación.

Si el acuífero es libre, al ser el nivel freático horizontal y la base inclinada, se trata de un acuífero de espesor variable. El análisis del problema es complicado como se ha comentado en el apartado 11.6, y puede complicarse aun más si los descensos son importantes en relación con el espesor saturado inicial.

[80] Cuando en el área afectada por el bombeo es b.a < 0,20, existe un método de coincidencia de curvas para analizar las curvas de descensos-tiempos, ideado por Hantush que puede consultarse en Kruseman y De Ridder (1970, págs. 133-134).

11.8 EFECTO DE CAMBIOS EN LAS PROPIEDADES DEL ACUÍFERO EN LAS INMEDIACIONES DEL POZO

Supóngase que el acuífero de permeabilidad k_1 pasa a tener permeabilidad k_2 en los alrededores del pozo completo, de modo que la zona afectada sea un cilindro de radio ρ concéntrico con el pozo. Tal puede ser el caso de un macizo de gravas, de una zona desarrollada ($k_2 > k_1$) o el caso de que lodos de perforación hayan invadido la formación acuífera ($k_2 < k_1$).

Si el régimen es estacionario y el acuífero cautivo, por la superficie del cilindro de radio ρ debe pasar un flujo de agua igual al caudal del pozo Q y por lo tanto se cumplirá:

$$(s)_\rho = \frac{Q}{2\pi b k_1} \log \frac{R}{\rho}$$

y

$$s_1 = \frac{Q}{2\pi b k_1} \ln \frac{R}{r} \quad \text{si} \quad R \geq r \geq \rho$$

En el cilindro de permeabilidad k_2 se tiene un descenso $(s)_p$ en límite. El descenso en cualquier punto vendrá dado por:

$$s = (s)_\rho + \frac{Q}{2\pi b k_2} \ln \frac{\rho}{r} \quad \text{si} \quad \rho \geq r \geq r_p$$

El descenso en el pozo es:

$$s = (s)_\rho + \frac{Q}{2\pi b k_2} \ln \frac{\rho}{r_p} =$$

$$= \frac{Q}{2\pi b} \left(\frac{1}{k_1} \ln \frac{R}{\rho} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{\rho}{r_p} \right)$$

La variación de descenso en el pozo respecto al pozo similar en un medio homogéneo de permeabilidad k_1 es:

$$\Delta s_p = s_p - s_p\,(\text{homogéneo}) =$$

$$= \frac{Q}{2\pi b} \left(-\frac{1}{k_1} \ln \frac{\rho}{r_p} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{\rho}{r_p} \right) =$$

$$= \frac{Q}{2\pi b} \frac{k_2 k_1}{k_1 k_2} \ln \frac{\rho}{r_p}$$

Se llama radio equivalente del pozo al radio ficticio r_e con el que se obtendría el mismo descenso s_p medido en el pozo, supuesto todo el medio de permeabilidad k_1.

$$s_p = \frac{Q}{2\pi b k_1} \ln \frac{R}{r_e}$$

$$r_e = r_p^{k_1/k_2} \cdot \rho^{\frac{k_2-k_1}{k_2}} \quad \rho^{(k_2-k_1)/k_2}$$

Si es $k_2 > k_1$; $r_p < r_c$

Si es $k_2 < k_1$; $r_p > r_c$

Ejemplo 2

En un pozo de 400 mm de diámetro el desarrollo ha alcanzado a 5 m alrededor del mismo, de forma que la permeabilidad se ha aumentado 4 veces ¿Cuál es el radio equivalente?

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$\frac{k_2 - k_1}{k_2} = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

$$r_c = 5{,}2^{0.75} \cdot 0{,}2^{0,25} = 2{,}3 \text{ m}$$

Ejemplo 3

Durante la construcción de un pozo de 600 mm de diámetro un mal control del lodo de perforación ha ocasionado la disminución de la permeabilidad a la mitad en un radio de 4 m. ¿Cuál es el radio equivalente?

$$\frac{k_1}{k_2} = 2$$

$$\frac{k_2 - k_1}{k_2} = 1 - 2 = -1$$

$$r_c = 4^{-1} \cdot 0{,}3^2 = 0{,}0225$$

El radio equivalente es de 22,5 mm.

En la figura 9.137 se muestra el efecto de la permeabilidad del entorno del pozo en el caudal para igual valor del descenso (efecto en el caudal específico).

El problema es más difícil de analizar en régimen no permanente obteniéndose soluciones de expresión complicada y difíciles de manejar (Sternberg, 1969). En

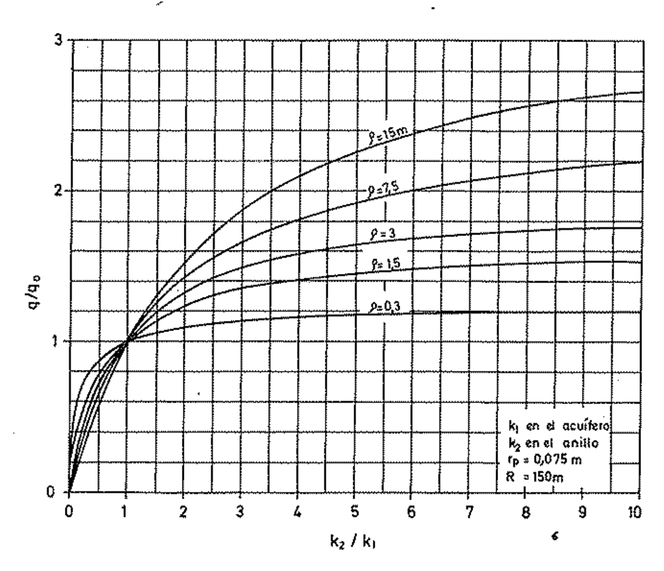


FIGURA 9.137
Variación de caudal específico de un pozo rodeado por un anillo de radio ρ *de permeabilidad* k_2 *diferente de la del acuífero* k_1 *(Muskat, 1937, pág. 407);* q_o *es el caudal específico para* $k_1 = k_2$.

los gráficos de descensos-tiempos se tiene un primer tramo que corresponde a los descensos en un acuífero homogéneo y de características similares a la zona próxima al pozo (2). Transcurrido cierto tiempo, los descensos tienden a producirse según las características de la zona alejada del pozo (1). Si es $k_2/k_1 > 1$ el efecto es similar al de una barrera impermeable o sea que aparece un aumento de pendiente. Si es $k_2/k_1 < 1$ el efecto es similar al de una recarga o sea que aparece una disminución de pendiente. Si el radio ρ de la zona 2 es pequeño, como sucede si se trata de un macizo de gravas o de una zona desarrollada alrededor del pozo, el primer tramo no es prácticamente aparente y la pendiente de la curva permite determinar T_1. El principal error aparece en la determinación del valor del coeficiente de almacenamiento S a partir de datos de piezómetros muy próximos al pozo.

Si ρ es pequeño, en régimen no permanente apenas tiene importancia el almacenamiento en el cilindro de radio ρ de modo que:

$$s_p = \frac{Q}{4\pi b k_1} \ln \frac{2{,}25\, b\, k_1\, t}{\rho^2 S} + \frac{Q}{2\pi b k_2} \ln \frac{\rho}{r_p} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi b}\left(\frac{1}{k_1} \ln \frac{2{,}25\, b\, k_1\, t}{\rho^2 S} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{\rho^2}{r_p^2}\right)$$

como para el radio equivalente, r_e, se tiene:

$$s_p = \frac{Q}{4\pi b k_1} \ln \frac{2{,}25\, b\, k_1\, t}{r_e^2 S}$$

y es fácil deducir la misma expresión anterior para r_e.

Para el pozo:

$$s_p = \frac{Q}{4\pi b k_1} \ln t +$$

$$+ \frac{Q}{4\pi b} \cdot \ln \left[\left(\frac{2{,}25\, b\, k_1}{\rho^2 S}\right)^{1/k_1}\left(\frac{\rho^2}{r_p^2}\right)^{1/k_2}\right]$$

La pendiente de la recta de descensos-tiempos en papel semilogarítmico (s — log t), si el ensayo no es excesivamente breve, tiene como pendiente:

$$m = \frac{2{,}3\, Q}{4\pi b k_1}$$

de modo que se obtiene la transmisividad $T_1 = b \cdot k_1$ del acuífero.

En muchos casos prácticos, el cambio de permeabilidad no es abrupto sino gradual. El problema puede analizarse tal como se ha indicado tomando un valor adecuado para ρ[81].

11.9 ACUÍFEROS CAUTIVOS QUE PASAN A LIBRES

Si el descenso producido en un pozo que bombea en un acuífero cautivo es superior a la altura del nivel estático del agua sobre el techo del acuífero, el acuífero se vuelve libre en las proximidades del pozo.

En régimen permanente, si el descenso producido por debajo del techo del acuífero es pequeño en relación con el espesor del mismo, el caudal obtenido es el que se calcularía por la fórmula de Thiem; si el descenso es mayor y el radio de la zona drenada es ρ se cumple que: h = b para r = ρ y si H_o es el nivel inicial del agua medido sobre la base del acuífero:

[81] Un tratamiento más riguroso puede consultarse en Krizek, Baker y Franklin (1969), pero es difícil aplicarlo a casos prácticos.

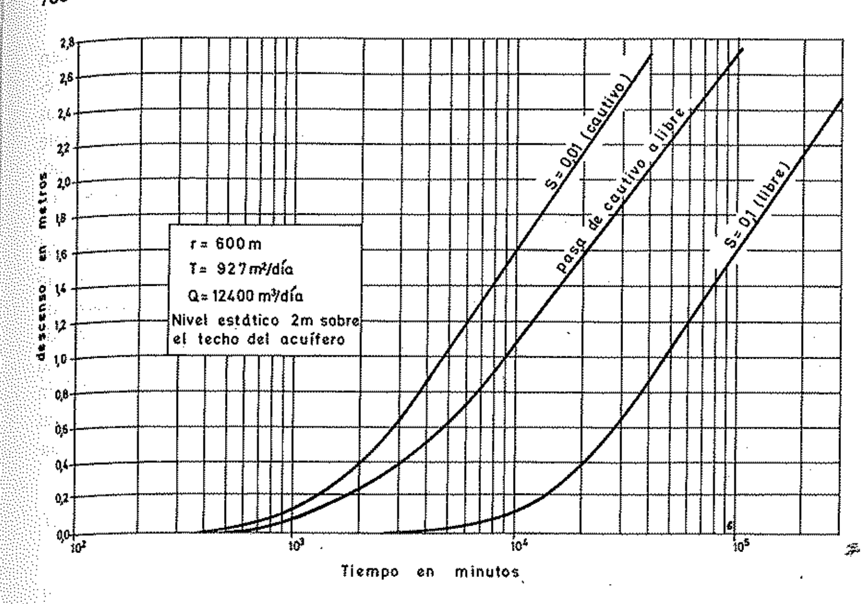


FIGURA 9.137 bis

En la parte drenada

$$b^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{\rho}{r_p}$$

En la parte cautiva:

$$H_o - b = \frac{Q}{2 \pi k b} \ln \frac{R}{\rho}$$

Eliminando ρ queda:

$$Q = \frac{2 H b - b^2 - H_p^2}{\ln R/r_p} \pi k$$

El potencial medio a una distancia r del pozo vendrá dado por (Muskat, 1937, pág. 377)

$$h = \frac{H_o - b}{\ln R/r_p} \ln r/r_p + \sqrt{b^2 - \frac{b^2 - H_p^2}{\ln R/r_p} \ln \frac{R}{r}}$$

En régimen no permanente el problema es mucho más difícil de analizar ya que en cierto momento se produce un cambio del valor de S; el efecto es en cierto modo similar a la aparición de un drenaje diferido de corta duración. Las curvas de descensos-tiempos, sufren una discontinuidad trasladándose paralelamente a fin de acomodarse al nuevo valor de S; el paso de un tramo a otro es progresivo; este tramo intermedio puede producir un efecto similar, pero más acusado, que el de un drenaje diferido[82]. (Véase la figura 9.137 bis). En un acuífero cautivo, en las proximidades del pozo y libre en puntos más alejados, el desplazamiento se produce cuando el cono de influencia alcanza el límite de paso de cautivo a libre.

11.10 CAMBIO DE LAS PROPIEDADES DEL MEDIO PERMEABLE

Como consecuencia de un bombeo el acuífero puede asentar. Este asentamiento supone una disminución de la porosidad que a su vez se traduce en una disminución de la permeabilidad, en general poco importante, que viene dada por (Schneebeli, 1966, pág. 63).

$$\frac{k}{k_o} \quad \frac{d^2}{m_i^3} \quad \left(1 - \frac{1 - m_i}{\alpha}\right)^3$$

[82] En Prichett y Lonquist (1971) se trata el caso expuesto mediante simulación con un ordenador.

en la que:

k = permeabilidad actual
k_i = permeabilidad inicial
m_i = porosidad inicial
α = índice de asentamiento =

$$= \frac{\text{volumen aparente actual}}{\text{volumen aparente inicial}}$$

En los acuíferos, este asentamiento no siempre es totalmente reversible. Entonces el coeficiente de almacenamiento varía al pasar del ensayo de bombeo al de recuperación y entre dos ensayos.

Como consecuencia de reacciones químicas en el acuífero por cambios de temperatura, cambios de presión, cambios en potencial de oxidación-reducción, fenómenos biológicos, etc., las propiedades del acuífero pueden variar en las proximidades del pozo. Este cambio puede ser por disolución de materiales sólidos en los poros del terreno, o bien por precipitación, con la consiguiente variación de la permeabilidad en general disminuyendo.

En caso de recarga, estas variaciones pueden ser importantes y rápidas.

También y como consecuencia del movimiento del agua hacia el pozo, las partículas más finas del terreno pueden ponerse en movimiento. Si estas partículas son extraídas juntamente con el agua bombeada, se puede producir un aumento progresivo de la permeabilidad del acuífero conocido con el nombre de desarrollo. En el caso de pozos de recarga, el aporte de partículas sólidas con el agua puede provocar una rápida colmatación del acuífero.

Capítulo 9.12

Pozos en acuíferos con flujo natural

12.1 INTRODUCCIÓN

La suposición de que la superficie piezométrica no perturbada de un acuífero es horizontal, con frecuencia es sólo una primera aproximación. El agua en los acuíferos está generalmente en movimiento y por lo tanto presenta un cierto gradiente. Un pozo que bombee en un acuífero en estas circunstancias crea un flujo que no es radial y tal que no todas las líneas de corriente pasan por el mismo. Eso quiere decir, que a diferencia de lo que sucedía en un acuífero sin flujo natural, al pozo sólo se dirigirán aquellas partículas de agua situadas en una cierta zona llamada área de captación (figura 9.138). Las partículas de agua situadas fuera de esa zona sólo son desviadas de su trayectoria por efecto del pozo, pero no captadas. El área de captación se extiende aguas arriba y tiene sólo una pequeña influencia aguas abajo, cuyo punto más próximo al pozo se sitúa en la dirección del gradiente y se llama punto divisoria de aguas abajo (figs. 9.138 y 9.139). El concepto de área de captación es diferente del concepto de radio de acción. El primero determina la porción de acuífero que contribuye efectivamente al caudal extraído por el pozo y el segundo la distancia a partir de la cual es despreciable el descenso provocado por el mismo. No todos los puntos del área de captación se ven afectados por el descenso del bombeo ni todos los puntos afectados por el bombeo están dentro del área de captación.

Para pozos de recarga el problema es similar, si bien el agua inyectada se esparce aguas abajo formando el área de afección de la recarga. En problemas de contaminación tiene mucho interés su consideración.

Salvo que se indique lo contrario, se supondrá que el flujo natural es uniforme y se establece según el eje de las x, siendo i el gradiente natural.

12.2 ACUÍFERO CAUTIVO EN RÉGIMEN PERMANENTE

Si se trata de un acuífero cautivo de espesor constante, en régimen permanente la red de flujo puede obtenerse simplemente por adición de la red de flujo del acuífero no perturbado y la del pozo como si estuviese en un acuífero sin flujo natural (figs. 9.138 y 9.139).

El punto divisoria de aguas abajo se obtiene simplemente escribiendo que el perfil piezométrico que pasa por el pozo en la dirección del gradiente referido al nivel inicial del agua en el pozo, es:

$$h_o - h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{x} \pm i \cdot x \qquad (9.135)$$

en la que h_o es el nivel inicial en el pozo y h el nivel piezométrico en un punto cualquiera del perfil a distancia x del pozo, ambos medidos sobre una misma base horizontal. Se tomará el signo (−) para aguas arriba y el signo (+) para aguas abajo; i es el gradiente natural.

El punto divisoria se obtendrá haciendo $dh/dx = 0$ obteniéndose

$$x = -\frac{Q}{2\pi T \cdot i} \qquad (9.136)$$

La ecuación de la línea límite del área de captación (fig. 9.138), es (Todd, 1959, pág. 86; Custodio, 1966, lección 10 T 5):

$$y = \frac{Q}{2\pi T\ i} \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) \qquad (9.137)$$

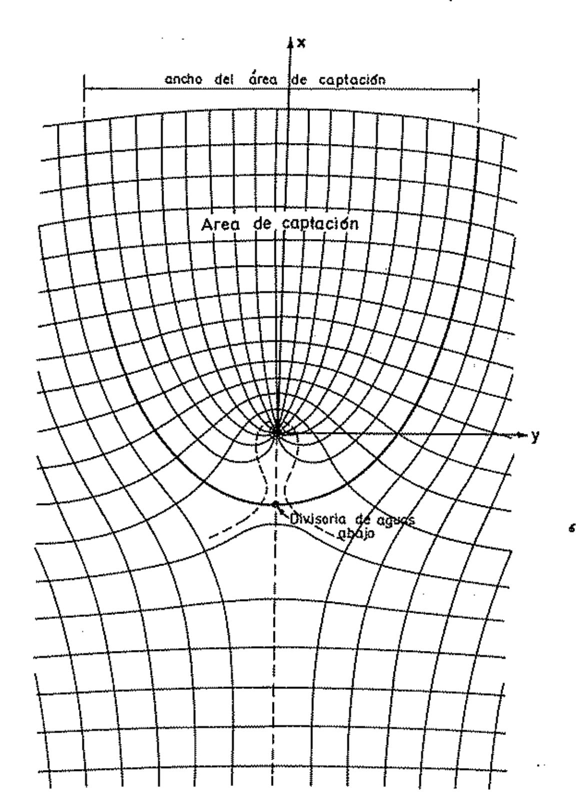


FIGURA 9.138
Red de flujo creada por un pozo que bombea en un acuífero con flujo natural.

El ancho máximo del área de captación se obtiene haciendo $x \rightarrow \infty$, resultando:

$$(2\,y)_{max} = \frac{Q}{T \cdot i} \qquad (9.138)$$

Ejemplo 1

Se desea establecer una captación de aguas para alimentación de una instalación ganadera en un acuífero con una transmisividad aproximadamente constante de 300 m^2/día y con una pendiente de la superficie piezométrica del 0,0025. ¿A qué distancia debe establecerse la captación para no tener problemas de contaminación por infiltraciones de algunos residuales, si el caudal máximo de bombeo ha de ser de 50 m^3/h y se desea tener la conducción más corta posible?

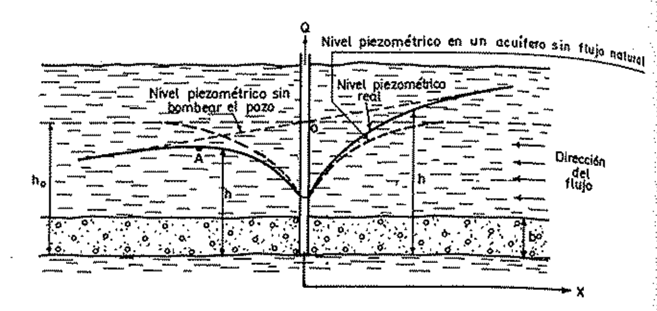


FIGURA 9.139
Bombeo de un acuífero cautivo con flujo natural. Sección según la dirección del flujo. A es la divisoria subterránea del aguas abajo.

La divisoria de aguas abajo estará a:

$$x = \frac{Q}{2\,\pi\,T \cdot i} = \frac{50\ m^3/h \cdot 24\ h/día}{2 \cdot \pi \cdot 300\ m^2/día \cdot 0{,}0025} = 255\ m$$

El pozo conviene situarlo en el sentido del flujo aguas arriba, más allá de 255 m.

Ejemplo 3

Se establece un pozo para evacuar agua caliente de los condensadores de una factoría. El pozo de evacuación se establece en un acuífero de 500 m^2/día de transmisividad, con flujo natural de pendiente piezométrica 0,001. El caudal a evacuar es de 120 m^3/h. ¿Cuál es el ancho máximo de la franja de acuífero afectada, en el supuesto de que no haya mezcla de agua?

El ancho máximo será (fórmula 9.138)

$$2\,y = \frac{Q}{T \cdot i} = \frac{120 \cdot 24}{500 \cdot 0{,}001} = 5760\ m$$

12.3 ACUÍFERO CAUTIVO DE ESPESOR CONSTANTE EN RÉGIMEN VARIABLE

El mismo principio de superposición expuesto en el apartado 12.2 es válido para el régimen variable con bombeo a caudal constante en un acuífero cautivo.

El perfil piezométrico que pasa por el pozo en la dirección del flujo referido al nivel inicial del agua en el pozo, es:

$$h_o - h = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,W\left(\frac{x^2\,S}{4\,T\,t}\right) \pm i \cdot x$$

El punto divisoria se encuentra haciendo $\frac{dh}{dx} = 0$

$$0 = \frac{Q}{4\pi T} \frac{d}{dx} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \pm i$$

con $u = \frac{x^2 S}{4 T t}$

$$0 = -\frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{e^{-u}}{u} \frac{2 x S}{4 T t} \pm i$$

$$i = \frac{Q}{2\pi T x} \exp\left(-\frac{x^2 S}{4 T t}\right)$$

para valores de u pequeños,

$$\exp\left(-\frac{x^2 S}{4 T t}\right) \approx 1$$

quedando $x = -\frac{Q}{2\pi T \cdot i}$

al igual que para el régimen estacionario.

La divisoria de aguas se extiende rápidamente en los primeros tiempos del bombeo, pero se estabiliza pronto, aún dentro del período de descensos variables.

12.4 ACUÍFERO LIBRE EN RÉGIMEN PERMANENTE

Si el acuífero es libre de base horizontal y con flujo natural, el espesor saturado es variable y por lo tanto también lo es la transmisividad.

El espesor saturado es mayor aguas arriba que aguas abajo. Y entonces el análisis se complica[83].

Es frecuente que el acuífero tenga flujo natural, y además que pueda admitirse que la base es inclinada con igual pendiente que el flujo. En este caso la transmisividad es constante en ausencia de bombeo. Si los descensos producidos por bombeo son pequeños se pueden aplicar las mismas fórmulas que para el acuífero cautivo. Si no es así el análisis es más complicado.

Una fórmula aproximada para el análisis de datos de bombeo en régimen permanente o casi permanente es la de Wenzel (1942). Esta fórmula coincide con la de Dupuit, si el espesor saturado en un punto se sustituye por la media de los espesores saturados h y h′ en dos puntos de observación simétricos respecto al pozo. Estos espesores se miden desde la base impermeable real. Si se disponen de dos pares de estos puntos de observación situados a distancias r_1 y r_2 respectivamente:

$$\left(\frac{h_1 + h_1'}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_2 + h_2'}{2}\right)^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

Si el acuífero es cautivo o asimilable (acuífero libre con descensos pequeños):

$$\frac{h_1 + h_1'}{2} - \frac{h_2 + h_2'}{2} = \frac{Q}{2\pi k \cdot h} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

siendo h el valor medio del espesor saturado.

Si los pares de puntos 1 y 2 están próximos a distancia Δr, alineados con el pozo y en la dirección del gradiente:

gradiente aguas arriba

$$i_s \approx \frac{h_1 - h_2}{\Delta r}$$

gradiente aguas abajo

$$i_a \approx \frac{h_1' - h_2'}{\Delta r}$$

Es fácil demostrar que la fórmula de Wenzel se establece como:

$$k \approx \frac{2Q}{\pi r (h + h')(i_s + i_a)} \qquad (9.139)$$

siendo

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad ; \quad h' = \frac{h'_1 + h'_2}{2}$$

en la que para calcular k basta conocer en dos puntos situados simétricamente respecto al pozo a distancia r, las alturas saturadas y las pendientes de nivel libre del agua en los mismos.

[83] Véanse las soluciones de Pavlovsky en el apartado 16.5 y el apartado 12.5 en su parte final.

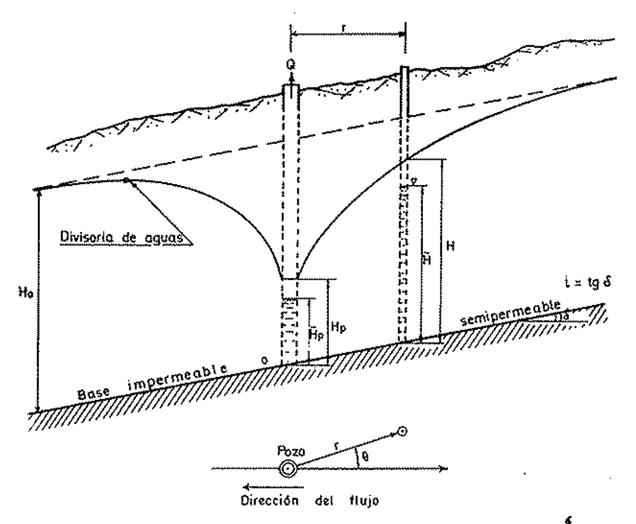


FIGURA 9.140

Pozo en un acuífero libre con flujo natural y espesor saturado inicial constante.

12.5 RÉGIMEN NO PERMANENTE

Sea el caso de la figura 9.140 en la que se tiene un pozo bombeado en un acuífero libre en el que la base está inclinada con una pendiente i y de forma que el nivel freático tiene también pendiente i, o sea que es paralelo a la base. En la figura 9.141 se dan los perfiles de descensos en la dirección del gradiente para varios tiempos. El análisis riguroso es difícil, pero aproximadamente el perfil de descensos con bombeo a caudal constante, cuando la base es un acuitardo que separa el acuífero considerado de otro inferior a nivel constante (acuífero semilibre), viene dado por (Hantush, 1964, pág. 371):

$$H_o^2 - \bar{H}^2 = \frac{Q}{2\pi k} \exp\left(-\frac{r \cdot i}{2 H_o} \cos \theta\right) W(u, \alpha \cdot r)$$

en la que las diferentes variables se definen de acuerdo con la figura 9.140.

r = distancia del punto de observación al pozo de bombeo

i = gradiente natural

$\bar{H}_o$ = espesor saturado inicial del acuífero

$\bar{H}$ = altura de agua en el punto de observación si este penetra totalmente.

$$\alpha^2 = \frac{i^2}{4 H_o^2} + \frac{1}{B^2}$$

$$u = \frac{r^2 S}{4 k H_o}$$

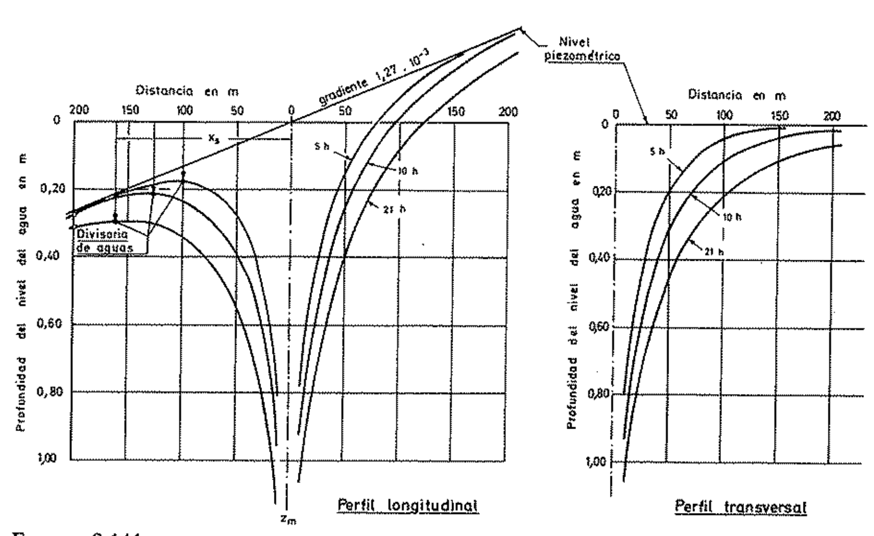


FIGURA 9.141

Perfiles de descensos en varios tiempos en un bombeo en un acuífero con flujo natural. (Lohr, 1969.)

con:

S = porosidad eficaz
B = factor de goteo
θ = ángulo que forma la línea de pozo-punto de observación con la dirección del gradiente en el sentido de aguas arriba

y es válida para

1) $i < 0{,}02$

2) $H_o - H_p < 0{,}5\, H_o$

3) $t > \dfrac{30\, r_p^2\, S}{T}(1 - 100 \cdot \alpha^2 \cdot r_p^2)$

siendo $\alpha\, r_p < 0{,}1$.

Es de notar que $\overline{H}$ no es igual al espesor saturado en el punto de observación ya que es $H > \overline{H}$[84]. Para puntos suficientemente alejados del pozo es $\overline{H}' \approx \overline{H}$; H debe medirse en puntos de observación que estén abiertos en todo el espesor saturado del acuífero.

Haciendo $r = r_p$ se tiene el descenso en el pozo H_p, el cual es, a efectos prácticos, independiente de θ.

$$H_p \approx \overline{H}_p \text{ (fig. 9.140) si es } \frac{H_p}{H_o} \gg 0{,}5$$

El descenso observado en los piezómetros o pozos de observación es función de θ y por lo tanto las líneas de igual descenso alrededor del pozo no son círculos sino curvas de la forma indicada en la figura 9.142. Ello es debido a la irregular distribución de espesores saturados.

Si el acuífero reposa sobre una base impermeable es $B = \infty$ quedando:

$$H_o^2 - \overline{H}^2 = \frac{Q}{2\pi k} \exp\left(-\frac{i \cdot r}{2 \cdot H_o} \cos\theta\right) \cdot W\left(u, \frac{i \cdot r}{2 H_o}\right)$$

Estas fórmulas se convierten en las de acuífero sin pendiente y sin flujo para $i = 0$.

Si el descenso es pequeño en comparación con el espesor del acuífero puede ponerse:

$$H_o^2 - \overline{H}^2 \approx s\,(2\, H_o - s)$$

[84] Véase el apartado 2.6.1.

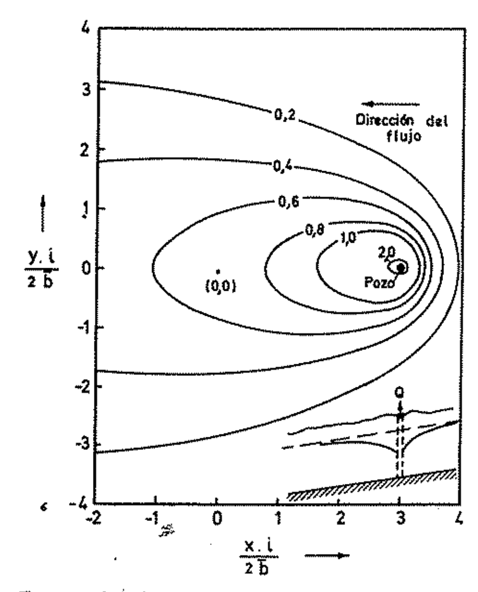


FIGURA 9.142
Distribución de los descensos en un momento dado alrededor de un pozo que bombea en un acuífero libre inclinado de espesor saturado inicial constante.
i = inclinación del acuífero
b = espesor saturado medio en los alrededores del pozo.
(Según Hantush, 1964.)

En las proximidades del pozo la forma del embudo de descensos es casi circular, pero al alejarse del mismo (cuando $\dfrac{i \cdot r}{2\, H_o} > 0{,}01$) la forma ya difiere notablemente.

Es interesante destacar que el embudo de descensos se extiende aguas abajo del pozo, pero ello no quiere decir que toda el agua de ese embudo esté en movimiento hacia el pozo, puesto que aguas abajo pronto se forma una divisoria.

En la figura 9.143 se representan las curvas de descensos-tiempos adimensionales en varios puntos equidistantes del pozo, pero en situaciones diferentes, y se compara con la que resultaría en un acuífero cautivo horizontal. Es importante observar que para tiempos grandes, la pendiente de la curva disminuye y tiende a ponerse horizontal, como si se produjese una recarga. Ello es debido que al existir una circulación, existe una recarga y por tanto el pozo puede adquirir un régimen estacionario real cuando la extracción iguale a la reducción de flujo circulante por el acuífero aguas abajo. Lo mismo sucede en un acuífero confinado, ya que la exis-

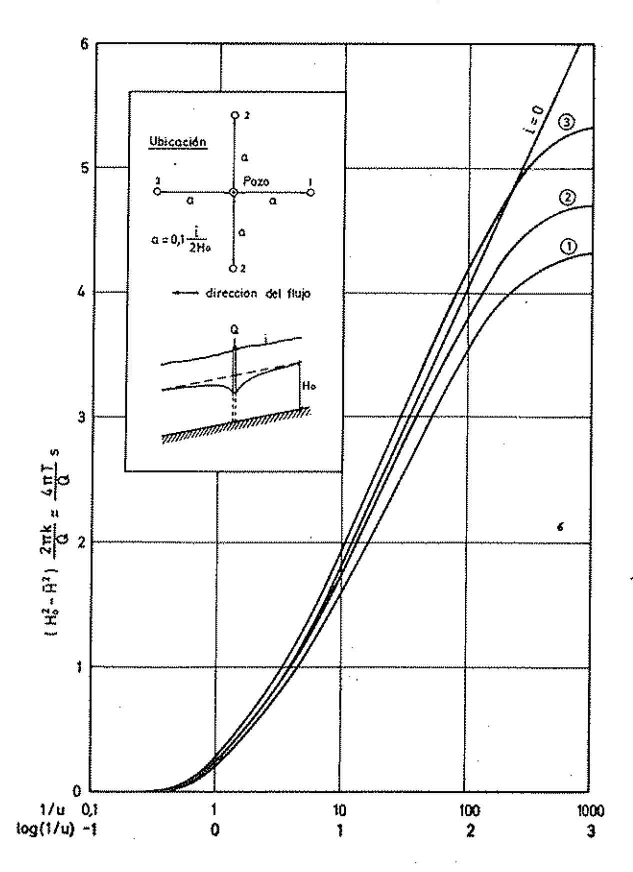


FIGURA 9.143

Curvas adimensionadas de descensos-tiempos y de descensos-distancias para el bombeo en un acuífero libre con flujo natural y espesor saturado inicial constante. La curva 4 representa la curva correspondiente en un acuífero de gran extensión y sin flujo natural. (Hantush, 1964.)

tencia de flujo supone que deja de ser confinado en algún momento.

Si el régimen es permanente es u = 0 y entonces:

$$H_o^2 - \bar{H}^2 = \frac{Q}{\pi k} \exp\left(-\frac{i \cdot r}{2 H_o} \cos\theta\right) K_o(\alpha \cdot r)$$

cuando hay recarga por ser el acuífero semilibre. Si la base es impermeable y no hay recarga:

$$H_o^2 - \bar{H}^2 = \frac{Q}{2\pi k} \exp\left(-\frac{i \cdot r}{2 H_o} \cos\theta\right) \cdot \ln\frac{R}{r}$$

Estas fórmulas son más aproximadas y útiles que las dadas en el apartado 12.4.

Para $t < \frac{5 r H_o S}{T}$, los descensos son proporcionales al logaritmo del tiempo y para distancias $\frac{r \cdot i}{2 H_o} > 0{,}01$ los descensos son también proporcionales al logaritmo de la distancia aunque en ambos casos, no lo son necesariamente de la misma forma que en un acuífero sin gradiente natural.

El régimen variable no puede estudiarse por superposición de efectos, como se hacía para el régimen permanente, ya que no toda el agua liberada del almacenamiento va a parar al pozo. Ello nace de la no coincidencia del área de influencia y del área de captación.

El análisis de ensayos de bombeos se puede hacer de forma similar a la establecida para los acuíferos sin flujo natural, tomando las curvas patrón adecuadas según la posición del piezómetro o la orientación del perfil (Hantush, 1964, págs. 420-421).

Si el acuífero es inclinado y libre, tal como se indica en la figura 9.144 y está afectado por una línea de recarga, la teoría de las imágenes es aplicable pero en este caso los pozos imagen deben recargar un caudal diferente a $-Q$, tal como $-C \cdot Q$ de modo que (Hantush, 1964, págs. 387-388)

$$C = \exp\left(\frac{x_o \cdot i}{H_o}\right)$$

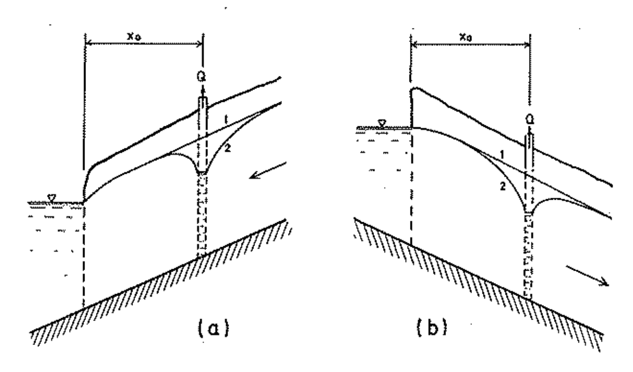


FIGURA 9.144

Acuíferos con pendiente junto a una línea de recarga.
1 = nivel estático
2 = nivel de bombeo.

en la que x_o es la distancia del pozo al límite, i es la pendiente piezométrica y H_o es el espesor medio saturado de acuífero en los alrededores del pozo; i debe considerarse con su signo (+) en la figura 9.144 a y (−) en la figura 9.144 b.

En caso de acuífero libre inclinado afectado por una barrera impermeable, la teoría de las imágenes es muy difícil de aplicar pues no se consigue que se cumpla la condición de contorno de una forma sencilla.

12.6 POZO DE RECARGA Y POZO DE BOMBEO EN UN ACUÍFERO CON FLUJO NATURAL

Sea el caso de una factoría que toma un caudal Q con un pozo y lo reinyecta por medio de otro pozo después de haberlo utilizado, por ejemplo para refrigeración. Es una circunstancia que se da frecuentemente. Si el acuífero no tiene flujo natural, transcurrido un tiempo más o menos dilatado, teóricamente toda el agua recargada vuelve al pozo de bombeo. Ello quiere decir que el pozo de bombeo acabará por extraer un agua como la que se recarga, y por lo tanto apareciendo problemas de reutilización de un agua de calidad degradada.
agua de calidad degradada.

En la práctica interviene mucho el tiempo que tarda una partícula en recorrer una línea de corriente. Unas partículas recargadas irán a parar con relativa rapidez al pozo de bombeo, mientras otras deberán efectuar un gran recorrido y no llegarán sino después de mucho tiempo, y posiblemente mejoradas a causa de la dispersión y de otros fenómenos correctores de la calidad. De todos modos se observará que con frecuencia la calidad del agua bombeada se irá degradando lentamente (ver capítulo 18.3).

En un acuífero con flujo natural, si el pozo de bombeo se establece aguas arriba del pozo de recarga y más alejado que una cierta distancia crítica, se puede evitar la recirculación de agua. La figura 9.145 ilustra esta circunstancia. El caso crítico es aquel en el que se produce sólo una recirculación infinitesimal; es cuando el pozo de bombeo está a una distancia aguas arriba del de recarga de igual caudal cuyo valor es (Jacob, 1949):

$$\alpha = \frac{2\,Q}{\pi \cdot T \cdot i}$$

Si la distancia es mayor no hay recirculación alguna y si es menor se recircula una parte del agua recargada,

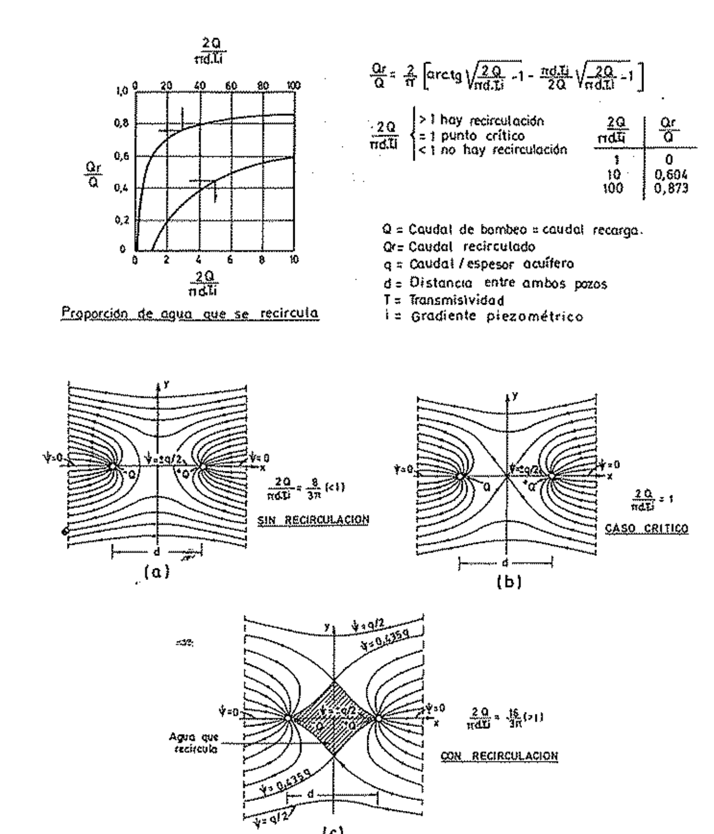


Figura 9.145

Pozo de bombeo y pozo de recarga de la misma capacidad en un acuífero con flujo natural. Pozo de recarga aguas abajo y alineado con el de bombeo en la dirección del flujo. (Según Jacob, 1949.)

dándose en la figura 9.145 la formulación y un ábaco de cálculo. Se entiende que se trata de cuestiones de equilibrio no sólo hidrodinámico, sino de composición de agua bombeada y del agua de recarga, y que el camino más largo entre los pozos ya ha sido recorrido por alguna partícula; se trata pues de recirculaciones máximas. Otros casos más complejos se exponen en el apéndice de la sección 12.

Ejemplo 3

Una industria metalúrgica tiene un pozo en un acuífero de transmisividad 350 m^2/día, con una pendiente de la superficie piezométrica del 0,005 y extrae continuamente un

caudal de 10 l/seg. Se desea evacuar el agua caliente resultante de hacer pasar el agua bombeada por el sistema de refrigeración de los hornos, utilizando un pozo de inyección instalado en el propio acuífero bombeado. ¿A qué distancia mínima aguas abajo deberá instalarse ese pozo de inyección para no tener nunca recirculación?

$$d = \frac{2\,Q}{\pi \cdot T \cdot i} = \frac{2 \cdot 10 \text{ l/seg} \cdot 86{,}4 \text{ m}^3\text{/l seg/día}}{\pi \cdot 350 \text{ m}^2\text{/día} \cdot 0{,}005} = 314 \text{ m}$$

Ejemplo 4

Sea el mismo caso del ejemplo anterior en que el pozo de inyección se situa a 100 m aguas abajo del de bombeo. Calcular el porcentaje máximo del agua inyectada que se recircula.

En este caso

$$\frac{2\,Q}{\pi \cdot d \cdot T \cdot i} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 86{,}4}{\pi \cdot 100 \cdot 350 \cdot 0{,}005} = 314 \text{ m}$$

En el ábaco de la figura 9.145, $Qr/Q = 0{,}32$.
Se recircula como máximo el 32 % del agua inyectada.

En la realidad puede sacarse partido del efecto retardador que la estratificación, anisotropía y heterogeneidades del terreno provocan sobre el flujo. Si el pozo de bombeo y el pozo de recarga se sitúan a niveles diferentes se puede retrasar notablemente el establecimiento de las condiciones de equilibrio y ello es favorable porque puede permitir tener en funcionamiento más tiempo el sistema sin problemas y porque la mayor permanencia del agua en el acuífero puede mejorar algunas de las características del agua que se recircula.

Capítulo 9.13

Bombeos en pozos de gran diámetro

13.1 CONSIDERACIONES GENERALES

El pozo es en cierto modo un depósito de agua de manera que en un bombeo en régimen no permanente parte del agua bombeada procede del almacenamiento en su interior[85]. En régimen estacionario, al no haber variación de niveles, el almacenamiento en el pozo no entra en juego.

Cuando para extraer un cierto caudal en un momento determinado es preciso provocar un descenso importante en el pozo y éste es de gran diámetro, una parte importante del caudal de agua proporcionado por la bomba procede del almacenamiento en el propio pozo y por lo tanto no puede hablarse de un bombeo a caudal constante. La aplicación de las técnicas de valoración del pozo, y en especial de las de análisis de ensayos de bombeo, no pueden aplicarse directamente sin exponerse a cometer grandes errores, ya que los descensos reales producidos son menores que los teóricos, referidos ambos a un mismo tiempo.

El efecto es también sensible en los piezómetros y pozos de observación, ya que en ellos se nota el efecto de un bombeo variable que tiende hacia el caudal real de la bomba.

13.2 BOMBEO EN UN POZO DE GRAN DIÁMETRO CONSTRUIDO EN UN MATERIAL MUY POCO PERMEABLE

Si el pozo está construido en un material muy poco permeable y el caudal de bombeo es relativamente elevado, mientras los descensos son aún moderados, la mayor parte del caudal obtenido procede del propio almacenamiento en el pozo, actuando éste como una cisterna.

[85] En pozos con galerías el efecto del almacenamiento en el propio pozo puede llegar a ser dominante.

Si el pozo tiene un radio r_p en la zona en que desciende el nivel del agua:

$$s_p = \frac{Q \cdot t}{\pi \cdot r_p^2}$$

resultando que la línea de descensos-tiempos en coordenadas cartesianas lineales es una recta cuya pendiente es:

$$m = \frac{Q}{\pi \cdot r_p^2}$$

En papel doble logarítmico (gráfico log s — log t) la representación es una recta a 45° y en papel semilogarítmico (gráfico s — log t) es una curva exponencial creciente, tal como se muestra en la figura 9.146.

Para descensos importantes el acuífero ya aporta algo de agua y las curvas mencionadas tienden a acercarse a la curva que se hubiere tenido con un pozo sin almacenamiento (fig. 9.146). Es frecuente que no se alcance el régimen estacionario puesto que muchas veces el acuífero no es capaz de suministrar el caudal de la bomba con el máximo descenso que puede producirse, y el bombeo se interrumpe al descender el nivel del agua por debajo de la aspiración de la bomba o del interruptor de nivel mínimo.

Con frecuencia, la sección del pozo en la zona de descensos de niveles no es regular debido a la presencia de cavidades y galerías, de modo que a cada aumento de sección corresponde una disminución de la velocidad de descenso, la cual no debe interpretarse como un aporte de agua por el acuífero.

Muchos de los pozos últimamente mencionados son para riego, funcionando la bomba unas pocas horas al día (2 ó 3) produciéndose la recuperación durante el resto del día a base de la pequeña aportación del acuífero.

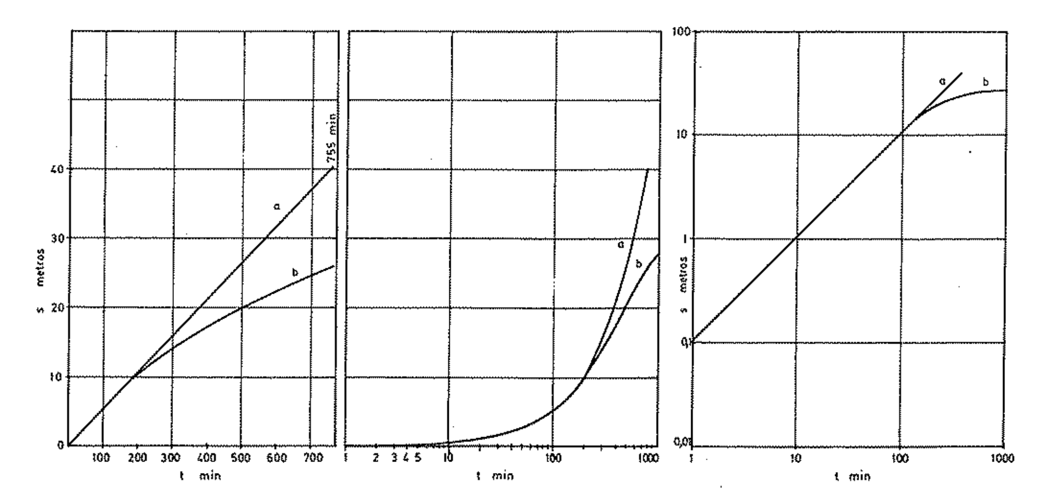


FIGURA 9.146

Bombeo en un pozo de gran diámetro a) *sin ninguna entrada de agua;* b) *en un acuífero muy poco transmisor. Pozo de 40 m de espesor de agua inicial.* Q = 10 m³/h, $r_p = 1$ m.

13.3 BOMBEO EN UN POZO DE GRAN DIÁMETRO CONSTRUIDO EN UN MATERIAL PERMEABLE

Cuando el volumen de agua contenido en el pozo entre dos niveles en los tiempos t_1 y t_2 es mucho menor que el caudal extraído en ese tiempo, puede suponerse que el efecto del almacenamiento en el pozo ha desaparecido.

$$\pi r^2 (s_2 - s_1) \ll Q (t_2 - t_1)$$

Según Papadópulos y Cooper (1967) el efecto es despreciable a partir de un tiempo t_e:

$$t_e > 25 \frac{r_p^2}{T}$$

siendo r_p el radio del pozo en la zona de variación del nivel. Cuando $t > t_e$, el error en los niveles al aplicar las fórmulas para pozo sin almacenamiento es menor del 2 % (Forkasiewicz, 1969, pág. 17).

Para los piezómetros el efecto es despreciable si (Forkasiewicz, 1969, pág. 17)

$$t_e > 12{,}5 \cdot \frac{r_p^2}{T} \frac{s_p + s}{s_p}$$

en la que s_p es el descenso en el pozo y s es el descenso en el piezómetro en el mismo instante.

En ensayos de bombeo conviene disponer de mediciones de niveles de agua durante un tiempo de por lo menos 10 t_e.

Ejemplo 1

Calcular el tiempo que tardará en desaparecer el efecto de almacenamiento en el pozo en los casos contenidos en el cuadro siguiente:

Los resultados de aplicar la fórmula dada están en el mismo cuadro.

Caso	Radio r_p m	Transmisividad T m²/día	Tiempo t_e min
a	0,2	10	144
b	0,2	100	14,4
c	0,2	1000	1,4
d	0,2	10 000	0,14
e	1	10	3600
f	1	100	360
g	1	1000	36
h	1	10 000	3,6

Para radios grandes y transmisividades pequeñas, t_e puede ser muy elevado.

Los métodos de Theis y Jacob para el acuífero semiconfinado no pueden aplicarse correctamente si no es para descensos medidos cuando $t \geq t_e$. Como para conocer t_e es preciso conocer T, deben realizarse tanteos

previos. El método de coincidencia de curvas de Theis es en general más difícil de aplicar ya que es difícil obtener un ajuste adecuado si se toman puntos no válidos. El método de Jacob, si se está en zona de $u < 0{,}03$ (casi siempre cierto en el pozo), al proporcionar una recta es de más fácil aplicación y los puntos no válidos son patentes.

Papadópulos y Cooper (1967) han elaborado para el propio pozo curvas tipo en papel doble logarítmico (fig. 9.147) para ser utilizadas por el método de coincidencia al igual que se hacía en el método de Theis, seleccionando la curva de parámetro más adecuada. Estas curvas van en función de un parámetro α siendo:

$$\alpha = \frac{r_p^2 S}{r_a^2}$$

r_p = radio del pozo en la zona acuífera
r_a = radio del pozo en la zona de variación de niveles

y sólo son aplicables al pozo de bombeo.

Los descensos vienen dados por:

$$s_p = \frac{Q}{4 \pi T} F(u_p, \alpha)$$

siendo

$$u_p = \frac{r_p^2 S}{4 T t}$$

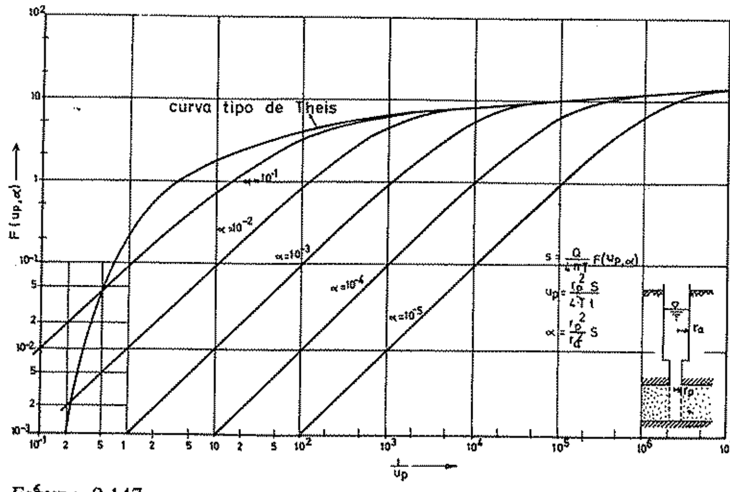


FIGURA 9.147
Curvas tipo para el análisis de descensos en un pozo de gran diámetro. (Papadópulos y Cooper, 1967.)

encontrándose los valores de $F(u_p, \alpha)$ en la tabla 9.14. Las diferentes curvas $\log 1/u_p$ se inician como rectas a 45° y poco a poco se van incurvando hasta coincidir con la curva tipo de Theis.

En la figura 9.148 se representa F en función de $\log 1/u_p$. Se aprecia fácilmente el error que se cometería al despreciar la capacidad del pozo.

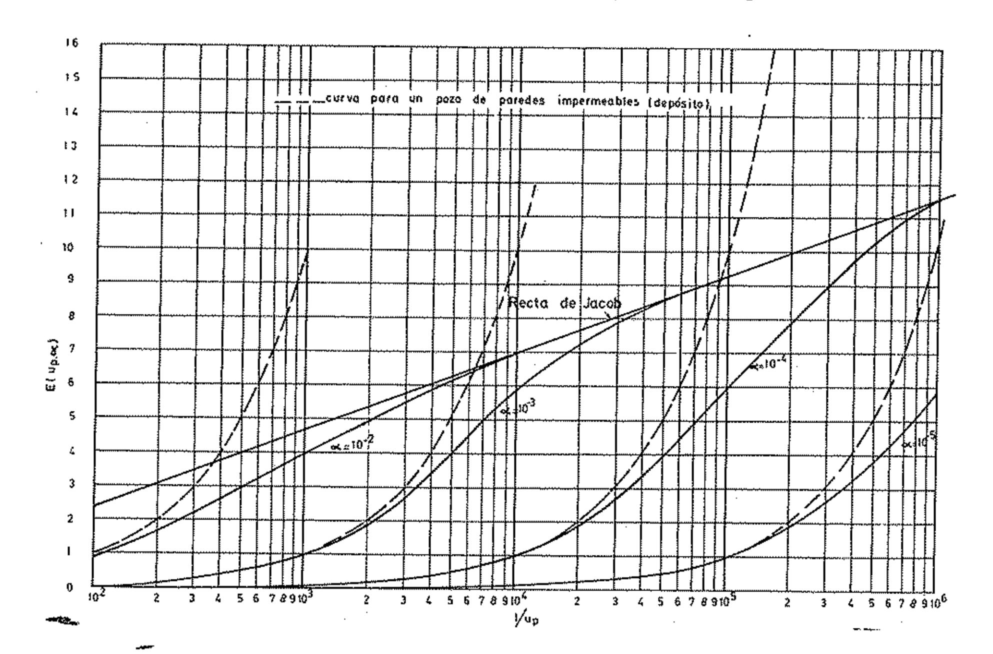


FIGURA 9.148
Función de pozo para pozos de gran diámetro.

TABLA 9.14 *Valores de la función* F (u_p, α) *para bombeo en un pozo de gran diámetro (Papadópulos y Cooper, 1967)*

$1/u_p$ \ α	0,1	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
0,1	0,00975	$9{,}98 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-6}$
1	0,0919	0,00991	$9{,}99 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
2	0,177	0,0197	0,002	$2 \cdot 20^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$
5	0,406	0,0489	0,00499	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
10	0,734	0,0966	0,00997	0,001	$1 \cdot 10^{-4}$
20	1,26	0,190	0,0199	0,002	$2 \cdot 10^{-4}$
50	2,30	0,453	0,0495	0,00499	$5 \cdot 10^{-4}$
$1 \cdot 10^2$	3,28	0,852	0,0983	0,00998	0,001
$2 \cdot 10^2$	4,25	1,54	0,194	0,0199	0,002
$5 \cdot 10^2$	5,42	3,04	0,472	0,0497	0,005
$1 \cdot 10^3$	6,21	4,54	0,907	0,0990	0,00999
$2 \cdot 10^3$	6,96	6,03	1,69	0,196	0,02
$5 \cdot 10^3$	7,87	7,56	3,52	0,481	0,0498
$1 \cdot 10^4$	8,57	8,44	5,53	0,934	0,0993
$2 \cdot 10^4$	9,32	9,23	7,63	1,77	0,197
$5 \cdot 10^4$	10,2	10,2	9,68	3,83	0,486
$1 \cdot 10^5$	10,9	10,9	10,7	6,24	0,949
$2 \cdot 10^5$	11,6	11,6	11,5	8,99	1,82
$5 \cdot 10^5$	12,5	12,5	12,5	11,7	4,09
$1 \cdot 10^6$	13,2	13,2	13,2	12,9	6,78
$2 \cdot 10^6$	13,9	13,9	13,9	13,8	10,1
$5 \cdot 10^6$	14,8	14,8	14,8	14,8	13,7
$1 \cdot 10^7$	15,5	15,5	15,5	15,5	15,1
$2 \cdot 10^7$	16,2	16,2	16,2	16,2	16,0
$5 \cdot 10^7$	17,0	17,0	17,0	17,1	17,1
$1 \cdot 10^8$	17,8	17,8	17,8	17,8	17,8
$2 \cdot 10^8$	18,5	18,5	18,5	18,5	18,5
$5 \cdot 10^8$	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
$1 \cdot 10^9$	20,1	20,1	20,1	20,1	20,1

Para el análisis de descensos en el pozo se puede aplicar el método de superposición de las curvas log F en función de log $1/u_p$ con las experimentales de log s_p en función de log t. La forma de las curvas hace que sea difícil decidir un ajuste claro y su utilidad práctica es limitada para determinar el valor de α y S, pero en cambio es bueno para determinar T (Narasimhan, 1968), a esta situación contribuye también el desconocimiento de las pérdidas en el pozo.

Para determinar el descenso en un punto del acuífero diferente del pozo de bombeo se tiene una ecuación muy complicada para usos prácticos (Papadopulos, 1967). Pueden dibujarse una serie de curvas tipo[86]

$$\log \frac{Q}{4 \pi T} s - \log 1/u$$

[86] En Papadópoulos (1967) se encuentran unas tablas para dibujar esas curvas.

tomando como parámetro el valor

$$p = \frac{r}{r_p}$$

pero se precisa un juego de curvas para cada valor de

$$\alpha = \frac{r_p^2}{r_a^2} S$$

La condición del radio máximo del pozo para que sea válida la fórmula de Theis para cualquier punto del acuífero (ver apartado 2.3)

$$r_p \leq \sqrt{\frac{T \cdot t}{30 S}}$$

no está relacionada con el almacenamiento en el pozo sino con la necesidad de que el radio del pozo sea muy pequeño en relación con el radio de influencia, a fin de cumplirse las condiciones de contorno impuestas al sistema.

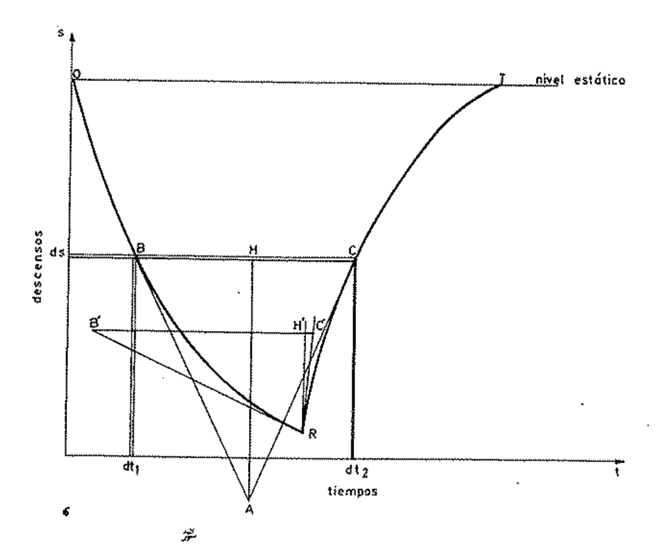


FIGURA 9.149
Método de Porchet para el análisis de recuperaciones en pozos de gran diámetro. (Según Bremond, 1965.) Se admite que las pérdidas en el pozo son despreciables.

13.4 INFLUENCIA EN LA RECUPERACIÓN

En la recuperación del pozo, si éste tiene un diámetro importante, existe un flujo de agua hacia el pozo para irlo llenando. Por lo tanto la recuperación es más lenta que en un pozo similar de diámetro infinitesimal. El análisis es similar al de un pozo de bombeo de gran diámetro. El efecto de capacidad del pozo es notable al principio, cuando los niveles varían rápidamente. El método de Porchet (Bremond, 1965, págs. 57-63) permite resolver gráficamente un ensayo de bombeo en un pozo de gran diámetro utilizando simultáneamente la curva de bombeo y la curva de recuperación.

En la figura 9.149 se representa en papel de escalas lineales la curva de descensos tiempos para el bombeo a caudal constante y la recuperación. En un intervalo d t, situado en el tiempo t del bombeo, se produce un descenso de nivel, d s, que supone un vaciado de pozo igual al agua extraída menos la que penetra en el pozo procedente del acuífero.

$$A \cdot d s = (Q - Q') \cdot d t_1$$

siendo:

A = sección del pozo en la zona de descenso de nivel
Q = caudal constante del pozo
Q′ = caudal aportado por el acuífero.

Durante la recuperación, todo ascenso igual al anterior, d s, se hará en un tiempo dt_2 con el único aporte de agua del acuífero

$$A \cdot d s = Q' \cdot d t_2$$

En puntos de la curva de bombeo y de recuperación situados sobre una paralela al eje de los tiempos B y C puede suponerse que las Q′ serán iguales y por lo tanto

$$(Q - Q') \cdot d t_1 = Q' \cdot d t_2$$

o sea

$$Q' = Q \frac{d t_1}{d t_1 + d t_2} = \frac{d t_1/d s}{d t_1/d s + d t_2/d s}$$

$d t_1/d s$ representa la pendiente de la curva de bombeo en el punto B y $d t_2/d s$ representa la pendiente de la curva de recuperación en el punto C. Por lo tanto

$$Q' = Q \frac{B H}{B C} \qquad \text{(fig. 9.149)}$$

que permite calcular gráficamente Q′.

En el punto de cese del bombeo, puede escribirse:

$$Q' = Q \frac{B' H'}{B' C'}$$

Si el caudal de la bomba no ha sido constante, el error del cálculo puede ser importante. Ello es frecuente cuando la bomba varía de caudal por descenso del nivel del agua, aunque es posible efectuar correcciones. En el punto de paro se puede determinar un valor de Q′ que es el que más influye en la forma de la curva de recuperación. El hidrograma de variación de Q′ con el tiempo permite analizar el bombeo como si se tratase de un bombeo a caudal variable (ver capítulo 9.14).

Los valores de Q′ sirven también para obtener valores reales del caudal específico del pozo.

Si la pérdida de carga en el pozo es importante y su diámetro apreciable, al iniciarse la recuperación, no sólo tiene que fluir agua al pozo para producir el ascenso de nivel de acuerdo con el ascenso en el acuífero, sino que también tiene que llenarse la parte del pozo vaciada por las pérdidas de carga en el mismo[87]. Ello produce una anomalía de recuperación adicional ya desde el primer momento, la cual puede conducir a errores de interpretación.

[87] Véase el capítulo 9.15.

Capítulo 9.14

Bombeos a caudal variable y discontinuo

14.1 INTRODUCCIÓN

El caudal de un pozo puede sufrir variaciones durante su explotación. Estas variaciones pueden ser intencionadas, para adecuar el caudal a las necesidades del consumo, o bien pueden ser incontroladas a causa de variaciones en las condiciones de funcionamiento del sistema de bombeo, variación del nivel de agua en el pozo, etc. Si las variaciones son pequeñas y oscilan alrededor de un valor constante, no se comete gran error al suponer que el caudal es realmente constante. No sucede lo mismo si las variaciones son grandes o existe una tendencia al aumento o disminución del caudal. Todo ello se refiere tanto al cálculo de descensos como al análisis de datos de bombeo.

En la recuperación se suelen obtener valores de descensos menos afectados por el caudal de bombeo, ya que si las fluctuaciones han sido pequeñas, la recuperación se realiza de acuerdo con el caudal de los últimos tiempos del bombeo. Sin embargo si durante el bombeo han habido grandes fluctuaciones o tendencia al aumento o disminución del caudal, la recuperación puede quedar influida sensiblemente por la historia del bombeo.

Durante la construcción del pozo, especialmente si se hace a percusión, las características del acuífero se pueden estimar por cuchareo. Esta técnica así como la de introducción brusca de agua, se estudia también en este capítulo.

Un caso especial de extracción de un caudal variable es aquel en que el descenso es constante, como sucede en pozos surgentes.

14.2 BOMBEOS A CAUDAL VARIABLE. CÁLCULO DE DESCENSOS

Pueden desarrollarse fórmulas especiales para cada tipo de variación del caudal y para cada modelo de acuífero. Sin embargo, el problema es con frecuencia muy complicado y de poca utilidad práctica.

Una forma aproximada de tratar estos problemas es transformar el hidrograma de caudales (fig. 9.150) en un gráfico escalonado de tal modo que se supone que en un cierto intervalo de tiempo $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, se ha bombeado a un caudal constante Q_i igual al valor medio del caudal en ese intervalo y que se pasa al intervalo siguiente $\Delta t_{i+1} = t_{i+2} - t_{i+1}$ incrementando instantáneamente el caudal en ΔQ_{i+1} tal que $\Delta Q_{i+1} = Q_{i+1} - Q_i$. Aplicando el principio de la superposi-

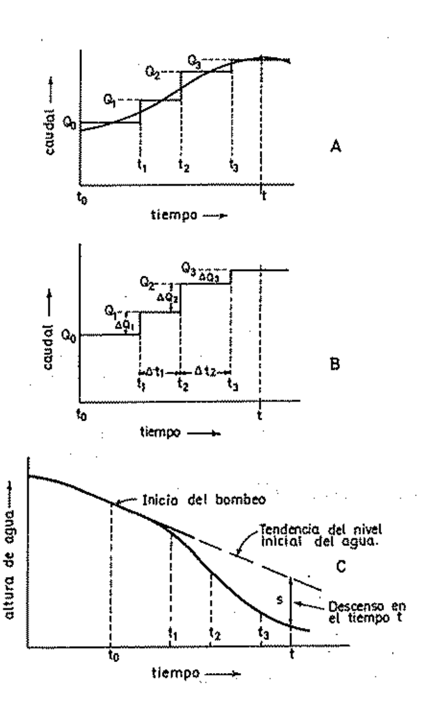


FIGURA 9.150
Bombeo a caudal variable.

ción, el descenso en el tiempo t será el producido por tantos pozos situados en el mismo sitio como escalones tiene el hidrograma, el primero de caudal Q_o y los restantes de caudal ΔQ_i (fig. 9.150).

El descenso en un cierto tiempo $t > t_n$ para un acuífero cautivo será:

$$s = \frac{Q_o}{4\pi T} W(u_o) + \frac{\Delta Q_1}{4\pi T} W(u_1) +$$

$$+ \frac{\Delta Q_2}{4\pi T} W(u_2) + \ldots + \frac{\Delta Q_n}{4\pi T} W(u_n) \qquad (9.140)$$

siendo:

$$u_i = \frac{r^2 S}{4T(t - t_i)}$$

Los valores de ΔQ_i deben tomarse con su signo. Un razonamiento similar puede aplicarse para el acuífero libre o el acuífero semiconfinado.

Si en todo momento es $u_i < 0{,}03$[88], puede aplicarse la aproximación logarítmica de Jacob para el acuífero cautivo y entonces:

$$s = \frac{1}{4\pi T} \left[(Q_o + \sum_{i=1} \Delta Q_i) \ln \frac{2{,}25\,T}{r^2 S} + \right.$$

$$\left. + Q_o \ln(t - t_o) + \sum_{i=1} \Delta Q_i \ln(t - t_i) \right] \qquad (9.141)$$

Es importante tener en cuenta que todos los tiempos se miden a partir de un origen común, siendo t_o el momento de inicio del bombeo.

Si los intervalos de tiempos se hacen muy pequeños es posible calcular s para cualquier evolución de caudales, aun con saltos bruscos, siempre que estos sean de tamaño finito. La extracción brusca de un volumen V de agua produce un descenso s que viene dado por (Custodio, 1967; Skibitzke, 1957 y 1963):

$$s = \frac{V}{4\pi T t} \exp\left(-\frac{S r^2}{4 T t}\right) \qquad (9.142)$$

en la que t es el tiempo transcurrido desde la extracción y r la distancia al punto de observación.

[88] Para el propio pozo de bombeo generalmente es $u_i < 0{,}03$.

Puede comprobarse que la ecuación (9.142) es solución de la ecuación general del flujo:

$$\nabla^2 s = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t}$$

y que efectivamente se trata de la extracción de un volumen V de agua puesto que el agua liberada por la formación del cono de depresión en cualquier momento es:

$$\int_0^\infty 2\pi r\,dr \cdot S \cdot s = V$$

Para $t \to 0$, $s \to 0$ en cualquier lugar excepto en $r = 0$; por lo tanto el acuífero en $t = 0$ estaba en reposo y V es una extracción instantánea.

Considerando un bombeo variable $Q(\tau)$, en un tiempo $d\tau$ se extrae un volumen $Q \cdot d\tau$. El efecto en un cierto tiempo t es la suma de los efectos de las extracciones $Q \cdot d\tau$ en cada tiempo τ.

Así pues, un bombeo continuo entre el tiempo t_o y t produce un descenso (Custodio, 1967):

$$s = \int_{t_0}^{t} \frac{Q(\tau)\,d\tau}{4\pi T(t - \tau)} \exp\left(-\frac{S r^2}{4T(t - \tau)}\right) \qquad (9.143)$$

Si Q es constante y $t_o = 0$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_0^t \frac{d\tau}{(t - \tau)} \exp\left(-\frac{S r^2}{4T(t - \tau)}\right) =$$

haciendo

$$u = \frac{S r^2}{4T(t - \tau)}$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_{u_t}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u}\,du = \frac{Q}{4\pi T} W(u_t)$$

que es la fórmula de Theis.

La ecuación (9.143) puede escribirse para $t_o = 0$, como:

$$s = \int_0^b \frac{Q(\tau)}{4\pi T} U(t - \tau)\,d\tau$$

que es una ecuación de convolución en la que U es la respuesta al impulso unitario [valor 1 de $Q(\tau)/(4\pi T)$] siendo:

$$U = \frac{\exp\left(-\frac{S r^2}{4T(t-\tau)}\right)}{t-\tau}$$

Para acuífero semiconfinado es (Moench, 1971):

$$U = \frac{\exp\left[-\frac{S r^2}{4T(t-\tau)} - \frac{(t-\tau) k'}{S b'}\right]}{t-\tau}$$

Ejemplo 1

Se tiene un pozo de bombeo y un piezómetro de observación.

Calcular el descenso que se produce en un punto de observación situado a 10 m después de 2 horas de iniciado el bombeo sabiendo que durante los primeros 15 minutos el caudal fue de 20 m^3/h disminuyendo bruscamente hasta 15 m^3/h y conservándose a este caudal durante los 75 minutos siguientes. Posteriormente se produce un nuevo descenso brusco para continuar a un caudal constante de 10 m^3/h. Comparar con el descenso que se hubiera tenido si el bombeo hubiera sido a un caudal constante de 10 m^3/h. Dibujar el hidrograma de descensos en coordenadas logarítmicas. La transmisividad del acuífero es de 160 $m^2/día$ y el coeficiente de almacenamiento de $4 \cdot 10^{-3}$. Estudiar así mismo la recuperación, si el paro definitivo se produce a las 2 horas del comienzo del bombeo.

Durante los 15 primeros minutos:

$$s = s_1 = \frac{20 \cdot 24 \ m^3/día}{4 \cdot \pi \cdot 160 \ m^2/día} W(u_1) = 0{,}239 \ W(u_1)$$

$$u_1 = \frac{100 \ m^2 \cdot 1440 \ min/día \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 160 \ m^2/día \cdot t \ (min)} = 0{,}9 \frac{1}{t}$$

Entre los minutos 15 y 75 + 15 = 90 el caudal ha descendido en 20 − 15 = 5 m^3/h

$$s = s_1 + s_2 = 0{,}239 \ W(u_1) - 0{,}239 \frac{5}{20} W(u_2)$$

$$u_2 = 0{,}9 \frac{1}{t-15}$$

Entre los minutos 90 y 120 (2 horas) el caudal ha descendido en 15 − 10 = 5 m^3/h

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 0{,}239 \ W(u_1) - 0{,}239 \frac{5}{20} W(u_2) - 0{,}239 \frac{5}{20} W(u_3)$$

$$u_3 = 0{,}9 \frac{1}{t-90}$$

El paro del pozo equivale al paro del bombeo final de 10 m^3/h. Por lo tanto los descensos residuales serán:

$$s' = s_1 + s_2 + s_3 - (s) = 0{,}239 \ W(u_1) - 0{,}239 \frac{5}{20} W(u_2) - 0{,}239 \frac{5}{20} W(u_3) - 0{,}239 \frac{10}{20} W(u')$$

siendo

$$u' = 0{,}9 \frac{1}{t-120}$$

Con estas fórmulas se pueden establecer los valores de la tabla 9.15; los valores hallados están representados en la figura 9.151. Puede verse en ella que las deformaciones de las curvas de descensos son muy notables, tanto durante el bombeo como en la recuperación, aunque menos acentuados en ésta. Las disminuciones del caudal de bombeo pueden provocar incluso un ascenso de corta duración para después continuar descendiendo los niveles. Sólo después de un largo período desde el cambio de caudal la curva de descensos coincide con la que se hubiese obtenido si el caudal hubiese sido constante desde el inicio del bombeo. Hay que tener en cuenta que la escala de tiempos es logarítmica. Un cambio de caudal a los 15 minutos de bombeo precisa el transcurso del orden de 100 minutos, para que se anule el efecto. Si el cambio se produce a los 90 minutos, puede precisarse más de 300 minutos para que se anulen los efectos del mismo.

Ejemplo 2

Se inicia un bombeo a un caudal de 200 l/seg en un acuífero cuyas características son: $T = 20\,000 \ m^2/día$, $S = 10^{-4}$.

La bomba alimenta un depósito de modo que la altura manométrica de bombeo va aumentando lentamente. El efecto equivale a una reducción de caudal del 10 %/hora. Se supone que al cabo de 2 horas el depósito está lleno y cesa la acción. Dibujar la curva de descensos-tiempos en papel semilogarítmico para un punto de observación situado a 10 m.

Para resolver el problema se supone que la disminución de caudal se realiza escalonada en intervalos de 10 minutos. La altura de cada escalón será:

$$\Delta Q = 200 \cdot 0{,}1 \cdot \frac{10}{60} = 3{,}33 \ l/seg$$

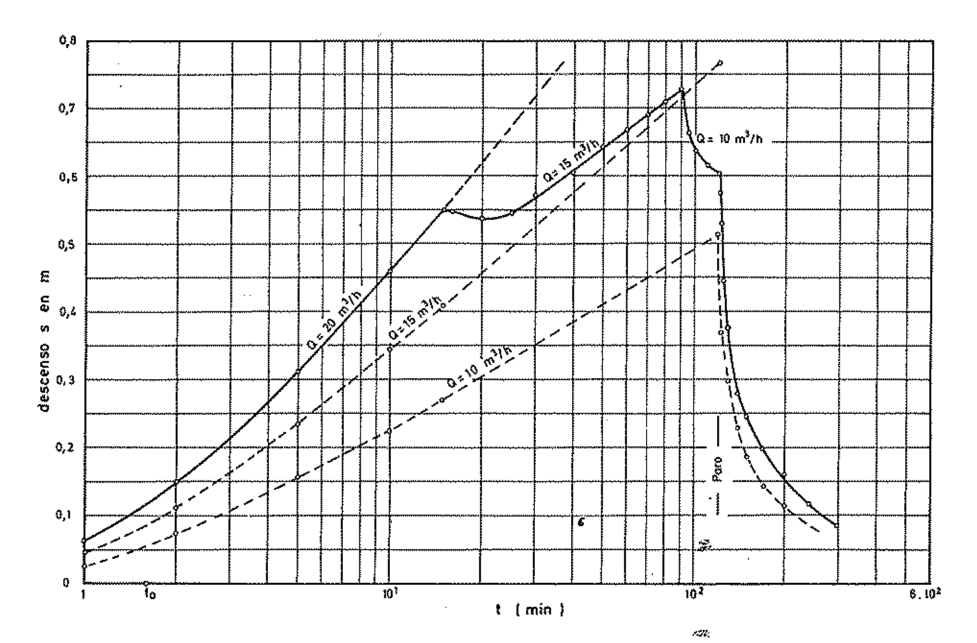


FIGURA 9.151

Gráfica semilogarítmica del bombeo a caudal variable del ejemplo 1. De puntos de las curvas que se hubieran obtenido con caudales constantes.

Los descensos en cm para el caudal constante vendrán dados por ($u < 0{,}03$ para $t > 1$ min):

$$s(t) = 100 \frac{2{,}3 \cdot (200 \cdot 86{,}4)\ \mathrm{m^3/día}}{4 \cdot \pi \cdot 20\,000\ \mathrm{m^2/día}}$$

$$\cdot \log \frac{2{,}25 \cdot 20\,000\ \mathrm{m^2/día} \cdot t\ (\mathrm{min})}{100\ \mathrm{m^2} \cdot 10^{-4} \cdot 1440\ \mathrm{min/día}}$$

$$s(t) = 15{,}8 \log (3125\ t) \quad ; \quad s(t) \text{ en cm}$$

Los descensos para cada escalón vendrán dados por:

$$s_e(t - \tau) = 15{,}8 \cdot \frac{3{,}33}{200} \log [3125 \cdot (t - \tau)] =$$

$$= 0{,}263 \log [3125\,(t - \tau)] \quad ; \quad s \text{ en cm}$$

El caudal final constante será de

$$200 - 0{,}1 \cdot 200 \cdot 2 = 160\ \mathrm{l/seg}$$

El esquema de cálculo está indicado en la tabla 9.16. En la figura 9.152 se han representado los descensos y en ella se aprecia claramente la evolución de descensos. En un principio puede parecer que aparece una recarga. Si se hubiese tenido únicamente un incremento de caudal, el efecto hubiese sido similar al de una barrera impermeable.

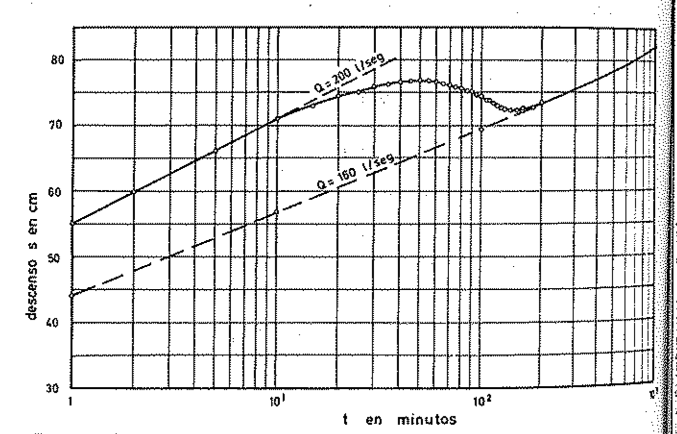


FIGURA 9.152

Efecto de una disminución progresiva y temporal del caudal de bombeo. Descenso del 10 %/hora durante las dos primeras horas. Corresponde al ejemplo 2.

TABLA 9.15 *Tabla de cálculo del problema 1 del capítulo 9.14. Valores de s en metros*

Tiempo (min)	u_1	s_1	u_2	s_2	u_3	s_3	u'	(s)	$s = s_1 - s_2 - s_3 - (s)$	$Q = 10\ m^3/h$ $s_{10} = s_1/2$	$s'_{10} = s_{10} - (s)$
1	0,9	0,062	—	—	—	—	—	—	0,062	0,031	—
2	0,45	0,149	—	—	—	—	—	—	0,149	0,075	—
5	0,18	0,313	—	—	—	—	—	—	0,313	0,156	—
10	0,09	0,459	—	—	—	—	—	—	0,459	0,230	—
15	0,06	0,549	—	—	—	—	—	—	0,549	0,274	—
16	0,0562	0,562	0,9	0,015	—	—	—	—	0,547	0,281	—
20	0,045	0,614	0,18	0,078	—	—	—	—	0,536	0,307	—
25	0,036	0,665	0,09	0,115	—	—	—	—	0,550	0,332	—
30	0,03	0,707	0,06	0,137	—	—	—	—	0,570	0,354	—
40	0,0225	0,772	0,036	0,166	—	—	—	—	0,606	0,386	—
50	0,018	0,826	0,026	0,185	—	—	—	—	0,641	0,413	—
60	0,015	0,869	0,02	0,200	—	—	—	—	0,669	0,434	—
70	0,0128	0,905	0,0164	0,213	—	—	—	—	0,693	0,453	—
80	0,0112	0,937	0,0138	0,222	—	—	—	—	0,715	0,468	—
90	0,01	0,965	0,012	0,231	—	—	—	—	0,734	0,432	—
91	0,0099	0,967	0,0118	0,231	0,9	0,015	—	—	0,721	0,483	—
95	0,0095	0,977	0,0112	0,234	0,18	0,078	—	—	0,665	0,488	—
100	0,009	0,990	0,0106	0,239	0,09	0,115	—	—	0,636	0,495	—
110	0,0082	1,012	0,0095	0,244	0,045	0,153	—	—	0,615	0,506	—
120	0,0075	1,033	0,0086	0,250	0,03	0,177	—	—	0,606	0,516	—
121	0,00744	1,035	0,0085	0,251	0,029	0,179	0,9	0,031	0,574	0,517	0,486
122	0,0074	1,036	0,0084	0,252	0,028	0,181	0,45	0,075	0,528	0,518	0,443
125	0,0072	1,043	0,0082	0,253	0,026	0,186	0,18	0,156	0,448	0,521	0,365
130	0,0069	1,053	0,0078	0,256	0,0225	0,194	0,09	0,230	0,373	0,527	0,297
140	0,0064	1,071	0,0072	0,261	0,018	0,207	0,045	0,306	0,297	0,535	0,229
150	0,006	1,086	0,0067	0,265	0,015	0,217	0,03	0,354	0,250	0,543	0,189
170	0,0053	1,115	0,0058	0,274	0,0112	0,234	0,018	0,414	0,193	0,557	0,143
200	0,0045	1,155	0,0049	0,284	0,0082	0,253	0,0112	0,463	0,150	0,577	0,109
240	0,00375	1,198	0,004	0,296	0,006	0,271	0,0075	0,517	0,114	0,599	0,982
300	0,003	1,251	0,0031	0,311	0,0043	0,291	0,005	0,565	0,084	0,625	0,060

14.3 APLICACIÓN A ENSAYOS DE BOMBEO EN ACUÍFERO CAUTIVO

Como es:

$$u_i = \frac{r^2 S}{4 T (t - t_i)} \quad y \quad u_o = \frac{r^2 S}{4 T (t - t_o)}$$

se puede poner:

$$u_i = \frac{t - t_o}{t - t_i} \cdot u_o$$

Por lo tanto conocidos ΔQ_i, t_i, S y T, los descensos son sólo función de t, y para cada historia de bombeo se puede dibujar una curva.

$$\log A = \log \left[Q_o W (u_o) + \sum_{i=1}^{n} \Delta Q_i W \left(u_o \cdot \frac{t - t_o}{t - t_i} \right) \right]$$

en función de log t, tomando como parámetro

$$\beta = \frac{r^2 S}{4 T}$$

TABLA 9.16 *Tabla de cálculo del problema 2 del capítulo 9.14. Descensos en cm*

Tiempo (min)	log (3125 . t)	s (t)	s_c (t—10)	s_c (t—20)	s_c (t—30)	s_c (t—40)	s_c (t—50)	s_c (t—60)	s_c (t—70)	s_c (t—80)	s_c (t—90)	s_c (t—100)	s_c (t—110)	s_c (t—120)	Suma disminuciones Σ s	s
1	3,495	55,22														55,2
2	3,796	59,97														60,0
5	4,194	66,26														66,3
10	4,495	71,02														71,0
15	4,671	73,80	1,10												1,10	72,7
20	4,796	75,77	1,18												1,18	74,6
25	4,893	77,31	1,23	1,10											2,33	75,0
30	4,972	78,56	1,26	1,18											2,44	76,1
35	5,039	79,61	1,29	1,23	1,10										3,62	76,0
40	5,097	80,53	1,31	1,26	1,18										3,75	76,8
45	5,148	81,34	1,33	1,29	1,23	1,10									4,95	76,4
50	5,194	82,06	1,34	1,31	1,26	1,18									5,09	77,0
55	5,235	82,71	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10								6,30	76,4
60	5,273	83,31	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18								6,46	76,8
65	5,308	83,86	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10							7,68	76,2
70	5,340	84,37	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18							7,85	76,5
75	5,370	84,84	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10						9,08	75,8
80	5,398	85,28	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18						9,26	76,0
85	5,424	85,70	1,41	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10					10,49	75,2
90	5,449	86,10	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18					10,67	75,4
95	5,472	86,47	1,43	1,41	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10				11,92	74,5
100	5,495	86,82	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18				12,10	74,7
105	5,516	87,15	1,44	1,43	1,41	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10			13,36	73,8
110	5,536	87,47	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18			13,55	73,9
115	5,555	87,78	1,45	1,44	1,43	1,41	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10		14,81	73,0
120	5,574	88,07	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18		15,01	73,1
125	5,592	88,35	1,46	1,45	1,44	1,43	1,41	1,40	1,38	1,35	1,33	1,29	1,23	1,10	16,27	72,1
130	5,609	88,62	1,47	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	1,18	16,48	72,1
140	5,641	89,13	1,48	1,47	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	1,26	16,78	72,3
150	5,671	89,61	1,48	1,48	1,47	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	1,31	17,00	72,6
160	5,699	90,04	1,49	1,48	1,48	1,47	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	1,37	1,34	17,18	72,9
180	5,750	90,85	1,51	1,49	1,49	1,48	1,48	1,47	1,46	1,45	1,43	1,42	1,40	1,39	17,47	73,4
200	5,796	91,57	1,52	1,51	1,51	1,49	1,49	1,48	1,48	1,47	1,45	1,43	1,43	1,42	17,71	73,9

Dibujando en un papel doble logarítmico de igual módulo log s en función de log t se obtiene una curva de forma similar a alguna de las del haz anterior (log A en función de log t) (Ferris et alt., 1962, pág. 121). Superponiendo ambos papeles hasta obtener el ajuste de curvas que se busca (método de coincidencia), se determina un punto común y se lee el parámetro de la curva seleccionada obteniéndose el grupo de valores: (A), (s), (β) de modo que:

$$T = \frac{Q}{4\pi}\frac{(A)}{(s)}$$

y una vez conocido T:

$$S = \frac{4\,T\,(\beta)}{r^2}$$

Obsérvese que las escalas de tiempos deben coincidir.

Si se representa log A en función de log β para un cierto tiempo, puede aplicarse el método de superposición al gráfico log s en función de log r^2 construido con los datos de varios piezómetros después de igual tiempo t de bombeo. Seleccionando un punto común y leyendo el valor del parámetro se obtiene el grupo de valores: (A), (s), (β), (r^2)

$$T = \frac{Q}{4\,\pi}\;\frac{(A)}{(s)}$$

y conociendo T:

$$S = 4\,T\,\frac{(\beta)}{(r^2)}$$

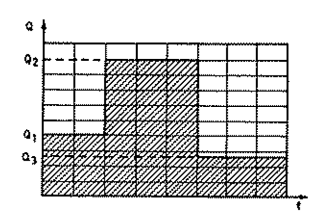
Sin embargo, este método necesita la preparación de las curvas tipo para cada historia de bombeo lo cual lo hace pesado y de escasa aplicación.

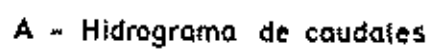
Si el caudal ha permanecido estable durante el período de bombeo no se comete gran error al suponer que ese ha sido el caudal constante de bombeo. En las figuras 9.151 y 9.152, correspondientes respectivamente a los ejemplos 1 y 2, y en la figura 9.153 puede verse el efecto de la variación de caudales en las curvas de descensos-tiempos. Estas curvas coinciden prácticamente con la que corresponde al caudal final si ha transcurrido suficiente tiempo desde la última perturbación. Los cambios graduales producen variaciones lentas y pueden inducir a error como se comenta en el ejemplo 2.

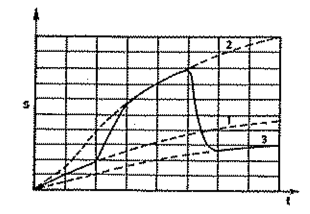
Si en vez de representar descensos-tiempos, se representan descensos específicos-tiempos, para acuíferos cautivos se obtiene una recta única sea cual sea el caudal de que se trate.

Si el bombeo es a caudales variables, los tramos no afectados por los cambios de caudal quedan alineados (fig. 9.153 D). Cuando no se ha tenido una estabilidad del caudal de bombeo, este tipo de representación es el idóneo. En las figuras 9.154 y 9.155 se representan las curvas de descensos específicos de los ejemplos 1 y 2 respectivamente y es fácil apreciar la mejora obtenida[89].

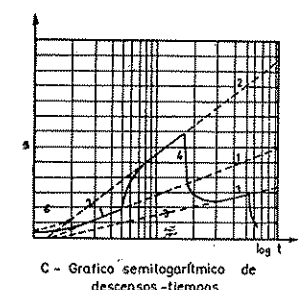
[89] Si los descensos se miden en el propio pozo de bombeo, hay que tener en cuenta la variación de las pérdidas en el pozo al variar el caudal con lo que la representación s/Q en función de t no alinea los puntos. Véase figura 9.185.



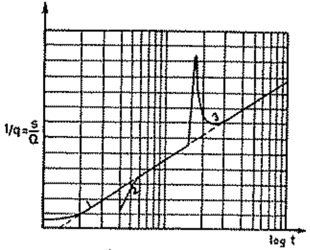

A - Hidrograma de caudales



B - Hidrograma de descensos



C - Grafico semilogarítmico de descensos-tiempos



D - Gráfico semilogarítmico de descensos específicos-tiempo

FIGURA 9.153

Curva de descensos-tiempos de un bombeo con tres escalones de bombeo. (Según Castany, 1963, págs. 323-333.)

La fórmula (9.141) permite deducir fácilmente lo expuesto, poniendo por comodidad $Q_o = \Delta Q_o$. Esta fórmula puede escribirse:

$$\frac{s}{Q} = \frac{1}{4\,\pi\,T}\left[\ln\frac{2{,}25\,T}{r^2 \cdot S} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta Q_i}{Q} \ln (t - t_i)\right]$$

en la que $Q = Q_o + \Sigma\, Q_i$ es el caudal en el tiempo t.

La representación de s/Q en función de:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta Q_i}{Q} \ln (t - t_i)$$

en coordenadas lineales es una recta de pendiente:

$$\frac{1}{4\,\pi\,T} = \Delta\,(s/Q)_{10}$$

conocido $\Delta\,(s/Q)_{10}$ se puede calcular T.

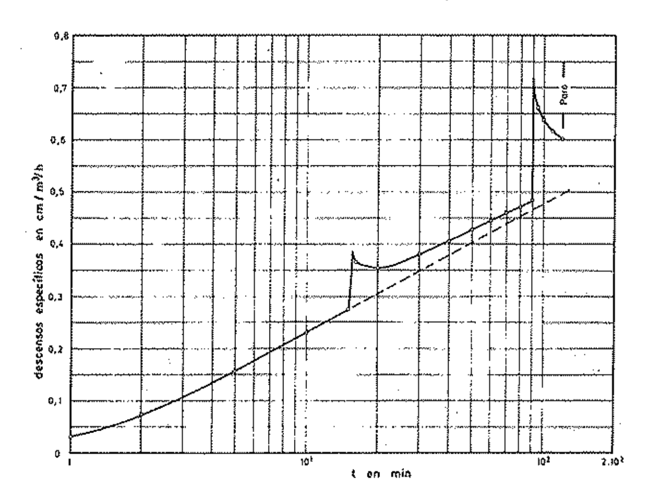


FIGURA 9.154

Gráfico de descensos específicos-tiempos. Corresponde al ejemplo 1.

El valor de S puede calcularse tomando un par de valores correspondientes y el valor de T hallado.

Se supone que es aplicable la aproximación logarítmica de Jacob; los puntos para los que no es válida no quedan sobre la recta indicada.

14.4 CAUDAL VARIABLE POR DESCENSO DE NIVEL EN EL POZO

Al iniciarse el bombeo en un pozo, el nivel del agua en el mismo desciende, muy rápidamente al principio y cada vez más lentamente conforme transcurre el tiempo. La altura de elevación de la bomba se incrementa de forma parecida y por lo tanto el caudal va disminuyendo con el tiempo. Si el descenso en el pozo es pequeño comparado con la altura de elevación, esta variación de caudal es poco importante. No sucede lo mismo cuando el descenso es relativamente importante. Aunque el efecto principal se produzca en los primeros momentos, los descensos se amortiguan con el tiempo de forma similar a la disminución de caudal por lo cual la pendiente de la recta de descensos-tiempos puede ser menor que la que se obtendría de un ensayo a caudal realmente constante. Aun con regulación del caudal, es difícil evitar este efecto en los primeros momentos, y por lo tanto se deben tomar precauciones en la interpretación de los valores de T y S basados en los datos de esos primeros momentos.

Con frecuencia, la variación del caudal puede ser expresada por una fórmula tal como:

$$Q_t = Q_0 \left(1 + \delta \exp \left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

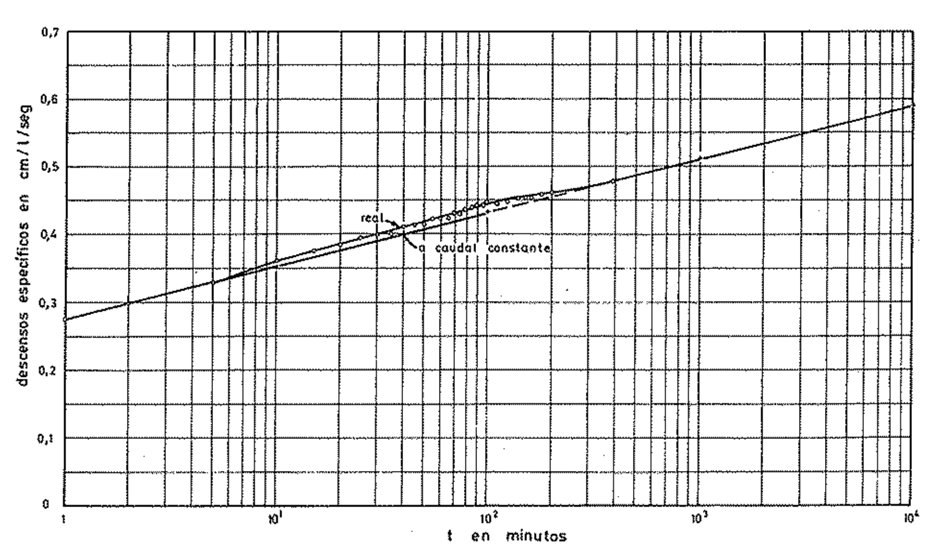


FIGURA 9.155

Gráfico de descensos-tiempos. Corresponde al ejemplo 2.

en la que:

Q_t = caudal en el tiempo t
Q_0 = caudal constante de referencia, obtenido empíricamente
δ y τ = constantes empíricas.

En otras ocasiones se adapta mejor una fórmula del tipo:

$$Q_t = Q_s \left(1 + \frac{\delta}{(1 + t/\tau)^n}\right)$$

siendo $n = 1$ ó $1/2$ con la misma simbología indicada.

Las fórmulas obtenidas para el descenso en el pozo (Hantush, 1964, págs. 343-344) son de expresión complicada y de difícil manejo práctico.

Si:

$$\frac{r^2 S}{4 T (t_t - t)} < 0{,}01$$

siendo t_t el tiempo total de bombeo, se tiene una solución aproximada (Aron y Scott, 1965):

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{2{,}25 \cdot T \cdot t}{r^2 S} + s_e$$

en la que Q es el caudal en el tiempo t y s_e es un sumando de corrección que tiene en cuenta la perturbación de los caudales anteriores.

$$s_e \simeq \frac{\overline{Q} - Q}{2{,}25 \pi T}$$

siendo $\overline{Q}$ el caudal medio entre el tiempo 0 y el tiempo t.

El valor s_e es en general pequeño y casi constante de modo que la aplicación de la aproximación de Jacob a la valoración de ensayos de bombeo en diagramas s/Q en función de log t conduce a resultados próximos a la realidad para T; el error en S es mayor. Los valores de los descensos medidos deben disminuirse en s_c/Q, si el caudal es decreciente.

$$\frac{s_e}{Q} = \frac{\overline{Q}/Q - 1}{2{,}25 \pi T}$$

Todos los valores obtenidos son muy parecidos y basta tomar la media de ellos para tener un único valor s_c/Q representativo.

Para determinar S basta leer el valor t_0 sobre la recta $s = 0$ si se emplean valores corregidos y sobre la recta $s = s_c/Q$ si no están corregidos.

No es preciso hacer estas correcciones para la determinación de T y S a partir de perfiles de descensos si se toma para Q el valor medido en el momento de establecer cada perfil.

Si se conocen las características de la bomba y se desea conocer el caudal para un cierto descenso o viceversa, basta determinar s_p/Q en el pozo mediante la aproximación de Jacob. Si se transforma la curva altura manométrica en función del caudal de la bomba en una curva de descensos en función del caudal, teniendo en cuenta la elevación por encima del nivel inicial del agua, puede dibujarse otra nueva curva s_p/Q en función de Q de la que se puede deducir Q, conocido s_p/Q.

Conocido el valor de Q se puede calcular el valor del descenso en cualquier punto del campo de bombeo.

Todos los cálculos expuestos se basan en que s_e es casi una constante y pequeño en relación al descenso (Aron y Scott, 1965).

14.5 ENSAYOS DE RECUPERACIÓN EN POZOS BOMBEADOS A CAUDAL VARIABLE

La variación del caudal de bombeo influye en el ensayo de recuperación, aunque éste tiende a realizarse de acuerdo con el caudal correspondiente a los momentos antes del paro.

De forma similar a lo expuesto en el capítulo 9.6 la recuperación se realiza según (Sternberg 1967):

$$s' = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{\tau + t}{t}$$

en la que:

$$Q = \frac{V}{\tau}$$

$$\tau = 2 \left[\tau - \int_0^{\tau} \frac{\tau\, Q(\tau)\, d\tau}{V}\right] \approx$$

$$\approx 2 \left[\tau - \frac{\Delta \tau}{V} \cdot \Sigma \tau_i Q_i\right]$$

TABLA 9.17 *Datos de caudales de bombeo*

Tiempo (min)	Caudal (l/seg)
0- 500	27,0
500-1000	25,0
1000-1500	24,0
1500-2000	23,6
2000-2500	23,2
2500-3000	22,8
3000-3500	22,5
3500-4000	22,2

TABLA 9.18 *Datos de recuperación*

Tiempo (min)	Descenso residual (m)	$\frac{\tau+t}{t}$ corregido	$\frac{\tau+t}{t}$ sin corregir
200	3,64	21,7	21
500	2,66	9,3	9
1000	2,01	5,13	5
1500	1,60	3,76	3,67
2000	1,31	3,07	3
3000	1,05	2,38	2,33
4000	0,85	2,03	2
6000	0,66	1,69	1,67

siendo:

V = volumen total de agua extraído
τ = duración del bombeo
τ_i = tiempo medio en el que se produjo el caudal Q_i
t = tiempo transcurrido desde el cese del bombeo.

Para calcular τ se dibuja Q en función de τ y se divide el eje de tiempos en un cierto número de intervalos iguales. Se determina el centro de cada intervalo t_i y el caudal medio Q_i que corresponde al intervalo; $\Delta\tau$ es el ancho del intervalo.

Calculando τ y Q es posible representar s' en función de $\frac{\tau + t}{t}$ obteniéndose una recta de pendiente:

$$m = \frac{2{,}3\,Q}{4\pi T}$$

de modo que:

$$T = \frac{2{,}3\,Q}{4\pi(\Delta s)_{10}}$$

La figura 9.151 puede servir como aclaración del efecto del bombeo variable en la recuperación.

Ejemplo 3

Un pozo ha sido bombeado a caudal variable de acuerdo con la tabla 9.17. Después de 4000 min cesa el bombeo y se mide la recuperación obteniéndose los valores de descensos residuales en un punto de observación situado a 7,6 m, contenidos en la tabla 9.18. Calcular la transmisividad del acuífero, teniendo en cuenta la variación de caudales, y comparar con los resultados que se hubiesen obtenido si se hubiese tomado como caudal de bombeo el del último intervalo.

$$\tau = 2\left[4000 - \frac{(250\cdot 27{,}0 + 750\cdot 25{,}0 + \ldots + 3750\cdot 22{,}2)\cdot 500}{(27{,}0 + 25{,}0 + \ldots + 22{,}2)\cdot 500}\right] =$$

$$= 4132 \text{ min}$$

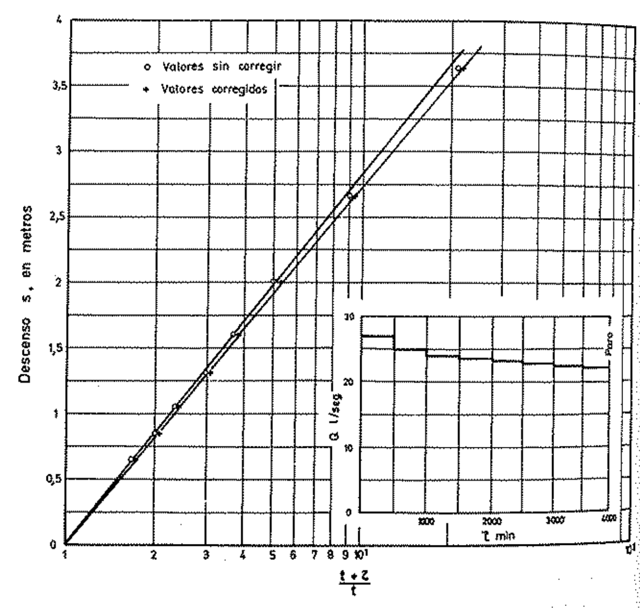


FIGURA 9.156

Corrección de un ensayo de recuperación correspondiente a un bombeo a caudal exponencialmente decreciente. Corresponde al ejemplo 3.

$$Q = \frac{500 \cdot (27{,}0 + 25{,}0 + \ldots + 22{,}2)}{4132} =$$

$$= 23{,}0 \text{ l/seg}$$

De la figura 9.156:

$$(\Delta s')_{10} = 2{,}75 \text{ m}$$

$$T = \frac{0{,}183 \cdot 23{,}0 \cdot 86{,}4}{2{,}75} = 132 \text{ m}^2/\text{día}$$

siendo 86,4 el factor de conversión de l/seg a m³/día.

En la recta no corregida el ajuste es más difícil y se tiene:

$(\Delta s')_{10} = 2{,}83$ que lleva a $T = 128$ m³/día

El error cometido es menor de 3 % en este caso.

14.6 EXTRACCIÓN O INTRODUCCIÓN INSTANTÁNEA DE AGUA EN UN POZO. CUCHAREO

Si en un cierto momento se extrae instantáneamente de un pozo completo un volumen de agua V se produce un descenso instantáneo en el pozo que se propaga al acuífero y que con el tiempo va disminuyendo hasta que en un tiempo suficientemente largo se puede suponer que la perturbación ha desaparecido. Tal es el caso de la extracción súbita de una cuchara de agua de un pozo (véase la sección 17).

En este caso se tiene (ver fórmula 9.142):

$$s' = \frac{V}{4\pi T t} \exp\left(-\frac{r^2 S}{4 T t}\right)$$

en la que:

V = volumen de agua extraído repentinamente
r = distancia del punto de observación al pozo
t = tiempo transcurrido desde la extracción
s' = descenso producido que en realidad es residual pues es posterior a la acción.

Su comprobación elemental se expuso ya en el apartado 14.2[90].

[90] Si existen pérdidas de carga en el pozo de importancia la función se modifica en los primeros tiempos ya que el flujo desde el acuífero al pozo se dificulta al principio.

Es importante destacar que para r pequeña y t grande:

$$\exp\left(-\frac{r^2 S}{4 T t}\right) \to 1$$

y por lo tanto:

$$s' \simeq \frac{V}{4\pi T t} \tag{9.144}$$

Si se han realizado n cuchareos extrayendo en cada uno un volumen V_i en el instante t_i, siendo i el número de orden de la secuencia, el descenso residual en un instante t puede obtenerse aplicando la ley de superposición:

$$s' \approx \frac{V_1}{4\pi T (t - t_1)} + \frac{V_2}{4\pi T (t - t_2)} + \ldots +$$

$$+ \frac{V_n}{4\pi T (t - t_n)} = \frac{1}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{t - t_i}$$

Si cada cuchara extrae igual cantidad de agua V:

$$s' \approx \frac{V}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t - t_i}$$

fórmula que permite calcular el descenso residual después de la extracción de n cucharas o bien el volumen de cuchara y frecuencia de extracción para conseguir un cierto descenso en un cierto tiempo.

Ejemplo 4

Calcular el descenso residual en el pozo al cabo de 1 minuto de la extracción de la última cuchara de una serie de 10, una cada 1,2 minutos. La capacidad de la cuchara es de 125 litros y el acuífero tiene una transmisividad de 5050 m²/día.

Será: $t = 1{,}2\,(10 - 1) + 1 = 11{,}8$ minutos

En el pozo:

$$s' = \frac{0{,}125 \text{ m}^3}{4 \cdot \pi \cdot 50 \text{ m}^2/\text{día}} \left[\frac{1}{11{,}8 - 0} + \frac{1}{11{,}8 - 1{,}2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{11{,}8 - 2{,}4} + \ldots + \frac{1}{11{,}8 - 10{,}8}\right] \cdot 1440 \text{ min/día} =$$

$$= 0{,}746 \text{ m}$$

Conocido s′ en un cierto momento, el número de cucharas extraídas y la frecuencia se puede calcular T, pues es:

$$T = \frac{V}{4 \pi s'} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t - t_i} \qquad (9.145)$$

Puede calcularse T para diferentes tiempos y tomar como valor de la transmisividad la media de los valores obtenidos. Si las primeras medidas se hacen poco tiempo después del último cuchareo, puede ser que el término exponencial no sea 1 y entonces debe tenerse en cuenta su valor, al menos para los últimos cuchareos.

Como las mediciones se realizan normalmente en el propio pozo, el valor de la transmisividad deducida tiene un valor local[91], y corresponde a la parte abierta del pozo. Según Lohman (1972), el método no es aplicable en la práctica si T supera 700 m²/día.

Si el cuchareo se realiza durante la perforación, el valor de T obtenido representa aproximadamente $T \cdot \lambda$, siendo λ la longitud de zona saturada descubierta.

Ejemplo 5

Se realiza un ensayo de cuchareo con extracción de un total de 0,8 m³ de agua repartida entre 4 cucharas. Admitiendo que la frecuencia de cuchareo ha sido constante e igual a una cuchara cada tres minutos, calcular la transmisividad del acuífero si a los 2 minutos del último cuchareo el descenso residual en el propio pozo era de 0,35 m.

El descenso de 0,35 se produce a los: $3(4 - 1) + 2 = 11$ minutos de la extracción de la primera cuchara.

$$T = \frac{0{,}8 \text{ m}^3}{4 \pi \cdot 0{,}35} \left[\frac{1}{11 - 0} + \frac{1}{11 - 3} + \frac{1}{11 - 6} + \frac{1}{11 - 9} \right] \cdot 1440 \text{ min/día} = 240 \text{ m}^2\text{/día}$$

Las mismas fórmulas son válidas si en vez de extraer una cuchara se introduce repentinamente un volumen de agua y se miden los ascensos residuales.

Cuando el ensayo se realiza en un piezómetro perfecto[92], si la pérdida de carga de penetración o salida del agua es pequeña y el piezómetro está abierto lejos del techo o la base del acuífero es (Skibitzke, 1963):

$$s' = \frac{V \cdot b \cdot \sqrt{S}}{8 (\pi \cdot k \cdot b \cdot t)^{3/2}} \cdot \exp \left(- \frac{\rho^2 S}{4 \cdot k \cdot b \cdot t} \right) \qquad (9.146)$$

siendo ρ la distancia a otro piezómetro perfecto, medida entre zonas ranuradas, b el espesor del acuífero y S el coeficiente de almacenamiento.

$$\rho^2 = r^2 + z^2$$

siendo r la distancia horizontal entre piezómetros y z la diferencia de cota entre las zonas abiertas:

Si ρ es pequeño y t grande:

$$s' \approx \frac{V \cdot b \cdot \sqrt{S}}{8 (\pi \cdot k \cdot b \cdot t)^{3/2}} \qquad (9.147)$$

Si se ha realizado una única introducción de agua y el pozo es completo, por integración se llega a la fórmula (9.144), tomando en ella V como la extracción en todo el pozo, mientras que en (9.146) es sólo la extracción sobre una rejilla puntual.

Para tiempos largos y para una única inyección de agua o un único cuchareo es:

$$s' = \frac{V}{4 \cdot \pi \cdot T \cdot t}$$

que es igual a la fórmula (9.144) como debía suceder.

Representando s′ en función de 1/t en coordenadas cartesianas se puede determinar T pues se obtiene una recta de pendiente:

$$\frac{V}{4 \pi T}$$

Los datos son de carácter puramente local y vienen muy influenciados por las condiciones del acuífero en los alrededores del pozo. Si el acuífero es cautivo y poco transmisor el valor de T obtenido es próximo al real del acuífero. En acuífero libre el ascenso o descenso del agua puede ser importante con respecto al espesor saturado inicial, y entonces no se obtiene una recta, excepto para los puntos finales [93].

[91] En acuíferos fracturados en los que la zona permeable está muy localizada, es preciso no extrapolar los valores a descensos mayores. Véase el capítulo 9.19 apartados 19.3 y 19.4. También es preciso aplicarlo con cuidado a acuíferos libres, pues el valor de T puede en parte corresponder al medio no saturado, y además el espesor saturado varía durante el ensayo.

[92] El que sólo tiene rejilla en un tramo muy corto casi puntual.

[93] En el apéndice A.9.6 se comentan los métodos de determinación de la permeabilidad mediante ensayos en piezómetros y en el apéndice A.9.8 se trata el comportamiento de los piezómetros.

TABLA 9.19 *Tiempo-altura residual en una prueba de carga instantánea en un pozo completo (Da Costa y Falcón, 1963)*

Tiempo t (min)	Profundidad hasta el agua, bajo el punto de medida (m)	Altura residual s′ (m)	1/t (minutos⁻¹)
−20	12,926		
−15	12,926		
−10	12,926		
0	Inyección de 0,148 m³ de agua		
1,25	12,847	0,079	0,800
1,33	12,850	0,076	0,750
1,50	12,865	0,061	0,667
1,92	12,875	0,051	0,521
2,17	12,878	0,048	0,461
2,30	12,881	0,045	0,435
2,37	12,884	0,042	0,422
2,42	12,884	0,042	0,413
2,67	12,890	0,036	0,375
2,72	12,890	0,036	0,361
2,77	12,890	0,036	0,361
2,92	12,893	0,033	0,342
3,00	12,893	0,033	0,333
3,22	12,896	0,030	0,311
3,28	12,896	0,030	0,305
3,33	12,896	0,030	0,300
3,40	12,899	0,027	0,294
3,48	12,899	0,027	0,288
3,55	12,899	0,027	0,282
3,67	12,899	0,027	0,272
3,77	12,889	0,027	0,265
3,87	12,902	0,024	0,258
4,10	12,902	0,024	0,244
4,33	12,902	0,024	0,231
4,52	12,905	0,021	0,221
4,58	12,905	0,021	0,218
4,72	12,905	0,021	0,212
5,17	12,908	0,018	0,193
5,28	12,908	0,018	0,189
5,45	12,908	0,018	0,183
6,10	12,911	0,015	0,164
6,40	12,911	0,015	0,156
6,83	12,911	0,015	0,146
7,17	12,914	0,012	0,139
7,75	12,914	0,012	0,129
8,58	12,914	0,012	0,117
9,37	12,917	0,009	0,107
10,12	12,917	0,009	0,099
11,00	12,917	0,009	0,091
12,50	12,917	0,009	0,080
13,00	12,917	0,009	0,077

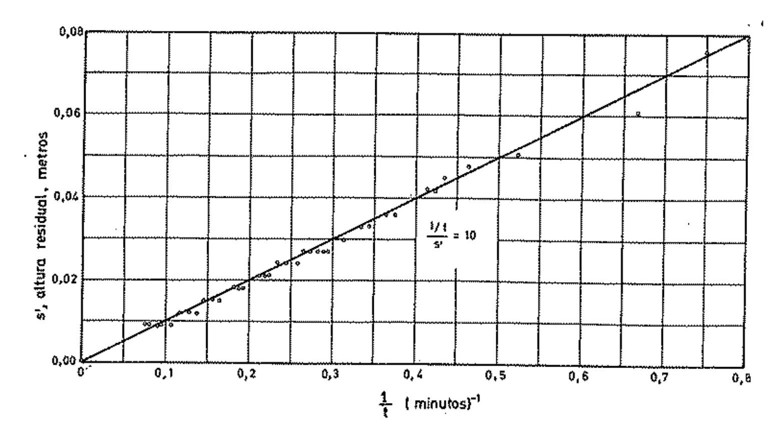


FIGURA 9.157
Gráfico de tiempo-altura residual para una prueba de inyección instantánea. Corresponde al ejemplo 6.

Ejemplo 6

La tabla 9.19 da la relación entre el tiempo y la altura residual, en una prueba con una introducción instantánea de 0,148 m³ de agua en un pozo completo. Con los datos mencionados se obtiene la figura 9.157, cuyos puntos se ajustan a una recta que pasa por el origen. De esta recta se obtiene la relación:

$$\frac{1/t}{s'} = 10\ (\text{m} \cdot \text{min})^{-1}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación:

$$s' = \frac{V}{4 \cdot \pi \cdot T \cdot t}$$

se obtiene

$$T = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot 0{,}148 \cdot 10 \cdot 1440 = 170\ \text{m}^2/\text{día}$$

Si un ensayo de cuchareo ha durado un tiempo grande y los descensos son medibles después de un tiempo varias veces superior al intervalo entre extracciones de cuchareo, puede aplicarse el método de Theis para la valoración de los datos tomando como caudal el volumen total de agua extraído dividido por el tiempo de cuchareo. Es preciso tener cuidado en que la capacidad (almacenamiento) en el pozo no influya (véase el capítulo 9.13).

Cooper, Bredehoeft y Papadopulos (1967) deducen que para el ensayo de extracción o inyección repentina de un volumen de agua:

$$s' = 8\, s_o \frac{\beta}{\pi^2} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma\, \eta^2}{\beta}\right) \frac{d\eta}{\eta\, \Delta_\eta}$$

siendo

s_o = variación inicial de nivel = $V/\pi\, \eta^2$
β = $r_p^2 \cdot S/r_t^2$
γ = $T \cdot t/r_t^2$
Δ_η = $[\eta\, J_0(\eta) - 2\beta\, J_1(\eta)]^2 + [\eta\, Y_0(\eta) - 2\beta\, Y_1(\eta)]^2$
η = variable de integración
r_p = radio del pozo en la zona permeable
r_t = radio del pozo en la zona de variación de niveles
J_0, J_1, Y_0, Y_1 = funciones de Bessel (ver apéndice A.1.3).

Con ayuda de la tabla A.9.3 se pueden dibujar curvas tipo s'/s_o en función de log $(T \cdot t/r_t^2)$ tomando β como parámetro. Si se dibuja s'/s_o en función de log t con datos experimentales, es posible utilizar el método de coincidencia con las curvas tipo y determinar (t) y $(T \cdot t/r_t^2)$ en un punto común, y (β) de la curva que mejor se ajuste.

$$T = r_t^2 \frac{(T \cdot t/r_t^2)}{(t)} \quad ; \quad S = \frac{r_t^2}{r_p^2}(\beta)$$

El ajuste no es claro, y aunque T es aceptable. S puede variar hasta en un factor 10.

14.7 BOMBEOS INTERMITENTES. BOMBEOS CÍCLICOS

Normalmente, un pozo no funciona continuamente sino que para durante ciertos períodos de tiempo, por ejemplo por la noche, para empezar a bombear de nuevo al final de los mismos (fig. 9.158)[94]. Si el bombeo es a caudal constante dentro de cada período, cada paro equivale a poner en marcha un pozo de caudal negativo e igual en valor absoluto al del bombeo precedente.

Supóngase que se trata de un acuífero cautivo de gran extensión con T y S constantes o bien un acuífero libre no recargado, con descensos pequeños en comparación con el espesor saturado. Los descensos se miden todos relativos al nivel estático inicial del agua. Sea la siguiente tabla:

Caudal	Comienzo	Final
Q_1	t_1	t'_1
Q_2	t_2	t'_2
Q_3	t_3	t'_3
......	......	......
Q_i	t_i	t'_i
......	......	......
Q_n	t_n	t'_n

en la que Q_i es el caudal constante de bombeo en el intervalo de bombeo i, t_i es el tiempo que hace que se inició y t_i' el tiempo que hace que se acabó el bombeo i. El descenso en cualquier punto del acuífero en el instante t_i desde que se inició el bombeo intermitente se puede calcular por la ley de superposición vista en el capítulo 5.1. Para abreviar:

$$W(u) = W\left(\frac{r^2 \cdot S}{4\,T\,t}\right) = W(t)$$

para un cierto valor de r (Custodio, 1966):

$$s = \frac{1}{4\pi T}[Q \cdot W(t_1) - Q_1 \cdot W(t_1') + Q_2 \cdot W(t_2) - Q_2 \cdot W(t_2') + \ldots + Q_i \cdot W(t_i) - Q_i \cdot W(t_i') + \ldots + Q_n \cdot W(t_n) - Q_n \cdot W(t_n')] = \frac{1}{4\pi T}\sum_{i=1}^{n} Q_i[W(t_i) - W(t_i')]$$

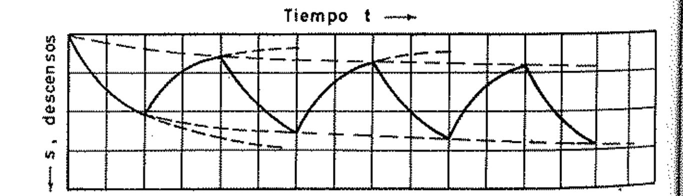


FIGURA 9.158
Diagrama de un bombeo intermitente periódico.

[94] Véanse las figuras 8.64 a 8.67 de la sección 8.

Si para cada bombeo es $u < 0{,}03$, es válida la aproximación logarítmica de Jacob, y entonces:

$$s = \frac{1}{4 \pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{t_i}{t_i'} \qquad (9.148)$$

Con frecuencia el caudal de bombeo es siempre el mismo y además existe un ciclo de bombeo de duración τ de modo que durante un tiempo $f \cdot \tau$ se bombea y durante el resto, $\tau \cdot (f - 1)$ la bomba está en reposo. En estas condiciones la tabla anterior se convierte en:

Ciclo	Caudal	Comienzo	Final
1	Q	t	$t - f\tau$
2	Q	$t - \tau$	$t - \tau(f + 1)$
3	Q	$t - 2\tau$	$t - \tau(f + 2$
....	....	....	....
i	Q	$t - (i - 1)\tau$	$t - \tau(f + i - 1)$
....	....	....	....
n	Q	$t - (n - 1)\tau$	$t - \tau(f + n - 1)$

en la que t es el tiempo que hace que se inició el primer ciclo.

Entonces será:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \left[\sum_{i=1}^{n} W\,[t - (i - 1)\,\tau] - W\,[t - \tau\,(f + i - 1)] \right] \approx$$

$$\approx \frac{Q}{4 \pi T} \sum_{i=1}^{n} \ln \frac{t - (i - 1)\,\tau}{t - \tau\,(f + i - 1)} =$$

$$= \frac{Q}{4 \pi T} \ln \prod_{i=1}^{n} \cdot \frac{t - (i - 1)\,\tau}{t - \tau\,(f + i - 1)}$$

siendo Π el signo del producto[95].

Al final de n-ésimo ciclo es $t = n\,\tau$ y el descenso (descenso residual) es:

$$s_r = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \prod_{i=1}^{n} \frac{n - i + 1}{n - i + 1 - f}$$

$$s_r = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \frac{n!}{(n - f)\,(n - 1 - f) \ldots (1 - f)} \qquad (9.149)$$

[95] $\prod_{i=1}^{n} f(i) = f(1) . f(2) . f(3) \ldots f(i) \ldots f(n)$.

Recordando las propiedades de la función Γ de Euler (Puig Adam, 1954, pág. 7; apéndice A.9.1) es posible simplificar la fórmula (9.149). Sea p un número no entero tal que $p = m + r$, siendo m un entero y r una fracción tal que $r < 1$

$$\Gamma\,(p) = (p - 1)\,(p - 2) \ldots (p - m)\,\Gamma\,(r)$$

Si se sustituye r por $1 - f$:

$$\Gamma\,(n + 1 - f) = (n - f)\,(n - 1 - f) \ldots (1 - f) \cdot \Gamma\,(1 - f)$$

y como es

$$\Gamma\,(n + 1 - f) = (n - f)\,!$$

será:

$$(n - f)\,(n - 1 - f) \ldots (1 - f) = \frac{(n - f)\,!}{\Gamma\,(1 - f)}$$

de donde la fórmula (9.149) se convierte en:

$$s_r = \frac{Q}{4 \pi T} \ln \left[\frac{n\,!}{(n - f)\,!} \Gamma\,(1 - f) \right]$$

Aplicando la fórmula de Stirling (Puig Adam, 1954, página 126):

$$x\,! \simeq \sqrt{2 \pi x} \cdot \left(\frac{x}{e} \right)^{x}$$

$$e = 2{,}7172\ldots\ldots$$

queda:

$$n\,! = \sqrt{2 \pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^{n}$$

$$(n - f)\,! = \sqrt{2 \pi\,(n - f)} \cdot \left(\frac{n - f}{e} \right)^{n-f}$$

$$\frac{n\,!}{(n - f)\,!} = \sqrt{\frac{n}{n - f}} \cdot \left(\frac{n}{n - f} \right)^{n} \cdot \left(\frac{n - f}{e} \right)^{f} =$$

luego

$$= \left(\frac{n}{n - f} \right)^{n+1/2} \cdot \left(\frac{n - f}{e} \right)^{f}$$

$$s_r = \frac{Q}{4 \pi T} \left[(n + \tfrac{1}{2}) \ln \frac{n}{n - f} + f \ln \frac{n - f}{e} + \ln \Gamma\,(1 - f) \right] \qquad (9.150)$$

Si n es grande

$$\left(\frac{n}{n-f}\right)^{n+1/2} \rightarrow e^{f}$$

$$\left(\frac{n-f}{e}\right)^{f} \rightarrow \left(\frac{n}{e}\right)^{f}$$

luego:

$$s_r = \frac{Q}{4\pi T} \ln \left[n^f \Gamma(1-f)\right] \qquad (9.151)$$

En la tabla A.9.2 se dan los valores de Γ para valores entre 1 y 2. Como es $\Gamma(1+r) = r\,\Gamma(r)$ si $r < 1$ es

$$\Gamma(2-f) = (1-f)\,\Gamma(1-f)$$

de donde:

$$\Gamma(1-f) = \frac{\Gamma(2-f)}{1-f}$$

que ya es calculable con las citadas tablas.
Así pues:

$$s_r = \frac{Q}{4\pi T} \ln \left(n^f \frac{\Gamma(2-f)}{1-f}\right) \qquad (9.152)$$

La representación de s_r en función de log n es una recta de pendiente $\frac{2{,}3\,Q}{4\pi T}$ para n suficientemente grande.

En realidad basta tomar valores de n a partir de unas pocas unidades, ya que los errores introducidos por la fórmula de Stirling tienden a compensarse.

Como $\Gamma(2-f)$ varía entre 0,87 y 1,00 es posible escribir en primera aproximación que $\Gamma(2-f) \approx 1$, luego:

$$s_r \approx \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{n^f}{1-f} \qquad (9.153)$$

que es muy aceptable para valores de f próximos a cero o a 1.

Si todos los ciclos son de igual duración, pero la fracción de bombeo es variable de un ciclo a otro es:

$$s_r = \frac{Q}{4\pi T} \ln \prod_{i=1}^{n} \frac{n-i+1}{n-i+1-f_i}$$

Ejemplo 7

Calcular el descenso después de 5 y 100 ciclos de bombeo de duración de un día, durante los que la bomba funciona ininterrumpidamente durante 8 horas a un caudal de 50 m^3 por hora. La transmisividad del acuífero es de 500 m^2/día.

$$f = 8/24 = 1/3$$

$$(s_r)_5 = \frac{50 \cdot 24}{4\pi\, 500}$$

$$\cdot \ln \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{(1-1/3)(2-1/3)(3-1/3)(4-1/3)(5-1/3)} =$$

$$= 0{,}165 \text{ m}$$

$$(s_r)_{100} = \frac{50 \cdot 24}{4\pi\, 500} \ln \left[100^{1/3} \frac{\Gamma(2-1/3)}{1-1/3}\right] =$$

$$= 0{,}191 \ln \frac{4{,}64 \cdot 0{,}9025}{0{,}666} = 0{,}351 \text{ m}$$

En problemas de drenaje puede mantenerse un nivel en un determinado punto por debajo de un valor prefijado con bombeo intermitente a caudal constante sin más que ir variando convenientemente (cada vez menor) el tiempo de bombeo en un ciclo de duración preestablecido.

Por un proceso similar al descrito puede estudiarse el bombeo cíclico semanal en el que el domingo se interrumpe la secuencia, sin más que efectuar el estudio cíclico y añadir un bombeo de caudal −Q al principio del ciclo de bombeo en el domingo y un bombeo de caudal +Q al final del ciclo de bombeo en el mismo domingo.

Ejemplo 8

Un grupo de pozos bombea durante los seis días laborables de la semana desde las 0 hasta las 16 horas, descansando el domingo. El caudal total bombeado es de 1000 m^3 por hora en una acuífero de transmisividad 2500 m^2/día. Determinar los descensos producidos por los bombeos en un piezómetro situado a 1000 m de distancia, a las 0, 8 y 16 h de los días de una semana suponiendo que el inicio de la explotación fue el lunes. El coeficiente de almacenamiento es de 10^{-4}.

$$\frac{Q}{4\pi T} = \frac{1000 \cdot 24 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 2500 \text{ m}^2/\text{día}} = 0{,}763$$

$$u = \frac{S r^2}{4 T t} = \frac{10^{-4} \cdot 1000^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 2500 \text{ m}^2/\text{día} \cdot t \text{ días}} = 10^{-2} \frac{1}{t}$$

Los cálculos se detallan en las tablas 9.20 y 9.21.

En la tabla 9.21, B-4 quiere decir efecto del bombeo del ciclo 4; R-3 quiere decir efecto del paro del ciclo 3. La última columna, es la de los descensos parciales. Los resultados están dibujados en la figura 9.159.

Se puede comprobar la validez de las fórmulas halladas para bombeos intermitentes aplicándolas a las 24 horas del sábado (6.° ciclo) con $f = 2/3$; $\tau = 1$ día.

$$s_6 = 0{,}763 \cdot \ln \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{(1 - 2/3)(2 - 2/3) \ldots (6 - 2/3)} =$$

$$= 0{,}763 \cdot \ln \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3^6}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16} = 1{,}68 \text{ m}$$

Aplicación a ensayos de bombeo

Las fórmulas (9.149) y (9.152) pueden ponerse en la forma:

$$\frac{4 \pi T s_r}{2{,}3 Q} = \log \frac{n!}{(1 - f)(2 - f) \ldots (n - f)} =$$

$$= \log n^f \frac{\Gamma(2 - f)}{1 - f}$$

Tabla 9.20 *Cálculo de descensos. Corresponde al ejemplo 8*

Tiempo (horas)	Tiempo (días)	u×10⁻²	W (u)	s (m)
0	0	∞	0	0
8	1/3	3	2,9591	2,26
16	2/3	1,5	3,6374	2,77
24	1	1	4,0379	3,08
32	1 1/3	0,75	4,3231	3,30
40	1 2/3	0,60	4,5448	3,47
48	2	0,50	4,7261	3,60
56	2 1/3	0,43	4,8762	3,72
64	2 2/3	0,375	5,0120	3,82
72	3	0,333	5,1305	3,91
80	3 1/3	0,30	5,2349	3,99
88	3 2/3	0,273	5,3290	4,07
96	4	0,25	5,4167	4,15
104	4 1/3	0,23	5,500	4,20
112	4 2/3	0,21	5,5675	4,25
120	5	0,20	5,6394	4,30
128	5 1/3	0,188	5,7014	4,35
136	5 2/3	0,176	5,7674	4,40
144	6	0,16	5,8218	4,44
152	6 1/3	0,158	5,8750	4,48
160	6 2/3	0,15	5,9266	4,52
168	7	0,143	5,9733	4,56
176	7 1/3	0,136	6,0177	4,59
184	7 2/3	0,130	6,0695	4,63

Tabla 9.21 *Cálculos de descensos acumulados (ejemplo 8)*

N.° ciclo			B-1		R-1		B-2		R-2		B-3		R-3		B-4	
		h	t	+s	t	−s	t	+s	t	−s	t	+s	t	−s	t	+s
	Lunes	0	0	0												
1	Lunes	8	8	2,26												
	Lunes	16	16	2,77	0											
	Martes	0	24	3,08	8	2,26	0									
2	Martes	8	32	3,30	16	2,77	8	2,26								
	Martes	16	40	3,47	24	3,08	16	2,77	0							
	Miércoles	0	48	3,60	32	3,30	24	3,08	8	2,26	0					
3	Miércoles	8	56	3,72	40	3,47	32	3,30	16	2,77	8	2,26				
	Miércoles	16	64	3,82	48	3,60	40	3,47	24	3,08	16	2,77	0			
	Jueves	0	72	3,91	56	3,72	48	3,60	32	3,30	24	3,08	8	2,26	0	
4	Jueves	8	80	3,99	64	3,82	56	3,72	40	3,47	32	3,30	16	2,77	8	2,26
	Jueves	16	88	4,07	72	3,91	64	3,82	49	3,60	40	3,47	24	3,08	16	2,77
	Viernes	0	96	4,15	80	3,99	72	3,91	56	3,72	48	3,60	32	3,30	24	3,08
5	Viernes	8	104	4,20	88	4,07	80	3,99	64	3,82	56	3,72	40	3,47	32	3,30
	Viernes	16	112	4,25	90	4,15	88	4,07	72	3,91	64	3,82	48	3,60	40	3,47
	Sábado	0	120	4,30	104	4,20	96	4,15	80	3,99	72	3,91	56	3,72	48	3,60
6	Sábado	8	128	4,35	112	4,25	104	4,20	88	4,07	80	3,99	64	3,82	56	3,72
	Sábado	16	136	4,40	120	4,30	112	4,25	96	4,15	88	4,07	72	3,91	64	3,82
	Domingo	0	144	4,44	128	4,35	120	4,30	104	4,20	96	4,15	80	3,99	72	3,91
7	Domingo	8	152	4,48	136	4,40	128	4,35	112	4,25	104	4,20	88	4,07	80	3,99
	Domingo	16	160	4,52	144	4,44	186	4,40	120	4,30	112	4,25	96	4,15	88	4,07
	Lunes	0	168	4,56	152	4,48	144	4,44	128	4,35	120	4,30	104	4,20	96	4,15
8	Lunes	8	176	4,59	160	4,52	152	4,48	136	4,40	128	4,35	112	4,25	104	4,20
	Lunes	16	184	4,63	168	4,56	160	4,52	144	4,44	136	4,40	120	4,30	112	4,25

N.° ciclo		R-4		B-5		R-5		B-6		R-6		B-7		R-7		B-8		Descenso
		t	−s	t	+s	t	−s	t	+s	t	−s	t	−s	t	+s	t	+s	s
	Lunes																	0
1	Lunes																	2,26
	Lunes																	2,77
	Martes																	0,80
2	Martes																	2,79
	Martes																	3,16
	Miércoles																	1,12
3	Miércoles																	3,04
	Miércoles																	3,38
	Jueves																	1,31
4	Jueves																	3,21
	Jueves	0																3,54
	Viernes	8	2,26	0														1,47
5	Viernes	16	2,77	8	2,26													3,34
	Viernes	24	3,08	16	2,77	0												3,64
	Sábado	32	3,30	24	3,08	8	2,26	0										1,57
6	Sábado	40	3,47	32	3,30	16	2,77	8	2,26									3,44
	Sábado	48	3,60	40	3,47	24	3,08	16	2,77	0								3,74
	Domingo	56	3,72	48	3,60	32	3,30	24	3,08	8	2,26	0						1,66
7	Domingo	64	3,82	56	3,72	40	3,47	32	3,30	16	2,77	0	0					1,26
	Domingo	72	3,91	64	3,82	48	3,60	40	3,47	24	3,08	0	0	0	0			1,05
	Lunes	80	3,99	72	3,91	56	3,72	48	3,60	32	3,30	0	0	0	0	0		0,92
8	Lunes	88	4,07	80	3,99	64	3,82	56	3,72	40	3,47	0	0	0	0	8	2,26	3,06
	Lunes	96	4,15	88	4,07	72	3,91	64	3,82	48	3,60	0	0	0	0	16	2,77	3,54

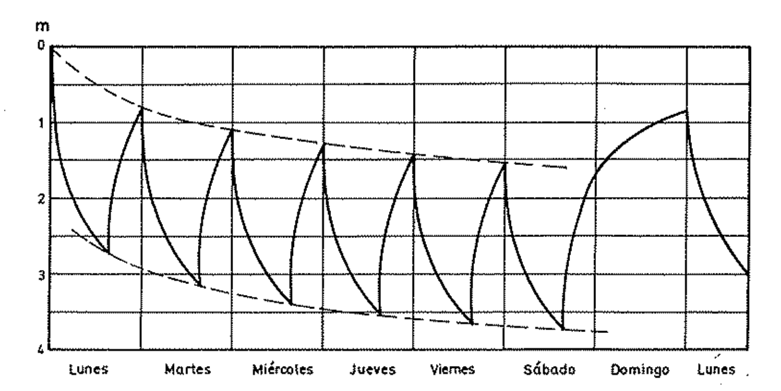


FIGURA 9.159

Bombeo intermitente diario con reposo el domingo. Corresponde al ejemplo 8.

que están tabuladas en función de f (tabla 9.22) y cuya representación gráfica son rectas tal como puede verse en la figura 9.160.

Conocido el descenso después de n ciclos puede calcularse T con facilidad si se conoce Q y f sin más que entrar en el gráfico.

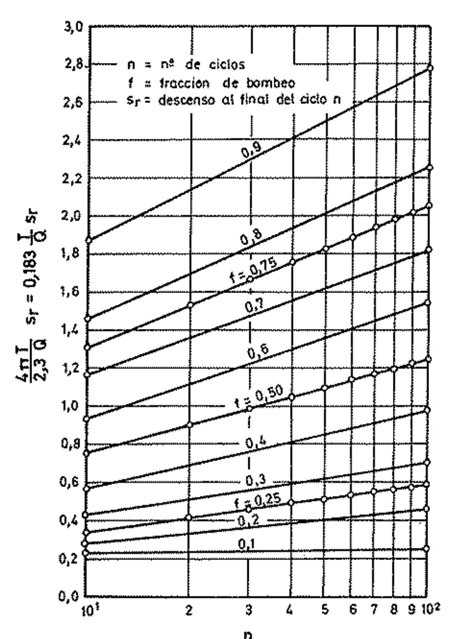


FIGURA 9.160

Ábaco para el cálculo de los descensos al final de un bombeo cíclico.

TABLA 9.22 *Función $4\pi T s_r/(2{,}3\ Q)$ para bombeo cíclico con una fracción de bombeo f. (Según Da Costa, 1963)*

Número de ciclos	f=0,25	f=0,50	f=0,75
10	0,342	0,754	1,313
20	0,416	0,902	1,537
30	0,459	0,989	1,669
40	0,490	1,051	1,762
50	0,514	1,100	1,834
60	0,534	1,139	1,894
70	0,550	1,172	1,946
80	0,565	1,201	1,987
90	0,577	1,226	2,025
100	0,589	1,249	2,060

14.8 POZOS CON BOMBEO A DESCENSO CONSTANTE. POZOS SURGENTES

Generalmente los ensayos de bombeo e incluso los bombeos se realizan a un caudal aproximadamente constante. Ello se traduce en que antes de alcanzarse el régimen permanente los descensos son crecientes con el tiempo. En ocasiones, el bombeo puede realizarse a descenso constante, regulando continuamente el caudal de la bomba a fin de corregirlo. Con frecuencia el nivel es mantenido entre dos posiciones próximas por medio de un dispositivo de máxima y mínima de modo que la bomba funciona y para automáticamente. No se trata de un bombeo continuo a descenso constante pero se le puede asimilar, repartiendo los caudales en proporción al intervalo entre paros.

Un aspecto importante de los bombeos a descenso constante viene representado por los pozos surgentes. Estando el pozo con su cabeza cerrada se alcanza una presión que corresponde al potencial hidráulico del acuífero en reposo en aquel punto. Al abrir la cabeza del pozo el agua fluye porque el nivel se sitúa aproximadamente a nivel de la boca del mismo. Si las pérdidas en el pozo se mantienen invariables, se tiene una extracción de agua a descenso aproximadamente constante, siendo el caudal decreciente conforme transcurre el tiempo.

En los bombeos a descenso constante, al igual que en los bombeos a caudal constante, se tiende, después de un tiempo más o menos largo, a un régimen estacionario o casi estacionario para el que son válidas las fórmulas del régimen permanente expuestas anteriormente.

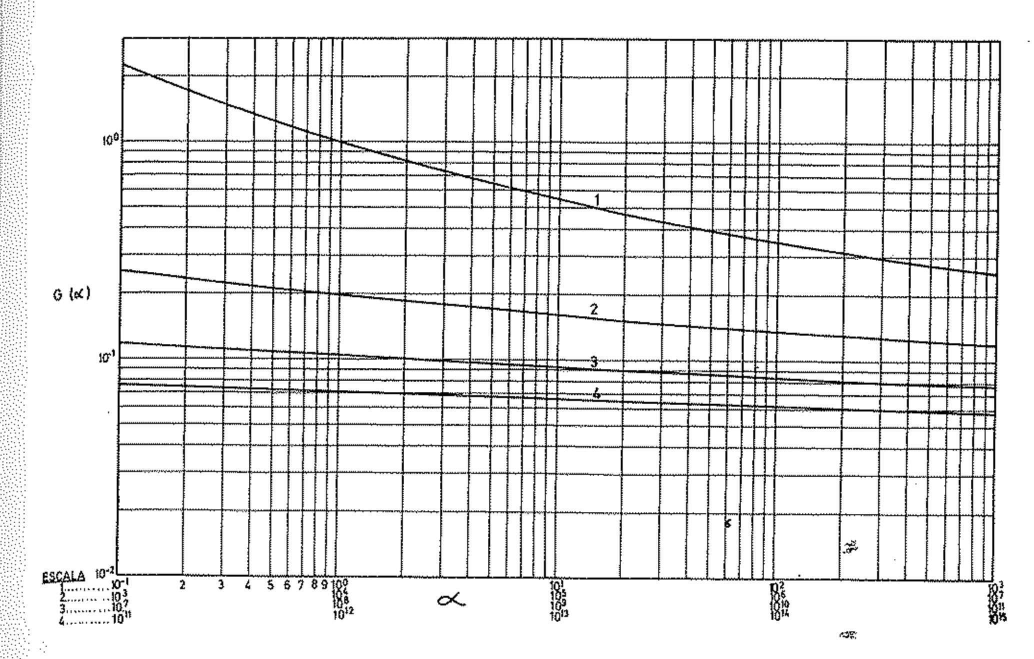


FIGURA 9.161
Gráfico logarítmico de la función de pozo a descenso constante.

En las mismas hipótesis expuestas en el apartado 3.1, pero con descenso constante y caudal variable, se cumple para el acuífero cautivo y pozo completo (Ferris et al, 1962, pág. 106):

$$Q = 2\,\pi\,T\,s_p\,G\,(\alpha)$$

en la que s_p es el descenso constante en el pozo, corregido para tener en cuenta las pérdidas en el pozo y medido a partir del nivel estático.

$$G\,(\alpha) = \frac{4\,\alpha}{\pi} \int_0^\infty x \cdot e^{-\alpha x} \left(\frac{\pi}{2} + \text{arc tg} \frac{Y_o\,(x)}{J_o\,(x)} \right) d\,x$$

siendo Y_o y J_o funciones de Bessel (ver apéndice A.9.1) y:

$$\alpha = \frac{T\,t}{r_p^2 \cdot S}$$

r_p radio del pozo.

Una tabla abreviada de G (α) puede encontrarse en Ferris et al., 1962, pág. 109 y en Walton, 1970, pág. 136, y la figura 9.161 representa log G (α) en función de α.

Si se dibuja log Q en función de log t en papel doble logarítmico de igual módulo que el del gráfico G (α) en función de α, puede aplicarse el método de coincidencia de curvas; una vez obtenido el mejor ajuste posible se selecciona un punto común que proporciona los valores:

(Q), (G), (t), (α) de modo que:

$$T = \frac{1}{2\,\pi\,s_p} \; \frac{(Q)}{(G)}$$

y una vez conocida T:

$$S = \frac{T}{r_p^2} \; \frac{(t)}{(\alpha)}$$

Para calcular T y S es preciso conocer r_p, que puede no ser igual al radio del pozo si hay fenómenos de desarrollo o de cambio de permeabilidad en los alrededores del pozo, así como s_p, que es el descenso teórico, es decir el descenso observado menos la pérdida de carga en el pozo. Dado que s_p y r_p sólo son conocidos aproximadamente en general sólo se obtienen resultados

válidos en primera aproximación. Otro inconveniente nace de la poca curvatura de las curvas lo cual hace que el ajuste sea dudoso.

Para valores de t grandes (Ferris et al., 1962, página 109):

$$G(\alpha) \simeq \frac{2}{W(u)} \simeq \frac{2}{\ln \dfrac{2{,}25\,T\,t}{r^2\,S}}$$

$$y\ s_p = \frac{Q}{4\,\pi\,T} \cdot W(u_p) \text{ (fórmula de Theis para el pozo)}$$

o sea que:

$$Q = \frac{4\,\pi\,T\,s_p}{\ln \dfrac{2{,}25\,T\,t}{r_p^2\,S}}$$

$$\frac{s_p}{Q} = \frac{2{,}3}{4\,\pi\,T}\left[\log\frac{2{,}25\,T}{S} + \log\frac{t}{r^2}\right]$$

Los gráficos s_p/Q en función de t/r^2 y también en función de t y de r, son rectas que permiten calcular T y S de forma similar a la expuesta en el apartado 4.2.5. Los valores de T obtenidos son aceptables, pero los valores de S deben tomarse con precaución porque están muy influenciados por los de r_p y s_p.

El problema de los bombeos a descenso constante ha sido estudiado para acuíferos semiconfinados (Hantush, 1964, págs. 329-333 y 341-343), pero el régimen variable conduce a ecuaciones diferenciales resolubles aplicando la transformada de Laplace, para las que no se conoce la función primitiva. Las soluciones para tiempos cortos o tiempos largos, aunque sean conocidas, precisan la introducción de funciones complicadas.

Para los descensos teóricos medidos en el propio pozo en acuífero semiconfinado bajo un acuífero de nivel constante y utilizando el almacenamiento en el acuitardo es (Hantush, 1964, pág. 341):

$$Q = 2\,\pi\,T\,s_p\,G'\left(\frac{T\,t}{r_p^2}\cdot\frac{3}{3\,S + S'},\ \frac{r_p}{B}\right)$$

si es

$$t > \frac{2\,b'\,S'}{k'}$$

siendo S' el coeficiente de almacenamiento del acuitardo y B el factor de goteo.

$$G'(\alpha,\beta) = \beta\,\frac{K_1(\beta)}{K_0(\beta)} +$$

$$+ \frac{r}{\pi^2}\exp(-\alpha\,\beta^2)\int_0^{\infty}\frac{\eta\,e^{-\alpha\eta^2}}{J_0^2(\eta) + Y_0^2(\eta)}\cdot\frac{d\eta}{\eta^2 + \beta^2}$$

El caudal que se toma del almacenamiento en el propio acuífero es:

$$Q_a = 2\,\pi\,T\,s_p\,\frac{3\,S}{3\,S + S'}\exp\left[-\frac{T\,t}{B^2}\,\frac{3}{3\,S + S'}\right]$$

$$\simeq G\left(\frac{3\,T\,t}{r_p^2\,(3\,S + S')}\right)$$

Si todo el goteo procede del almacenamiento en el acuitardo (no existe el acuífero de recarga):

$$Q = 2\,\pi\,T\,s_p\,G\left(\frac{3\,T\,t}{r_p^2\,(S' + 3\,S)}\right)$$

para

$$t > \frac{2\,b'\,S}{k'}$$

Si existe un acuífero de recarga a potencial constante y no se toma agua del almacenamiento en el acuitardo:

$$Q = 2\,\pi\,T\,s_p\,G'\left(\frac{T\,t}{r_p^2\,S},\ \frac{r_p}{B}\right)$$

para cualquier valor de t[96].

Tanto para el acuífero cautivo como para el acuífero semiconfinado (el acuífero libre puede asimilarse al cautivo si los descensos son pequeños) en bombeo a descenso constante y régimen variable, el descenso sólo es constante en el pozo. En otros puntos del acuífero los descensos son crecientes con el tiempo y su estudio es complicado, aun con fórmulas simplificadas (ver Hantush, 1964, págs. 344-345).

[96] En Walton (1963) gráfico 4 y (1970) págs. 219-220 pueden encontrarse las curvas G ($T\,t/r_p^2\,S$, r_p/B) para el pozo.

Capítulo 9.15

Pozos reales. Eficiencia de un pozo y curvas características

15.1 INTRODUCCIÓN

En las proximidades de los pozos el flujo puede dejar de seguir la ley de Darcy y en la penetración del agua en el pozo y en el movimiento del agua dentro del mismo se tienen pérdidas de carga. Todo ello origina que el descenso medido en el pozo sea mayor que el descenso que teóricamente se debería observar. Este sobredescenso crece rápidamente al crecer el caudal. Conociendo varios caudales y sus correspondientes descensos puede establecerse una fórmula general para el pozo o trazar las curvas características que los relacione, las cuales son de gran utilidad para hallar el caudal de bombeo, determinar la eficiencia e identificar procesos de colmatación e incrustación de la rejilla o zona filtrante.

15.2 ORIGEN DEL DESCENSO OBSERVADO EN LOS POZOS DE BOMBEO

El descenso observado en pozos de bombeo es la suma de los descensos debidos a varias causas (fig. 9.162).

a) *Pérdidas en el acuífero.* Es el descenso en el borde exterior del tubo necesario para que el agua fluya al pozo en régimen laminar según la ley de Darcy. Es función del diámetro del pozo y de las características del acuífero. En acuíferos cautivos de gran extensión y para un mismo tiempo de bombeo, es directamente proporcional al caudal bombeado, $s = B \cdot Q$, aunque es creciente con el tiempo tal como se ha visto en los capítulos anteriores. Incluye efectos de penetración parcial, anisotropía, reducción de espesor saturado en acuíferos libres, barreras, heterogeneidades, etc.

b) *Pérdida por no validez de la ley de Darcy en las*

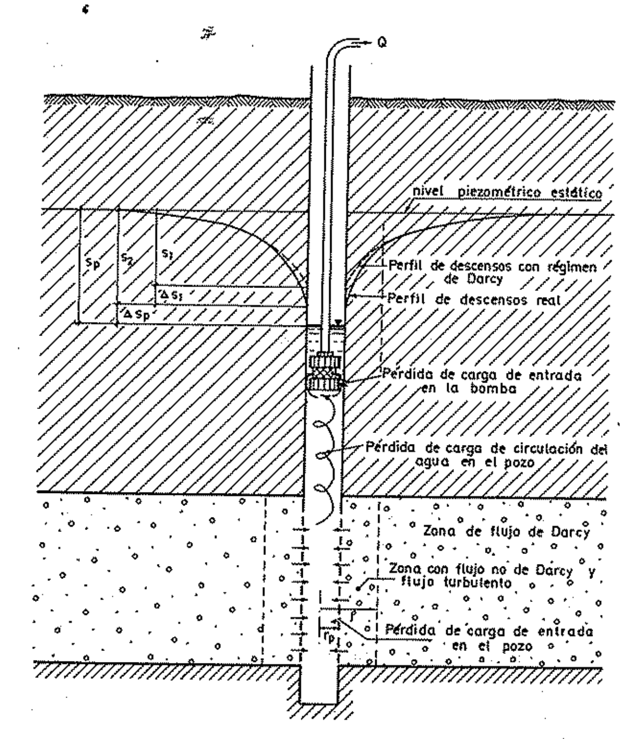


FIGURA 162

Causas del descenso en los pozos.

s_p = *descenso observado en el pozo*

s_2 = *descenso real en la pared externa del pozo*

s_1 = *descenso de circulación de Darcy*

Δs_1 = *sobredescenso por desviaciones y turbulencias cerca del pozo*

Δs_p = *sobredescenso por entrada y circulación en el pozo y entrada en la bomba.*

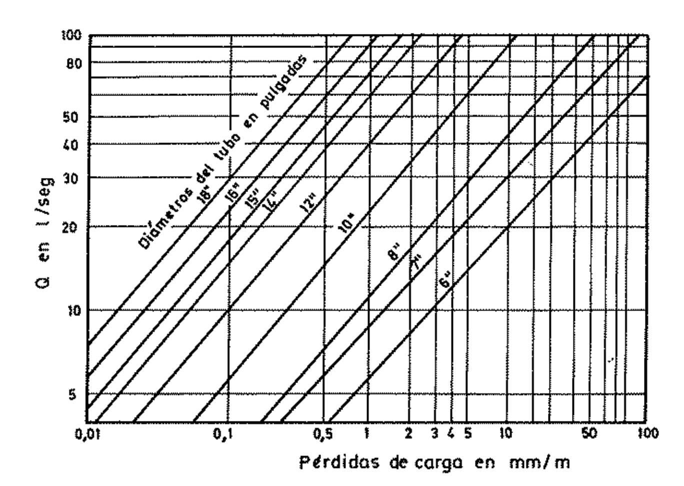


FIGURA 9.163
Pérdidas de carga en función del caudal según el diámetro de la entubación. (Según Castany, 1962.)

proximidades del pozo. Si en los alrededores del pozo de bombeo el número de Reynolds supera el valor máximo admisible para la validez de la ley de Darcy a causa de la mayor velocidad del agua, se tiene un sobredescenso que es proporcional a una cierta potencia del caudal. Esta pérdida puede ser importante en pozos de pequeño diámetro, con rejilla corta, mal desarrollados o con grandes descensos; también puede ser importante en acuíferos en los que el agua afluye por unas pocas fisuras.

c) *Pérdida de penetración en el pozo o efecto parietal.* El paso del agua a través de las aberturas del pozo (si existe zona ranurada o rejilla) ocasiona una pérdida de carga. Si la velocidad de entrada es grande, esta pérdida es proporcional al cuadrado del caudal. En pozos mal proyectados, con insuficientes aberturas o mal distribuidas, con rejillas demasiado cortas o con aberturas parcialmente obstruidas, esta pérdida puede ser importante y tanto mayor cuanto mayor sea el descenso provocado.

d) *Pérdidas ascensionales en el pozo.* Es la pérdida de carga ocasionada por el movimiento del agua desde la zona filtrante del pozo a la bomba. Sólo tiene importancia cuando esa distancia es muy grande y/o el tubo del pozo es de muy pequeño diámetro en relación con el caudal. En régimen laminar este descenso es proporcional al caudal y a su cuadrado si el régimen es turbulento. Para el cálculo véase la figura 9.163.

e) *Pérdidas de entrada en la bomba.* Son las pérdidas de carga que sufre el agua al entrar en la bomba. Sólo tienen alguna importancia cuando la aspiración de la bomba está por encima del cuerpo de bomba y éste deja muy poco espacio libre entre el mismo y las paredes del pozo.

El descenso observado en un pozo será la suma de los descensos indicados. Es preciso tener en cuenta los posibles efectos de variación en el nivel estático del acuífero o de vaciado del acuífero, para efectuar las oportunas correcciones.

Si el descenso se observa en un tubo situado en el interior del pozo y abierto en zona de rejilla, sólo se determinan los descensos por las causas (a), (b) y (c) y si el tubo de observación está unido a la pared exterior del pozo se observarán únicamente (a) y (b).

Si, como a veces sucede, una parte del líquido situado por encima de la aspiración de la bomba y por encima de la zona filtrante es aceite, los descensos observados son los mismos que se observarían con todo el tubo lleno de agua. El único error es el de la determinación de los niveles teóricos del agua.

15.3 ANÁLISIS DEL DESCENSO EN LOS POZOS

15.3.1 Fórmula básica

Según Rorabaugh (1953), el descenso en un pozo puede escribirse:

$$s_p = B \cdot Q + C \cdot Q^n \qquad (9.154)$$

en el que el término $B \cdot Q$ expresa el descenso por las causas (a) del apartado 15.2, o sea las debidas al acuífero y $C\,Q^n$ las debidas a los demás factores. B se llama coeficiente de pérdidas de circulación en la formación y es variable con el tiempo de bombeo y C se llama coeficiente de pérdidas en el pozo y es independiente del tiempo. El valor de n puede ser 1 o variar entre 2 y 3 o incluso puede llegar a 3,5 (Lennox, 1960).

Esta fórmula es más general que la propuesta anteriormente por Jacob (1947, 1950) en la que se fijaba $n = 2$ o sea:

$$s_p = B \cdot Q + C \cdot Q^2 \qquad (9.155)$$

La fórmula propuesta por Jacob es de más fácil manejo pero no siempre el valor $n = 2$ es el valor más ajustado. Si la velocidad de entrada de agua en el pozo es baja, puede resultar que $n = 1$ y entonces el descenso es rigurosamente proporcional al caudal, si éste no so-

brepasa cierto valor, lo cual no quiere decir que sean nulas las pérdidas en el pozo.

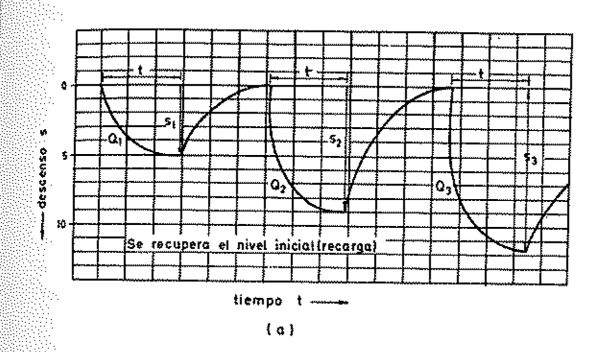
Ninguna de las dos fórmulas es válida para determinar el descenso en el acuífero.

15.3.2 Realización de los ensayos

Para determinar los coeficientes B y C, y en su caso el exponente n, es necesario conocer los descensos a dos (n conocida) o a tres caudales diferentes, aunque a efectos de comprobación conviene disponer de un dato adicional de descenso. Como el valor de B depende del tiempo de bombeo, conviene referir todos los descensos a un mismo tiempo de bombeo, por ejemplo de 1 hora (24 horas según Mogg, 1968). Así se tienen datos en las mismas circunstancias. Lo ideal sería poder conseguir valores en régimen estacionario, pero sólo es posible en raras ocasiones.

Los datos de descensos pueden obtenerse mediante sucesivos ensayos de bombeo a caudal creciente, pero constante dentro de cada intervalo, dejando recuperar el nivel del agua entre ellos. Este tipo de ensayo (fig. 9.164 a) es largo por las esperas de recuperación, si es que los niveles se recuperan en un tiempo prudencial. En todo caso conviene extrapolar el gráfico de recuperación a fin de tener descensos reales (fig. 9.164 b). Es más rápido y más utilizado el método llamado de ensayo escalonado, en el que transcurrido cada período de observación, en vez de parar el bombeo en espera de recuperar el nivel inicial, se incrementa el caudal de bombeo (fig. 9.165). El descenso provocado por el primer escalón a caudal Q_1 es s_1, cuya obtención es inmediata. El segundo escalón, en el que se ha provocado un incremento de caudal $Q_2 - Q_1$, da un incremento de descenso Δs_2 y así sucesivamente. El descenso correspondiente al caudal Q_2 será:

$$s_2 = s_1 + \Delta s_2$$



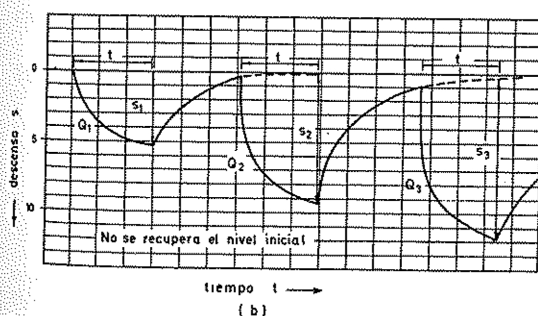
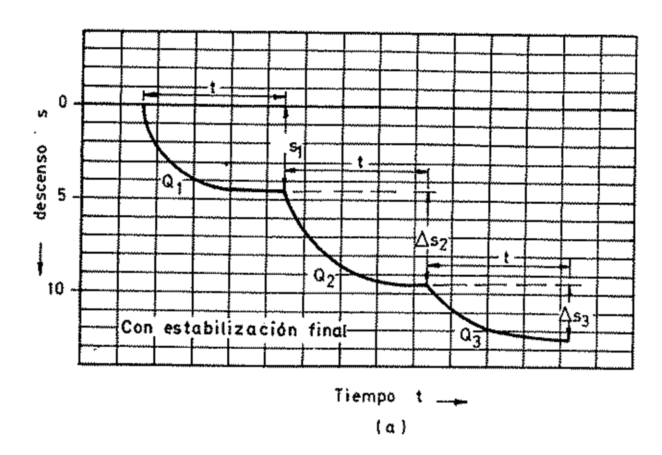


FIGURA 9.164
Ensayos de bombeo a caudales crecientes.



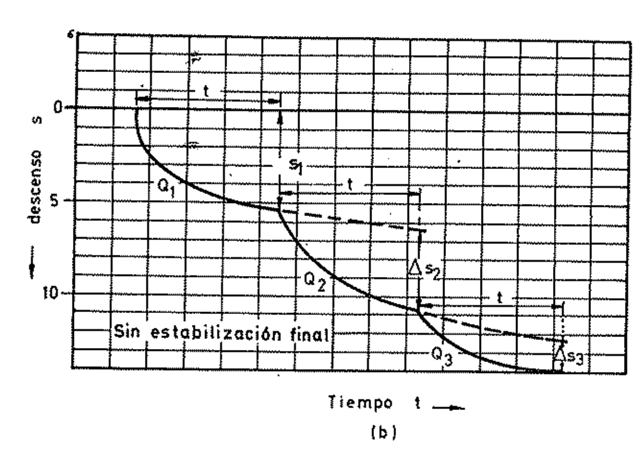


FIGURA 9.165
Ensayos escalonados.

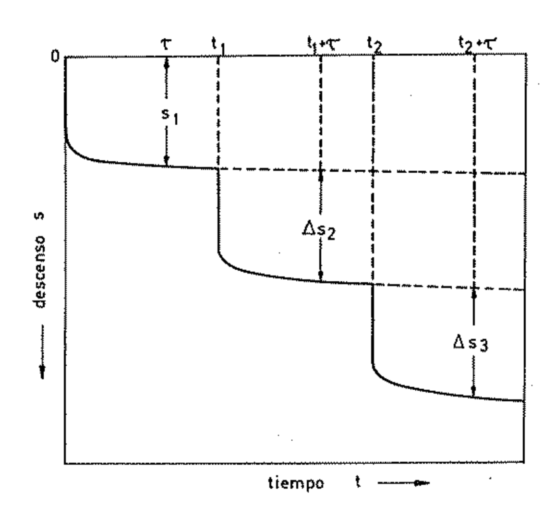


FIGURA 9.166
Gráfico de un ensayo escalonado con escalones de desigual duración.

y el correspondiente al caudal Q_3 será:

$$s_3 = s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$$

No debe caerse en el error de suponer que Δs_2 es el descenso que corresponde al caudal $Q_2 - Q_1$. Eso sería cierto si no hubiesen pérdidas en el pozo, pero ahora el caudal real es Q_2 y Δs_2 incluye las pérdidas de carga correspondientes al pasar de Q_1 a Q_2.

Si al final de cada escalón los niveles están prácticamente estabilizados, no hay ninguna dificultad en leer los valores Δs_2 y Δs_3 (fig. 9.165 a). Sin embargo, es frecuente que al final de esos escalones no se haya alcanzado ninguna estabilización. Entonces debe medirse Δs_2 a partir de la extrapolación de los descensos correspondientes al primer escalón y Δs_2 a partir de la extrapolación de los descensos correspondientes al segundo escalón (fig. 9.165 b). De otro modo podrían cometerse errores importantes.

No es necesario que la duración de cada escalón sea igual al tiempo de referencia, basta con leer los descensos en el momento correspondiente (fig. 9.166).

Para tener más precisión en las extrapolaciones, se dibujan los descensos en escala lineal y los tiempos, contados desde el inicio del ensayo en cuestión, en escala logarítmica (figs. 9.167 y 9.170), aunque ello supone que los datos del último escalón quedan representados en muy poco espacio. Aunque no siempre es necesario, la extrapolación puede hacerse con más garantía si se dibujan los descensos tomando para cada escalón (fig. 9.165 b) y así sucesivamente en caso de tener más escalones. De otro modo podrían cometerse errores importantes.

En general, las porciones extrapoladas son cada vez

[97] Se supone que el instante inicial es el inicio del escalón.

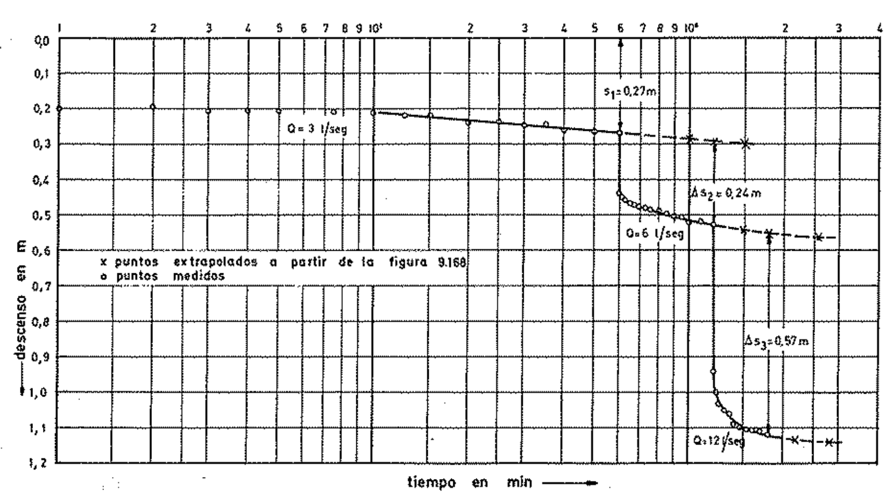


FIGURA 9.167
Ensayo escalonado real. Corresponde al ejemplo 1.
La extrapolación se ha hecho con ayuda de la figura 9.168.

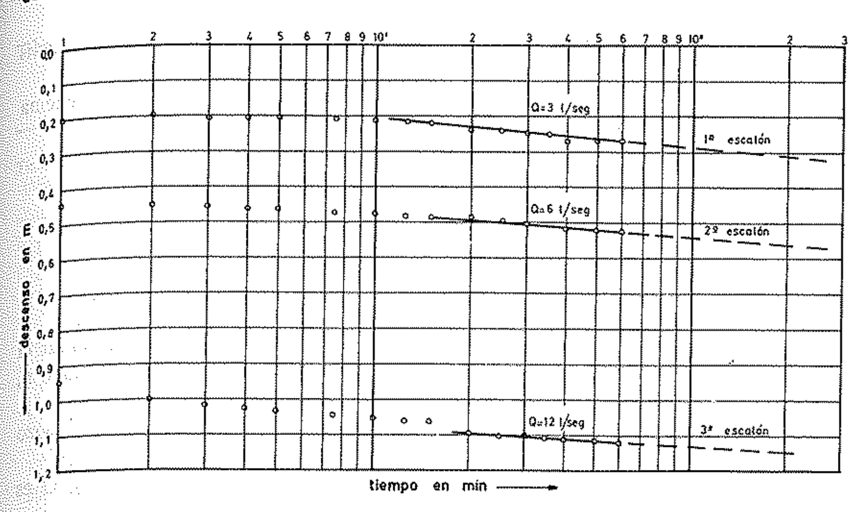


FIGURA 9.168

Datos del ensayo escalonado de la figura 9.167 referidos todos al mismo origen. Las rectas extrapoladas sirven para poder obtener los descensos que se dibujan en la figura 9.167.

más pendientes, y no corresponden teóricamente a una recta. Los errores en las extrapolaciones pueden afectar notablemente a los resultados obtenidos. La extrapolación dibujando un gráfico extenso (fig. 9.168) para cada escalón es de más garantía[98].

Conviene que los caudales de los sucesivos escalones no sean excesivamente próximos. Por ejemplo, los caudales deben ser crecientes en la proporción 1, 2, 4, 8... Tampoco conviene una excesiva variación, entre el primer y el último escalón, pues puede suceder que el valor de n cambie por cambio del régimen o por lo menos varíe algo con el caudal. La distribución de caudales en progresión geométrica es una buena norma, conviene establecerlos de forma que el último escalón quede alrededor del caudal de explotación del pozo o preferiblemente algo por encima.

15.3.3 Valoración de los resultados

Una vez conocidos los caudales sucesivos y los respectivos descensos, si se desea ajustar la fórmula:

$$s = B \cdot Q + C \cdot Q^2$$

basta seleccionar un par de ellos (los demás, si los hay, pueden servir para comprobación). Así será:

$$s_1 = B \cdot Q_1 + C \cdot Q_1^2 \quad ; \quad s_1/Q_1 = B + C \cdot Q_1$$
$$s_2 = B \cdot Q_2 + C \cdot Q_2^2 \quad ; \quad s_2/Q_2 = B + C \cdot Q_2$$

Puede procederse a resolver analíticamente el sistema de dos ecuaciones planteado, o bien se puede efectuar la resolución gráfica, dibujando s/Q en función de Q y trazando la recta que pasa por esos puntos (fig. 9.169). La pendiente da el valor de C y la ordenada en el origen el valor de B. En el mismo gráfico pueden dibujarse otros valores del ensayo y ver si se ajustan a la recta determinada.

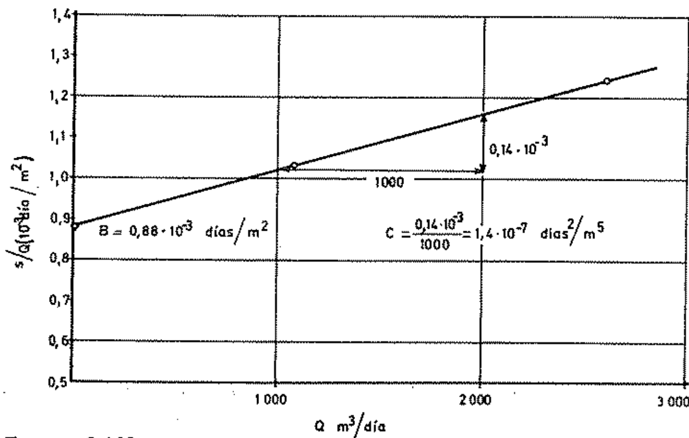


FIGURA 9.169

Determinación gráfica de los valores de B *y* C *de la fórmula* $s = BQ + CQ^2$. *Corresponde al ejemplo número 1.*

[98] El método que supone que si la pendiente del primer escalón es m_1, la pendiente de cálculo de los descensos del escalón j es $m_j = m_1\, Q_j/Q_1$ (Bierschenk, 1964) no es cierto en la breve duración de los ensayos que se realizan, como lo demuestra Lennox (1966). Dicha pendiente es sólo a efectos de cálculo puesto que en el gráfico el origen de tiempos para cada escalón no es común.

Si no parece acertado tomar $n = 2$, puede procederse a tomar tres pares de valores y resolver el sistema de ecuaciones:

$$s_1 = B \cdot Q_1 + C \cdot Q_1^n$$
$$s_1 = B \cdot Q_2 + C \cdot Q_2^n$$
$$s_1 = B \cdot Q_3 + C \cdot Q_3^n$$

Si se observa que el valor s/Q es constante es $n = 1$ y entonces todos los descensos son simplemente proporcionales a Q, lo cual no quiere decir que no existan pérdidas en el pozo. En este caso no pueden separarse los valores de B y C. Si no es éste el caso, debe procederse a la resolución del sistema de ecuaciones, pudiéndose emplear cualquiera de los tres métodos que se indican a continuación, o el método gráfico del apéndice A.9.5, el cual es más rápido y preciso.

1) Método de tanteo del valor de n. Cada una de las ecuaciones del sistema anterior puede transformarse en:

$$\frac{s}{Q} = B + C \cdot Q^{n-1}$$

Si se dibuja s/Q en función de Q^{n-1} se obtiene una recta de pendiente C y ordenada en el origen B. Basta ensayar ordenadamente diferentes valores de n hasta conseguir que los puntos queden alineados. El método es poco preciso pues diferentes valores de n pueden hacer aparecer a los puntos como aproximadamente alineados.

2) Método del tanteo del valor B (Rorabaugh, 1953). Cada una de las ecuaciones del sistema anterior puede transformarse en:

$$\frac{s}{Q} - B = C \cdot Q^{n-1}$$

y tomando logaritmos:

$$\log \left(\frac{s}{Q} - B\right) = (n-1) \log Q + \log C$$

Si se representa log (s/Q – B) en función de log Q se obtiene una recta de pendiente (n – 1), que corta el eje de ordenadas en el valor C. Basta ensayar diferentes valores de B hasta conseguir que los puntos dibujados queden alineados. En el caso particular de $n = 2$ la recta representativa está inclinada a 45°. Si se inician los tanteos por el primer método se pueden acotar los valores de B, a fin de llegar más pronto al valor definitivo.

3) Método analítico. Eliminando B y C en el sistema de ecuaciones queda:

$$\frac{\dfrac{s_2}{Q_2} - \dfrac{s_1}{Q_1}}{\dfrac{s_3}{Q_3} - \dfrac{s_2}{Q_2}} = \frac{Q_2^{n-1} - Q_1^{n-1}}{Q_3^{n-1} - Q_2^{n-1}}$$

Tanteando diferentes valores de n se puede hallar el que cumple mejor la ecuación. Una vez determinado n, el cálculo de B y C, es elemental.

Cuando Q es muy grande o las pérdidas en el pozo son muy importantes, puede escribirse $s_p \approx C \cdot Q^n$.

La representación de log s_p en función de log Q es una recta, pues:

$$\log s_p = n \cdot \log Q + \log C$$

que forma con las líneas de s_p = cte un ángulo α dado por:

$\operatorname{tg} \alpha = n$

que corta al eje $Q = 1$ en $s_p = C$

Si es $n = 1$, $\alpha = 45°$

En el apéndice A.9.5 se da otro método que precisa de un gráfico superponible.

Ejemplo 1

En el llamado pozo P situado junto a la Riera de Rifá (Tarragona) se realizó el día 6/10/69 el ensayo escalonado que se indica en la tabla 9.23. La zona ranurada se situaba entre los 21,5 y los 34,5 m de profundidad, extendiéndose el acuífero entre los 17,5 y los 34,5 m de profundidad. El nivel estático del agua era de 7,23 m. Determinar la fórmula que dé el descenso en el pozo en función del caudal.

El pozo está construido en un acuífero con techo permeable (libre con drenaje diferido del medio superior) y afecta al 77 % inferior del acuífero.

En la figura 9.167 se han dibujado los descensos, estando auxiliada la extrapolación de valores mediante la figura 9.168.

Se tienen los siguientes valores para tiempos de 1 hora:

$Q_1 = 3$ l/seg $\quad s_1 = 0{,}27$ m
$Q_2 = 6$ l/seg $\quad s_2 = s_1 + \Delta s_2 = 0{,}27 + 0{,}24 = 0{,}51$ m
$Q_3 = 12$ l/seg $\quad s_3 = s_2 + \Delta s_3 = 0{,}51 + 0{,}57 = 1{,}06$ m

$s_1/Q_1 = 1{,}04 \cdot 10^{-3}$ día/m²
$s_2/Q_2 = 0{,}98 \cdot 10^{-3}$ día/m²
$s_3/Q_3 = 1{,}02 \cdot 10^{-3}$ día/m²

TABLA 9.23 *Descensos observados en el ensayo escalonado del ejemplo 1*

Tiempo (min)	Descensos en m		
	$Q_1=3$ l/seg	$Q_2=6$ l/seg	$Q_3=12$ l/seg
1	0,197	0,445	0,943
2	0,197	0,450	1,000
3	0,203	0,455	1,018
4	0,203	0,460	1,024
5	0,203	0,465	1,031
7 ½	0,208	0,470	1,042
10	0,213	0,474	1,052
12 ½	0,218	0,479	1,060
15	0,218	0,484	1,060
20	0,235	0,487	1,095
25	0,238	0,494	1,101
30	0,247	0,504	1,106
35	0,247	0,504	1,107
40	0,260	0,519	1,109
50	0,267	0,519	1,117
60	0,268	0,526	1,120

TABLA 9.24 *Descensos observados en el ensayo escalonado del ejemplo 2*

Tiempo (min)	Descensos en m			
	$Q_1=3$ l/seg	$Q_2=6$ l/seg	$Q_3=12$ l/seg	$Q_4=25$ l/seg
1	0,140	0,243	0,730	2,256
2	0,090	0,270	0,860	3,000
3	0,091	0,297	0,965	3,652
4	0,094	0,305	1,000	4,061
5	0,097	0,314	1,050	4,418
7 ½	0,104	0,336	1,165	4,874
10	0,106	0,350	1,225	5,085
12 ½	0,110	0,358	1,295	5,283
15	0,117	0,366	1,343	5,468
20	0,118	0,369	1,420	5,644
25	0,124	0,377	1,460	5,840
30	0,125	0,379	1,530	6,000
35	0,127	0,385	1,535	6,103
40	0,121	0,387	1,555	6,277
50	0,127	0,400	1,615	6,567
60	0,127	0,404	1,636	6,735

No se pudo obtener un caudal superior con la bomba instalada para este ensayo.

Los tres valores obtenidos del descenso específico son prácticamente iguales. Por lo tanto, dentro del intervalo de caudales dado, las pérdidas de carga son proporcionales a Q. Ello no quiere decir que no existan pérdidas en el pozo.

$$s\,(m) \approx 1{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot Q\ (m^3/día)$$

El intenso desarrollo a que ha sido sometido el pozo, la instalación de un filtro de puentes con un 25 % de aberturas, el gran diámetro del pozo (400 mm) y los pequeños caudales explican la anterior linearidad.

El ensayo de bombeo se realizó con un caudal de 30 l/seg obteniéndose un descenso de 3,204 m al cabo de una hora. $s_4/Q_4 = 1{,}24$ día/m². A caudales mayores ya empiezan a aparecer descensos proporcionales a una cierta potencia de Q, puesto que el descenso específico ha crecido. Ello muestra la conveniencia de extender lo más posible el ensayo escalonado.

Tomando sólo los valores:

$s_3/Q_3 = 1{,}02$ día/m² para Q = 12 l/seg (1037 m³/día)
$s_4/Q_4 = 1{,}24$ día/m² para Q = 30 l/seg (2592 m³/día)

puede calcularse la fórmula $s = B \cdot Q + C \cdot Q^2$ con ayuda del gráfico 9.169, obteniéndose:

$$s\,(m) = 8{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot Q + 1{,}4 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2 \quad ; \quad Q \text{ en } m^3/día$$

en la que se supone que el tercer escalón corresponde al caudal de paso de régimen laminar a régimen turbulento. Los datos disponibles no permiten calcular el valor de n, y debe aceptarse que n = 2.

Como es $B = 8{,}8 \cdot 10^{-4}$, para caudales de bombeo pequeños será:

$$C \approx 1{,}02 \cdot 10^{-3} - 8{,}8 \cdot 10^{-4} = 1{,}4 \cdot 10^{-4}$$

En el ensayo de bombeo de larga duración se obtuvo:

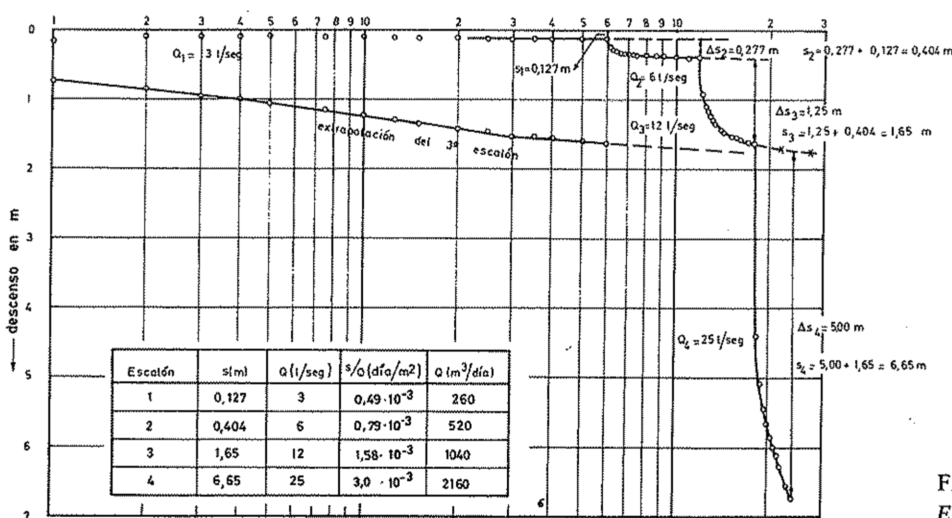
T = 1000 m²/día y S = 0,065 de los que se puede deducir que:

$$B \simeq \frac{1}{4\,\pi\,T}\ \ln \frac{2{,}25 \cdot T \cdot t}{r^2\,S}$$

Para t = 1 hora y r = 0,2 m, $B = 8{,}35 \cdot 10^{-4}$ día/m², que es similar al determinado antes. La diferencia puede ser en parte atribuible al desarrollo, a la ligera penetración parcial del pozo y a que en B pueden quedar otras causas de descenso lineales además de las del acuífero.

Ejemplo 2

En el llamado pozo Q, situado junto a la llamada Riera de Rifá, en el término municipal de Montroig (Tarragona) se realizó el día 10/9/69 el ensayo escalonado que se indica en la tabla 9.24. La zona ranurada se extiende entre 13 y



Escalón	s(m)	Q (l/seg)	s/Q (día/m²)	Q (m³/día)
1	0,127	3	$0,49 \cdot 10^{-3}$	260
2	0,404	6	$0,79 \cdot 10^{-3}$	520
3	1,65	12	$1,58 \cdot 10^{-3}$	1040
4	6,65	25	$3,0 \cdot 10^{-3}$	2160

FIGURA 9.170
Ensayo escalonado del ejemplo 2.

15 m, 21 y 31 m, 36 y 38 m para aprovechar las zonas más permeables del acuífero y evitar tramos de arenas finas y arcillosas. El nivel estático del agua era de 10,62 m bajo el borde del tubo. Determinar la fórmula que da el descenso en el pozo en función del caudal.

En la figura 9.170 se han dibujado los descensos y se han relacionado los descensos correspondientes a los distintos caudales (4 escalones). En la figura 9.171 se ha dibujado s/Q en función Q obteniéndose que los cuatro puntos representativos se ajustan a una recta. Por lo tanto n = 2 o sea:

$$s = B \cdot Q + C \cdot Q^2$$

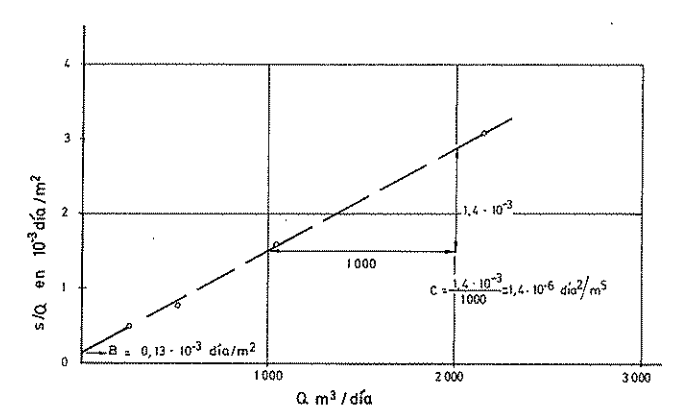


FIGURA 9.171
Determinación gráfica de los valores de B y C *de la fórmula* $s = BQ + CQ^2$. *Corresponde al ejemplo número 2.*

De la misma figura 9.170 se deduce:

$$s = 0,13 \cdot 10^{-3} \cdot Q + 1,4 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2$$

Q en m³/día, s en m

fórmula que es válida en la amplia gama de valores de 3 l/seg a 25 l/seg. Para el caudal mayor, el acuífero asociado el primer tramo de rejilla ha sido drenado sin que ello afecte a la fórmula del descenso. Ello quiere decir que el caudal de agua procedente de ese primer tramo es muy pequeño comparado con el que procede de los otros dos más profundos.

Ejemplo 3

En el llamado pozo R, situado en la finca Martí del término municipal de Montroig (Tarragona) se realizó el día 30/7/69 el ensayo escalonado que se indica en la tabla 9.25 La zona ranurada se extendía entre 16 y 23 m de profundidad, abarcando prácticamente todo el espesor útil de acuífero. La base y techo del acuífero pueden considerarse como acuitardos. El nivel estático del agua era de 14,70 m bajo el borde del tubo. Determinar la fórmula que da el descenso en el pozo en función del caudal.

En la figura 9.172 se han dibujado y tabulado los descensos correspondientes a los tres escalones. El gráfico s/Q en función de Q indica que los tres puntos representativos no quedan alineados; luego $n \neq 2$.

En la figura 9.173 se dibujan las curvas s/Q en función de Q^n. El gráfico es engorroso por tenerse que realizar frecuentes cambios de escalas en el eje de caudales. Se han representado curvas para valores n = 2, 2,5, 2,9 y 3. Para n = 2 no se obtiene claramente una recta pero sí para valores de n entre 2,5 y 3. Es difícil discernir por este procedi-

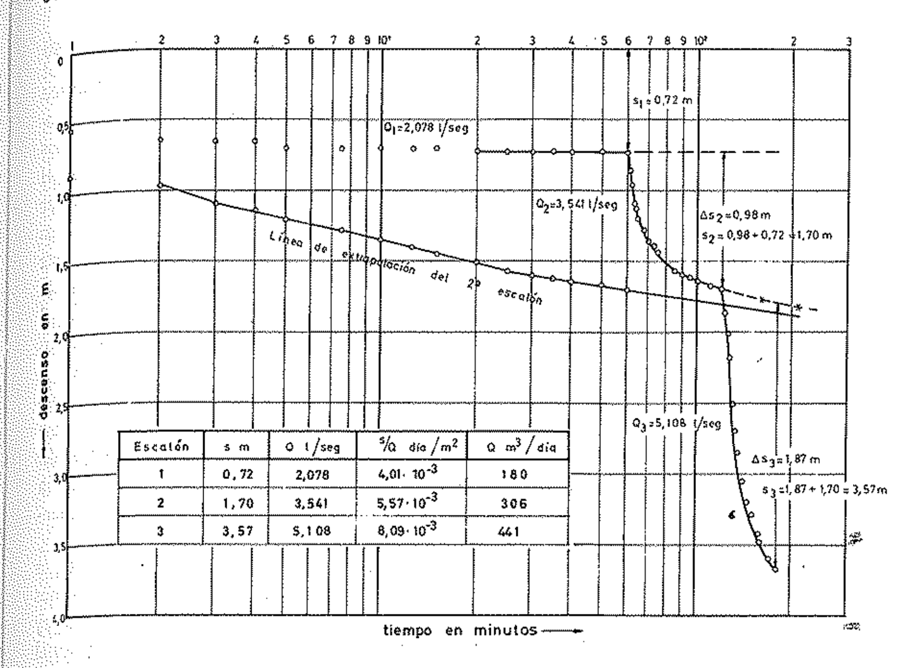


FIGURA 9.172
Ensayo escalonado del ejemplo 3.

miento el valor más ajustado de n. Sin embargo puede apreciarse que el valor de B (ordenada en el origen), varía entre 2,5 y $3{,}5 \cdot 10^{-3}$.

TABLA 9.25 *Descensos observados en el ensayo escalonado del ejemplo 3*

Tiempo (min)	Descensos en m		
	Q_1=2,078 l/seg	Q_2=3,541 l/seg	Q_3=5,108 l/seg
1	0,54	0,84	1,76
2	0,63	0,96	1,82
3	0,64	1,09	1,89
4	0,65	1,13	1,97
5	0,70	1,20	2,00
7 ½	0,70	1,28	2,18
10	0,70	1,34	2,50
12 ½	0,70	1,40	2,69
15	0,70	1,44	2,84
20	0,72	1,50	3,05
25	0,72	1,57	3,20
30	0,72	1,59	3,27
35	0,72	1,62	3,42
40	0,72	1,64	3,48
50	0,72	1,70	3,68
60	0,72	1,79	3,68

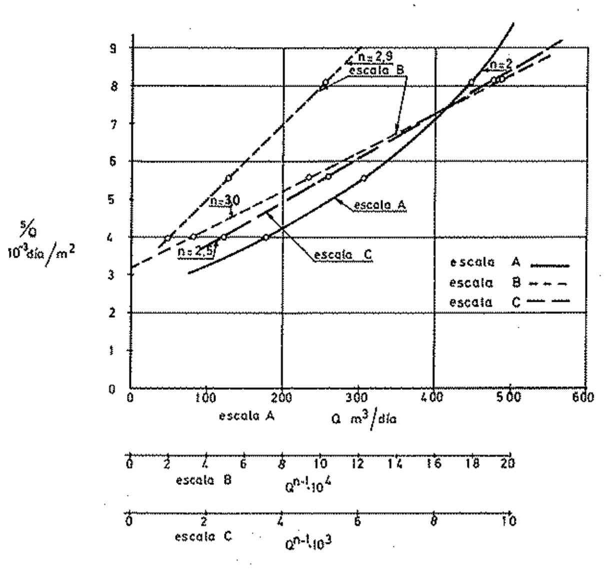


FIGURA 9.173
Determinación del valor de B por tanteos del valor de n. Corresponde al ejemplo número 3.

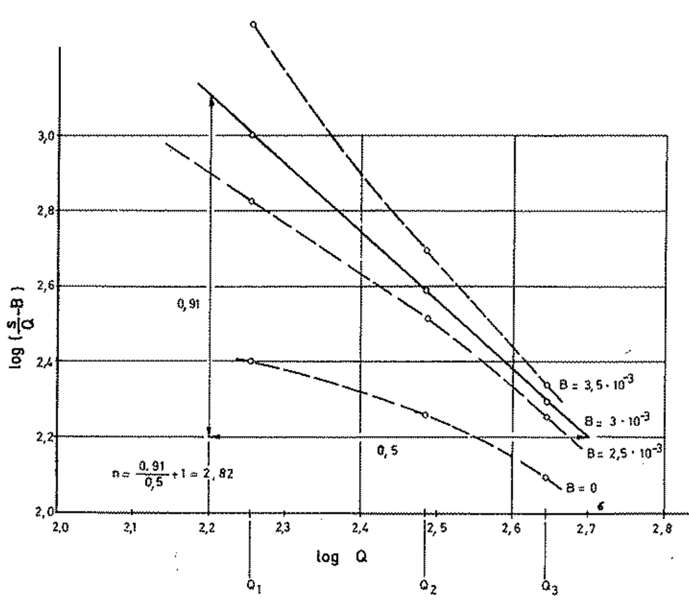


FIGURA 9.174

Determinación del valor de n *por tanteo del valor de* B. *Corresponde al ejemplo número 3.*

tado de n. Sin embargo puede apreciarse que el valor de B (ordenada en el origen), varía entre 2,5 y 3,5 · 10^{-3}.

En la figura 9.174 se hace el cálculo de n por el método de Rorabaugh[98], haciendo variar B entre los límites establecidos. El valor B = 3 · 10^{-3} es el que proporciona una recta y puede apreciarse claramente que los valores B = 3,5 · 10^{-3} y B = 2,5 · 10^{-3} producen curvas de diferente concavidad. El valor de n es 2,82. En el gráfico no puede leerse directamente el valor de C pero puede calcularse sustituyendo valores en cualquiera de las ecuaciones que definen el sistema.

$$s/Q = B + C \cdot Q^{n-1}$$

$$4{,}01 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} + C \cdot 306^{1{,}82}$$

$$C = \frac{1{,}01 \cdot 10^{-3}}{33\,420} = 3{,}02 \cdot 10^{-8}$$

Así pues:

$$s\,(m) = 3 \cdot 10^{-3}\,Q\,(m^3/\text{día}) + 3{,}02 \cdot 10^{-8}\,[Q\,(m^3/\text{día})]^{2{,}82}$$

Es probable que en la ecuación del descenso influya algo la disminución de espesor saturado del acuífero. La ecuación no es de esperar que sea exacta para caudales mucho mayores que el mayor de los utilizados.

[98] Segundo método.

15.3.4 Discusión de la ecuación del descenso

La ecuación del descenso expresa el ajuste matemático de una ecuación a unos valores experimentales. La interpretación física de las constantes B, C y n es más difícil. Tal como se ha dicho n puede variar con el caudal; para caudales pequeños el régimen es laminar y n = 1, pero para caudales mayores y en acuífero cautivo n = 2 o algo mayor; en acuífero libre, en parte debido a la progresiva reducción del espesor saturado junto al pozo, n puede variar habitualmente entre 2 y 3 o incluso llegar hasta 3,5 (Lennox, 1966), situándose los valores más frecuentes entre 2,5 y 2,9. Si el valor n representase las pérdidas de cargas atribuibles al régimen turbulento sería n = 2, como supuso Jacob, pero se suman otros fenómenos tales como la disminución de espesor saturado y el aumento del diámetro de la zona exterior al pozo afectada por turbulencia al aumentar el caudal[99].

Aun en régimen laminar, si el número de Reynolds es elevado (por ejemplo mayor que 4 a 10), las variaciones en las fuerzas de inercia hacen que no sea válida la ley de Darcy y aparece una pérdida de carga proporcional a Q^n estando n entre 1 y 2 si se mantuviese constante el diámetro de la zona de desviaciones. La progresiva disminución de espesor saturado en las proximidades del pozo en un acuífero libre al crecer el caudal, hace que n sea notablemente mayor que 2.

El valor de B, coeficiente de pérdidas de circulación en la formación, no está claramente definido. En principio, B corresponde a las pérdidas en el acuífero y por lo tanto no debería depender de nada más que del diámetro del pozo; sin embargo, diferencias de penetración, presencia de heterogeneidades, presencia de barreras próximas, etc., hace que el valor de B para dos pozos de igual diámetro en un mismo acuífero puedan diferir, a menos de que se efectúen correcciones. Con frecuencia el valor de B incluye también pérdidas en el pozo proporcionales a Q. En realidad debería considerarse que $s_p = B\,Q + B'\,Q + C\,Q^n$, siendo B exclusivamente las pérdidas en el acuífero, pero es muy difícil separar B y B′.

El valor C, tanto en régimen laminar, de transición o turbulento, depende del tipo de zona filtrante, del porcentaje de aberturas y su disposición, del grado de desarrollo del acuífero y del movimiento del agua dentro del tubo del pozo hasta llegar a la bomba. El valor de C antes y después del desarrollo de un pozo es un indicador de la efectividad del desarrollo. El valor absoluto de C dice poco de las características constructivas del

[99] Véase el estudio detallado en Rorabaugh (1953).

pozo a menos que se conozcan otros pozos en la misma formación, a fin de poder establecer comparaciones.

Walton (en Bierschenk, 1964) establece como regla orientativa que en pozos bien construidos, si están bien desarrollados, C es generalmente menor que $2{,}5 \cdot 10^{-7}$ días²/m⁵; valores entre 2,5 y $50 \cdot 10^{-7}$ señalan un principio de incrustación de la rejilla y valores mayores de $50 \cdot 10^{-7}$ señalan que la incrustación o taponamiento es ya importante. Si C es mayor que $200 \cdot 10^{-7}$ días²/m⁵ la incrustación es ya muy fuerte y la rehabilitación del pozo puede ser muy difícil o imposible (Walton, en Mogg, 1968). Estos valores se refieren al valor de C que se obtiene para $n = 2$, si ello es admisible; para valores de $n > 2$ se obtienen valores de C menores y por lo tanto lo dicho no es válido aunque puede buscarse un coeficiente equivalente $c' = C\,Q^n/Q^2$ para efectuar la comparación.

Mogg (1968) discute la validez del valor C como indicador de la correcta construcción del pozo, concluyendo que debe tomarse con precauciones, pues en general, pozos que bombean caudales importantes de acuíferos con elevada transmisividad muestran valores de C menores que los que se deducen de pozos que bombean caudales pequeños de acuíferos poco transmisores. Según Mogg (1963), parece existir una relación entre el valor de C y el producto del caudal por el caudal específico cuando el pozo se bombea a elevados caudales ($C \cdot Q \cdot Q/s = \text{cte}$).

Tal como se ha indicado, el valor de n es constante para intervalos de variación del caudal no excesivamente grandes.

Es muy importante tener en cuenta que para un cierto caudal, C y n son constantes, mientras que B es función del tiempo de bombeo y por lo tanto puede mostrar además efectos de barreras, drenajes diferidos, semiconfinamiento, penetración parcial, etc.

En ocasiones se llama radio efectivo del pozo r_e a la distancia del eje del pozo para la que el descenso teórico en el acuífero es igual al descenso observado. A veces se establece que el descenso observado es el que existe en la pared externa del pozo, lo cual incluye parte de las pérdidas en las proximidades. Si el pozo está correctamente proyectado y es $r_e < r_p$ puede admitirse que el desarrollo no es suficiente mientras si es $r_e > r_p$ el desarrollo es satisfactorio, aunque estas comparaciones deben usarse con prudencia. Como es:

$$B = \frac{1}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\,T\,t}{r_e^2\,S}$$

Si se suponen nulas las pérdidas de carga directamente proporcionales a Q, a partir del valor de B puede calcularse r_e si se conocen T y S (Llamas y Molist, 1969) pero debe tenerse en cuenta lo dicho sobre el valor de B.

El ensayo con recuperación entre los diferentes bombeos es más correcto, pero los valores difieren muy poco de los obtenidos con un ensayo escalonado, salvo que puedan llegar a existir fenómenos de influencia de barreras, de drenaje diferido, de semiconfinamiento, de reducción de espesor saturado en un medio heterogéneo, etc., que hagan que las extrapolaciones de descensos para medir Δs sean muy discutibles.

Ejemplo 4[100]

Se trata de un acuífero semiconfinado cuyos límites inferior y superior situados a 40,5 m y 31 m son arcillas y limos que actúan como límite impermeable y acuitardo respectivamente. Es un acuífero muy heterogéneo, en el que de modo general se pueden distinguir de arriba a abajo tres zonas: *a)* arenas y gravas; *b)* arenas con muchas partículas finas arcillosas, y *c)* gravas y arenas.

Las características del primer pozo construido sin asistencia técnica son:

Profundidad 36,5 m.
Diámetro de la perforación 300 mm.
Diámetro de la tubería de revestimiento 300 mm.
Profundidad de la entubación 36,5 m.
Zona ranurada: 30,5 a 36 m. Se trata pues de un pozo parcialmente penetrante, cuya zona ranurada está un poco alta.
Tipo de rejilla; ranuras de aproximadamente 10 cm de largo por 0,5 cm de ancho. Se consigue un porcentaje de aberturas del orden del 5 %.

En el ensayo escalonado con recuperación total al final de cada escalón se obtuvieron los siguientes resultados (fig. 9.175):

Escalón	Q (m³/día)	Tiempo de bombeo (min)	Descensos (m)
1	199	32	5,29
(2)[101]	950	9	17,50
3	294	30,5	8,29
4	475	32	14,23

[100] Ensayos realizados por el Servicio Geológico de Obras Públicas en unas captaciones construidas por una empresa privada en el acuífero Fluviá-Muga (Gerona) (Llamas y Molist, 1968).

[101] El escalón 2 no es válido pues la bomba llega a tomar aire, con lo cual disminuye apreciablemente un caudal.

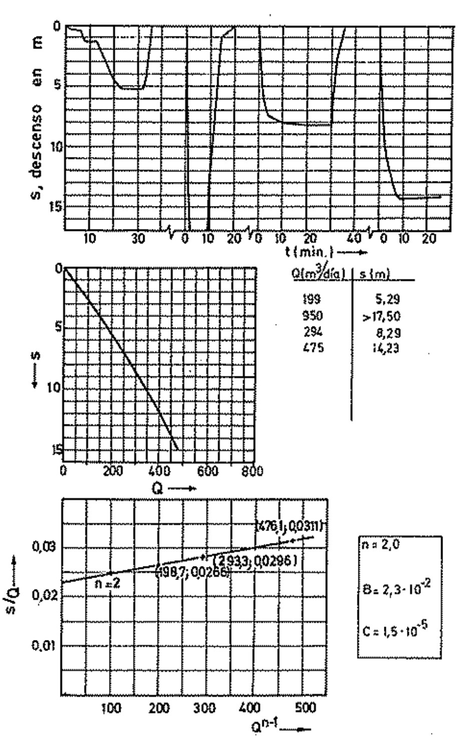


FIGURA 9.175

Ensayo escalonado en un pozo deficientemente construido. Corresponde al ejemplo número 4.

Las ecuaciones planteadas son:

$$5{,}29 = B \cdot 199 + C \cdot 199^n$$
$$8{,}29 = B \cdot 294 + C \cdot 294^n$$
$$14{,}23 = B \cdot 475 + C \cdot 475^n$$

cuya resolución lleva a:

$n = 2{,}0$; $B = 2{,}3 \cdot 10^{-2}$; $C = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$

siendo la ecuación del pozo:

$$s = 2{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot Q + 1{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot Q^{2,0}$$

A partir del ensayo de bombeo y mediante valoración de medidas de descenso en pozos próximos se han obtenido los parámetros del acuífero ($T = 650$ m²/día; $S = 6 \cdot 10^{-4}$; $k' = 0{,}02$ m/día; $b' = 20$ metros). Con estos valores y teniendo en cuenta que el pozo era incompleto, se han calculado los descensos en el tercer escalón de bombeo, obteniéndose un descenso teórico $s_1 = 0{,}50$ m, resulta una pérdida de carga $s_2 = 7{,}79$ m. Como teóricamente es:

$$B = \frac{s_1}{Q} \quad \text{y} \quad C = \frac{s - s_1}{Q^2} = \frac{s_2}{Q^2}$$

$$s = 1{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot Q + 9{,}0 \cdot 10^{-5} Q^2$$

Donde se ve que el valor B deducido en el ensayo de bombeo escalonado es unas diez veces mayor que el deducido de acuerdo con los parámetros del acuífero; el coeficiente C indica que la eficiencia del pozo es muy baja y que su reparación mediante desarrollo es prácticamente imposible de acuerdo con los valores dados en el apartado 15.3.3.

La causa de la baja eficiencia de este pozo se cree que es múltiple: *a)* reducido porcentaje de huecos; *b)* pozo parcialmente penetrante; *c)* rejilla parcialmente situada en la capa semiconfinante superior lo que ha provocado arrastre de materiales finos a la zona inferior; *d)* desarrollo probablemente mal realizado o insuficiente.

Se construyó un nuevo pozo en un lugar próximo con un cuidadoso proyecto, cuyas características son:

Profundidad 41 m.
Diámetro de la perforación 600 mm.
Diámetro de la tubería de revestimiento 600 mm.
Profundidad de la entubación 41 m.
Zona ranurada: 32,50 a 40,50 m. Se trata de un pozo prácticamente completo.
Tipo de rejilla: ranuras de 7 mm por 50 mm. Se consigue un porcentaje de huecos del orden del 15 %.

Se realizó un bombeo a caudal constante ($Q = 90$ l/seg) durante 7 horas observándose los descensos en el pozo y en dos piezómetros situados a 3 m y 215 m de distancia respectivamente.

A partir de la curva descensos-tiempos de los piezómetros se han obtenido los parámetros hidráulicos del acuífero que resulta cautivo a efectos prácticos (el efecto de semiconfinamiento del ensayo preliminar en el primer pozo no era más que un efecto de penetración parcial) resultando:

$$T = 800 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = 6 \cdot 10^{-4}$$

Para determinar la eficacia del pozo se ha calculado el descenso teórico en función de los valores de T y S comparándolo con el descenso real observado en el pozo ($s = 11{,}09$) (fig. 9.176):

$$B = \frac{s_1}{Q} = \frac{1}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\, T\, t}{r^2 \cdot S} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$$

$$s_1 = 10{,}94 \text{ m}$$

$$C = \frac{11{,}05 - 10{,}94}{Q^2} = \frac{0{,}11}{(90 \cdot 86{,}4)^2} = 1{,}82 \cdot 10^{-7}$$

La ecuación del pozo será, pues:

$$s = 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot Q + 1{,}8 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

El rendimiento obtenido en este pozo es netamente superior al primero a pesar de estar en el mismo acuífero; el coeficiente B es unas diez veces inferior y el C es más de mil veces más pequeño. Se trata pues de un ejemplo claro de cómo en un mismo acuífero pueden construirse pozos aparentemente análogos pero con eficiencias notablemente diferentes.

Ejemplo 5[102]

En un pozo cuyas características son:

Profundidad 300,5 m.
Diámetro de la perforación 720 mm (de 0 m a 23 m); 540 mm (de 23 m a 66 m); 390 mm (de 66 m a 220 m); 220 mm (de 220 m a 300,5 m).
Diámetro de la tubería de revestimiento y profundidad de la entubación 700 mm (de 0 m a 18,6 m); 550 mm (18,6 m a 23 m); 400 mm (de 23 m a 66 m); 300 mm (de 66 m a 205 m).
La tubería está ranurada a partir de los 18,6 m.

Se ha realizado un bombeo escalonado con caudales descendentes; los datos de los tres escalones realizados figuran en el cuadro siguiente y en la figura 9.177.

Escalón	Q (m^3/día)	Tiempo de bombeo (horas)	Descensos (m)
1	475	24	81,90
2	314	24	39,40
3	119	24	8,15

$$81{,}90 = 475\,B + 475^n \cdot C$$
$$39{,}40 = 314\,B + 314^n \cdot C$$
$$8{,}15 = 119\,B + 119^n \cdot C$$

Resueltas gráficamente se obtiene (fig. 9.177):

$n = 2{,}0$; $B = 3{,}3 \cdot 10^{-2}$; $C = 2{,}9 \cdot 10^{-4}$

siendo la ecuación del pozo:

$$s = 3{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot Q + 2{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot Q^{2{,}0}$$

El valor C indica que existe una pérdida de carga muy importante debida probablemente a la circulación del agua en régimen turbulento. Las aberturas practicadas en la tube-

[102] Ensayo realizado por el Servicio Geológico de Obras Públicas en un pozo próximo al río Matarraña (Teruel) en calizas karstificadas jurásicas y cretácicas (Llamas y Molist, 1968).

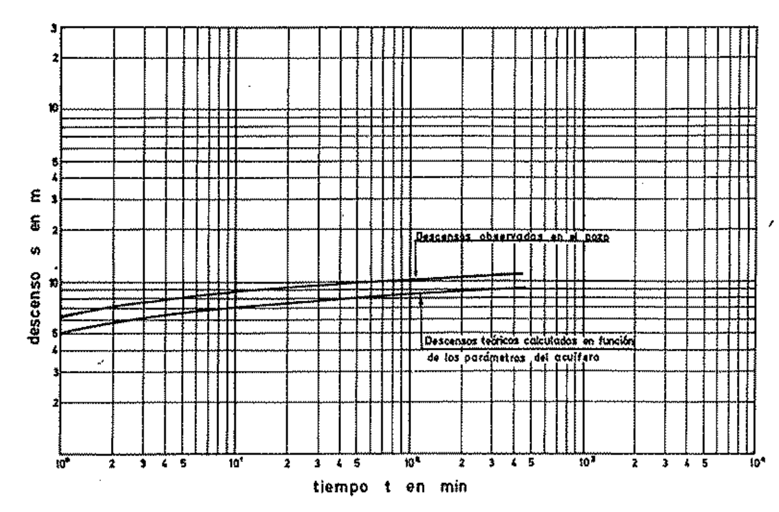


FIGURA 9.176
Ensayo de bombeo con observaciones en el propio pozo y resultados corregidos. Corresponde al ejemplo número 4.

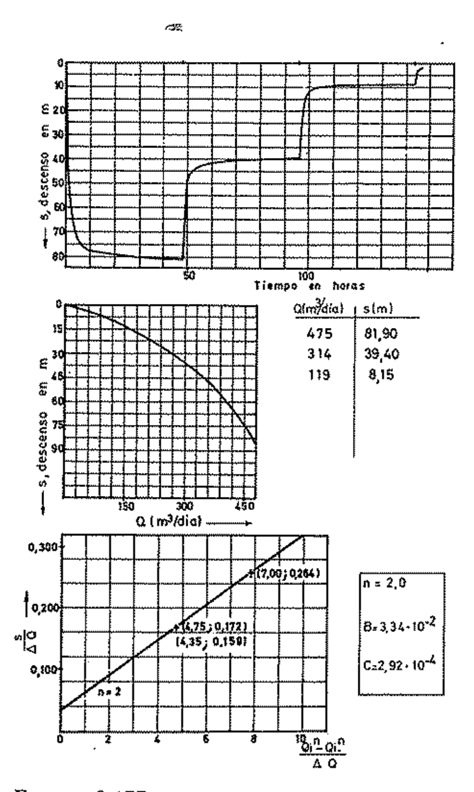


FIGURA 9.177
Ensayo escalonado en calizas. Corresponde al ejemplo número 5.

ría son suficientes para los caudales extraídos por lo que la pérdida de carga debe producirse en el acuífero; se atribuye este hecho a que la entrada del agua en la perforación del pozo se realiza en buena parte por unas pocas fisuras en las que el agua circula a gran velocidad. De todas formas hay que tener en cuenta que se trata de un acuífero libre no homogéneo y las fórmulas anteriores se han deducido en la hipótesis de acuíferos homogéneos y cautivos. Sin embargo, el estúdio de la fórmula permite llegar a la conclusión de que la mayor parte del descenso se debe al régimen turbulento provocado por la deficiente comunicación entre la perforación del pozo y el acuífero. Un desarrollo por ácido sería posiblemente eficaz.

15.4 EFICIENCIA DE UN POZO

Se llama eficiencia de un pozo a:

$$ef = \frac{\text{s teórico}}{\text{s real}} = \frac{\text{caudal específico real}}{\text{caudal específico teórico}}$$

siendo s teórico = descenso teórico que se tendría en la pared del pozo de acuerdo con los valores de transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero y suponiendo que no hay turbulencia y s real el descenso real observado en el pozo. Estos valores deben referirse a un mismo tiempo, por ejemplo a una hora después de iniciado el bombeo.

Según Mogg (1968), la eficiencia de un pozo estaría definida con mayor precisión como:

$$ef = \frac{q_p}{q_c}$$

en la que

q_p = caudal específico del pozo real para el caudal de proyecto en un ensayo de 24 horas de duración

q_c = caudal específico máximo calculado a partir de las características del acuífero y del pozo en un tiempo de 24 horas.

Como con el tiempo de bombeo crece el descenso teórico y el descenso real es el teórico más un valor que sólo depende del caudal de bombeo, la eficiencia de un pozo crece ligeramente con el tiempo de bombeo y de ahí que sea preciso referir la eficiencia a una duración del mismo determinada.

Para el cálculo de eficiencias es recomendable calcular el descenso teórico a partir de valores de T y S (se precisa de un piezómetro) (Mogg, 1968).

Si no se dispone de una valoración de las características del acuífero, que sea de garantía el valor de la eficiencia puede calcularse si se admite que B · Q representa el descenso teórico, pues puede escribirse:

$$ef = \frac{BQ}{BQ + CQ^n} = \frac{1}{1 + \frac{C}{B} Q^{n-1}}$$

en la que debe tenerse en cuenta las incertidumbres de significado físico de B y que además B es variable con el tiempo. En general y a efectos de comparación conviene manejar valores de B referidos al pozo completo.

La eficiencia de un pozo en que todas las pérdidas de carga son directamente proporcionales a Q será:

$$ef = \frac{1}{1 + C/B}$$

pero los valores de C y B no son separables de forma sensible.

En régimen laminar, la eficiencia de un pozo es una constante y empieza a disminuir rápidamente al aumentar el caudal cuando empieza el régimen turbulento. El caudal para el que se inicia la disminución de la eficiencia es el *caudal crítico.* La eficiencia y el caudal crítico están influenciados notablemente por el diámetro del pozo, creciendo al crecer el valor de éste (Bierschenk, 1964.)

La eficiencia es un dato de gran valor para el conocimiento de la calidad de la construcción de un pozo y permite comparar pozos en la misma formación, si se toman iguales tiempos e iguales caudales. Sin embargo no es un criterio acertado para comparar pozos en formaciones diferentes.

En acuíferos cautivos poco permeables, la eficiencia de los pozos suele ser alta ya que la mayor parte de la pérdida de carga es imputable a la formación. Por el contrario, en acuíferos muy permeables, la eficiencia puede ser baja si el pozo no ha sido construido muy cuidadosamente y/o no ha sido bien desarrollado[103]. Naturalmente deben compararse eficiencias de pozos en acuíferos diferentes.

La comprobación sistemática de la eficiencia de un pozo puede mostrar efectos de incrustación y corrosión, señalando la necesidad de un mantenimiento preventivo.

Un pozo que en el ensayo escalonado muestra una reducción de caudal específico no superior al 10 % puede considerarse bien calculado y desarrollado.

[103] Considérese lo dicho en el apartado 15.3.4.

Si un pozo se bombea a un caudal muy alto, la consiguiente elevada reducción de potencial puede ocasionar compactación con la consiguiente reducción de T y S. Es preciso no confundir este efecto con una reducción de la eficiencia del pozo.

Si hay un intensivo desarrollo o un macizo de grava, puede suceder a veces que el descenso observado sea menor que el descenso calculado, originando que la eficiencia calculada sea algo mayor que 1. La explicación radica en el valor del radio efectivo del pozo que no es el del tubo, sino mayor.

15.5 CURVAS CARACTERÍSTICAS

Se llama curva característica de un pozo a la relación gráfica entre el caudal y el descenso de un pozo. También se llaman curvas características a las relaciones gráficas entre los caudales específicos y los descensos[104]. Se trata de curvas que caracterizan una captación determinada si los niveles regionales del agua subterránea o el coeficiente de almacenamiento no sufren variaciones importantes. Las averías y envejecimiento (corrosión, incrustación, colmatación, etc.), suponen una variación en la curva característica que puede servir para indicar el momento de efectuar reparaciones o mantenimiento preventivo (Custodio, 1968).

15.6 CURVAS CARACTERÍSTICAS EN AUSENCIA DE PÉRDIDAS EN EL POZO

Si el acuífero es cautivo o semiconfinado y no se realiza el paso a libre del mismo en los alrededores del pozo de bombeo, el caudal es directamente proporcional al descenso producido (ver capítulos 9.3 y 9.4) y por lo tanto la curva característica, Q en función de s_p es una recta que pasa por el origen y la curva Q/s_p en función de s_p es una paralela al eje de descensos (figura 9.178). Si el régimen no es permanente, todos los datos deben referirse a un mismo tiempo de bombeo puesto que a un mismo caudal el descenso en el pozo crece con el tiempo de bombeo (fig. 9.178), por lo menos en los primeros tiempos. Las desviaciones del comportamiento del acuífero respecto al modelo teórico no influyen en estas curvas.

Si el acuífero es libre, el descenso de nivel ocasiona una disminución de transmisividad y por lo tanto el

[104] En ocasiones se dibujan curvas de caudal en función del descenso específico (Q — s/Q) o del caudal específico (Q — Q/s).

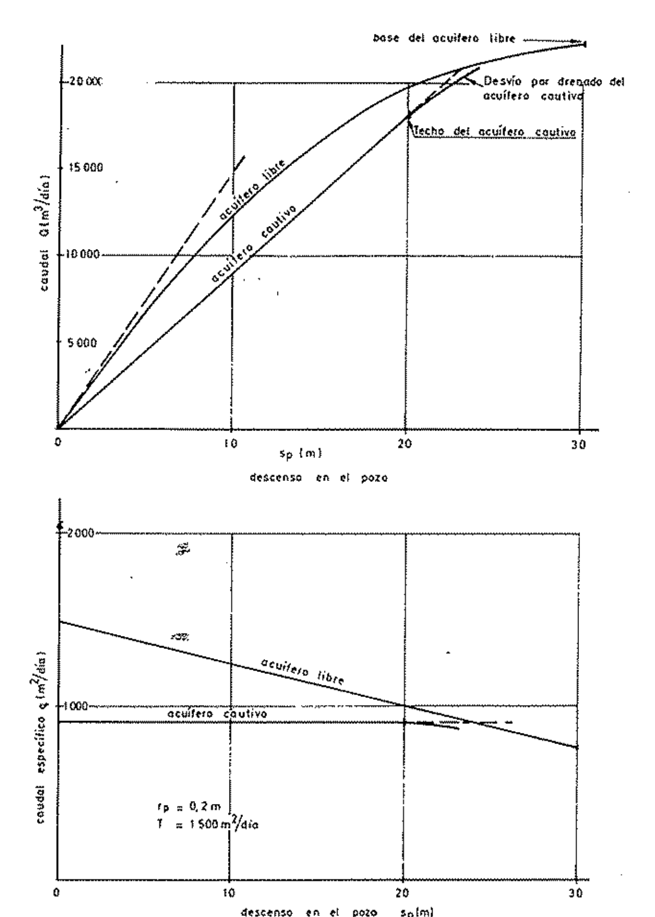


FIGURA 9.178

Curvas características teóricas de dos pozos de igual diámetro en acuífero libre y en acuífero cautivo de igual transmisividad inicial. Corresponde al ejemplo 6.

ritmo de crecimiento del descenso es mayor que el del caudal. En el apartado 3.4.2 del capítulo 4 se dedujo para un cierto tiempo de bombeo:

$$Q = s_p \frac{2\,H_o - s_p}{2 \cdot C' \cdot H_o}$$

con

$$C' = \frac{\ln (R/r_p)}{2\,\pi\,k\,H_o}$$

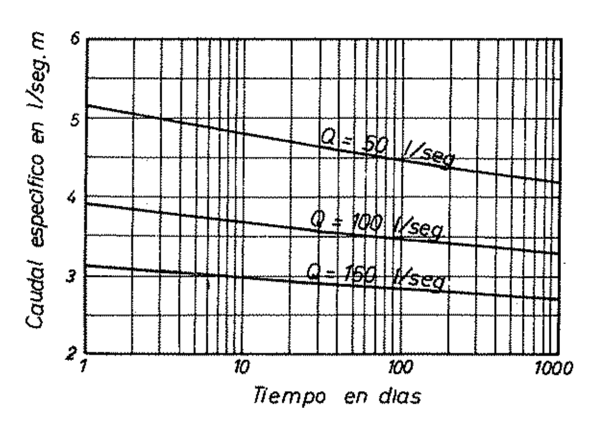


FIGURA 9.179

Variación del caudal específico en un pozo típico de bombeo en función del caudal y del tiempo para $T = 1040\ m^2/día$; $S = 2{,}6 \cdot 10^{-4}$; $r_p = 0{,}75$ m y $C = 1280\ m^{-5}$ seg. ($s_p = A\,Q + C\,Q^2$.)

Esta ecuación es la de una parábola de segundo grado que pasa por el origen (fig. 9.179) de eje paralelo al eje de caudales y vértice en el punto de caudal máximo ($s = H_o$).

El valor de C' se puede determinar con un valor de Q y s_p e incluso se puede determinar C' y H_o si se conocen dos valores correspondientes de Q y s_p.

La ecuación que da el caudal específico es:

$$q = \frac{Q}{s_p} = \frac{2\,H_o - s_p}{2 \cdot C' \cdot H_o} = \frac{1}{C'} - \frac{s_p}{2 \cdot C' \cdot H_o}$$

que es la ecuación de una recta de pendiente $-1/(2 \cdot C' \cdot H_o)$ y ordenada en el origen $1/C'$. Conociendo dos valores correspondientes de q y s_p se puede determinar fácilmente C' y H_o. Sin embargo, en la realidad se tienen las pérdidas en los pozos que hace que los valores hallados de C' y H_o sean sólo unas primeras aproximaciones, tanto mejores cuanto más se asemeje el descenso observado al descenso teórico.

Ejemplo 6

Determinar las curvas características teóricas de un pozo completo de 400 mm de diámetro construido en un acuífero cuya transmisividad sea de 1500 m²/día, en los dos casos siguientes: *a)* acuífero cautivo con $S = 10^{-4}$ y altura del nivel piezométrico estacionario sobre el techo del acuífero de 20 m; *b)* acuífero libre con $S = 0{,}2$ y espesor saturado inicial de 30 m. En ambos casos, referir las curvas características a 24 horas de bombeo. Se supone que se pueden despreciar las pérdidas en el pozo.

Caso *a)*

$$s_p = \frac{Q}{4\,\pi\,T} \ln \frac{2{,}25\,T\,t}{r_p^2\,S} =$$

$$= \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot 1500} \ln \frac{2{,}25 \cdot 1500 \cdot 1}{0{,}2^2 \cdot 10^{-4}}$$

$$Q\,(m^3/día) = 917 \cdot s_p\,(m)$$

$$q\,(m^2/día) = 917$$

Caso *b)*

Admitiendo que $R = 1{,}5 \sqrt{\dfrac{T\,t}{S}}$

se puede tomar un radio de influencia de

$$R = 1{,}5 \sqrt{\frac{1500 \cdot 1}{0{,}2}} = 130\ m$$

$$k = T/H_o = 1500/30 = 50\ m/día$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500}{\ln\,(130/0{,}2)} = 1455$$

Con Q en m³/día y s_p en m:

$$Q = s_p \cdot 1455 \cdot \frac{2 \cdot 30 - s_p}{2 \cdot 30} =$$

$$= 24{,}3\,s_p\,(60 - s_p) = 1455\,s_p - 24{,}3\,s_p^2$$

$$q = 24{,}3\,(60 - s_p) = 1455 - 24{,}3\,s_p$$

Estas ecuaciones están representadas en la figura 9.179.

15.7 CURVAS CARACTERÍSTICAS EN POZOS REALES

En los pozos reales deben tenerse en cuenta las pérdidas en el pozo. Tal como se ha visto:

$$s_p = B\,Q + C\,Q^n$$

Si el pozo está en un acuífero cautivo ya se ha expuesto el significado de B y C. Si el acuífero es libre también es posible ajustar una ecuación similar, pero en este caso C incluye pérdidas en el pozo y pérdidas por circulación en la formación, y el valor de B es más difícil de interpretar.

Las curvas características vienen dadas por la anterior

ecuación de la que no puede explicitarse Q de forma sencilla.

Si los caudales de bombeo son pequeños y el régimen es laminar es n = 1, luego:

$$q = \frac{Q}{s_p} = \text{cte}$$

y la curva característica $Q - s_p$ es una recta que pasa por el origen y la curva característica $q - s_p$ es una paralela al eje de descensos tal como sucedía para las curvas características teóricas de los acuíferos cautivos, aunque sólo se superponen si es C = 0.

Si puede admitirse que es n = 2 y los descensos son grandes:

$$s_p > \frac{10\,B^2}{4\,C}$$

$$Q \approx -\frac{B}{2\,C} + \sqrt{\frac{s_p}{C}}$$

como puede deducirse matemáticamente. En este caso dominan las pérdidas en el pozo sobre el descenso en el acuífero.

En la figura 9.180 viene representada la función $x = A\,y + B\,y^2$ ($s_p = B\,Q + C\,Q^2$) que pasa por los dos puntos fijados en ella. Se trata de una parábola de eje paralelo al eje de descensos y cuyo vértice se sitúa en el tercer cuadrante (x e y negativos). La curvatura se aprecia bien para puntos en los que y/x es grande, por ejemplo mayor que 2. Si este cociente es pequeño, los puntos representativos quedan casi alineados, y para valores de x e y grandes puede parecer que se obtiene una recta que no pasa por el origen; la simple contemplación de esos puntos aparentemente alineados puede llevar a deducir que apenas hay pérdidas proporcionales a x^2 (Q^2), lo cual no es cierto.

Aunque la inspección visual de las curvas características dé una importante y rápida información sobre las características del pozo, es preciso obrar con prudencia. Sólo puede asegurarse que las pérdidas en el pozo son pequeñas cuando la recta que pasa por los puntos experimentales pasa también claramente por el origen.

En la propia figura 9.180 se representa y/x = f (x) o sea q en función de s_p y se aprecia también que su variación se hace cada vez más lenta. El que el caudal específico varíe poco al incrementarse el caudal no es razón suficiente para asegurar que las pérdidas en el pozo son pequeñas, pudiendo llevar una aseveración tan simplista a errores notables.

Comparando la figura 9.178 con la 9.180 puede verse

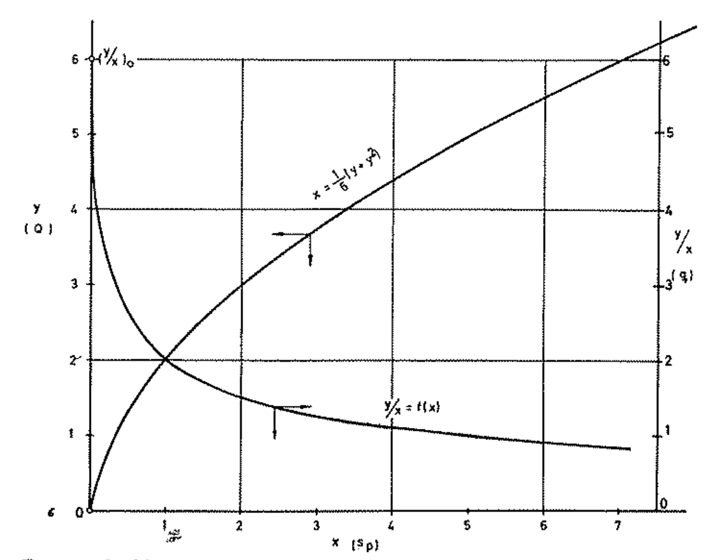


FIGURA 9.180

Representación de la función $x = B\,y + C\,y^2$ *y de la función* y/x.

que la forma de la curva característica $Q - s_p$ es similar para pozo con pérdidas y pozo sin pérdidas en acuífero libre, pero sin embargo la diferencia es clara al tratar las curvas q en función de s_p. Sin embargo en las curvas Q en función de s_p para acuífero libre sin pérdidas de carga en el pozo, la máxima curvatura se tiene cerca del punto $s_p = H_o$ y para descensos pequeños se tiene casi una recta.

En la figura 9.181, se reúnen esquemáticamente los diferentes tipos de curvas características que pueden presentarse incluyendo una errónea. Los errores de determinación de niveles o caudales, la medida de niveles ficticios o el cambio de las características del acuífero durante los ensayos (cambio del nivel inicial, bombeo de un pozo próximo, cambio del coeficiente de almacenamiento por asentamiento, desarrollo del pozo o colmatación, etc.) pueden deformar notablemente las curvas características, falseando su interpretación. Conviene repetir alguno de los datos iniciales al finalizar los ensayos para asegurar que se reproduce. No conviene tomar datos de épocas diferentes para trazar la curva ya que pueden haber cambiado las condiciones del pozo o del acuífero[105].

[105] En un pozo de Cornellá (Barcelona), el descenso en un pozo a un caudal de 200 l/seg puede pasar de 4,5 a 2,5 m al descender el nivel regional del agua desde 12 m de profundidad a 18 (paso de cautivo a libre). (Custodio 1970, informes internos).

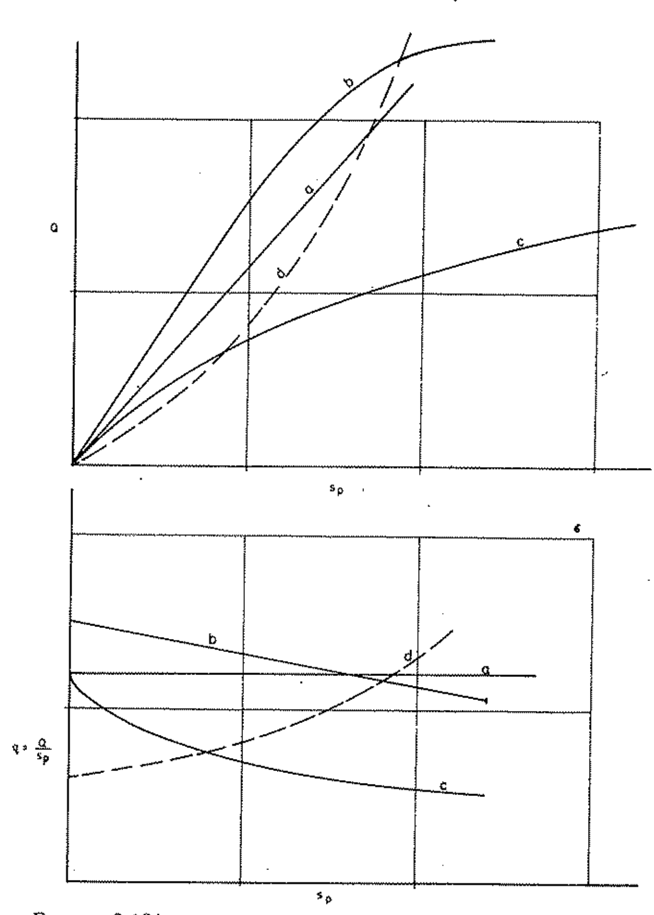


FIGURA 9.181

Tipos de curvas características de pozo: a) *en acuífero sin pérdida en el pozo;* b) *en acuífero libre sin pérdidas en el pozo;* c) *con pérdidas no lineales en el pozo;* d) *datos mal tomados, ensayo defectuoso o acuífero con características cambiantes durante los ensayos.*

15.8 ANOMALÍAS EN LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS

A veces, la forma y condiciones de las curvas características son diferentes de las establecidas.

Un tipo sencillo de anomalía es la que se presenta cuando el valor del exponente n es 1 hasta un cierto valor crítico Q_c, a partir del caudal se tiene $n = 2$ o superior (fig. 9.182). Esta anomalía corresponde al cambio del régimen laminar al turbulento al ir incrementando el caudal.

Si el pozo está abierto en varios acuíferos con diferente nivel estático, en ausencia de bombeo se tiene un nivel en el pozo que es intermedio entre el del acuífero de potencial mayor y el de potencial menor, existiendo una circulación de agua por el interior del mismo. Al establecerse el bombeo, para caudales pequeños no todos los acuíferos aportan agua, pero sí lo hacen a caudales de bombeo grandes. Ello conduce a que la curva característica tenga una forma anormal como la dibujada en la figura 9.183 de modo que para caudales pequeños puede llegar a obtenerse una curva cóncava respecto al eje de caudales y para caudales grandes una parábola que no pasa por el origen, sino que corta al eje de descensos en un valor positivo. Es como si con caudal cero ya se tuviese un descenso que es el provocado en los acuíferos de mayor potencial por los acuíferos que lo tienen menor. Al intentar ajustar la fórmula $s_p = B\,Q + C\,Q^n$ se pueden obtener valores de C negativos.

Ejemplo 7

Calcular la curva característica de un pozo ranurado en dos acuíferos de diferente potencial hidráulico de forma que el primer acuífero proporcione un caudal Q_1 según la ley $s_1 = 2\,Q_1 + Q_1^2$ y el segundo según la ley $s_2 = Q_2 + 3\,Q_2^2$ estando s_1 y s_2 en m y Q_1 y Q_2 en miles de m³/día. Estos descensos son los referidos al nivel piezométrico indi-

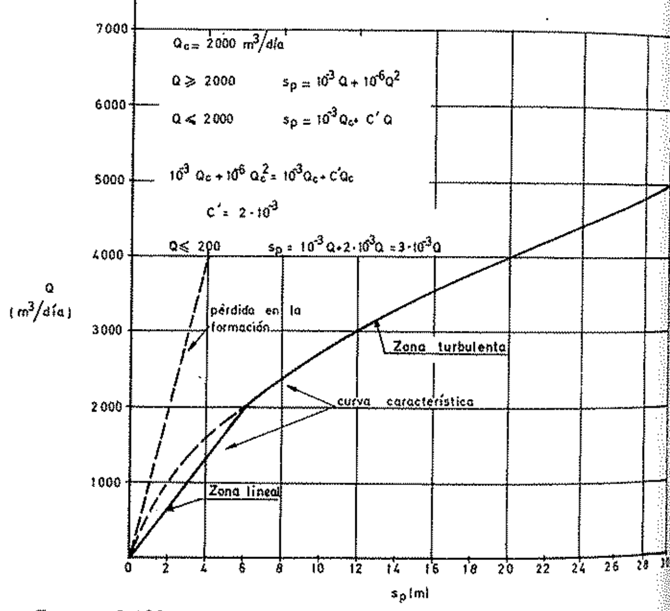


FIGURA 9.182

Curva característica con porción lineal y porción turbulenta.

vidual de cada acuífero. El acuífero 1 tiene un nivel piezométrico de 100 m referidos al nivel del mar y el 2 de 160 m. Determinar la curva característica del pozo observada, tal como se obtendría en un ensayo.

El primer paso a realizar es determinar el nivel del agua en el pozo H en ausencia de bombeo. El acuífero 1 toma un caudal Q_c cedido por el acuífero 2, de modo que el balance de caudal es nulo. Este nivel H supone un descenso $160 - H$ para el acuífero 2 y un ascenso $H - 100$ para el 1.

$$160 - H = Q_c + 3\,Q_c^2$$
$$H - 100 = 2 \cdot Q_c + Q_c^2$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se tiene:

$$60 = 3\,Q_c + 4\,Q_c^2 \quad ; \quad Q_c = 3{,}52 \quad ; \quad H = 119{,}4 \text{ m}$$

Si se bombea un caudal $Q = Q_2 - Q_1$ con un nivel h mayor que 100 m:

$$160 - h = Q_2 + 3\,Q_2^2$$
$$h - 100 = 2\,Q_1 + Q_1^2$$

$$Q = \frac{-1 + \sqrt{1 + 12\,(160 - h)}}{6} + 1 - \sqrt{1 + h - 100}$$

y si se bombea $Q = Q_1 + Q_2$ con un nivel h menor que 100 m:

$$160 - h = Q_2 + 3\,Q_2^2$$
$$100 - h = 2\,Q_1 + Q_1^2$$

$$Q = \frac{-1 + \sqrt{1 + 12\,(160 - h)}}{6} - 1 + \sqrt{1 + 100 - h}$$

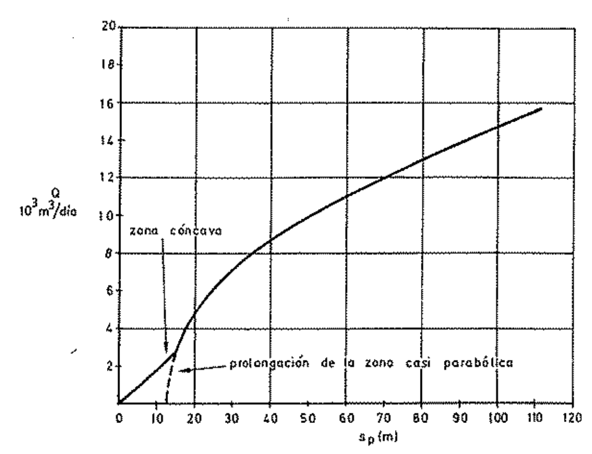


FIGURA 9.183
Curva característica de un pozo ranurado en dos acuíferos de distinto nivel piezométrico. Corresponde al ejemplo número 7.

Como el descenso observado $s_p = H - h$ es:
$h = 119{,}4 - s_p$
o sea que para:

$s_p \leq 19{,}4$ m

$$Q = \frac{-1 + \sqrt{488{,}2 + 12\,s_p}}{6} + 1 - \sqrt{20{,}4 - s_p}$$

$s_p \geq 19{,}4$ m

$$Q = \frac{-1 + \sqrt{488{,}2 + 12\,s_p}}{6} - 1 + \sqrt{s_p - 18{,}4}$$

Con estas ecuaciones se obtiene:

s_p	$\frac{1}{6}\sqrt{488{,}2+12\,s_p}$	$\sqrt{20{,}4-s_p}$	$\sqrt{s_p-18{,}4}$	$-\frac{1}{6}+1$	$\frac{1}{6}+1$	Q
5	3,90	3,92	—	0,83	—	0,81
10	4,11	3,22	—	0,83	—	1,72
15	4,31	2,32	—	0,83	—	2,82
19,4	4,48	1,00	1,00	0,83	1,17	4,31
20	4,50	—	1,26	—	1,17	4,59
25	4,68	—	2,57	—	1,17	6,08
30	4,85	—	3,41	—	1,17	7,09
40	5,19	—	5,65	—	1,17	9,67
50	5,50	—	5,62	—	1,17	9,95
75	6,21	—	7,52	—	1,17	12,56
100	6,85	—	9,03	—	1,17	14,71

A partir de cuyos valores puede iniciarse la curva característica de la figura 9.183.

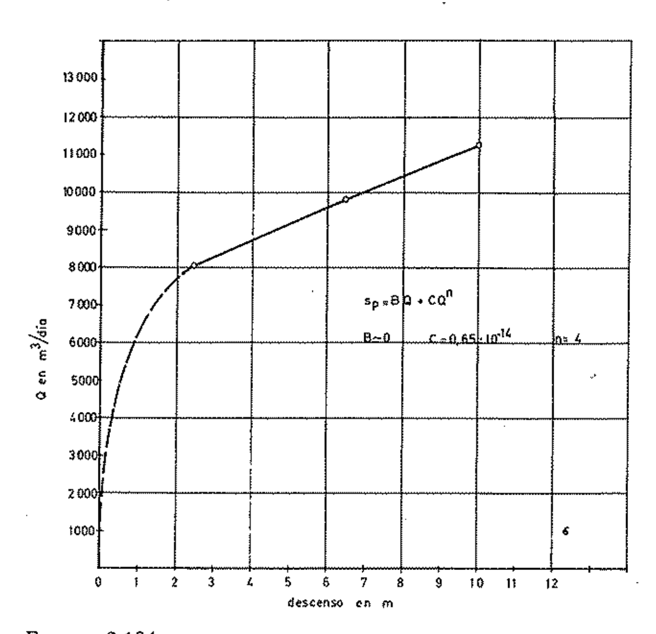


FIGURA 9.184

Curva característica anómala. Corresponde a un acuífero cautivo en roca fisurada en El Pasico (Albacete). (Datos de Tomás Salmerón, 1960.)

Ejemplo 8

Demostrar que la curva característica Q en función de s_p de un pozo que extrae agua de dos acuíferos de distinto nivel piezométrico es una recta que pasa por el origen si el descenso provocado en cada acuífero sólo comporta pérdidas de carga lineales.

Sea h_1 el nivel piezométrico del primer acuífero, h_2 el del segundo y h el nivel de bombeo en el pozo. Es $h_1 > h_2$ y los caudales aportados por los acuíferos 1 y 2 son respectivamente Q_1 y Q_2:

$h_1 - h = A_1 Q_1$
$h_2 - h = A_2 Q_2$ pudiendo ser Q_2 negativo.

Sin bombeo se establece un nivel de agua en el pozo H con una circulación de agua Q_c tal que:

$h_1 - H = A_1 Q_c$
$h_2 - H = -A_2 Q_c$

de donde:

$$Q_c = \frac{h_1 - h_2}{A_1 + A_2} \quad \text{y} \quad H = \frac{h_1 A_2 + A_1 h_2}{A_1 + A_2}$$

$$s_p = H - h \quad ; \quad h = H - s_p$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{h_1 - h}{A_2} + \frac{h_2 - h}{A_2} =$$

$$= \frac{h_1 - H + s_p}{A_1} + \frac{h_2 - H + s_p}{A_2}$$

$$Q = \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) s_p$$

como se quería demostrar.

En ocasiones, al intentar ajustar a los puntos experimentales una función del tipo $s_p = B\,Q + C\,Q^n$ se obtiene un valor de B negativo que carece de significado físico. Gráficamente la curva toma el aspecto de la figura 9.184. Varias pueden ser las causas que dan origen a esta anomalía. En acuíferos libres o en acuíferos cautivos que pasan a libres en las proximidades del pozo, el descenso provocado hace variar la altura de acuífero saturado junto al pozo y la longitud de rejilla útil, debido a lo cual la relación entre s_p y Q es una función más complicada, creciendo los descensos muy rápidamente con el caudal.

Si el bombeo provoca la recarga inducida de un río y el río sólo puede aportar un cantidad limitada de agua por unidad de longitud al crecer el caudal, puede llegar un momento en que la porción próxima del río sea incapaz de suministrar sin pérdida de carga importante el caudal requerido y se produce un descenso en el mismo. Entonces la distancia efectiva al río crece con lo cual el descenso por circulación en el acuífero en régimen estacionario:

$$s_p = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2x_o}{r_p} \qquad x_o = \text{distancia al río}$$

crece con el caudal y con el incremento de x_o.

En acuíferos permeables por fisuración, un incremento de caudal provoca la circulación turbulenta en un mayor número de fisuras y a distancias mayores lo que hace que el valor de n de la fórmula indicada sea anormalmente elevado, incluso 4 (fig. 9.184) o más. En acuíferos en rocas fisuradas o karstificadas también se producen anomalías cuando el nivel del agua en el pozo desciende por debajo de la zona de mayor permeabilidad. En un gráfico s_p/Q en función de Q puede llegarse a producir una brusca ruptura de pendiente que delata la posición del final del tramo permeable.

Una fuente de errores en el trazado de las curvas características es la determinación del descenso que corresponde a cada caudal en un ensayo escalonado tal como se comentó en 15.3.2. Otras veces los errores proceden de la desigualdad de duración de los distintos

escalones, con tendencia a hacer cada escalón más largo cuanto mayor es el caudal. En ambos casos se obtienen descensos mayores que los reales, y que pueden dar origen a que los valores de B determinados sean menores que los reales o incluso negativos.

Si los niveles estáticos del acuífero varían o el acuífero se desarrolla durante el bombeo o existe un vaciado del mismo, como los descensos se miden respecto al nivel inicial, se tienen valores erróneos que dificultan la valoración de la curva característica y producen anomalías.

Si se toman caudales de bombeo muy próximos (por ejemplo con el criterio de descensos igualmente espaciados) las curvas características son difíciles de interpretar. Es mucho mejor tomar los caudales en proporción de 1, 2, 4, etc., o en alguna otra secuencia preestablecida. La figura 9.184 corresponde a un caso en que los caudales han sido tomados demasiado agrupados, y ello puede ser el origen de anomalías difíciles de explicar; un caudal de bombeo intermedio hubiese dado mucha luz sobre la curva característica. Además, los errores en la determinación del caudal pesan mucho si se han tomado caudales muy próximos.

Para dibujar las curvas características deben elegirse las escalas de forma que se aprecie bien su forma.

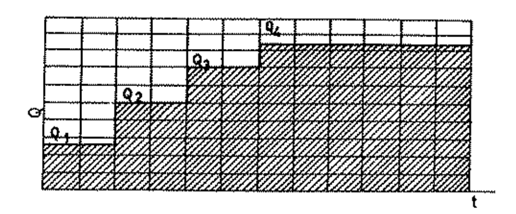
15.9 GRÁFICOS DE DESCENSO ESPECÍFICO-TIEMPO

Tal como se dice en la nota de pie de página n.º 89, si el caudal sufre variaciones y se dibuja un gráfico s/Q en función de log t debe obtenerse una curva de bombeo con los tramos lineales sobre una misma recta. Para el propio pozo de bombeo, como las pérdidas en el pozo aumentan con el caudal no se consigue esta superposición sino que se obtienen tramos lineales sucesivamente desplazados tal como muestra la figura 9.185.

15.10 EFECTO DEL RELLENO EN LOS POZOS

Si parte del pozo está rellena de materiales arrastrados del acuífero o de residuos de perforación, de modo que afectan a su zona filtrante, el caudal específico del pozo puede descender notablemente. En estos casos basta una limpieza del mismo para restablecer las condiciones iniciales.

Si el material que rellena el pozo es de igual permeabilidad que los materiales del acuífero, el efecto de relleno equivale a hacer al pozo menos penetrante, llegando a reducirlo a un pozo sólo filtrante por el fondo



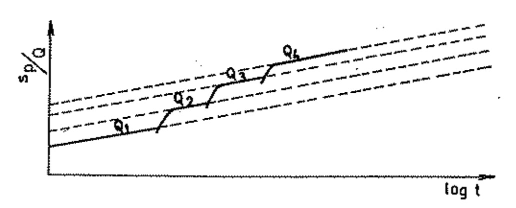


FIGURA 9.185

Gráfico de descenso específico en función de log t *para un pozo real, en un ensayo escalonado. (Según Castany, 1963.)*

si el relleno llega hasta el techo del acuífero[106]. La figura 9.186, representa la reducción de caudal específico a consecuencia de un relleno hasta el techo del acuífero, teniendo en cuenta su permeabilidad k_2 en relación con la del acuífero k_1. En las condiciones de la figura 9.186, aun siendo $k_1/k_2 = 1/200$, el caudal específico del pozo queda reducido en un 35 %. Si k_2/k_1 es mayor, la reducción es muy fuerte, prácticamente como si el pozo sólo fuese filtrante por el fondo o sea con reducción de caudal específico, en un factor 0,04.

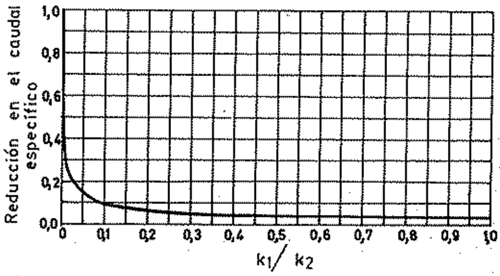


FIGURA 9.186

Reducción en el caudal específico de un pozo completo relleno hasta el techo del acuífero por un material de permeabilidad k_2*, siendo* k_1 *la permeabilidad del acuífero. Acuífero de 7,5 m de espesor, pozo de 150 mm de diámetro, radio de influencia de 150 m. (Según Muskat, 1937.)*

[106] El tratamiento matemático puede verse en Muskat (1937) páginas 439-447, incluyendo además el caso en que el relleno rebase el techo del acuífero.

Capítulo 9.16

Captaciones de agua horizontales. Drenes y galerías. Régimen estacionario

16.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se tratará la hidráulica de captaciones de agua horizontales, tales como zanjas, drenes, galerías, colectores, ríos, etc., en régimen estacionario. En el capítulo siguiente se tratará el régimen variable.

Al referirse a ellas se las denominará en general líneas de drenaje o drenes, tomando esta última designación en su sentido más amplio. Dentro del concepto de drenaje se incluirá el de obras horizontales, naturales o artificiales, que produzcan recarga, ya que en general esta recarga equivale a un drenaje negativo[107].

Se considerarán como líneas de drenaje a los ríos, orillas de lagos, costas marinas, etc., aunque en estos últimos casos se considerará que su nivel es constante o que sufren variaciones bruscas o periódicas, pero no relacionadas con extracciones de agua.

Cuando se hable de bombeo, debe entenderse también toma de agua por gravedad. En general se considerará que el nivel del agua en la captación horizontal es horizontal; en realidad, la circulación de agua en ella exige un gradiente de superficie libre, pero se supondrá que no se comete ningún error importante al despreciarlo. El caudal total de agua extraída o recargada se designará por Q, pero con más frecuencia se empleará el caudal por unidad de longitud de captación horizontal que se designará por q.

Si no se indica lo contrario, se entenderá que la captación penetra totalmente el acuífero y que su longitud es lo suficientemente grande como para que el flujo en la dirección paralela a la misma sea nulo a efectos prácticos (flujo bidimensional). Si no se indica lo contrario, se entenderá que el caudal es el procedente de sólo uno de los lados de la captación o línea de drenaje.

Se entenderá por zanja una excavación lineal de gran longitud[108]. Dentro del análisis de zanjas se incluirán los ríos y las orillas de mares y lagos.

Se entenderá por galería una excavación en forma de túnel, con paredes filtrantes de diámetro apreciable y en general con nivel de agua libre, aunque éste coincida con el suelo de la galería.

Se entenderá por dren, en un sentido estricto: una perforación, en general revestida de un material filtrante, de pequeño diámetro y horizontal, colocada en el interior de un acuífero. Se trata de una captación cuya altura es pequeña comparada con el espesor del acuífero considerado. Frecuentemente el agua que contiene y transporta está en carga.

Una de las captaciones de mayor interés son los pozos con drenes horizontales radiales, para los que se darán fórmulas aproximadas de cálculo en el capítulo 9.18.

Todo el tratamiento se hará de un modo elemental, en especial en lo que se refiere a los acuíferos libres. No se tratará el tema de drenes por encima del nivel freático ni los problemas de fugas de canales, ya que son cuestiones que interesan principalmente a las obras públicas y problemas de regadíos, alejados del propósito de esta sección[109]. Sin embargo, en el capítulo 9.18 se darán algunas indicaciones a los problemas asociados a los sistemas de pozos de drenaje.

[107] En la sección 19 se tratará más específicamente de las líneas de recarga.

[108] Si sólo se considera el aporte de agua por un lado, la anchura de la zanja no influye y se considera que se sitúa en el flanco por el que recibe el agua. Si se considera el aporte de agua por los dos lados o la zanja es parcialmente penetrante, se considera que su anchura es pequeña; despreciable en las formulaciones.

[109] El tratamiento matemático de casos complejos de drenaje, puede verse en Polubarinova-Kochina (1952) así como en varios textos que serán mencionados a lo largo del capítulo y que están contenidos en las referencias bibliográficas. La publicación de Van Schilfgaarde (1970) es especialmente interesante.

16.2 LÍNEAS DE DRENAJE TOTALMENTE PENETRANTES DE GRAN LONGITUD, CON EXTRACCIÓN DE UN CAUDAL CONSTANTE EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

16.2.1 Acuífero cautivo y régimen estacionario

Sea una línea de drenaje de gran longitud —zanja, galería o río— de la que se bombea un caudal constante Q, por unidad de longitud y que penetra totalmente un acuífero cautivo tal que está recargado a nivel constante por una línea de recarga paralela a distancia L. Si el régimen es estacionario, como el flujo es horizontal plano con componentes de velocidad perpendiculares al dren será:

$$\nabla^2 h = \frac{d^2 h}{d x^2} = 0$$

siendo h el nivel piezométrico y x la distancia perpendicular al dren (fig. 9.187). Se supone que el acuífero no tiene flujo natural, que la base es horizontal y el espesor es constante, y que es homogéneo e isótropo.

Las condiciones de resolución de la ecuación son:

$h = h_o$ para $x = L$

condición de límite de nivel constante, y

$$T \cdot \frac{d h}{d x} = q$$

condición de que el caudal unitario que llega al dren es igual al que pasa por cualquier plano paralelo al mismo.

Siendo L el ancho del acuífero, T la transmisividad y q el caudal extraído por unidad de longitud de dren procedente del acuífero de ancho L, y entrante sólo por ese lado.

La resolución de la ecuación es:

$$s = h_o - h = \frac{q}{T} (L - x) \qquad (9.156)$$

s = descenso

La superficie piezométrica es un plano inclinado de pendiente respecto a la horizontal $\operatorname{tg} \alpha = q/T$.

Si el acuífero es de gran extensión y cautivo no puede

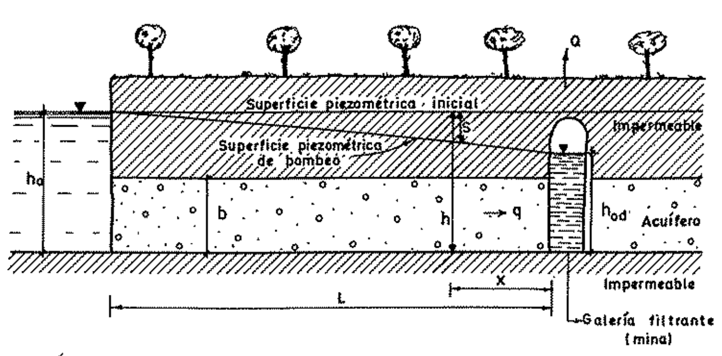


FIGURA 187

Línea de drenaje en un acuífero cautivo con un límite de recarga de potencial constante.

establecerse, por razones análogas a las expuestas en el capítulo 9.2, un verdadero régimen estacionario. Sin embargo, después de un tiempo largo de bombeo, la franja de influencia del dren puede ser lo suficientemente ancha como para que se establezca una recarga que estabilice los niveles. En este caso, los descensos cerca del dren totalmente penetrante pueden calcularse mediante la fórmula deducida (9.156) si L es el ancho de la franja de influencia[110]. Como el dren recibe agua de los dos lados, será:

$$s = h_o - h = \frac{q^*}{2T} (L - x)$$

siendo q^* el caudal total por unidad de longitud.

El descenso en la captación es ($x = 0$):

$$s_o = h_o - h_{od} = \frac{q L}{T} = \frac{q^* L}{2T} \qquad (9.157)$$

siendo h_{od} la altura de agua en el dren, medida sobre la base horizontal del acuífero.

Ejemplo 1

Calcular el caudal que se podrá obtener de una zanja de 200 m de longitud excavada paralela a un río a 25 m de distancia. Se supone que tanto la zanja como el río penetran totalmente un acuífero cautivo de 5 m de espesor cuya permeabilidad es de 50 m/día. Se admite que la zanja se puede suponer como de gran longitud, y que el descenso máximo que se puede producir es de 2 m.

[110] Es un valor ficticio que depende del tiempo de bombeo característicos del acuífero y forma de recarga.

Por la disposición de la zanja y en régimen estacionario todo el caudal extraído procede del lado del río

$T = k \cdot b = 50 \cdot 5 = 250$ m²/día

$$q = \frac{s_o T}{L} = \frac{2 \cdot 250}{25} = 20 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

El caudal que se puede extraer es de:

$Q = 200 \cdot 20 = 4000$ m³/día

16.2.2 Acuífero libre

Si el acuífero es libre, el problema es difícil de analizar rigurosamente, por las mismas razones aducidas en el caso de pozos en los capítulos 9.2 y 9.8. En este caso también aparece una superficie de rezume pero su altura relativa al descenso producido en la captación es mucho menor.

Si H_d' es la altura de la superficie de rezume sobre la base impermeable y para una línea de drenaje totalmente penetrante, según Schoeller (1962) pág. 177, es:

a) con descenso total en la línea de drenaje

$$H_d' = c \frac{q}{k}$$

valiendo c = 0,626 a 0,732 según unos autores c = 0,744 según otros y c = 1 según otros, y también

$$H_d' = \frac{-L + \sqrt{L^2 + 4 H_o^2}}{2}$$

en la que H_o = espesor saturado inicial y L = distancia a la línea de recarga o al límite de influencia.

b) si el descenso no es completo y H_{od} es el espesor saturado en la zanja:

$$H_d' = \frac{-L + \sqrt{L^2 + 4 H_o^2}}{2} \cdot \frac{H_o - H_{od}}{H_o}$$

Las diferencias entre los valores calculados según las diferentes fórmulas pueden ser muy grandes.

Admitiendo que son aceptables las aproximaciones de Dupuit:

a) el flujo es horizontal

b) la velocidad es la misma a lo largo de una vertical

c) el gradiente viene definido por la pendiente de la superficie libre del agua.

Se puede escribir que (ver el apartado 4.7 de la sección 8)

$$\frac{d^2 H^2}{d x^2} = 0$$

o bien que el flujo hacia la línea de drenaje desde otra línea paralela de nivel constante a distancia L, viene dada por:

$$q = k \cdot H \cdot \frac{d H}{d x}$$

q = caudal por unidad de longitud procedente de un lado siendo x la distancia a la zanja de drenaje y H el espesor saturado[111].

La resolución de la ecuación para $H = H_o$ en $x = L$ y $H = H_{od}$ (nivel de drenaje) en $x = 0$ conduce a:

$$H^2 - H_{od}^2 = \frac{2 q \cdot x}{k}$$

$$q = \frac{k (H_o^2 - H_{od}^2)}{2 \cdot L} \qquad (9.158)$$

$$H_o^2 - H^2 = \frac{2 q}{k} (L - x) \qquad (9.159)$$

Al igual que sucedía para los pozos verticales (ver capítulos 9.2 y 9.8), la fórmula (9.158) es válida para determinar el caudal (Charni en Polubarinova-Kochina 1952, pág. 221), pero la fórmula (9.159) permite obtener sólo un valor aproximado de H; este valor tiene poco error si es $x \geq 2 H_o$, pero el error puede ser importante si es $x < H_o$, en especial si es $H_{od} \ll H_o$. Si se toma como espesor saturado en el pozo el valor $H_{od} + H_d'$, se puede mejorar un poco la precisión de los cálculos en las proximidades de la línea de drenaje[112].

[111] En general, la contribución de la franja capilar al caudal es muy pequeña y puede despreciarse (Schoeller, 1962, págs. 182-183).

[112] Si se desea definir la superficie libre con mayor precisión puede recurrirse al uso de modelos matemáticos (Neuman y Witherspoon, 1970) o de modelos analógicos (Zeller, 1954) o bien recurrir al método de Kashef, ya expuesto en el capítulo 9.8. También puede emplearse el método aproximado descrito por Misra y Pande (1970), o los métodos de otros autores (Dajem, Ernst, etc.) descritos por Van Schilfgaarde (1970), págs. 79-81.

Cuando el descenso provocado es pequeño en relación con el espesor saturado inicial ($H_o - H \ll H_o$) es:
$H_o^2 - H^2 = (H_o + H)(H_o - H) \approx 2 H_o \cdot s$
con lo que se llega de nuevo a la fórmula (9.156) con $T = k \cdot H_o$, siendo s el descenso provocado.

Ejemplo 2

Recalcular el ejemplo 1 suponiendo que el acuífero es libre con 5 m de espesor saturado inicial.

$H_o = 5$ m ; $H_{od} = 5 - 2 = 3$ m

$$q = \frac{k (H_o^2 - H_{od}^2)}{2 L} = \frac{50 (5^2 - 3^2)}{2 \cdot 25} = 16 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

$Q = 200 \cdot 16 = 3200$ m³/día

16.2.3 Acuífero semiconfinado

Si el acuífero de gran extensión está semiconfinado por un techo de espesor b′ y permeabilidad vertical k′ tal que transmite agua de un acuífero superior de nivel constante e igual al inicial del acuífero semiconfinado, si s es el descenso en régimen estacionario producido en un cierto lugar, la recarga por unidad de superficie valdría:

$$\text{superficie} \cdot k' \cdot \text{gradiente} = 1 \cdot k' \cdot \frac{s}{b'}$$ [113]

Admitiendo que esta recarga no afecta sensiblemente al flujo en el acuífero semiconfinado, a una distancia x de la zanja de drenaje se tendrá:
flujo entrante por un plano a distancia (x + d x) + + recarga = flujo saliente por un plano a distancia x

todo ello referido a la unidad de longitud de zanja.

$$T \left(\frac{d s}{d x}\right)_{x+\Delta x} + \frac{k'}{b'} \cdot s \cdot d x = T \left(\frac{d s}{d x}\right)_x$$

Efectuando operaciones y despreciando los términos de grado superior al segundo en el desarrollo de Taylor:

$$T \frac{d^2 s}{d x^2} + \frac{k'}{b'} s = 0$$

e introduciendo el factor de goteo B[114]

$$B^2 = \frac{T}{k'/b'}$$

será:

$$\frac{d^2 s}{d x^2} - \frac{s}{B^2} = 0$$

cuya solución general es:

$$s = C_1 \cdot e^{x/B} + C_2 \cdot e^{-x/B}$$

Si para

$x = 0$ es $s = s_o$ (descenso en la zanja)

$x = \infty$ es $s = 0$ (descenso nulo en el infinito)

$$-\lim_{x \to 0} T \frac{d s}{d x} = q$$ (caudal que penetra en la zanja igual a q)

$$s = s_o e^{-x/B} \quad ; \quad s = \frac{B}{T} q e^{-x/B} \qquad (9.160)$$

siendo q el caudal por unidad de longitud que procede de uno de los lados de la zanja. El perfil de descensos es exponencial.

El caudal por unidad de longitud que pasa por un plano a distancia x es:

$$q_x = q_o e^{-x/B} \qquad (9.161)$$

Según la cual el 39,3 % del caudal procede de la recarga en un ancho de 0,5 B; el 63,2 % de 1 B; el 86,5 % de 2 B; el 95 % de 3 B.

Si x/B es pequeño $e^{-x/B} \approx 1 - \frac{x}{B}$

quedando

$$s = \frac{q}{T}(B - x)$$ que es lineal

La extrapolación de esta recta conduce a una distancia de influencia ($x = L$ para $s = 0$), que vale $L = B$[115].

[113] Se admite que inicialmente los niveles piezométricos de los dos acuíferos coinciden tal como debe suceder en ausencia de flujo natural.

[114] B es el factor de goteo definido en los capítulos 9.1 y 9.2.

[115] Este valor de L es una interpretación del valor de L para acuífero infinito aludido en el apartado 16.2.

Ejemplo 3

Calcular el descenso estacionario que se provoca a 10 m de un dren profundo de 100 m de longitud del que se extrae un caudal de 200 l/seg. El dren está colocado en un acuífero semiconfinado de 3 m de espesor, transmisividad de 1000 m²/día; el manto semiconfinante ofrece una resistencia de b'/k' = 10 días.

Como la distancia al dren es pequeña respecto a su longitud se tomará como de gran longitud. Además, como el punto de observación está a más de 2 b = 6 m el descenso no está afectado por la posible penetración parcial

$$q = \frac{200/2}{100} = 1 \text{ l/seg/m} = 86{,}4 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

ya que el agua procede de los dos lados

$$B = \sqrt{\frac{T\,b'}{k'}} = \sqrt{1000 \cdot 10} = 100 \text{ m}$$

$$s = \frac{100}{1000}\, 86{,}4 \cdot \exp\left(-\frac{10}{100}\right) = 7{,}8 \text{ m}$$

Si a distancia L existe una zanja paralela de nivel constante es[116]:

$$s = s_o \frac{e^{-L/B}\, e^{x/B} - e^{L/B}\, e^{-x/B}}{e^{-L/B} - e^{L/B}} \qquad (9.162)$$

$$y\ s_o = \frac{B}{T} q$$

Ejemplo 4

Recalcular el ejemplo 3 si la zanja de drenaje está equidistante de dos zanjas de nivel constante separadas de 50 m.

$$q = 86{,}4 \text{ m}^3/\text{día/m} \quad ; \quad B = 100 \text{ m} \quad ; \quad L/B = 0{,}25$$

$$s = \frac{100}{1000}\, 86{,}4 \cdot \frac{e^{-0{,}25}\, e^{0{,}1} - e^{0{,}25}\, e^{0{,}1}}{e^{-0{,}25} - e^{0{,}25}} = 5{,}1 \text{ m}$$

Si el acuífero del que procede la recarga tiene flujo natural, de modo que su superficie piezométrica no es horizontal, se tiene que (UNESCO, 1963):

$$q_x = \frac{T}{B}\left[\Delta \frac{Ch\frac{L}{B}}{Sh\,L/B} - \delta \frac{Ch\frac{L-x}{B}}{Sh\,L/B}\right] - i \cdot T$$

[116] Otros casos de interés relacionados con drenaje de zonas pantanosas pueden encontrarse en Ernst (1969).

en la que i es la pendiente de la superficie piezométrica del acuífero que recarga, tomando como positiva si la pendiente es hacia la zanja, x la distancia a la zanja y L una distancia a la que la diferencia de nivel entre el acuífero semiconfinado y el de recarga es Δ, siendo δ esta diferencia en un punto distante x.

16.2.4 Régimen estacionario con recarga uniforme. Acuífero entre dos ríos

El presente caso es de interés en el análisis de formaciones drenadas por ríos o canales de dirección aproximadamente paralela y cotas de aguas similares y constantes. El agua de recarga es la que procede de la lluvia o de la infiltración de excedentes de riego. El acuífero es libre y se supondrá que se cumplen las aproximaciones de Dupuit. La figura 9.188, sirve de base para las definiciones.

Admitiendo que la divisoria coincide con la paralela media entre los dos ríos, cada uno de ellos drena un ancho de acuífero x_o (el ancho total es $2\,x_o$).

En un punto a distancia x de uno de los ríos se supone que a efectos de transmisividad es $H \approx H_o$, o sea que las elevaciones son pequeñas y que por lo tanto se puede suponer que es T = cte.

En un punto, a distancia x de uno cualquiera de los dos ríos se cumple:

$$-T\frac{dH}{dx} = W\,(x_o - x)$$

debiéndose cumplir que $H = H_{od}$ para $x = 0$ y $x = 2\,x_o$.

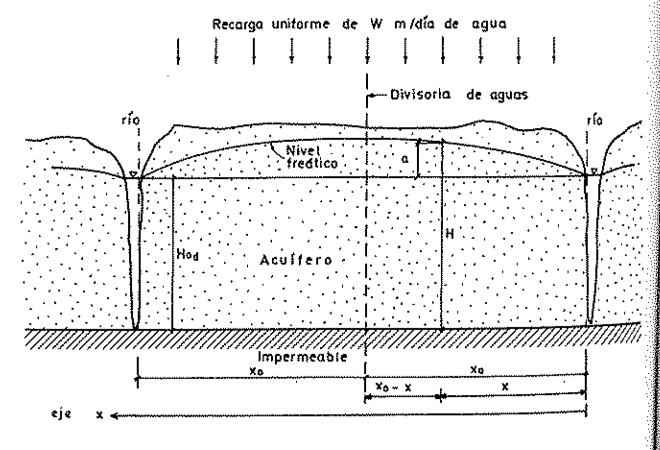


FIGURA 9.188
Acuífero drenado por dos ríos paralelos y recargado uniformemente.

La resolución conduce a:

$$a = H - H_{od} = \frac{W \cdot x_o^2}{2\,T} \left(\frac{2\,x}{x_o} - \frac{x^2}{x_o^2} \right) =$$

$$= \frac{W}{T} \left(x\,x_o - \frac{x^2}{2} \right) \qquad (9.163)$$

a = ascenso sobre el nivel de base.

En cada río, el caudal por unidad de longitud procedente de la franja de terreno entre los dos ríos será igual al agua caída o sea:

$$q = W \cdot x_o$$

Si se conoce la elevación del agua en un punto puede calcularse el valor de T/W y estimando W a partir del caudal de base del río puede determinarse T.

La elevación máxima de la superficie piezométrica se produce para $x = x_o$ y vale:

$$a_{max} = \frac{W\,x_o^2}{2\,T} = \frac{W\,L^2}{8\,T}$$

siendo L la separación entre los dos ríos.

Ejemplo 5

Calcular la máxima elevación del agua en un acuífero situado entre dos zanjas drenantes paralelas separadas 500 m, si la transmisividad es de 50 m²/día y existe una recarga uniforme de 100 mm/año.

La elevación máxima, a_{max}, es para x = 500/2 suponiendo que ambos ríos tienen el mismo nivel

$$a_{max} = \frac{\dfrac{0{,}1}{365}\ \text{m/día}\ 500^2\ \text{m}^2}{8 \cdot 50\ \text{m}^2/\text{día}} = 0{,}171\ \text{m}$$

Las mismas fórmulas dadas sirven para calcular la posición del nivel freático y el caudal descargado a un río cuando se conoce la distancia del río a la divisoria de aguas, x_o. En la práctica es difícil conocer el valor de x_o, ya sea por desconocimiento de la situación de dicha divisoria de aguas, ya sea porque existen pérdidas de paso del agua al río por penetración parcial o por diferente permeabilidad del lecho del río, en cuyo caso debe tomarse un valor efectivo de x_o.

Si se dispone de dos piezómetros, con dos valores de la elevación, se plantea un sistema de dos ecuaciones de las que puede determinarse W/T y x_o.

Ejemplo 6

En un acuífero entre dos ríos paralelos se tienen dos piezómetros, uno a 20 m y el otro a 100 m de uno de los ríos con elevaciones de agua de 1 y 3 m respectivamente. Sabiendo que la transmisividad media del acuífero es de 100 m²/día, calcular la recarga uniforme y la distancia efectiva desde la divisoria al río referido, sabiendo que la divisoria de aguas dista del río 1500 m. Se supone que los dos piezómetros están al mismo lado de la divisoria.

Sea y la distancia entre el río real y el río efectivo.

$$a = \frac{W}{2\,T} [2\,(x + y)\,(x_o + y) - (x + y)^2] =$$

$$= \frac{W}{2\,T} [y^2 + x\,(2\,x_o - x) + 2\,y\,x_o]$$

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{2\,a} [y^2 + x\,(2\,x_o - x) + 2\,y\,x_o]$$

Como T/W debe ser igual para los dos piezómetros, deben ser iguales los dos segundos miembros.

$$\frac{1}{2 \cdot 1} [y^2 + 20\,(2 \cdot 1500 - 20) + 2 \cdot 1500 \cdot y] =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3} [y^2 + 100\,(2 \cdot 1500 - 100) + 2 \cdot 1500\,y] =$$

$$= y^2 + 3000\,y - 55\,600 = 0$$

$$y = -1500 + \sqrt{1500^2 + 55\,600} = 18{,}4\ \text{m}$$

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{2 \cdot 3} [18{,}4^2 + 100\,(2 \cdot 1500 - 100) + 2 \cdot 18{,}4 \cdot 1500] = 57\,590$$

$$W = \frac{100\ \text{m}^2/\text{día}}{57\,590\ \text{m}} = 1{,}74 \cdot 10^{-3}\ \text{m/día} = 634\ \text{mm/año}$$

El error cometido, caso de haberse despreciado el valor de y, hubiese sido pequeño.

Cuando el nivel de agua en los dos ríos drenantes no es el mismo, el problema es también de fácil resolución. En este caso la divisoria no coincide con la paralela media, sino que está desplazada hacia el río de mayor nivel.

Si x_o es la distancia de uno de los ríos a la divisoria, y $H_{od}^{(1)}$ es el espesor saturado en dicho río:

$$H - H_{od}^{(1)} = \frac{W}{T}\left(x\,x_o - \frac{x^2}{2}\right)$$

Respecto al otro río, de espesor saturado $H_{od}^{(2)}$ la divisoria dista $L - x_o$, siendo L la separación entre ríos. Midiendo x desde el río 1, las distancias al río 2 son $L - x$.

$$H - H_{od}^{(2)} = \frac{W}{T}\left((L-x)(L-x_o) - \frac{(L-x)^2}{2}\right)$$

En la divisoria es $x = x_o$ y se tienen los mismos espesores saturados, luego:

$$H_{od}^{(1)} + \frac{W}{T}\left(x_o^2 - \frac{x_o^2}{2}\right) =$$

$$= H_{od}^{(2)} + \frac{W}{T}\left((L-x_o)^2 - \frac{(L-x_o)^2}{2}\right)$$

$$x_o = \frac{L}{2} - \frac{T}{L\,W}\left(H_{od}^{(1)} - H_{od}^{(2)}\right) \qquad (9.164)$$

que permite calcular la posición de la divisoria. El caudal drenado por cada río es $W \cdot x_o$ para el 1, y $W(L - x_o)$ para el 2.

Si a causa de la disminución del espesor saturado en un acuífero libre no puede admitirse que la transmisividad sea aproximadamente constante; puede resolverse el problema aplicando las aproximaciones de Dupuit, que conducen a

$$H^2 - H_{od}^2 = \frac{2\,W}{k}\left(x\,x_o - \frac{x^2}{2}\right) \qquad (9.165)$$

que es la ecuación de una elipse y sustituye a la (9.163), y a la ecuación:

$$x_o = \frac{L}{2} - \frac{k}{2\,L\,W}\left(H_{od}^{(1)} - H_{od}^{(2)}\right) \qquad (9.166)$$

que sustituye a la (9.164).

En la ecuación (9.164) cuando $H_{od}^{(1)} > H_{od}^{(2)}$ la divisoria se acerca al río 1 y cuando

$$\frac{L^2}{2} = \frac{T}{W}\left(H_{od}^{(1)} - H_{od}^{(2)}\right)$$

la divisoria se sitúa sobre el río 1 y entonces todo el caudal infiltrado por unidad de longitud, W. L, es drenado por el río 2.

Si es $\frac{L^2}{2} < \frac{T}{W}\left(H_{od}^{(1)} - H_{od}^{(2)}\right)$, el río 2 no sólo drena toda el agua caída sobre el acuífero, sino que también drena parte del agua del río 1. Como en este caso es $x_o > L$, el río 2 drena $W \cdot x_o$ y el río 1 cede $W \cdot (x_o - L)$.

Ejemplo 7

Calcular la posición de la divisoria y la posición aproximada del nivel freático entre dos zanjas paralelas (supuestas totalmente penetrantes) separadas 1000 m y construidas en un acuífero de arenas finas de permeabilidad 2,5 m/día. En una de las zanjas (1) el nivel se mantiene a 20 m sobre la base impermeable y en la otra (2) a 16 m sobre la misma, supuesta horizontal.

Resolver el problema suponiendo:

a) que existe un regadío con un notable excedente de agua, tal que produce una recarga de 730 mm/año;

b) que se reduce la dotación de regadío de forma tal que la infiltración queda en 365 mm/año;

c) que se abandona el cultivo y la infiltración de la lluvia es de solo 73 mm/año.

La zanja 1 es un canal de riego y la zanja 2 un drenaje. Las distancias se miden desde la zanja 1.

Caso *a)* La posición de la divisoria según la fórmula (9.166) es:

$$x_o = \frac{1000}{2} - \frac{2{,}5 \cdot 365}{2 \cdot 1000 \cdot 0{,}730}(20^2 - 16^2) = 410 \text{ m}$$

Como

$$\frac{2\,W}{k} = \frac{2 \cdot 0{,}730/365}{2{,}5} = 0{,}0016$$

Para $x \leq 410$ m

$$H^2 - 400 = 0{,}0016\left(410\,x - \frac{x^2}{2}\right)$$

Para $x \geq 410$ m

$$H^2 - 256 = 0{,}0016\left(590\,(1000 - x) - \frac{(1000-x)^2}{2}\right)$$

Para $x = x_0$

$H_{max} = 23{,}1$ m

Caso *b)*

$$x_0 = \frac{1000}{2} - \frac{2{,}5 \cdot 365}{2 \cdot 1000 \cdot 0{,}365}(20^2 - 16^2) = 320 \text{ m}$$

Como

$$\frac{2W}{k} = \frac{2 \cdot 0{,}365/365}{2{,}5} = 0{,}0008$$

Para $x \leq 320$ m

$$H^2 - 400 = 0{,}0008 \left(320\,x - \frac{x^2}{2}\right)$$

Para $x \geq 320$ m

$$H^2 - 256 = 0{,}0008 \left(680\,(1000 - x) - \frac{(1000 - x)^2}{2}\right)$$

Para $x = x_0$

$H_{max} = 21{,}0$ m

Caso *c)*

$$x_0 = \frac{1000}{2} - \frac{2{,}5 \cdot 365}{2 \cdot 1000 \cdot 0{,}073}(20^2 - 16^2) = -400 \text{ m}$$

es decir que el dren 2 no sólo drena toda el agua infiltrada sino también parte del agua del canal de riego 1. Entre los dos no se establece ninguna divisoria de aguas.

Como

$$\frac{2W}{k} = \frac{2 \cdot 0{,}076/365}{2{,}5} = 0{,}00017$$

para cualquier x entre las zanjas

$$H^2 - 256 = 0{,}00017 \left(1400\,(1000 - x)^2 - \frac{(1000 - x)^2}{2}\right)$$

Las diferentes superficies freáticas están dibujadas en la figura 9.189.

En las fórmulas deducidas en este apartado se ha supuesto que el medio es homogéneo e isótropo, que la pendiente de la superficie libre es pequeña y que las componentes verticales de flujo son también pequeñas. Esto último no es cierto cerca de la superficie freática

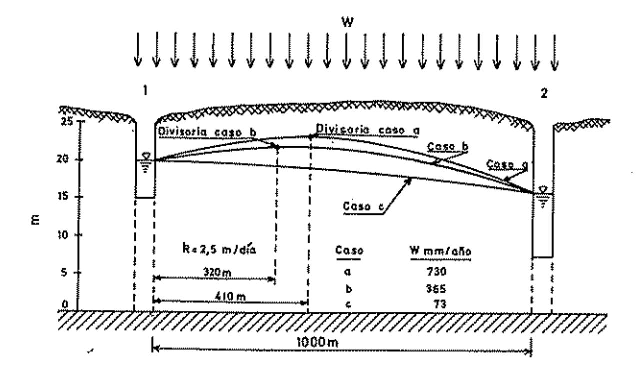


FIGURA 9.189

Perfil piezométrico entre dos zanjas. Corresponde al ejemplo 7.

puesto que el agua de lluvia la atraviesa casi perpendicularmente, sin embargo, las fórmulas a que se llega son aceptables; el tratamiento más riguroso es muy complicado[117].

16.2.5 Presencia de límites en el acuífero

La presencia de límites en el acuífero puede tratarse por la teoría de las imágenes de forma análoga a lo expuesto en el capítulo 9.7. Sin embargo, los resultados son mucho más complicados, a menos que se trate de límites paralelos a la línea de drenaje.

Un acuífero limitado por un borde impermeable paralelo a una línea de drenaje equivale a un acuífero de gran extensión con dos líneas de drenaje paralelas y del mismo caudal, separadas de una distancia doble que la distancia de la línea de drenaje al límite. Si el límite es una línea de drenaje de nivel constante, el problema es elemental.

La intersección de una línea de drenaje por un límite impermeable perpendicular no altera el flujo y por lo tanto no tiene efecto.

16.3 LÍNEAS DE DRENAJE PARCIALMENTE PENETRANTES Y DE GRAN LONGITUD, CON EXTRACCIÓN DE UN CAUDAL CONSTANTE EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Al igual que sucedía en los pozos incompletos (ver capítulo 9.9) la penetración parcial de las líneas de drenaje ocasiona la aparición de componentes verticales de

[117] Véase por ejemplo, Kirkham (1958).

velocidad cuyo efecto es muy importante en las proximidades de la misma y tanto más cuanto menor es la penetración. Los efectos de anisotropía del terreno juegan entonces un notable papel.

El tratamiento exacto es en general muy complicado y cae fuera de los objetivos del presente capítulo[118].

Al igual que sucedía para los pozos, a una distancia de la línea de drenaje del orden de 1,5 b $\sqrt{k_h/k_v}$, siendo b el espesor del acuífero y k_h y k_v las permeabilidades vertical y horizontal, respectivamente el efecto de captación incompleta no es sensible. Sólo es preciso efectuar correcciones para el descenso en la propia línea de drenaje o en sus proximidades.

El efecto de anisotropía puede corregirse tal como se señaló en el capítulo (9.11), mediante un cambio de referencias.

Para una zanja parcialmente penetrante en un acuífero libre se tiene la fórmula de Numerov (Pascu y Stelea, 1968, pág. 60):

$$q^* = k \cdot s_o \left[\frac{-s_o + 2\,H_o - 2\,a_1}{L + l/2} + \frac{1}{\dfrac{L}{2\,a_1} - \dfrac{1}{\pi} \ln \mathrm{Sh} \dfrac{n\,l}{4\,a_1}} \right]$$

en la que l es el ancho de la zanja, L la longitud de influencia, a_1 la distancia del fondo de la zanja a la base del acuífero, H_o el espesor saturado inicial, s_o el descenso a la zanja y q^* es el caudal total, es decir, el que procede de ambos lados[119].

16.4 DREN HORIZONTAL DE GRAN LONGITUD Y PEQUEÑO DIÁMETRO

Sea un dren circular de radio r_d colocado horizontalmente en un acuífero de espesor finito de forma que dista a_1 del fondo o del techo impermeable horizontal (fig. 9.190). Se supone que el medio es homogéneo e isótropo; si el medio es anisótropo se puede transformar en un medio isótropo equivalente del modo indicado en el capítulo 9.11, apartado 11.2.1.

El problema a resolver equivale al de un pozo vertical completo que bombea en un acuífero entre dos límites impermeables de gran longitud.

El potencial hidráulico[120] en cualquier punto, con las referencias indicadas en la figura 9.190, es (Schneebeli, 1966, pág. 270.)

$$\varphi = \frac{q^*}{4\,\pi\,k} \ln \left[\frac{1}{4} \left(\mathrm{Ch} \frac{\pi\,x}{b} - \cos \frac{\pi\,(y + a_1)}{b} \right) \cdot \left(\mathrm{Ch} \frac{\pi\,x}{b} - \cos \frac{\pi\,(y - a_1)}{b} \right) \right] + C$$

siendo C una constante; q^* es el caudal total, o sea el procedente de ambos lados del dren.

Si a distancia L existe un potencial constante φ_o es posible determinar C. También puede tomarse L como una distancia de influencia. El descenso producido vale $s = \varphi_o - \varphi$ quedando:

$$s = \frac{q^*}{4\,\pi\,k} \left\{ \ln \left[\frac{1}{4} \left(\mathrm{Ch} \frac{\pi\,x}{b} - \cos \frac{\pi\,(y + a_1)}{b} \right) \cdot \left(\mathrm{Ch} \frac{\pi\,x}{b} - \cos \frac{\pi\,(y - a_1)}{b} \right) \right] \right\}_{x=x}^{x=L}$$

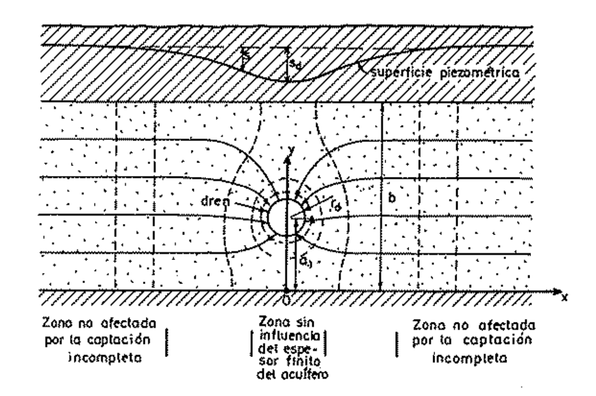


FIGURA 9.190

Dren de pequeño diámetro en un acuífero de espesor finito. Red de flujo esquemático en un perfil vertical.

[118] El tratamiento para una serie de drenes paralelos incompletos con recarga por lluvia puede encontrarse en Kirkham (1968).

[119] El análisis general de una zanja parcialmente penetrante, con paredes verticales o inclinadas, puede encontrarse en Polubarinova-Kochina (1952, págs. 166-175).

[120] Este potencial hidráulico es $h = \phi/k$ en vez del valor ϕ y por eso se representa por φ. Sus unidades son de longitud y es un nivel piezométrico.

Si es $L \gg b$

$$Ch \frac{\pi L}{b} \rightarrow \frac{1}{2} \exp \frac{\pi L}{b}$$

Además

$$\cos \frac{\pi (y \pm a_1)}{b}$$

se hace despreciable frente a

$$Ch \frac{\pi L}{b}$$

de modo que:

$$s = \frac{q^*}{4 \pi k} \left[-\ln \left(\frac{1}{4} \left(Ch \frac{\pi x}{b} - \cos \frac{\pi (y + a_1)}{b} \right) \cdot \left(Ch \frac{\pi x}{b} - \cos \frac{\pi (y - a_1)}{b} \right) \right) + 2 \left(\frac{\pi L}{b} - \ln 4 \right) \right] \quad (9.167)$$

para puntos alejados del dren ($x \gg b$) se tiene:

$$s = \frac{q^*}{2 \pi k} \left(\frac{\pi L}{b} - \frac{\pi x}{b} \right) = \frac{q^*}{2 k b} (L - x)$$

que coincide con la fórmula de los descensos provocados por una zanja completa (fórmula 9.156), ya que es $q^* = 2 \cdot q$.

En puntos próximos al dren y alejados de los límites superior e inferior del acuífero ($r \ll b$ y $r \ll a_1$); y siendo $r = \sqrt{x^2 + (y - a_1)^2}$ la distancia al eje del dren:

$$s = \frac{q^*}{2 \pi k} \left[\left(\frac{\pi L}{b} - \ln 4 \right) - \ln \left(\frac{\pi r}{2 b} \operatorname{sen} \frac{\pi a_1}{b} \right) \right] =$$

$$= \frac{q^*}{2 \pi k} \left[\frac{\pi L}{b} - \ln \left(\frac{2 \pi r}{b} \operatorname{sen} \frac{\pi a_1}{b} \right) \right] \quad (9.168)$$

En la pared del propio dren, despreciando la pérdida de carga de paso por la zona filtrante y las posibles pérdidas por desviaciones de la ley de Darcy:

$$s_o = \frac{q^*}{2 \pi k} \left[\frac{\pi L}{b} - \ln \left(\frac{2 \pi r_d}{b} \operatorname{sen} \frac{\pi a_1}{b} \right) \right] \quad (9.169)$$

El descenso creado en una zanja completa situada en el lugar del dren y que extraiga el mismo caudal unitario es:

$$s_o' = \frac{q^*}{2 k b} L$$

La diferencia entre el descenso en el dren, s_o, y el descenso en la zanja completa, s_o', puede llamarse pérdida de acceso al dren y vale:

$$\Delta s_o = s_o - s_o' = \frac{q^*}{2 \pi k} \ln \frac{b}{2 \pi r_d \operatorname{sen} \frac{\pi a_1}{b}} \quad (9.170)$$

cuyo valor mínimo se alcanza para $a_1 = b/2$ quedando (dren centrado en el acuífero):

$$(\Delta s_o)_{min} = \frac{q^*}{2 \pi k} \ln \frac{b}{2 \pi r_d}$$

Ernst y Westerhof (1956) sustituyen $2 \pi r_d$ por el perímetro mojado.

El radio del dren influye poco pues está bajo el signo logarítmico. El descenso en el dren es tanto mayor cuanto más descentrado está con respecto al acuífero, produciéndose el descenso máximo cuando se sitúa sobre el techo o la base del acuífero.

Si el dren está tocando el techo o la base del acuífero, se tiene una red de flujo equivalente a un dren centrado en un acuífero de espesor doble y que extraiga doble caudal por unidad de longitud. Entonces será[121]:

$$(\Delta s_o)_{max} = \frac{q}{\pi k} \ln \frac{b}{\pi r_d} \quad (9.171)$$

Ejemplo 8

En un acuífero semiconfinado de 20 m de espesor se establece un dren de gran longitud y radio 100 mm situado a 5 m por debajo del techo. Si el agua se extrae creando una depresión piezométrica de 12 m, calcular el caudal extraído y el descenso provocado a 30 m de distancia. La transmisividad del acuífero es de 100 m²/día y puede admitirse que la resistencia hidráulica del acuitardo vale 100 días.

$B = \sqrt{100 \cdot 100} = 100$ m

[121] La fórmula (9.171) no puede deducirse de la (9.170) haciendo $a_1 = 0$ puesto que entonces no se cumplen sus condiciones de validez; si se hace $a_1 = 0$ se obtiene $\Delta s_o = \infty$ que es absurdo.

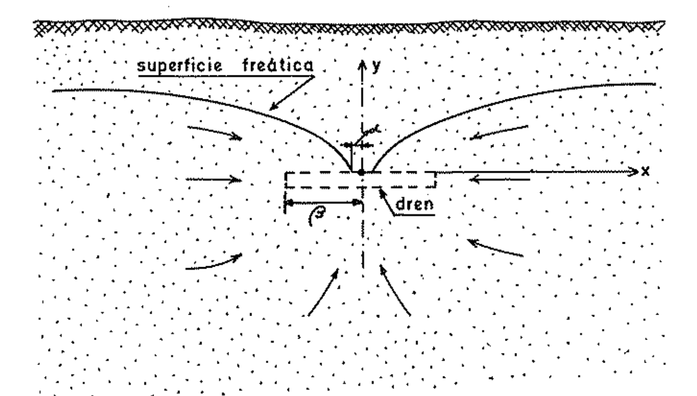


FIGURA 9.191
Dren de poca altura que drena a presión atmosférica, un acuífero libre de gran espesor. Es una sección perpendicular al dren.

El sobredescenso provocado por el dren, relativo a la zanja que tome el mismo caudal es:

$$\Delta s_o = \frac{q^*}{2\pi \cdot 100/20} \ln \frac{20}{2\pi \cdot 0{,}1 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi \cdot 5}{20}} =$$
$$= 0{,}12\ q^*$$

El descenso en la zanja completa será (fórmula 9.160, con $x = 0$ y $q = q^*/2$):

$$s_o' = \frac{100}{2 \cdot 100} q^* = \frac{q^*}{2}$$

habiendo tomado $L = B = 100$ m (apartado 16.2.3).
El descenso medido (12 m) vale pues $s_o' + \Delta s_o$

$$12 = \frac{q^*}{2} + 0{,}12\ q^*$$

$$q^* = \frac{12}{0{,}62} = 19{,}4\ \text{m}^3/\text{día/m}$$

Todo ello admitiendo que el efecto de semiconfinamiento no es sensible en las proximidades del dren.

El descenso a 30 m de distancia equivale al producido por una zanja completa en el mismo lugar, supuesto que el acuífero es isótropo, pues $x/b = 30/20 = 1{,}5$ y ya no es sensible el efecto de captación incompleta.

$$s = \frac{B}{2 \cdot T} q^* \cdot e^{-x/B}$$

$$s = \frac{100}{2 \cdot 100} \cdot 19{,}4 \cdot \exp\left(-\frac{30}{100}\right) = 7{,}2\ \text{m}$$

El caso de drenes en acuíferos libres en los que el descenso producido es pequeño en relación con el espesor saturado y el dren no queda a la presión atmosférica, puede estudiarse con las fórmulas indicadas. El estudio con descensos mayores es muy complicado[122] y con frecuencia se realiza con ayuda de modelos (Zeller, 1954).

Si se trata de un dren enterrado y de anchura grande en relación con la altura, tal que llegue a estar a la presión atmosférica (fig. 9.191), se tiende la siguiente solución (Polubarinova-Kochina, 1952, págs. 124-126):

$$x = -\frac{q}{k} + \left(\frac{q}{k} + \alpha\right) \operatorname{Ch} \frac{\pi k y}{q}$$

pudiéndose obtener α de la relación:

$$\beta = \left(\frac{q}{k} + \alpha\right) \sqrt{1 - \frac{4q}{\pi^2 (q + k\alpha)^2}} - \frac{4q}{\pi k} \arccos \frac{2q}{\pi (q + k\alpha)}$$

Los valores x, y, α y β se definen en la figura 9.191 y q es, como habitualmente, el caudal por unidad de longitud que procede de uno de los lados del dren. Se supone que el acuífero es de gran espesor[123].

Si se trata de un acuífero que recibe una recarga uniforme W (m/día) y está drenado por un conjunto de drenes paralelos separados una distancia L y tales que funcionan en régimen de superficie libre, según Numerov (en Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 128):

[122] Pueden encontrarse soluciones formadas por una serie de infinitos términos, tal como la elaborada por Hooghoudt, manejables mediante tablas o relaciones aproximadas tales como las preparadas por Moody. Véase Schilfgaarde 1970, págs. 76-78 donde también pueden verse comentadas las llamadas «soluciones exactas» de Kirkham y Van Deemter.

[123] El caso de un dren de las características del de la figura 9.191, pero con un flujo diferente a cada lado es más complejo. Véase Polubarinova-Kochina (1952) págs. 206-211.

$$x = \frac{2q}{k - W}\left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\left(1 + \frac{(k - W)L}{2q}\right)\right.$$

$$\cdot \text{arc sen}\left(\text{sen}\frac{2\pi q}{2[2q + (k - W)L]}\cdot\right.$$

$$\left.\left.\text{Ch}\frac{\pi y (k - W)}{2q}\right)\right]$$

La máxima altura de la superficie libre sobre el plano de drenes se produce para $x = L/2$.

$$y_{max} = \frac{2q}{\pi (k - W)} \ln \text{cotg} \frac{\pi}{4\left(1 + \frac{(k - W)L}{2q}\right)}$$

16.5 DRENES EN ACUÍFEROS CON FLUJO NATURAL

El estudio de drenes de gran longitud en acuíferos con flujo natural se reducirá a aquellos casos en que el dren es normal al flujo; otros casos posibles son de tratamiento mucho más complicado.

El flujo natural en un acuífero libre, en ausencia de captaciones puede ser estudiado a partir de las simplificaciones de Pavlovsky (1930).

Si la base impermeable forma un ángulo α con un plano horizontal y las alturas de la superficie freática, y, se miden sobre un plano de referencia horizontal, la ley de Darcy se modifica de la forma:

$$q = -k(y - ix)\frac{dy}{dx}$$

en la que:

$i = \text{tg}\,\alpha$, pendiente de la base impermeable positiva si es a favor del flujo
x = distancias a un plano vertical origen que sea perpendicular al flujo y en sentido contrario al mismo
q = caudal por unidad de longitud normal al flujo que es constante.

Reordenando la ecuación anterior

$$\frac{dx}{dy} - \frac{kix}{q} + \frac{k}{q}y = 0$$

que integrada da:

$$y - ix + \frac{q}{ki} = C \exp \frac{kiy}{q} \qquad (9.172)$$

siendo C la constante de integración.

$$\text{Si } C = 0 \text{ es } y - ix = -\frac{q}{ki}$$

que indica que el espesor saturado en cualquier lugar

$$H_o = y - ix = -\frac{q}{ki} = \text{cte}$$

$$q = -kH_o \cdot i \qquad (9.173)$$

Cuando se establece el flujo entre dos zanjas paralelas totalmente penetrantes separadas de una longitud L, es $C \neq 0$.

Si se conoce el espesor saturado H en un cierto lugar es posible calcular C en función de q.

$$H = y - ix$$

(i es negativa si el flujo es contra pendiente)

En el caso en que se conozcan los espesores saturados H_1 y H_2 en cada una de las dos zanjas (fig. 9.192).

$$H_1 + \frac{q}{ki} = C \exp \frac{ki(H_1 + Li)}{q}$$

$$H_2 + \frac{q}{ki} = C \exp \frac{kiH_2}{q}$$

siendo L la distancia que separa a las dos zanjas.

Obteniendo el valor de C en función de H_1 y sustituyendo en (9.172)

$$H + \frac{q}{ki} = \left(H_1 + \frac{q}{ki}\right)$$

$$\cdot \exp\left(\frac{ki}{q}(H + ix - H_1 - iL)\right) \qquad (9.174)$$

en la que H es el espesor saturado a distancia x

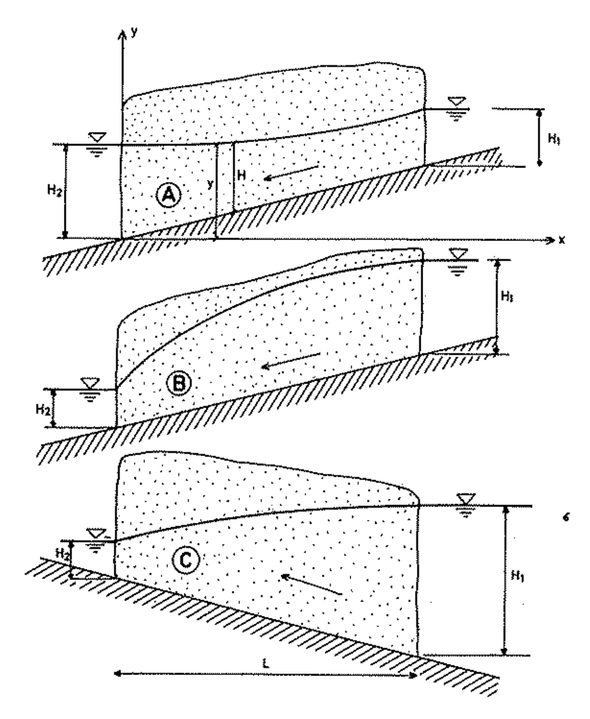


FIGURA 9.192

Flujo entre dos zanjas paralelas en acuífero libre, cuando la base no es horizontal.

$$\frac{k\,i \cdot H_2 + q}{k\,i \cdot H_1 + q} = \exp\left(\frac{k\,i}{q}(H_2 - H_1 - i\,L)\right) \quad (9.175)$$

Si la pendiente de la base es en el sentido del flujo ($i > 0$) y $H_1 > H_2$ se tiene una superficie freática pendiente creciente en valor absoluto (superficie convexa) (fig. 9.129 B). Si es $H_1 < H_2$ se tiene una superficie freática de pendiente negativa pero decreciente en valor absoluto (superficie cóncava) (fig. 9.129 A).

Cuando la pendiente de la base es en sentido contrario al flujo ($i < 0$) debe ser $H_1 > H_2$ ($H_1 + L\,i > H_2$), se tiene una superficie freática de pendiente creciente en valor absoluto (superficie descendente) (fig. 9.192 C).

La resolución de la ecuación (9.175) debe hacerse por aproximaciones sucesivas[124].

[124] Pueden emplearse gráficos preparados por Pavlovsky (ver Haar, 1962, págs. 47-50). Papadópulos y Laguros (1968) han preparado un programa para calculador electrónico a fin de realizar los cálculos.

Ejemplo 9

Se tiene un canal de 2 km de longitud que discurre paralelo a 300 m de un río. Suponiendo el río y el canal totalmente penetrantes y apoyados sobre un estrato impermeable inclinado de tg $\alpha = 0{,}025$ hacia el río, calcular el caudal de agua del canal que pasa al río. El espesor saturado en el canal es de 2 m y en el río de 4 m y la permeabilidad del acuífero libre es de 1,72 m/día.

Como la longitud del canal es mucho mayor que su distancia al río, puede suponerse que es de gran longitud.

Como es $i > 0$ y $H_2 > H_1$ (1 el canal, 2 el río) se tiene una superficie freática que da espesor saturado creciente hacia el río (superficie ascendente).

$$\frac{1{,}72 \cdot 0{,}025 \cdot 4 + q}{1{,}72 \cdot 0{,}025 \cdot 2 + q} =$$

$$= \exp\left(\frac{1{,}72 \cdot 0{,}025}{q}(4 - 2 - 0{,}025 \cdot 300)\right)$$

$$\ln\frac{0{,}172 + q}{0{,}086 + q} = -\frac{0{,}236}{q}$$

ecuación que hay que resolver por tanteo.

Su resolución conduce a $q = -0{,}081$ m³/día/m.

Las fugas en 2000 m de canal son:

$$Q = 0{,}081 \cdot 2000 = 162 \text{ m}^3/\text{día}$$

Los casos propuestos suponen que la zanja drenante es totalmente penetrante y por lo tanto intercepta todo el flujo; si sólo es parcialmente penetrante, los filetes líquidos más profundos pueden no ir a parar a la zanja y sólo son desviados, aumentando únicamente su altura sobre la base impermeable. La zanja parcialmente penetrante sólo puede interceptar una parte del flujo. El problema de una zanja poco penetrante en un acuífero inclinado es el llamado problema de Hopf y Trefftz[125], cuya resolución simplificada conduce a:

$$\frac{q - q'}{q} = \frac{\Delta H}{H_0}$$

en la que q y q' son respectivamente el flujo por unidad de longitud de zanja aguas arriba y aguas abajo de la misma, ΔH es el descenso de nivel en la zanja y H_0 el espesor saturado inicial (no influenciado por la zanja). La solución únicamente es válida para pendientes pequeñas[126].

[125] Véase Muskat (1937) págs. 292-300.

[126] El tratamiento más riguroso puede consultarse en Polubarinova-Kochina (1952) págs. 211-227.

16.6 LÍNEAS DE DRENAJE TOTALMENTE PENETRANTES DE LONGITUD FINITA

Sea un acuífero cautivo en el que existe una zanja totalmente penetrante, de longitud 2 c y anchura despreciable.

El campo de flujo creado está representado en la figura 9.193 (Muskat, 1937, págs. 182-186; Schneebeli, 1966, págs. 259-263); las equipotenciales son elipses con foco en los extremos del dren y las líneas de corriente son hipérbolas con los mismos focos.

Es importante destacar que el caudal por unidad de longitud de dren es mayor hacia los extremos como se ve claramente en la figura 9.193 y que físicamente puede explicarse por la mayor interferencia entre las porciones centrales.

La ecuación de las líneas equipotenciales, φ es[127]:

$$\mathrm{Ch}^2 \frac{2\pi T \varphi}{Q} = \frac{r^2 + c^2 + \sqrt{(r^2+c^2)^2 - 4c^2x^2}}{2c^2} + M$$

y la ecuación de las líneas de corriente, ψ, es[127]:

$$\cos \frac{2\pi T \psi}{Q} = \frac{r^2 + c^2 + \sqrt{(r^2+c^2)^2 - 4c^2x^2}}{2c^2}$$

siendo $r^2 = x^2 + y^2$ y M una constante arbitraria.

Si la zanja está centrada en una isla elíptica con focal de semiejes A y B, de modo que en su contorno el potencial sea constante:

$$\varphi_o = \frac{Q}{2\pi T} \ln (A + B) \qquad A^2 - B^2 = C^2$$

El potencial en la zanja (elipse de semiejes c y 0) es:

$$\varphi_d = \frac{Q}{2\pi T} \ln c$$

así pues, el descenso producido en la zanja

$$s_o = \varphi_o - \varphi_d = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{A+B}{c} \qquad (9.176)$$

Si las dimensiones de la isla son grandes en comparación con las de la zanja y es circular las elipses degeneran en circunferencias y $A \approx B \approx R$, radio de influencia.

$$s_o = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2R}{c}$$

fórmula que equivale a la de Thiem para un pozo de diámetro c.

El caudal medio por unidad de longitud es

$$q_m = \frac{Q}{2c} \qquad (9.177)$$

En realidad el valor de q varía a lo largo de la zanja valiendo (Schneebeli, 1966, págs. 262):

$$q(x) = \frac{2q_m}{\pi\sqrt{1-(x/c)^2}} \qquad (9.178)$$

midiéndose las distancias x a partir del punto medio de la zanja.

En el extremo de la zanja ($x = \pm c$) es $q = \infty$ y en el centro de la zanja ($x = 0$) es

$$q_o = \frac{2q_m}{\pi} = 0{,}636\, q_m \qquad (9.179)$$

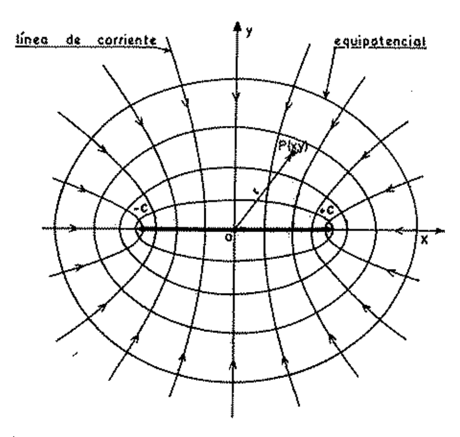


FIGURA 9.193

Líneas de flujo y equipotenciales creadas por una zanja de drenaje de longitud finita.

[127] φ y ψ tienen dimensones de longitud, o sea que son los valores definidos en la sección 8, capítulo 8.5, divididos por k.

Estos últimos resultados son de interés puesto que indican que el flujo tiende a concentrarse en los extremos de la zanja y es débil en la porción central. En realidad, en los extremos no es posible que sea $q = \infty$, sino simplemente un valor muy elevado.

Si la zona de influencia no es circular sino muy alargada ($A \gg B$) es $q \approx q_m$ y la zanja puede considerarse como de longitud infinita. Tal sucede cuando la zanja se extiende entre límites impermeables, o cuando existan líneas de recarga paralelas a la zanja.

Ejemplo 10

En un acuífero cautivo se establece una captación que equivale a una zanja de 50 m de longitud. Calcular el caudal obtenido si se trabaja con un descenso de 10 m y comparar con el resultado de bombear con el mismo descenso de dos pozos de 400 mm de diámetro separados de la misma distancia. El acuífero tiene una transmisividad de 500 m^2/día y el radio de influencia puede suponerse de 1000 m.

$$Q = \frac{2\pi T s_o}{\ln \frac{2R}{c}} = \frac{2\pi \cdot 500 \cdot 10}{\ln \frac{2 \cdot 1000}{50}} = 8516 \text{ m}^3/\text{día}$$

Con cada uno de los pozos se hubiese obtenido teniendo en cuenta la interferencia entre ellos

$$s_p = 10 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_p} + \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{d} =$$

$$= \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot 500} \left(\ln \frac{1000}{0{,}2} + \ln \frac{1000}{50} \right)$$

$Q = 2729$ m^3/día

Con los dos pozos se obtendrán 5458 m^3/día, es decir el 64 % del caudal obtenido con la zanja.

El descenso en cualquier punto del campo que no esté próximo al límite de influencia viene dado por:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \left[-\operatorname{arcCh} \sqrt{\frac{r^2 + c^2 + \sqrt{(r^2 + c^2)^2 - 4c^2x^2}}{2c^2}} + \ln \frac{2R}{c} \right]$$

Si la longitud de la zanja es muy pequeña, de modo que $c \rightarrow 2 r_p$, diámetro de un pozo, es

$$s_o = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_p}$$

que es la fórmula de Thiem (ver capítulo 9.2).

En acuífero libre puede escribirse:

$$H_o^2 - H_{od}^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{2R}{c}$$

o sustituir s en cualquiera de las fórmulas anteriores por

$$\frac{H_o^2 - H_{od}^2}{2 H_o} \text{ poniendo } T = k \cdot H_o$$

Si la zanja está próxima a bordes, puede aplicarse la teoría de las imágenes tal como se expuso en el capítulo 9.7, siendo la zanja imagen la simétrica de la real respecto al borde. El campo de potencial resultante será el campo suma.

En el caso de una zanja de longitud 2 c cuyo punto central dista d de un río es

$$s_o = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{4d}{c} \qquad (9.180)$$

fórmula que es válida tanto para zanja paralela como para zanja oblicua al río.

Capítulo 9.17

Captaciones de agua horizontales en régimen no permanente

17.1 INTRODUCCIÓN

El presente capítulo es una continuación del capítulo anterior y los diferentes aspectos serán tratados de un modo elemental; el tratamiento riguroso del problema del drenaje en régimen transitorio es extraordinariamente complicado y rebasa las posibilidades y objetivos de esta sección.

Si no se indica lo contrario, se supondrá que se trata de captaciones horizontales (en muchos casos reales tienen una pequeña inclinación para permitir la circulación del agua por gravedad en caso de funcionamiento en lámina libre), de pequeña anchura y que penetran totalmente el acuífero. En principio se supondrá que el acuífero es cautivo; las fórmulas así deducidas sirven para el caso de acuífero libre si los descensos producidos son pequeños en relación al espesor saturado y se toma como coeficiente de almacenamiento la porosidad eficaz; no obstante, cuando la superficie libre desciende rápidamente no puede ser considerada como formada por líneas de corriente y el problema se complica. También se supondrá que se trata de líneas de drenaje de gran longitud, tratables como si fuesen de longitud infinita.

Es preciso tener en cuenta que en todas las formulaciones en régimen no permanente interviene el coeficiente de almacenamiento. Este se toma como independiente del tiempo por simplicidad, pero en realidad no sucede así.

17.2 LÍNEAS DE DRENAJE DE GRAN LONGITUD CON EXTRACCIÓN DE UN CAUDAL CONSTANTE Y EN RÉGIMEN NO ESTACIONARIO

Si el acuífero es cautivo no puede establecerse teóricamente el régimen estacionario. Los descensos producidos por la extracción de agua vienen dados por (Ferris et al, 1962, págs. 122-126).

$$s = \frac{q^* \cdot x}{2 \cdot T} D(u) \qquad (9.181)$$

en la que q^* es el caudal extraído por unidad de longitud procedente de los dos lados, x la distancia al dren, T la transmisividad del acuífero y D (u) la función de dren a caudal constante, siendo:

$$u = x \sqrt{\frac{S}{4 T t}}$$

S = coeficiente de almacenamiento y t el tiempo transcurrido desde el inicio de la extracción.

La función D (u) viene dada por:

$$D(u) = \frac{e^{-u^2}}{u \sqrt{\pi}} - 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-\alpha^2} d\alpha$$

En la figura 9.194 y en el gráfico 9.5 se da la función de dren D (u), estando sus valores en la tabla 9.26.

Las condiciones de validez son:

1. Acuífero homogéneo, isótropo y de espesor constante.
2. Acuífero semiinfinito (bordeado sólo por el dren).
3. El dren es totalmente penetrante.
4. El acuífero es cautivo.
5. El flujo es laminar y el dren es lo suficientemente largo como para que el flujo se pueda considerar unidimensional.
6. El agua es liberada del almacenamiento instantáneamente y proporcionalmente al descenso provocado.
7. El caudal del dren es constante y el caudal por unidad de longitud es de igual valor a lo largo del dren.

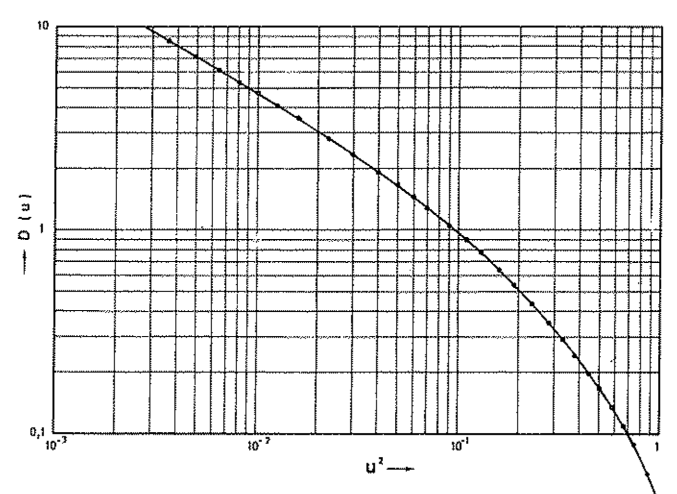


FIGURA 9.194

Función de dren D (u) *a caudal constante. (Datos de Ferris et al., 1962, pág. 125.)*

TABLA 9.26 *Tabla de valores de* D(u) *para caudal constante. (Ferris et al, 1962, pág. 125)*

u	u^2	D (u)	u	u^2	D (u)
0,0510	0,0026	10,091	0,3000	0,090	1,047
0,0600	0,0036	8,437	0,3317	0,110	0,8847
0,0700	0,0049	7,099	0,3605	0,130	0,7641
0,0800	0,0064	6,097	0,4000	0,160	0,6303
0,0900	0,0081	5,319	0,4359	0,190	0,5327
0,1000	0,010	4,698	0,4796	0,230	0,4370
0,1140	0,013	4,013	0,5891	0,280	0,3516
0,1265	0,016	3,531	0,5745	0,330	0,2895
0,1414	0,020	3,069	0,6164	0,380	0,2426
0,1581	0,025	2,657	0,6633	0,440	0,1996
0,1732	0,030	2,355	0,7071	0,500	0,1666
0,1871	0,035	2,120	0,7616	0,580	0,1333
0,2000	0,040	1,933	0,8124	0,660	0,1084
0,2236	0,050	1,648	0,8718	0,760	0,08503
0,2449	0,060	1,440	0,9487	0,900	0,06207
0,2646	0,070	1,280	1,0000	1,000	0,05026

El cálculo de los descensos en un cierto tiempo es una simple aplicación de la fórmula (9.181) utilizando la tabla 9.26.

Ejemplo 1

Calcular los descensos a 10 m de una zanja de gran longitud que drena 20 m^3/h de agua por metro lineal, al cabo de una hora de haberse iniciado el drenaje, las características del acuífero son:

$$T = 250 \text{ m}^2/\text{día} \quad ; \quad S = 0{,}2 \quad ; \quad b = 10 \text{ m}$$

$$u = 10\sqrt{\frac{0{,}2}{4 \cdot 250 \cdot 1/24}} = 0{,}69 \quad ; \quad D(u) = 0{,}17$$

$$s = \frac{20 \cdot 24 \cdot 10}{2 \cdot 250} \cdot 0{,}17 = 1{,}63 \text{ m}$$

$$s/H = 1{,}63/10 = 0{,}163$$

o sea que el descenso relativo al espesor del acuífero es pequeño y por lo tanto es aceptable la aproximación de aplicar la fórmula de dren en acuífero cautivo al acuífero libre.

Si se dispone de los descensos observados en varios piezómetros puede calcularse T y S del acuífero por el método de coincidencia de curvas (ver los capítulos 9.2 y 9.4).

Para analizar las curvas de descensos-tiempos en un punto de observación a distancia x, basta superponer el diagrama log s — log t con el log D (u) — log u^2 (figura 9.194 y gráfico 9.5) tomando uno de los papeles por el reverso, a fin de tener las curvas en igual posición. En el punto de ajuste se obtiene: (s), (D), (t), (u^2) y con estos valores:

$$T = \frac{q^* \cdot x}{2\,(s)} \quad \text{y} \quad S = \frac{4\,T\,(t) \cdot (u^2)}{x^2}$$

Ejemplo 2

Se establece un drenaje que descarga de un acuífero un caudal constante de 0,27 m^3/día por m lineal de dren. En un pozo situado a 61 m se observan los descensos dados a continuación, contando los tiempos a partir del inicio de la extracción de agua por el dren. Calcular las características del acuífero.

Tiempo (min)	Descensos (m)	Tiempo (min)	Descensos (m)
33	0,003	263	0,012
47	0,003	305	0,012
66	0,003	378	0,015
72	0,006	502	0,018
103	0,006	588	0,021
122	0,006	779	0,024
153	0,009	1066	0,031
179	0,009	1233	0,031
214	0,009	1339	0,033

En el ajuste gráfico (fig. 9.195) se obtiene:

$$(D) = 1 \quad ; \quad (s) = 0{,}0082 \text{ m} \quad ; \quad (u^2) = 1 \quad ; \quad (t) = 13{,}5 \text{ min}$$

$$T = \frac{0{,}27 \text{ (m}^3\text{/día/m)} \cdot 61 \text{ (m)}}{2 \cdot 0{,}0082 \text{ (m)}} = 1004 \text{ m}^2\text{/día}$$

$$S = \frac{4 \cdot 1004 \text{ (m}^2\text{/día)} \cdot 13{,}5 \text{ (min)} \cdot 1}{61^2 \text{ (m}^2) \cdot 1440 \text{ (min/día)}} = 0{,}01$$

No es posible analizar los perfiles de descensos (descenso en función de la distancia) por coincidencia de curvas ya que:

$$\log s = \log \frac{q^*}{2\,T} + \log x + \log D(u)$$

$$\log u^2 = \log \frac{S}{4\,T\,t} + \log x^2$$

El sumando log x es variable y sólo puede eliminarse estudiando la función x D (u) que no es adimensional y que varía para cada punto.

Si la línea de drenaje no es totalmente penetrante, existen pérdidas de carga mayores en los puntos de observación próximos a la misma, obteniéndose descensos mayores. Por eso conviene utilizar puntos de observación a distancias mayores que $1{,}5\,b\,\sqrt{k_h/k_v}$ o bien efectuar correcciones complicadas.

El resultado de la extracción repentina de un volumen de agua V por unidad de longitud crea un descenso dado por (Schneebeli, 1966, pág. 252)

$$s = V \sqrt{\frac{S}{4\,\pi\,T\,t}} \exp \left(- \frac{x^2\,S}{4\,T\,t} \right) \qquad (9.182)$$

17.3 LÍNEAS DE DRENAJE DE GRAN LONGITUD A DESCENSO CONSTANTE

Sea el caso de una línea de drenaje totalmente penetrante y de gran longitud de forma que se cumplen las condiciones enunciadas en el apartado 17.2, sustituyendo la condición de caudal constante por la de descenso constante. Se supone que en el momento de iniciarse la extracción de agua, el nivel desciende bruscamente en la línea de drenaje hasta el valor s_o y que no hay pérdida de carga de penetración en la línea de drenaje. La evolución de descensos, s, en el acuífero viene dado por (Ferris et alt., 1962, págs. 126-131; Polubarinova-Kochina, 1952, págs. 518-519).

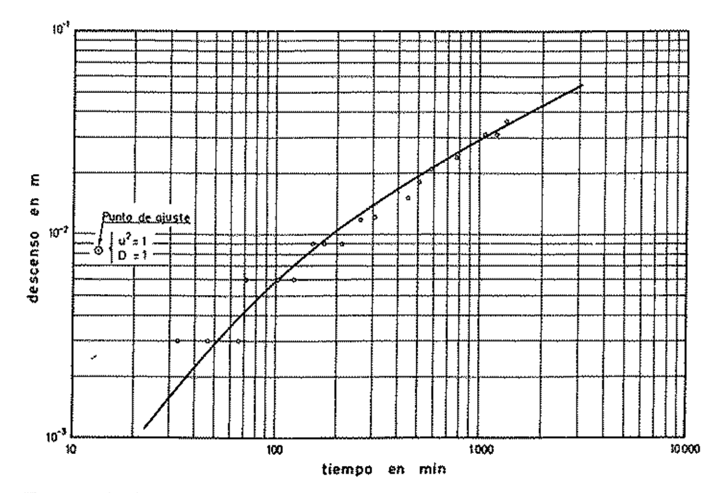


FIGURA 9.195

Ensayo de descenso a caudal constante en las proximidades de un dren. Corresponde al ejemplo 2.

$$s = s_o \cdot D'(u) \qquad (9.183)$$

en la que D′ (u) es la función de dren a descenso constante y

$$u^2 = \frac{x^2\,S}{4\,T\,t}$$

La función D′ (u) viene dada por:

$$D'(u) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-\alpha^2}\, d\alpha$$

En la figura 9.196 y en el gráfico 9.6 se da la función de dren a descenso constante D′ (u), estando sus valores en la tabla 9.27. El segundo sumando de D′ (u) es una función de error, de modo que D′ (u) = erfc u (ver apéndice A.9.2).

El caudal por unidad de longitud de dren procedente de ambos lados será:

$$q^* = 2\,s_o \sqrt{\frac{S\,T}{\pi\,t}} \qquad (9.184)$$

Con estas fórmulas pueden calcularse los descensos y los caudales.

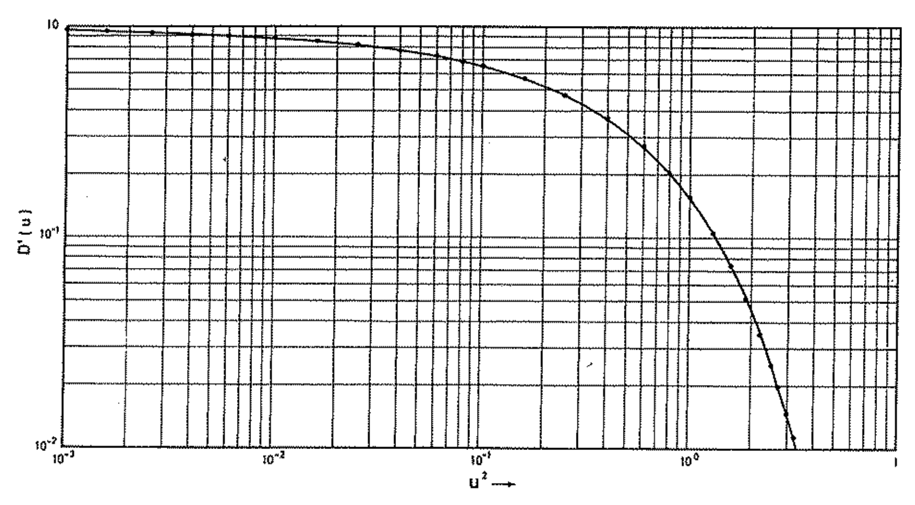


FIGURA 9.196

Función de dren D' (u) a descenso constante. (Datos de Ferris et al., 1962, pág. 125.)

El problema analizado de descenso constante y caudal variable es muy común en hidráulica subterránea y en drenajes. En general el nivel de drenaje viene fijado por un nivel de base o por una compuerta. En la realidad el nivel no es del todo constante puesto que hace falta una cierta pendiente para que se establezca el flujo en el dren o en la zanja y esta pendiente disminuye al disminuir el caudal drenado; sin embargo, el error cometido al no tenerlo en cuenta es en general muy pequeño.

TABLA 9.27 *Tabla de valores de D'(u). (Ferris et al., 1962, pág. 127)*

u	u^2	D' (u)	u	u^2	D' (u)
0,03162	0,0010	0,9643	0,5000	0,25	0,4795
0,04000	0,0016	0,9549	0,6325	0,40	0,3711
0,05000	0,0025	0,9436	0,7746	0,60	0,2733
0,06325	0,0040	0,9287	0,8944	0,80	0,2059
0,07746	0,0060	0,9128	1,000	1,00	0,1573
0,08944	0,0080	0,8994	1,140	1,30	0,1069
0,10000	0,010	0,8875	1,265	1,60	0,0736
0,1265	0,016	0,8580	1,378	1,90	0,0513
0,1581	0,025	0,8231	1,483	2,20	0,0359
0,2000	0,040	0,7730	1,581	2,50	0,0254
0,2449	0,060	0,7291	1,643	2,70	0,0202
0,2828	0,080	0,6892	1,732	3,00	0,0143
0,3162	0,10	0,6548	1,789	3,20	0,0114
0,4000	0,16	0,5716			

Ejemplo 3

Se tiene un acuífero de gran extensión surcado por una zanja profunda en equilibrio con él. Se produce rápidamente un descenso de nivel en la zanja de 2 m abriendo una compuerta. Calcular el caudal cedido por el acuífero a los 10, 100 y 1000 minutos de producido el descenso. El acuífero está caracterizado por los valores: $T = 250$ m²/día y $S = 0{,}15$.

$$\sqrt{\frac{S \cdot T}{\pi t}} = \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 250 \cdot 1440}{\pi t}} = \frac{131}{\sqrt{t}} \quad ; \quad (t \text{ en min})$$

Como es $s_o = 2$ m, según la fórmula (9.184):

Para t = 10 min

$$q^* = 2 \cdot 2 \cdot \frac{131}{\sqrt{10}} = 166 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

Para t = 100 min

$$q^* = 2 \cdot 2 \cdot \frac{131}{\sqrt{100}} = 52{,}4 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

Para t = 1000 min

$$q^* = 2 \cdot 2 \cdot \frac{131}{\sqrt{1000}} = 16{,}6 \text{ m}^3/\text{día/m}$$

Si la línea de drenaje es parcialmente penetrante o su conexión con el acuífero es deficiente se pueden producir desviaciones de cálculo (Ferris et al, 1962, páginas 129-131). Ello es debido a que los cálculos se basan en el valor s_o que está muy influenciado por los factores enunciados y por la posible anisotropía del medio. En estos casos debe obtenerse un valor de s_o efectivo a partir de datos de descensos observados a distancia suficientemente grande de la zanja como para que el efecto de penetración parcial o de resistencia de salida no sean notorios ($x \geq 1{,}5\ b\ \sqrt{k_h/k_v}$.)

Las ecuaciones dadas son una simplificación de las ecuaciones que se obtienen al descomponer el escalón de nivel en el dren es una suma de funciones armónicas (ver apartado 17.4) y adicionar sus efectos.

17.4 RÉGIMEN DINÁMICO DEL AGUA SUBTERRÁNEA ENTRE DOS ZANJAS PARALELAS

Sea un acuífero no recargado entre dos zanjas paralelas de modo que los niveles sean todos iguales. Si el nivel de agua en las zanjas sufre un descenso rápido de valor s_o, el agua del acuífero empieza a ser drenada. Sea x la distancia a una de las zanjas, 2 l el ancho del acuífero y s el descenso observado en el acuífero a distancia x. Según Rorabaugh (1960):

$$s_o - s = s_o \frac{1}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\exp \left(- \frac{(2n-1)^2 \pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \cdot \frac{2l}{(2n-1)\pi} [1 - \cos(2n-1)\pi] \cdot \operatorname{sen} \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \right] \qquad (9.185)$$

En el caso de existir una recarga W constante se tiene (Venetis, 1971):

$$s_o - s = s_o \frac{1}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\exp \left(- \frac{(2n-1)^2 \pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \cdot \operatorname{sen} \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \cdot \int_0^{2l} 1 - \frac{W}{T \cdot H_o} \left(l \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) \cdot \operatorname{sen} \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \, dx \right]$$

en la que H_o es el espesor saturado inicial del acuífero libre medido desde la base impermeable. Es fácil comprobar que esta ecuación coincide con la (9.185) para $W = 0$.

La ecuación (8.185) para la línea media ($x = 1$) puede escribirse:

$$s_o - s_l = s_o \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[- \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp \left(- \frac{(2n-1)^2 \pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \right] \qquad (9.186)$$

Para un valor de $T t / l^2 S$ suficientemente grande (mayor que 0,2 con error menor que 0,6 %; mayor que 0,15 con error menor que 1,5 %) la fórmula (9.185) se convierte en[128]

$$s_o - s \approx s_o \frac{4}{\pi} \exp \left(- \frac{\pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2l} \qquad (9.185\ \text{bis})$$

y la (9.186) en:

$$s - s_l \approx s_o \frac{4}{\pi} \exp \left(- \frac{\pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \qquad (9.186\ \text{bis})$$

En la figura 9.197 se presentan gráficamente los valores de $\log \frac{s_o - s}{s_o}$ en función de $\frac{T t}{l^2 S}$, donde se aprecia la validez de la anterior aproximación (línea recta).

Si se tiene la curva de descensos de nivel (recesión o agotamiento) en un punto de observación, en la porción exponencial pueden determinarse dos valores 1 y 2 en dos momentos diferentes y con ellos calcular T/S, pues:

$$T/S = \frac{4 l^2 \ln \frac{s_o - s_1}{s_o - s_2}}{\pi^2 (t_2 - t_1)} \qquad (9.187)$$

Esta teoría es aplicable también a un acuífero entre dos ríos y que sufre una rápida recarga por la lluvia. Los valores de $s_o - s$ son medibles directamente ya que son los ascensos sobre el nivel del río o línea de drenaje.

[128] Las fórmulas (9.185 bis) y (9.186 bis) se obtienen haciendo $n = 1$ y despreciando los demás términos del sumatorio.

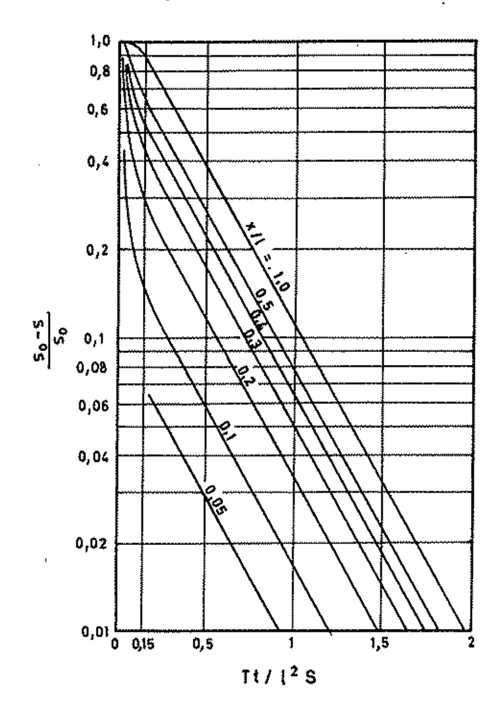


FIGURA 9.197

Relación $(s_o - s)/s_o$ *en función de* $(T \cdot t)/(l^2 \cdot S)$ *para el régimen dinámico de un acuífero entre dos zanjas paralelas (Rorabaugh, 1960.)*

El cociente

$$\frac{\ln \dfrac{s_o - s_l}{s_o - s_2}}{t_1 - t_2} = \frac{\ln (s_o - s_1) - \ln (s_o - s_2)}{t_1 - t_2}$$

se obtiene directamente del gráfico ya que corresponde a la diferencia de tiempos de un ciclo logarítmico en las ordenadas. Para que la zona lineal del gráfico log $(s_o - s)$ en función de t sea representativa, es preciso que el incremento de nivel de la recarga Δs sea importante respecto a la altura residual sobre el río s en el momento de producirse aquella. Por ejemplo $\Delta s/s > 0,2$.

La determinación del valor l no siempre es fácil. Si se conoce la posición estable de la divisoria de aguas, sería la distancia entre ésta y una de las líneas de drenaje (puede ser diferente de la distancia a la otra línea si a cada lado se tiene diferente valor de T/S o diferente nivel del agua libre). Si la línea de drenaje es parcialmente penetrante debe tomarse un borde efectivo que puede deducirse pues debe cumplirse que [al dividir las ecuaciones (9.185 bis) y (9.186 bis)]:

$$\frac{s_o - s}{s_o - s_l} = \cos \frac{\pi (l - x)}{2l} = \cos \frac{\pi x'}{2l} \tag{9.188}$$

(x' = distancia a la divisoria de aguas)
y conociendo s en un punto y s_l en la divisoria se puede determinar el valor efectivo de l.

Ejemplo 4

En un terreno situado entre dos ríos se produce una divisoria de aguas estable a distancia de 700 m de uno de ellos. En la figura 9.198 se dan los hidrogramas de los niveles en 3 pozos de observación situados a:

Pozo	x', distancia a la divisoria en m	s/s_l
1	550	0,56
2	380	0,77
3	215	0,92

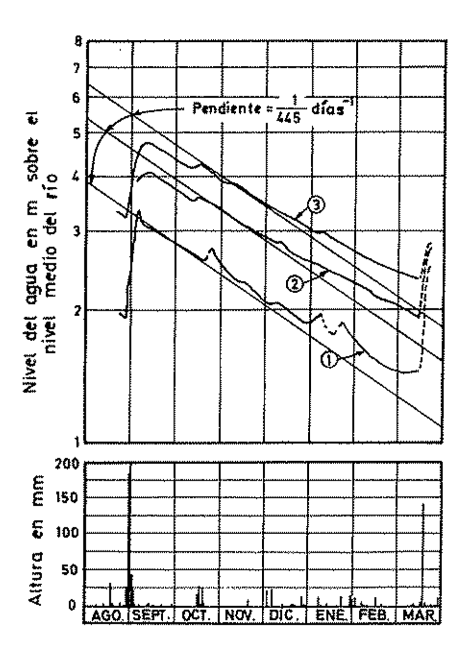


FIGURA 9.198

Hidrogramas de tres pozos entre dos ríos y a un mismo lado de la divisoria de aguas. Corresponde al ejemplo 4 (Rorabaugh, 1960.)

en la que s/s_l es la relación entre las alturas sobre el río de los niveles en cada pozo, s, y la de la divisoria sobre el río s_l siendo estos valores casi independientes del momento considerado. Calcular la distancia efectiva del río al acuífero y la difusividad del acuífero (T/S).

Como

$$s/s_l = \cos \frac{\pi x'}{2 l}$$

será

$$\frac{\pi x'}{2 l} = \text{arc cos } \frac{s}{s_l}$$

Pozo	$\frac{\pi x'}{2 l} \cdot \frac{180}{\pi}$	x' (m)	l (m)
1	56	550	884
2	40	380	855
3	23	215	841

Se tomará un valor medio l = 860 m.
Como la pendiente es de 1/445 días^{-1} (fig. 9.198) será:

$$\frac{\ln \frac{s_o - s_1}{s_o - s_2}}{(t_2 - t_1)} = \frac{1}{445} \text{ días}^{-1}$$

$$\frac{T}{S} = \frac{4 l^2 \ln \frac{s_o - s_1}{s_o - s_2}}{\pi^2 (t_2 - t_1)} = 0{,}405 \ l^2 \cdot \text{pendiente} =$$

$$= 0{,}405 \cdot 875^2 \cdot \frac{1}{450} = 690 \text{ m}^2/\text{día}$$

Si la recarga produce variaciones de nivel Δs muy pequeñas con respecto a la altura residual s el método de análisis explicado no es aplicable. En este caso puede aplicarse la teoría del régimen estacionario (ver apartado 16.2.4) suponiendo que la forma del perfil piezométrico varía poco, y así calcular T/W; si se conoce W se puede deducir T. El valor del coeficiente de almacenamiento S puede deducirse aproximadamente conociendo el descenso general de nivel Δs entre dos tiempos t y t' y el caudal medio en una época de ausencia de recarga durante la cual ha disminuido poco el espesor saturado del acuífero y la altura del agua sobre el río.

La ecuación general que da el caudal descargado en la zanja por un lado es (Rorabaugh, 1963):

$$q = s_o \sqrt{\frac{S \cdot T}{\pi t}} \left[1 - 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-4 n^2 \cdot u_d^2\right) \right] \quad (9.189)$$

siendo $u_d^2 = \frac{l^2 S}{4 T t}$ y l = distancia a la divisoria de aguas.

Para $u_d > 0{,}8$ es

$$q = s_o \sqrt{\frac{S T}{\pi t}} \quad (9.189 \text{ bis})$$

Si se recibe caudal por ambos lados puede escribirse:

$$q^* = 2 s_o \sqrt{\frac{S T}{\pi t}}$$

que coincide con la fórmula (9.184).

Para valores de $u_d < 0{,}8$ la ecuación (9.189) puede sustituirse por:

$$q = 2 T \frac{s_o}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(-(2 n - 1)^2 \frac{\pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \quad (9.190)$$

que en primera aproximación se convierte en:

$$q = 2 T \frac{s_o}{l} \exp \left(- \frac{\pi^2 T t}{4 l^2 S} \right) \quad (9.190 \text{ bis})$$

En la figura 9.199 se representan adimensionalmente los valores de q en función del tiempo.

En la figura 9.200, se representan las variaciones de nivel del agua subterránea como consecuencia de una elevación brusca de nivel en un acuífero que previamente estaba en proceso de drenaje. Si el acuífero es libre, los niveles cambian lentamente pues es preciso llenar el volumen de poros vacío que supone el aumento de nivel. Parte de esta agua procede de recarga del agua libre (río, lago, etc.) pero una parte muy importante es el agua retenida del flujo que previamente existía. En la figura 9.200 A, el área marcada con la letra d señala el máximo volumen de agua entrada en el acuífero. El límite de penetración viene indicado por las sucesivas posiciones del punto de nivel mínimo, M. El resto del incremento de almacenamiento se hace a expensas del flujo subterráneo retenido por la elevación de nivel.

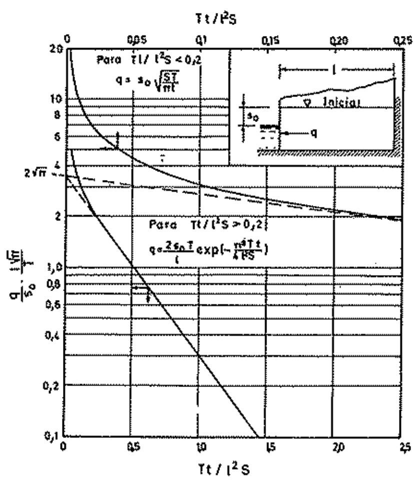


FIGURA 9.199

Caudal drenado o recargado a un acuífero por una línea de drenaje en la que se produce un cambio brusco s_o en su nivel estático. Los caudales son por unidad de longitud y se refieren sólo al recibido por una orilla. (Rorabaugh, 1963.)

En la figura 9.200 B se representa un caso similar al A, pero con un nivel constante en el acuífero a distancia L de la línea de recarga. En la figura 9.200 C se representa un caso similar al B pero con recarga uniforme y en la figura 9.200 D con bombeo uniformemente distribuido, o con evapotranspiración. En ambos casos puede verse el desplazamiento de la línea divisoria, según sea la posición del nivel variable del agua.

Si se producen varios cambios bruscos de nivel, los efectos se adicionan, teniendo en cuenta el tiempo en que se produce cada uno. En la figura 9.201 se muestra el efecto de un incremento de nivel, seguido al cabo de un tiempo de una disminución a un nivel intermedio. En la figura 9.202 se muestra el efecto de cuatro posiciones de nivel estacionario, ocurridas a tiempos crecientes[129].

Si el cambio de nivel se produce gradualmente, a un ritmo constante de C m/día, basta integrar la ecuación (9.190) para tener el caudal aportado o tomado:

$$q = \frac{8\,C \cdot l \cdot S}{\pi^2} \cdot \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-(2n-1)^2 \frac{\pi^2\,T\,t}{4\,l^2\,S} \right) \right]$$

[129] El análisis de estas variaciones puede verse en Polubarinova-Kochina (1952), págs. 500-508.

Si es:

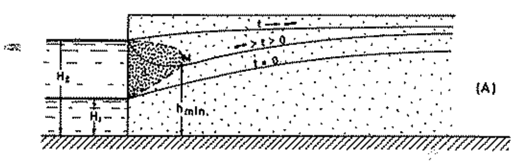
$$\frac{T\,t}{l^2\,S} < 0{,}2$$

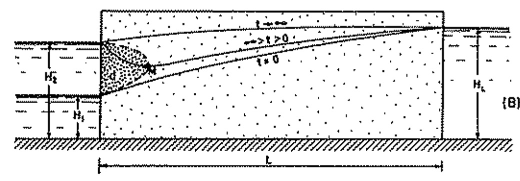
$$q = C \sqrt{\frac{T\,S\,t}{\pi}}$$

Para

$$\frac{T\,t}{l^2\,S} > 2{,}5$$

$$q \approx C \cdot l \cdot S \cdot \frac{8}{\pi^2}$$





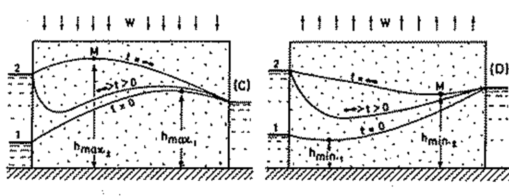


FIGURA 9.200

Nivel del agua subterránea cerca de líneas de drenaje de nivel variable. (Abramov et alt., 1960, en Everdinguen, 1968.). Los puntos marcados con M son los mínimos en el nivel del agua. El área d *de la figura* (A) *es el volumen de agua aportado por la línea de drenaje.*

El estudio general de las variaciones piezométricas en un acuífero sometido a cambios en el nivel de drenaje puede establecerse a través de la función de transferencia U (x, t), de modo que (Venetis, 1968):

$$H(x,t) = \int_0^t U(x, t-\tau)\, H(0,\tau)\, d\tau$$

en la que H (x, t) es el nivel del agua en un punto a distancia x medida en el tiempo t y H (0, τ) es la función de nivel en la zanja en función del tiempo; ambos niveles se miden sobre la base del acuífero.

Para un acuífero de gran extensión (semiinfinito) es:

$$U(x,t) = \sqrt{\frac{S x^2}{4 \pi T t^3}} \exp \left(- \frac{S x^2}{4 T t} \right)$$

Para una variación brusca de nivel H (0, t) = 1 se tiene en cada punto del acuífero:

$$P(x,t) = \operatorname{erfc} \left(\frac{S x^2}{4 T t} \right)$$

siendo P (x, t) la respuesta al escalón unitario y que coincide con la función D' (u) de la fórmula (9.183). Si el nivel cambia de H_o a H_1 en la zanja.

$$H_o - H(x,t) = (H_1 - H_o) \operatorname{erfc} \left(\frac{S x^2}{4 T t} \right)$$

y llamando $s = H_o - H$ y $s_o = H_o - H_1$

se reproduce la fórmula (9.183).

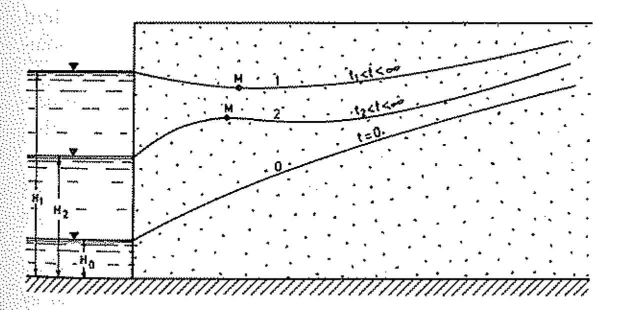


FIGURA 9.201
Efecto de varios cambios bruscos de nivel en el nivel de drenaje de un acuífero de gran extensión. La secuencia de cambios es 0, 1 y 2; M es un punto del nivel mínimo. (Abramov et alt., 1960, en Everdinguen, 1968.)

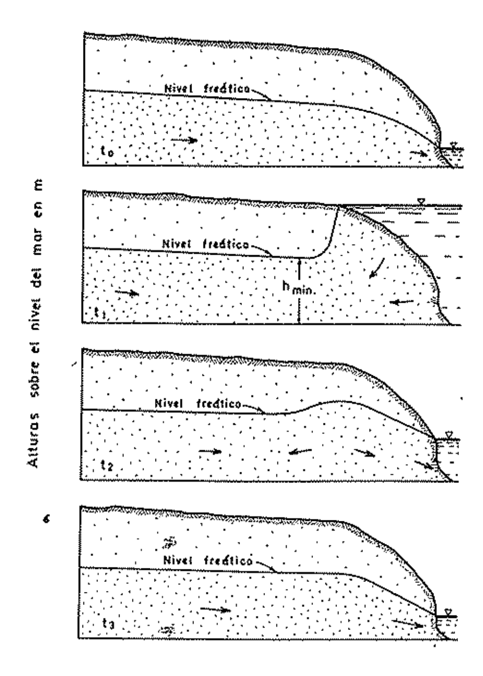


FIGURA 9.202
Variaciones en la altura del nivel freático en un acuífero asociado a una línea de drenaje fluctuante. (Cady 1941, en Everdinguen, 1968.)

Si el acuífero se extiende sólo hasta una distancia L, en la que existe una zanja de nivel constante, la teoría de las imágenes permite escribir (Venetis, 1970):

$$P^*(x,t) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} [P(2nL + x, t) - P(2(n+1)L - x, t)]$$

siendo P* la nueva respuesta al escalón unitario. Cuando no se trata de cambios bruscos de nivel, la función U* a aplicar es la misma anterior sustituyendo P por U.

El estudio del efecto del paso de una avenida en un río sobre el acuífero es un problema de interés en muchas situaciones reales. Para conocer este efecto es preciso conocer la forma de la onda de avenida[130]

[130] El estudio puede verse en Walton (1970), págs. 183-188 y los resultados de un estudio numérico en Hornberger, Ebert y Remson (1970).

En acuíferos muy extensos, en puntos alejados del río el efecto de cambios de nivel libre del agua no son apenas notables y entonces el perfil piezométrico es aproximadamente parabólico ya que debe tenerse en cuenta la recarga. Midiendo las distancias desde la divisoria de aguas, supuesta fija, si se tienen los niveles en tres puntos tal que:

Punto	Distancia a la divisoria	Cota piezométrica bajo el nivel de la divisoria
1	x_1	y_1
2	$x_2 = x_1 + c$	$y_2 = y_1 + a$
3	$x_3 = x_2 + c + d$	$y_3 = y_1 + a + b$

se tiene que (Rorabaugh, 1960):

$$\frac{W}{T} = 2 \frac{b\,c - a\,d}{c\,d\,(c + d)}$$

y la distancia a la divisoria es

$$x_1 = \frac{a\,d^2 + 2\,a\,c\,d - b\,c^2}{2\,(b\,c - a\,d)}$$

Si en un tiempo Δt en el que no hay lluvia, el nivel en 1 y 2 desciende respectivamente Δy_1 y Δy_2

$$\frac{T}{S} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{c\,d\,(c + d)}{2\,(b\,c - a\,d)}$$

siendo

$$\Delta y = \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2}$$

Ejemplo 5

Calcular las constantes de un acuífero de gran extensión drenado por un río, si se dispone de datos en tres piezómetros tales que:

Piezómetro	Distancia a la divisoria (m)	Cota piezométrica bajo el nivel de la divisoria (m)	Descenso de nivel en 28 días sin lluvia
1	x	y	0,12
2	x + 150	y + 0,06	0,13
3	x + 324	y + 0,18	0,13

Será:

$a = 0{,}06$; $b = 0{,}12$ m ; $c = 150$ m ; $d = 174$ m

$\Delta y \simeq 0{,}13$ m

$$\frac{W}{T} = 2 \frac{0{,}12 \cdot 150 - 0{,}06 \cdot 174}{150 \cdot 174\,(150 + 174)} = 1{,}79 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}}$$

$$\frac{T}{S} = \frac{1}{2} \frac{0{,}13}{28} \frac{150 \cdot 174\,(150 + 174)}{0{,}12 \cdot 150 - 0{,}06 \cdot 174} = 2597\ \mathrm{m^2/día}$$

La distancia del punto 1 a la divisoria es:

$$x_1 = \frac{1}{2} \frac{0{,}06 \cdot 174^2 + 2 \cdot 0{,}06 \cdot 150 \cdot 174 - 0{,}12 \cdot 150^2}{0{,}12 \cdot 150 - 0{,}06 \cdot 174} = 149\ \mathrm{m}$$

Si en la realidad se observa que a 20 m de distancia del punto 1 existe ya el borde del acuífero, $x_1 = 149$ m quiere decir que existe un aporte q' de agua a través del borde del acuífero.

El aporte equivale al agua que se debería haber recogido de la lluvia entre las distancias 20 y 149 m del punto 1, luego:

$q' = W\,(149 - 20) = 129\,W$

Como

$$\frac{W}{T} = 1{,}79 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}}$$

$q' = 2{,}67 \cdot 10^{-4}\ T$

17.5 PROBLEMAS RELACIONADOS CON ACUÍFEROS LIBRES

El hecho de que la superficie freática de un acuífero libre sea simultáneamente condición de contorno y solución complica mucho el problema. Una primera simplificación es suponer que la superficie libre es una superficie de líneas de corriente, lo cual sólo es admisible cuando su descenso se realiza a un ritmo lento (tiempos grandes) o sea cuando el caudal transmitido por una cierta sección es notablemente mayor que el caudal generado por el descenso de nivel.

Otra nueva complicación nace del drenaje diferido, que ya fue comentado en el capítulo 9.8 y que sólo es de efecto despreciable si el medio es de poros grandes en la zona de variación de nivel, o los descensos se miden después de un cierto tiempo de iniciado el drenaje.

Una tercera fuente de complicaciones nace de la exis-

tencia de componentes verticales de velocidad, las cuales además hacen aparecer la posible anisotropía del terreno. Si se prescinde de las componentes verticales de velocidad y de los fenómenos anteriores, la admisión de las simplificaciones de Dupuit-Forchheimer conduce a la ecuación de Boussinesq (ver capítulo 8.4 apartado 4.7), que para flujo hacia un dren de gran longitud se escribe:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)=\frac{m}{k}\frac{\partial H}{\partial t}$$

siendo x las distancias al dren, H el espesor saturado, m la porosidad eficaz (m = S en este caso) y k la permeabilidad del medio supuesto isótropo. Si el medio es anisótropo, siendo la permeabilidad vertical k_v y k_h la horizontal, puede transformarse en un medio isótropo equivalente aplicando a las dimensiones verticales, la transformación:

$$Z = z\sqrt{\frac{k_x}{k_z}}$$

Cuando los descensos son pequeños en relación al espesor saturado inicial H_o, se pueden aplicar las fórmulas de los apartados anteriores para acuífero cautivo, tomando el valor apropiado de S. En este supuesto se produce una linearización de la ecuación de Boussinesq:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=\frac{m}{k H_o}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$$

o mejor aún:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=\frac{m}{k\overline{H}}\cdot\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (9.191)$$

en la que $\overline{H}$ es un valor medio de las H[131].

Otros autores (Polubarinova-Kochina, 1952, pág. 501; Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 217-221) prefieren tomar como variable $H^2 = u$ con lo que:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{m}{k\bar{h}}\frac{\partial u}{\partial t} \qquad (9.192)$$

en la que $\bar{h}$ es un valor medio de $\sqrt{u}$

[131] La resolución de la ecuación (9.191) conduce a las fórmulas (9.181) y (9.183) aplicando las condiciones de contorno apropiadas.

y así conduce a soluciones más aproximadas tanto para el régimen variable como para el régimen permanente ($\partial u/\partial t = 0$).

La resolución de las ecuaciones (9.191) y (9.192) puede efectuarse mediante el cambio de variable (ya empleado para deducir elementalmente la fórmula de Theis en el capítulo 9.2)

$$\eta^2=\frac{x^2}{\alpha^2\sqrt{t}}$$

siendo

$$\alpha^2=\frac{4k\overline{H}}{m}$$

o bien

$$\alpha^2=\frac{4k\bar{h}}{m}$$

y luego u^2 ó $\overline{H}^2 = v$[132].

Si se tiene una serie de drenes paralelos igualmente espaciados a distancia L y colocados sobre la base impermeable horizontal:

$$H(x,t)=\frac{H_o\,\beta\left(\frac{x}{L}\right)}{1+1{,}12\,\frac{t\,k\,H_o}{m\,L^2}}$$

en la que H_o es el espesor saturado para x = L, estando x medido a partir del dren considerado hasta el valor x = L; β (x/L) es la forma inicial de la superficie libre de modo que:

$$\frac{H(x,o)}{H_o}=\beta\left(\frac{x}{L}\right)$$

En el caso de un canal mantenido a nivel H_o y que de repente varía hasta H_1, el caudal drenado o recargado es:

$$q=\pm H_1\sqrt{\frac{H_o\cdot k\cdot m}{2t}}$$

[132] Los resultados obtenidos, de carácter general, pueden encontrarse en Polubarinova-Kochina (1952), págs. 502-506.

La solución exacta de la ecuación de Boussinesq (9.190) sólo se ha podido realizar en unos pocos casos (ver Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 212-217).

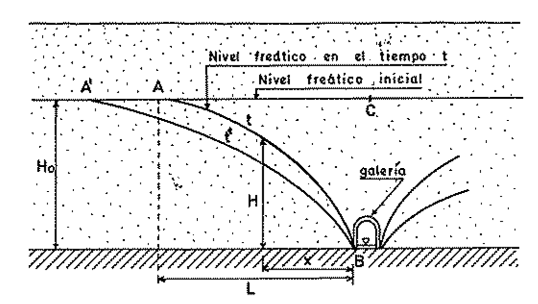


FIGURA 9.203
Flujo no estacionario hacia una galería situada sobre la base impermeable. Esquema para el cálculo del régimen variable de acuerdo con la aproximación de Lembke.

siendo $H_1/H_o \gg 0$

(+) si se infiltra agua; (−) si se drena

y si es: $H_1 = 0$

$$q = -0{,}47\, H_o \sqrt{\frac{H_o \cdot k \cdot m}{2\,t}}$$

Si se trata de un acuífero vacío ($H_o = 0$) y de repente se pone una altura de agua H_1 en el canal, se produce una lengua de avance, cuyo pie dista del canal:

$$l\,(t) = 1{,}62 \sqrt{\frac{t \cdot k \cdot H_1}{m}}$$

Si la base del acuífero libre tiene una pendiente tg $\alpha = i$, siendo α el ángulo que forma con la horizontal:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left((H - i\,x)\frac{\partial H}{\partial x}\right) + v = \frac{m}{k}\,\frac{\partial H}{\partial t}$$

en que v es la componente vertical de la velocidad[133].

Lembke (1886) propuso un método de cambios sucesivos en el estado estacionario que permite estudiar aproximadamente el régimen variable en acuíferos libres cuando la superficie freática altera poco su forma[134].

[133] La resolución de esta ecuación para fugas de un canal o para el paso de agua de un canal a otro puede encontrarse en Polubarinova-Kochina (1952), págs. 520-512 y también puede consultarse Bear, Zaslavsky e Irmay (1968), pág. 221.

[134] Este método fue empleado en tiempos pasados por muchos autores (por ejemplo Moragas, 1896; Forchheimer, 1935) y es recogido de nuevo por Polubarinova-Kochina (1952), págs. 572-577.

El caso más sencillo es el flujo hacia un dren o galería situado sobre la base impermeable horizontal de un acuífero libre (fig. 9.203). Se supone que en cualquier tiempo t la superficie freática es una parábola $H^2 = \frac{H_o^2}{L}\,x$ (se deduce del apartado 16.2.2 para $H_{od} = 0$) en la que L es la distancia de influencia, la cual cambia con el tiempo, de modo que dicha parábola enlaza con una rama horizontal. El caudal unitario es (ver apartado 16.2.2 para $H_{od} = 0$).

$$q = k\,\frac{H_o^2}{2\,L}$$

En el tiempo d t la superficie freática pasa de la posición AB a la A'B con una nueva distancia de influencia L'. El volumen de agua por unidad de longitud de dren obtenido en el tiempo d t es igual al volumen de A'AB para una longitud unitaria.

$$\text{Volumen CAB} = \int_0^L (H_o - H)\,d\,x = \frac{1}{3}\,H_o\,L$$

$$\text{Volumen A'AB} = d\,(\text{Vol CAB}) = \frac{1}{3}\,H_o\,d\,L$$

$$q\,d\,t = k\,\frac{H_o^2}{2\,L}\,d\,t = \frac{1}{3}\,m\,H_o\,d\,L + L\,W\,d\,t$$

en la que W es el posible aporte de agua de lluvia (m/día) y m la porosidad.

La resolución de la ecuación conduce a:

$$L\,(t) = H_o \sqrt{\frac{k}{2\,W}\left(1 - \exp\left(-\frac{6\,W}{H_o}\,t\right)\right)}$$

ya que $L\,(0) = 0$.

Para $t = \infty$ se tiene la distancia de influencia en régimen estacionario $L\,(\infty) = H_o \sqrt{\frac{k}{2\,W}}$

siendo $L\,(\infty) = \infty$ para $W = 0$

El caudal drenado por la galería es:

$$q\,(t) = H_o \sqrt{\frac{0{,}5\,k\,W}{1 - \exp\left(-\frac{6\,W}{H_o}\,t\right)}}$$

que en régimen estacionario es ($t \rightarrow \infty$)

$$q = H_o \sqrt{\frac{k W}{2}} W \cdot L(\infty)$$

como debía suceder.

Si el dren no está sobre la base impermeable, sino a una altura sobre la misma H_{od} (H_{od} es el espesor saturado en el dren), se tiene (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, pág. 221) para $W = 0$:

$$L(t) = (H_o + H_{od}) \sqrt{\frac{3(H_o + 2 H_{od})}{H_o}} \sqrt{\frac{t H_o k}{m}}$$

El método de Lembke es aplicable también cuando H_{od} o H_o son variables, y entonces se llega a una solución con una integral que es preciso evaluar (ver Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968, págs. 220-221).

17.6 FLUCTUACIONES PERIÓDICAS DE NIVEL EN LÍNEAS DE DRENAJE DE GRAN LONGITUD

El problema aparece en acuíferos relacionados con un nivel de agua que sufre variaciones sinusoidales de nivel tales como las producidas por la marea o por las variaciones pluviométricas interanuales. Si la variación no es sinusoidal se puede descomponer la variación periódica en una suma de funciones que lo sean mediante el análisis armónico de Fourier. Es otra forma de tratar el drenaje de acuíferos hacia una zanja de nivel variable.

Si el acuífero es cautivo, semiinfinito, isótropo y homogéneo y el dren es totalmente penetrante se cumple que (Ferris et al, 1962, págs. 133-135):

$$\Sigma = \Sigma_o \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \qquad (9.193)$$

en la que:

Σ = oscilación de nivel (amplitud) a distancia x de la línea de drenaje (entre máximo y mínimo)
Σ_o = oscilación de nivel (amplitud) en la línea de drenaje
t_o = período de la oscilación
S = coeficiente de almacenamiento
T = transmisividad.

La variación de nivel respecto a la posición de reposo en un cierto momento t viene dada por (Cooper, 1964, pág. C9):

$$s = \frac{\Sigma_o}{2} \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \cdot$$

$$\cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \pi t}{t_o} - x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \qquad (9.194)$$

que indica que en un cierto punto del acuífero existe un desfase entre su oscilación y la del río de valor

$$x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}} \text{ radianes}$$

que en unidades de tiempo será de:

$$\Delta t = \frac{t_o}{2\pi} x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}} = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{t_o S}{\pi T}} \qquad (9.195)$$

El gradiente hidráulico tampoco está en fase con Σ_o o con s (Walton, 1970, pág. 177).

Ejemplo 6

Se tiene un piezómetro instalado en un acuífero cautivo de características $T = 1000\ m^2/día$ y $S = 10^{-3}$, a 100 m de distancia de la orilla del mar. La marea en ese lugar tiene una amplitud de 0,8 m y se sabe que el acuífero entra en relación con el mar a 1500 m de distancia de la costa. Calcular la amplitud de oscilación y el desfase en la respuesta del piezómetro. El período de la marea es de 12 h 26 minutos. Puede despreciarse el efecto de variación de carga en la parte de acuífero confinado bajo el mar.

$$t_o = \frac{12 \cdot 60 + 26}{1440} = 0{,}52 \text{ días}$$

$$x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}} = (100 + 1500) \sqrt{\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{0{,}52 \cdot 1000}} = 3{,}93$$

$$\Sigma = 0{,}8\ e^{3{,}93} = 0{,}016 \text{ m}$$

El desfase es de 3,93 radianes o sea de

$$\Delta t = \frac{3{,}93}{2\pi} t_o = 0{,}325 \text{ días} \approx 7{,}8 \text{ horas}$$

Conociendo en varios puntos de observación los valores de Σ pueden calcularse las características del acuífero pues puede escribirse que:

$$\log \frac{\Sigma}{\Sigma_o} = -x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}$$

Dibujando x en función de $\log \Sigma/\Sigma_o$ debe obtenerse una recta de pendiente:

$$\sqrt{\frac{t_o T}{\pi S}} = (\Delta x)_{10}$$

$(\Delta x)_{10}$ = diferencia de x para un ancho de ciclo logarítmico Σ/Σ_o de la que puede calcularse T/S, también llamada difusividad del acuífero.

La citada recta debe pasar por el punto:

$$\left(x = 0, \frac{\Sigma}{\Sigma_o} = 1\right)$$

Si no es así y el valor de x para $\Sigma/\Sigma_o = 1$ es negativo indica pérdidas de carga en el paso del agua al río o viceversa, o efecto de penetración parcial. Ello no afecta al valor de T/S deducido.

Si se conoce el valor del retraso de la respuesta de un piezómetro con respecto a la línea de drenaje.

$$t_1 = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{t_o S}{\pi T}}$$

se puede calcular también T/S.

El gráfico x en función de t_1 para cada piezómetro debe originar una recta de pendiente

$$2 \sqrt{\frac{\pi T}{t_o S}}$$

y debe pasar por el punto ($t_1 = 0$, $x = 0$). Si no es así para $t_1 = 0$ se obtiene un valor de x de igual significación al indicado anteriormente. Es una distancia efectiva desde la línea de drenaje real a una línea de drenaje ideal, tal que produzca el mismo efecto.

Los dos métodos han sido aplicados en el acuífero basáltico, costero de Güimar (Tenerife, Islas Canarias) con notable éxito (Proyecto Canarias, 1973).

17.7 CAUDALES Y RÉGIMEN DE BASE DE RÍOS Y FUENTES

Los diferentes casos estudiados anteriormente se corresponden con el caudal de una fuente o el régimen de base de un río ya que el descenso puede suponerse constante. Estos aspectos serán tratados con mayor detalle en la sección 11.

Es muy frecuente suponer que la variación del caudal sigue una ley exponencial decreciente del tipo:

$$Q = Q_o e^{-\alpha(t-t_o)}$$

ó (9.196)

$$q = q_o e^{-\alpha(t-t_o)}$$

ecuación que suele dar buenos resultados entre intervalos de tiempo no demasiado largos, ya que de la inspección de la fórmula (9.190) se deduce que en realidad se trata de una suma de exponenciales[135]. En caso de acuíferos libres la ecuación de Werner y Sundquist (1951):

$$q = \frac{q_o}{[1 + \alpha(t - t_o)]^2} \quad (9.197)$$

parece ser correcta como primera aproximación (Hornberger, Ebert y Remson, 1970) a pesar de que su deducción no es satisfactoria.

Si existe una recarga constante W (Schoeller, 1962, págs. 207-211):

$$(q - W) \approx (q_o - W)\, e^{-\alpha(t-t_o)} \quad (9.198)$$

o bien:

$$q - W = \frac{q_o - W}{[1 + \alpha(t - t_o)]^2} \quad (9.199)$$

Cuando se conoce la evolución de caudales en función del tiempo, pueden determinarse las constantes del acuífero linearizando las fórmulas (9.196) y (9.197), o cualesquiera otras que se utilicen.

La ecuación (9.196) se puede linearizar representando log q en función de t. Se obtiene así una recta de pendiente $-2{,}3\ \alpha$ y ordenada en el origen q_o.

135 Inicialmente es proporcional a $1/\sqrt{t}$, fórmulas (9.184) y (9.189 bis).

La ecuación (9.197) se puede linearizar escribiéndola como:

$$\frac{1}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\sqrt{q_o}} + \frac{\beta}{\sqrt{q_o}}\, t$$

y representando $1/\sqrt{q}$ en función de t. Se obtiene una recta de pendiente $\beta/\sqrt{q_o}$ y de ordenada en el origen $1/\sqrt{q_o}$.

Los valores de α y q_o, o de β y q_o se pueden relacionar con los parámetros característicos del acuífero (T, S, L) de acuerdo con la fórmula (9.190) o las del apartado 17.5. Véase también el capítulo 11.1.

Este tipo de análisis ha sido aplicado con notable éxito al estudio de la evolución de caudales de las galerías del Macizo de Famara (Lanzarote, Islas Canarias), aún en casos complejos de fuerte gradiente piezométrico, penetración parcial y drenaje forzado por sondeos (Custodio, 1974; Custodio y Sáenz-Oiza, 1972, 1973).

En el caso de un acuífero en el que la recarga es constante se llega a producir un régimen de equilibrio en el que el caudal de las fuentes o el caudal de base de los ríos es constante. Tal sucede tomando los valores medios de un gran número de años. Sin embargo, existen variaciones temporales debido a las variaciones naturales en la recarga. Si la recarga puede escribirse (Tison, 1967; Schoeller, 1962, págs. 219-221):

$$W = \overline{W} + W_o \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{t_o}$$

en la que W es la recarga en un cierto momento, $\overline{W}$ es la recarga media en un número de períodos elevado, W_o es la semiamplitud de la oscilación supuesta periódica y t_o es el período. t_o puede ser 1 año, 1 semestre o bien el período de 11 a 13 o de 21 a 23 años del ciclo climático.

El caudal en un tiempo t es:

$$q = \overline{W} \cdot L + q_o \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{t_o} - \frac{2\pi\tau}{t_o}\right) + \left[(q)_o - \overline{W} \cdot L + q_o \operatorname{sen}\frac{2\pi\tau}{t_o} \cdot \exp\left(-\frac{\beta\tau}{L}\right)\right] \tag{9.200}$$

en la que q_o es la semiamplitud de la oscilación de caudales, L el ancho del acuífero, $(q)_o$ es un valor inicial del caudal y β un parámetro del acuífero tal que $\beta = \frac{1}{m}\frac{dq}{dh}$ siendo m la porosidad eficaz y h la altura de agua saturada en un punto.

$$\tau = \text{retardo} = \frac{t_o}{2\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi}{t_o}\frac{L}{\beta}\right)$$

El valor q_o/W_o se llama amortiguamiento y vale:

$$\frac{q_o}{W_o \cdot L} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi L}{t_o \beta}\right)^2}} \tag{9.201}$$

Si la recarga no puede expresarse por una ley sinusoidal, se puede descomponer en una suma de funciones sinusoidales y obtener la solución por superposición.

Capítulo 9.18

Captaciones de drenes radiales y líneas de pozos puntuales

18.1 INTRODUCCIÓN

Las captaciones de drenes radiales son sistemas de captaciones especialmente proyectadas para extraer agua en las proximidades de ríos, en acuíferos de escaso espesor, o en casos en que se precise extraer un caudal importante con poco descenso, por ejemplo en zonas costeras. La obra consiste en un pozo de paredes impermeables en cuyo fondo están colocados radialmente una serie de drenes (fig. 9.204).

Como se verá más adelante, equivalen a un pozo de gran diámetro, hasta de algunas decenas de metros. Con frecuencia, las pérdidas en el pozo son pequeñas dada la baja velocidad de entrada.

Los pozos puntuales son pozos de pequeño diámetro, en general poco profundos, de los que se extrae el agua por aspiración. Frecuentemente una serie de estos pozos se conectan entre sí, mediante una conducción común por la que se efectúa la aspiración. Unas veces tienen por objeto obtener agua de acuíferos superficiales de poco espesor y escasa transmisividad y otras veces son empleados para producir drenajes temporales o permanentes.

Se precisa que el nivel del agua en los pozos puntuales esté a poca profundidad puesto que la aspiración no es efectiva si se tienen elevaciones de más de 5 ó 6 metros. Como esta elevación es la de régimen, el descenso en cada pozo viene limitado; es muy importante que el pozo sea muy eficiente a fin de reducir las pérdidas de entrada. La zona de aspiración debe quedar siempre por debajo del nivel dinámico mínimo del agua a fin de que no penetre aire en el sistema (fig. 9.205).

En ocasiones, si el nivel del agua es algo profundo, puede procederse a colocar la tubería de conexión enterrada ganando así profundidad de colocación en beneficio de la aspiración. Sin embargo, esta excavación en zanja encarece la construcción. En drenajes, pueden irse estableciendo niveles de tuberías colectoras cada vez más bajos conforme va progresando la excavación (figura 9.206).

Si los pozos puntuales se establecen para obtener agua, el mejor funcionamiento se obtiene situando los pozos lo más alejados posible para que los respectivos conos de bombeo no interfieran. Existe un compromiso entre este requisito y la necesidad de no tener excesivas distancias que incrementen el coste de las tuberías de conexión, el coste de mantenimiento y las pérdidas de carga. Si los pozos se sitúan en círculo se obtiene la mejor eficiencia, y si se sitúan en línea recta la peor, pero el espacio ocupado es mínimo. Una solución de compromiso es la disposición en H.

En un sistema de pozos puntuales para drenaje, conviene que los pozos estén cercanos a fin de obtener el

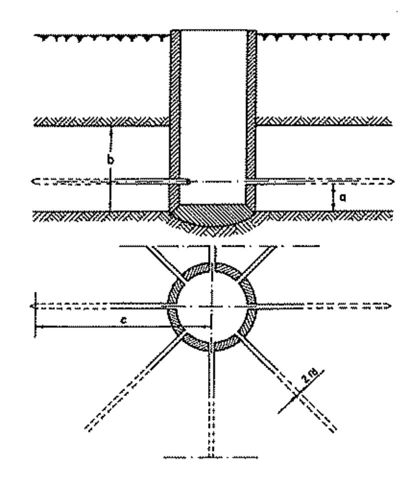


FIGURA 9.204
Esquema de un pozo de drenes radiales.

máximo solape de conos de bombeo. El nivel de drenaje obtenido es el que existe entre dos pozos adyacentes[136].

Con frecuencia, los pozos puntuales se colocan alineados en uno o varios trazados rectilíneos paralelos; si los pozos están regularmente espaciados, su efecto a distancia mayor que dicho espaciado equivale al de una zanja de igual longitud.

18.2 CAUDALES Y DESCENSOS EN UN SISTEMA DE ZANJAS RADIALES EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Para el estudio de la hidráulica de pozos de drenes radiales, conviene analizar primero el comportamiento de un sistema de n zanjas radiales totalmente penetrantes de igual longitud c (a partir del centro) regularmente distribuidas. Admitiendo un radio de acción, R, el caudal total obtenido será (Schneebeli, 1966, pág. 266).

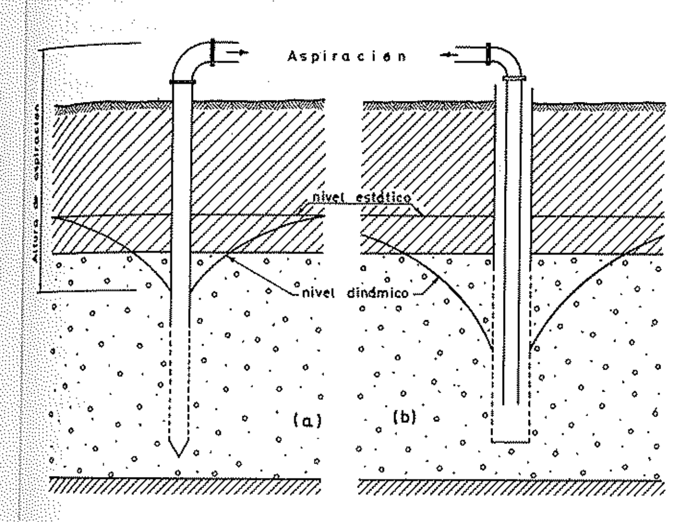
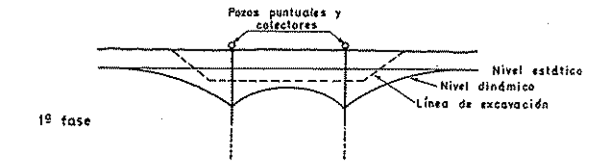
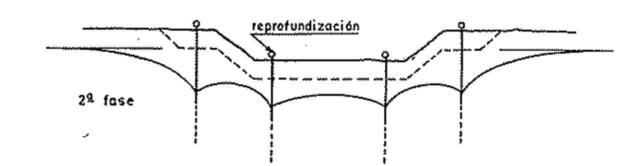


FIGURA 9.205

Pozo puntual. a) *El tubo de aspiración coincide con el tubo del pozo. La rejilla debe estar por debajo del nivel mínimo de bombeo. Es el sistema más usual.* b) *Se aspira por un tubo interior. En este caso basta con que el nivel de bombeo no alcance el extremo inferior del tubo de aspiración. No es un sistema usual puesto que se tienen mayores pérdidas de carga y se precisa de pozos de mayor diámetro y por lo tanto más difíciles de instalar.*

[136] El problema de drenajes mediante sistemas de pozos puntuales trasciende el propósito del presente capítulo y puede ser consultado en textos especializados. En Cedergren (1968) puede encontrarse un excelente extracto.





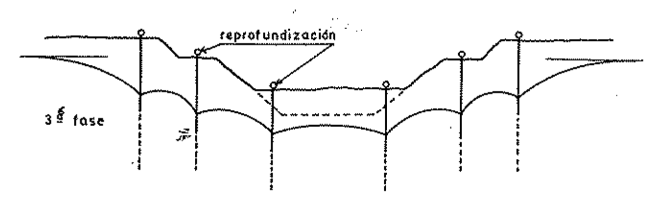


FIGURA 9.206

Ejecución en seco de una excavación profunda empleando escalones sucesivos de pozos puntuales.

$$Q = \frac{2 \pi T s_p}{\ln \dfrac{R \sqrt[n]{4}}{c}} \qquad (9.202)$$

siendo s_p el descenso en el pozo colector que es igual al descenso en cada uno de los drenes, suponiendo pequeñas las pérdidas de circulación en los mismos. El conjunto equivale a un pozo completo de radio efectivo:

$$r_p = \frac{c}{\sqrt[n]{4}} \qquad (9.203)$$

La obtención de la fórmula (9.202) supone algunas simplificaciones y el error cometido es tanto menor cuanto mayor es n.

La distribución del caudal recibido por una de las zanjas de longitud c no es uniforme en su longitud, de modo que:

$$Q(l) = \frac{Q}{\pi} \text{ arc tg} \left(\frac{2 \sqrt{\alpha^n (1 - \alpha^n)}}{2 \alpha^2 - 1} \right) \qquad (9.204)$$

siendo $\alpha = \dfrac{c - l}{c}$, Q el caudal total del dren supuesto

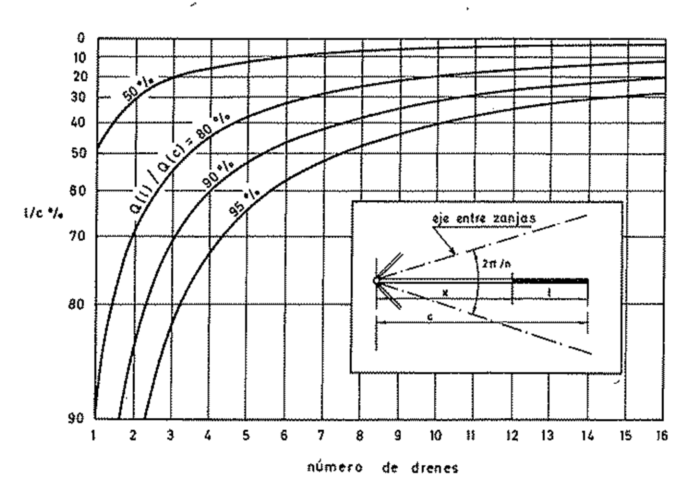


FIGURA 9.207

Repartición del caudal a lo largo de los brazos de un sistema de zanjas radiales. (Schneebeli, 1966, pág. 269.) Q = *caudal total;* Q (l) = *caudal que penetra por la longitud* l.

ranurado en toda su longitud, y Q (l) el caudal que ha penetrado en el pozo a través de los primeros l metros de zanja contados a partir del extremo de la misma.

La mayor parte del caudal (ver fig. 9.207) penetra por los extremos de las zanjas, tanto más cuanto mayor sea el número de zanjas. Para n = 10, el 90 % del caudal penetra por el tercio final de las mismas. Así pues si los 2/3 de la zanja próximos al pozo son impermeables, apenas se ve afectado el caudal del pozo.

Si se trata de un acuífero libre y los descensos son importantes con respecto al espesor saturado inicial H_o, como sucede con frecuencia, el valor s_p debe sustituirse por:

$$\frac{H_o^2 - H_p^2}{2\,H_o}$$

siendo H_p el espesor saturado en cada zanja radial.

Si, como sucede con frecuencia, el pozo de zanjas radiales está próximo a un río, debe tomarse $R = 2\,x_o$, siendo x_o la distancia del pozo colector al río, siempre y cuando los drenes no se sitúen por debajo del propio río. En realidad x_o es una distancia efectiva ya que si el caudal extraído es grande es posible que el río no sea capaz de mantener al acuífero a nivel constante en su orilla. Rara vez la infiltración de agua del río supera 1 m/día y con frecuencia es de sólo 10 cm/día en lechos aparentemente permeables (Bennett, 1970, M.O.P. 1971).

18.3 POZOS DE DRENES RADIALES

Un pozo de n drenes radiales horizontales distribuidos uniformemente puede considerarse como un sistema de n zanjas radiales totalmente penetrantes, adicionando la pérdida de entrada en los drenes, ya que estos son de pequeño diámetro en relación con el espesor del acuífero.

Los pozos de drenes radiales de radios regularmente distribuidos equivalen a un pozo ordinario de radio dado por la fórmula (9.203), aunque es más frecuente tomar como radio equivalente 0,75 · c, siendo c la longitud de cada dren (Hantush, 1964, pág. 397); otros autores sugieren tomar un valor variable entre (0,75 y 0,85) · c (Walton, 1962, págs. 27-28; Mikels y Klaer, 1956).

Las fórmulas de los pozos sin drenes[137], son correctas con suficiente aproximación para el cálculo de los descensos en puntos alejados del pozo a una distancia mayor que la longitud de los drenes, incluso para sólo tres drenes, tanto en régimen permanente como en régimen no permanente (fig. 9.208); en la zona próxima al pozo las desviaciones son importantes[138].

Para el régimen permanente, Schneebeli (1966) página 275, establece la fórmula siguiente para el descenso en el pozo s_p en función del caudal total, Q, y del número de drenes n de longitud c situados a una altura a_1 sobre la base impermeable en un acuífero de espesor b:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T}\left(\ln\frac{R\,\sqrt[n]{4}}{c} + \frac{b/c}{2\,n\,(1 - 1/\sqrt[n]{2})}\,\ln\frac{b}{2\pi r_d\,\operatorname{sen}\dfrac{\pi a_1}{b}}\right) \qquad (9.205)$$

siendo r_d el radio de los drenes.

Si se conoce s_p, descenso en el pozo colector, es posible calcular el caudal Q.

Si el acuífero es libre con descensos importantes, s_p debe sustituirse por:

$$\frac{H_o^2 - H_p^2}{2\,H_o}$$

[137] Véase el capítulo 9.2.

[138] Una solución general para tiempos grandes puede encontrarse en Hantush (1964), pág. 401 y en Walton (1970), págs. 309-311, en donde además se da una tabla para facilitar los cálculos.

Si el pozo de drenes radiales está cerca de un río es $R = 2\,x_o$, tal como se indicó en el apartado anterior, tomando para r_p el valor $c/(\sqrt[n]{4})$[139].

Ejemplo 1

Calcular el caudal que podrá obtenerse de un pozo de drenes radiales en un acuífero de transmisividad 500 m²/día con un descenso de 4 metros si el radio de acción es de 500 m. Puede suponerse que las pérdidas en el pozo son despreciables. El pozo consiste en 12 brazos de 30 m de longitud cada uno (medida desde el eje) de 100 mm de diámetro, colocados a 1 m sobre la base del acuífero, cuyo espesor total es de 10 m.

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot 500 \cdot 4} = \ln \frac{500\,\sqrt[12]{4}}{30} +$$

$$+ \frac{10/30}{2 \cdot 12\,(1 - 1/\sqrt[12]{2})} \ln \frac{10}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05 \,\text{sen}\, \dfrac{\pi \cdot 1}{10}}$$

$Q = 51\,219$ m³/día < > 583 l/seg

No siempre los colectores están regularmente distribuidos y en el caso de pozos próximos a un río tienden a situarse paralelamente y hacia el mismo, siendo frecuente que uno o varios de los drenes se coloque bajo el propio lecho del río. Por razones constructivas usualmente los drenes tienen diferentes longitudes y entonces es necesario considerar una longitud media.

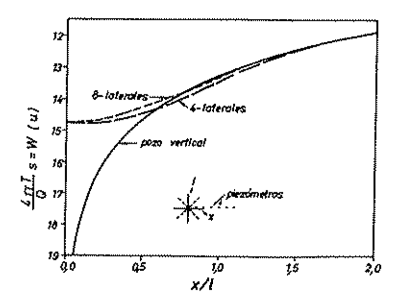
El descenso producido en un pozo con un solo dren perpendicular al río y que llega a situarse bajo el mismo es de expresión complicada (Hantush, 1964, páginas 406-407). Si el dren se extiende bajo todo el río:

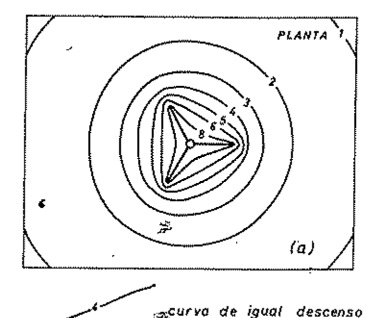
$$s_p = \frac{Q}{4\,\pi\,k\,L} \cdot$$

$$\cdot \ln \frac{\left(1 - \cos \dfrac{\pi\,(2\,a_2 + r_d)}{2\,b}\right)\left(1 + \cos \dfrac{\pi\,r_d}{2\,b}\right)}{\left(1 + \cos \dfrac{\pi\,(2\,a_2 + r_d)}{2\,b}\right)\left(1 - \cos \dfrac{\pi\,r_d}{2\,b}\right)}$$

en la que L es el ancho del río (supuesto que ocupa todo el cauce de aguas bajas) y a_2 es la distancia vertical del dren al lecho del río, estando definidos anteriormente los demás valores.

[139] En Yotov (1971) puede encontrarse otra fórmula para el radio equivalente del pozo.





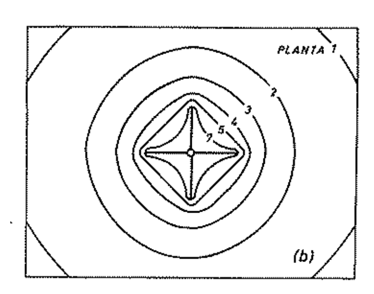


FIGURA 9.208

Descensos alrededor de un pozo de drenes radiales. (Hantush, 1964, págs. 402-403). l = longitud de cada colector; x = distancia al eje del pozo central.

Si el dren sólo se extiende parcialmente bajo el río, se tiene una cota mínima para el descenso dada por (Hantush, 1964, pág. 407)

$$s_p > \frac{Q}{4\,\pi\,k\,c} \cdot$$

$$\cdot \ln \left[\left(\frac{4\,b}{\pi\,r_2}\right)^2 \cdot \frac{1 - \cos \dfrac{\pi\,(2\,a_2 + r_d)}{2\,b}}{1 + \cos \dfrac{\pi\,(2\,a_2 + r_d)}{2\,b}} \right]$$

con las condiciones:

$$t > \frac{5\,b^2\,S}{T}$$

$$L > 0{,}5\,(b + 2\,r_p^* + c)$$

$$c > b$$

$$r_d < \frac{b}{\pi}$$

siendo r_p^* el radio del pozo colector, supuesto situado justo en la margen del río, y c la longitud del brazo.

Con esa fórmula puede calcularse el caudal máximo esperable.

Estas fórmulas han sido ensayadas con un modelo de líquido conductor (Debrine, 1970) con resultados satisfactorios.

Ejemplo 2

Estimar el límite superior del caudal obtenible de un pozo de drenes radiales bajo el lecho de un río, si la longitud de los drenes es de 60 m, el espesor saturado del acuífero de 10 m la anchura del río de 75 m y el plano de drenes está 7,5 m por debajo del nivel del agua. El diámetro del dren es de 600 mm y el del pozo colector de 6 m. El acuífero tiene una permeabilidad de 26,5 m/día y no se desea rebasar un descenso de 6 metros.

Como se cumplen las condiciones restrictivas de la fórmula anterior el caudal del pozo será menor que:

$$Q < \frac{4 \cdot \pi \cdot 26{,}5 \cdot 60 \cdot 6}{\ln \left[\left(\frac{4 \cdot 10}{\pi \cdot 0{,}3} \right)^2 \cdot \frac{1 - \cos \frac{\pi\,(2 \cdot 7{,}5 + 0{,}3)}{2 \cdot 10}}{1 + \cos \frac{\pi\,(2 \cdot 7{,}5 + 0{,}3)}{2 \cdot 10}} \right]} =$$

$= 12\,760\ m^3/día = 148$ l/seg

En todos los cálculos se supone que el río es capaz de mantener el nivel del acuífero constante; en la realidad el río puede «despegarse» del nivel freático del acuífero y entonces el problema se complica mucho más.

18.4 LÍNEAS DE POZOS

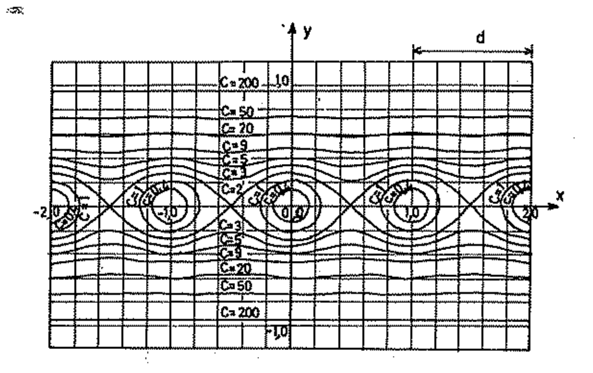
Un conjunto de una infinidad de pozos alineados y separados entre sí una distancia d constante crea un campo de flujo que es la repetición del creado por un pozo en el centro de una franja acuífera de ancho d y limitada por bordes impermeables. Si se toma como origen de coordenadas el pozo, siendo el eje x el normal a los bordes y el eje y el paralelo, el potencial en un punto (x, y) a distancia r, para el mismo descenso en cada pozo viene dada por (Schneebeli, 1966, pág. 243; Muskat, 1937, págs. 524-530) (véase figura 9.209):

$$s = \frac{Q}{4\,\pi\,T} \ln \frac{\mathrm{Ch}\,\frac{2\,\pi\,L}{d}}{\mathrm{Ch}\,\frac{2\,\pi\,y}{d} - \cos \frac{2\,\pi\,x}{d}}$$

siendo L una distancia de influencia, si es $L \gg d$.

Si es $y > d/2$

$$s = \frac{Q}{2\,d\,T}\,(L - y)$$



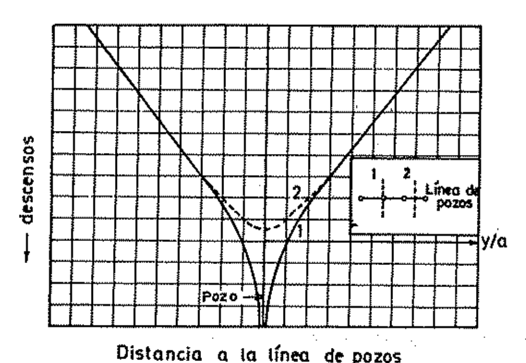


FIGURA 9.209

Equipotenciales y perfiles de descensos normales a una línea de pozos de bombeo. (Según Muskat, 1937.)

que es el descenso creado por una zanja situada en el lugar de la línea de pozos y tal que extraiga un caudal total por unidad de longitud:

$$q^* = \frac{Q}{2\,d}$$

(ver apartado 16.2.1).

Si es $x \ll d$ e $y \ll d$, se tiene:

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\left(\frac{\pi L}{d} + \ln\frac{d}{\pi r}\right)$$

con $r^2 = x^2 + y^2$

que indica que los descensos alrededor de cada pozo son aproximadamente los que corresponden a una zanja con límite de influencia a distancia L, más el descenso por un pozo en una isla circular de radio d/π.

El descenso en el pozo vale aproximadamente:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T}\left(\frac{\pi L}{d} + \ln\frac{d}{\pi r_p}\right)$$

El descenso en el punto medio entre dos pozos ($x = \pm d/2$, $y = 0$)

$$s(\tfrac{1}{2}) = \frac{Q}{4\pi T}\ln \mathrm{Ch}\,\frac{2\pi L}{d} \approx \frac{Q}{4\pi T}\left(\frac{2\pi L}{d} - \ln 2\right)$$

En general puede admitirse que

$$L = 2\sqrt{\frac{T\,t}{\pi S}}$$

El análisis de una línea de pozos paralela a una línea de recarga o de varias líneas de pozos paralelas puede realizarse por superposición de los descensos dados por las fórmulas anteriores (Muskat, 1937, págs. 524-606; Schneebeli, 1966, págs. 246-250)[140].

El análisis de una red de pozos de bombeo con igual descenso en cada uno de ellos, recibiendo una recarga constante por infiltración, puede hacerse asociando a cada pozo un radio de acción tal que no se pueda recibir flujo del exterior del mismo y el caudal bombeado sería el que procedería de la recarga dentro del círculo definido[141].

Cuando se trata de drenar acuíferos, no sólo tiene interés el régimen estacionario o casi estacionario final, sino el tiempo en el cual éste se alcanza, pues puede suceder que se logre con excesiva lentitud y entonces el sistema debe ser sobredimensionado para acortar tiempos.

En acuíferos libres coincide el drenaje diferido con el movimiento vertical del nivel freático y con la disminución de espesor saturado. En los primeros momentos del bombeo, el movimiento vertical del nivel freático domina el flujo y después dominan ya los otros fenómenos.

En los momentos iniciales del bombeo el nivel freático desciende a una velocidad v:

$$v = \frac{\Delta H}{\Delta z}\,\frac{k_v}{m}$$

siendo $\Delta H/\Delta z$ el gradiente que origina el movimiento vertical del agua (z es la coordenada vertical), k_v la permeabilidad vertical, m la porosidad eficaz de este drenaje rápido y H el espesor saturado.

Para un pozo (Boulton, 1964):

$$\frac{\Delta H}{\Delta z} = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}\cdot\frac{\cos\dfrac{(2n-1)\pi H_p}{2H_o}\,K_o\left(\dfrac{(2n-1)\pi r}{2H_o}\right)}{K_o\left(\dfrac{(2n-1)\pi r_p}{2H_o}\right)}$$

en la que H_p es el nivel de agua en el pozo, r_p su radio y H_o el espesor saturado inicial.

Si existen varios pozos, la velocidad inicial de descenso del nivel freático es la suma de las velocidades de descenso creadas por cada pozo[142].

[140] Si las líneas de pozos contienen sólo unos pocos pozos, o se trata de analizar el efecto en los pozos extremos, el problema es resoluble por superposición aunque se precisa de un notable volumen de cálculo. Las soluciones pueden encontrarse en Muskat (1938), páginas 521-523.

[141] El análisis detallado puede verse en Hantush (1964), págs. 390-397.

[142] En Herbert (1969) puede verse el cálculo aproximado del número y distribución de los pozos precisos para conseguir un determinado descenso del nivel freático en un tiempo determinado.

Capítulo 9.19

Introducción a la hidráulica de captaciones en medios fracturados y al análisis estadístico de datos de caudales de pozos

19.1 INTRODUCCIÓN

Muchos tipos de rocas consolidadas fracturadas presentan un indudable interés acuífero y de hecho en muchos lugares del mundo se explotan mediante captaciones que proporcionan caudales importantes.

La captación se realiza unas veces mediante pozos verticales simples, otras mediante pozos de gran diámetro (alrededor de 3 m) dentro de los cuales se excavan galerías o se perforan drenes horizontales (catas), y en otras mediante galerías de longitud más o menos grande. En muchos lugares, estas obras tienen cientos de años de antigüedad.

En la realidad, pocas veces se han calculado estas captaciones a fin de determinar el caudal que iban a proporcionar, siendo la experiencia local y el «buen ojo» del proyectista los factores principales de decisión.

Las leyes macroscópicas y microscópicas del movimiento del agua en los medios fracturados son mal conocidas y han sido poco estudiadas, y en la mayoría de los casos se aplican con mayor o menor éxito los métodos y fórmulas deducidas para los medios porosos permeables expuestos en los capítulos anteriores.

A la complicación derivada de la consideración de la circulación por grietas y fisuras se suma la frecuente heterogeneidad de los materiales, por lo que muchas veces debe recurrirse a un análisis estadístico de los datos disponibles a fin de obtener unos valores medios y determinar el tipo de distribución de frecuencias, a fin de poder calcular las diferentes probabilidades de obtener un determinado caudal de base en unas ciertas condiciones, etc. Si existe un número suficiente de datos, los resultados pueden ser de gran interés práctico.

En el momento actual se trabaja notablemente en este campo y son de interés los variados estudios que se llevan a cabo en zonas calcáreas[143], en zonas volcánicas[144] y en áreas graníticas.

Cuando se dispone de un número elevado de pozos en una región o en una formación, puede ser interesante estudiar la distribución de los caudales, profundidades, caudales específicos, etc., conjuntamente o agrupados convenientemente, a fin de tratar de obtener información sobre las características medias de los acuíferos involucrados y de su distribución.

19.2 RELACIÓN ENTRE EL ACUÍFERO FRACTURADO Y EL POZO

En el capítulo 8.10 se trata el movimiento del agua en los medios fracturados.

Unas veces las fisuras y grietas forman una red interconectada tridimensional en cuyo caso la influencia de la captación puede extenderse a un gran volumen de roca, la cual puede llegar a veces a aparecer como homogénea si las fracturas afectan a la roca extensivamente y no de forma localizada (zona de falla, de flexión, etc.). Otras veces las grietas y fisuras son de extensión limitada y sin conexión con otras grietas y fisuras; en este caso el problema es mucho más complicado y puede suceder que sólo se pueda extraer el agua contenida en esa fractura, quedando seca después o a lo más recibiendo un débil aporte de recarga superficial (si aflora su superficie) o de la roca encajante (si ésta es algo permeable).

Según Steward (1967), un pozo vertical construido

143 En especial en el área mediterránea.

144 Por ejemplo el Proyecto Canarias patrocinado por el Gobierno Español y UNESCO.

en rocas con únicamente fracturas verticales puede no dar caudal alguno si no se inicia sobre alguna de las grietas y aún en este caso su recarga es difícil por la escasa superficie de infiltración del agua superficial o del terreno superior. Si todas las fracturas son horizontales no es posible la recarga (se supone que el terreno tiene escasa pendiente) y una vez vaciadas las grietas el pozo se seca. La situación más favorable es cuando se tiene una doble red de grietas inclinadas; para un mismo espaciado de las mismas y una misma penetración del pozo, cuanto menor es la inclinación de las fracturas es mayor el número de las mismas que son cortadas por el pozo y mayor es el área de influencia del bombeo (más fácil recarga) pero mayor es el recorrido medio del agua desde el afloramiento hasta el pozo y por lo tanto crecen las pérdidas de carga de circulación. Existe, en teoría, una inclinación óptima que proporciona el máximo caudal permanente. Debe notarse que lo expuesto se refiere a rocas homogéneas y homogéneamente fracturadas; puede ser aceptable para granito o gneis en terrenos de poca pendiente, pero puede no ser válido para terrenos volcánicos; en terrenos inclinados pueden variar las circunstancias. En la figura 9.210 se esquematizan algunos casos usuales.

Muskat (1937, págs. 410-417) ha estudiado el caso de un acuífero cautivo de gran extensión en el que existe una fractura vertical que atraviesa todo el acuífero. Se supone que esta fractura va a parar a un pozo vertical y que el régimen es estacionario.

Si la fractura puede suponerse equivalente a un medio de permeabilidad k_1, anchura unitaria y de gran extensión, y la roca encajante como un medio de permeabilidad k_2 ($k_2 \ll k_1$) y de gran extensión espacial, tras una formulación de difícil aplicación práctica se llega a establecer la ley de variación del potencial hidráulico. Para la propia fractura, la variación de potencial hidráulico al crecer la distancia al pozo es inicialmente lineal para luego evolucionar logarítmicamente. Para $k_1/k_2 < 10^3$ el tramo lineal inicial es breve, pero para valores mayores se extiende hasta que para $k_1/k_2 = \infty$ (roca sana impermeable) la variación es exactamente lineal, tal como era de esperar.

En medios rocosos con porosidad propia apreciable y con fracturas relativamente anchas, la mayor parte del caudal obtenido procede de la roca y se vierte en la fractura en las proximidades del pozo. Para una misma permeabilidad de la roca sana, la diferencia de altura piezométrica entre el pozo y un punto en la fractura a una cierta distancia disminuye rápidamente al crecer el ancho de la misma. Al mismo tiempo, la fracción del caudal que llega al pozo, y es vertido en la fractura

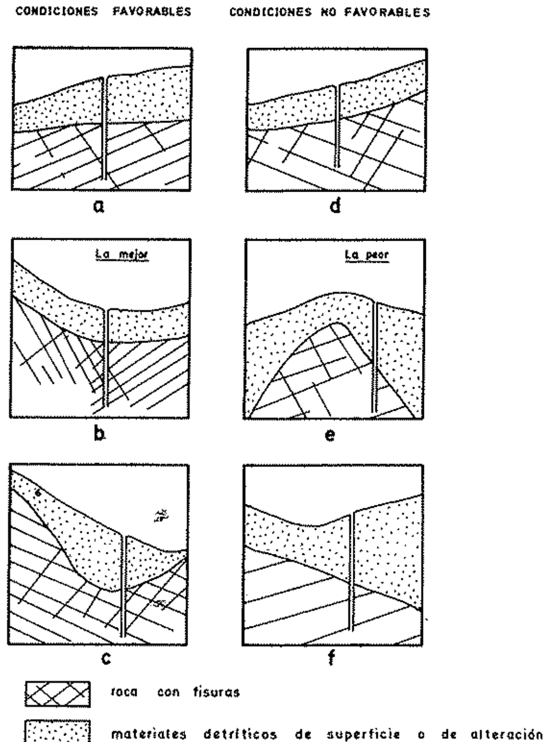


FIGURA 9.210

Condiciones favorables y desfavorables para la perforación de un pozo en roca fracturada. (Según Stewart, 1967.)
a) *poca pendiente del terreno y fisuración en el mismo sentido.*
b) *en fondo de valle con elevada fisuración.*
c) *facilidad de retención en los materiales de superficie.*
d) *fisuración contraria a la pendiente del terreno.*
e) *facilidad de escorrentía subterránea.*
f) *facilidad de escorrentía subterránea y fisuración no favorable.*

entre el pozo y el citado punto crece rápidamente de modo que a partir de cierto ancho de fractura, la mayor parte del agua extraída es proporcionada por la roca encajante en las proximidades del pozo, si aquella es suficientemente permeable (fig. 9.211).

Las fracturas incrementan muy fuertemente la permeabilidad del medio. Basta considerar que una caliza compacta puede tener una permeabilidad de 0,01 darcy (~0,01 m/día) mientras que una fractura de 0,1 mm de ancho tiene una permeabilidad de 833 darcy[145]; si

[145] Véase el apartado 10.4 de la sección 8.

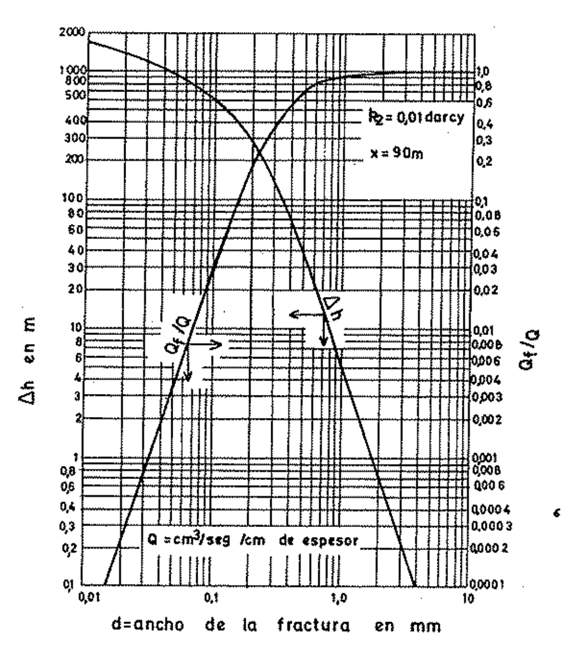


FIGURA 9.211
Flujo en una fractura de gran extensión limitada por masas de roca de permeabilidad propia k_2 *en función del ancho de la fractura,* d. Δ h *es la diferencia de nivel piezométrico entre el pozo y un punto sobre la fractura situado a una distancia* x y Q_f/Q *es la fracción del caudal que penetra en el pozo que llega a la fractura entre el mismo y dicho punto a distancia* x. *(Según Muskat, 1937, pág. 416.)*

se considera un cilindro de roca de 14 m de radio con un pozo en el centro y rodeado de agua libre, cuando la permeabilidad es de 0,01 darcy, para un mismo descenso se obtiene un caudal que podría ser conducido por una única grieta vertical radial de 0,126 mm de ancho (Muskat, 1973, pág. 425). Según Suszcynski (1968), en trabajos realizados en terrenos cristalinos brasileños cada grieta puede dar de 3 a 6 m^3/h y las fisuras entre 0,3 y 0,6 m^3/h (se trata de pozos con profundidad entre 50 y 75 m y con descensos entre 30 y 50 m).

A falta de herramientas mejores, es común aplicar las mismas fórmulas que se emplean en acuíferos porosos y homogéneos, principalmente la de Theis y Jacob (aproximación logarítmica de la de Theis), introduciendo los conceptos de límites de recarga y descarga, cambios laterales de propiedades, drenaje diferido, capacidad del pozo, descenso del espesor saturado, penetración parcial, flujo natural en el acuífero, etc., para el estudio del bombeo a caudal constante o de la recuperación. Para ello se supone, o bien que la roca es en sí permeable y las fisuras sólo modifican un poco el flujo del agua, o que el sistema está muy fisurado, formando una red tridimensional, siendo la roca permeable o impermeable. El coeficiente de almacenamiento es una propiedad del conjunto, no definido teóricamente, y por ello sus valores deben tomarse con prudencia.

En los primeros momentos del bombeo es cuando las desviaciones son posiblemente mayores, pues entonces las heterogeneidades y efectos locales juegan un mayor papel; al ir creciendo el cono de bombeo, los efectos anómalos respecto al modelo homogéneo tienden a ir desapareciendo. Es muy frecuente tratar con pozos parcialmente penetrantes, en cuyo caso es preciso efectuar las correcciones pertinentes (véase el capítulo 9) y tener en cuenta la posible anisotropía del conjunto, aunque no es siempre fácil hacerlo. Se puede tener en cuenta la anisotropía en un plano horizontal mediante las fórmulas de Papadópulos (ver capítulo 11), y con sólo un punto de observación posible obtener una transmisividad media $T = \sqrt{T_x \cdot T_y}$, siendo T_x y T_y las transmisividades principales en el plano horizontal.

En ocasiones se obtienen resultados semicuantitativamente aceptables, como en el caso del estudio de un acuífero dolomítico fracturado a 180 m de profundidad en las proximidades de Manresa (Barcelona, España), en el que aparecen efectos de drenaje diferido y disminución de la permeabilidad con la distancia (Custodio, 1974).

Barenblatt, Zheltov y Kochina (1960) proponen el modelo de un sistema tridimensional cúbico de fisuras iguales, con la roca permeable, pero no tanto como para contribuir agua directamente al pozo. Es posible obtener resultados, pero no son siempre coherentes, según las condiciones impuestas al sistema. Según Gringarten y Witherspoon (1972), si los bloques son menores de 1 m^3 y la permeabilidad intersticial es mayor que 10^{-5} m/día, el medio puede considerarse homogéneo; en otras condiciones, el medio puede considerarse homogéneo sólo después de un tiempo de bombeo suficientemente largo.

La ecuación diferencial del flujo a través de rocas fracturadas cautivas es (Rofail, 1965):

$$\frac{\partial h'}{\partial t} - \eta \frac{\partial \nabla^2 h'}{\partial t} = \varkappa \cdot \nabla^2 h'$$

en la que:

h' = nivel piezométrico en las fracturas (dimensión L)
t = tiempo (dimensión T)
∇^2 = operador de Laplace (dimensión L^{-2})

TABLA 9.28 *Valor de la función* F (θ, ξ) *para pozo en acuífero fracturado (Rofail, 1965)*

θ \ ξ	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0
0,05	0,302	0,269	0,220	0,198	0,157	0,137	0,123	0,115	0,080	0,062	0,049	0,033	0,024
0,1	0,559	0,493	0,412	0,3417	0,277	0,237	0,209	0,189	0,120	0,092	0,070	0,043	0,028
0,2	1,005	0,880	0,717	0,590	0,464	0,390	0,343	0,299	0,189	0,128	0,091	0,049	0,028
0,3	1,389	1,219	0,973	0,794	0,616	0,509	0,440	0,384	0,228	0,148	0,103	0,0494	0,025
0,5	2,027	1,781	1,408	1,119	0,845	0,690	0,582	0,503	0,278	0,166	0,104	0,044	0,017
1,0	3,203	2,741	2,131	1,672	1,222	0,966	0,792	0,663	0,317	0,169	0,094	0,032	0,011

$\varkappa$ = difusividad piezométrica (dimensiones L^2/T)
η = coeficiente de tamaño de las fracturas (dimensión L^2)

siendo:

$\varkappa = \dfrac{k'}{\beta' + m\,\beta}$, suponiendo que el medio rocoso es muy poco permeable
k' = permeabilidad del sistema de fracturas (L/T)
β = compresibilidad del agua en volumen por unidad de volumen y por unidad de variación de nivel piezométrico ($L^3/L^3/L = 1/L$)
m = porosidad de la roca sana (adimensional)
β' = coeficiente que caracteriza a las fracturas ($\neq \eta$) (1/L).

Se aplica a un sistema de fisuras tridimensionales cúbicas (Barenblatt, Giltov y Kochina, 1960) con el pozo coincidiendo con una intersección vertical.

En un sistema de flujo radial[146]

$$\nabla^2 h' = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial h'}{\partial r}\right)$$

de modo que la ecuación diferencial del flujo se convierte en:

$$\frac{\partial h'}{\partial t} - \eta \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h'}{\partial r}\right)\right) = \varkappa \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h'}{\partial r}\right)$$

La resolución para nivel piezométrico inicial h_o' y para caudal de bombeo constante (se supone que el radio del pozo es muy pequeño) conduce a (Kochina en Rofail, 1965):

$$s = h_o' - h' = \frac{Q}{2\pi k' b} F(\theta, \xi)$$

siendo b = espesor del acuífero

$$F(\theta, \xi) = \int_0^\infty \frac{J_o(\alpha \cdot r)}{\alpha}\left(1 - \exp \frac{\alpha^2 \varkappa t}{1 + \alpha^2 \eta}\right) d\alpha$$

$$\theta = \frac{\varkappa}{\eta} t \quad ; \quad \xi = \frac{r}{\sqrt{\varkappa t}}$$

J_o = función de Bessel de primera especie y orden cero (ver apéndice A.9.1)
α = variable de integración de dimensiones (1/L)

Para $\theta < 1$:

$$F(\theta, \xi) \simeq \left(\theta - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^3}{6} - \frac{\theta^4 \xi^4}{144}\right) K_o(\xi\sqrt{\theta}) + \left(\frac{\theta^2 \xi \sqrt{\theta}}{8} - \frac{5\,\theta^3 \xi \sqrt{\theta}}{72}\right) K_1(\xi\sqrt{\theta})$$

algunos de cuyos valores se encuentran en la tabla 9.28.

Para tiempos cortos ($\theta < 0{,}05$), queda:

$$F(\theta, \xi) = \theta\, K_o(\xi\sqrt{\theta})$$

K_o es la función modificada de Bessel de primera especie y orden cero (ver apéndice A.9.1).

El análisis de la función F (θ, ξ) permite establecer que en los primeros momentos del bombeo el descenso

[146] Acuífero cautivo horizontal con un pozo completo.

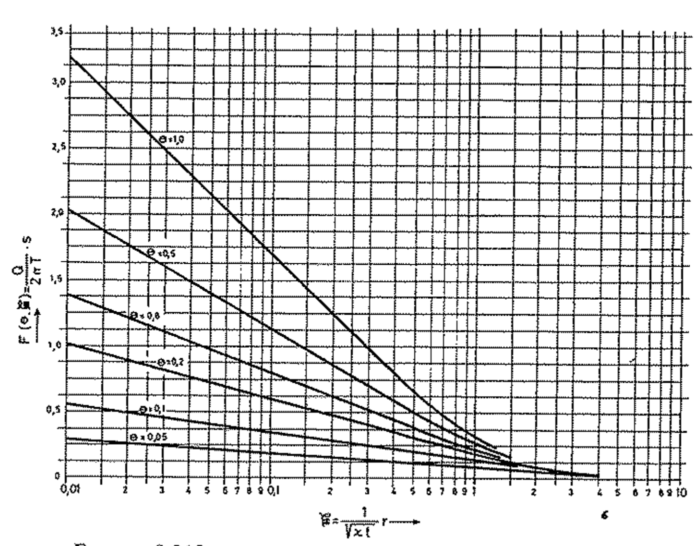


FIGURA 9.212

Valores de la función F (θ, ξ) en función de ξ, tomando como parámetro θ. (Basado en los datos de Rofail, 1965.)

es proporcional al tiempo, y que para tiempos largos ($\theta > 10$) el flujo es similar al que se tiene en un acuífero poroso, es decir con una variación de los descensos proporcional al logaritmo de la distancia, como puede apreciarse en la figura 9.212; el valor ξ^2 es similar al valor de u en la fórmula de Theis.

Para representar la evolución de descensos en función del tiempo basta representar F (θ, ξ) en función de θ, tomando como parámetro $\xi \sqrt{\theta} = r/\sqrt{\eta}$ que es independiente del tiempo y representa la distancia al pozo. Estas curvas se representan en la figura 9.213, en la que se observa que para valores de $\xi \sqrt{\theta}$ pequeños existe un primer tramo casi lineal de descensos rápidos, seguido de un tramo de descensos más lentos que representa el aporte de agua por la roca.

Es posible analizar datos de ensayos de bombeo para determinar los valores de T, $1/\eta$ y χ. Se puede realizar mediante el método de coincidencia de curvas:

a) si se dispone del perfil de descensos para un cierto tiempo para una serie de piezómetros alineados con el pozo, se construye un gráfico log s — log r y se superpone a un gráfico log F — log ξ tomando como parámetro θ.

b) si se dispone de la curva de descensos-tiempos para un piezómetro se construye un gráfico log s — log t y se superpone a un gráfico log F — log θ tomando como parámetro $\xi \sqrt{\theta}$.

Cuando una parte importante del caudal del pozo procede de agua que circula por fisuras, la evolución de descensos en un ensayo a caudal constante puede diferir de forma importante de los cálculos obtenidos mediante la fórmula de Theis, y su aplicación al análisis de los datos de ensayos de bombeo puede conducir a resultados falsos. En acuíferos fracturados, en especial para el propio pozo de bombeo, en un gráfico log s — log t en muchos casos reales se obtiene inicialmente una recta de pendiente 0,5, que representa el efecto dominante de las grietas intersectadas por el pozo.

El estudio del caso de un pozo de caudal constante que corta una única fractura horizontal o una única fractura vertical que pasa por el pozo, siendo la fractura de dimensiones finitas dentro de un medio poroso homogéneo, ha sido realizado por Gringarten y Ramey (1971) y Gringarten et al. (1972).

En el caso de que *el pozo corte una fractura vertical finita* que se extiende horizontalmente hasta una distancia x_f del pozo a cada lado del mismo, se obtiene la solución (Gringarten y Witherspoon, 1972):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^{\frac{1}{4u_f}} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1-(x/x_f)}{2\sqrt{\tau}} \right) + \right.$$

$$\left. + \operatorname{erf}\left(\frac{1+(x/x_f)}{2\sqrt{\tau}} \right) \frac{1}{\sqrt{\tau}} \exp\left(-\frac{1}{4}\left(\frac{y}{x_f}\right)^2 \frac{T_x}{T_y} \right) \right] d\tau$$

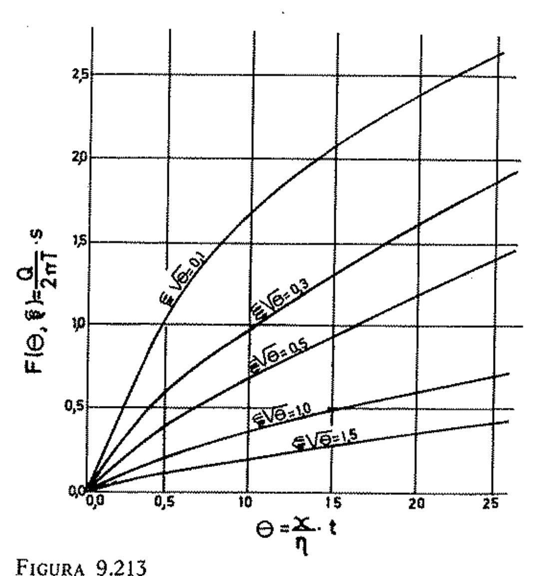


FIGURA 9.213

Función F (θ, ξ) para acuífero fracturado en función de $\theta = (\chi/\eta)$. t tomando como parámetro $\xi \sqrt{\theta} = r/\sqrt{\eta}$. (Según Rofail, 1965.)

siendo:

$$T = \sqrt{T_x \cdot T_y} \quad ; \quad u_f = \frac{x_f^2 \cdot S}{4\,T_x \cdot t}$$

Se supone que la fisura está en el plano vertical (x, z) siendo T_x la transmisividad según el eje x y T_y la transmisividad según el eje y, ambos horizontales, con el origen sobre el pozo.

El descenso en el pozo (x = y = 0) es:

$$s_p = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\left[\frac{\pi}{\sqrt{u_f}}\ \text{erf}\ (\sqrt{u_f}) - W\,(u_f)\right]$$

siendo W (u_f) la función de pozo con

$$u_f = \frac{x_f^2 \cdot S}{4\,T_x \cdot t}$$

También puede escribirse en la forma

$$s_p = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\,W_f\,(u_f)$$

El descenso para tiempos largos, en cualquier punto, viene dado por una fórmula similar a la de la aproximación logarítmica de Jacob, que se representa por una recta paralela a la de Jacob en papel semilogarítmico:

$$s = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\ \ln\frac{2{,}25\,t\,\alpha}{S} +$$

$$+ \frac{Q}{2\,T}\left[1 - \frac{x}{4\,x_f}\ \ln\frac{T_x \cdot y^2 + (x + x_f)^2\,T_y}{T_x \cdot y^2 + (x - x_f)^2\,T_y} - \right.$$

$$\left. - \frac{y \cdot T}{2\,x_f}\ \text{arctg}\ \frac{y \cdot x_f \cdot T}{T_x \cdot y^2 + (x - x_f)^2\,T_y}\right]$$

siendo

$$\alpha = \frac{T_x \cdot T_y}{\sqrt{(T_x \cdot y^2 + (x + x_f)^2 \cdot T_y) \cdot (T_x \cdot y^2 + (x - x_f)^2 \cdot T_y)}}$$

Para el pozo de bombeo, si se puede prescindir de las pérdidas en el pozo, puede dibujarse la curva log s — log t y haciéndola coincidir por superposición (método de coincidencia de curvas) con la curva tipo log W_f — log $1/u_f$, para obtener de cualquier punto común los valores: (s), (t), (W_f), (u_f) de modo que

$$T = \sqrt{T_x \cdot T_y} = \frac{Q}{4}\ \frac{(W_f)}{(s)}$$

$$x_f^2 \cdot \frac{S}{T_x} = 4\,(u_f) \cdot (t)$$

La resolución no es completa pues sólo se puede calcular $\sqrt{T_x \cdot T_y}$ y $x_f^2 \cdot (S/T_x)$, y para determinar los valores que faltan es preciso disponer de un punto de observación adicional.

La curva tipo de Theis [log W — log (1/u) y la aquí empleada (log W_f — log $(1/u_f)$] se pueden superponer para valores de 1/u mayores que 10, pero desplazando la escala de log (1/u) hacia la derecha de la de log $(1/u_f)$. Por lo tanto, si se prescinde de los primeros datos de descenso, y con los restantes se efectúa el análisis como si se tratase de un acuífero homogéneo, ya sea por el método de coincidencia de curva ya sea por el método de la aproximación logarítmica de Jacob, se obtiene un valor de la transmisividad $T = \sqrt{T_x \cdot T_y}$, que coincide con la real si el medio poroso es isótropo, pero el valor de S obtenido para el medio poroso, S′, es muy exagerado, de modo que:

$$S' = \frac{1}{7{,}15}\sqrt{\frac{T_y}{T_x}}\left(\frac{x_f}{r_p}\right)^2 \cdot S$$

siendo S el valor real del coeficiente de almacenamiento y r_p el radio del pozo. Así en un sistema isótropo con $x_f = 30$ m y $r_p = 0{,}25$ m, es S′ = 900 S. Con $S = 10^{-4}$ (acuífero cautivo o que reacciona como cautivo) es S′ = 0,09 (aparece como acuífero libre), y con S = 0,1 (acuífero libre) es S′ = 90 que es totalmente absurdo.

Los primeros puntos de los descensos quedan por encima de la curva de Theis, y ya para los primeros tiempos de bombeo el descenso es considerable y evoluciona linealmente con pendiente 0,5 en un gráfico doble logarítmico.

En lo que respecta a los puntos de observación diferentes del pozo, se obtienen diferentes curvas tipo según sea T_x/T_y y la posición respecto al plano que contiene la fisura. En los gráficos log s — log t aparece el tramo lineal inicial de pendiente 0,5, sólo cuando aquellos están sobre este plano. A distancia del pozo grande en

comparación con las dimensiones de la fisura, o sea cuando:

$$\frac{1}{x_f} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 \cdot \frac{T_x}{T_y}} > 5$$

el efecto de la fisura desaparece y es como si el medio fuese homogéneo, pero anisótropo en un plano horizontal (Papadópulos, 1965; Custodio, 1974).

A distancias menores, los puntos están en general por encima de la curva de Theis, pero no necesariamente.

Si como es frecuente, los valores de los descensos en el pozo se representan en papel semilogarítmico (s — log t), para tiempos largos se obtiene la recta de Jacob, pero en los primeros tiempos los descensos quedan más altos, como si se tratase de un drenaje diferido, y pueden producir el efecto de que existe una barrera impermeable, o que el medio es finito con transmisividad propia elevada. En el fondo, ello no es más que otra forma de interpretar el fenómeno.

En el caso de un acuífero cautivo horizontal con un pozo de caudal constante Q que intersecta en su parte central una *grieta horizontal* muy permeable, se tiene la siguiente solución para el descenso, s, a distancia r del pozo y a altura z sobre la base del acuífero (Gringarten y Ramey, 1971):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{2r_f}{b} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \int_0^{\frac{1}{4u_f}} \frac{\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{r}{r_f}\right)^2\right)}{\tau} \cdot$$

$$\cdot \left[\int_0^1 I_o\left(\frac{r\nu}{2r_f \cdot \tau}\right) \exp\left(-\frac{\nu^2}{4\tau}\right) \nu \, d\nu\right] \cdot$$

$$\cdot \left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2\pi^2 z}{(b/r_f)^2} \frac{k_z}{k_r}\right) \cdot\right.$$

$$\left. \cdot \cos\left(n\pi\frac{z_f}{b}\right) \cdot \cos\left(n\pi\frac{z}{b}\right)\right] d\tau$$

siendo:

$$u_f = \frac{4k_r \cdot b \cdot t}{S \cdot r_f^2} \quad ; \quad T = r_f\sqrt{k_r \cdot k_z}$$

r_f = radio de la fisura, supuesta circular
k_r = permeabilidad radial (isótropa)
k_z = permeabilidad vertical
b = espesor del acuífero
S = coeficiente de almacenamiento
z_f = altura de la fisura sobre la base del acuífero
I_o = función modificada de Bessel de segunda especie y orden cero.

Pueden también dibujarse curvas tipos para cada situación y para el pozo ($r \to 0$) según sea la situación de la fisura y su radio r_f. Cuando se representa la curva log s — log t, inicialmente, para el pozo y los piezómetros que intersectan la fisura, se obtiene una línea recta de pendiente 0,5, y todo ello puede ser analizado por el método de superposición de curvas, escogiendo la curva que mejor se ajuste. Con el punto de correspondencia y el valor del parámetro de la curva $\frac{b}{r_f}\sqrt{\frac{k_r}{k_z}}$, se puede determinar k_r, k_z y r_f, si S es conocido.

Para piezómetros alejados del pozo $r > r_f + 2b\sqrt{k_r/k_z}$, desaparece el efecto de la fisura y los descensos son los que se obtienen en un acuífero similar sin la fisura. En los otros casos, el análisis del bombeo mediante el método de Theis o Jacob puede proporcionar resultados erróneos.

Según Gringarten y Witherspoon (1972), según la forma de la curva a veces es posible distinguir si la fisura es vertical o horizontal. El modelo parece aceptable si se puede encontrar un tramo inicial de pendiente 0,5 en un gráfico log s — log t, aunque puede suceder que el primer valor de t ya sea demasiado elevado y no pueda apreciarse. Si la roca sana es impermeable, también existe un coeficiente de almacenamiento ligado exclusivamente a la fisura o fisuras, que es un valor ficticio que representa el valor de un medio poroso equivalente.

Las dos soluciones expuestas son aplicables a un acuífero con barreras y a la recuperación del pozo, si se miden los ascensos a partir de la curva de descensos extrapolada.

Si el acuífero es de gran espesor en relación a la penetración del pozo, los descensos tienden a estabilizarse, por lo menos aparentemente en comparación con los anteriormente observados. Es un simple efecto del aumento de la transmisividad aparente del pozo, desde $k \cdot \lambda$ tendiendo a $k \cdot b$, siendo λ y b la penetración del pozo y el espesor del acuífero respectivamente. La anisotropía vertical influye mucho, retrasando la estabilización aparente en un medio con mayor permeabilidad horizontal, sucediendo lo contrario si es mayor la vertical, como sucede con frecuencia en terrenos volcánicos.

Para el caso de régimen estacionario o casi-estacionario, algunos autores han modificado las fórmulas de

Theis y Dupuit para régimen no de Darcy, imponiendo una ley del tipo $v = k \cdot i^{1/n}$ siendo v el caudal por unidad de sección total, k un coeficiente similar a la permeabilidad de Darcy, i el gradiente hidráulico y n un exponente que vale 1 para el régimen de Darcy y 2 para el régimen turbulento, pudiendo tomar valores intermedios para flujos laminares con fuerzas de inercia o flujos transitorios.

Para un pozo completo en un acuífero libre (Schoeller, 1962, págs. 151-153; Krasnopolski en Bogomolov, págs. 118-120) cuando el régimen es estacionario, se tiene:

$$Q = 2\pi k \frac{(r_p R)^{\frac{n-1}{n}}}{(R^{n-1} - r_p^{n-1})^{1/n}} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{1/n} \cdot (H_o^{n+1} - H_p^{n+1})^{1/n}$$

siendo:

Q = caudal
k = permeabilidad
r_p = radio del pozo
R = radio de influencia
H_o = espesor saturado inicial supuesto constante
H_p = espesor saturado en el pozo
n = exponente de la ecuación del pozo (adimensional)

y para régimen turbulento ($n = 2$)

$$Q = 2\pi k \sqrt{\frac{H_o^3 - H_p^3}{3\left[\left(\frac{1}{r_p}\right) - \left(\frac{1}{R}\right)\right]}}$$

con la simbología definida.

Para descensos pequeños en relación con H_o, con $n = 2$

$$Q \approx 2\pi k H_o \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{r_p} - \frac{1}{R}}}$$

En general $R \gg r_p$ y entonces es:

Caso general

$$Q = 2\pi k\, r_p^{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{1/n} \cdot (H_o^{n+1} - H^{n+1})^{1/n}$$

Para $n = 2$

$$Q = 2\pi k \sqrt{r_p}\, \sqrt{H_o^3 - H_p^3}$$

que permiten hallar k sin conocer R, radio de influencia.

Para un pozo completo en un acuífero cautivo:

$$Q = 2\pi k b (n-1)^{1/n} \frac{(r_p R)^{\frac{n-1}{n}}}{(R^{n-1} - r_p^{n-1})^{1/n}} s^{1/n}$$

y para $n = 2$

$$Q = 2\pi k b \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{r_p} - \frac{1}{R}}}$$

$$Q \approx 2\pi k T \sqrt{s \cdot r_p} \text{ si es } R \gg r_p$$

Tanto para acuífero libre como para acuífero cautivo, el caudal específico $q = Q/s$ decrece con el descenso producido puesto que de acuerdo con la última ecuación:

$$q \approx \frac{2\pi k b \sqrt{r_p}}{\sqrt{s}} = \frac{cte}{\sqrt{s}}$$

19.3 PRODUCTIVIDAD DE LOS POZOS EN ROCAS FRACTURADAS

No es raro que el caudal total extraído por un pozo sea suministrado por una o unas pocas fracturas separadas entre sí por roca prácticamente impermeable; en este caso, el caudal que podrá proporcionar el pozo será tanto mayor cuanto más profundas estén las grietas en relación al nivel del agua. Cuando el nivel de bombeo desciende por debajo del plano de una grieta, ésta deja de estar influida por los nuevos descensos que puedan producirse y su caudal es sólo función de sus propias características. Así pues, el caudal del pozo es función de la posición relativa de las grietas con respecto al nivel estático y no de la profundidad del pozo, ya que es posible que pasada una zona de grietas no aparezcan más, en profundidad en cuyo caso el resto de la perforación es un mero depósito estanco.

No es raro que en calizas y dolomías las zonas permeables se encuentren próximas al nivel freático, en cuyo caso únicamente se pueden obtener caudales reducidos aún con grietas o cavidades relativamente impor-

tantes, dado que el descenso útil que se puede producir, es pequeño[147].

En estos casos es muy peligroso extrapolar valores de caudales específicos ya que pueden producirse errores muy importantes. No es raro encontrar que a doble descenso sólo corresponde un caudal ligeramente mayor o incluso sensiblemente igual.

No es fácil conocer la situación de las fracturas acuíferas ni su productividad. En sondeos realizados a rotación, las indicaciones sobre pérdidas de fluido pueden ayudar. En sondeos perforados a percusión, a veces los sondistas notan la presencia de grietas acuíferas por las pérdidas de detritus; los cambios bruscos de nivel son también muy significativos.

Los bombeos o cuchareos repetidos a profundidades crecientes pueden ser muy útiles pero pueden encarecer notablemente la obra. Es preciso no confundir incrementos de caudal por la aparición de nuevas grietas con incrementos de caudal por desobturación de las ya existentes; para ello es preciso efectuar una limpieza y desarrollo antes de cada ensayo.

En sondeos de reconocimiento pueden efectuarse pruebas de admisión durante la perforación, aislando periódicamente mediante un obturador los últimos metros perforados. También pueden efectuarse pruebas de admisión en el sondeo concluido, entre dos obturadores suspendidos, pero es una técnica más delicada y difícil.

El problema puede quedar muy simplificado en pozos o sondeos que se van entubando, siempre y cuando se tenga la seguridad que no circule agua entre el tubo y la pared del sondeo. En pozos acabados a veces puede procederse a ir rellenando el mismo con arena fina o limo, realizando bombeos o cuchareos progresivamente; al final se limpia el pozo de nuevo.

Ciertos métodos de testificación geofísica permiten localizar la posición de las grietas e incluso su importancia. La testificación de calibre puede ser muy interesante si se dispone del instrumental adecuado (Parizek y Siddiqui, 1970).

La determinación de las variaciones de la velocidad vertical del agua en el pozo en reposo o sometido a un pequeño bombeo es el método que suele dar mejores resultados. Esa determinación se puede realizar con un micromolinete de eje vertical o bien mediante trazadores radioactivos[148]. Sin embargo, no siempre se dispone del material adecuado para la realización de los ensayos.

La técnica de marcado de toda la columna con un radioisótopo (método español, ver capítulo 12.4), seguida o no de ensayos de marcado puntual, es un método rápido y relativamente económico aplicable a sondeos, que permite en muchas ocasiones detectar con precisión las zonas permeables. Su eficacia ha sido comprobada en varios estudios en calizas y dolomias (Plata, 1972; Custodio et al., 1973; Custodio et al., 1973 b).

En pozos de gran diámetro, como los que por ejemplo se construyen en las islas Canarias, la determinación de las grietas acuíferas se puede efectuar por simple inspección ocular aprovechando el montacargas que suelen tener instalado; la inspección se reduce a la máxima profundidad que puede descender el nivel de agua con el equipo de bombeo disponible, pero ésta suele coincidir casi con el fondo del pozo. En pozos y sondeos puede realizarse un reconocimiento óptico indirecto si se dispone de una sonda sumergible con televisión, o con una cámara fotográfica especial que toma sucesivas imágenes de las paredes al ir descendiendo, pero no siempre se obtienen resultados claros cuando las grietas son estrechas.

Unas veces las grietas se interconectan a gran distancia del pozo, pero otras veces lo hacen en las inmediaciones; en este caso el caudal total extraído por el pozo es menor que la suma de los caudales individuales de cada fractura.

Cuando se trata de grietas inclinadas, los niveles de bombeo se deben mantener bastante por encima de la profundidad de intersección con la fractura, a fin de minimizar el riesgo de vaciar conductos importantes que puedan existir próximos al pozo y a profundidades menores. La inclinación de las grietas sólo se puede conocer si se tienen sondeos muy próximos al pozo o se dispone de una sonda de televisión; sin embargo, el comportamiento hidráulico se puede conocer con ensayos de bombeo (Parizek y Siddiqui, 1970).

En relación con la predicción de caudales futuros de los pozos en rocas fracturadas con muy pocas grietas, es preciso conocer los niveles estáticos mínimos que pueden presentarse ya que ellos condicionarán el máximo descenso útil que puede mantenerse perennemente. Puede suceder que en condiciones naturales algunas grietas lleguen a quedar en seco, en cuyo caso el caudal puede quedar muy reducido en épocas de estiaje. Algo similar puede suceder si los descensos no se estabilizan durante el bombeo.

[147] En un pozo construido en la riera de Lleriola (Sierra de Vandellós, Tarragona) el caudal máximo se obtuvo con 8 m de descenso, obteniendo el mismo caudal con cualquier descenso mayor. Aunque instantáneamente se obtuvieron caudales de hasta 20 m³/h (el caudal de régimen era de 0,7 m³/h), era sólo a base de extraer agua del almacenamiento en el pozo y por lo tanto de muy breve duración y a costa de producir importantes y rápidos descensos, hasta el agotamiento del agua del pozo.

[148] Ver capítulo 12.3.

De todo lo expuesto se deduce fácilmente que las formulaciones de la hidráulica de pozos, incluyendo a la fórmula de Theis, deben emplearse con cuidado para calcular caudales a descensos mayores que los ensayados o calcular los descensos previsibles para tiempos mayores. Aunque tienen en general un valor regional, su valor local puede ser dudoso.

19.4 VALIDEZ DE LOS ENSAYOS DE BOMBEO EN POZOS EN ROCAS FRACTURADAS

En el apartado anterior se ha comentado el interés de ensayos de bombeo en pozos en rocas fracturadas para determinar las condiciones óptimas de explotación del pozo; estas pruebas se realizan como si se tratase de un ensayo escalonado a caudales crecientes (ver capítulo 9.15). Al dibujar la curva característica (caudales en función de los descensos o caudales específicos en función de los descensos) se puede observar si se trata de un pozo con grietas repartidas regularmente en su longitud o bien existe a una cierta profundidad una zona de fracturación preferente. Como la propia capacidad del pozo enmascara mucho los resultados, es preciso observar si existe tendencia a la estabilización o no; cuando el caudal extraído es superior al proporcionado por las grietas, los descensos son rápidos y no muestran ninguna tendencia clara a estabilizarse; ello es señal de que se puede haber rebasado el caudal máximo obtenible.

Ejemplo 1

En un pozo de 550 mm de diámetro (pozo Lleriola, Tarragona) perforado en dolomías, se ha realizado un ensayo de bombeo escalonado a caudales crecientes, durando cada escalón 60 minutos, habiéndose obtenido los siguientes resultados:

Caudal (l/seg)	Descenso total (m)	Profundidad del nivel (m) Valores al final del escalón
0,00	0,00	119,70 (estático)
0,31	3,17	122,87 (casi estable)
0,51	4,20	123,90 (casi estable)
0,80	6,33	126,03 ?
1,40	11,00	130,00 (descendiendo)
2,01	28,52	148,22 (descendiendo rápidamente)

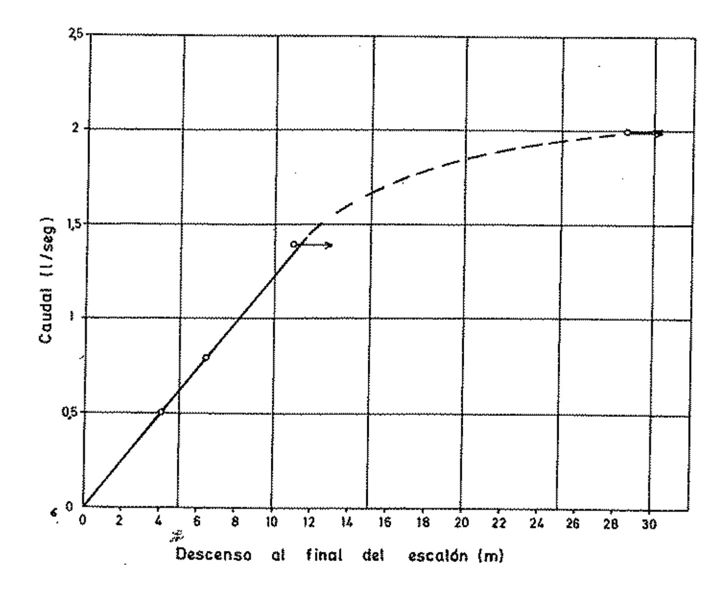


FIGURA 9.214
Curva de descensos en función del caudal para intervalos de 1 hora en un ensayo de bombeo escalonado en un pozo de dolomías en el que la zona fracturada está próxima al nivel freático. Corresponde al ejemplo 1.

Se observó que al pasar a un caudal de 3,5 l/seg, a los 35 minutos el nivel quedó por debajo del nivel mínimo de bombeo (s = 46,82 m, profundidad 166,52 m). La profundidad del pozo era de 178 m.

En la figura 9.214 se representa la curva de caudales en función del descenso total al final del escalón. Se observa que el último escalón produce un descenso desproporcionado por lo que es de esperar que la mayoría de las fracturas hayan quedado por encima del nivel de bombeo o que las pérdidas de carga de penetración en el pozo hayan aumentado bruscamente por haberse pasado a régimen turbulento. La indicación de que el nivel descendía rápidamente aboga por la primera hipótesis. Al parecer, la mayoría de las grietas no superan la profundidad de 11 m bajo el nivel freático y dado que se observa que tampoco el escalón de 1,40 l/seg producía estabilización, es probable que esas grietas no superen una profundidad entre 7 y 10 m bajo el nivel freático (entre 126,70 y 129,70 de profundidad).

Los datos del sondista indican que la zona permeable se situaba entre los 126 y 128 m de profundidad y que el resto del pozo parecía impermeable.

El caudal de explotación parece menor que 1 l/seg, debiendo confirmarse con un ensayo de larga duración o el estudio de la recuperación (ver el ejemplo 2 de este capítulo).

TABLA 9.29 *Recuperación en el pozo Lleriola. Corresponde al ejemplo 2 del capítulo 9.19*

Tiempo desde el paro de la bomba (min)	Incremento de tiempo (min)	Ascenso de nivel (m) Total	Parcial	Velocidad de ascenso (m/min)
0	paro de la bomba			—
5	5	5,45[1]	5,45[1]	—
7	2	5,65	0,20	0,100
9	2	5,80	0,15	0,075
11	2	5,93	0,13	0,065
13	2	6,04	0,11	0,055
17	4	6,15	0,11	0,028
20	3	6,26	0,11	0,037
26	6	6,60	0,34	0,057
31	5	6,91	0,31	0,062
35	5	7,09	0,18	0,036
47	11	7,58	0,47	0,043
56	9	8,00	0,42	0,047
61	5	8,22	0,22	0,044
75	14	8,72	0,50	0,036
86	11	9,24	0,52	0,047
95	9	9,61	0,37	0,041

[1] Este brusco ascenso es debido a la descarga en el pozo del agua contenida en la tubería de impulsión debido a que no había válvula de pie. La descarga es lenta puesto que debía hacerse a través de la bomba, cuyo giro estaba impedido.

Los ensayos de recuperación son especialmente interesantes en pozos en los que se sospecha que las grietas productivas están localizadas en un cierto tramo del pozo; la medida de la velocidad de ascenso suele ser muy significativa cuando la sección del pozo es conocida con precisión.

Ejemplo 2

En el mismo pozo reseñado en el ejemplo 1 se ha medido la recuperación después de haber sido bombeado hasta el nivel mínimo admisible por la bomba. Los datos obtenidos se encuentran en la tabla 9.29.

En dicha tabla 9.29 se han calculado las velocidades de ascenso en m/min. Estas son relativamente constantes.

Media de los 5 primeros valores . . .	0,065 m/min
Media de los 5 valores centrales . . .	0,047 m/min
Media de los 5 últimos valores. . . .	0,043 m/min

La media de los 5 primeros valores es algo superior a las otras dos medias, y puede verse una rápida disminución de la velocidad de ascenso. Ello puede ser debido a que aún quedaba agua en la tubería de impulsión; el vaciado es lento debido a que el agua debe pasar a través de las varias etapas del cuerpo de la bomba. Tomando como velocidad media de ascenso 0,045 m/min y teniendo en cuenta que la herramienta de percusión tenía un diámetro de 550 mm, el pozo tiene un diámetro real algo superior, quizás 560 mm. El caudal que penetra en el pozo es:

$$Q = v \cdot S = 0{,}045 \text{ m/min} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}560^2}{4} \text{ m}^2 = 0{,}011 \text{ m}^3/\text{min}$$

$$Q = 0{,}66 \text{ m}^3/\text{h}$$

Las fracturas situadas en la parte superior del pozo son capaces de proporcionar un caudal de solo 0,66 m³/h.

Aunque en el apartado anterior se comentó que los caudales específicos tienen poco valor para calcular caudales con diferentes descensos, sí son útiles para comparar unos pozos con otros; basta considerar que, en general, para ensayos de la misma duración y con el mismo nivel inicial, un pozo proporciona un mismo caudal específico (caudal dividido por el descenso) (Rasmussen, 1963), salvo que entre un ensayo y otro se hallan producido incrustaciones.

En muchas ocasiones la posición del nivel estático del agua no es bien conocido, ya sea porque el pozo no tiene intervalos de reposo suficientemente largos, ya sea porque los niveles van descendiendo muy lentamente con el tiempo, etc. En estos casos y en acuíferos libres, el cociente entre el caudal obtenido y la profundidad del nivel del agua en bombeo (es frecuente que casi coincida con la profundidad del pozo) da un pseudo caudal específico que es también útil para comparar pozos, tal como se comentará en el apartado 19.7.

Los ensayos de bombeo son de utilidad dudosa si de ellos se desea obtener los valores medios de las características del acuífero. No siempre puede asegurarse que exista una clara relación hidráulica entre las grietas cortadas por un piezómetro alejado y las cortadas por el pozo, aunque afortunadamente sucede así en la práctica; en estos casos puede llegar a ocurrir que el medio se comporte como homogéneo en primera aproximación, pero muy rara vez puede considerarse como isótropo, siendo por lo general muy notable el grado de anisotropía. El tratamiento de la anisotropía puede verse en el apartado 11.2.

La aplicación de las fórmulas clásicas a bombeos con piezómetros, teniendo en cuenta la anisotropía, tiene muchas más probabilidades de éxito si el acuífero es cautivo ya que no existe el problema de dejar grietas suspendidas por encima del nivel de bombeo (ver apar-

tado 19.3). Los valores de T y S obtenidos son aceptablemente representativos. Cuando únicamente se dispone de un piezómetro, se obtiene el valor de T en esa dirección y el valor de S calculado con el mismo puede diferir notablemente del real (ver apartado 11.2.2).

Los valores de transmisividad y permeabilidad obtenidos con sólo los datos del pozo a veces son muy inferiores a los reales ya que el flujo en las grietas puede ser turbulento en las proximidades del pozo. Por otro lado representan sólo condiciones locales en un medio en general muy heterogéneo y por lo tanto tienen poca significación regional, a menos que se disponga de un número elevado de datos representativos, es decir que no se hayan seleccionado lugares singulares del acuífero, por ejemplo, por ubicación sistemática en una zona de características predeterminadas o por no tener en cuenta los pozos y sondeos fallidos.

Para los acuíferos cautivos es frecuente obtener valores muy bajos para el coeficiente de almacenamiento ya que el medio es muy rígido y no puede esperarse por lo tanto que sufra deformaciones importantes al disminuir la presión del agua. Rasmussen (1963) da un valor de S más frecuente para rocas fracturadas de $7{,}6 \cdot 10^{-4}$ pero con valores que puedan ser tan pequeños como $6 \cdot 10^{-7}$, aunque ese valor hay que tomarlo con desconfianza, ya que es menor que lo que cabe esperar de la propia elasticidad del agua.

La permeabilidad obtenida dividiendo la transmisividad por el espesor del acuífero, o si ésta no es bien conocida, por la penetración del pozo, debe tomarse como un valor aparente y promedio. Los valores reales medidos por otros métodos pueden diferir notablemente (Pirvedyan, Nikitin y Gukasov, 1959 en Rasmussen, 1963).

No es raro que con un período de bombeo relativamente corto se alcancen los límites del acuífero o se llegue a zonas de características medias notablemente diferentes; esto es tanto más frecuente cuanto menor es S de modo que en acuíferos cautivos y muy rígidos el cono de descensos se expande a gran velocidad. Ciertas anomalías de las curvas de descensos-tiempos pueden ser debidas a este hecho.

Según Enslin y Bredenkamp (1963), la transmisividad calculada con ensayos de bombeo de corta duración en rocas fracturadas es la que corresponde a los conductos más permeables y el coeficiente de almacenamiento deducido es únicamente el del sistema de esos conductos más permeables, de modo que el almacenamiento en las fisuras de menor permeabilidad no se hace aparente; esto último es especialmente importante en acuíferos libres y entonces el valor de S puede ser muy inferior al de la porosidad efectiva equivalente y puede llevar a subvalorar las reservas existentes.

El aporte de agua a las grietas mayores procedente de las fisuras y de la propia roca es similar al de un semiconfinamiento y permite que los descensos lleguen a estabilizarse después de producirse una depresión suficiente. En otros casos el resultado es similar al de un drenaje diferido (véase el capítulo 9.8). En el apartado 19.2 se señalaron ya diversos tipos posibles de errores, en mayor grado sobre el coeficiente de almacenamiento.

Si el pozo sólo corta a una grieta aislada entre roca impermeable (por ejemplo, un plano de falla), puede suceder que el caudal no se estabilice y se llegue a su total vaciado[149].

19.5 EFECTOS DE CAPACIDAD EN LAS GRIETAS GRANDES

La intersección de grietas de gran tamaño al construir un pozo añade al mismo una notable capacidad drenante y aquellas se comportan de forma similar a galerías y drenes (catas). En realidad, el pozo pasa a tener una sección efectiva mucho mayor que la aparente en la zona de aparición de esas grietas; y la capacidad de almacenamiento del sistema queda notablemente aumentada.

Al bombear un pozo como el indicado, el descenso de nivel en la zona de grietas puede ser muy lento por su gran volumen y se produce el efecto de una falsa casi-estabilización de niveles. Si se observa la recuperación del pozo después de la parada, este efecto se puede identificar ya que los ascensos de niveles se producen inicialmente con notable lentitud.

La presencia de esas grietas de gran capacidad en pozos de uso intermitente es muy favorable, pues permite extraer caudales instantáneos elevados a base de tomar agua del almacenamiento, la cual se repone lentamente durante el reposo siguiente.

19.6 EFECTOS HIDRÁULICOS DEL DESARROLLO POR ACIDIFICACIÓN EN LOS TERRENOS CALCÁREOS

Una forma común de aumentar el caudal específico de pozos construidos en materiales calcáreos es por introducción de ácido; los resultados son muy variables, desde nulos hasta espectaculares llegándose a multiplicar el caudal específico por 10 o más veces.

[149] Enslin y Bredenkamp (1963) pág. 223, cita un caso de disminución rápida y continua del caudal, pasando de 9,5 m^3/h iniciales a 0,38 m^3/h a las 200 horas de bombeo.

Son muchos los factores que influyen, incluso de tipo operacional, pero el tipo de permeabilidad del acuífero juega un papel muy importante. Es difícil encontrar datos cuantitativos. Los razonamientos que siguen están basados en las ideas de Muskat (1937), págs. 420-429 y en realizaciones prácticas en varios acuíferos próximos a Barcelona (informes internos de Custodio, Molist, Bayó y Batista).

Uno de los aspectos del desarrollo es la disolución y/o puesta en suspensión de materiales que obstruían ciertas grietas y que no habían podido ser extraídos por bombeo ni por pistoneo. Ello equivale a aumentar la permeabilidad en el entorno del pozo y la posible consiguiente reducción de fenómenos de turbulencia. Además se suma el efecto de disolución de caliza.

En el caso de que el agua llegue al pozo a través de un gran número de grietas interconectadas, el efecto del ácido es local; se ensanchan y limpian las grietas y disminuye la turbulencia en las proximidades del pozo. En general, el efecto es pequeño aunque se puede tener excepciones cuando las grietas estaban muy obstruidas o eran muy estrechas. El ácido se aleja poco del pozo y el efecto es por lo tanto muy local.

Cuando el pozo sólo intercepta unas pocas grietas de gran extensión, el ácido introducido puede llegar muy lejos debido a la pequeña fracción que represente el volumen de las grietas, y ello permite que se produzca un ensanchamiento de las mismas por disolución. Según se expuso en el apartado 10.4 de la sección 8, la permeabilidad de una grieta es proporcional al cuadrado de su anchura; el efecto de la acidificación sobre las grietas muy estrechas es muy marcado, mientras que el mismo efecto de disolución en grietas ya más grandes es menos acusado. Según Muskat (1937, fig. 159), para una grieta en una caliza de permeabilidad primaria 0,01 darcy se tiene:

Incremento de anchura (mm)	Anchura inicial de la grieta (mm)	Incremento de caudal específico (veces)
0,1	0,01	3,1
0,1	0,05	2,2
0,1	0,1	2,2
0,5	0,01	50
0,5	0,05	32
0,5	0,1	28
1,0	0,01	340
1,0	0,05	200
1,0	0,1	150

19.7 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS DE CAUDALES DE POZOS

Cuando en una región existe un número elevado de pozos de los que se dispone de datos sobre caudales y descensos, es posible estudiar las características medias y el grado de heterogeneidad del acuífero por medios estadísticos.

El procedimiento es especialmente útil cuando se trata de acuíferos muy heterogéneos o fracturados, tales como rocas cristalinas y sus áreas de alteración, formaciones calcáreas, depósitos no consolidados poligénicos, formaciones volcánicas, etc.

En general, se maneja el caudal específico del pozo o sea el caudal obtenido dividido por el descenso producido.

Tal como se expuso en los primeros capítulos del presente tema, el caudal específico es función de las características del acuífero, principalmente la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento, y también del coeficiente de goteo, presencia de barreras, etc.; también es función de las características del pozo, principalmente de su penetración y de su radio. Mientras la penetración puede influir notablemente, el radio del pozo influye de forma menos importante, salvo el caso de que se trate de grandes variaciones del mismo, de la presencia de drenes o galerías o de la intersección de grandes grietas o cavidades. La eficiencia del pozo influye de forma muy notable y es un factor difícil de eliminar, salvo que se disponga de ensayos de bombeo escalonados (ver capítulo 9.15) de los que se pueda deducir un coeficiente del caudal Q que no esté influido por pérdidas de carga en el pozo de naturaleza lineal.

El tiempo de bombeo influye también en los caudales específicos, en especial si el bombeo ha sido breve. Conviene referir los caudales específicos a un mismo tiempo de bombeo.

Otra dificultad para obtener un valor del caudal específico que sólo sea función de las características del acuífero estriba, a veces, en el conocimiento de los descensos producidos. El caso ideal es aquel en que se conoce la tendencia de los niveles estáticos y se realiza un bombeo controlado, pero en la realidad muchas veces no se conoce el nivel estático y/o sus variaciones ya que se trata de pozos en explotación cuyos niveles no llegan a recuperarse en los paros que se producen. El nivel del agua en el pozo en el momento de su construcción puede dar una primera idea sobre el nivel estático, pero el nivel estático actual puede ser muy diferente.

Cuando se dispone en cada pozo de un ensayo de bombeo escalonado y/o un ensayo de bombeo de larga

duración con piezómetros, es posible corregir los caudales específicos medidos restando a los descensos observados las pérdidas en el pozo, reduciendo después los datos a un tiempo tipo, un radio del pozo tipo y a un pozo completo. Esta última operación puede ser complicada, en especial en acuíferos de espesor mal conocido o desconocido. En este caso es posible aumentar la homogeneidad de los datos dividiendo el caudal específico real o corregido, por la penetración o por la longitud útil de rejilla del pozo (Csallany, 1965, Walton, 1963).

Los caudales específicos corregidos tienen errores, introducidos en virtud de las diferentes hipótesis e interpolaciones realizadas, pero en general son mejores que los datos reales directos cuando se opera con cuidado y se conocen bien las circunstancias especiales que pueden concurrir en cada pozo (tipo de perforación, tipo de rejilla, estado de incrustación, etc.).

En acuíferos libres o en sistemas multiacuífero, cuando no se conoce el nivel estático pero se supone que está próximo al nivel del terreno, como primera aproximación puede calcularse el caudal específico dividiendo el caudal por la penetración del pozo.

Se supone que la distribución de caudales específicos o de caudales específicos por unidad de penetración sigue una ley probabilística logarítmica (ley de Galton).

La función de densidad de la ley de Galton o de probabilidad logarítmico-normal es:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(- \frac{(\ln x - \overline{\ln x})^2}{2\sigma} \right)$$

$\overline{\ln x}$ = valor medio de ln x
σ = desviación típica de ln x.

Para su manejo práctico basta usar las tablas de la ley normal tomando el logaritmo de la variable.

En ocasiones resulta más apropiada la ley de Frechet (función de distribución extrema), de variable x tal que ln x = variable de la ley de Gumbel (ver sección 3). La función de densidad es:

$$p(x) = k \cdot \alpha \cdot x^{-(1+\alpha)} \cdot \exp(-k x^{-\alpha})$$

en la que k y α son parámetros característicos. Para su manejo práctico basta utilizar las tablas de la ley de Gumbel tomando el logaritmo de la variable.

Para determinar sus parámetros se tabulan los valores de mayor a menor y se calculan las frecuencias f, siendo:

$$f = 100 \frac{m}{n+1}$$

m = número de orden
n = número total de valores (pozos)
f = tanto por ciento de pozos cuyo caudal específico es igual o mayor que el del pozo que ocupa el número de orden m.

También puede emplearse la fórmula

$$f = 100 \frac{m - 0{,}5}{n}$$

pero se preferirá la primera.

Se representan las frecuencias en función de los valores del caudal específico en papel logarítmico de probabilidad y se trata de ajustar una recta a los puntos obtenidos. Cuanto menor es la inclinación de la recta de ajuste, mayor es la homogeneidad del acuífero.

Para cálculos rápidos, cuando hay pocos datos, basta determinar el valor medio del caudal específico o del caudal específico por unidad de penetración y hallar los cuartiles[150].

Ejemplo 3

En un análisis rápido de los valores del volumen de agua extraído en cada término municipal de la isla volcánica de Gran Canaria, en relación al total de metros perforados (Custodio, 1971, informe interno provisional) se llega a los siguientes resultados:

	Media	Máx	Mín	Primer cuartil	Tercer cuartil
(a) l/seg por pozo	2,67	7,41	0,18	4,25	7,23
(b) l/min/m	1,89	4,13	0,36	3,15	1,18
(c) longitud pozo m	84,6	203,1	27,8	118	87,0

a) a partir de valores medios por término municipal (volumen anual extraído/longitud total de pozos));
b) volumen anual expresado en l/min dividido por la profundidad media de los pozos en el término municipal;
c) a partir de valores medios por término municipal.

Dado que uno de los términos municipales posee gran

150 Valor que corresponde a la frecuencia 25 % (1.er cuartil) y al 75 % (3.er cuartil). La mediana corresponde a la frecuencia 50 % (2.º cuartil).

TABLA 9.30 *Datos de caudal por unidad de longitud de los pozos de Gran Canaria ordenados por términos municipales.* N = Norte; S = Sur. *Corresponde al ejemplo 4*

Término municipal	Situación	Caudal/longitud l/min/m	Número orden	Frecuencia %	Norte		Sur	
					N.º	%	N.º	%
12	S	4,13	1	4,55			1	12,5
10	S	3,82	2	9,10			2	25,0
6	N	3,54	3	1,36	1	6,7		
7	N	3,46	4	18,2	2	13,3		
16	S	3,37	5	22,4			3	37,5
1	N	3,15	6	27,2	3	20,0		
2	S	2,40	7	31,8			4	50,0
3	N	1,97	8	36,4	4	26,6		
18	N	1,93	9	40,9	5	33,4		
5	N	1,87	10	45,5	6	40,0		
11	N	1,81	11	50,0	7	46,6		
16	S	1,42	12	54,6			5	62,5
21	N	1,33	13	59,1	8	53,4		
8	S	1,19	14	63,6			6	75,0
20	N	1,18	15	68,2	9	60,0		
9	N	1,03	16	72,8	10	66,6		
19	N	0,736	17	77,4	11	734		
13	N	0,61	18	81,9	12	80,0		
15	N	0,455	19	86,4	13	86,6		
14	S	0,40	20	91,0			7	87,5
4	N	0,36	21	95,5	14	93,4		

número de pozos de pequeña profundidad excavados en materiales aluviales, parece oportuno prescindir de los datos correspondientes para tratar de incluir únicamente pozos en materiales volcánicos. Las cifras dadas se modifican según:

	Media	Máx	Mín	Primer cuartil	Tercer cuartil
l/seg por pozo	3,36	7,41	0,22	4,25	2,63
l/min/m	2,00	4,13	0,36	3,15	1,33
longitud pozo m	100	203,1	47	118	91,2

Dada la gran variedad de terrenos volcánicos atravesados, la pequeña variación en los valores del caudal por unidad de penetración (l/m/min) sugiere que posiblemente existen pocas diferencias de comportamiento promedio entre los diferentes materiales, por lo menos hasta la profunidad perforada. Las pequeñas variaciones en la profundidad y en el caudal de los pozos parece indicar también una cierta homogeneidad de comportamiento de los materiales y en una superficie piezométrica adaptada a la topografía; no debe olvidarse que factores económicos (caudal-profundidad) contribuyen también a homogeneizar esos valores.

Ejemplo 4

Haciendo referencia al mismo caso del ejemplo 3, en la tabla 9.30 se relacionan clasificados los caudales por unidad de longitud de pozo por términos municipales, indicando si se trata de un lugar en la mitad norte (materiales volcánicos más recientes) o en la mitad sur (materiales volcánicos predominantemente antiguos). En la figura 9.215 se han representado los valores en papel logarítmico de probabilidad; el caudal unitario medio es de 1,52 l/min/m. Puede esperarse en primera aproximación que el 20 % de los pozos construidos tengan un caudal unitario superior a 3,5 l/min/m y que el 80 % lo tenga superior a 0,66.

Para averiguar si existe una diferencia entre las unidades Norte y Sur se han analizado los respectivos datos separadamente (fig. 9.215). Al parecer, los pozos de la zona Norte son algo menos productivos y los de la zona Sur son notablemente más productivos.

Los ajustes realizados son relativamente aceptables, excepto para los datos que representan los caudales específicos mayores; no se han separado los términos municipales 14 y 17 que tienen gran número de pozos poco productivos en materiales aluviales.

En la tabla 9.31 se relacionan clasificados los caudales medios de los pozos de cada término municipal, con indica-

ción de si se sitúan en la mitad Norte o en la mitad Sur de la isla. En la figura 9.216 se han representado los valores en papel logarítmico de probabilidad; el caudal medio (volumen anual/segundos del año) es de 2,3 l/seg. Puede esperarse en primera aproximación que el 20 % de los pozos construidos tenga un caudal superior a 4,5 l/seg y que el 80 % lo tenga superior a 1,2.

El análisis separado de los datos de los pozos de la mitad Norte, y de la mitad Sur (fig. 9.216) señala que los de la zona norte apenas difieren de los valores medios mientras que los de la zona sur tienden a dar caudales algo más elevados.

Los ajustes realizados son relativamente aceptables, excepto para los términos municipales 14 y 17 que como se ha indicado tienen gran número de pozos poco productivos en materiales aluviales; si se prescinde de ellos se puede mejorar un poco el análisis.

Una vez conocido el valor medio y la desviación tipo es posible calcular la probabilidad de obtener un determinado caudal con uno o varios pozos de una cierta profundidad. En acuíferos muy heterogéneos, como las calizas karstificadas, los cálculos estadísticos llevan a resultados poco alentadores.

En el establecimiento de la ley de probabilidades es preciso que los datos empleados sean realmente representativos, es decir que no representen circunstancias especiales del acuífero. Así, si los pozos construidos en una zona han sido ubicados mediante un detallado estudio hidrogeológico a fin de buscar los lugares óptimos, su estudio estadístico no proporcionará los valores medios del acuífero sino valores mayores. Por la misma razón, en la relación de datos deben incluirse los pozos nulos o de escaso caudal; muchos inventarios ignoran estos datos por no considerarlos de interés o por ser muy difíciles de localizar; ello lleva a una sobrevaloración del acuífero. Esta circunstancia es especialmente marcada en acuíferos kársticos; cuando únicamente se relacionan los pozos productivos se puede tener la idea de que el caudal específico medio es muy elevado cuan-

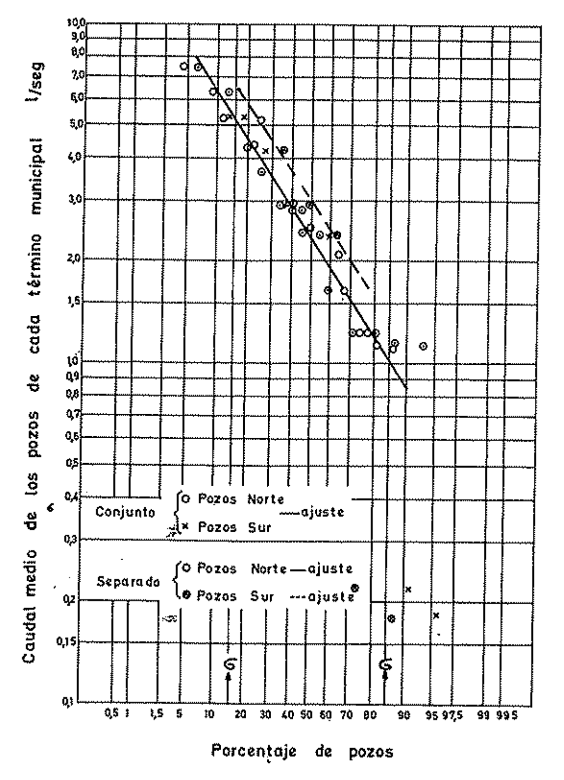


FIGURA 9.216
Ajuste a una ley normal logarítmica de los caudales medios de los pozos de cada término municipal de la isla de Gran Canaria. Corresponde al ejemplo 4.

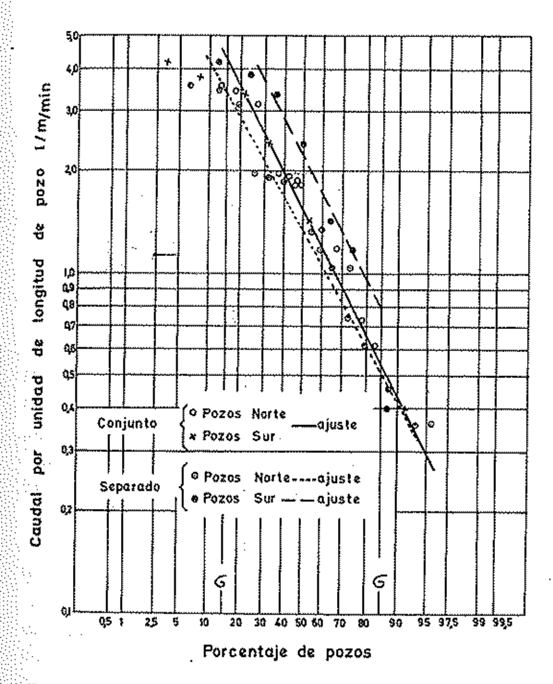
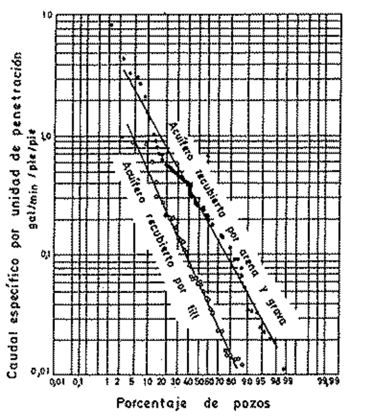


FIGURA 9.215
Ajuste a una ley normal logarítmica de los caudales por unidad de longitud de los pozos de Gran Canaria, agrupados por términos municipales. Corresponde al ejemplo 4.

TABLA 9.31 *Datos de caudal medio por pozo en cada término municipal de la isla de Gran Canaria.* N = Norte; S = Sur. *Corresponde al ejemplo 4*

Término municipal	Situación	Caudal l/seg/pozo	Número orden	Frecuencia %	Norte		Sur	
					N.°	%	N.°	%
7	N	7,41	1	4,55	1	6,7		
6	N	6,32	2	9,10	2	13,3		
16	S	5,25	3	13,6			1	12,5
12	S	5,22	4	18,2			2	25,0
5	N	4,34	5	22,4	3	20,0		
2	S	4,25	6	27,2			3	37,5
11	N	3,65	7	31,8	4	26,6		
10	S	2,98	8	36,4			4	50,0
18	N	2,94	9	40,9	5	33,4		
3	N	2,84	10	45,5	6	40,0		
21	N	2,48	11	50,0	7	46,6		
1	N	2,40	12	54,6	8	53,4		
8	S	2,40	13	59,1			5	62,5
20	N	2,10	14	63,6	9	60,0		
9	N	1,63	15	68,2	10	66,6		
13	N	1,23	16	72,8	11	73,4		
4	N	1,23	17	77,4	12	80,0		
15	N	1,13	18	81,9	13	86,6		
9	N	1,11	19	86,4	14	93,4		
17	S	0,22	20	91,0			6	75,0
14	S	0,18	21	95,5			7	87,5



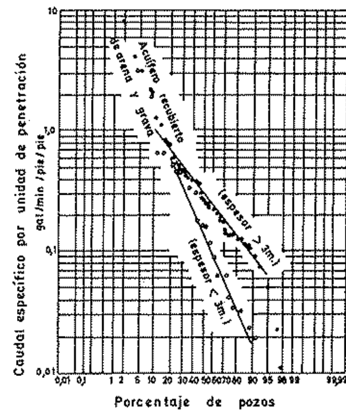


FIGURA 9.217

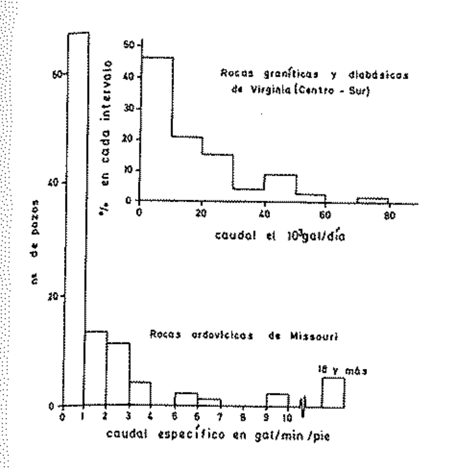
Relación entre el caudal específico por unidad de penetración según el tipo de recubrimiento glacial de un acuífero dolomítico silúrico en el norte de Illinois. (Según Csallany y Walton, 1963.)

do en realidad es muy bajo y lo más probable es que un pozo construido al azar sea de caudal nulo o muy pequeño.

Es posible jugar con los datos sobre caudales para tratar de obtener información adicional, tal como ya se ha insinuado en el ejemplo 4. Se pueden agrupar los pozos por zonas atendiendo a la topografía, a la geología de superficie, al tipo de materiales que recubren el acuífero, etc., y así tratar de poner de relieve si existen circunstancias favorables o desfavorables. También puede procederse a estudiar los pozos clasificados en intervalos de profundidad, con o sin agrupamiento según otras características, a fin de determinar cómo influye la profundidad en el caudal específico por unidad de penetración.

En general, parece que el tipo de roca tiene poca influencia en el caudal medio de los pozos, siendo mucho más influyente la estructura geológica (Davis y Turk, 1964). Esto es preferentemente cierto para rocas cristalinas, para las que la dispersión de los valores no es





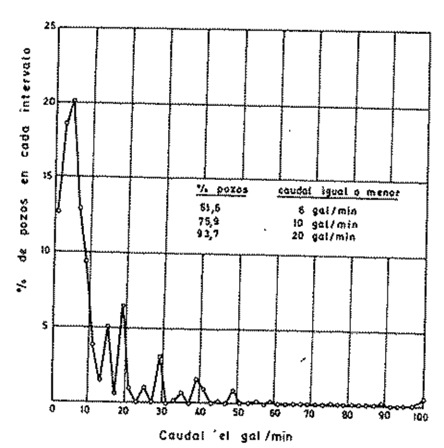


FIGURA 9.218
Ejemplos de caudales y caudales específicos clasificados, mostrando la asimetría de la distribución. (Según Davis y De Wiest, 1965, y Stewart, 1967.)

demasiado acusada; esta dispersión es muy grande en rocas consolidadas calcáreas.

En un detallado estudio estadístico realizado por Walton y Csallany (Csallany, 1965; Walton, 1970, páginas 331-334) se pone de relieve la influencia del tipo y espesor de la cobertura sedimentaria y de la ubicación topográfica en los acuíferos dolomíticos del norte de Illinois, así como la diferencia entre los diferentes niveles estratigráficos. La figura 9.217 muestra, a modo de ejemplo, las variaciones observadas en función del tipo de cobertera.

Cuando los pozos perforan varios acuíferos de litología diferente, para los que se supone un comportamiento diferente, puede procederse a agruparlos de acuerdo con la secuencia de materiales atravesados. Los pozos perforados en un único material proporcionan información sobre las características de cada unidad; los pozos que atraviesan dos o más unidades pueden ser estudiados considerando que cada acuífero aporta un determinado caudal por unidad de espesor de modo que el aporte total debe ser igual al caudal del pozo.

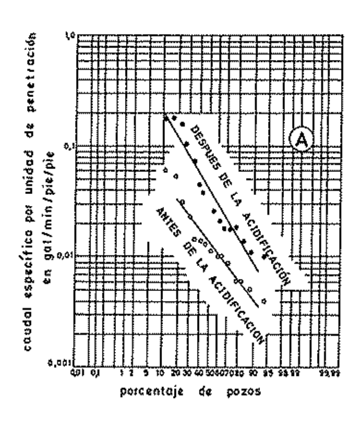
Cuando en una región se han analizado estadísticamente los datos de un gran número de pozos y se han clasificado de acuerdo con criterios geográfico-geológicos, es posible asignar a cada localidad el caudal específico que es rebasado por un cierto porcentaje de pozos (por ejemplo, 50 %) y dibujar así un mapa probabilístico de caudales específicos. Un ejemplo clásico es el que corresponde a los acuíferos dolomíticos del norte de Illinois (Csallany y Walton, 1963) referido a pozos de 300 mm de diámetro y para un bombeo de 12 horas.

Dado que los ajustes estadísticos responden a una ley logarítmica normal (ley de Galton), la distribución es muy asimétrica, dominando los valores bajos. La figura 9.218 es un ejemplo claro.

De forma similar se pueden analizar los datos de desarrollo de pozos. Puede verse estadísticamente el efecto de la acidificación representando en papel logarítmico de probabilidad los caudales específicos por unidad de penetración antes y después del desarrollo (fig. 9.219 A) o representando en un gráfico de frecuencias la relación entre el caudal específico después y antes de la acidificación (fig. 9.219 B).

Los estudios estadísticos admiten muchas variaciones para tratar de obtener la información deseada. Así, para terrenos volcánicos puede ser interesante analizar la influencia de:

a) pendiente del terreno;
b) grado de diaclasación superficial;
c) frecuencia y dirección de diques y fracturas;
d) régimen pluviométrico en cuanto influye en la alteración superficial;
e) presencia del volcanismo reciente y subcreciente;
f) porcentaje de los diferentes tipos de materiales atravesados (lavas masivas, lavas porosas, piroclastos, cenizas, aglomerados, ignimbritas, etc.);
g) espesor de cada uno de los paquetes;
h) relación entre frecuencia de salidas de agua (n.º/m) y la profundidad en función del tipo de material y la situación geográfica;
i) relación entre la importancia individual de las salidas de agua y la profundidad.
j) relación entre caudal y número, longitud total y



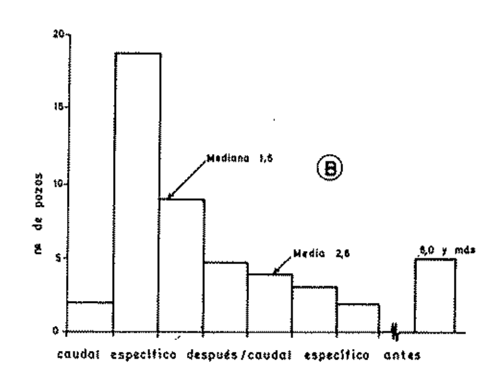


FIGURA 9.219

Estudio de la efectividad de la acidificación de pozos en materiales calcáreos. (Según Csallany y Walton, 1963; Davis y De Wiest, 1966.)

distribución de drenes, catas y galerías con posibilidad de considerar la orientación de las mismas.

Tal como se ha dicho anteriormente, la inclinación de la recta de ajuste probabilístico informa sobre la mayor o menor homogeneidad del acuífero. Al clasificar los datos según varios criterios se pueden ver las causas o circunstancias de las heterogeneidades. Así, en el caso de la Isla de Gran Canaria, estudios posteriores realizados (Fernandopullé, comunicación privada) indican que el caudal específico medio para pozos en basaltos modernos y en ignimbitas fonolíticas son similares, pero para éstas últimas la dispersión de valores es mucho más acentuada, indicando una mucho mayor heterogeneidad interna del medio permeable.

19.8 PROFUNDIDAD ÓPTIMA DE LOS POZOS EN ROCAS FRACTURADAS Y VARIACIÓN DE LA PERMEABILIDAD EN PROFUNDIDAD

Por regla general, el grado de fracturación y el ancho de las grietas de las rocas fracturadas decrece con la profundidad y por lo tanto también disminuye el caudal específico por unidad de penetración. Existe un límite de penetración a partir del cual el incremento de caudal no compensa el coste de perforación y la elevación de bombeo necesaria.

En rocas homogéneas, tales como granitos, rocas metamórficas de gran espesor, calizas masivas de gran potencia etc., salvo que concurran factores geológicos favorables, no debe pasarse de 100 a 200 m de profundidad y a veces con sólo 50 m se alcanza el límite económico.

Dado que la permeabilidad disminuye con la profundidad, no conviene producir grandes descensos ya que el caudal crece mucho más despacio que la depresión de nivel producida, por lo menos para descensos grandes. En general no conviene producir descensos superiores a 1/3 del espesor de la zona permeable, salvando lo dicho en el apartado 19.3.

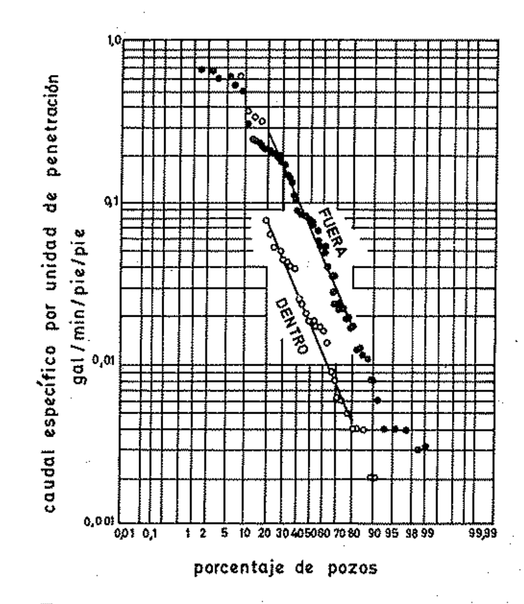


FIGURA 9.220

Gráfico de frecuencia de caudales específicos por unidad de penetración en un acuífero dolomítico poco profundo en Illinois, con una zona de fuerte descenso de niveles, clasificando los pozos en dentro y fuera de dicha zona. (Según Prickett et alt. en Walton, 1970.)

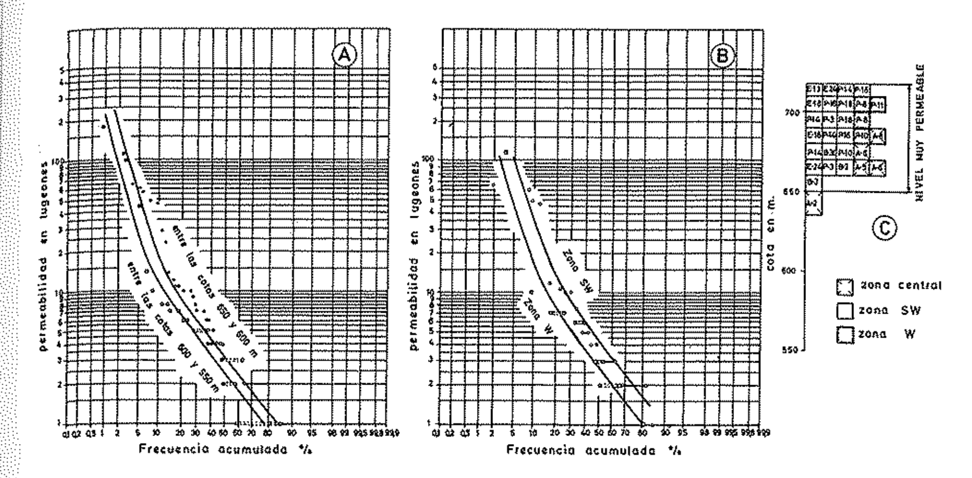


FIGURA 9.221

Estudio de variaciones de la permeabilidad determinada por ensayos de inyección en Bušco Blato. A) *Curvas de distribución de la permeabilidad en dos intervalos de cotas.* B) *Distribución de la permeabilidad máxima en dos zonas.* C) *Caracterización de la situación de los niveles con grandes conductos kársticos con separación en zonas; cada cuadro representa un piezómetro que ha cortado uno de esos conductos.* 1 lugeon = l/min/m *de penetración para 10 kg/cm² y 10 minutos de ensayo. (Según Borelli y Pavlin, 1965.)*

Ciertas diferencias de comportamiento acuífero de rocas al parecer similares pueden proceder de diferencias en el nivel estático del agua; donde el nivel es más alto se tiene mayor transmisividad ya que está saturada la parte superior, que suele ser más permeable (Davis y De Wiest, 1966, pág. 327). En zonas sometidas a fuertes bombeos se pueden producir descensos piezométricos regionales que lleven a una rápida reducción del caudal de los pozos afectados. En la figura 9.220 se muestra el resultado de un análisis estadístico de caudales específicos por unidad de penetración, separando los pozos en dos grupos: fuera del área de intenso bombeo y dentro del área de intenso bombeo; el efecto de reducción de transmisividad queda notablemente marcado.

En principio, puede suponerse que la disminución de permeabilidad con la profundidad en muchos tipos de rocas, tales como granitos, calizas, etc., es exponencial de acuerdo con la expresión (Borelli y Pavlin, 1965; Bredenkamp y Vogel, 1970):

$$k = k_o \exp \left(- \frac{z}{\beta} \right)$$

siendo:

k = permeabilidad a profundidad z
k_o = permeabilidad a una cierta profundidad tomada como $z = 0$
β = coeficiente característico del medio

β se llama también profundidad efectiva y expresa la profundidad que debería tener el nivel de permeabilidad k_o para que por él circulase el mismo caudal que en el acuífero real bajo el mismo gradiente.

La determinación de β se puede hacer a partir de la variación vertical de permeabilidad en diversos sondeos, pero se obtienen valores de carácter puntual. Para obtener valores de carácter regional cuando se dispone de muchos sondeos con perfil de permeabilidad conocido, se procede a reunir los datos por grupos de igual intervalo de profundidad o de cota y a determinar su distribución estadística; así se puede conocer el valor medio y el grado de desviación que se puede esperar. En la figura 9.221 A se muestra un ejemplo. Se puede poner de relieve la existencia de áreas de permeabilidad preferente, determinando para diversas zonas la distribución estadística de la máxima permeabilidad en tramos de una cierta longitud (fig. 9.221 B). La presencia de zonas de muy alta permeabilidad (no medible) en zonas kársticas puede ponerse de relieve mediante gráficos de barras (fig. 9.221 C).

Los diversos tipos de estudios señalados pueden llegar a señalar la profundidad óptima de perforación en rocas fracturadas masivas en una cierta región; cuando un pozo ha alcanzado esa profundidad y no proporciona el caudal apetecido, no es económico, en general, profun-

dizarlo y es más recomendable iniciar uno nuevo (Stewart, 1967).

En general se trabaja con caudales específicos por unidad de penetración; para tener el caudal del pozo es preciso multiplicar por la penetración y por el descenso que se va ha producir. Como el caudal específico disminuye con el descenso y el caudal específico por unidad de penetración disminuye con la penetración no pueden efectuarse cálculos promedios para una cierta probabilidad si no se conocen los efectos de esos factores.

Es posible hallar una fórmula por análisis factorial del tipo (Stewart, 1967)

$$Q = \overline{Q} + \alpha + \beta_1 (b - \overline{b}) + \beta_2 (l - \overline{l}) + $$

$$+ \beta_3 (l^2 - \overline{l}^2) + \varepsilon$$

en la que

Q = caudal del pozo proyectado
$\overline{Q}$ = caudal medio de los pozos en el acuífero
b = profundidad local del techo del acuífero fracturado
$\overline{b}$ = profundidad media del techo del acuífero fracturado
l = longitud del pozo proyectado
$\overline{l}$ = longitud media de los pozos
α = sumando corrector de características locales
β = coeficiente de correlación parcial

1. De caudal respecto a profundidad al techo del fracturado
2. De caudal respecto a profundidad del pozo
3. De caudal respecto al cuadrado de la profundidad del pozo

ε = variable aleatoria de media nula y desviación tipo σ (ley normal de Gauss).

Capítulo 9.20

Preparación y ejecución de ensayos de bombeo

20.1 INTRODUCCIÓN

Los ensayos de bombeo, en sus múltiples variantes, son la principal herramienta de que se dispone para el estudio del comportamiento de pozos, predicción de caudales y descensos futuros, y *obtención de valores representativos de las características de los acuíferos,* tales que no tengan el carácter local y la dudosa validez de los ensayos en laboratorio o en sondeos.

En general, los ensayos de bombeo *son caros* y por lo tanto precisan de una *correcta planificación* para no cometer errores lamentables que después impidan una adecuada interpretación.

En el presente capítulo se expondrá la preparación y la ejecución de ensayos de bombeo, dejando para el capítulo 9.21 la delicada temática de la interpretación de ensayos de bombeo.

20.2 TIPOS DE ENSAYOS DE BOMBEO Y DE AFOROS DE POZOS

Los bombeos para estudiar las características de los pozos suelen designarse con el nombre de *aforos* o *ensayos de descenso* y en general no comportan la observación de los niveles del agua en pozos o piezómetros próximos.

Los bombeos en los que se observan los descensos producidos en otros pozos o en piezómetros próximos (el pozo de bombeo se suele medir también) se suelen llamar *ensayos de bombeo*[151] y también más específicamente *ensayos de interferencia.*

La medición de los niveles del agua, después del cese de bombeo en el propio pozo de bombeo y/o en los pozos y piezómetros de observación, se llama *ensayo de recuperación.*

Todos esos bombeos se realizan en *condiciones controladas* a fin de que conocida la variación de una magnitud y sus efectos, poder determinar las características del acuífero o del pozo de bombeo. En general se trata de bombeos a *caudal constante,* por lo menos durante ciertos intervalos de tiempo. Los ensayos a descenso constante y caudal variable son menos usuales y de realización más complicada, excepto en pozos surgentes. Aunque es posible interpretar cualquier bombeo del que se conozca la evolución de caudales y los descensos producidos (capítulo 9.14), puede ser muy difícil encontrar métodos sencillos y rápidos de análisis que no enmascaren las particularidades buscadas, por lo que siempre que se pueda se prefieren los ensayos a caudal constante o con escalones de caudal constante.

Los ensayos de bombeo comportan un descenso progresivo de niveles debido al agrandamiento del cono de influencia, hasta que llega un momento en que la recarga iguala al bombeo y entonces se llega a un régimen estacionario; teóricamente, en acuíferos cautivos y en acuíferos libres sin recarga, el régimen estacionario no se alcanza nunca, pero para pozos y piezómetros relativamente próximos al pozo de bombeo en comparación con el radio de influencia, se llega a un estado casi estacionario en el que el régimen puede considerarse como estacionario a muchos efectos prácticos. Los ensayos a caudal constante hasta lograr el *régimen permanente* pueden ser más fáciles de interpretar ya que no influye el o los coeficientes de almacenamiento del sistema acuífero, pero precisan de varios puntos de observación nivelados topográficamente y el tiempo de bombeo pue-

[151] Ciertos profesionales hablan de bombeos de ensayo, pero se preferirá la designación ensayos de bombeo, que refleja mejor el concepto a la que se aplica.

de ser muy elevado, en especial en acuíferos libres; evidentemente no sirven si lo que se busca es el coeficiente de almacenamiento. Los ensayos a caudal constante con medida e interpretación del *régimen variable* son mucho más frecuentes, precisan de menos puntos de observación (no es preciso que estén nivelados), pueden ser más breves y permiten determinar el coeficiente de almacenamiento, aunque ello puede ser un factor de complicación; cuando se realiza un ensayo hasta lograr el régimen permanente, la observación del régimen variable proporciona, con un pequeño gasto extra, datos complementarios de gran valor.

Se pueden considerar ensayos de bombeo, en sentido amplio, de muy diversas categorías, desde el simple aforo para hallar el caudal de explotación de un pozo (basta con un caudal más o menos estacionario, un dispositivo simple de aforo y una idea del descenso producido) hasta ensayos de bombeo para el estudio de las características de sistemas acuíferos (abundantes puntos de observación, cuidadoso control del caudal, mediciones de niveles con precisión, bien planeados y durante varios días, etc.).

El tipo de ensayo a realizar depende de lo que se pretende hallar, los gastos que se puedan realizar, de la existencia previa de pozos y piezómetros, de la complicación del acuífero o del sistema acuífero, etc. En general, un aforo bien realizado es caro, costando habitualmente varias decenas de miles de pesetas[152], y un ensayo de bombeo de estudio que precise instalación de piezómetros puede valer desde el centenar de miles de pesetas hasta más de un millón; por eso debe realizarse una correcta planificación.

Con un aforo puede obtenerse:

a) caudal óptimo o aconsejable de explotación del pozo;

b) curva característica del pozo;

c) un primer valor de la eficiencia del pozo;

d) una estimación de la transmisividad del acuífero;

e) datos preliminares sobre el acuífero (barreras, drenaje diferido, semiconfinamiento, etc.).

f) A veces se puede llegar a una estimación del coeficiente de almacenamiento del acuífero si a los descensos observados se les resta las pérdidas en el pozo obtenidas de la curva característica.

[152] Se considera la equivalencia aproximada 60 ptas. = 1 $ americano. Con 1000 ptas. se pueden construir de 0,4 a 0,7 m de sondeo de reconocimiento de pequeño diámetro y sin extracción de testigo o 0,2 m de pozo a percusión de 450 mm ϕ.

Con un ensayo de bombeo de interferencia puede obtenerse:

a) transmisividad del acuífero;

b) coeficiente de almacenamiento del acuífero;

c) características del acuífero propias o en relación con su contorno (semiconfinamiento, recarga, drenaje diferido);

d) presencia y situación de límites (barreras, fallas, líneas de recarga, etc.);

e) datos para extrapolar razonablemente los descensos del pozo sometido a una larga explotación;

f) eficiencia real del pozo.

Si además se conoce la disposición de los distintos materiales del sistema acuífero y los piezómetros están correctamente instalados, se puede llegar a obtener:

a) grado de anisotropía en un plano horizontal y en un plano vertical;

b) grado de heterogeneidad;

c) coeficiente de goteo, resistencia hidráulica de los acuitardos, coeficiente de drenaje diferido, etc.;

d) coeficiente de almacenamiento de los acuitardos.

20.3 SELECCIÓN DEL LUGAR DE ENSAYO DEL BOMBEO

Cuando se desea realizar un ensayo de bombeo para determinar las características del acuífero, es preciso seleccionar un lugar que reúna ciertas condiciones que faciliten no sólo la ejecución sino también la interpretación y tal que los datos que se obtengan representen las características medias buscadas con la mejor garantía posible.

Desde el punto de vista de la Hidrología subterránea, conviene que en el lugar elegido concurran las siguientes condiciones:

1) Que en ese lugar el acuífero sea lo más homogéneo posible.

2) Que el acuífero responda a un modelo sencillo, tal como cautivo de espesor constante; libre de base horizontal; semiconfinado de espesor constante; horizontal con un acuitardo superior bien definido, etc.

3) Que no existan barreras próximas o que por lo menos estén bien definidas; que no se esperen cambios laterales de permeabilidad y/o espesor importantes[153].

4) Que el flujo natural sea inexistente o con un gradiente pequeño y conocido, o por lo menos mucho

[153] En ocasiones se busca el estudio del efecto de límites (distancia efectiva a un río o a un lago o a un borde impermeable, etc.) y entonces lo dicho no tiene razón de ser.

menor que el creado por el bombeo en el área de observación.

5) Que se conozca bien la estructura geológica del subsuelo.

6) Que no existan bombeos próximos u otras actividades que provoquen variaciones grandes en el nivel del agua.

7) Si el acuífero es libre, que el nivel freático sea lo suficientemente profundo como para no tener que considerar efectos de evapotranspiración ni recargas rápidas por pequeñas lluvias.

8) Que el agua bombeada no vuelva al acuífero.

Desde un punto de vista económico:

1) Que a ser posible exista ya un pozo para el bombeo que reúna las debidas condiciones (ver apartado 20.5) y que sea posible su utilización.

2) Que a ser posible existan pozos o piezómetros ya construidos para poder realizar en ellos mediciones. Es preciso que estos puntos de agua sean accesibles y medibles y que no existan bombeos en ellos durante el ensayo. Es preferible que su situación respecto al pozo de bombeo sea adecuada (ver apartado 20.6).

3) Que en caso de tener que pagar indemnizaciones por uso de pozo, afecciones a cultivos o instalaciones, etcétera, sean lo menores posibles y sobre todo, que sea fácil y factible obtener permisos de acceso y uso.

4) Que existan informes geológicos, hidrogeológicos o geofísicos realizados previamente y que sean accesibles.

5) Que en caso de tener que adquirir terrenos o tener que acordar opciones de compra, el precio sea bajo. En ocasiones puede ser deseable la existencia y facilidad de uso de terrenos públicos.

6) Que sea fácil y barata la eliminación del agua bombeada, sin crear problemas a terceros.

Desde un punto de vista operacional:

1) Que existan facilidades de aforo o para instalar un aforador.

2) Que sea fácil instalar la tubería o canal de desagüe.

3) Que tanto en el pozo de bombeo como en los puntos de observación sea fácil medir el nivel del agua, sin temor a obstrucciones ni falseamientos.

4) Que los desplazamientos entre los diferentes lugares en que se efectúan medidas sean fáciles y cómodos. La existencia de accidentes geográficos (ríos, canales, etc.), topográficos, construcciones, áreas valladas, líneas férreas, carreteras de gran circulación, terreno con maleza o vegetación alta o árboles bajos, etc., pueden ser notablemente molestos.

5) Que existan facilidades para disponer de energía eléctrica.

Muy rara vez se cumplen todas las circunstancias indicadas. En la realidad, la selección viene influenciada por muchos factores y puede resultar ventajoso un emplazamiento deficiente si concurren circunstancias económicas favorables.

Es muy importante realizar o *disponer de un croquis* que comprenda por lo menos 1 km alrededor del pozo de bombeo seleccionado, en el que se relacionen los pozos, sondeos, piezómetros, norias, ríos, canales, barrancos, lagunas, zonas pantanosas, carreteras, edificaciones, etc., existentes.

20.4 CONOCIMIENTO GEOLÓGICO DEL ÁREA AFECTADA POR EL BOMBEO

Cuando se pretende realizar un ensayo de bombeo para determinar las características físicas del acuífero, es preciso conocer bien las características geométricas y litográficas del mismo. De lo contrario es difícil establecer un modelo conceptual del acuífero que responda aproximadamente a su comportamiento real de modo que se puedan interpretar las anomalías que aparezcan al valorar los datos y sea posible establecer una estimación del error de las características calculadas.

El grado de conocimiento geológico depende de muchas circunstancias, muchas de las cuales son de tipo económico y vienen influenciadas por la litología, profundidad y espesor del acuífero o sistema acuífero.

Debe tratarse de establecer perfiles *geológicos e hidrogeológicos* de detalle, a ser posible pasando por el pozo, utilizando los datos de los sondeos existentes y los que se realicen con motivo del ensayo; si conviene, los perfiles se pueden completar con geofísica (en general geoeléctrica resistiva y geosísmica de refracción) y comprobar los datos de los sondeos existentes mediante registros geofísicos adecuados. Es importante conocer la situación de la base y del techo del acuífero y llegar a una primera estimación (ocular, por análisis granulométrico, por ensayos de admisión de agua, bombeos cortos, etc.) de la permeabilidad y de la porosidad.

Por regla general, conviene dibujar los perfiles exagerando la escala vertical con respecto a la horizontal, por ejemplo 10 ó 20 veces, pero este hecho debe ser tenido en cuenta al efectuar comparaciones y deducciones.

20.5 CARACTERÍSTICAS DEL POZO DE BOMBEO

Cuando se trata de un aforo para conocer las características del pozo, éste ya está construido. La principal precaución a tomar es que esté limpio, sin sedimentos en el fondo, y que el desarrollo se haya completado (salvo que el aforo sea para después valorar la efectividad del desarrollo).

Cuando se pretende realizar un ensayo de bombeo para determinar las características del acuífero, el pozo debe reunir, si es posible, las siguientes *condiciones:*

1) Debe ser totalmente penetrante en el acuífero.
2) No debe tener rejilla en más de un acuífero.
3) Debe estar limpio y bien desarrollado, de tal modo que en el bombeo no se alteren las condiciones de permeabilidad del acuífero en el entorno del mismo.
4) Debe ser eficiente y a ser posible con una rejilla adecuada y con macizo de gravas.
5) Debe tener un diámetro suficiente para permitir colocar la bomba dejando espacio para poder efectuar mediciones de nivel. En general, el diámetro debe ser mayor de 400 mm, pero no tan grande que aparezcan efectos de almacenamiento en el propio pozo.
6) Deben conocerse los materiales atravesados y la historia de construcción.

Si el pozo es parcialmente penetrante o incompleto, es preciso *conocer la situación de las rejillas* en relación con el espesor del acuífero, para después efectuar las correcciones precisas en los descensos que se midan.

A igualdad de longitud de rejilla, son preferibles los pozos con rejilla centrada en el acuífero, y si es posible con rejilla en varios tramos.

Cuando se utilizan pozos ya construidos es importante conseguir los datos del sondista que ejecutó la obra; frecuentemente los sondistas reflejan en los partes de sondeos o recuerdan datos de gran interés que pueden orientar mucho sobre las características del pozo o del acuífero.

20.6 PIEZÓMETROS Y POZOS DE OBSERVACIÓN

Para los aforos no es preciso disponer de puntos de observación de niveles diferentes del pozo de bombeo, pero sí son necesarios para valorar correctamente las características de un acuífero mediante un ensayo de bombeo. Aunque es posible obtener la transmisividad con sólo los datos de descenso en el pozo de bombeo, no es fácil estimar su error, ni comprobar la validez del modelo físico elegido para el acuífero, además de que las mediciones están sometidas a errores (ver apartado 20.10).

La *instalación de piezómetros* para medir los niveles es, en general, muy costosa y por ello se trata de aprovechar los pozos y sondeos ya existentes como puntos de medición; ello requiere un inventario previo y la consecución de los permisos de uso correspondientes.

Para evitar sorpresas y pérdidas de tiempo es preciso conocer el esquema geológico y constructivo aproximado de los puntos de agua en los que se vaya a medir el nivel del agua, para asegurar que corresponden al acuífero investigado y que no están abiertos en varios acuíferos así como para conocer qué es lo que se mide cuando existen o se van a producir componentes verticales del flujo, etc.

Como medida de prudencia conviene comprobar que los pozos y *sondeos seleccionados funcionan correctamente* (ver apéndice A.9.8), que es factible medir el nivel del agua con facilidad y que están limpios; si conviene se pueden efectuar reparaciones y una limpieza.

Si se han de instalar piezómetros exprofeso, puede aprovecharse la ocasión para adquirir nuevos conocimientos sobre la geometría del sistema acuífero, y si es posible alguna perforación debe tratar de llegar a la base del acuífero. Si se desean observar sólo condiciones medias del acuífero, sin tener en cuenta la presencia de posibles componentes verticales del flujo (pozo de bombeo incompleto, acuífero libre con grandes descensos), deben instalarse piezómetros ranurados en todo el espesor del acuífero, en especial en las proximidades del pozo de bombeo (a menor distancia que 1,5 b $\sqrt{k_h/k_v}$; ver capítulos 9.9 y 9.11), aunque ello puede ser prohibitivo desde un punto de vista económico. Es más común hacer los piezómetros poco penetrantes y con rejilla corta, pero entonces deben tenerse en cuenta los posibles efectos de penetración parcial del pozo de bombeo y de la anisotropía del acuífero. En acuíferos libres, los piezómetros de rejilla corta y próxima al nivel freático están muy influenciadas por el movimiento vertical de la superficie libre, pero pueden ser útiles para estudiar el grado de anisotropía; para el estudio de la permeabilidad horizontal es mejor situar los piezómetros próximos a la base del acuífero.

Conviene *nivelar los piezómetros* y puntos de observación, dejando en ellos una señal de referencia de niveles (puede bastar el borde del tubo); la medida de niveles antes del bombeo sirve para ver si existe flujo natural y en qué dirección y sentido.

En general, se recomienda establecer cuatro filas de piezómetros según los ejes de una cruz (4 líneas) con

centro en el pozo de bombeo; normalmente bastan con 2 a 4 piezómetros por línea; si hay flujo natural, es conveniente colocar la cruz con los brazos paralelos y perpendiculares al flujo y si existen límites conviene adoptar similar disposición. Si los recursos económicos sólo permiten colocar una línea de piezómetros, en el caso de flujo natural, Castany (1963, pág. 376) recomienda instalarlo según el mismo y aguas abajo; si existen límites es mejor instalarlo paralelamente a los mismos. En muchos casos en los que se aprovechan pozos y sondeos existentes, los puntos de observación quedarán distribuidos de forma muy diferente a la indicada y en ocasiones sólo se dispondrá de un único piezómetro. Cuando existan límites conviene tener por lo menos un piezómetro próximo al pozo de bombeo para poder observar T y S antes de que aparezcan los efectos de borde. Los piezómetros lejanos pueden dar valores del T promediados en un gran volumen de acuífero y por lo tanto muy útiles.

Deben preverse los descensos que se van a encontrar en los puntos de observación y tratar de que las distancias queden igualmente repartidas en una escala logarítmica; suele ser una buena idea colocarlos de forma que las distancias al pozo de bombeo crezcan según potencias de 2. Figueroa (1969) recomienda colocarlos a distancias múltiplos de 1/2 de la profundidad del pozo de bombeo, pero puede ser excesivo para acuíferos libres. Debe estimarse el radio de influencia máximo de bombeo R, teniendo en cuenta el tipo de acuífero. Para acuífero cautivo o libre:

$$R \approx 1{,}5 \sqrt{\frac{T\,t}{S}}$$

T y S deben estimarse a partir de datos previos o un bombeo de corta duración. Los piezómetros deben quedar distribuidos entre unos pocos metros del pozo de bombeo y el radio de influencia; para fines de corrección de los datos de descenso, conviene observar los niveles en un punto alejado del área de influencia, en general a más de 2 R. El problema del personal necesario para tomar medidas puede ser un factor importante que obligue a sólo utilizar unos pocos puntos; en este caso conviene seleccionar piezómetros a distancias diferentes y en direcciones distintas si la valoración se va a basar en el régimen variable.

En acuíferos libres, el valor de R es reducido y los puntos de observación han de estar próximos al pozo de bombeo, y a veces es difícil eludir los problemas asociados a pozos de bombeo incompletos. En acuíferos cautivos se pueden utilizar pozos alejados como puntos de medición, si los descensos son suficientes; en cambio, los efectos de otros bombeos en la zona pueden molestar notablemente.

Es importante tener en cuenta que la precisión de medida de los descensos disminuye con el alejamiento del pozo de bombeo.

Rara vez conviene colocar piezómetros a 1 ó 2 m del pozo de bombeo, salvo que se quiera estudiar el flujo en las inmediaciones del mismo a fin de calcular la eficiencia o medir el grado de desarrollo; en alguna ocasión puede ser interesante dejar un tubo piezométrico junto a la pared exterior del pozo de bombeo, dentro del macizo de gravas, a fin de medir las pérdidas de penetración por la rejilla.

En la tabla 9.32 se dan algunos valores indicativos de las distancias para líneas de 3 piezómetros, pero deben tomarse con prudencia.

Cuando se realiza un ensayo de bombeo en un acuífero semiconfinado, conviene tener algún punto de observación en los acuíferos no bombeados.

20.7 SELECCIÓN DE LA MAQUINARIA Y DEL CAUDAL DE BOMBEO

Cuando se trata de un aforo, la bomba debe proporcionar un caudal tal que el descenso producido pueda llegar a ser superior a la mitad del espesor de agua en el pozo; conviene que el bombeo pueda ser prolongado y que los materiales finos que en un principio puedan ser arrastrados no perjudiquen a la bomba.

Cuando se trata de un ensayo de bombeo para estudio de las características del acuífero, es preciso que *la bomba pueda funcionar sin interrupciones* durante el tiempo previsto, que sus características no cambien rápidamente con el tiempo, que exista una válvula de regulación del caudal y que el *descenso producido pueda llegar a ser el 50 % del máximo posible*[154]; cuanto mayores sean los descensos, mayor será la precisión de las medidas de descenso, al mismo tiempo que se aminoran interferencias extrañas. Conviene que exista una *válvula de pie* para evitar el retorno al pozo del agua de la tubería de aspiración e impulsión cuando la bomba se para, ya que así el bombeo se inicia en carga, y por lo tanto, con un caudal próximo al de régimen; además puede conocerse bien el momento efectivo del inicio del bombeo. Esta circunstancia es también importante para el ensayo de recuperación, ya que el retorno

[154] Figueroa (1969) recomienda que sea 1/4 del máximo posible.

TABLA 9.32 *Distancia al eje del pozo de los piezómetros instalados en líneas de 3 unidades (según Bogomolov y según Castany, 1963, pág. 377)*

Material del acuífero	k m/día	Tipo de acuífero	Distancia al eje del pozo en m Número de orden del piezómetro		
			1.º	2.º	3.º
Rocas fisuradas	>60	Cautivo	15-20	30-40	60-80
		Libre	10-15	20-30	40-60
Gravas limpias, arenas gruesas y medias	500	Libre	5	15-20	50-100
	>60	Cautivo	8-10	15-20	30-40
		Libre	4-6	10-15	20-25
Rocas poco fisuradas	20-60	Cautivo	6-8	10-15	20-30
		Libre	5-7	8-12	15-20
Gravas con limos, arenas finas y/o heterogéneas	20-60	Cautivo	5-7	8-13	15-20
		Libre	3-5	6-8	10-15
	5-20	Cautivo	3-5	6-8	10-15
		Libre	3-5	4-6	8-12

del agua puede inutilizar una parte importante de las observaciones. Es conveniente que la curva característica de la bomba sea dura en las proximidades del punto de trabajo, es decir, que las variaciones de la altura de elevación afecten poco al caudal extraído a fin de minimizar las correcciones y reajustes a efectuar.

En acuíferos libres, los descensos superiores a 2/3 del máximo posible apenas aumentan el caudal obtenido y en cambio se producen oscilaciones rápidas de nivel en el pozo que son molestas y hacen variar el caudal de bombeo a causa de los cambios de la elevación de la bomba.

Siempre que se pueda se tratará de aprovechar el sistema de bombeo que estuviese ya instalado en el pozo de bombeo, pero es frecuente que ni la maquinaria ni la bomba reúnan las condiciones mínimas deseables.

En general, se emplean bombas centrífugas sumergidas, de motor sumergido o de motor en cabecera con eje de transmisión; el accionamiento eléctrico se consigue conectando a algún tendido eléctrico próximo o en su defecto mediante un grupo electrógeno de gasoil. Es también corriente, pero menos recomendable, el uso de transmisión por correa desde un motor o un tractor (a veces la propia máquina de perforar) al cabezal de la bomba en el pozo. Los motores de combustión, en especial los de acoplo directo a la bomba, sufren derivas en el número de revoluciones debido a condiciones externas sutiles, tales como cambios de presión atmosférica al pasar del día a la noche, cambios de humedad, etcétera, y a veces es preciso pararlos para cambiar aceite, engrasar, etc.

Cuando el nivel del agua en el pozo está próximo a la boca y el descenso que se debe producir es pequeño, se pueden emplear bombas centrífugas aspirantes, pero para aspiraciones superiores a 4 ó 5 m se pueden tener oscilaciones importantes en el caudal, siendo la máxima aspiración posible en la práctica de 6 a 7 m.

En los pozos de pequeño diámetro, a veces conviene utilizar bombas de tipo helicoidal accionadas desde la superficie a través de un eje.

Las bombas de pistón no son de uso común en muchos lugares, pero pueden ser utilizadas cuando no es posible conseguir una bomba centrífuga equivalente o se trata de un pozo de pequeño diámetro y nivel del agua profundo; en general proporcionan caudales pequeños. En ocasiones estas bombas de pistón pueden ser accionadas por una máquina de perforación a percusión acoplando la varilla del émbolo al barrón de carga; pueden caber en un tubo de 150 mm de diámetro dando un caudal uniforme y preciso (hasta durante algunas horas) de unos 5 l/seg (Cederstrom, 1964, pág. 203); se pueden instalar 30 m de varillaje en una hora, mientras que una bomba centrífuga precisa más de 4 horas para igual longitud; esta ventaja debe tenerse en cuenta al realizar ensayos de bombeo durante la construcción de un pozo.

20.8 MEDIDA Y AJUSTE DEL CAUDAL DE BOMBEO

Debe disponerse de un sistema que permita de algún modo *medir el caudal bombeado y apreciar sus variaciones.*

En un aforo para conocer el caudal de explotación de un pozo la precisión deseada es pequeña, pero para un ensayo de bombeo de estudio es preciso que se pueda medir el caudal con menos del 5 % de error, así como poder apreciar variaciones de por lo menos el 3 %.

En general, *son preferibles los sistemas continuos de aforo de caudal;* los mejores son los *vertederos rectangulares* (para caudales grandes) y *triangulares* (para caudales pequeños), los cuales han sido descritos en los apartados 6.2.5 y 6.2.6 de la sección 2. Existen vertederos portátiles que pueden ser instalados en el lugar conveniente; otras veces es mejor construir el vertedero in situ.

También pueden medirse los caudales con precisión aceptable mediante *dispositivos de Venturi y diafragmas calibrados*[155], teniendo cuidado de que los tubos de medida de niveles queden bien situados, con lectura fácil y libres de burbujas de aire.

Un sistema de medida discontinuo muy utilizado es el basado en el tiempo de *llenado de un recipiente* de capacidad conocida. El recipiente debe tardar en llenarse más de 20 seg a fin de tener precisión en las mediciones[156]. Para caudales hasta de 1 l/seg se pueden emplear recipientes de 20 ó 30 l y para caudales hasta 10 l/seg se pueden emplear bidones de 200 ó 220 l; no es práctico emplear recipientes mayores, pero pueden usarse depósitos. El llenado del recipiente se puede apreciar por el inicio del rebose, pero es más exacto colocar un índice afilado que indique el llenado por tocar la superficie del agua o desaparecer bajo la misma; conviene que el vertido del agua en el recipiente no produzca una excesiva agitación. Es importante que:

a) El recipiente sea de volumen bien conocido y esté en buen estado de conservación. Muchos operarios descuidados emplean bidones abollados, con el consiguiente error en el volumen.

b) La tubería de conducción del agua sea giratoria a fin de poderla poner sobre el recipiente y quitarla con rapidez; no es recomendable el uso de mangueras en el suelo que se elevan para llenar el depósito ya que la variación de cota de la salida del agua puede afectar al caudal de bombeo.

c) El recipiente pueda vaciarse fácilmente, deprisa y sin producir derrames de agua; no es recomendable vaciar los bidones por vuelco ya que ello es molesto, encharca el terreno y acaba deformando el recipiente, a consecuencia de los esfuerzos y golpes a los que se le somete.

Este sistema de medición discontinua es a veces molesto para el operador, pero se puede tener una precisión elevada. Puede servir para calibrar otros sistemas de medida. Puede realizarse una medición casi continua empleando dos recipientes de desagüe rápido.

Ciertas empresas de sondeo emplean, para caudales de hasta unas pocas decenas de l/seg, *aforadores de tipo circular* que consisten en un cilindro central donde se vierte el agua, un cilindro intermedio alimentado por debajo a partir del cilindro central y un cilindro exterior del que sale el canal o la tubería de desagüe. En la pared del cilindro intermedio existen un conjunto de orificios de diferentes diámetros provistos de tapón; se abren unos y se cierran otros hasta conseguir que el nivel en el cilindro intermedio se estabilice en una señal fijada por encima del nivel de las perforaciones; el vertido al cilindro exterior es libre. Cada combinación de orificios abiertos representa un caudal; sólo pueden medirse caudales discretos pero con 15 ó 20 orificios (los caudales desaguados por cada uno son aditivos en principio) se puede tener una gama de medición suficiente en muchos casos; las variaciones de caudal se acusan bien. El dispositivo es de fácil transporte. Es igualmente cómodo el uso de un *recipiente con varios orificios en el fondo* que se pueden abrir o cerrar a voluntad; se puede establecer para cada orificio una relación caudal/altura de agua en el depósito (medida en un tubo transparente) (Johnson Inc., 1966, pág. 87). En ambos dispositivos los orificios son en realidad pequeños tubitos horizontales para así regularizar el flujo.

Para mediciones de menor precisión pueden emplearse métodos basados en la *parábola de salida del agua* de un tubo horizontal[157] o en la *altura de ascensión del chorro* de agua sobre el borde de una tubería vertical[158].

Para el aforo de los caudales bombeados pueden emplearse también *contadores totalizadores.* El caudal puede obtenerse por diferencia entre dos lecturas dividido por el tiempo transcurrido entre las mismas; pueden producirse errores de lectura del volumen indicado en el dial y en el totalizador del contador en ciertas posicio-

[155] Véasen los apartados 6.3.4 y 6.3.5 de la sección 2 y Bremond (1965) págs. 25-32.

[156] El tiempo de llenado más conveniente está entre 1 y 3 minutos.

[157] Véanse los apartados 6.3.2 y 6.3.3 de la sección 2 y Bremond (1965) págs. 13-14.

[158] Véase Bremond (1965) págs. 13-14 y Johnson Inc (1966) pág. 97.

nes debido a no saberse si una de las cifras del totalizador ha cambiado ya o no; este error es en general de 1 m^3; para caudales pequeños conviene fijarse bien o tomar un tiempo largo entre lecturas.

Los contadores deben utilizarse en la zona de trabajo que señale el constructor[159]; su utilización para caudales mayores pueden averiarlo y para caudales mucho más pequeños producen un error de totalización considerable o no accionan el mecanismo de medida en contadores de hélice o de velocidad. Los contadores volumétricos son los mejores y con menos deriva, pero precisan de aguas limpias y son más caros. De un contador en buen estado puede esperarse un error de ±2 % (Bremond, 1965, pág. 23) pero con frecuencia es mayor, de hasta ±5 %. No es preciso insistir en que el contador debe instalarse intercalado en la tubería de desagüe.

Los caudalímetros rotamétricos no se emplean en aforos ni ensayos de bombeo.

El buen conocimiento del caudal bombeado y el mantenerlo constante es tan importante como la precisión en la medida de los niveles del agua, y es lamentable que muchas veces no se le dé la debida importancia. El ajuste del caudal a un valor constante exige que se disponga de una válvula de regulación sensible y de frecuentes reajustes. Cuando se realizan ensayos escalonados para determinar la eficiencia del pozo, se debe disponer de una válvula que permita pasar rápidamente de un caudal a otro y es preciso conocer las posiciones de los distintos caudales. Es importante que el aforo del caudal se realice cerca de la válvula de regulación y a ser posible cerca del pozo, a fin de evitar desplazamientos y molestias. *No conviene regular el caudal con el motor.*

En algunos casos, en que se aprovecha un sistema de bombeo ya instalado y permanentemente conectado a una red de distribución, puede conocerse el caudal si se conoce la curva característica de la bomba y se instala un manómetro de precisión a la salida. La elevación total es la diferencia de cota entre el manómetro y el nivel del agua en el pozo más la lectura en aquel; con la válvula de regulación puede actuarse a fin de mantener constante dicha suma. El control de la energía consumida ayuda a los cálculos y ajustes. Cuando la bomba alimenta a una red de presión variable y/o introduce agua en la base de un depósito que se llena y se vacía, existen variaciones de caudal que son de corrección molesta o no ejecutables. La situación más desfavorable es aquella en que existe una tendencia continua al aumento o la disminución del caudal (ver apartados 14.3 y 14.4).

[159] Véase el apartado 6.3.6 de la sección 2.

20.9 VERTIDO DEL AGUA EXTRAÍDA

Deben tomarse los cuidados necesarios para que el *agua extraída no vuelva al acuífero,* en especial cuando se trata de acuíferos libres poco profundos y/o con recarga rápida (medio notablemente permeable) cuando se trata de un acuífero en gravas y arenas que llegan a aflorar en superficie o de un acuífero en rocas fracturadas, la recarga puede ser inmediata. Las precauciones que se deben tomar dependen también de la duración del ensayo; en un ensayo de unas pocas horas de duración el retorno del agua al acuífero puede que no tenga importancia, pero es posible que afecte al ensayo cuando se trata de ensayos de varios días o incluso semanas.

En general, *el agua bombeada debe conducirse hasta una distancia superior al máximo radio de influencia* (en general más de 100 m), a ser posible en el sentido del flujo del agua subterránea y lejos de puntos de observación. El agua debe poderse evacuar con facilidad y por eso deben aprovecharse barrancos, arroyos, canales, alcantarillas, etc., teniéndose que pedir a veces los correspondientes permisos.

En terrenos calcáreos fisurados y/o karstificados sin cobertera impermeable, a veces es preciso verter el agua a más de 1 km de distancia o donde afloren materiales impermeables aguas abajo.

Aun en el caso de acuíferos cautivos, no conviene verter el agua en las proximidades del pozo de bombeo por las molestias que pueden originarse y por la posibilidad de retorno al acuífero por entre la pared del pozo y el terreno, si no existe una protección suficiente.

20.10 MEDIDA DE LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS

En general deben emplearse dispositivos que permitan medir los niveles del agua con *error menor que 1 cm,* y en ocasiones menor que 0,2 cm. Los descensos en el pozo y en los puntos de observación próximos son grandes, pero en los alejados pueden ser de sólo unos pocos cm; además es preciso considerar que pasados los primeros momentos del bombeo, los descensos progresan lentamente.

En el apéndice A.9.9 se comentan los diferentes dispositivos de medida de niveles. Entre ellos los más interesantes son los que no sólo permiten medir con precisión los descensos, sino también con rapidez.

Entre los dispositivos manuales, los más cómodos son los *medidores (sondas) eléctricos,* tanto los de un hilo (cierran circuito con el tubo del pozo o sondeo con

tierra) como los de dos hilos. Los *medidores acústicos por golpeteo* sobre la superficie del agua pueden ser útiles si la persona que los maneja es diestra; de otro modo pueden dar errores importantes; no son útiles en el pozo debido al ruido de la bomba. Lo mismo puede decirse de los *medidores acústicos por silbato,* los cuales suelen ser menos precisos; los silbatos con muescas para determinar el nivel del agua precisan que sean extraídos tras cada medición, lo cual es muy engorroso o imposible si el nivel está profundo y las mediciones han de ser frecuentes. Este mismo inconveniente, aún más acentuado, se presenta en los *medidores por mojado de una cinta* graduada impregnada de yeso.

Los *medidores* basados en *la pérdida de tensión del cable* que sostiene una boya que flota en el agua son en general poco precisos a menos que el flotador sea grande (puede ser que no quepa en el sondeo); los automáticos son mejores que los de apreciación manual, aunque son frecuentes los paros fortuitos.

Suelen ser mejores los *medidores limnimétricos,* basados en un sistema de flotador y contrapeso que acciona un sistema mecánico de dial o digital; deben estar bien instalados, evitando que los cables se enreden, bien engrasados y sin rozamientos. El limnímetro puede estar aislado o formar parte de un limnígrafo. En muchas ocasiones, los *limnígrafos* no son suficientes ya que en los primeros tiempos del bombeo deben hacerse lecturas con frecuencia elevada (ver apartado 20.12) y en el limnigrama no se aprecian bien las variaciones en intervalos de tiempo cortos; para intervalos de tiempo largo son excelentes. Los limnígrafos de cinta perforada, que perforan un dato cada 15 ó 30 minutos, son excelentes excepto para los primeros momentos en que se deben tomar lecturas complementarias; se puede aumentar la frecuencia de perforación pero entonces se genera un número excesivo de mediciones. Los limnígrafos que no poseen un dial o numerador en el que se pueda leer directamente la profundidad del agua no son útiles en los primeros momentos del bombeo. Con los limnígrafos que están accionados por un servosistema eléctrico se corre el peligro de que no se puedan seguir las variaciones rápidas del nivel que se producen al inicio del ensayo.

Cuando los niveles son poco profundos y los descensos pequeños puede procederse a colocar en el piezómetro una *regla graduada vertical con un flotador* en el extremo inferior; las lecturas se hacen con facilidad por comparación con una referencia o por marcado con un punzón a nivel fijo y empotrado en el terreno o en el tubo del sondeo.

Las *mediciones con línea de aire* son en general insuficientemente precisas pero pueden ser útiles en el propio pozo de bombeo.

Todo lo expuesto se refiere a ensayos en régimen variable; si sólo se busca la medición en régimen permanente cualquier sistema de medición adecuadamente preciso es suficiente ya que no es esencial la rapidez y la repetición de medidas; la cinta marcada con yeso en un extremo puede ser excelente.

En instrumentos que consisten o tienen una cinta o cable graduado conviene comprobar que no se han producido alargamientos y que las longitudes son correctas. En sistemas de flotador conviene asegurarse de que el cable no sufre alargamiento durante el ensayo.

Cuando se precisa conocer con precisión la cota del agua, deben homologarse las medidas ya que es frecuente que existan diferencias de profundidad de 1 ó 2 cm al medir un mismo nivel con aparatos diferentes en buen estado de uso[160]. Si se avería un aparato de medición y se sustituye por otro, conviene asegurarse que no existe una diferencia sistemática, o en caso de que se presente corregirse antes de iniciar la valoración del ensayo.

Cuando se mide en el pozo de bombeo o en pozos con una bomba instalada, es frecuente que existan enganchones y obstrucciones en las bridas e irregularidades de la tubería de subida del agua o en el propio cuerpo de bomba; es muy recomendable la *instalación de un tubito* de plástico rígido o de hierro de 20 a 40 mm de diámetro, dentro del pozo, con suficientes ranuras dentro del agua; las mediciones se realizan dentro del tubito.

20.11 DURACIÓN DE LOS ENSAYOS

La duración de los aforos de pozos suele prolongarse hasta la estabilización o casi estabilización de los niveles y en general duran de 24 a 72 horas, aunque en casos especiales pueden durar mucho más, sobre todo cuando se quieren analizar efectos de salinización, afección a manantiales o vaciado del acuífero[161]. Los aforos de

[160] En situaciones normales con aparatos usados son frecuentes diferencias en las mediciones de nivel de 4 ó 5 cm (Galofré 1971) tanto mayores cuanto mayor sea la profundidad del agua. Bajo este punto de vista, es más difícil medir con precisión niveles profundos que niveles próximos a la superficie del terreno.

[161] En ocasiones se preparan ensayos de hasta 1 semana e incluso de algunos meses cuando se trata de un estudio de afecciones (Custodio, 1973). A veces los ensayos muy prolongados coinciden con períodos de explotación del pozo en los que se toman medidas y algunas precauciones especiales.

unas pocas horas de duración son más bien pruebas preliminares para determinar el caudal de bombeo del ensayo de mayor duración o para tener una primera idea de las características del pozo y/o del acuífero.

Algo similar puede decirse de los ensayos de bombeo para conocer las características del acuífero. *En acuíferos cautivos los ensayos de 12 a 24 horas suelen ser suficientes,* excepto que se quieran poner de relieve efectos de barerras o de semiconfinamiento, en cuyo caso es común llegar a 48 ó 72 horas; en acuíferos cautivos profundos, a veces se consiguen resultados satisfactorios con sólo 3 a 6 horas de bombeo. *En acuíferos libres,* en general se precisan ensayos más dilatados, de *hasta 72 horas,* en especial cuando se teme que sea importante el efecto de drenaje diferido; algo similar cabe decir de los casos complejos de semiconfinamiento en los que se pueden producir descensos en acuíferos superpuestos o se utiliza el almacenamiento en los acuitardos. En estos últimos casos, a veces es preciso alargar el ensayo hasta 6 ó 7 días.

Después del ensayo conviene *medir la recuperación durante un tiempo similar al de bombeo,* aunque por desgracia está generalizada la práctica de limitar las observaciones a unas pocas horas después del cese del bombeo. No debe *olvidarse que la recuperación puede aportar datos de gran interés* a un precio razonable.

Cuando durante un ensayo de bombeo se tiene una *interrupción* de duración importante respecto al tiempo que se lleva bombeado (por ejemplo superior al 5 %), conviene anular lo realizado y recomenzar después de transcurrido un tiempo por lo menos igual al que se ha tenido de bombeo, y mejor si puede ser doble; en cualquier caso conviene comprobar que prácticamente se han recuperado los niveles iniciales corregidos por las influencias exteriores (ver apartado 20.14). Si el ensayo se reanuda, debe tenerse en cuenta que las primeras mediciones después del arranque tienen escaso valor.

Los *ensayos escalonados* (ver capítulo 9.15) suelen comportar 3 ó 4 etapas de 1 hora aunque algunos autores (Mogg, 1968) sugieren que sean de 24 horas. Pueden realizarse con interrupciones entre los escalones o en continuo.

En acuíferos cautivos, y especialmente en los semiconfinados, la estabilización puede conseguirse en horas o en pocos días, pero en acuíferos freáticos puede tardarse varios días; en cualquier caso la estabilización es, en ocasiones, difícil de conocer y sólo queda clara en gráficos semilogarítmicos (ver el capítulo siguiente).

20.12 PLAN DEL BOMBEO Y DE LAS MEDICIONES

Un aforo sólo precisa que exista una planificación de las mediciones a realizar a partir del inicio. Un ensayo de bombeo precisa de una buena coordinación ya que suelen ser varios los puntos a medir. En cualquier caso se *debe medir cuidadosamente el nivel inicial.*

Para que todas las mediciones estén referidas al momento de arranque efectivo de la bomba[162] conviene usar cronómetros que se accionen a la señal dada por el jefe del ensayo en el momento de inicio, o bien sincronizar relojes e iniciar el bombeo de acuerdo con los mismos. Para evitar errores conviene que los ensayos se inicien cuando los relojes señalen una hora entera. Lo mismo debe tenerse en cuenta para la recuperación. Rara vez se realizan buenas mediciones de recuperación si se trata de aprovechar un paro fortuito de la bomba, ya que no hay tiempo de cambiar la rutina de mediciones.

Las mediciones deben realizarse en tiempos que queden más o menos regularmente distribuidas en una escala logarítmica. Para un ensayo de 72 horas puede adoptarse la siguiente secuencia de tiempos medidos a partir del momento de inicio del ensayo de bombeo o de recuperación:

t (min): 0; 1/2; 1; 1,5; 2; 3; 4; 6; 8; 10; 15; 20; 30; 40

t (horas): 1; 1,5; 2; 3; 4; 5; 8; 10; 12; 15; 20

t (días): 1; 1,5; 2; 3

o en un plan más reducido:

t (min): 0; 1/2; 1; 2; 4; 8; 15; 30

t (horas): 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 72

En los primeros momentos se precisa de una persona por punto de medición, aunque se hayan instalado limnígrafos; el personal se puede ir reduciendo progresivamente a medida que las lecturas se van espaciando; lógicamente una misma persona no puede medir varios puntos en el mismo momento preciso, por lo que es necesario retocar ligeramente los tiempos propuestos de acuerdo con los desplazamientos a efectuar; es muy im-

[162] Muchas bombas arrancan en dos fases (la conexión eléctrica pasa de estrella a triángulo), otras toman velocidades con cierta lentitud (motor de explosión), otras necesitan un tiempo de cebado, etc. Debe calcularse un tiempo efectivo de arranque o utilizar con cuidado los primeros datos obtenidos.

portante convencer al personal de que refleje en el parte (ver apartado 20.13) el tiempo real de la medición, y que lo indiquen si no coincide con el previsto. También es importante tratar de eliminar los errores personales de lectura y las diferencias sistemáticas en las medidas al pasar de un individuo a otro.

En los ensayos prolongados es preciso prever de forma clara los turnos de comida, de dormir y de reposo y las responsabilidades de cada cual. El uso de limnígrafos puede simplificar la planificación, pero es preciso comprobar periódicamente si funcionan correctamente. Las mediciones nocturnas son molestas y conviene iniciar los ensayos a las 7 u 8 de la mañana para llegar a la noche con mediciones ya muy espaciadas.

No debe olvidarse el control del caudal de bombeo; es preciso medirlo con frecuencia, por ejemplo cada media hora, efectuando las correcciones que sean necesarias para mantenerlo constante; durante la primera hora conviene controlarlo con mayor frecuencia. Si existe un contador de energía eléctrica y/o medidor de tensión eléctrica e intensidad de corriente, pueden obtenerse medidas complementarias que ayudan a valorar las posibles anomalías.

Desde el punto de vista del conocimiento de las características del agua bombeada *conviene medir la temperatura* cada 6 ó 12 horas; si existen cambios importantes (recarga rápida, proximidad a un río, etc.) varía el valor de la transmisividad y es preciso efectuar algunas correcciones en la valoración; sin embargo lo normal es que la temperatura se mantenga constante.

Para ver si existen cambios en la composición química del agua, se toman varias *muestras* en tiempos crecientes según una escala logarítmica, por ejemplo 5 min, 30 min, 2 horas, 12 horas, 3 días. Para evitar trabajo inútil, se analizan[163] la primera y la última; si son iguales se desechan las intermedias; de lo contrario se analizan la segunda y penúltima y así sucesivamente.

20.13 PARTES DE BOMBEO

Es muy importante que existan partes de bombeo perfectamente organizados, tanto para el bombeo como para la recuperación. En las figuras 9.222 y 9.223 se muestra el modelo de partes empleado por Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental.

Conviene que el parte quede totalmente relleno. Las columnas 1, 2 y 3 deben estar previamente preparadas así como los datos de la parte superior. En general conviene rellenar a la vez las columnas 2 y 3 ya que la 3 es la útil para tiempos cortos medidos con cronómetro y la 2 para tiempos largos medidos con reloj. La columna 4 sólo es utilizada por la persona que controla el caudal y el parte debe estar preparado para ello. Según sea el tipo de medidor de niveles que se utilice se leen profundidades del agua desde la referencia o bien directamente descensos (aparatos que se ajustan a cero para el nivel inicial), por lo cual unas veces se rellena directamente la columna 5 y otras la 6, pero siempre debe indicarse la profundidad del nivel inicial en la columna 5 para el tiempo cero. A veces se dispone de medidores de nivel que indican descensos, pero cuyo cero no está ajustado al nivel inicial del agua (por ejemplo un cable con una cinta métrica adherida); en este caso debe indicarse la lectura inicial y señalar además la profundidad determinada con otro medidor contrastado. Las restantes columnas en blanco pueden servir para efectuar cálculos y correcciones sobre la marcha o para anotar otras medidas a cargo de la misma persona.

En la columna de observaciones deben anotarse aquellas incidencias que sean de interés para el ensayo tales como toma de muestras, temperatura del agua (estos datos pueden estar previamente señalizados en el parte), cambios de personal, cambios de aparato de medida, averías, incidentes en la medición, ajustes de caudal, paros en el bombeo, eventualidades atmosféricas, etc., según la misión de cada persona.

Es muy importante convencer al personal que trabaja en el ensayo de que *los datos deben anotarse con cuidado* y *pulcritud*, lo cual es difícil de conseguir cuando existen incomodidades, el tiempo atmosférico es desapacible, es de noche o se llevan muchas horas trabajando. Es necesario que los tiempos en que se efectúen las medidas sean los señalados o que en todo caso se corrija la cifra correspondiente al momento real; es preferible una medición en un tiempo diferente conocido o no realizada que una efectuada en un tiempo diferente al que se hace constar. Las mediciones deben realizarse en un tiempo que no difiera en más de 2 ó 3 % del tiempo transcurrido desde el inicio del ensayo; se debe poner más atención en los primeros momentos.

Conviene que exista un parte por punto de observación (a menos que existan dos muy próximos), el cual debe quedarse en el lugar durante todo el ensayo; conviene también que el parte esté sobre una tablilla a fin de facilitar la escritura.

[163] Basta determinar la conductividad y contenido en cloruro por ejemplo, y ello puede hacerse in situ, si se cree necesario.

PARTE DE BOMBEO Hoja n.º 1

POZO BOMBEADO 472 | 7 | 89	PUNTO OBSERVACION 472 | 7 | 93
Propietario: Central Nuclear	Toponimia: Sondeo piezométrico 19
Toponimia: Pozo L (Rifá)	Cota del suelo:
Tipo de ensayo: bombeo	Naturaleza de la referencia altimétrica: borde tubo
Midió: J. Martínez Aparato: sonda electr.3	Cota de la misma: 18,38 m.
Operó: A. López Comprobó: E. Pérez	Distancia r = 14,5 m.

(1) Fecha	(2) Hora	(3) Tiempo	(4) Q l/sg.	(5) Prof. del agua m	(6) s m				Observaciones
7/8/69	12,30	0		7,58	0				
		1	8		0				
		2			0,005				
		3			0,005				
		4			0,01				
		5			0,015				
		6			–				Muestra agua 1,
		7			–				θ = 17,8° C
		8			0,025				
		9			0,03				
		10	Control de canales en parte de bombeo del pozo		–				
		12			0,045				
		14			0,05				
		16			0,06				
		18			0,07				
		20			0,09				
		25			0,10				
	13	30			–				Muestra agua 2,
	13,05	35			0,12				θ = 17,8° C
	13,10	40			0,14				
	13,15	45			0,15				
	13,20	50			–				
	13,25	55			–				
	13,30	60			0,19				
	13,40	70			0,22				
	13,50	80			0,24				
	14,00	90			0,25				Cambio de turno,
	14,10	100			0,265				mide Rodríguez
	14,20	110			0,28				
	14,30	120			0,29				Muestra agua 3,
	15,00	150			0,32				θ = 17,8° C
			Continúa en hoja nº 2						

FIGURA 9.222
Parte de bombeo. Ensayo de bombeo.

20.14 OBSERVACIONES PREVIAS

Para conocer la tendencia de los niveles del agua subterránea y poder efectuar correcciones por fluctuaciones, es muy recomendable efectuar algunas mediciones previas en algún piezómetro de los del ensayo desde un tiempo superior por lo menos a 2 ó 3 veces la duración prevista del ensayo de bombeo incluida la recuperación. Si se dispone de un limnígrafo el problema queda fácilmente resuelto; de otro modo es preciso efectuar mediciones periódicas cuya frecuencia depende de las oscilaciones que se puedan esperar[164].

En este período conviene medir también la presión atmosférica, la temperatura del aire y las variaciones de nivel de masas de agua libre (río, lago) próximas; estas mediciones deben prolongarse durante el bombeo y recuperación. También conviene controlar los pozos próximos a fin de conocer los cambios del régimen de bombeo.

Es recomendable disponer de un piezómetro de observación fuera del área de influencia del bombeo, al cual se le debe dotar de un limnígrafo si es posible.

20.15 CONSIDERACIONES GENERALES

Un ensayo de bombeo exige una cuidadosa preparación para no perder tiempo, esfuerzo y dinero; no deben dejarse detalles a la improvisación.

Es preciso contar con el dinero disponible para perforaciones, limpiezas, ensayos, obras, alquileres y sueldos así como con personal calificado para hacer mediciones.

Deben estimarse con la mejor precisión las características del acuífero, si es posible con un pequeño ensayo previo o aprovechando datos de la construcción del pozo o piezómetros y simular por cálculo los resultados que pueden obtenerse en varias hipótesis extremas. A ser posible *los resultados del ensayo deben ser aproximadamente conocidos a priori.* Todo ello exige un notable esfuerzo previo de gabinete cuyo coste es muy pequeño en comparación con el del ensayo propiamente dicho y que por lo tanto no se justifica que se realice superficialmente o que no se considere.

Es recomendable la elaboración preliminar de los datos obtenidos durante el propio ensayo; si el jefe del mismo es una persona con suficientes conocimientos y capacidad de decisión, en vista a los resultados puede

164 Unas veces basta con una o dos lecturas diarias, mientras que otras veces se precisa efectuar una cada hora o cada media hora.

PARTE DE BOMBEO — Hoja n.º 3

POZO BOMBEADO	472	7	89
Propietario	Central Nuclear		
Toponimia	Pozo L (Rifá)		
Tipo de ensayo	RECUPERACION		
Midió	J. Martínez	Aparato	sonda electr. 3
Operó	Rodríguez	Comprobó	E. Pérez

PUNTO OBSERVACION	472	7	89
Toponimia	Pozo L (Rifá)		
Cota del suelo			
Naturaleza de la referencia altimétrica	borde tubo		
Cota de la misma	19,53 m.		
Distancia r=	0,20 m. (radio del pozo)		

Fecha	Hora	Tiempo	Q l/sg.	Prof. del agua m	s' m				Observaciones
8/8/69	12,30	0	0	10,64	3,06				Bombeo de 24 horas
		1			2,22				a 8 l/seg. Bomba
		2			1,97				con válvula de pie
		3			1,75				
		4			1,57				
		5			1,43				
		6			1,30				
		7			1,18				
		8			1,07				
		9			0,95				
		10			0,83				
		12			0,69				
		14			0,58				
		16			0,51				
		18			0,46				
		20	Recuperación		0,43				
		25			0,38				
	13	30			0,33				
	13,05	35			0,30				
	13,10	40			0,28				
	13,15	45			0,26				
	13,20	50			0,24				
	13,30	60			0,22				
	13,40	70			0,20				
	13,50	80			0,17				
	14,00	90			0,17				Cambio de turno,
	14,10	100			0,16				mide López, que
	14,20	110			0,15				además mide el
	14,30	120			0,14				piezómetro 19
	15,00	150			0,12				
			Continúa en		hoja nº	4			

FIGURA 9.223
Parte de bombeo. Ensayo de recuperación.

efectuar reajustes que redunden en beneficio del ensayo. Sin embargo, acciones poco meditadas o inconscientes pueden ser muy nocivas.

No es raro que el coste de un ensayo de bombeo de 2 ó 3 días de duración esté entre 40 000 y 100 000 pesetas contando sólo los gastos de alquiler y mantenimiento del equipo de bombeo (supuesto alquilado) y del personal necesario. Muchas empresas establecen una tarifa de 800 y 1000 ptas./hora de bombeo, unas veces con un mínimo de 24 a 48 horas y otras veces con una cantidad fija (por ejemplo 10 000 ó 20 000 ptas.) en concepto de traslado, montaje y desmontaje.

Capítulo 9.21

Valoración de ensayos de bombeo en pozos a caudal constante

21.1 INTRODUCCIÓN

La valoración de un ensayo de bombeo puede presentar a veces dificultades notables si el acuífero no responde a un modelo físico sencillo o aparecen fenómenos superpuestos tales como drenaje diferido o efectos de capacidad (almacenamiento) del pozo. Cuando sólo se dispone de un punto de observación (un piezómetro o pozo de observación o bien el propio pozo) pueden no aparecer ciertas desviaciones respecto a los modelos físicos más simples (acuífero cautivo de gran extensión, acuífero libre no recargado de gran extensión, pozo de bombeo completo, etc.) al no existir datos sobre la variación del descenso con la distancia; algo similar puede suceder cuando sólo se analiza el régimen permanente. Cuando se consideran las variaciones en el espacio y en el tiempo es cuando se llega a un más profundo conocimiento y el problema puede plantearse en su aspecto interpretativo más difícil, pero que proporciona datos más fieles y fiables.

La interpretación de los datos de un ensayo de bombeo debe realizarla una persona con suficientes conocimientos de hidráulica subterránea que conozca la estructura geológica del acuífero y los detalles sobre la realización del ensayo. Una interpretación de gabinete basada sólo en las partes de bombeo puede conducir a valoraciones poco realistas, lo mismo que la interpretación mecánica basada simplemente en una serie de «recetas» y realizada por una persona con escasos conocimientos de hidráulica de pozos o que no preste atención a las peculiaridades y aparentes anomalías que puedan presentarse. La valoración mediante «recetas» puede ser especialmente peligrosa cuando sólo se dispone de datos de uno o dos puntos de observación y se elige, como se hace comúnmente, un modelo físico muy simple; no es raro que se determinen T y S eligiendo tramos inadecuados de las representaciones gráficas o que muestren efectos de barreras, drenaje diferido, efecto de capacidad del pozo, penetración parcial, etc., introduciéndose errores de hasta un orden de magnitud en T y de varios órdenes de magnitud en S; en ocasiones esos errores sólo se ponen de manifiesto porque se obtienen valores absurdos, tales como valores de T excesivamente altos o valores de S demasiado pequeños o demasiado grandes, incluso superiores a 1.

No se comentará la valoración de simples aforos ya que el problema se reduce a determinar el caudal de explotación a corto y/o a largo plazo. Tampoco se comentará la valoración de ensayos escalonados pues ya se expuso con suficiente detalle y con ejemplos reales en el capítulo 9.15.

21.2 CORRECCIÓN DE LOS DATOS DE DESCENSOS

Las correcciones a efectuar en los datos de descensos son de dos tipos principales, atendiendo a su origen:

a) Correcciones debidas a *influencias externas.*

b) Correcciones debidas a las características del acuífero, del pozo de bombeo o del caudal de bombeo *(influencias internas)*.

21.2.1 Correcciones por influencias externas

Las correcciones por influencias externas tratan de eliminar el efecto de las oscilaciones de los niveles del agua en cuanto afectan a los descensos observados, ya que éstos se refieren al nivel en el momento de iniciarse el bombeo.

El tipo de correcciones y su validez depende de las observaciones realizadas antes y durante los ensayos.

Las principales son:

1) *Corrección por tendencia de los niveles estáticos;* se hace por extrapolación de observaciones previas, apoyadas a veces en la observación de los niveles de masas de agua libre próximas (ríos, lago, canal, mar, etcétera).

2) *Corrección por efecto barométrico;* se efectúa a partir de los barogramas y de la eficiencia barométrica deducida de los datos anteriores al bombeo (ver apartado 6.3.1 de la sección 8).

3) *Corrección por efecto de marea marina;* en los pozos próximos al mar; se realiza a partir de la observación de los niveles del mar y del valor local de la eficiencia a la marea deducida de los datos anteriores al bombeo (ver apartado 6.3.2 de la sección 8). De forma similar pueden corregirse los efectos de *marea terrestre* pero en general son despreciables.

4) *Corrección por efecto de evapotranspiración;* sólo se realiza para los acuíferos libres afectados por la zona radicular (ver apartado 6.3.3 de la sección 8).

5) *Corrección por bombeos próximos;* se realiza cuando se conocen las variaciones de bombeos en pozos próximos y el valor de la interferencia producida. El efecto puede ser a veces muy importante, en especial en acuíferos cautivos.

6) *Correcciones por variaciones fortuitas;* son las correcciones más difíciles de efectuar e incluyen el efecto de variaciones de sobrecargas, de lluvia, etc., y muchas veces no se toman en cuenta por ser desconocidas.

Cuando se ha dispuesto de un *punto de observación fuera del radio de acción del bombeo* que se analiza y se puede esperar o se conoce la semejanza de oscilaciones de niveles entre dicho punto y los pozos de observación (igualdad o proporcionalidad) las correcciones son de fácil realización.

En acuíferos libres, si las correcciones son importantes respecto al espesor saturado, se altera el dominio de flujo y su efectividad es menor. En otros casos, las correcciones basadas en datos de un piezómetro pueden aplicarse a otro piezómetro sólo si se toman precauciones ya que cada uno de ellos puede estar influenciado de forma diferente por las oscilaciones, recarga, etc., tal como sucede en acuíferos libres sometidos a infiltración desde la superficie, en acuíferos estratificados, en acuíferos con un pozo parcialmente penetrante, etc.

Conviene preparar una *tabla de descensos* con los correspondientes tiempos (tiempos relativos para ensayos de recuperación, $\frac{t+\tau}{t}$, ver apartado 6.2), colocar las correcciones a efectuar y relacionar los descensos corregidos en columnas adicionales.

En un ensayo de bombeo bien planeado en el que se producen descensos importantes en el pozo, estos *descensos* son también *importantes* en los piezómetros próximos y entonces las *correcciones* tienen en general *poca influencia* en los primeros tiempos del ensayo, ya que las variaciones son rápidas y suficientemente grandes. En cambio, *para tiempos largos y en especial para piezómetros alejados, estas correcciones pueden tener gran importancia relativa* y a veces son superiores en magnitud al descenso medido; en este último caso los descensos corregidos o no, tienen poco valor puesto que tienen un gran error probable, y deben manejarse con mucho cuidado.

21.2.2 Correcciones por influencias internas

1) *Corrección por variaciones en el caudal de bombeo.* Cuando las variaciones no han sido grandes ni con una tendencia definida es posible reducir el error y desviación de los datos de descenso multiplicándolos por el factor Q_n/Q_t, en el que Q_t es el caudal en el momento de la medición y Q_n es el caudal nominal del ensayo. Puede también optarse por trabajar con valores de descensos específicos (s/Q_t) en vez de con valores de descensos; el resultado es el mismo. Si las variaciones han sido importantes o se trata de un bombeo a caudal intencionadamente variable es preciso referirse al apartado 14.2. Estas correcciones carecen de valor si a lo largo del ensayo ha existido una tendencia continuada al aumento o a la disminución de caudal.

2) *Corrección por variación de espesor saturado.* Sólo se aplica cuando el acuífero es freático (libre) y los descensos son grandes en relación al espesor saturado ($s/H_o \geq 0{,}05$). Eventualmente se puede aplicar a un acuífero cautivo que pase a libre en los alrededores del pozo de bombeo. A los descensos se les resta el valor $s^2/2\,H_o$ (corrección de Jacob, apartado 2.6.3). Es preciso tener en cuenta que esta corrección permite analizar el acuífero sin tener en cuenta la variación de espesor saturado, obteniéndose una transmisividad $T = k \cdot H_o$ y un valor del coeficiente de almacenamiento $S^* = \frac{H_o}{H_o - s} S$, siendo S el valor real (porosidad eficaz), S^* el valor aparente que se deduce, s el descenso y H_o el espesor saturado inicial (Bear, Zaslavsky e Irmai, 1968, páginas 428-434; Jacob, 1963, pág. 254). En régimen variable, la citada corrección es aceptable sólo para descensos que no superen el 25 % del *espesor saturado inicial.*

3) *Corrección por penetración parcial o construcción incompleta del pozo de bombeo.* Esta corrección, cuando ha lugar, se realiza de acuerdo con lo expuesto en el capítulo 9.9; es una corrección delicada ya que exige conocer el grado de anisotropía del acuífero y debe tenerse en cuenta la posición relativa de la rejilla del pozo y la del pozo o piezómetro de observación. No debe efectuarse corrección alguna cuando el punto de observación es un pozo o piezómetro totalmente penetrante o está a distancia superior a (1,5 a 2) $b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$ del pozo de bombeo, siendo b el espesor del acuífero y k_h y k_v las permeabilidades horizontal y vertical respectivamente.

Si lo que se pretende estudiar es la estratificación vertical y el grado de anisotropía, no deben efectuarse las correcciones indicadas ya que éstas se realizan para tratar de convertir el flujo en radial plano y poder utilizar un modelo físico simplificado.

Es importante tener en cuenta que si las correcciones por pozo incompleto no se realizan con cuidado y con prudencia se pueden cometer errores muy notables; es recomendable considerar simultáneamente los datos corregidos y los sin corregir a fin de apreciar posibles anomalías.

21.3 VARIACIONES EN EL ACUÍFERO CAPACES DE PRODUCIR ANOMALÍAS EN LOS ENSAYOS DE BOMBEO

En el presente apartado sólo se considerarán aquellas variaciones en el acuífero que hacen que cambien las características del mismo durante el ensayo. Las variaciones del acuífero debidas al agrandamiento del cono de bombeo no suponen modificaciones en el mismo y por lo tanto no entran en estas categorías.

1) *Variaciones por desarrollo del pozo.* Se producen cuando el pozo que se bombea no está correctamente desarrollado o cuando el caudal de bombeo es superior al de desarrollo. Se produce un arrastre de finos que aumenta la permeabilidad del acuífero en los alrededores del pozo, aumentando el radio efectivo de la captación; los finos arrastrados pueden perjudicar a la bomba y a veces pueden quedar sedimentados en parte en el fondo del pozo (si no hay un tramo ciego final, pueden llegar a reducir la penetración del pozo). En este caso, lo más conveniente es repetir el ensayo o prescindir de los datos de descenso en el pozo. Los pequeños enturbiamientos del agua al iniciarse el ensayo no tienen importancia, en general.

2. *Efectos por variación de temperatura.* En general, la temperatura de las aguas subterráneas es notablemente constante y no es preciso efectuar correcciones. Como se explicó en el apartado 4.5.2 de la sección 10, las variaciones diurnas apenas son sensibles a profundidades mayores de 1 m. En un pozo bien construido, que no intercomunique varios acuíferos y tal que no circule agua entre la pared del sondeo y la del pozo, sólo pueden tenerse variaciones importantes de temperatura (no suelen superar 1 ó 2 °C) cuando el bombeo es muy prolongado y existe una importante recarga a partir de un río, canal o lago muy próximo o el goteo de otros acuíferos es muy notable; el efecto producido es el de un pequeño aumento o de una pequeña disminución de transmisividad del acuífero ($T = k \cdot b$; $k = \frac{\gamma}{\mu} k_o$, μ = viscosidad dinámica, función de la temperatura; ver apartado 1.7 de la sección 8); se puede efectuar una corrección parcial multiplicando los descensos por $\frac{\theta_n + 20}{\theta_t + 20}$ siendo θ_t la temperatura en el instante considerado y θ_n la de referencia, ambas en °C[165].

Cuando se produce una recarga inducida y varía la temperatura del agua que se recarga o ésta afecta a la temperatura de los terrenos que atraviesa, se puede producir una pequeña variación de la distancia efectiva a la línea de recarga o del coeficiente de goteo, que en general no merecen corrección.

3. *Efectos de gases disueltos.* Pequeños cambios de presión o temperatura en un agua pueden originar el desprendimiento de los gases disueltos si su concentración está próxima a la de saturación estos gases liberados forman burbujas que obstruyen los poros del terreno y por lo tanto reducen la permeabilidad.

En ensayos de bombeo, el efecto de gases es inexistente o despreciable. Sólo se produce levemente este fenómeno en bombeos en los que se produce un gran descenso de nivel y el agua puede liberar fácilmente gases. En ocasiones, el acuífero ya contiene gases, naturalmente o por introducción durante ensayos anteriores por excesivo descenso del nivel de agua. En estos casos se puede tener un aumento de la permeabilidad durante el ensayo si esos gases son total o parcialmente expulsados, arrastrados o disueltos por el agua. En acuíferos libres, los ensayos de recuperación pueden verse afectados por la dificultad de expulsar el aire que llena los pozos que fueron drenados. Estos efectos sólo pue-

[165] Fórmula deducida de la que da la variación de k con la temperatura. Véase el apartado 1.7 de la sección 8.

den llegar a tener importancia en las proximidades del pozo de bombeo.

Cuando se trata de un ensayo de recarga, pueden tenerse notables efectos de gases disueltos si el agua puede liberarlos fácilmente, ya sea porque esté sobresaturada o quede sobresaturada al cambiar su temperatura en el acuífero, ya sea porque se produzcan reacciones químicas en el acuífero capaces de liberar gases.

4) *Efecto de asentamientos y consolidaciones.* La disminución de presión intersticial originada por el bombeo puede dar lugar a compactaciones en materiales no consolidados, en especial en arenas con intercalaciones arcillosas; esta compactación puede ser también importante en los niveles arcillosos próximos al acuífero. En muchos acuíferos libres de notable espesor, el descenso progresivo del nivel freático puede dar lugar a asentamientos de gran magnitud. Otras veces el asentamiento se produce a causa de la eliminación de materiales finos durante el desarrollo o durante la explotación del pozo; el asentamiento puede ser progresivo o brusco y a veces se origina al producirse una recarga que sature porciones de terreno que inicialmente estaban secos o habían sido drenados.

El efecto inmediato es un cambio del coeficiente de almacenamiento; en acuíferos cautivos se supone una reacción elástica y el asentamiento proporciona una liberación irreversible de agua con lo que el valor de S es menor en la recuperación o en ensayos posteriores que produzcan menores asentamientos. En acuíferos libres disminuye la porosidad eficaz durante la compactación produciéndose resultados similares. Existe también un efecto de reducción de permeabilidad y transmisividad (ver apartado 11.10).

Todos estos efectos son muy difíciles de observar y la corrección es aún más difícil.

5. *Variación de la distancia efectiva a límites.* En un ensayo de bombeo muy prolongado se puede producir una variación de la distancia efectiva a límites de recarga por variación del nivel del agua libre, de modo que la orilla efectiva se acerca o se aleja del pozo (Molist, en MOP, 1971, Cubeta de Abrera). Otras veces, la colmatación progresiva del lecho del río a consecuencia de una recarga inducida prolongada produce un efecto de alejamiento, pero es muy lento y sólo se puede apreciar en ensayos de muy larga duración cuando se corrige el efecto de otras variables de influencia mayor. Las variaciones de nivel en acuíferos libres también puede ocasionar que la distancia efectiva a bordes impermeables poco definidos o poco inclinados decrezca con el descenso de nivel y viceversa.

21.4 FIABILIDAD DE LOS VALORES DE LOS DESCENSOS

Los valores de los descensos deben ser considerados bajo tres aspectos principales a fin de estimar su fiabilidad.

1. *En la medición directa. Los descensos o los niveles medidos no tienen mayor precisión que la que es capaz de dar el instrumental de medida empleado;* trabajando con cuidado se pueden apreciar con confianza 0,5 cm o menos, pero a veces la precisión no alcanza a 1 ó 2 cm. En la determinación de niveles a veces es preciso considerar errores sistemáticos de hasta 3 ó 4 cm por diferencias en los aparatos y en el personal de medición, que pueden ser muy patentes si durante el ensayo se ha tenido que cambiar un aparato medidor por avería.

Cuando se van a observar descensos pequeños, de unos pocos cm, la correcta lectura del nivel inicial o la correcta puesta a cero es muy importante y su descuido puede originar errores importantes en la valoración del coeficiente de almacenamiento. Los datos tomados de una hoja de limnígrafo rara vez tienen un error menor de 1 cm. El error de medida es tanto menos importante cuanto mayores son los descensos producidos y la variación entre lectura y lectura; la mejor precisión se consigue en lugares próximos al pozo. Las rápidas variaciones de nivel en los primeros momentos del bombeo o de la recuperación hace que la precisión de las medidas sea pequeña y que a veces no se pueda llegar a realizar correctamente.

2. *En las correcciones efectuadas.* Cuanto mejores sean las observaciones efectuadas para corregir las influencias exteriores y mejor se conozca el acuífero, menores serán los errores introducidos. Estas correcciones afectan tanto menos cuanto mayores son los descensos observados; en piezómetros en los que se ha producido un descenso de sólo unos pocos cm, se pueden cometer errores muy notables si no se efectúa la corrección o si ésta no se hace correctamente.

Las correcciones por causas internas son tanto menores cuanto más próximo está el punto de observación al pozo de bombeo (mayores son los descensos observados), excepto para lo que refiere a las correcciones por variación del caudal de bombeo, el cual es de la misma importancia relativa, sea cual sea el punto de observación. El error de estas correcciones es tanto menor cuanto mejor se conoce el acuífero, el pozo de bombeo y los pozos y sondeos de observación, pero a veces sólo proporcionan un orden de magnitud, en especial en lo que se refiere a la corrección por penetración parcial.

A veces, una mala corrección puede afectar mucho a las valoraciones posteriores.

3. *En la representatividad de los datos.* Aunque los descensos medidos con mayor precisión son los que corresponden a los piezómetros próximos al pozo, en ellos coinciden las mayores posibilidades de desviaciones por penetración parcial, flujos verticales, efectos de cambio de características del acuífero en las inmediaciones del pozo, etc.; los datos de los piezómetros más lejanos son teóricamente mejores pero pueden tener un elevado error relativo. En lo que respecta a los tiempos de bombeo, las mediciones en los primeros minutos suelen adolecer de errores de tiempo, ya sea por el momento de la lectura ya sea por desfase entre el tiempo real de inicio efectivo del bombeo y el de inicio de las mediciones; además, los efectos de variación de caudal de la bomba y de capacidad del pozo pueden ser muy sensibles en esos primeros minutos; en general, las medidas durante los 3 primeros minutos deben manejarse con reserva, y quizá hasta los 10 primeros minutos si se tiene la presencia de drenajes diferidos de desaparición rápida. Las mediciones en el propio pozo de bombeo, y aún en piezómetros muy cercanos, suelen adolecer de oscilaciones causadas por pequeñas variaciones en el bombeo, vibraciones, etc., en especial si el pozo es poco eficiente o se trata de un acuífero libre bombeado con gran descenso.

21.5 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS

Aunque es posible analizar los datos de bombeo, una vez corregidos mediante métodos directos tales como los expuestos en los apartados A.3.2 y A.3.3, es mejor y más fructífero recurrir a representaciones gráficas, entre las cuales las más importantes y casi las únicas interesantes son:

1) *Representaciones en papel semilogarítmico.* En ordenadas, en escala lineal, se representan los descensos o los descensos específicos y en abscisas, en escala logarítmica, se representa:

a) El tiempo, teniéndose una curva por cada punto de observación, si se han tomado datos durante el régimen transitorio (curvas de descensos-tiempos).

b) La distancia a los diferentes puntos de observación, teniéndose una curva para cada tiempo si no se ha alcanzado aún el régimen estacionario y una única curva si se ha alcanzado el régimen permanente (curvas de descenso-distancias o perfiles de descenso).

c) La relación r^2/t ó t/r^2, debiéndose obtener una única curva para todos los puntos de observación si es $u < 0{,}03$, cuando se trata de un acuífero cautivo homogéneo de gran extensión o un acuífero libre de similares características sin drenaje diferido y sin efectos de variación de espesor saturado (ya debe estar corregido) ni de descenso de nivel libre.

2) *Representaciones en papel doble logarítmico.* En ordenadas se representan los descensos o los descensos específicos y en abscisas las mismas variables indicadas en los subapartados *a)* y *c)* anteriores, con la salvedad de que no es necesario que $u < 0{,}03$. En acuíferos cautivos o libres, los perfiles de descenso deben representarse en función de r^2 y no es frecuente hacerlo; en acuíferos semiconfinados en régimen permanente se representan en abscisas las distancias r.

En general, conviene empezar por la representación en papel semilogarítmico, con el tiempo en abscisas. Para un acuífero simple (cautivo o libre, homogéneo, sin fenómenos superpuestos y de gran extensión) deben obtenerse rectas; las desviaciones son claras y fáciles de ver en forma de cambios de pendiente; el principal inconveniente reside en que para puntos lejanos y/o para tiempos cortos puede no cumplirse que $u < 0{,}03$ con lo que no se obtiene una recta; en este caso conviene más el gráfico doble logarítmico, aunque en el mismo las anomalías se aprecian peor por tratarse de cambios de curvatura en vez de cambios de pendiente de rectas.

La representación en abscisas de r^2/t ó de t/r^2 se reserva para cuando se desea estudiar la influencia simultánea del tiempo y de la distancia, así como comprobar la validez del modelo de acuífero simple elegido.

Cuando se tienen datos en estado estacionario o casi estacionario, debe elegirse necesariamente la representación de la distancia r en abscisas logarítmicas.

Los resultados de los ensayos a descenso constante se suelen representar en papel doble logarítmico poniendo en ordenadas el caudal y en abscisas el tiempo.

Para el estudio de los datos de ensayos de recuperación, la forma más común de representación se realiza en papel semilogarítmico, colocando los ascensos residuales en ordenadas (escala lineal) y el valor de $\frac{t+\tau}{t}$ en las abscisas[166] (escala logarítmica), tal como se indicó en el apartado 6.2. En otros casos es posible recurrir a gráficos como los anteriormente indicados, pero con las limitaciones indicadas en el propio apartado 6.2.

[166] t es el tiempo de recuperación y τ es la duración del bombeo.

21.6 VALORACIÓN DE LOS ENSAYOS DE BOMBEO

21.6.1 Principios generales

La valoración del ensayo de bombeo se realiza a *partir de los gráficos* indicados en el apartado anterior (21.5) aplicando los métodos básicos indicados en los capítulos 9.2, 9.3 y 9.4 para el propio ensayo de bombeo y aplicando los métodos expuestos en el capítulo 9.6 para los ensayos de recuperación. En los capítulos 9.7 y 9.8 se indicaron los métodos que permiten tener en cuenta la presencia de límites y el drenaje diferido respectivamente.

Aunque se supone que el caudal de bombeo es constante y que las influencias externas e internas en datos de bombeo están corregidos, es preciso tener en cuenta el posible efecto de las mismas en la interpretación.

El proceso de interpretación requiere *tener* formada una *idea del modelo físico del acuífero* (libre, cautivo, tipo de semiconfinamiento, anisotropía, heterogeneidad, posibles límites, recarga inducida, etc.) *así como de los efectos que puede crear* la propia captación (efecto de capacidad, efecto de desarrollo intensivo, penetración parcial, etc.). *Varios fenómenos pueden producir efectos muy similares* y muchas veces únicamente se puede seleccionar la causa correcta si se tiene un suficiente conocimiento hidrogeológico del medio.

En la interpretación *deben tenerse en cuenta los errores en los descensos* para no forzar excesivamente la interpretación. Los escalones bruscos de unos pocos cm son con frecuencia el efecto de cambios en el sistema de medida o cambios en el personal. Los datos aberrantes aislados pueden significar errores del que hizo las mediciones; cuando hay varios datos aberrantes consecutivos es preciso actuar con más prudencia en su eliminación, pues puede perderse una información interesante y no fortuita.

El esfuerzo que debe ponerse en la interpretación depende de la garantía de los datos y del objetivo del ensayo realizado. Cuando los datos son de calidad mediocre o inciertos no vale la pena pasar de una interpretación elemental. Si lo que se busca es el conocimiento a fondo del acuífero para establecer un modelo físico del mismo, o para extrapolar efectos de bombeos tales que suponga un aprovechamiento intenso de las posibilidades del acuífero, o para investigación, la labor interpretativa debe ser cuidadosa.

En lo que sigue se expondrá la valoración de ensayos de bombeo según las posibilidades que se presentan con más frecuencia.

En cualquier caso es aconsejable calcular las curvas teóricas del ensayo de bombeo con los valores calculados y comprobar si se reproducen los datos observados. Si no es así es que la interpretación no es correcta.

Se supone que los descensos se miden en el acuífero bombeado, salvo que se indique lo contrario. Algunas dificultades de interpretación o datos aberrantes son debidos a que el piezómetro o pozo de observación está en otro acuífero, o a que no *funciona correctamente* (ver apéndice A.9.8).

21.6.2 Valoración de datos en régimen estacionario

Cuando se ha alcanzado el régimen estacionario sólo es posible *analizar los datos de descenso en función de la distancia.* Basta representar s en función de log r para todos los puntos de observación excepto para el pozo[167]. A esos puntos se les ajusta una recta[168] y se determina su pendiente con la que se alcanza la *transmisividad* T; puede deducirse también el *radio de influencia teórico* y el radio equivalente del pozo (ver apartado 2.2, 3.2.6 y 3.4.4). El método es directamente aplicable a los *acuíferos cautivos;* si el *acuífero es libre* y se han empleado los descensos corregidos por reducción de espesor saturado se obtiene la transmisividad máxima ($k \cdot H_o$).

Si el acuífero es *semiconfinado,* sólo es posible ajustar una recta para los valores de r pequeños o cuando el coeficiente de goteo, B, es grande; en este caso B se puede deducir del valor del radio de influencia (ver apartados 2.4 y 3.3.4). Cuando no es posible ajustar una recta o cuando quedan sin utilizar gran parte de los datos es mejor proceder a la representación log s en función de log r y aplicar el método de coincidencia de curvas con el gráfico 9.1, tal como se indicó en el apartado 3.3.4, obteniéndose así los valores T y B.

Si el perfil de descensos para un acuífero semiconfinado se valora como si fuera confinado, el valor de T obtenido es aceptablemente correcto.

Cuando sólo se dispone de *dos datos de descenso* (sin incluir el pozo de bombeo), no es posible distinguir entre acuífero cautivo y semiconfinado y además es imposible apreciar el error de ajuste de la recta; el valor de T debe tomarse con reservas. Al aumentar el número de datos disponibles se puede definir mejor dicha recta si el problema analizado es muy sencillo,

[167] Sólo es posible utilizar el descenso observado en el pozo cuando se conocen las pérdidas en el pozo y éstas se restan. No obstante es un valor indicativo que señala un descenso mínimo.

[168] En general el ajuste se hace a estima con ayuda de una regla transparente. Es posible realizarlo por mínimos cuadrados (ver sección 3) pero normalmente no se consigue ninguna mejora notoria.

pero a veces la dispersión de valores, aún considerando acuífero semiconfinado, es elevado. Las posibles causas y modos de actuar son:

a) *El régimen es sólo casi estacionario y los descensos medidos corresponden a diferentes tiempos de bombeo.* Deben seleccionarse únicamente aquellos datos que sean prácticamente simultáneos; basta con que el valor del tiempo total de bombeo no varíe en más de un 5 ó 10 %. No es un caso frecuente.

b) *El régimen es sólo casi estacionario y los descensos medidos son simultáneos;* para los puntos más alejados (próximos al límite de influencia) no se cumplen las leyes del régimen estacionario o asimilable ($u < 0{,}03$, se tienen efectos de pequeñas recargas, etc.). Es preciso prescindir de esos puntos.

c) *Si los puntos de medición no están alineados con el pozo y el acuífero es anisótropo en un plano horizontal,* los descensos a una misma distancia del pozo de bombeo varían con la orientación. Conviene seleccionar puntos alineados con el pozo o deducir valores corregidos de los descensos a partir del trazado de las elipses de igual descenso. La transmisividad hallada corresponde a la dirección escogida; las componentes del tensor transmisividad pueden deducirse si se conocen valores de T en varias direcciones (ver el apartado 11.2.2).

d) *Si el acuífero es de transmisividad heterogénea,* aún en el caso de estar los puntos de observación alineados con el pozo de bombeo, se tiene un perfil de descensos irregular, los descensos medidos en puntos alejados[169] representan un mayor volumen de acuífero y están por lo tanto sometidos a menores variaciones; los puntos próximos al pozo son los más afectados por la heterogeneidad y deben utilizarse con cuidado. El valor del factor de goteo puede variar también con la distancia (ver apartado 11.5).

e) *Si existen límites dentro del radio de acción del pozo* el perfil de descensos varía con la orientación, los descensos son mayores cerca de una barrera impermeable y son menores cerca de un límite de recarga. En este caso el radio de influencia que pueda deducirse está relacionado con la distancia al límite (ver apartado 7.8). Los puntos de observación próximos al pozo están poco influenciados y si no intervienen otros efectos, permiten deducir T sin gran error; es preferible seleccionar aquellos que están colocados paralelamente al límite (ver apartado 7.3.3 y 7.4.3). Cuando coinciden varios límites las desviaciones son más importantes y el error en T es mayor.

f) *Si el pozo de bombeo es incompleto* los descensos observados son mayores que los que produciría un pozo similar completo. El efecto aparece cuando los descensos no han sido corregidos o han sido mal corregidos por esta causa; la corrección es difícil si el acuífero es anisótropo en un plano vertical, y/o el piezómetro no es ni puntual ni totalmente penetrante. Si se puede, debe prescindirse de los puntos a distancias menores que $1{,}5\, b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$ (ver apartados 9.2, 9.3, 9.4 y 9.61). *Según la situación de la rejilla del piezómetro, a una misma distancia pueden observarse descensos diferentes y un piezómetro puede mostrar descensos menores que otro más cercano al pozo de bombeo.* Una vez conocida T (y B si el acuífero es semiconfinado) es posible calcular k_h/k_v a partir de los datos reales de los piezómetros afectados por el pozo incompleto, por tanteo en las fórmulas y gráficos de los apartados 9.2.3 y 9.3.

g) *Si el acuífero es libre,* a distancias del pozo de bombeo menores que $1{,}5\, b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$, el potencial hidráulico varía con la profundidad y puede suceder algo similar, aunque menos acentuado, a lo indicado en el subapartado f. Los piezómetros abiertos en las proximidades de la base impermeable (supuesto que el pozo es completo) son mejores para determinar T; los que están abiertos cerca de la superficie pueden servir para calcular k_h/k_v.

h) *En un acuífero libre con flujo natural,* los descensos no sólo dependen de la distancia al pozo de bombeo sino también de la orientación; tomando descensos simétricos respecto al pozo de bombeo se puede corregir el efecto (fórmula de Wenzel en el apartado 12.4). Si no se considera el flujo natural, el error es sólo importante si el gradiente y/o los descensos son grandes.

i) *Si el acuífero representa un caso complejo de semiconfinamiento* conviene referirse al capítulo 10, en cuyos apartados 10.2 y 10.8 se indica el proceso a seguir. El valor de T deducido de un gráfico s en función de log r para puntos no demasiado alejados del pozo, es en general aceptable. La interpretación se mejora mucho si se conocen los descensos en los acuíferos superpuestos.

j) *Si el piezómetro o pozo de observación está muy próximo al pozo de bombeo,* pueden tenerse efectos de desarrollo, de colmatación, de incumplimiento de las condiciones de validez de la ley de Darcy, etc., por lo cual los descensos son diferentes de los teóricos y la corrección es muy difícil; estos efectos no suelen llegar más allá de 2 ó 3 m pero en acuíferos fracturados o con pozos muy mal construidos, pueden afectar a puntos más alejados. Estos puntos de observación son muy sensibles a la heterogeneidad del acuífero. Si se puede, conviene prescindir de esos datos.

[169] Es preciso comprobar que esos puntos alejados no muestran las influencias citadas en el apartado b).

Con frecuencia *aparecen conjuntamente varias de las citadas causas* por lo que la interpretación se complica y sólo puede realizarse con éxito si se consideran los aspectos hidrogeológicos e hidráulicos del problema. Según sea el margen de distancia utilizado aparecen unos efectos u otros, pudiéndose poner o no de relieve ciertas características del acuífero.

21.6.3 Valoración de los descensos obtenidos en un punto de observación (régimen no estacionario)

La valoración de los datos de descenso en función del tiempo para un determinado punto de observación se realiza en primer lugar mediante el gráfico s en función de log t, ya que así se deben ajustar rectas en vez de curvas y las anomalías aparecen más claramente marcadas; sin embargo es preciso tener en cuenta que debe ser $u > 0{,}03$ para los puntos utilizados, lo cual debe comprobarse una vez calculado T y S. Al ser el régimen variable, entra en juego el coeficiente de almacenamiento S.

De la recta que mejor se ajusta a la representación s en función de log t es posible deducir T y S (ver apartado 4.3.5) de forma sencilla. El método es directamente aplicable a los acuíferos cautivos; si el acuífero es libre y se han empleado descensos corregidos a causa de la reducción de espesor saturado, se obtiene la transmisividad máxima $T = k_o H_o$ y un valor de S^* corregido $S_{real} = \dfrac{H_o - s}{H_o} S^*$. Cuando se trata de un caso sencillo de semiconfinamiento no siempre se desarrolla un tramo rectilíneo inclinado en la curva general en forma de S; en el caso más favorable el tramo casi rectilíneo no abarca más de 1 ó 2 décadas (ver apartado 4.5.2) de cuya pendiente se obtiene un valor de T exagerado.

Para piezómetros alejados del pozo de bombeo o para tiempos cortos son mejores las representaciones log s en función de log t las cuales no tienen la limitación $u < 0{,}03$, pero en las que las anomalías son menos visibles y que deben ser analizadas por el método de coincidencia aplicando la curva tipo de Theis (gráfico 9.2) para el acuífero cautivo y el acuífero libre con descensos corregidos, o bien aplicando las curvas tipo de Hantush (gráfico 9.3) para los mismos tipos de acuíferos ($B = \infty$), o para el acuífero semiconfinado simple ($B \neq \infty$), (ver apartados 2.3, 2.5, 2.7, 4.2.5, 4.5 y 4.6). De esta forma se obtienen, T, S y si procede, B. En las zonas de poca curvatura el ajuste es impreciso.

Conviene disponer de varios datos de descensos para poder trabajar correctamente, aunque los métodos especiales del apéndice A.3 permiten trabajar con menos datos, pero con más error.

Las posibles causas de desviaciones respecto a una recta (gráficos s en función de log t) o a la curva tipo de Theis o a las de Hantush (gráficos log s en función de log t) y los modos de actuación son:

a) $u = (r^2 S)/(4 T t) > 0{,}03$ (en la práctica $> 0{,}1$). Afecta a los gráficos s — log t para puntos de observación lejanos o tiempos de bombeo cortos; debe prescindirse de esos puntos o pasar a gráficos log s — log t. El efecto es el de una tendencia a disminuir la pendiente en valor absoluto. Si se toman algunos puntos fuera de la zona de validez los valores de T tienden a aumentar y los de S tienden a disminuir. En puntos de observación muy alejados en un acuífero libre puede suceder que casi ninguno de los datos cumple esa condición y entonces no puede ajustarse una recta, y si se hace se comete gran error. Después de calcular T y S conviene determinar si los puntos empleados son válidos, repitiéndose el ajuste y el cálculo si procede.

b) *Si el pozo es de gran diámetro* en relación al caudal bombeado los descensos para tiempos cortos son menores que los reales, deformándose el gráfico s — log t de la forma indicada en la figura 9.224 y el gráfico log s — log t de la forma indicada en la figura 9.225; es posible que la primera parte de la curva no aparezca. En los gráficos log s — log t el primer tramo es rectilíneo e inclinado a 45°, y es posible analizarlo con curvas tipo como las comentadas en el apartado 13.3. El efecto de capacidad del pozo es despreciable si es (apartado 13.3):

$$t_e = 12{,}5 \frac{r_p^2}{T} \cdot \frac{s_p + s}{s_p}$$

y se recomienda que el tiempo de bombeo sea $t > 3\, t_e$. Con pozos que producen un importante efecto de capacidad, en gráficos s — log t se puede determinar un valor de T menor que el real y un valor de S mayor que el real, excepto si el bombeo ha sido muy corto, en cuyo caso puede suceder lo contrario (ver figura 9.148).

Además debe cumplirse que:

$$r_p \leq \sqrt{\frac{T \cdot t}{30 \cdot S}}$$

para asegurar la correcta validez de la fórmula de Theis.

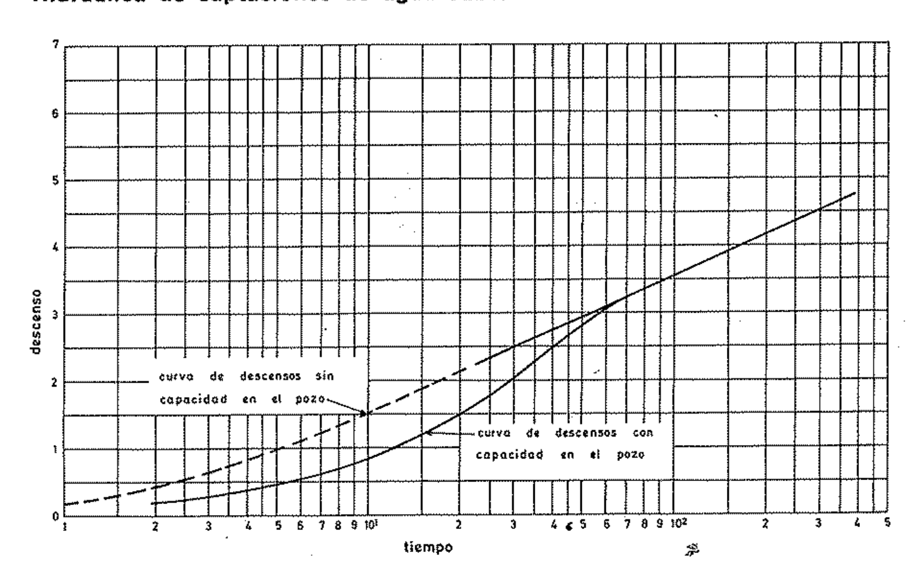
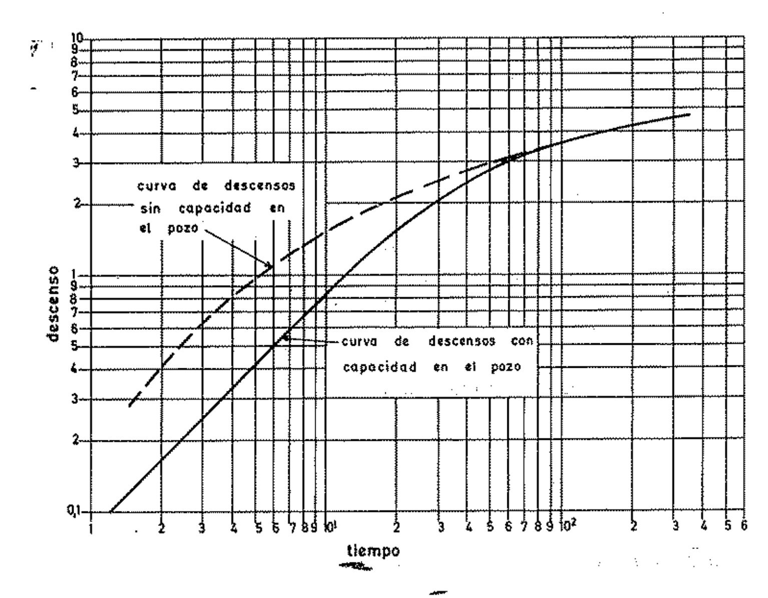


FIGURA 9.224
Efecto de la capacidad del pozo en los primeros momentos del bombeo.

FIGURA 9.225
Efecto de la capacidad del pozo en los primeros momentos de bombeo.



c) *Si el acuífero es semiconfinado* y se considera cautivo o libre sin recarga se tiene una tendencia a la estabilización de niveles; si B es grande (k′ pequeño) el efecto de recarga tarda en aparecer y puede prescindirse inicialmente del efecto de semiconfinamiento, en especial para puntos de observación algo alejados. El efecto de semiconfinamiento se nota generalmente bien en los gráficos s — log t, ya que aparece una progresiva disminución de la pendiente que tiende a la estabilización (pendiente nula) y puede aplicarse el método de valoración expuesto en el apéndice A.3.4; cuando B es pequeña (k′ grande) o para puntos muy próximos al pozo de bombeo (estabilización rápida) es posible que se desarrolle un tramo rectilíneo corto, tal como ya se ha dicho, que si se confunde con el de no influencia de la recarga (puede suceder con facilidad si éste no aparece claro o está en zona de $u > 0{,}03$) puede conducir a sobrevalorar T y a infravalorar S; el error puede llegar a ser muy importante.

El empleo de gráficos log s — log t con curvas tipo de Hantush permite identificar fácilmente el fenómeno, pero en las porciones de poca curvatura (cerca del pozo de bombeo) puede no ser claro el efecto de semiconfinamiento, corriéndose el peligro de sobrevalorar T e infravalorar S.

d) *Si el acuífero representa un caso complejo de semiconfinamiento* en el que el esquema hidrogeológico es similar al del caso de semiconfinamiento simple pero utilizando el almacenamiento en el acuitardo, para valores de $t < \dfrac{S' b'}{10\, k'}$ (ver el apartado 10.4 y figs. 9.122,

9.124 y 9.127) se tienen descensos menores que los que se calcularían con el modelo simple; se tiende a obtener valores de T exagerados y se aumenta el valor de S, tanto en gráficos log s — log t como en gráficos s — log t; el valor de B tiende a aumentar con la distancia produciendo un falso efecto de heterogeneidad y además es mayor que el real. Con gráficos s — log t, si se hace la valoración para tiempos largos, se obtiene un valor de T correcto y un valor de S que en realidad es $S + S'/3$; el valor de B es el correcto. En cualquier caso las desviaciones son tanto menores cuanto menor sea β siendo $\beta = (r/4\,B)\sqrt{S'/S}$. Con respecto al acuífero cautivo, los valores de T y S están exagerados.

Cuando se trata de un caso en que el acuífero limita con un acuitardo no recargado, la evolución de descensos es algo más lenta que en el acuífero cautivo similar; en un principio se puede obtener un tramo que proporciona valores de T aumentados, y valores de S algo menores; al ir transcurriendo el tiempo, la pendiente de la curva de descensos tiempos (fig. 9.127) tiende hacia los valores de T que corresponde a considerar el conjunto del acuífero y el acuitardo (hasta llegar a $T = k \cdot b + k_h' b'$); los valores de S se exageran notablemente; si el acuitardo es muy espeso se tiene una progresiva tendencia a la estabilización. El caso comentado se asemeja al de un pozo incompleto en un acuífero anisótropo y/o estratificado.

En el caso de que exista un acuífero que recarga pero tal que su potencial se vea afectado por el bombeo, no se llega a una real estabilización y entonces se está en un caso intermedio entre los dos comentados. Si se dispone de un piezómetro en el acuífero no bombeado, se obtienen curvas de descensos-tiempos difíciles de analizar, en un principio de fuerte pendiente para después pasar rápidamente a una situación de evolución lenta (figs. 9.125 y 9.126); si se intentara aplicar cualquier sistema de valoración en la creencia de que ese piezómetro pertenece al acuífero bombeado, se notaría un marcado efecto como de barrera positiva y se obtendría un valor de T algo menor, pero un valor de S disparatadamente mayor.

Los casos considerados son de interpretación difícil; se puede simplificar algo la labor si para tiempos grandes se sustituyen los descensos s por los descensos corregidos s_c, según la fórmula de Herrera y Figueroa (1969) del apartado 10.4.

e) *Si el acuífero está limitado,* el efecto depende del comportamiento de los bordes. En caso de límites de recarga se produce una estabilización de niveles y el resultado es similar al de un semiconfinamiento. Si el límite de recarga es imperfecto, es decir, que no es capaz de proporcionar toda el agua necesaria para mantener constante el nivel del agua en el acuífero junto al mismo, el cono de descensos sigue creciendo pero más lentamente, hasta que la recarga iguale a la descarga; en este caso puede aparecer un tramo de curva de descensos-tiempos que está afectada por el límite y cuya valoración directa conduciría a valores de T muy exagerados y a valores de S muy disminuidos, lo cual puede ser un modo de identificación.

En el caso de barreras impermeables se produce un incremento de pendiente cada vez que aparece uno de esos efectos; debe valorarse el tramo no influenciado; si se valora el tramo afectado por el primer límite se obtiene un valor de T mitad del real (algo mayor que la mitad si la barrera no es perfecta) y un valor S mucho mayor; si se valoran tramos sucesivos, cada vez se obtiene un valor de T menor y un valor de S mayor, hasta llegarse a valores absurdos. En el caso de un acuífero cerrado, entre límites impermeables los efectos de barreras se van acumulando y en el diagrama s — log t se obtiene una curva de tramos cada vez más pendientes que se asemeja o puede llegar a confundirse con una exponencial (fig. 9.89); en el diagrama log s — log t se tiende hacia una recta a 45°.

f) *Si se trata de un acuífero libre con drenaje diferido,* pueden aparecer todos o algunos de los tramos indicados en el apartado 8.2. Si sólo se dispone de datos en el tercer tramo se obtienen valores de T y S (porosidad eficaz) correctos, admitiendo que no existen otros efectos de acuífero libre y/o anisotropía; en todo caso se tienen unos primeros puntos anormales como los indicados en las figuras 9.90 y 9.99 para gráficos log s — log t y en la figura 9.96 para gráficos s — log t; este efecto puede a veces confundirse con la presencia de barreras negativas, pero al tratar de aplicar las curvas de Theis o al determinar las distancias se ve el error. Si sólo se desarrolla el primer tramo tampoco existe problema puesto que se determina correctamente T y el valor de S es el que correspondía al acuífero cautivo; en la realidad no es corriente encontrarse con este tramo aislado. El tramo segundo es de mucha menor pendiente y su valoración proporcionaría un valor de T muy exagerado y un valor de S muy reducido; el conjunto del primer y segundo tramo puede asemejarse a un efecto de semiconfinamiento (en la realidad el caso estudiado es similar al de un acuífero confinado por un acuitardo sin recarga) o a un efecto de barrera positiva; si el tiempo de bombeo es suficientemente largo, la aparición del tercer tramo ayuda mucho a la interpretación, pues de otro modo no siem-

pre es fácil identificar el tipo de fenómeno que concurre.

Cuando se desarrollan bien los tres tramos puede efectuarse una valoración por el método de coincidencia de curvas, tal como se expone en el apartado 8.2.

La aparición del primer tramo viene favorecida por T pequeña y coeficiente de almacenamiento elástico grande. Una elevada porosidad eficaz favorece la aparición de un segundo tramo muy poco pendiente.

Las curvas de descensos-tiempos son tanto menos características cuanto más alejado está el punto de observación, de modo que el efecto de drenaje diferido puede quedar enmascarado a primera vista (fig. 9.97).

g) *Si se trata de un acuífero libre con efecto de descenso de nivel freático,* las componentes verticales de la velocidad de flujo son una de las causas que hacen que el potencial varíe con la profundidad. Las curvas de descensos-tiempos se apartan de la de Theis para tiempos pequeños (figs. 9.100 y 9.101); la penetración del piezómetro influye mucho, así como el grado de anisotropía del terreno. En general se obtienen descensos iniciales mayores, que poco a poco se van acercando a los correspondientes a la fórmula de Theis y el efecto es similar al de drenaje diferido considerando el segundo y tercer tramo; sólo en el caso de un piezómetro abierto en la superficie freática se pueden tener descensos iniciales mayores que después se hacen menores que los de la fórmula de Theis, para al final coincidir con los mismos; aun con todo, los piezómetros altos dan curvas más próximas a la de Theis para $S = m =$ porosidad eficaz. Si en la valoración se toma una porción de valores demasiado temprana, se corre el peligro de sobrevalorar T y disminuir S; sin embargo el error es patente, ya que un elevado valor de k ($k = T/b$) está en oposición con un lento descenso de nivel en los piezómetros altos, a menos que la anisotropía sea muy elevada. La anisotropía influye mucho en los primeros momentos y si es $k_v \ll k_h$, T tiende a disminuir y S a aumentar.

h) *Si el pozo es incompleto,* no sólo existe un efecto de profundidad del piezómetro sino también un efecto temporal según el cual los descensos iniciales se producen como si el acuífero tuviese como espesor la longitud de rejilla ($T_1 = k \cdot \lambda$), evolucionando progresivamente hacia pendientes correspondientes a todo el espesor del acuífero ($T_2 = k \cdot b$) pudiéndose así distinguir un primer tramo, un tramo intermedio y un segundo tramo. La anisotropía en un plano vertical juega un papel muy importante. En las figuras 9.114 y 9.115 se puede apreciar que el efecto es similar al de un semiconfinamiento, al de un límite de recarga imperfecto y también al de un aumento de permeabilidad. El primer tramo, si llega a desarrollarse, da valores de $T_1 = k \cdot \lambda$ y S correctos; el segundo tramo da valores de $T_2 = k \cdot b$ correctos (en un gráfico s — log t) pero el valor de S queda muy disminuido; la valoración del segundo tramo en un gráfico log s — log t es incorrecta y proporciona valores de T falseados, tanto más cuanto mayor es la pendiente de la curva. El desplazamiento de las curvas varía con la posición relativa de la rejilla del pozo y del piezómetro. Si el punto de observación es totalmente penetrante o está más alejado que $1{,}5\, b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$, no es sensible el hecho de que el pozo sea incompleto.

Cuando el pozo es parcialmente penetrante (del techo del acuífero hacia abajo), los descensos mayores iniciales se tienen en los piezómetros más altos, a igualdad de distancia.

En un acuífero libre se combinan los efectos de pozo incompleto y de descenso de nivel (ver fig. 9.117).

Los datos de descensos no corregidos por penetración parcial pueden ser analizados con curvas patrón (Hantush, 1966, págs. 411-412), pero hay que preparar una curva para cada caso.

i) *Si el acuífero es heterogéneo,* al ir creciendo el cono de descensos varía el valor medio de T y S; un aumento de transmisividad produce una disminución de pendiente de la curva de descensos similar a un efecto de recarga, a un límite de recarga imperfecto, a un semiconfinamiento o a una penetración parcial; en caso de disminución de la transmisividad, se produce un aumento de la pendiente de la curva de descensos, similar a un efecto de barrera impermeable o semipermeable o de drenaje diferido (paso del segundo al tercer tramo). La valoración de la primera parte proporciona valores de T y S locales, mientras que la segunda parte, con puntos alejados del momento de cambio (tiempos 10 veces superiores) proporciona un valor de T representativo de una zona mayor, al igual que el valor de S, pero éste tiende a ser diferente del real (mayor si T disminuye y menor si T aumenta).

La presencia de fallas, diques u otras causas que dificultan la transmisión de descensos entre el pozo y el punto de observación, producen un retraso en los descensos con lo que el efecto es el de aumentar el valor de S (ver fig. 9.131). Lo contrario sucede si existe entre ellos un río o canal que recarga de modo imperfecto (no se mantienen fijos los niveles piezométricos).

j) *Si el acuífero está estratificado,* aunque el pozo sea completo, el agua tiende a circular preferentemente por los niveles más permeables, de modo que al principio los descensos son más lentos en los niveles menos permeables, hasta que transcurrido un tiempo suficien-

temente grande (próximo a la casi estabilización) prácticamente coinciden. Según la profundidad del piezómetro y para los primeros tiempos de bombeo, varían los valores de T y S obtenidos (mayor T y menor S cuanto más permeable sea el nivel, fig. 9.130). No aparece este defecto para tiempos largos o para puntos de observación totalmente penetrantes.

k) *Si el acuífero es libre y tiene flujo natural* las curvas de descensos-tiempos evolucionan inicialmente con una pendiente (gráficos s — log t) parecida a la que se tendría en acuífero cautivo; es algo mayor, como si T fuese menor, para puntos situados claramente aguas abajo; es algo menor, como si T fuese algo mayor, para puntos situados normalmente al flujo o aguas arriba, con más intensidad en estos últimos (véase la fig. 9.143). Para tiempos mayores se produce una tendencia a la estabilización, como si se produjese una recarga. Para $t > \frac{5\,r\,H_0\,S}{T}$ (ver apartado 12.5) no puede aplicarse la valoración como si el acuífero fuese cautivo, pues se exageraría mucho T y se disminuiría mucho S.

l) *Si se han producido cambios de caudal en la bomba* y estos no se han corregido o han sido importantes, las curvas de descensos tiempos quedan mal definidas. Si las variaciones han sido alrededor de un valor medio, la recta o la curva que mejor se ajuste a los valores obtenidos proporciona valores suficientemente aceptables de T y S si las demás circunstancias son favorables. Las desviaciones más importantes se tienen cuando ha habido una tendencia continua al aumento o a la disminución de caudal (ver figs. 9.150 y 9.152), en cuyo caso pueden llegar a aparecer efectos como de límites o incluso con disminución de descensos. Si durante el ensayo se ha producido un paro de la bomba de corta duración, debe prescindirse de las primeras lecturas posteriores a la puesta en marcha, pues están influenciadas por el pozo.

m) *Si durante el bombeo el acuífero pasa de cautivo a libre,* aunque sólo sea en las proximidades del pozo, se produce un brusco cambio en el coeficiente de almacenamiento local que se asemeja al efecto de un drenaje diferido y puede hacer pensar en una recarga.

n) *Si en las proximidades del pozo de bombeo existen otros pozos en funcionamiento,* un incremento del caudal de extracción produce un efecto similar al de una reducción de transmisividad y una disminución de extracción produce un efecto similar al de un aumento de transmisividad o de una recarga; las afecciones son mayores en los últimos tiempos del bombeo, cuando las mediciones están más espaciadas; estos efectos se pueden tratar de corregir si se conoce la importancia de la interferencia a través de las observaciones previas al bombeo. Los bombeos próximos de tipo intermitente producen oscilaciones en la curva de descensos-tiempos, cada vez de menor separación debido a que la escala de tiempos es logarítmica.

En la interpretación general de las curvas de descensos-tiempos es preciso tener en cuenta las siguientes indicaciones.

1) Los descensos en los primeros tiempos del bombeo no suelen estar influenciados por límites[170] y el efecto de cambios del nivel de referencia en el acuífero son poco importantes, pero pueden estar notablemente afectados por efectos de capacidad en el pozo, variaciones iniciales del caudal de bombeo (en especial si los descensos son rápidos), penetración parcial, imprecisión en la medición y en el tiempo, etc.

2) Los descensos medidos después de un tiempo de bombeo grande permiten eliminar los efectos de capacidad en el pozo, de reajustes de caudal en la bomba por descenso en el pozo, de penetración parcial, de imprecisión en el tiempo de la medición, etc., pero pueden influir los límites, el drenaje diferido, la recarga, el flujo natural, etc.

En realidad, la experiencia del que interpreta el ensayo y su conocimiento del acuífero indicarán cual es el proceso a seguir y la importancia que debe darse a cada parte de la curva de descensos-tiempos[171].

21.6.4 Valoración de los descensos en función del tiempo y de la distancia

Se estudian los perfiles de descensos en régimen variable dibujándolos para valores prefijados del tiempo; *para tiempos largos, en general los perfiles obtenidos son muy similares a los de régimen permanente,* pero con un menor radio de acción; para tiempos cortos pueden diferir notablemente.

El efecto del tiempo y el de la distancia pueden ser estudiados simultáneamente si se toma en abscisas log r^2/t o log t/r^2. Para un acuífero *cautivo o asimilable* al mismo, se debe obtener una misma curva (gráficos log s — log r^2/t) o una misma recta (gráficos s — r^2/t) excepto para los valores que no cumplen $u < 0{,}03$).

En acuíferos semiconfinados no se produce la coin-

[170] El efecto de drenaje diferido puede ya aparecer desde los primeros momentos o bien puede aparecer con notable retraso según sean las características del acuífero (grado de anisotropía y estratificación y tipo de material en las proximidades del nivel freático).

[171] Una ampliación de métodos de análisis de ensayos de bombeo puede consultarse en Hantush (1966) págs. 409-421.

cidencia indicada; en un gráfico log s — log t puede trazarse una curva envolvente que corresponde a $B = \infty$, de lo que puede deducirse T y S (Custodio, 1968). En general, *los perfiles de descensos* con las consideraciones de los apartados 21.6.2 y teniendo en cuenta el marcado efecto de la estratificación, anisotropía y efecto del pozo incompleto, *proporcionan valores de T y S mejores que las curvas de descensos-tiempos.*

Sin embargo, como en general se dispone sólo de unos pocos piezómetros (si sólo se dispone de uno, no es posible estudiar el efecto de la distancia) es más frecuente valorar la curva de descensos tiempos para cada uno de ellos y luego comparar los resultados. A menos que se trate de un acuífero muy heterogéneo, los valores de T, S y B obtenidos deben ser los mismos pues de lo contrario debe pensarse que el modelo físico del acuífero elegido para la interpretación no era acertado; con frecuencia se atribuyen las variaciones observadas de un piezómetro a otro a la heterogeneidad, pero ello es a veces un exceso de simplificación y en ocasiones esa heterogeneidad no se refleja en modo alguno en las curvas de descensos-tiempos (cambios de pendiente, irregularidades, etc.).

Si un efecto de *límite de recarga* se ha valorado como un efecto de *semiconfinamiento,* el valor de B es muy variable. Si un efecto de *semiconfinamiento* se confunde con un efecto de *límite de recarga* (paso del primer tramo al segundo tramo), las distancias a la barrera son valores absurdos. En los *casos complejos de semiconfinamiento,* el valor de B crece con la distancia si en la valoración sólo se ha considerado el semiconfinamiento simple.

Cuando los perfiles de descensos para un *acuífero semiconfinado* se valoran como si fuese cautivo, el valor de T obtenido difiere poco del real, pero al ser menor el radio de influencia R, el valor de S calculado es mucho mayor que el real e incluso llega a ser absurdo (> 1).

Únicamente en los primeros tiempos del bombeo las diferencias son despreciables (ver figura 9.44).

Los *límites de recarga* hacen que el cono de descensos sea menos profundo; la valoración del acuífero como si fuese de gran extensión proporciona un valor de T muy similar pero el valor de S queda muy exagerado. Las *barreras impermeables* hacen que el cono de descensos sea más profundo y la misma forma de valoración conduce también a un valor de T muy similar, pero con el valor de S notablemente disminuido. Las diferencias son pequeñas únicamente en los primeros tiempos y en los alrededores del pozo de bombeo.

En *acuíferos libres,* los descensos en las proximidades del pozo de bombeo son mayores que los que se producirían en un acuífero cautivo equivalente, tanto más cuanto más cerca. Ello lleva a que en un gráfico log s — log t/r^2 las curvas no se superpongan sino que las de los piezómetros cercanos queden más altas que las de los piezómetros lejanos (fig. 9.99); las variaciones de profundidad del punto de observación puede alterar ligeramente la posición de las curvas. Lo dicho es válido aun con descensos corregidos por disminución de espesor saturado (fig. 9.101). Si el piezómetro está abierto justamente en el nivel freático, para tiempos grandes puede suceder lo contrario (fig. 9.100), en cualquier caso, para tiempos suficientemente grandes y con descensos corregidos, se tiende a una única curva. Según Boulton (1970) los valores de S crecen aparentemente con la distancia.

Cuando el *pozo es incompleto,* el perfil de descensos es normal si está definido para puntos más alejados que $1{,}5\,b \cdot \sqrt{k_h/k_v}$ o mediante puntos de observación totalmente penetrantes. Con piezómetros puntuales o incompletos, el perfil de descensos aumenta su pendiente en las proximidades del pozo según sea la profundidad, pudiéndose incluso disminuir dicha pendiente si las zonas ranuradas del pozo y piezómetro están en posiciones opuestas en el acuífero (figs. 9.112, 9.116 y 9.117).

En *acuíferos estratificados,* los perfiles de descensos quedan poco definidos si los piezómetros no corresponden todos a un mismo nivel; además, el perfil cambia notablemente con el tiempo, tendiendo hacia un perfil único para todo el acuífero.

En *acuíferos heterogéneos* el perfil de descensos aumenta o disminuye su pendiente según que la transmisividad disminuya o aumente (fig. 9.133).

En *acuíferos libres con flujo natural,* los perfiles de descensos con valores a un lado y otro del pozo son algo asimétricos, excepto los que están trazados perpendicularmente al flujo y por lo tanto la transmisividad y coeficiente de almacenamiento aparentes varían con la orientación.

En *acuíferos anisótropos en un plano horizontal* los valores de T y S determinados en piezómetros no alineados con el pozo de bombeo son frecuentemente diferentes, de acuerdo con lo expresado en el apartado 11.2.2.

El *efecto de capacidad en el pozo y el de variaciones en el caudal de bombeo* producen también pequeñas irregularidades en el perfil de descensos. Cuando *el acuífero pasa de cautivo a libre* en las inmediaciones del pozo de bombeo, sólo se produce un pequeño cambio de pendiente a causa de la reducción de espesor saturado, aunque existe un período transitorio que se traduce en una irregularidad en el perfil.

21.6.5 Valoración de los ensayos de recuperación

Puede efectuarse una primera valoración de los ensayos de recuperación representando los descensos residuales s', en función de log $\frac{t + \tau}{t}$ (ver capítulo 9.6); si los puntos representados quedan alineados según una recta que pasa por el punto (0,1)[172], se trata de un *acuífero cautivo o libre de gran extensión;* los puntos correspondientes a los primeros momentos del bombeo o aquellos que corresponden a piezómetros muy alejados pueden no seguir lo dicho cuando no se cumple que $u < 0{,}03$. En este caso, exceptuando los puntos para los que $u > 0{,}03$, todos los piezómetros deben proporcionar valores tales que queden *representados sobre una misma recta.*

Si el acuífero ha tenido una reacción parcialmente elástica durante el bombeo, y se ha producido *un pequeño asentamiento,* la recuperación se realiza como la que correspondería a un acuífero con menor coeficiente de almacenamiento y la citada recta corta al eje de tiempos (s = 0) en un valor algo mayor que 1; lo mismo puede suceder si el acuífero es libre y existen dificultades en la expulsión del aire que llenaba los poros.

Si *el acuífero sufre algún tipo de recarga* (límite de recarga, semiconfinamiento), se obtiene una recta similar a la descrita pero que corta al eje de tiempos (s = 0) en un punto de valor notablemente superior a 1; los valores para los primeros tiempos [$(t + \tau)/t$ grande], pueden llegar a alinearse según una recta que pasa por (0,1).

Si se trata de un *acuífero limitado,* la recta, manteniendo su pendiente, corta al eje de descensos [$(t + \tau)/t = 1$] en un valor positivo, pero sólo si se ha trazado a partir de los primeros valores [$(t + \tau)/t$ grande], pues finalmente tiende a dar una recta que pasa por (0,1) y cuya pendiente es mayor, lo que puede inducir a subestimar el valor de la transmisividad.

Los piezómetros afectados por un *pozo de bombeo incompleto* proporcionan una curva en forma de S, cuyo tramo central es a veces casi rectilíneo (fig. 9.118) y proporciona un valor de T casi correcto, pero que corta al eje de tiempos (s = 0) en un punto de abscisa mayor o mucho mayor que 1.

Es muy importante tener en cuenta que los *descensos residuales se refieren al nivel piezométrico en el momento en que se inició el bombeo* o a su valor corregido; el valor real puede ser otro por lo que se puede tener un desplazamiento de las curvas.

Salvo que los ascensos residuales sean muy pequeños, las curvas de recuperación suelen ser bastante netas ya que las variaciones del caudal durante el bombeo influyen poco y aquella tiende a efectuarse de acuerdo con el caudal de los últimos tiempos del bombeo (fig. 9.151).

Si durante el bombeo se había producido una estabilización de niveles, es posible valorar la recuperación como un bombeo de caudal negativo, cambiando los ascensos residuales por los ascensos medidos (Custodio, 1968), pero deben tenerse en cuenta las observaciones hechas en el apartado 6.2.

21.6.6 Comentarios a la valoración de los datos de descensos medidos en el pozo de bombeo

Los datos de descensos en el pozo de bombeo están afectados por las pérdidas en el mismo (capítulo 9.15), de modo que el descenso observado es el teórico más un valor independiente del tiempo[173] y que es sólo función del caudal. En un gráfico s — log t se puede obtener la transmisividad pero no el coeficiente de almacenamiento; no es posible valorar los gráficos log s — log t puesto que se corre el peligro de infravalorar T y sobrevalorar S; además, dicho gráfico suele tener muy poca pendiente por lo que además es difícil ajustar claramente la curva tipo de Theis. El descenso estacionario adolece del mismo defecto.

La valoración de los datos de descenso en el pozo puede venir complicada por las notables oscilaciones de caudal producidas por el bombeo.

En caso de semiconfinamiento, la estabilización en el pozo suele ser muy rápida y es difícil apreciar las variaciones, salvo en los primeros tiempos. Sin embargo esos primeros valores pueden estar influidos por el efecto de capacidad del pozo y por las variaciones iniciales del caudal de la bomba.

La recuperación en el pozo de bombeo es un análisis que muchas veces es más interesante que el propio bombeo y se realiza según lo dicho en el apartado 21.6.5. Sin embargo, es preciso considerar el efecto de capacidad si el pozo es de gran diámetro o el descenso por pérdidas en el pozo era muy grande (ver apartado 13.3). Si la bomba no tiene válvula de pie y el retorno de agua al pozo al pararse la bomba es importante, el ensayo puede quedar muy afectado y la influencia puede incluso alcanzar a los puntos de observación próximos al pozo.

172 $s' = 0$ y $\log \frac{t + \tau}{t} = 1$ o sea $t = \infty$.

173 En acuíferos libres aumenta ligeramente con el tiempo, a medida que se reduce el espesor saturado.

21.6.7 Comentarios a las mediciones en puntos de observación en acuíferos superpuestos y en el propio acuífero

El problema de las variaciones de nivel en acuíferos superpuestos al acuífero de bombeo ya fue comentado en el apartado 6.5 de la sección 8 y es importante destacar el llamado efecto Noordbegum o efecto de ascenso de nivel, el cual se produce en los primeros tiempos del bombeo. Estos efectos, reproducidos también en el pozo de bombeo y en puntos de observación en el propio acuífero bombeado, han sido descritos en un ensayo de bombeo en Dinamarca (Andresen y Hamon, 1970); no se da una explicación clara pero se sugiere que pueden ser debidos a compactaciones en los niveles de arcillas intercaladas en el acuífero; la duración de la inversión de descensos crece con la distancia al pozo de bombeo[174].

En casos complejos de semiconfinamiento, conviene disponer de algún piezómetro en los otros acuíferos; las variaciones de nivel son en general pequeñas y muy tardías[175].

21.7 REPRODUCTIVIDAD DE LOS ENSAYOS DE BOMBEO

Cabe preguntarse si dos ensayos de bombeo o de recuperación realizados en un mismo pozo y con los mismos puntos de observación, no habiendo cambios en el pozo ni en los puntos de observación por colmatación, sedimentos, etc., pero en épocas diferentes, conducen a los mismos resultados.

La experiencia demuestra que es frecuente que los ensayos sean reproducibles, pero en otros casos no sucede tal cosa. Una de las razones reside en cambios en la estructura del acuífero por asentamiento, cambio de temperatura del agua (no es frecuente), cambio de calidad química del agua con el consiguiente efecto sobre las arcillas y coloides (no es frecuente) etc.; los efectos son en general pequeños. Otras veces se puede haber producido un fuerte desarrollo de los alrededores del pozo durante la explotación del mismo, pero los efectos sólo son notables y apreciables para el propio pozo y los piezómetros más cercanos.

En ocasiones, las variaciones estacionales de los niveles del agua pueden hacer que un acuífero se comporte como cautivo o semiconfinado en unas épocas y como libre en otras, ello supone una gran variación en el coeficiente de almacenamiento de modo que para un mismo caudal el descenso del radio de acción es menor en un caso (acuífero libre) que en otro[176].

21.8 ANÁLISIS DE ENSAYOS DE BOMBEO CON CALCULADORAS

Los métodos descritos para analizar ensayos de bombeo son suficientemente sencillos y rápidos y en general no es preciso recurrir a la resolución con calculadoras; tampoco se hace en los casos complicados a menos que se conozca bien la estructura del acuífero y se quieran generar curvas en diversas hipótesis hasta lograr reproducir los datos experimentales.

Bajo este último aspecto, se ha trabajado intensamente en los últimos años, pero en general se trata de trabajos no publicados o puramente académicos[177]. Existe una tendencia a utilizar ordenadores para resolver estos problemas (Prickett y Lonnquist, 1971)[178], aunque existen trabajos de investigación o ilustrativos realizados con modelos analógicos, principalmente de capacidades y resistencias (Herbert, 1968).

[174] Soweri (1970) llega a la conclusión de que tal compactación puede ser el origen de los descensos observados.

[175] En algunos ensayos de bombeo, los descensos producidos en ocasiones no aparecen hasta tiempos superiores a 24 h aún con descensos importantes en el acuífero bombeado (Custodio, informes internos).

[176] Las captaciones de abastecimiento a Barcelona en Cornellá y Sant Joan D'Espí muestran este efecto (Custodio, 1967, informes internos). También pueden aparecer variaciones importantes en las curvas características (Custodio et al., 1973 b).

[177] El Servicio Geológico de Obras Públicas está realizando algunos trabajos en este aspecto (López, 1971, informes internos).

[178] Otros autores (Saleem, 1970) sugieren métodos de calculador para ajustar los datos experimentales a una curva tipo teórica haciendo mínimo el error, pero cabe preguntarse si el trabajo y tiempo dedicado están justificados por el aumento de precisión conseguido.

Apéndice 9.1

Funciones matemáticas sencillas de uso frecuente en hidráulica de captaciones de agua

A.1.1 INTRODUCCIÓN

A continuación se dan las propiedades más importantes de las funciones matemáticas de uso frecuente en hidráulica de captaciones de agua y que ayudan a su manejo y tabulación. En el apéndice A.9.2 se dan estas funciones tabuladas para su utilización en casos prácticos.

A.1.2 FUNCIONES DE ERROR

$$\text{Función de error} = \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2)\, dy \quad \text{(A.9.1)}$$

que es la integral de la función de Gauss.

Función complementaria de error =

$$= \text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

Las propiedades fundamentales vienen dadas por:

1) $\text{erf}(x) = -\text{erf}(-x)$ (A.9.3)

2) $\text{erfc}(-x) = 1 + \text{erf}(x)$ (A.9.4)

Los valores particulares más notables son:

$\text{erf}(0) = 0$

$\text{erf}(\infty) = 1$

$\text{erfc}(-\infty) = 2$

Los desarrollos en serie son (modificado de Lamarsh, 1966, pág. 566):

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} \frac{x^{2m-1}}{(2m-1)\cdot(m-1)!}$$

y para x grande

$$\text{erf}(x) = 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}} \cdot \left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1\cdot 3}{(2x^2)^2} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{(2x^2)^3} + \dots\right]$$

Las funciones sencillas que las aproximan son:

$$\text{erf}(x) \approx \frac{2x}{\sqrt{\pi}} \quad \text{para } x < 0{,}1 \quad \text{(A.9.5)}$$

$$\text{erfc}(x) \approx \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}} \quad \text{para } x > 9 \quad \text{(A.9.6)}$$

Las funciones de error aparecen con frecuencia en problemas relacionados con drenajes de acuíferos y en problemas relacionados con la dispersión hidrodinámica (ver sección 12, capítulo 12.1).

En la tabla A.9.2 del apéndice A.9.2 se relacionan los valores de la función erf (x).

A.1.3 FUNCIONES DE BESSEL

Estas funciones, en especial las modificadas, son de uso muy común.

a) *Función de Bessel:*

En los problemas de simetría cilíndrica (por ejemplo, pozos circulares) es frecuente la aparición de ecuaciones de la forma:

$$x^2 \frac{d^2 y}{d x^2} + x \frac{d y}{d x} + (x^2 - \alpha^2) \cdot y = 0 \qquad (A.9.7)$$

en la que α es una constante. Esta ecuación también puede expresarse en la forma:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{x} \frac{d y}{d x} + \left(1 - \frac{\alpha^2}{x^2} \right) y = 0 \qquad (A.9.7 \text{ bis})$$

Como se trata de una ecuación lineal homogénea, para condiciones de contorno nulas sólo existen soluciones diferentes de la trivial, $y = 0$, para ciertos valores de α (autovalores), esas soluciones son las funciones J.

La solución de la ecuación no puede obtenerse en función de expresiones matemáticas sencillas, sino que se efectúa por desarrollo en serie[179].

La solución general está formada por la combinación lineal de dos soluciones particulares linealmente independientes.

$$y = C_1 \cdot J_\alpha (x) + C_2 \cdot J_{-\alpha} (x)$$

si α no es ni entero ni nulo.

Si α es un entero o cero es:

$$J_{-\alpha} (x) = (-1)^\alpha \cdot J_\alpha (x)$$

de modo que al no ser linealmente independientes esas dos soluciones, se precisa de otra solución particular.

La función $J_0 (x)$ se llama *función de Bessel de primera especie y orden cero.*

Las funciones $J_n (x)$ con n entero son las *funciones de Bessel de primera especie y de orden n.*

Cuando α es entero, otra solución particular obtenida por el método de variación de las constantes es $Y_\alpha (x)$[180].

Las funciones $Y_\alpha (x)$, con α entero, son las *funciones de Bessel de segunda especie de orden n.*

La solución general con α = entero o cero será:

$$y = C_1 J_\nu (x) + C_2 Y_\nu (x)$$

[179] Véase Puig-Adam (1959).
[180] Véanse las tablas completas en Jahnke, Ende y Lösch (1960).

Las funciones del tipo:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{d y}{d x} + \left(\lambda - \frac{\alpha^2}{x^2} \right) y = 0$$

se pueden reducir a una ecuación Bessel sin más que efectuar el cambio $\sqrt{\lambda} \cdot x = t$ de modo que su solución es:

$$y = C_1 J_\alpha (\sqrt{\lambda} \cdot x) + C_2 J_{-\alpha} (\sqrt{\lambda} \cdot x)$$

si α no es ni entero ni cero.

Si $\alpha = \nu$, entero o cero será:

$$y = C_1 J_\nu (\sqrt{\lambda} \cdot x) + C_2 Y_\nu (\sqrt{\lambda} \cdot x)$$

Los valores de las funciones de Bessel para diferentes valores de x están tabulados parcialmente en la tabla A.9.3 del apéndice A.9.2[180], pero sólo los valores de J_0, J_1, Y_0, Y_1, puesto que se cumplen las relaciones recurrentes:

$$J_{\alpha+1} (x) = \frac{2\alpha}{x} J_\alpha (x) - J_{\alpha-1} (x) \qquad (A.9.8)$$

$$Y_{\alpha+1} (x) = \frac{2\alpha}{x} Y_\alpha (x) - Y_{\alpha-1} (x) \qquad (A.9.9)$$

Las derivadas de las funciones de Bessel tampoco se tabulan puesto que se cumplen las relaciones:

$$\frac{d J_\alpha (x)}{d x} = \frac{\alpha}{x} J_\alpha (x) - J_{\alpha+1} (x)$$

$$\frac{d J_\alpha (x)}{d x} = \frac{\alpha}{x} Y_\alpha (x) - Y_{\alpha+1} (x)$$

Las funciones de Bessel de orden $\nu + 1/2$ siendo ν un entero tienen forma muy sencilla puesto que es:

$$J_{1/2} (x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \text{sen } x$$

$$(A.9.10)$$

$$J_{-1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \cos x$$

Considerando la ecuación reductible a una de Bessel:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{x}\frac{d x}{d y} + \left(\lambda - \frac{\alpha^2}{x^2}\right) y = 0$$

una de cuyas soluciones particulares es:

$$J_\alpha(\sqrt{\lambda} \cdot x) = 0$$

al imponer las condiciones de contorno:

$$y(0) = 0$$
$$y(1) = 0$$

$J_\alpha(0) = 0$ cumple la primera y para que cumpla la segunda debe ser, $J_\alpha(\sqrt{\lambda}) = 0$ que es una ecuación de raíces $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$ que son los autovalores que se pueden encontrar tabulados en los textos antes citados.

Si la segunda condición es $y(l) = 0$, basta efectuar un cambio $X = x \cdot l$ para tener la condición impuesta.

b) *Funciones de Hankel*

Las funciones de Hankel de primera y segunda clase y de orden n se definen por:

$$H_n^{(1)}(x) = J_n(x) + i\, Y_n(x)$$

$$H_n^{(2)}(x) = J_n(x) - i\, Y_n(x)$$

siendo $i = \sqrt{-1}$, unidad imaginaria.

Estas funciones son soluciones particulares independientes de la ecuación de Bessel.

c) *Funciones de Bessel modificadas*

Las funciones de Bessel modificadas de orden n son las que responden a:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{x}\frac{d y}{d x} - \left(1 + \frac{\alpha^2}{x^2}\right) y = 0 \qquad \text{(A.9.11)}$$

similar a la de Bessel pero con un cambio de signo en el tercer término.

Las soluciones particulares independientes son:

$$J_n(i x) \qquad y \qquad Y_n(i x)$$

La función real $I_n(x) = i^{-n} \cdot J_n(i x)$, es la función modificada de Bessel de primera especie y la función real:

$$K_n(x) = \frac{\pi}{2} i^{n+1} \cdot H_n^{(1)}(i x) =$$

$$= \frac{\pi}{2} i^{n+1} [J_n(i x) + i \cdot Y_n(i x)]$$

es la función modificada de Bessel de segunda especie, de gran interés en problemas de hidráulica de pozos.

Las derivadas de las funciones de Bessel modificadas pueden obtenerse mediante las relaciones:

$$\frac{d I_n(x)}{d x} = \frac{n}{x} I_n(x) + I_{n+1}(x) =$$

$$= -\frac{n}{x} I_n(x) + I_{n-1}(x)$$

$$\frac{d K_n(x)}{d x} = \frac{n}{x} K_n(x) - K_{n+1}(x) =$$

$$= -\frac{n}{x} K_n(x) - K_{n-1}(x)$$

Las aproximaciones más usuales de las funciones de Bessel y modificadas de Bessel están contenidas en la tabla A.9.1.

Son importantes las relaciones:

$$J_o'(x) = -J_1(x)$$

$$I_o'(x) = I_1(x)$$

$$K_o'(x) = -K_1(x)$$

indicando el signo prima la primera derivación respecto a la variable.

En las tablas A.9.3 y A.9.4 del apéndice A.9.2 se relacionan los valores de J_o, J_1, Y_o, Y_1, K_o, K_1, I_o, I_1.

Los valores de $K_o(x)$ y de $e^x \cdot K_o(x)$ están contenidos en la tabla A.9.6 del apéndice A.9.2.

A.1.4 FUNCIÓN DE POZO PARA ACUÍFERO CONFINADO

Coincide con la función integral exponencial de primer orden.

$$W(u) = -E_i(-u) = \int_u^\infty \frac{1}{y} e^{-y}\, d y \qquad \text{(A.9.12)}$$

TABLA A.9.1 *Tabla de aproximaciones de las funciones de Bessel y de las modificadas de Bessel. (Según Puig Adam 1954, Hantush 1946, Lamarsh 1966)*

Funciones de orden 0	Funciones de primer orden	Validez
$J_0(x) \approx 1$	$J_1(x) \approx 0{,}5\,x$	$x < 0{,}1$
$J_0(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$J_1(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$x > 16$
$Y_0(x) \approx \dfrac{2}{\pi}\left(0{,}5772 + \ln \dfrac{x}{2}\right)$	$Y_1(x) \approx -\dfrac{2}{\pi x}$	$x < 0{,}01$
$Y_0(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$Y_1(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$x > 16$
$I_0(x) \approx 1$	$I_1(x) \approx 0{,}5\,x$	$x < 0{,}1$
$I_0(x) \approx \left(1 + \dfrac{1}{8x}\right) \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{x}$	$I_1(x) \approx \left(1 - \dfrac{3}{8x}\right) \dfrac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{x}$	$x > 5$
$K_0(x) \approx -0{,}5772 - \ln \dfrac{x}{2} = \ln \dfrac{1{,}123}{x}$	$K_1(x) \approx \dfrac{1}{x}$	$x < 0{,}05$
$K_0(x) \approx \sqrt{\dfrac{\pi}{2x}} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{8x}\right) \cdot e^{-x}$	$K_1(x) \approx \sqrt{\dfrac{\pi}{2x}} \cdot \left(1 + \dfrac{3}{8x}\right) \cdot e^{-x}$	$x > 5$

Funciones de orden n	Validez
$J_n(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \dfrac{n\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$x > 16$
$Y_n(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{n\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$	$x > 16$
$I_n(x) \approx \dfrac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{x}$	x grande
$K_n(x) \approx \sqrt{\dfrac{\pi}{2x}} e^{-x}$	x grande
$H_n^{(1)}(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \exp\left[i \cdot \left(x - \dfrac{n\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$	$x > 16$
$H_n^{(2)}(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \exp\left[-i \cdot \left(x - \dfrac{n\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)\right]$	$x > 16$

y su desarrollo en serie es :

$$W(u) = -0{,}5772 - \ln u - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u^n}{n \cdot n!} \quad (A.9.13)$$

W (u) se relaciona con las funciones de Bessel mediante:

$$W(u) = \frac{2\,K_o(2u)}{\sqrt{u} \cdot K_1(2u)} \quad \text{(Sternberg 1969)}$$

para valores de $u \leq 0{,}03$ se puede admitir:

$$W(u) \approx 2\,K_o(2u) \approx -0{,}5772 - \ln u = \ln \frac{0{,}562}{u}$$

En las tablas A.9.5 y A.9.6 del apéndice A.9.2 se encuentran los valores de la función W (u) y en la tabla A.9.6 además el valor $e^x \cdot W(x)$.

A.1.5 FUNCIÓN DE POZO PARA ACUÍFERO SEMICONFINADO

$$W(u, \beta) = \int_u^{\infty} \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{\beta^2}{4y}\right) dy \quad (A.9.15)$$

que coincide con la función de pozo para acuífero semiconfinado para $\beta = 0$.

$$W(u, 0) = W(u) = -E_i(-u)$$

El desarrollo en serie viene dado por (Walton, 1962, pág. 5):

$$W(u, \beta) = 2\,K_o(\beta) - I_o(\beta) \cdot W\left(\frac{\beta^2}{4u}\right) +$$

$$+ \exp\left(-\frac{\beta^2}{4u}\right) \cdot \left[0{,}5772 + \ln u + W(u) - u + \right.$$

$$+ u\,[I_o(\beta) - 1]\,\frac{\beta^2}{4} -$$

$$- u^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+m}\,(n - m + 1)!}{[(n+2)!]^2} \cdot$$

$$\left. \left(\frac{\beta^2}{4}\right)^n \cdot u^{n+m} \right]$$

Son interesantes las relaciones:

$$W(0, \beta) = 2\,K_o(\beta)$$

$$W(u, \beta) = 2\,K_o(\beta) - W\left(\frac{\beta^2}{4u}, \beta\right)$$

Las fórmulas que la aproximan son (Hantush, 1964, pág. 321):

$W(u, \beta) \approx W(u)$ para $u > 2\beta$

$W(u, \beta) \approx W(u)$ para $u > 5\beta^2$ si es $\beta < 0{,}1$

$$W(u, \beta) \approx 2\,K_o(\beta) - I_o(\beta) \cdot W\left(\frac{\beta^2}{4u}\right)$$

$$\approx 2\,K_o(\beta) - W\left(\frac{\beta^2}{4u}\right)$$

para $u < \dfrac{\beta^2}{20}$ si es $u < 1$

$\beta < 0{,}2$ en la segunda aproximación

$W(u, \beta) \approx 2\,K_o(\sqrt{2u + \beta^2})$ si es $u < 0{,}03$ (Sternberg, 1969).

En la tabla A.9.7 del apéndice A.9.2 se encuentran los valores de la función W (u, β).

A.1.6 FUNCIÓN GAMMA

Definida por:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-y} \cdot y^{x-1} \cdot dy \quad \text{para } x > 0 \qquad (A.9.16)$$

Sus propiedades más importantes son:

$$\Gamma(1 + x) = x \cdot \Gamma(x)$$

$$\Gamma(x) = (x - 1)!$$

Una fórmula de aproximación de uso frecuente es:

$$\ln \frac{\Gamma(1 - x)}{\Gamma(1 + x)} \approx -0{,}8456 + \ln \frac{1 + x}{1 - x} \qquad (A.9.17)$$

En la tabla A.9.8 del apéndice A.9.2 se encuentran los valores de la función $\Gamma(x)$, para valores entre 1 y 2, pudiéndose deducir los demás a partir de las relaciones anteriores.

A.1.7 FUNCIÓN M

Definida por:

$$M(u, \beta) = \int_u^\infty \frac{1}{y} e^{-y} \operatorname{erf}(\beta \sqrt{y}) \cdot dy \qquad (A.9.18)$$

de interés en hidráulica de pozos incompletos.

Esta función puede ser aproximada mediante las relaciones (Hantush 1964, pág. 318):

$$M(u, \beta) \approx 2 \left[S h^{-1} \beta - 2 \beta \sqrt{\frac{u}{\pi}} \right]$$

para $u < 0{,}05\, \beta^2 < 0{,}01$

$$M(u, \beta) \approx 2 (S h^{-1} \beta - \beta \operatorname{erf} \sqrt{u})$$

$$M(u, \beta) \approx W(u) \quad \text{para} \quad u > 5\, \beta^2$$

Apéndice 9.2

Tablas de las funciones de uso más frecuente en la hidráulica de captaciones de agua

Relación de tablas contenidas en este apéndice:

TABLA A.9.2 *Tabla de la función de error (Puig-Adam 1954)* $\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$ para $0 < x < 2$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0113	0,0226	0,0338	0,0451	0,0564	0,0676	0,0789	0,0901	0,1013
0,1	0,1236	0,1236	0,1348	0,1459	0,1569	0,1680	0,1790	0,1900	0,2009	0,2118
0,2	0,2227	0,2335	0,2443	0,2550	0,2657	0,2763	0,2869	0,2974	0,3079	0,3183
0,3	0,3286	0,3389	0,3491	0,3593	0,3694	0,3794	0,3893	0,3992	0,4090	0,4187
0,4	0,4284	0,4380	0,4475	0,4569	0,4662	0,4755	0,4847	0,4937	0,5027	0,5117
0,5	0,5205	0,5292	0,5379	0,5465	0,5549	0,5633	0,5716	0,5798	0,5879	0,5959
0,6	0,6039	0,6117	0,6194	0,6270	0,6346	0,6420	0,6494	0,6566	0,6638	0,6708
0,7	0,6778	0,6847	0,6914	0,6981	0,7047	0,7112	0,7175	0,7238	0,7300	0,7361
0,8	0,7421	0,7480	0,7538	0,7595	0,7651	0,7707	0,7761	0,7814	0,7867	0,7918
0,9	0,7969	0,8019	0,8068	0,8116	0,8163	0,8209	0,8254	0,8299	0,8342	0,8385
1,0	0,8427	0,8468	0,8508	0,8548	0,8586	0,8624	0,8661	0,8698	0,8733	0,8768
1,1	0,8802	0,8835	0,8868	0,8900	0,8931	0,8961	0,8991	0,9020	0,9048	0,9076
1,2	0,9103	0,9130	0,9155	0,9181	0,9205	0,9229	0,9252	0,9275	0,9297	0,9319
1,3	0,9340	0,9361	0,9381	0,9400	0,9419	0,9438	0,9456	0,9473	0,9490	0,9507
1,4	0,9523	0,9539	0,9554	0,9569	0,9583	0,9597	0,9611	0,9264	0,9637	0,9649
1,5	0,9661	0,9673	0,9684	0,9695	0,9706	0,9716	0,9726	0,9736	0,9745	0,9755
1,6	0,9763	0,9772	0,9780	0,9788	0,9796	0,9804	0,9811	0,9818	0,9825	0,9832
1,7	0,9838	0,9844	0,9850	0,9856	0,9861	0,9867	0,9872	0,9877	0,9882	0,9886
1,8	0,9891	0,9895	0,9899	0,9908	0,9907	0,9911	0,9915	0,9918	0,9922	0,9925
1,9	0,9928	0,9931	0,9934	0,9937	0,9939	0,9942	0,9944	0,9947	0,9949	0,9951

Ejemplo: erf (1,25) = 0,9229 (línea 1,2; columna 5).

TABLA A.9.3 *Tablas de las funciones de Bessel (Puig-Adam, 1959)*

TABLA DE VALORES DE J_0

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	1,0000	0,9975	0,9900	0,9776	0,9604	0,9385	0,9120	0,8812	0,8463	0,8075
1	0,7652	0,6711	0,6201	0,5669	0,5118	0,5118	0,4554	0,3980	0,3400	0,2818
2	0,2239	0,1666	0,1104	0,0555	0,0025	−0,0484	−0,0968	−0,1424	−0,1850	−0,2243
3	−0,2601	−0,291	−0,3202	−0,3443	−0,3643	−0,3801	−0,3918	−0,3992	−0,4026	−0,4018
4	−0,3971	−0,3887	−0,3766	−0,3610	−0,3423	−0,3205	−0,2961	−0,2693	−0,2404	−0,2097
5	−0,1776	−0,1443	−0,1103	−0,0758	−0,0412	−0,0068	0,0270	0,0599	0,0917	0,1220
6	0,1506	0,1773	0,2017	0,2238	0,2433	0,2601	0,2740	0,2851	0,2931	0,2981
7	0,3001	0,2991	0,2951	0,2882	0,2786	0,2663	0,2516	0,2346	0,2154	0,1944
8	0,1717	0,1475	0,1222	0,0960	0,0692	0,0419	0,0146	−0,0125	−0,0392	−0,0653
9	−0,0903	−0,1142	−0,1367	−0,1577	−0,1768	−0,1939	−0,2090	−0,2218	−0,2323	−0,2403

TABLA DE VALORES DE J_1

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,0000	0,0499	0,0995	0,1483	0,1960	0,2423	0,2867	0,3290	0,3688	0,4059
1	0,4401	0,4709	0,4983	0,5220	0,5419	0,5579	0,5699	0,5778	0,5815	0,5812
2	0,5767	0,5683	0,5560	0,5399	0,5202	0,4971	0,4798	0,4416	0,4097	0,3754
3	0,3391	0,3009	0,2613	0,2207	0,1792	0,1374	0,0955	0,0538	0,0128	−0,0272
4	−0,0660	−0,1033	−0,1386	−0,1719	−0,2028	−0,2311	−0,2566	−0,2791	−0,2985	−0,3147
5	−0,3276	−0,3371	−0,3432	−0,3460	−0,3453	−0,3414	−0,3343	−0,3241	−0,3110	−0,2951
6	−0,2767	−0,2559	−0,2329	−0,2081	−0,1816	−0,1538	−0,1250	−0,0953	−0,0652	−0,0349
7	−0,0047	0,0252	0,0543	0,0826	0,1096	0,1352	0,1592	0,1813	0,2014	0,2192
8	0,2346	0,2476	0,2580	0,2657	0,2708	0,2731	0,2728	0,2697	0,2641	0,2559
9	0,2453	0,2324	0,2174	0,2004	0,1816	0,1613	0,1395	0,1166	0,0928	0,0684

TABLA DE VALORES DE $N_0 = Y_0$

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	$-\infty$	−1,5342	−1,0811	−0,8073	−0,6060	−0,4445	−0,3085	−0,1907	−0,0868	0,0056
1	0,0883	0,1622	0,2281	0,2865	0,3379	0,3824	0,4204	0,4520	0,4774	0,4968
2	0,5104	0,5183	0,5208	0,5181	0,5104	0,4981	0,4813	0,4605	0,4359	0,4079
3	0,3769	0,3431	0,3071	0,2691	0,2296	0,1890	0,1477	0,1061	0,0645	0,0234
4	−0,0169	−0,0561	−0,0938	−0,1296	−0,1633	−0,1947	−0,2235	−0,2494	−0,2723	−0,2921
5	−0,3085	−0,3216	−0,3313	−0,3374	−0,3402	−0,3395	−0,3354	−0,3282	−0,3177	−0,3044
6	−0,2882	−0,2694	−0,2483	−0,2251	−0,1999	−0,1732	−0,1452	−0,1162	−0,0864	−0,0563
7	−0,0259	0,0042	0,0339	0,0628	0,0907	0,1173	0,1424	0,1658	0,1872	0,2065
8	0,2235	0,2381	0,2501	0,2595	0,2662	0,2702	0,2715	0,2700	0,2659	0,2592
9	0,2499	0,2383	0,2245	0,2086	0,1907	0,1712	0,1502	0,1279	0,1045	0,0804

TABLA DE VALORES DE $N_1 = Y_1$

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	$-\infty$	−6,4590	−3,3238	−2,2931	−1,7819	−1,4715	−1,2604	−1,1032	−0,9781	−0,8731
1	−0,7812	−0,6991	−0,6211	−0,5485	−0,4791	−0,4123	−0,3476	−0,2847	−0,2237	−0,1644
2	−0,1070	−0,0517	0,0015	0,0523	0,1005	0,1459	0,1884	0,2276	0,2635	0,2959
3	0,3247	0,3496	0,3707	0,3879	0,4010	0,4154	0,4167	0,4141	0,4141	0,4078
4	0,3979	0,3846	0,3680	0,3484	0,3260	0,3010	0,2737	0,2445	0,2136	0,1812
5	0,1479	0,1137	0,0792	0,0445	0,0101	−0,0238	−0,0568	−0,0887	−0,1192	−0,1481
6	−0,1750	−0,1998	−0,2223	−0,2422	−0,2596	−0,2741	−0,2857	−0,2945	−0,3002	−0,3029
7	−0,3027	−0,2995	−0,2934	−0,2846	−0,2731	−0,2591	−0,2428	−0,2243	−0,2039	−0,1817
8	−0,1581	−0,1331	−0,1072	−0,0806	−0,0535	−0,0262	0,0011	0,0280	0,0544	0,0799
9	0,1043	0,1275	0,1491	0,1691	0,1871	0,2032	0,2171	0,2287	0,2379	0,2447

Ejemplo: $J_0(1,1) = 0,6711$ (línea 1; columna 0,1)

TABLA A.9.4 *Tabla de las funciones modificadas de Bessel (TNO, 1964)*

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0,00	∞	∞	1,00000	0,00000	0,50	0,92442	1,65644	1,06348	0,25789	1,00	0,42102	0,60191	1,26607	0,56516
0,01	4,72124	99,97389	1,00003	0,00500	0,51	0,90806	1,61489	1,06609	0,26338	1,01	0,41506	0,59179	1,27175	0,57219
0,02	4,02846	49,95472	1,00010	0,01000	0,52	0,89212	1,57492	1,06875	0,26889	1,02	0,40919	0,58189	1,27751	0,57926
0,03	3,62353	33,27149	1,00023	0,01500	0,53	0,87656	1,53645	1,07147	0,27441	1,03	0,45342	0,57219	1,28334	0,58638
0,04	3,33654	24,92329	1,00040	0,02000	0,54	0,86138	1,49938	1,07424	0,27996	1,04	0,39774	0,56270	1,28924	0,59354
0,05	3,11423	19,90967	1,00063	0,02501	0,55	0,84657	1,46366	1,07707	0,28553	1,05	0,39216	0,55341	1,29521	0,60075
0,06	2,93288	16,56373	1,00090	0,03001	0,56	0,93210	1,42921	1,07995	0,29112	1,06	0,38667	0,54432	1,30125	0,60801
0,07	2,77982	14,17100	1,00123	0,03502	0,57	0,81798	1,39596	1,08289	0,29673	1,07	0,38128	0,53541	1,30737	0,61531
0,08	2,64749	12,37421	1,00160	0,04003	0,58	0,80418	1,36385	1,08588	0,30237	1,08	0,37597	0,52668	1,31356	0,62265
0,09	2,53102	10,97486	1,00203	0,04505	0,59	0,79070	1,33282	1,08894	0,30802	1,09	0,37074	0,51814	1,31982	0,63005
0,10	2,42707	9,85384	1,00250	0,05006	0,60	0,77752	1,30283	1,09205	0,31370	1,10	0,36560	0,50976	1,32616	0,63749
0,11	2,33327	8,93534	1,00303	0,05508	0,61	0,76464	1,27383	1,09521	0,31941	1,11	0,36055	0,50155	1,33257	0,64498
0,12	2,24786	8,16878	1,00360	0,06011	0,62	0,75204	1,24576	1,09843	0,32514	1,12	0,35557	0,49351	1,33906	0,65252
0,13	2,16950	7,51919	1,00423	0,06514	0,63	0,73972	1,21859	1,10171	0,33089	1,13	0,35068	0,48563	1,34562	0,66011
0,14	2,09717	6,96154	1,00491	0,07017	0,64	0,72767	1,19227	1,10505	0,33667	1,14	0,34586	0,47790	1,35226	0,66775
0,15	2,03003	6,47750	1,00563	0,07521	0,65	0,71587	1,16676	1,10845	0,34247	1,15	0,34112	0,47033	1,35898	0,67544
0,16	1,96742	6,05330	1,00641	0,08026	0,66	0,70433	1,14204	1,11190	0,34830	1,16	0,33645	0,46290	1,36577	0,68218
0,17	1,90880	5,67842	1,00724	0,08531	0,67	0,69303	1,11806	1,11541	0,35415	1,17	0,33186	0,45561	1,37264	0,69098
0,18	1,85371	5,34467	1,00812	0,09036	0,68	0,68197	1,09479	1,11898	0,36003	1,18	0,32734	0,44847	1,37959	0,69882
0,19	1,80179	5,04558	1,00905	0,09543	0,69	0,67113	1,07221	1,12261	0,36594	1,19	0,32289	0,44146	1,38662	0,70672
0,20	1,75270	4,77597	1,01003	0,10050	0,70	0,66052	1,05028	1,12630	0,37188	1,20	0,31851	0,43459	1,39373	0,71468
0,21	1,70619	4,53167	1,01106	0,10558	0,71	0,65012	1,02898	1,13005	0,37784	1,21	0,31420	0,42785	1,40091	0,72269
0,22	1,66200	4,30923	1,01214	0,11067	0,72	0,63994	1,00829	1,13386	0,38384	1,22	0,30995	0,42124	1,40818	0,73075
0,23	1,61994	4,10582	1,01327	0,11576	0,73	0,62996	0,98817	1,13773	0,38986	1,23	0,30577	0,41474	1,41553	0,73887
0,24	1,57983	3,91908	1,01445	0,12087	0,74	0,62017	0,96861	1,14166	0,39591	1,24	0,30166	0,40838	1,42296	0,74705
0,25	1,54151	3,74703	1,01569	0,12598	0,75	0,61058	0,94958	1,14565	0,40199	1,25	0,29760	0,40212	1,43047	0,75528
0,26	1,50484	3,58797	1,01697	0,13110	0,76	0,60118	0,93107	1,14970	0,40810	1,26	0,29361	0,39599	1,43806	0,76357
0,27	1,46971	3,44049	1,01831	0,13623	0,77	0,59196	0,91305	1,15381	0,41425	1,27	0,28968	0,38997	1,44574	0,77192
0,28	1,43600	3,30335	1,01970	0,14138	0,78	0,58292	0,89551	1,15798	0,42042	1,28	0,28581	0,38405	1,45350	0,78033
0,29	1,40361	3,17549	1,02114	0,14653	0,79	0,57405	0,87842	1,16222	0,42663	1,29	0,28200	0,37825	1,46135	0,78880
0,30	1,37246	3,05599	1,02263	0,15169	0,80	0,56535	0,86178	1,16651	0,43286	1,30	0,27825	0,37255	1,46928	0,79733
0,31	1,34247	2,94406	1,02417	0,15687	0,81	0,55681	0,84557	1,17087	0,43914	1,31	0,27455	0,36695	1,47729	0,80592
0,32	1,31356	2,83898	1,02576	0,16206	0,82	0,54843	0,82976	1,17530	0,44544	1,32	0,27091	0,36145	1,48540	0,81457
0,33	1,28567	2,74016	1,02741	0,16726	0,83	0,54021	0,81435	1,17978	0,45178	1,33	0,26732	0,35605	1,4939	0,82329
0,34	1,25873	2,64703	1,02911	0,17247	0,84	0,53215	0,79933	1,18433	0,45815	1,34	0,26379	0,35075	1,50186	0,83206
0,35	1,23271	2,55912	1,03086	0,17769	0,85	0,52423	0,78468	1,18895	0,46456	1,35	0,26031	0,34554	1,51023	0,84090
0,36	1,20754	2,47601	1,03266	0,18293	0,86	0,51645	0,77038	1,19362	0,47100	1,36	0,25688	0,34043	1,51868	0,84981
0,37	1,18317	2,39730	1,03452	0,18818	0,87	0,50882	0,75643	1,19837	0,47748	1,37	0,25350	0,33540	1,52722	0,85878
0,38	1,15958	2,32265	1,03643	0,19345	0,88	0,50132	0,74281	1,20317	0,48399	1,38	0,25017	0,33046	1,53586	0,86782
0,39	1,13671	2,25167	1,03839	0,19873	0,89	0,49396	0,72952	1,20805	0,49054	1,39	0,24689	0,32561	1,54458	0,87692
0,40	1,11453	2,18435	1,04040	0,20403	0,90	0,48673	0,71653	1,21299	0,49713	1,40	0,24365	0,32084	1,55340	0,88609
0,41	1,09301	2,12018	1,04247	0,20934	0,91	0,47963	0,70385	1,21799	0,50375	1,41	0,24047	0,31615	1,56230	0,89533
0,42	1,07212	2,05900	1,04459	0,21466	0,92	0,47265	0,69147	1,22306	0,51041	1,42	0,23733	0,31154	1,57130	0,90464
0,43	1,05182	2,00062	1,04676	0,22001	0,93	0,46580	0,67937	1,22820	0,51712	1,43	0,23423	0,30701	1,58040	0,91402
0,44	1,03209	1,94485	1,04899	0,22537	0,94	0,45906	0,66754	1,23340	0,52386	1,44	0,23119	0,30256	1,58958	0,92346
0,45	1,01291	1,89152	1,05127	0,23074	0,95	0,45245	0,65598	1,23868	0,53064	1,45	0,22819	0,29819	1,59886	0,93298
0,46	0,99426	1,84048	1,05360	0,23614	0,96	0,44594	0,64468	1,24402	0,53746	1,46	0,22523	0,29389	1,60824	0,94257
0,47	0,97610	1,79157	1,05599	0,24155	0,97	0,43955	0,63363	1,24942	0,54432	1,47	0,22231	0,28966	1,61772	0,95223
0,48	0,95842	1,74467	1,05843	0,24698	0,98	0,43327	0,62282	1,25490	0,55123	1,48	0,21943	0,28550	1,62729	0,96197
0,49	0,94120	1,69967	1,06093	0,25243	0,99	0,42710	0,61225	1,26045	0,55817	1,49	0,21660	0,28141	1,63696	0,97178

(Continúa)

TABLA A.9.4 *(Continuación)*

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
1,50	0,21381	0,27739	1,64672	0,98167
1,51	0,21105	0,27343	1,65659	0,99163
1,52	0,20834	0,26954	1,66656	0,00166
1,53	0,20566	0,26572	1,67662	1,01178
1,54	0,20302	0,26196	1,68679	1,02197
1,55	0,20042	0,25826	1,69706	1,03224
1,56	0,19786	0,25462	1,70744	1,04259
1,57	0,19533	0,25104	1,71791	1,05302
1,58	0,19284	0,24751	1,72850	1,06354
1,59	0,19038	0,24404	1,73919	1,07413
1,60	0,18795	0,24063	1,74998	1,08481
1,61	0,18557	0,23728	1,76088	1,09557
1,62	0,18321	0,23397	1,77189	1,10642
1,63	0,18089	0,23072	1,78301	1,11735
1,64	0,17859	0,22753	1,79424	1,12837
1,65	0,17633	0,22438	1,80558	1,13948
1,66	0,17411	0,22128	1,81703	1,15067
1,67	0,17191	0,21823	1,82859	1,16195
1,68	0,16974	0,21523	1,84027	1,17333
1,69	0,16760	0,21227	1,85206	1,18479
1,70	0,16550	0,20936	1,86396	1,19635
1,71	0,16342	0,20650	1,87599	1,20800
1,72	0,16137	0,20368	1,88813	1,21974
1,73	0,15934	0,20090	1,90038	1,23158
1,74	0,15735	0,19187	1,91276	1,24351
1,75	0,15538	0,19548	1,92525	1,25554
1,76	0,15344	0,19283	1,93787	1,26766
1,77	0,15152	0,19022	1,95061	1,27989
1,78	0,14963	0,18765	1,96347	1,29221
1,79	0,14777	0,18512	1,97645	1,30464
1,80	0,14593	0,18262	1,98956	1,31717
1,81	0,14412	0,18017	2,00279	1,32980
1,82	0,14233	0,17775	2,01616	1,34253
1,83	0,14056	0,17537	2,02965	1,35537
1,84	0,13882	0,17302	2,04326	1,36831
1,85	0,13710	0,17071	2,05701	1,38136
1,86	0,13541	0,16843	2,07089	1,39452
1,87	0,13373	0,16619	2,08490	1,40778
1,88	0,13208	0,16398	2,09905	1,42116
1,89	0,13045	0,16180	2,11333	1,43465
1,90	0,12885	0,15966	2,12774	1,44824
1,91	0,12726	0,15755	2,14229	1,46196
1,92	0,12569	0,15547	2,15698	1,47578
1,93	0,12415	0,15341	2,17181	1,48972
1,94	0,12263	0,15139	2,18677	1,50378
1,95	0,12112	0,14940	2,20188	1,51796
1,96	0,11964	0,14744	2,21713	1,53225
1,97	0,11817	0,14550	2,23253	1,54666
1,98	0,11673	0,14360	2,24807	1,56120
1,99	0,11530	0,14172	2,26375	1,57586

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
2,00	0,11389	0,13987	2,27959	1,59064
2,01	0,11250	0,13804	2,29557	1,60554
2,02	0,11113	0,13624	2,31170	1,62057
2,03	0,10978	0,13447	2,32798	1,63573
2,04	0,10844	0,13272	2,34441	1,65102
2,05	0,10712	0,13100	2,36100	1,66643
2,06	0,10582	0,12930	2,37774	1,68198
2,07	0,10454	0,12763	2,39464	1,69766
2,08	0,10327	0,12598	2,41169	1,71347
2,09	0,10202	0,12435	2,42891	1,72942
2,10	0,10078	0,12275	2,44628	1,74550
2,11	0,09956	0,12117	2,46382	1,76172
2,12	0,09836	0,11961	2,48152	1,77808
2,13	0,09717	0,11807	2,49938	1,79458
2,14	0,09600	0,11655	2,51741	1,81122
2,15	0,09484	0,11506	2,53561	1,82800
2,16	0,09370	0,11359	2,55397	1,84492
2,17	0,09257	0,11213	2,57250	1,86199
2,18	0,09145	0,11010	2,59121	1,87921
2,19	0,09035	0,10929	2,61009	1,89658
2,20	0,08927	0,10790	2,62914	1,82800
2,21	0,08820	0,10652	2,64837	1,93176
2,22	0,08714	0,10517	2,66778	1,94958
2,23	0,08609	0,10383	2,68736	1,96755
2,24	0,08506	0,10252	2,70713	1,98568
2,25	0,08404	0,10122	2,72708	2,00397
2,26	0,08304	0,09993	2,74721	2,02241
2,27	0,08204	0,09867	2,76753	2,04101
2,28	0,08106	0,09742	2,78803	2,05978
2,29	0,08010	0,09620	2,80872	2,07871
2,30	0,07914	0,09498	2,82961	2,09780
2,31	0,07820	0,09379	2,85068	2,11706
2,32	0,07726	0,09261	2,87195	2,13648
2,33	0,07634	0,09144	2,89341	2,15608
2,34	0,07544	0,09029	2,91507	2,17585
2,35	0,07454	0,08916	2,93693	2,19578
2,36	0,07365	0,08804	2,95899	2,21590
2,37	0,07278	0,08694	2,98125	2,23619
2,38	0,07191	0,08586	3,00371	2,25665
2,39	0,07106	0,08478	3,02638	2,27730
2,40	0,07022	0,08372	3,04926	2,29812
2,41	0,06939	0,08268	3,07234	2,31913
2,42	0,06856	0,08165	3,09564	2,34033
2,43	0,06775	0,08063	3,11915	2,36170
2,44	0,06695	0,07963	3,14287	2,38327
2,45	0,06616	0,07864	3,16682	2,40503
2,46	0,06538	0,07767	3,19098	2,42698
2,47	0,06461	0,07670	3,21536	2,44912
2,48	0,06384	0,07575	3,23996	2,47145
2,49	0,06309	0,07482	3,26479	2,49398

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
2,50	0,06235	0,07389	3,28984	2,51672
2,51	0,06161	0,07298	3,31512	2,35965
2,52	0,06089	0,07208	3,34063	2,56278
2,53	0,06017	0,07119	3,36638	2,58612
2,54	0,05946	0,07031	3,39236	2,60967
2,55	0,05877	0,06945	3,41857	2,63342
2,56	0,05808	0,06859	3,44503	2,65739
2,57	0,05739	0,06775	3,47172	2,68156
2,58	0,05672	0,06692	3,49866	2,70595
2,59	0,05606	0,06609	3,52584	2,73056
2,60	0,05540	0,06528	3,55327	2,75538
2,61	0,05475	0,06448	3,58095	2,78043
2,62	0,05411	0,06369	3,60888	2,80570
2,63	0,05348	0,06292	3,63706	2,83119
2,64	0,05285	0,06215	3,66550	2,85691
2,65	0,05223	0,06139	3,69420	2,88286
2,66	0,05162	0,06064	3,72316	2,90904
2,67	0,05102	0,05990	3,75238	2,93545
2,68	0,05042	0,05917	3,78187	2,96210
2,69	0,05984	0,05845	3,81163	2,98898
2,70	0,04926	0,05774	3,84165	3,01611
2,71	0,04868	0,05704	3,87195	3,04347
2,72	0,04811	0,05634	3,90252	3,07109
2,73	0,04755	0,05566	3,93337	3,09894
2,74	0,04700	0,05498	3,96450	3,12705
2,75	0,04645	0,05432	3,99591	3,15541
2,76	0,04592	0,05366	4,02761	3,18402
2,77	0,04538	0,05301	4,05959	3,21289
2,78	0,04485	0,05237	4,09187	3,24202
2,79	0,04433	0,05174	4,12444	3,27140
2,80	0,04382	0,05111	4,15730	3,30106
2,81	0,04331	0,05050	4,19046	3,33097
2,82	0,04281	0,04989	4,22392	3,36116
2,83	0,04231	0,04929	4,25768	3,39161
2,84	0,04182	0,04869	4,29175	3,42234
2,85	0,04134	0,04811	4,32613	3,45335
2,86	0,04086	0,04753	4,36082	3,48463
2,87	0,04039	0,04696	4,39582	3,51620
2,88	0,03992	0,04639	4,43114	3,54805
2,89	0,03946	0,04584	4,46678	3,58018
2,90	0,03901	0,04529	4,50275	3,61261
2,91	0,03856	0,04474	4,53904	3,64532
2,92	0,03811	0,04421	4,57566	3,67834
2,93	0,03767	0,04368	4,61261	3,71164
2,94	0,03724	0,04316	4,64989	3,74525
2,95	0,03681	0,04264	4,68751	3,77916
2,96	0,03638	0,04213	4,72547	3,81338
2,97	0,03597	0,04163	4,76378	3,84791
2,98	0,03555	0,04113	4,80243	3,88275
2,99	0,03514	0,04064	4,84144	3,91790

(Continúa)

TABLA A.9.4 *(Continuación)*

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
3,00	0,03474	0,04016	4,88079	3,95337	3,50	0,01960	0,02224	7,37820	6,20583	4,00	0,01116	0,01248	11,30192	0,75947
3,01	0,03434	0,03968	4,92050	3,98916	3,51	0,01938	0,02198	7,44054	6,26214	4,01	0,01104	0,01234	11,39996	9,84849
3,02	0,03395	0,03921	4,96058	4,02528	3,52	0,01916	0,02173	7,50345	6,31897	4,02	0,01091	0,01220	11,49889	9,93835
3,03	0,03356	0,03874	5,00101	4,06172	3,53	0,01894	0,02147	7,56692	6,37631	4,03	0,01079	0,01206	11,59873	10,02903
3,04	0,03317	0,03828	5,04181	4,09849	3,54	0,01873	0,02123	7,63098	6,43418	4,04	0,01067	0,01193	11,69948	10,12055
3,05	0,03279	0,03782	5,08298	4,13559	3,55	0,01852	0,02098	7,69561	6,49258	4,05	0,01055	0,01179	11,80114	10,21292
3,06	0,03241	0,03738	5,12453	4,17303	3,56	0,01831	0,02074	7,76083	6,55152	4,06	0,01044	0,01166	11,90374	10,30614
3,07	0,03204	0,03693	5,16644	4,21081	3,57	0,01810	0,02050	7,82664	6,61099	4,07	0,01032	0,01152	12,00727	10,40023
3,08	0,03168	0,03649	5,20874	4,24893	3,58	0,01790	0,02026	7,89305	6,67101	4,08	0,01021	0,01139	12,11175	10,49519
3,09	0,03131	0,03606	5,25142	4,28739	3,59	0,01770	0,02003	7,96006	6,73159	4,09	0,01009	0,01126	12,21718	10,59102
3,10	0,03095	0,03563	5,29449	4,32621	3,60	0,01750	0,01979	8,02768	6,79271	4,10	0,00998	0,01114	12,32357	10,68774
3,11	0,03060	0,03521	5,33795	4,36537	3,61	0,01730	0,01957	8,09592	6,85440	4,11	0,00987	0,01101	12,43093	10,78536
3,12	0,03025	0,03480	5,38180	4,40489	3,62	0,01711	0,01934	8,16477	6,91666	4,12	0,00976	0,01089	12,53928	10,88388
3,13	0,02990	0,03438	5,42605	4,44477	3,63	0,01692	0,01912	8,23425	6,97949	4,13	0,00965	0,01076	12,64862	10,98331
3,14	0,02956	0,03398	5,47070	4,48501	3,64	0,01673	0,01890	8,30437	7,04289	4,14	0,00954	0,01064	12,75895	11,08367
3,15	0,02922	0,03358	5,51575	4,52562	3,65	0,01654	0,01868	8,37511	7,10688	4,15	0,00944	0,01052	12,87029	11,18495
3,16	0,02889	0,03318	5,56121	4,56660	3,66	0,01635	0,01846	8,44651	7,17145	4,16	0,00933	0,01040	12,98265	11,28717
3,17	0,02856	0,03279	5,60708	4,60794	3,67	0,01617	0,01825	8,51855	7,23662	4,17	0,00923	0,01028	13,09604	11,39034
3,18	0,02824	0,03240	5,65337	4,64967	3,68	0,01599	0,01804	8,59124	7,30239	4,18	0,00913	0,01017	13,21046	11,49447
3,19	0,02791	0,03202	5,70008	4,69177	3,69	0,01581	0,01783	8,66460	7,36876	4,19	0,00903	0,01005	13,32593	11,59966
3,20	0,02759	0,03164	5,74721	4,73425	3,70	0,01563	0,01763	8,73862	7,43575	4,20	0,00893	0,00994	13,44246	11,70562
3,21	0,02728	0,03127	5,79476	4,77113	3,71	0,01546	0,01743	8,81331	7,50334	4,21	0,00883	0,00983	13,56005	11,81267
3,22	0,02697	0,03090	5,84275	4,82039	3,72	0,01528	0,01722	8,88869	7,57156	4,22	0,00873	0,00971	13,67871	11,92071
3,23	0,02666	0,03054	5,89117	4,86404	3,73	0,01511	0,01703	8,96475	7,64041	4,23	0,00863	0,00961	13,79846	12,02975
3,24	0,02636	0,03018	5,94003	4,90809	3,74	0,01494	0,01683	9,04150	7,70989	4,24	0,00854	0,00950	13,91931	12,13980
3,25	0,02606	0,02983	5,98934	4,95255	3,75	0,01477	0,01664	9,11895	7,78002	4,25	0,00844	0,00939	14,04126	12,25087
3,26	0,02576	0,02948	6,03909	4,99740	3,76	0,01461	0,01645	9,19710	7,85078	4,26	0,00835	0,00928	14,16433	12,36298
3,27	0,02547	0,02913	6,08929	5,04267	3,77	0,01445	0,01626	9,27596	7,92220	4,27	0,00826	0,00918	14,28853	12,47612
3,28	0,02518	0,02879	6,13994	5,08835	3,78	0,01428	0,01607	9,35555	7,99428	4,28	0,00817	0,00908	14,41386	12,59032
3,29	0,02489	0,02845	6,19105	5,13444	3,79	0,01412	0,01589	9,43585	8,06701	4,29	0,00808	0,00897	14,54034	12,70557
3,30	0,02461	0,02812	6,24263	5,18096	3,80	0,01397	0,01571	9,51689	8,14042	4,30	0,00799	0,00887	14,66797	12,82189
3,31	0,02433	0,02779	6,29467	5,22790	3,81	0,01381	0,01553	9,59866	8,21451	4,31	0,00790	0,00877	14,79678	12,93930
3,32	0,02405	0,02746	6,34719	5,27527	3,82	0,01366	0,01535	9,68118	8,28928	4,32	0,00781	0,00867	14,92676	13,05779
3,33	0,02378	0,02714	6,40018	5,32306	3,83	0,01350	0,01517	9,76445	8,36474	4,33	0,00773	0,00858	15,05794	13,17738
3,34	0,02351	0,02682	6,45365	5,37130	3,84	0,01335	0,01500	9,84848	8,44089	4,34	0,00764	0,00848	15,19031	13,29809
3,35	0,02325	0,02651	6,50761	5,41998	3,85	0,01320	0,01483	9,93327	8,51775	4,35	0,00756	0,00838	15,32390	13,41991
3,36	0,02298	0,02620	6,56205	5,46910	3,86	0,01306	0,01466	10,01883	8,59531	4,36	0,00747	0,00829	15,45872	13,54287
3,37	0,02272	0,02589	6,61699	5,51866	3,87	0,01291	0,01449	10,10518	8,67359	4,37	0,00739	0,00820	15,59476	13,66696
3,38	0,02246	0,02559	6,67243	5,56868	3,88	0,01277	0,01432	10,19231	8,75259	4,38	0,00731	0,00810	15,73206	13,79222
3,39	0,02221	0,02529	6,72837	5,61916	3,89	0,01262	0,01416	10,28023	8,83232	4,39	0,00723	0,00801	15,87061	13,91863
3,40	0,02196	0,02500	6,78481	5,67010	3,90	0,01248	0,01400	10,36896	8,91279	4,40	0,00715	0,00792	16,01044	14,04622
3,41	0,02171	0,02471	6,84177	5,72151	3,91	0,01234	0,01384	10,45849	8,99400	4,41	0,00707	0,00783	16,15154	14,17500
3,42	0,02146	0,02442	6,89924	5,77338	3,92	0,01221	0,01368	10,54884	9,07595	4,42	0,00699	0,00775	16,29394	14,30497
3,43	0,02122	0,02414	6,95724	5,82573	3,93	0,01207	0,01353	10,64001	9,15867	4,43	0,00692	0,00766	16,43764	14,43615
3,44	0,02098	0,02385	7,01576	5,87856	3,94	0,01194	0,01337	10,73202	9,24215	4,44	0,00684	0,00757	16,58267	14,56855
3,45	0,02074	0,02358	7,07481	5,93187	3,95	0,01180	0,01322	10,82486	9,32640	4,45	0,00676	0,00749	16,72902	14,70218
3,46	0,02051	0,02330	7,13440	5,98567	3,96	0,01167	0,01307	10,91855	9,41143	4,46	0,00669	0,00740	16,87671	14,83706
3,47	0,02028	0,02303	7,19453	6,03996	3,97	0,01154	0,01292	11,01309	0,49724	4,47	0,00662	0,00732	17,02576	14,97319
3,48	0,02005	0,02276	7,25520	6,09475	3,98	0,01141	0,01277	11,10849	9,58384	4,48	0,00654	0,00724	17,17618	15,11058
3,49	0,01982	0,02250	7,31642	6,15004	3,99	0,01129	0,01263	11,20477	9,67125	4,49	0,00647	0,00716	17,32798	15,24926

(Continúa)

TABLA A.9.4 *(Continuación)*

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
4,50	0,00640	0,00708	17,48117	15,38922	5,0	0,003691	0,004045	27,239872	24,335642
4,51	0,00633	0,00700	17,63577	15,53049	5,1	0,003308	0,003619	29,788855	26,680436
4,52	0,00626	0,00692	17,79179	15,67307	5,2	0,002966	0,003239	32,583593	29,254310
4,53	0,00619	0,00684	17,94924	15,81698	5,3	0,002659	0,002900	33,648105	32,079892
4,54	0,00612	0,00677	18,10813	15,96223	5,4	0,002885	0,002597	39,008788	35,182059
4,55	0,00606	0,00669	18,26848	16,10883	5,5	0,002139	0,002326	42,694645	38,588165
4,56	0,00599	0,00662	18,43031	16,25679	5,6	0,001918	0,002083	46,737551	42,328288
4,57	0,00592	0,00654	18,59362	16,40614	5,7	0,001721	0,001866	51,172536	46,435504
4,58	0,00586	0,00647	18,75844	16,55687	5,8	0,001544	0,001673	56,038097	50,946185
4,59	0,00579	0,00640	18,92477	16,70901	5,9	0,001386	0,001499	61,376550	55,900332
4,60	0,00573	0,00633	19,09262	16,86256	6,0	0,001244	0,001344	67,234407	61,341937
4,61	0,00567	0,00625	19,26202	17,01755	6,1	0,001117	0,001205	73,662794	67,319385
4,62	0,00561	0,00618	19,43298	17,17398	6,2	0,001003	0,001081	80,717913	73,885894
4,63	0,00554	0,00612	19,60551	17,33187	6,3	0,000900	0,000969	88,461553	81,100002
4,64	0,00548	0,00605	19,77962	17,49123	6,4	0,000908	0,000869	96,961640	89,026097
4,65	0,00542	0,00598	19,95534	17,65207	6,5	0,000726	0,000780	106,292858	97,735011
4,66	0,00536	0,00591	20,13267	17,81442	6,6	0,000652	0,000700	116,537324	107,304661
4,67	0,00530	0,00585	20,31163	17,97827	6,7	0,000586	0,000628	127,785330	117,820769
4,68	0,00525	0,00578	20,49224	18,14366	6,8	0,000526	0,000564	140,136160	129,377639
4,69	0,00519	0,00572	20,67451	18,31059	6,9	0,000473	0,000506	153,698996	142,079028
4,70	0,00513	0,00565	20,85846	18,47907	7,0	0,000425	0,000454	168,593909	156,039093
4,71	0,00508	0,00559	21,04410	18,64913	7,1	0,000382	0,000408	184,952944	171,383438
4,72	0,00502	0,00553	21,23144	18,82077	7,2	0,000343	0,000366	202,921330	188,250271
4,73	0,00497	0,00547	21,42052	18,99401	7,3	0,000308	0,000329	222,658800	206,791670
4,74	0,00491	0,00541	21,61133	19,16887	7,4	0,000277	0,000295	244,341043	227,174982
4,75	0,00486	0,00535	21,80390	19,34536	7,5	0,000249	0,000265	268,161312	249,584365
4,76	0,00480	0,00529	21,99824	19,52350	7,6	0,000224	0,000238	294,332184	274,222480
4,77	0,00475	0,00523	22,19437	19,70330	7,7	0,000201	0,000214	323,087508	301,312360
4,78	0,00470	0,00517	22,39231	19,88478	7,8	0,000181	0,000192	354,684536	331,099464
4,79	0,00465	0,00511	22,59208	20,06795	7,9	0,000163	0,000173	389,406283	363,853944
4,80	0,00460	0,00506	22,79368	20,25283	8,0	0,000146	0,000155	427,564116	399,873137
4,81	0,00455	0,00500	22,99714	20,43944	8,1	0,000132	0,000140	469,500607	439,484309
4,82	0,00450	0,00494	23,20247	20,62780	8,2	0,000118	0,000126	515,592677	483,047683
4,83	0,00445	0,00489	23,40970	20,81791	8,3	0,000107	0,000113	566,255056	530,959766
4,84	0,00440	0,00483	23,61884	21,00979	8,4	0,000096	0,000101	621,944087	583,657020
4,85	0,00435	0,00478	23,82990	21,20347	8,5	0,000086	0,000091	683,161927	641,619903
4,86	0,00430	0,00473	24,04291	21,39896	8,6	0,000078	0,000082	750,461160	705,377315
4,87	0,00426	0,00468	24,25789	21,59627	8,7	0,000070	0,000074	824,449884	775,511507
4,88	0,00421	0,00462	24,47484	21,79543	8,8	0,000063	0,000066	905,797315	852,663473
4,89	0,00416	0,00457	24,69380	21,99645	8,9	0,000057	0,000060	995,239948	937,538901
4,90	0,00412	0,00452	24,91478	22,19935	9,0	0,000051	0,000054	1093,588355	1030,914723
4,91	0,00407	0,00447	25,13779	22,40414	9,1	0,000046	0,000048	1201,734657	1133,646332
4,92	0,00403	0,00442	25,36287	22,61085	9,2	0,000041	0,000043	1320,660768	1246,675533
4,93	0,00399	0,00437	25,59002	22,81949	9,3	0,000037	0,000039	1451,447466	1371,039295
4,94	0,00394	0,00432	25,81926	23,03008	9,4	0,000033	0,000035	1595,284378	1507,879402
4,95	0,00390	0,00428	26,05063	23,24264	9,5	0,000030	0,000032	1753,480991	1658,453078
4,96	0,00386	0,00423	26,28412	23,45719	9,6	0,000027	0,000028	1927,478769	1824,144695
4,97	0,00381	0,00418	26,51978	23,67375	9,7	0,000024	0,000026	2118,864504	2006,478672
4,98	0,00377	0,00414	26,75761	23,89233	9,8	0,000022	0,000023	2329,385016	2207,133683
4,99	0,00373	0,00409	26,99763	24,11295	9,9	0,000020	0,000021	2560,963353	2427,958313
					10,0	0,000018	0,000019	2815,716629	2670,988304

Ejemplo: K_0 (2,74) = 0,04700

TABLA A.9.5 a *Tabla de la función de pozo* W (u)

u / k	$k\times10^{-15}$	$k\times10^{-14}$	$k\times10^{-13}$	$k\times10^{-12}$	$k\times10^{-11}$	$k\times10^{-10}$	$k\times10^{-9}$	$k\times10^{-8}$	$k\times10^{-7}$	$k\times10^{-6}$	$k\times10^{-5}$	$k\times10^{-4}$	$k\times10^{-3}$	$k\times10^{-2}$	$k\times10^{-1}$	k
1,0	33,9616	31,6590	29,3564	27,0538	24,7512	22,4486	20,1460	17,8435	15,5409	13,2383	10,9357	8,6332	6,3315	4,0379	1,8229	0,2194
1,1	33,8662	31,5637	29,2611	26,9585	24,6559	22,3533	20,0507	17,7482	15,4456	13,1430	10,8404	8,5379	6,2363	3,9436	1,7371	0,1860
1,2	33,7792	31,4767	29,1741	26,8715	24,5689	22,2663	19,9637	17,6611	15,3586	13,0560	10,7534	8,4509	6,1494	3,8576	1,6595	0,1584
1,3	33,6992	31,3966	29,0940	26,7914	24,4889	22,1863	19,8837	17,5811	15,2785	12,9759	10,6734	8,3709	6,0695	3,7785	1,5889	0,1355
1,4	33,6251	31,3225	29,0199	26,7173	24,4147	22,1122	19,8096	17,5070	15,2044	12,9018	10,5993	8,2968	5,9955	3,7054	1,5241	0,1162
1,5	33,5561	31,2535	28,9509	26,6483	24,3458	22,0432	19,7406	17,4380	15,1354	12,8328	10,5303	8,2278	5,9266	3,6374	1,4645	0,1000
1,6	33,4916	31,1890	28,8864	26,5838	24,2812	21,9786	19,6760	17,3735	15,0709	12,7683	10,4657	8,1634	5,8621	3,5739	1,4092	0,08631
1,7	33,4309	31,1283	28,8258	26,5232	24,2206	21,9180	19,6154	17,3128	15,0103	12,7077	10,4051	8,1027	5,8016	3,5143	1,3578	0,07465
1,8	33,3738	31,0712	28,7686	26,4660	24,1634	21,8608	19,5583	17,2557	14,9531	12,6505	10,3479	8,0455	5,7446	3,4581	1,3098	0,06471
1,9	33,3197	31,0171	28,7145	26,4119	24,1094	21,8068	19,5042	17,2016	14,8990	12,5964	10,2939	7,9915	5,6906	3,4050	1,2649	0,05620
2,0	33,2684	30,9658	28,6632	26,3607	24,0581	21,7555	19,4529	17,1503	14,8477	12,5451	10,2426	7,9402	5,6394	3,3547	1,2227	0,04890
2,1	33,2196	30,9170	28,6145	26,3119	24,0093	21,7067	19,4041	17,1015	14,7989	12,4964	10,1938	7,8914	5,5907	3,3069	1,1829	0,04261
2,2	33,1731	30,8705	28,5679	26,2653	23,9628	21,6602	19,3576	17,0550	14,7524	12,4498	10,1473	7,8449	5,5443	3,2614	1,1454	0,03719
2,3	33,1286	30,8261	28,5235	26,2209	23,9183	21,6157	19,3131	17,0106	14,7080	12,4054	10,1028	7,8004	5,4999	3,2179	1,1099	0,03250
2,4	33,0861	30,7835	28,4809	26,1783	23,8758	21,5732	19,2706	16,9680	14,6654	12,3628	10,0603	7,7579	5,4575	3,1763	1,0762	0,02844
2,5	33,0453	30,7427	28,4401	26,1375	23,8349	21,5323	19,2298	16,9272	14,6246	12,3220	10,0194	7,7172	5,4167	3,1365	1,0443	0,02491
2,6	33,0060	30,7035	28,4009	26,0983	23,7957	21,4931	19,1905	16,8880	14,5854	12,2828	9,9802	7,6779	5,3776	3,0983	1,0139	0,02185
2,7	32,9683	30,6657	28,3631	26,0606	23,7580	21,4554	19,1528	16,8502	14,5476	12,2450	9,9425	7,6401	5,3400	3,0615	0,9849	0,01918
2,8	32,9319	30,6294	28,3268	26,0242	23,7216	21,4190	19,1164	16,8138	14,5113	12,2087	9,9061	7,6038	5,3037	3,0261	0,9573	0,01686
2,9	32,8968	30,5943	28,2917	25,9891	23,6865	21,3839	19,0813	16,7788	14,4762	12,1736	9,8710	7,5687	5,2687	2,9920	0,9309	0,01482
3,0	32,8629	30,5604	28,2578	25,9552	23,6526	21,3500	19,0474	16,7449	14,4423	12,1397	9,8371	7,5348	5,2349	2,9591	0,9057	0,01305
3,1	32,8302	30,5276	28,2250	25,9224	23,6198	21,3172	19,0146	16,7121	14,4095	12,1069	9,8043	7,5020	5,2022	2,9273	0,8815	0,01149
3,2	32,7984	30,4958	28,1932	25,8907	23,5881	21,2855	18,9829	16,6803	14,3777	12,0751	9,7726	7,4703	5,1706	2,8965	0,8583	0,01013
3,3	32,7676	30,4651	28,1625	25,8599	23,5573	21,2547	18,9521	16,6495	14,3470	12,0444	9,7418	7,4395	5,1399	2,8668	0,8361	0,008939
3,4	32,7378	30,4352	28,1326	25,8300	23,5274	21,2249	18,9223	16,6197	14,3171	12,0145	9,7120	7,4097	5,1102	2,8379	0,8147	0,007891
3,5	32,7088	30,4062	28,1036	25,8010	23,4985	21,1959	18,8933	16,5907	14,2881	11,9855	9,6830	7,3807	5,0813	2,8099	0,7942	0,006970
3,6	32,6806	30,3780	28,0755	25,7729	23,4703	21,1677	18,8651	16,5625	14,2599	11,9574	9,6548	7,3526	5,0532	2,7827	0,7745	0,006160
3,7	32,6532	30,3506	28,0481	25,7455	23,4429	21,1403	18,8377	16,5351	14,2325	11,9300	9,6274	7,3252	5,0259	2,7563	0,7554	0,005448
3,8	32,6266	30,3240	28,0214	25,7188	23,4162	21,1136	18,8110	16,5085	14,2059	11,9033	9,6007	7,2985	4,9993	2,7306	0,7371	0,004820
3,9	32,6006	30,2980	27,9954	25,6928	23,3902	21,0877	18,7851	16,4825	14,1799	11,8773	9,5748	7,2725	4,9735	2,7056	0,7194	0,004267
4,0	32,5753	30,2727	27,9701	25,6675	23,3649	21,0623	18,7598	16,4572	14,1546	11,8520	9,5495	7,2472	4,9482	2,6813	0,7024	0,003779
4,1	32,5506	30,2480	27,9454	25,6428	23,3402	21,0376	18,7351	16,4325	14,1299	11,8273	9,5248	7,2225	4,9236	2,6576	0,6859	0,003349
4,2	32,5265	30,2239	27,9213	25,6187	23,3161	21,0136	18,7110	16,4084	14,1058	11,8032	9,5007	7,1985	4,8997	2,6344	0,6700	0,002969
4,3	32,5029	30,2004	27,8978	25,5952	23,2926	20,9900	18,6874	16,3848	14,0823	11,7797	9,4771	7,1749	4,8762	2,6119	0,6546	0,002633
4,4	32,4800	30,1774	27,8748	25,5722	23,2696	20,9670	18,6644	16,3619	14,0593	11,7567	9,4541	7,1520	4,8533	2,5899	0,6397	0,002336
4,5	32,4575	30,1549	27,8523	25,5497	23,2471	20,9446	18,6420	16,3394	14,0368	11,7342	9,4317	7,1295	4,8310	2,5684	0,6253	0,002073
4,6	32,4355	30,1329	27,8303	25,5277	23,2252	20,9226	18,6200	16,3174	14,0148	11,7122	9,4097	7,1075	4,8091	2,5474	0,6114	0,001841
4,7	32,4140	30,1114	27,8088	25,5062	23,2037	20,9011	18,5985	16,2959	13,9933	11,6907	9,3882	7,0860	4,7877	2,5268	0,5979	0,001635
4,8	32,3929	30,0904	27,7878	25,4852	23,1826	20,8800	18,5774	16,2748	13,9723	11,6697	9,3671	7,0650	4,7667	2,5068	0,5848	0,001435
4,9	32,3723	30,0697	27,7672	25,4646	23,1620	20,8594	18,5568	16,2542	13,9516	11,6491	9,3465	7,0444	4,7462	2,4871	0,5721	0,001291
5,0	32,3521	30,0495	27,7470	25,4444	23,1418	20,8392	18,5366	16,2340	13,9314	11,6289	9,3263	7,0242	4,7261	2,4679	0,5598	0,001148
5,1	32,3323	30,0297	27,7271	25,4246	23,1220	20,8194	18,5168	16,2142	13,9116	11,6091	9,3065	7,0044	4,7064	2,4491	0,5478	0,001021
5,2	32,3129	30,0103	27,7077	25,4051	23,1026	20,8000	18,4974	16,1948	13,8922	11,5896	9,2871	6,9850	4,6871	2,4306	0,5362	0,0009086
5,3	32,2939	29,9913	27,6887	25,3861	23,0835	20,7809	18,4783	16,1758	13,8732	11,5706	9,2681	6,9659	4,6681	2,4126	0,5250	0,0008086
5,4	32,2752	29,9726	27,6700	25,3674	23,0648	20,7622	18,4596	16,1571	13,8545	11,5519	9,2494	6,9473	4,6495	2,3948	0,5140	0,0007198

(Continúa)

TABLA A.9.5 *(Continuación)*

k \ u	k×10⁻¹⁵	k×10⁻¹⁴	k×10⁻¹³	k×10⁻¹²	k×10⁻¹¹	k×10⁻¹⁰	k×10⁻⁹	k×10⁻⁸	k×10⁻⁷	k×10⁻⁶	k×10⁻⁵	k×10⁻⁴	k×10⁻³	k×10⁻²	k×10⁻¹	k
5,5	32,2568	29,9542	27,6516	25,3491	23,0465	20,7439	18,4413	16,1387	13,8361	11,5336	9,2310	6,9289	4,6313	2,3775	0,5034	0,0006409
5,6	32,2388	29,9362	27,6336	25,3310	23,0285	20,7259	18,4233	16,1207	13,8181	11,5155	9,2130	6,9109	4,6134	2,3604	0,4930	0,0005708
5,7	32,2211	29,9185	27,6159	25,3133	23,0108	20,7082	18,4056	16,1030	13,8004	11,4978	9,1953	6,8932	4,5958	2,3437	0,4830	0,0005085
5,8	32,2037	29,9011	27,5985	25,2959	22,9934	20,6908	18,3882	16,0856	13,7830	11,4804	9,1779	6,8758	4,5785	2,3273	0,4732	0,0004532
5,9	32,1866	29,8840	27,5814	25,2789	22,9763	20,6737	18,3711	16,0685	13,7659	11,4633	9,1608	6,8588	4,5615	2,3111	0,4637	0,0004039
6,0	32,1698	29,8672	27,5646	25,2620	22,9595	20,6569	18,3543	16,0517	13,7491	11,4465	9,1440	6,8420	4,5448	2,2953	0,4544	0,0003601
6,1	32,1533	29,8507	27,5481	25,2455	22,9429	20,6403	18,3378	16,0352	13,7326	11,4300	9,1275	6,8254	4,5283	2,2797	0,4454	0,0003211
6,2	32,1370	29,8344	27,5318	25,2293	22,9267	20,6241	18,3215	16,0189	13,7163	11,4138	9,1112	6,8092	4,5122	2,2645	0,4366	0,0002864
6,3	32,1210	29,8184	27,5158	25,2133	22,9107	20,6081	18,3055	16,0029	13,7003	11,3978	9,0952	6,7932	4,4963	2,2494	0,4280	0,0002555
6,4	32,1053	29,8027	27,5001	25,1975	22,8949	20,5923	18,2898	15,9872	13,6846	11,3820	9,0795	6,7775	4,4806	2,2346	0,4197	0,0002279
6,5	32,0898	29,7872	27,4846	25,1820	22,8794	20,5768	18,2742	15,9717	13,6691	11,3665	9,0640	6,7620	4,4652	2,2201	0,4115	0,0002034
6,6	32,0745	29,7719	27,4693	25,1667	22,8641	20,5616	18,2590	15,9564	13,6538	11,3512	9,0487	6,7467	4,4501	2,2058	0,4036	0,0001816
6,7	32,0595	29,7569	27,4543	25,1517	22,8491	20,5465	18,2439	15,9414	13,6388	11,3362	9,0337	6,7317	4,4351	2,1917	0,3959	0,0001621
6,8	32,0446	29,7421	27,4395	25,1369	22,8343	20,5317	18,2291	15,9265	13,6240	11,3214	9,0189	6,7169	4,4204	2,1779	0,3883	0,0001448
6,9	32,0300	29,7275	27,4249	25,1223	22,8197	20,5171	18,2145	15,9119	13,6094	11,3068	9,0043	6,7023	4,4059	2,1643	0,3810	0,0001293
7,0	32,0156	29,7131	27,4105	25,1079	22,8053	20,5027	18,2001	15,8976	13,5950	11,2924	8,9899	6,6879	4,3916	2,1508	0,3738	0,0001155
7,1	32,0015	29,6989	27,3963	25,0937	22,7911	20,4885	18,1860	15,8834	13,5808	11,2782	8,9757	6,6737	4,3775	2,1376	0,3668	0,0001032
7,2	31,9875	29,6849	27,3823	25,0797	22,7771	20,4746	18,1720	15,8694	13,5668	11,2642	8,9617	6,6598	4,3636	2,1246	0,3599	0,00009219
7,3	31,9737	29,6711	27,3685	25,0659	22,7633	20,4608	18,1582	15,8556	13,5530	11,2504	8,9479	6,6460	4,3500	2,1118	0,3532	0,00008239
7,4	31,9601	29,6575	27,3549	25,0523	22,7497	20,4472	18,1446	15,8420	13,5394	11,2368	8,9343	6,6324	4,3364	2,0991	0,3467	0,00007364
7,5	31,9467	29,6441	27,3415	25,0389	22,7363	20,4337	18,1311	15,8286	13,5260	11,2234	8,9209	6,6190	4,3231	2,0867	0,3403	0,00006583
7,6	31,9334	29,6308	27,3282	25,0257	22,7231	20,4205	18,1179	15,8153	13,5127	11,2102	8,9076	6,6057	4,3100	2,0744	0,3341	0,00005886
7,7	31,9203	29,6178	27,3152	25,0126	22,7100	20,4074	18,1048	15,8022	13,4997	11,1971	8,8946	6,5927	4,2970	2,0623	0,3280	0,00005263
7,8	31,9074	29,6048	27,3023	24,9997	22,6971	20,3945	18,0919	15,7893	13,4808	11,1842	8,8817	6,5798	4,2842	2,0503	0,3221	0,00004707
7,9	31,8947	29,5921	27,2895	24,9869	22,6844	20,3818	18,0792	15,7766	13,4740	11,1714	8,8689	6,5671	4,2716	2,0386	0,3163	0,00004210
8,0	31,8821	29,5795	27,2769	24,9744	22,6718	20,3692	18,0666	15,7640	13,4614	11,1589	8,8563	6,5545	4,2591	2,0269	0,3106	0,00003767
8,1	31,8697	29,5671	27,2645	24,9619	22,6594	20,3568	18,0542	15,7516	13,4490	11,1464	8,8439	6,5421	4,2468	2,0155	0,3050	0,00003370
8,2	31,8574	29,5548	27,2523	24,9497	22,6471	20,3445	18,0419	15,7393	13,4367	11,1342	8,8317	6,5298	4,2346	2,0042	0,2996	0,00003015
8,3	31,8453	29,5427	27,2401	24,9375	22,6350	20,3324	18,0298	15,7272	13,4246	11,1220	8,8195	6,5177	4,2226	1,9930	0,2943	0,00002699
8,4	31,8333	29,5307	27,2282	24,9256	22,6230	20,3204	18,0178	15,7152	13,4126	11,1101	8,8076	6,5057	4,2107	1,9820	0,2891	0,00002415
8,5	31,8215	29,5189	27,2163	24,9137	22,6112	20,3086	18,0060	15,7034	13,4008	11,0982	8,7957	6,4939	4,1990	1,9711	0,2840	0,00002162
8,6	31,8098	29,5072	27,2046	24,9020	22,5995	20,2969	17,9943	15,6917	13,3891	11,0865	8,7840	6,4822	4,1874	1,9604	0,2790	0,00001936
8,7	31,7982	29,4957	27,1931	24,8905	22,5879	20,2853	17,9827	15,6801	13,3776	11,0750	8,7725	6,4707	4,1759	1,9498	0,2742	0,00001733
8,8	31,7868	29,4842	27,1816	24,8790	22,5765	20,2739	17,9713	15,6687	13,3661	11,0635	8,7610	6,4592	4,1646	1,9393	0,2694	0,00001552
8,9	31,7755	29,4729	27,1703	24,8678	22,5652	20,2626	17,9600	15,6574	13,3548	11,0523	8,7497	6,4480	4,1534	1,9290	0,2647	0,00001390
9,0	31,7643	29,4618	27,1592	24,8566	22,5540	20,2514	17,9488	15,6462	13,3437	11,0411	8,7386	6,4368	4,1423	1,9187	0,2602	0,00001245
9,1	31,7533	29,4507	27,1481	24,8455	22,5429	20,2404	17,9378	15,6352	13,3326	11,0300	8,7275	6,4258	4,1313	1,9087	0,2557	0,00001115
9,2	31,7424	29,4398	27,1372	24,8346	22,5320	20,2294	17,9268	15,6243	13,3217	11,0191	8,7166	6,4148	4,1205	1,8987	0,2513	0,000009988
9,3	31,7315	29,4290	27,1264	24,8238	22,5212	20,2186	17,9160	15,6135	13,3109	11,0083	8,7058	6,4040	4,1098	1,8888	0,2470	0,000008948
9,4	31,7208	29,4183	27,1157	24,8131	22,5105	20,2079	17,9053	15,6028	13,3002	10,9976	8,6951	6,3934	4,0992	1,8791	0,2429	0,000008018
9,5	31,7103	29,4077	27,1051	24,8025	22,4999	20,1973	17,8948	15,5922	13,2896	10,9870	8,6845	6,3828	4,0887	1,8695	0,2387	0,000007185
9,6	31,6998	29,3972	27,0946	24,7920	22,4895	20,1869	17,8843	15,5817	13,2791	10,9765	8,6740	6,3723	4,9784	1,8599	0,2347	0,000006439
9,7	31,6894	29,3868	27,0843	24,7817	22,4791	20,1765	17,8739	15,5713	13,2688	10,9662	8,6637	6,3620	4,0681	1,8505	0,2308	0,000005771
9,8	31,6792	29,3766	27,0740	24,7714	22,4688	20,1663	17,8637	15,5611	13,2585	10,9559	8,6534	6,3517	4,0579	1,8412	0,2269	0,000005173
9,9	31,6690	29,3664	27,0639	24,7613	22,4587	20,1561	17,8535	15,5509	13,2483	10,9458	8,6433	6,3416	4,0479	1,8320	0,2231	0,000004637

Manejo: Poner $u = k \cdot 10^{-n}$. Buscar el valor de $W(u)$ en la intersección de la fila k con la columna 10^{-n}.

Ejemplo: $W(2{,}2 \cdot 10^{-4}) = 7{,}8449$

(Continúa)

TABLA A.9.6 *Tabla de las funciones* e^x, $K_o(x)$, $e^xK_o(x)$, $W(x)$ *y* $e^xW(x)$

x	e^x	$e^xK_o(x)$	$K_o(x)$	W(x)	$e^xW(x)$	x	e^x	$K_o(x)$	$e^xK_o(x)$	W(x)	$e^xW(x)$
0,010	1,0101	4,7212	4,7687	4,0379	4,0787	0,060	1,0618	2,9329	3,1142	2,2953	2,4371
0,011	1,0111	4,6260	4,6771	3,9436	3,9874	0,061	1,0629	2,9165	3,0999	2,2797	2,4230
0,012	1,0121	4,5390	4,5938	3,8576	3,9044	0,062	1,0640	2,9003	3,0858	2,2645	2,4092
0,013	1,0131	4,4590	4,5173	3,7785	3,8282	0,063	1,0650	2,8844	3,0719	2,2494	2,3956
0,014	1,0141	4,3849	4,4467	3,7054	3,7578	0,064	1,0661	2,8688	3,0584	2,2346	2,3822
0,015	1,0151	4,3159	4,3812	3,6374	3,6925	0,065	1,0672	2,8534	3,0450	2,2201	2,3691
0,016	1,0161	4,2514	4,3200	3,5739	3,6317	0,066	1,0682	2,8382	3,0319	2,2058	2,3562
0,017	1,0171	4,1908	4,2627	3,5143	3,5746	0,067	1,0693	2,8233	3,0189	2,1917	2,3434
0,018	1,0182	4,1337	4,2088	3,4581	3,5209	0,068	1,0704	2,8086	3,0062	2,1779	2,3310
0,019	1,0192	4,0797	4,1580	3,4050	3,4705	0,069	1,0714	2,7941	2,9937	2,1643	2,3188
0,020	1,0202	4,0285	4,1098	3,3547	3,4225	0,070	1,0725	8,7798	2,9814	2,1508	2,3067
0,021	1,0212	3,9797	4,0642	3,3069	3,3771	0,071	1,0736	2,7657	2,9693	2,1376	2,2949
0,022	1,0222	3,9332	4,0207	3,2614	3,3340	0,072	1,0747	2,7519	2,9573	2,1246	2,2832
0,023	1,0233	3,8888	3,9793	3,2179	3,2927	0,073	1,0757	2,7382	2,9455	2,1118	2,2717
0,024	1,0243	3,8463	3,9398	3,1763	3,2535	0,074	1,0768	2,7247	2,9340	2,0991	2,2603
0,025	1,0253	3,8056	3,9019	3,1365	3,2159	0,075	1,0779	2,7114	2,9226	2,0867	2,2492
0,026	1,0263	3,7664	3,8656	3,0983	3,1799	0,076	1,0790	2,6983	2,9113	2,0744	2,2381
0,027	1,0274	3,7287	3,8307	3,0615	3,1452	0,077	1,0800	2,6853	2,9002	2,0623	2,2273
0,028	1,0284	3,6924	3,7972	3,0261	3,1119	0,078	1,0811	2,6726	2,8894	2,0503	2,2165
0,029	1,0294	3,6574	3,7650	2,9920	3,0800	0,079	1,0822	2,6599	2,8786	2,0386	2,2062
0,030	1,0305	3,6235	3,7339	2,9591	3,0494	0,080	1,0833	2,6475	2,8680	2,0269	2,1957
0,031	1,0315	3,5908	3,7039	2,9273	3,0196	0,081	1,0844	2,6352	2,8575	2,0155	2,1856
0,032	1,0325	3,5591	3,6749	2,8965	2,9908	0,082	1,0855	2,6231	2,8472	2,0042	2,1754
0,033	1,0336	3,5284	3,6468	2,8668	2,9631	0,083	1,0865	2,6111	2,8370	1,9930	2,1655
0,034	1,0346	3,4986	3,6196	2,8379	2,9362	0,084	1,0876	2,5992	2,8270	1,9820	2,1557
0,035	1,0356	3,4697	3,5933	2,8099	2,9101	0,085	1,0887	2,5875	2,8171	1,9711	2,1460
0,036	1,0367	3,4416	3,5678	2,7827	2,8848	0,086	1,0898	2,5759	2,8073	1,9604	2,1364
0,037	1,0377	3,4143	3,5430	2,7563	2,8603	0,087	1,0909	2,5645	2,7976	1,9498	2,1270
0,038	1,0387	3,3877	3,5189	2,7306	2,8364	0,088	1,0920	2,5532	2,7881	1,9393	2,1176
0,039	1,0398	3,3618	3,4955	2,7056	2,8133	0,089	1,0931	2,5421	2,7787	1,9290	2,1086
0,040	1,0408	3,3365	3,4727	2,6813	2,7907	0,090	1,0942	2,5310	2,7694	1,9187	2,0994
0,041	1,0419	3,3119	3,4505	2,6576	2,7688	0,091	1,0953	2,5201	2,7602	1,9087	2,0906
0,042	1,0429	3,2879	3,4289	2,6344	2,7474	0,092	1,0964	2,5093	2,7511	1,8987	2,0818
0,043	1,0439	3,2645	3,4079	2,6119	2,7267	0,093	1,0975	2,4986	2,7421	1,8888	2,0729
0,044	1,0450	3,2415	3,3874	2,5899	2,7064	0,094	1,0986	2,4881	2,7333	1,8791	2,0643
0,045	1,0460	3,2192	3,3673	2,5684	2,6866	0,095	1,0997	2,4776	2,7246	1,8695	2,0558
0,046	1,0471	3,1973	3,3478	2,5474	2,6672	0,096	1,1008	2,4673	2,7159	1,8599	2,0473
0,047	1,0481	3,1758	3,3287	2,5268	2,6483	0,097	1,1019	2,4571	2,7074	1,8505	2,0390
0,048	1,0492	3,1549	3,3100	2,5068	2,6300	0,098	1,1030	2,4470	2,6989	1,8412	2,0307
0,049	1,0502	3,1343	3,2918	2,4871	2,6120	0,099	1,1041	2,4370	2,6906	1,8320	2,0227
0,050	1,0513	3,1142	3,2739	2,4679	2,5945	0,100	1,1052	2,4271	2,6823	1,8229	2,0147
0,051	1,0523	3,0945	3,2564	2,4491	2,5773	0,110	1,1163	2,3333	2,6046	1,7371	1,9391
0,052	1,0534	3,0752	3,2393	2,4306	2,5604	0,120	1,1275	2,2479	2,4345	1,6595	1,8711
0,053	1,5044	3,0562	3,2226	2,4126	2,5440	0,130	1,1388	2,1695	2,4707	1,5889	1,8094
0,054	1,0555	3,0376	3,2062	2,3948	2,5278	0,140	1,1503	2,0972	2,4123	1,5241	1,7532
0,055	1,0565	3,0194	3,1901	2,3775	2,5120	0,150	1,1618	2,0300	2,3585	1,4645	1,7015
0,056	1,0576	3,0015	3,1744	2,3604	2,4964	0,160	1,1735	1,9674	2,3088	1,4092	1,6537
0,057	1,0587	2,9839	3,1589	2,3437	2,4811	0,170	1,1853	1,9088	2,2625	1,3578	1,6094
0,058	1,0597	2,9666	3,1437	2,3273	2,4663	0,180	1,1972	1,8537	2,2193	1,3098	1,5681
0,059	1,0608	2,9496	3,1288	2,3111	2,4516	0,190	1,2093	1,8018	2,1788	1,2649	1,5295

(Continúa)

TABLA A.9.6 *(Continuación)*

x	e^x	$K_o(x)$	$e^x K_o(x)$	W(x)	$e^x W(x)$	x	e^x	$K_o(x)$	$e^x K_o(x)$	W(x)	$e^x W(x)$
0,200	1,2214	1,7527	2,1408	1,2227	1,4934	0,700	2,0138	0,6605	1,3301	0,3738	0,7528
0,210	1,2337	1,7062	2,1049	1,1829	1,4593	0,710	2,0340	0,6501	1,3223	0,3668	0,7461
0,220	1,2461	1,6620	2,0710	1,1454	1,4273	0,720	2,0544	0,6399	1,3147	0,3599	0,7394
0,230	1,2586	1,6199	2,0389	1,1099	1,3969	0,730	2,0751	0,6300	1,3072	0,3532	0,7329
0,240	1,2713	1,5798	2,0084	1,0762	1,3681	0,740	2,0959	0,6202	1,2998	0,3467	0,7266
0,250	1,2840	1,5415	1,9793	1,0443	1,3409	0,750	2,1170	0,6106	1,2926	0,3403	0,7204
0,260	1,2969	1,5048	1,9517	1,0139	1,3149	0,760	2,1383	0,6012	1,2855	0,3341	0,7144
0,270	1,3100	1,4697	1,9253	0,9849	1,2902	0,770	2,1598	0,5920	1,2785	0,3280	0,7084
0,280	1,3231	1,4360	1,9000	0,9573	1,2666	0,780	2,1815	0,5829	1,2716	0,3221	0,7027
0,290	1,3364	1,4036	1,8758	0,9309	1,2441	0,790	2,2034	0,5740	1,2649	0,3163	0,6969
0,300	1,3499	1,3725	1,8526	0,9057	1,2226	0,800	2,2255	0,5653	1,2582	0,3106	0,6912
0,310	1,3634	1,3425	1,8304	0,8815	1,2018	0,810	2,2479	0,5568	1,2517	0,3050	0,6856
0,320	1,3771	1,3136	1,8089	0,8583	1,1820	0,820	2,2705	0,5484	1,2452	0,2996	0,6802
0,330	1,3910	1,2857	1,7883	0,8361	1,1630	0,830	2,2933	0,5402	1,2389	0,2943	0,6749
0,340	1,4050	1,2587	1,7685	0,8147	1,1446	0,840	2,3164	0,5321	1,2326	0,2891	0,6697
0,350	1,4191	1,2327	1,7493	0,7942	1,1270	0,850	2,3397	0,5242	1,2265	0,2840	0,6644
0,360	1,4333	1,2075	1,7308	0,7745	1,1101	0,860	2,3632	0,5165	1,2205	0,2790	0,6593
0,370	1,4477	1,1832	1,7129	0,7554	1,0936	0,870	2,3869	0,5088	1,2145	0,2742	0,6545
0,380	1,4623	1,1596	1,6956	0,7371	1,0779	0,880	2,4109	0,5013	1,2086	0,2694	0,6495
0,390	1,4770	1,1367	1,6789	0,7194	1,0626	0,890	2,4351	0,4940	1,2029	0,2647	0,6446
0,400	1,4918	1,1145	1,6627	0,7024	1,0478	0,900	2,4596	0,4867	1,1972	0,2602	0,6400
0,410	1,5068	1,0930	1,6470	0,6859	1,0335	0,910	2,4843	0,4796	1,1916	0,2557	0,6352
0,420	1,5220	1,0721	1,6317	0,6700	1,0197	0,920	2,5093	0,4727	1,1860	0,2513	0,6306
0,430	1,5373	1,0518	1,6169	0,6546	1,0063	0,930	2,5345	0,4658	1,1806	0,2470	0,6260
0,440	1,5527	1,0321	1,6025	0,6397	0,9933	0,940	2,5600	0,4591	1,1752	0,2429	0,6218
0,450	1,5683	1,0129	1,5886	0,6253	0,9807	0,950	2,5857	0,4524	1,1699	0,2387	0,6172
0,460	1,5841	0,9943	1,5750	0,6114	0,9685	0,960	2,6117	0,4459	1,1647	0,2347	0,6130
0,470	1,6000	0,9761	1,5671	0,5979	0,9566	0,970	2,6379	0,4396	1,1595	0,2308	0,6088
0,480	1,6161	0,9584	1,5489	0,5848	0,9451	0,980	2,6645	0,4333	1,1544	2,2269	0,6046
0,490	1,6323	0,9412	1,5363	0,5721	0,9338	0,990	2,6912	0,4271	1,1494	0,2231	0,6004
0,500	1,6487	0,9244	1,5241	0,5598	0,9229	1,000	2,7183	0,4210	1,1445	0,2194	0,5964
0,510	1,6653	0,9081	1,5122	0,5478	0,9123	1,100	3,0042	0,3656	1,0983	0,1860	0,5588
0,520	1,6820	0,8921	1,5006	0,5362	0,9019	1,200	3,3201	0,3185	1,0575	0,1584	0,5259
0,530	1,6989	0,8766	1,4892	0,5250	0,8919	1,300	3,6693	0,2782	1,0210	0,1355	0,4972
0,540	1,7160	0,8614	1,4781	0,5140	0,8820	1,400	4,0552	0,2437	0,9881	0,1162	0,4712
0,550	1,7333	0,8466	1,4673	0,5034	0,8725	1,500	4,4817	0,2138	0,9582	0,1000	0,4482
0,560	1,7507	0,8321	1,4567	0,4930	0,8631	1,600	4,9530	0,1880	0,9309	0,0863	0,4275
0,570	1,7683	0,8180	1,4664	0,4830	0,8541	1,700	5,4739	0,1655	0,9059	0,0747	0,4086
0,580	1,7860	0,8042	1,4363	0,4732	0,8451	1,800	6,0496	0,1459	0,8828	0,0647	0,3915
0,590	1,8040	0,7907	1,4264	0,4637	0,8365	1,900	6,6859	0,1288	0,8614	0,0562	0,3758
0,600	1,8221	0,7775	1,4167	0,4544	0,8280	2,000	7,3891	0,1139	0,8416	0,0489	0,3613
0,610	1,8404	0,7646	1,4073	0,4454	0,8179	2,100	8,1662	0,1008	0,8230	0,0426	0,3480
0,620	1,8589	0,7520	1,3980	0,4366	0,8116	2,200	9,0250	0,0893	0,8057	0,0372	0,3356
0,630	1,8776	0,7397	1,3889	0,4280	0,8036	2,300	9,9742	0,0791	0,7894	0,0325	0,3242
0,640	1,8965	0,7277	1,3800	0,4197	0,7960	2,400	11,0232	0,0702	0,7740	0,0284	0,3135
0,650	1,9155	0,7159	1,3713	0,4115	0,7882	2,500	12,1825	0,0623	0,7596	0,0249	0,3035
0,660	1,9348	0,7043	1,3627	0,4036	0,7809	2,600	13,4637	0,0554	0,7459	0,0219	0,2942
0,670	1,9542	0,6930	1,3543	0,3959	0,7737	2,700	14,8797	0,0493	0,7329	0,0192	0,2854
0,680	1,9739	0,6820	1,3461	0,3883	0,7665	2,800	16,4446	0,0438	0,7206	0,0169	0,2773
0,690	1,9937	0,6711	1,3380	0,3810	0,7596	2,900	18,1742	0,0390	0,7089	0,0148	0,2693

(Continúa)

TABLA A.9.6 *(Continuación)*

x	e^x	$K_o(x)$	$e^xK_o(x)$	W (x)	$e^xW(x)$
3,000	20,0855	0,0347	0,6978	0,0131	0,2621
3,100	22,1980	0,0310	0,6871	0,0115	0,2551
3,200	24,5325	0,0276	0,6770	0,0101	0,2485
3,300	27,1126	0,0246	0,6673	0,0089	0,2424
3,400	29,9641	0,0220	0,6580	0,0079	0,2365
3,500	33,1155	0,0196	0,6490	0,0070	0,2308
3,600	36,5982	0,0175	0,6405	0,0062	0,2254
3,700	40,4473	0,0156	0,6322	0,0055	0,2204
3,800	44,7012	0,0140	0,6243	0,0048	0,2155
3,900	49,4025	0,0125	0,6166	0,0043	0,2108
4,000	54,5982	0,0112	0,6093	0,0038	0,2063
4,100	60,3403	0,0100	0,6022	0,0033	0,2021
4,200	66,6863	0,0089	0,5953	0,0030	0,1980
4,300	73,6998	0,0080	0,5887	0,0026	0,1941
4,400	81,4509	0,0071	0,5823	0,0023	0,1903
4,500	90,0171	0,0064	0,5761	0,0021	0,1866
4,600	99,4843	0,0057	0,5701	0,0018	0,1832
4,700	109,9472	0,0051	0,5643	0,0016	0,1798
4,800	121,5104	0,0046	0,5586	0,0014	0,1766
4,900	134,2898	0,0041	0,5531	0,0013	0,1734
5,000	148,4132	0,0037	0,5478	0,0011	0,1704

TABLA A.9.7 *Tablas de función de pozo en acuífero semiconfinado,* W (u, β)

u \ r/B	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01
0	∞	14,0474	12,6611	11,8502	11,2748	10,8286	10,4640	10,1557	9,8887	9,6532	9,4425
0,000001	13,2383	13,0031	12,4417	11,8153	11,2711	10,8283	10,4640	10,1557	9,8887		
0,000002	12,5451	12,4240	12,1013	11,6716	11,2259	10,8174	10,4619	10,1554	9,8886	9,6532	
0,000003	12,1397	12,0581	11,8322	11,5098	11,1462	10,7849	10,4509	10,1523	9,8879	9,6530	9,4425
0,000004	11,8520	11,7905	11,6168	11,3597	11,0555	10,7374	10,4291	10,1436	9,8849	9,6521	9,4422
0,000005	11,6289	11,5795	11,4384	11,2248	10,9642	10,6822	10,3993	10,1290	9,8786	9,6496	9,4413
0,000006	11,4465	11,4503	11,2866	11,1040	10,8764	10,6240	10,3640	10,1094	9,8686	9,6450	9,4394
0,000007	11,2924	11,2570	11,1545	10,9951	10,7933	10,5652	10,3255	10,0862	9,8555	9,6382	9,4361
0,000008	11,1589	11,1279	11,0377	10,8962	10,7151	10,5072	10,2854	10,0602	9,8398	9,6292	9,4313
0,000009	11,0411	11,0135	10,8059	10,8059	10,6416	10,4508	10,2446	10,0324	9,8219	9,6182	9,4251
0,00001	10,9357	10,9109	10,8382	10,7228	10,5725	10,3963	10,2038	10,0034	9,8024	9,6059	9,4176
0,00002	10,2426	10,2301	10,1932	10,1332	10,0522	9,9530	9,8386	9,7126	9,5781	9,4383	9,2961
0,00003	9,8371	9,8288	9,8041	9,7635	9,7081	9,6392	9,5583	9,4671	9,3674	9,2611	9,1499
0,00004	9,5495	9,5432	9,5246	9,4940	9,4520	9,3992	9,3366	9,2653	9,1863	9,1009	9,0102
0,00005	9,3263	9,3213	9,3064	9,2818	9,2480	9,2052	9,1542	9,0957	9,0304	8,9591	8,8827
0,00006	9,1440	9,1398	9,1274	9,1069	9,0785	9,0426	8,9996	8,9500	8,8943	8,8332	8,7673
0,00007	8,9899	8,9863	8,9756	8,9580	8,9336	8,9027	8,8654	8,8224	8,7739	8,7204	8,6625
0,00008	8,8563	8,8532	8,8439	8,8284	8,8070	8,7798	8,7470	8,7090	8,6661	8,6186	8,5669
0,00009	8,7386	8,7358	8,7275	8,7138	8,6947	8,6703	8,6411	8,6071	8,5686	8,5258	8,4792
0,0001	8,6332	8,6308	8,6233	8,6109	8,5938	8,5717	8,5453	8,5145	8,4796	8,4407	8,3983
0,0002	7,9402	7,9390	7,9352	7,9290	7,9203	7,9092	7,8958	7,8800	7,8619	7,8416	7,8192
0,0003	7,5348	7,5340	7,5315	7,5274	7,5216	7,5141	7,5051	7,4945	7,4823	7,4686	7,4534
0,0004	7,2472	7,2466	7,2447	7,2416	7,2373	7,2317	7,2249	7,2169	7,2078	7,1974	1,1859
0,0005	7,0242	7,0237	7,0222	7,0197	7,0163	7,0118	7,0063	6,9999	6,9926	6,9843	6,9750
0,0006	6,8420	6,8416	6,8403	6,8383	6,8353	6,8316	6,8271	6,8218	6,8156	6,8086	6,8009
0,0007	6,6879	6,6876	6,6865	6,6848	6,6823	6,6790	6,6752	6,6706	6,6653	6,6594	6,6527
0,0008	6,5545	6,5542	6,5532	6,5517	6,5495	6,5467	6,5433	6,5393	6,5347	6,5295	6,5237
0,0009	6,4368	6,4365	6,4357	6,4344	6,4324	6,4299	6,4269	6,4233	6,4192	6,4146	6,4094
0,001	6,3315	6,3313	6,3305	6,3293	6,3276	6,3253	6,3226	6,3194	6,3157	6,3115	6,3069
0,002	5,6394	5,6393	5,6389	5,6383	5,6374	5,6363	5,6350	5,6334	5,6315	5,6294	5,6271
0,003	5,2349	5,2348	5,2346	5,2342	5,2336	5,2329	5,2320	5,2310	5,2297	5,2283	5,2267
0,004	4,9482	4,9482	4,9480	4,9477	4,9472	4,9467	4,9460	4,9453	4,9443	4,9433	4,9421
0,005	4,7261	4,7260	4,7259	4,7256	4,7253	4,7249	4,7244	4,7237	4,7230	4,7222	4,7212
0,006	4,5448	4,5448	4,5447	4,5444	4,5441	4,5438	4,5433	4,5428	4,5422	4,5415	4,5407
0,007	4,3916	4,3916	4,3915	4,3913	4,3910	4,3908	4,3904	4,3899	4,3894	4,3888	4,3882
0,008	4,2591	4,2590	4,2590	4,2588	4,2586	4,2583	4,2580	4,2576	4,2572	4,2567	4,2561
0,009	4,1423	4,1423	4,1422	4,1420	4,1418	4,1416	4,1413	4,1410	4,1406	4,1401	4,1396

(Continúa)

TABLA A.9.7 *(Continuación)*

u \ r/B	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01
0,01	4,0379	4,0379	4,0378	4,0377	4,0375	4,0373	4,0371	4,0368	0,0364	4,0360	4,0356
0,02	3,3547	3,3547	3,3547	3,3546	3,3545	3,3544	3,3543	3,3542	3,3540	3,3538	3,3536
0,03	2,9591	2,9591	2,9591	2,9590	2,9590	2,9589	2,9589	2,9588	2,9587	2,9585	2,9584
0,04	2,6813	2,6812	2,6812	2,6812	2,6812	2,6811	2,6810	2,6810	2,6809	2,6808	2,6807
0,05	2,4679	2,4679	2,4679	2,4679	2,4678	2,4678	2,4678	2,4677	2,4676	2,4676	2,4675
0,06	2,2953	2,2953	2,2953	2,2953	2,2952	2,2952	2,2952	2,2952	2,2951	2,2950	2,2950
0,07	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1507	2,1507	2,1507	2,1506	2,1506
0,08	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0268	2,0268	2,0268	2,0267
0,09	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9186	1,9186	1,9186	1,9185
0,1	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8228	1,8228	1,8228	1,8227
0,2	1,2227	1,2227	1,2227	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226
0,3	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9056	0,9056	0,9056
0,4	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024
0,5	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598
0,6	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544
0,7	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738
0,8	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106
0,9	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602
1,0	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194
2,0	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

(Continúa)

TABLA A.9.7 *(Continuación)*

u \ r/B	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,5	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,10
0	9,4425	8,6319	8,0569	7,6111	7,2471	6,9394	6,6731	6,4383	6,2285	6,0388	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5,2950	5,1750	5,0620	4,9553	4,8541
0,000001																			
0,000002																			
0,000003	9,4425																		
0,000004	9,4422																		
0,000005	9,4413																		
0,000006	9,4394																		
0,000007	9,4361	8,6319																	
0,000008	9,4313	8,6318																	
0,000009	9,4251	8,6316																	
0,00001	9,4176	8,6313	8,0569																
0,00002	9,2961	8,6152	8,0558	7,6111	7,2471														
0,00003	9,1499	8,5737	8,0483	7,6101	7,2470														
0,00004	9,0102	8,5168	8,0320	7,6069	7,2465	6,9394	6,6731												
0,00005	8,8827	8,4533	8,0080	7,6000	7,2450	6,9391	6,6730												
0,00006	8,7673	8,3880	7,9786	7,5894	7,2419	6,9384	6,6729	6,4383											
0,00007	8,6625	8,3233	7,9456	7,5754	7,2371	6,9370	6,6726	6,4382	6,2285										
0,00008	8,5669	8,2603	7,9105	7,5589	7,2305	6,9347	6,6719	6,4381	6,2284										
0,00009	8,4792	8,1996	7,8743	7,5402	7,2222	6,9316	6,6709	6,4378	6,2283										
0,0001	8,3983	8,1414	7,8375	7,5199	7,2122	6,9273	6,6693	6,4372	6,2282	6,0388	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5,2950				
0,0002	7,8192	7,6780	7,4972	7,2898	7,0685	6,8439	6,6242	6,4143	6,2173	6,0338	5,8637	5,7059	5,5593	5,4227	5,2949	5,1750	5,0620	4,9553	
0,0003	7,4534	7,3562	7,2281	7,0759	6,9068	6,7276	6,5444	6,3623	6,1848	6,0145	5,8527	5,6999	5,5562	5,4212	5,2942	5,1747	5,0619	4,9552	4,8541
0,0004	7,1859	7,1119	7,0128	6,8929	6,7567	6,6088	6,4538	6,2955	6,1373	5,9818	5,8309	5,6860	5,5476	5,4160	5,2912	5,1730	5,0610	4,9547	4,8539
0,0005	6,9750	6,9152	6,8346	6,7357	6,6219	6,4964	6,3626	6,2236	6,0821	5,9406	5,8011	5,6648	5,5330	5,4062	5,2848	5,1689	5,0585	4,9532	4,8530
0,0006	6,8009	6,7508	6,6828	6,5988	6,5011	6,3923	6,2748	6,1512	6,0239	5,8948	5,7658	5,6383	5,5134	5,3921	5,2749	5,1621	5,0539	4,9502	4,8510
0,0007	6,6527	6,6096	6,5508	6,4777	6,3923	6,2962	6,1917	6,0807	5,9652	5,8468	5,7274	5,6081	5,4902	5,3745	5,2618	5,1526	5,0471	4,9454	4,8478
0,0008	6,5237	6,4858	6,4340	6,3695	6,2935	6,2076	6,1136	6,0129	5,9073	5,7982	5,6873	5,5755	5,4642	5,3542	5,2461	5,1406	5,0381	4,9388	4,8430
0,0009	6,4094	6,3757	6,3294	6,2716	6,2032	6,1256	6,0401	5,9481	5,8509	5,7500	5,6465	5,5416	5,4364	5;3317	5,2282	5,1266	5,0272	4,9306	4,8368
0,001	6,3069	6,2765	6,2347	6,1823	6,1202	6,0494	5,9711	5,8864	5,7965	5,7026	5,6058	5,5071	5,4075	5,3078	5,2087	5,1109	5,0133	4,9208	4,8292
0,002	5,6271	5,6118	5,5907	5,5636	5,5314	5,4939	5,4516	5,4047	5,3538	5,2991	5,2411	5,1803	5,1170	5,0517	4,9848	4,9166	4,8475	4,7778	4,7079
0,003	5,2267	5,2166	5,2025	5,1845	5,1627	5,1373	5,1084	5,0762	5,0408	5,0025	4,9615	4,9180	4,8722	4,8243	4,7746	4,7234	4,6707	4,6169	4,5622
0,004	4,9421	4,9345	4,9240	4,9105	4,8941	4,8749	4,8530	4,8286	4,8016	4,7722	4,7406	4,7068	4,6710	4,6335	4,5942	4,5533	4,5111	4,4676	4,4230
0,005	4,7212	4,7152	4,7068	4,6960	4,6829	4,6675	4,6499	4,6302	4,6084	4,5846	4,5590	4,5314	4,5022	4,4713	4,4389	4,4050	4,3699	4,3335	4,2960
0,006	4,5407	4,5357	4,5287	4,5197	4,5088	4,4960	4,4814	4,4649	4,4467	4,4267	4,4051	4,3819	4,3573	4,3311	4,3036	4,2747	4,2446	4,2134	4,1812
0,007	4,3882	4,3839	4,3779	4,3702	4,3609	4,3500	4,3374	4,3233	4,3077	4,2905	4,2719	4,2518	4,2305	4,2078	4,1839	4,1588	4,1326	4,1053	4,0771
0,008	4,2561	4,2524	4,2471	4,2404	4,2323	4,2228	4,2118	4,1994	4,1957	4,1707	4,1544	4,1368	4,1180	4,0980	4,0769	4,0547	4,0315	4,0073	3,9822
0,009	4,1396	4,1363	4,1317	4,1258	4,1186	4,1101	4,1004	4,0894	4,0772	4,0638	4,0493	4,0336	4,0169	3,9991	3,9802	3,9603	3,9395	3,9178	3,8952

(Continúa)

TABLA A.9.7 *(Continuación)*

u \ r/B	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,5	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,10
0,01	4,0356	4,0326	4,0285	4,0231	4,0167	4,0091	4,0003	3,9905	3,9795	3,9675	3,9544	3,9403	3,9252	3,9091	3,8920	3,8741	3,8552	3,8356	3,8150
0,02	3,3536	3,3521	3,3502	3,3476	3,3444	3,3408	3,3365	3,3317	3,3264	3,3205	3,3141	3,3071	3,2997	3,2917	3,2832	3,2742	3,2647	3,2547	3,2442
0,03	2,9584	2,9575	2,9562	2,9545	2,9523	2,9501	2,9474	2,9444	2,9409	2,9370	2,9329	2,9284	2,9235	2,9183	2,9127	2,9069	2,9007	2,8941	2,8873
0,04	2,6807	2,6800	2,6791	2,6779	2,6765	2,6747	2,6727	2,6705	2,6680	2,6652	2,6622	2,6589	2,6553	2,6515	2,6475	2,6432	2,6386	2,6338	2,6288
0,05	2,4675	2,4670	2,4662	2,4653	2,4642	2,4628	2,4613	2,4595	2,4576	2,4554	2,4531	2,4505	2,4478	2,4448	2,4416	2,4383	2,4347	2,4310	2,4271
0,06	2,2950	2,2945	2,2940	2,2932	2,2923	2,2912	2,2900	2,2885	2,2870	2,2852	2,2833	2,2812	2,2790	2,2766	2,2740	2,2713	2,2684	2,2654	2,2622
0,07	2,1506	2,1502	2,1497	2,1491	2,1483	2,1474	2,1464	2,1452	2,1439	2,1424	2,1408	2,1391	2,1372	2,1352	2,1331	2,1308	2,1284	2,1258	2,1232
0,08	2,0267	2,0264	2,0260	2,0255	2,0248	2,0240	2,0231	2,0221	2,0210	2,0198	2,0184	2,0169	2,0153	2,0136	2,0118	2,0099	2,0078	2,0056	2,0034
0,09	1,9185	1,9183	1,9179	1,9174	1,9169	1,9162	1,9154	1,9146	1,9136	1,9125	1,9114	1,9101	1,9087	1,9072	1,9056	1,9040	1,9022	1,9003	1,8983
0,1	1,8227	1,8225	1,8222	1,8218	1,8213	1,8207	1,8200	1,8193	1,8184	1,9174	1,8164	1,8153	1,8141	1,8128	1,8114	1,8099	1,8084	1,8067	1,8050
0,2	1,2226	1,2225	1,2224	1,2222	1,2220	1,2218	1,2215	1,2212	1,2209	1,2205	1,2201	1,2196	1,2192	1,2186	1,2181	1,2175	1,2168	1,2162	1,2155
0,3	0,9056	0,9056	0,9055	0,9054	0,9053	0,9052	0,9050	0,9049	0,9047	0,9045	0,9043	0,9040	0,9038	0,9035	0,9032	0,9029	0,9025	0,9022	0,9018
0,4	0,7024	0,7023	0,7023	0,7022	0,7022	0,7021	0,7020	0,7019	0,7018	0,7016	0,7015	0,7014	0,7012	0,7010	0,7008	0,7006	0,7004	0,7002	0,7000
0,5	0,5598	0,5597	0,5597	0,5597	0,5596	0,5596	0,5595	0,5594	0,5594	0,5593	0,5592	0,5591	0,5590	0,5588	0,5587	0,5586	0,5584	0,5583	0,5581
0,6	0,4544	0,4544	0,4543	0,4543	0,4543	0,4542	0,4542	0,4542	0,4541	0,4540	0,4540	0,4539	0,4538	0,4537	0,4536	0,4535	0,4534	0,4533	0,4532
0,7	0,3738	0,3738	0,3737	0,3737	0,3737	0,3737	0,3736	0,3736	0,3735	0,3735	0,3734	0,3734	0,3733	0,3733	0,3732	0,3732	0,3731	0,3730	0,3729
0,8	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3105	0,3105	0,3105	0,3105	0,3104	0,3104	0,3104	0,3103	0,3103	0,3102	0,3102	0,3101	0,3101	0,3100	0,3100
0,9	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2601	0,2601	0,2601	0,2601	0,2601	0,2600	0,2600	0,2600	0,2599	0,2599	0,2599	0,2598	0,2598	0,2597	0,2597
1,0	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2192	0,2192	0,2192	0,2191	0,2191	0,2191	0,2191	0,2190	0,2190
2,0	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0488	0,0488
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

TABLA A.9.7 *(Continuación)*

u \ r/B	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0	4,8541	4,9601	3,5054	3,0830	2,7449	2,4654	2,2291	2,0258	1,8488	1,6931	1,5550	1,4317	1,3210	1,2212	1,1307	1,0485	0,9735	0,9049	0,8420
0,0001																			
0,0002																			
0,0003	4,8541																		
0,0004	4,8539																		
0,0005	4,8530																		
0,0006	4,8510	4,0601																	
0,0007	4,8478	4,0600																	
0,0008	4,8430	4,0599																	
0,0009	4,8368	4,0598																	
0,001	4,8292	4,0595	3,5054																
0,002	4,7079	4,0445	3,5043	3,0830	2,7449														
0,003	4,5622	4,0092	3,4969	3,0821	2,7448														
0,004	4,4230	3,9551	3,4806	3,0788	2,7444	2,4654	2,2291												
0,005	4,2960	3,8821	3,4567	3,0719	2,7428	2,4651	2,2290												
0,006	4,1812	3,8384	3,4274	3,0614	2,7398	2,4644	2,2289	2,0258											
0,007	4,0771	3,7529	3,3947	3,0476	2,7350	2,4630	2,2286	2,0257											
0,008	3,9822	3,6903	3,3598	3,0311	2,7284	2,4608	2,2279	2,0256	1,8488										
0,009	3,8952	3,6302	3,3239	3,0126	2,7202	2,4576	2,2269	2,0253	1,8487										
0,01	3,8150	3,5725	3,2875	2,9925	2,7104	2,4534	2,2253	2,0248	1,8486	1,6931	1,5550	1,4317	1,3210	1,2212	1,1307	1,0485			
0,02	3,2442	3,1158	2,9521	2,7658	2,5688	2,3713	2,1809	2,0023	1,8379	1,6883	1,5530	1,4309	1,3207	1,2210	1,1306	1,0484	0,9735	0,9049	
0,03	2,8873	2,8017	2,6896	2,5571	2,4110	2,2578	2,1031	1,9515	1,8062	1,6695	1,5423	1,4251	1,3177	1,2195	1,1299	1,0481	0,9733	0,9048	0,8420
0,04	2,6288	2,5655	2,4816	2,3802	2,2661	2,1431	2,0155	1,8869	1,7603	1,6379	1,5213	1,4117	1,3094	1,2146	1,1270	1,0465	0,9724	0,9044	0,8418
0,05	2,4271	2,3776	2,3110	2,2299	2,1371	2,0356	1,9283	1,8181	1,7075	1,5985	1,4927	1,3914	1,2955	1,2052	1,1210	1,0426	0,9700	0,9029	0,8409
0,06	2,2622	2,2218	2,1673	2,1002	2,0227	1,9369	1,8452	1,7497	1,6524	1,5551	1,4593	1,3663	1,2770	1,1919	1,1116	1,0362	0,9657	0,9001	0,8391
0,07	2,1232	2,0894	2,0435	1,9867	1,9206	1,8469	1,7673	1,6835	1,5973	1,5101	1,4232	1,3380	1,2551	1,1754	1,0993	1,0272	0,9593	0,8956	0,8360
0,08	2,0034	1,9745	1,9351	1,8861	1,8290	1,7646	1,6947	1,6206	1,5436	1,4650	1,3860	1,3078	1,2310	1,1564	1,0847	1,0161	0,9510	0,8895	0,8316
0,09	1,8983	1,8732	1,8389	1,7961	1,7460	1,6892	1,6272	1,5609	1,4918	1,4206	1,3486	1,2766	1,2054	1,1358	1,0682	1,0032	0,9411	0,8819	0,8259
0,1	1,8050	1,7829	1,7527	1,7149	1,6704	1,6198	1,5644	1,5048	1,4422	1,3774	1,4115	1,2451	1,1791	1,1140	1,0505	0,9890	0,9297	0,8730	0,8190
0,2	1,2155	1,2066	1,1944	1,1789	1,1602	1,1387	1,1145	1,0879	1,0592	1,0286	0,9964	0,9629	0,9284	0,8932	0,8575	0,8216	0,7857	0,7501	0,7148
0,3	0,9018	0,8969	0,8902	0,8817	0,8713	0,8593	0,8457	0,8306	0,8142	0,7964	0,7775	0,7577	0,7369	0,7154	0,6932	0,6706	0,6476	0,6244	0,6010
0,4	0,7000	0,6969	0,6927	0,6874	0,6809	0,6733	0,6647	0,6551	0,6446	0,6332	0,6209	0,6080	0,5943	0,5801	0,5653	0,5501	0,5345	0,5186	0,5024
0,5	0,5581	0,5561	0,5532	0,5496	0,5453	0,5402	0,5344	0,5278	0,5206	0,5128	0,5044	0,4955	0,4860	0,4761	0,4658	0,4550	0,4440	0,4326	0,4210
0,6	0,4532	0,4518	0,4498	0,4472	0,4441	0,4405	0,4364	0,4317	0,4266	0,4210	0,4150	0,4086	0,4018	0,3946	0,3871	0,3793	0,3712	0,3629	0,3543
0,7	0,3729	0,3719	0,3704	0,3685	0,3663	0,3636	0,3606	0,3572	0,3534	0,3493	0,3449	0,3401	0,3351	0,3297	0,3242	0,3183	0,3123	0,3060	0,2996
0,8	0,3100	0,3092	0,3081	0,3067	0,3050	0,3030	0,3008	0,2982	0,2953	0,2922	0,2889	0,2853	0,2815	0,2774	0,2732	0,2687	0,2641	0,2592	0,2543
0,9	0,2597	0,2591	0,2583	0,2572	0,2559	0,2544	0,2527	0,2507	0,2485	0,2461	0,2436	0,2408	0,2378	0,2347	0,2314	0,2280	0,2244	0,2207	0,2168
1,0	0,2190	0,2186	0,2179	0,2171	0,2161	0,2149	0,2135	0,2120	0,2103	0,2085	0,2065	0,2043	0,2020	0,1995	0,1970	0,1943	0,1914	0,1885	0,1885
2,0	0,0488	0,0488	0,0487	0,0486	0,0485	0,0484	0,0482	0,0480	0,0477	0,0475	0,0473	0,0470	0,0467	0,0463	0,0460	0,0456	0,0452	0,0448	0,0444
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0129	0,0129	0,0128	0,0128	0,0127	0,0127	0,0126	0,0125	0,0125	0,0124	0,0123	0,0123	0,0122
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0036	0,0036	0,0036	0,0036
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

(Continúa)

TABLA A.9.7 *(Continuación)*

u \ r/B	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,8420	0,4276	0,2278	0,1247	0,0695	0,0392	0,0223	0,0128	0,0074	0,0025	0,0008	0,0003	0,0001
0,01													
0,02													
0,03	0,8420												
0,04	0,8418												
0,05	0,8409												
0,06	0,8391												
0,07	0,8360	0,4276											
0,08	0,8316	0,4275											
0,09	0,8259	0,4274											
0,1	0,8190	0,4271	0,2278										
0,2	0,7148	0,4135	0,2268	0,1247	0,0695								
0,3	0,6010	0,3812	0,2211	0,1240	0,0694								
0,4	0,5024	0,3411	0,2096	0,1217	0,0691	0,0392							
0,5	0,4210	0,3007	0,1944	0,1174	0,0681	0,0390	0,0223						
0,6	0,3543	0,2630	0,1774	0,1112	0,0664	0,0386	0,0222	0,0128					
0,7	0,2996	0,2292	0,1602	0,1040	0,0639	0,0379	0,0221	0,0127					
0,8	0,2543	0,1994	0,1436	0,0961	0,0607	0,0368	0,0218	0,0127	0,0074				
0,9	0,2168	0,1734	0,1281	0,0881	0,0572	0,0354	0,0213	0,0125	0,0073				
1,0	0,1855	0,1509	0,1139	0,0803	0,0534	0,0338	0,0207	0,0123	0,0073	0,0025			
2,0	0,0444	0,0394	0,0335	0,0271	0,0210	0,0156	0,0112	0,0077	0,0051	0,0021	0,0008	0,0003	
3,0	0,0122	0,0112	0,0100	0,0086	0,0071	0,0057	0,0045	0,0034	0,0025	0,0012	0,0006	0,0002	
4,0	0,0036	0,0034	0,0031	0,0027	0,0024	0,0020	0,0016	0,0013	0,0010	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001
5,0	0,0011	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
6,0	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000		
8,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000				

TABLA A.9.8 *Tabla de la función Γ (p) para valores de p entre 1 y 2*

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1	0,9943	0,9888	0,9835	0,9784	0,9735	0,8687	0,9642	0,9597	0,9555
1,1	0,9514	0,9474	0,9436	0,9399	0,9364	0,9330	0,9298	0,9267	0,9237	0,9209
1,2	0,9182	0,9156	0,9131	0,9108	0,9085	0,9064	0,9044	0,9025	0,9007	0,8990
1,3	0,8975	0,8960	0,8946	0,8934	0,8922	0,8912	0,8902	0,8893	0,8885	0,8879
1,4	0,8873	0,8868	0,8864	0,8860	0,8858	0,8857	0,8856	0,8856	0,8857	0,8859
1,5	0,8862	0,8866	0,8870	0,8876	0,8882	0,8889	0,8896	0,8905	0,8914	0,8924
1,6	0,8935	0,8947	0,8959	0,8972	0,8986	0,9001	0,9017	0,9033	0,9050	0,9068
1,7	0,9086	0,9106	0,9126	0,9147	0,9168	0,9191	0,9214	0,9238	0,9262	0,9288
1,8	0,9314	0,9341	0,9368	0,9397	0,9426	0,9456	0,9487	0,9518	0,9551	0,9584
1,9	0,9618	0,9652	0,9688	0,9724	0,9761	0,9799	0,9837	0,9877	0,9917	0,9958

Ejemplo: Γ (1,28) = 0,9007 (línea 1,2; columna 8)

Apéndice 9.3

Métodos especiales de análisis de datos de ensayos de bombeo en pozos completos

A.3.1 MÉTODO DE LA TANGENTE O DE CHOW

El método se basa en el método de coincidencia de Theis y es aplicable a acuíferos cautivos o asimilables. Al efectuarse la superposición en papel doble logarítmico, la curva log W (u) — log u y la curva log s — log r^2/t (o también log s — log (1/t), y log s — log r^2) coinciden y por lo tanto las tangentes en puntos correspondientes son comunes (Chow, 1952).

Dibujando en papel semilogarítmico log s — log r^2/t o sus similares, es muy fácil evaluar la pendiente en un punto pues basta calcular $(\Delta s)_{10}$ para la recta tangente en un punto seleccionado. En valores absolutos el valor $s/(\Delta s)_{10}$ para el punto seleccionado es el mismo que el valor:

$$F(u) = \frac{W(u)}{[\Delta W(u)]_{10}}$$

para el punto correspondiente en el otro papel. Basta preparar en un papel doble logarítmico log F (u) en función de W (u) teniendo como parámetro u (figura A.9.1) para entrar en él con el valor $s/(\Delta s)_{10} = F(u)$ y leer sobre la curva los valores correspondientes de u y W (u). Con ellos y los valores de s y r^2/t (ó t ó r^2) prefijados se puede calcular T y S al igual que se hacía en el método de Theis.

El método es más simple que el de Theis pero al utilizar sólo una corta porción de la curva de descensos el ajuste no es tan bueno y no se aprecian desviaciones que informen sobre otros fenómenos concurrentes.

En la práctica, el método se aplica en la zona en que no es válida la aproximación logarítmica de Jacob. Es decir para tiempos cortos y/o piezómetros alejados, pues de otro modo se puede aplicar directamente la aproximación logarítmica, que es más cómoda.

En la tabla A.9.9 se dan los valores precisos para construir el gráfico de Chow.

Ejemplo 1

En un acuífero libre se ha realizado un bombeo a un caudal constante equivalente a 2000 m^3/día y en un pozo de observación situado a 15,8 m de distancia se han obtenido los descensos siguientes:

Tiempo (min)	5	10	15	20	30	45	60	80	100	120
Descenso (m)	0	0	0	0,005	0,02	0,05	0,10	0,17	0,23	0,29

Tiempo (horas)	2,5	3	4	5	7	10	15	20	30	50	72
Descenso (m)	0,37	0,45	0,57	0,69	0,87	1,06	1,32	1,46	1,70	2,02	2,26

Determinar la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento. En la figura A.9.2 se han representado los descensos en función del tiempo y se observa que, salvo en el tramo final, no se alcanza una porción lineal. Se han trazado tangentes en cuatro puntos A, B, C y D y se han determinado los valores $(\Delta s)_{10}$. En el gráfico de Chow se obtiene.

Punto	$(\Delta s)_{10}$ (m)	$s/(\Delta s)_{10}$=F (u)	u	W (u)
A	0,46	0,217	1,35	0,12
B	0,78	0,372	0,6	0,46
C	1,43	1,02	0,06	2,2
D	1,43	1,41	0,022	3,4

Observando los valores de u se ve que salvo en los últimos puntos no se alcanzan las condiciones de validez de la aproximación logarítmica de Jacob.

TABLA A.9.9 *Valores para construir el gráfico de Chow (Kruseman y De Ridder, 1970)*

u	W (u)	F (u)	u	W (u)	F (u)
$5 \cdot 10^{0}$	$1{,}14 \cdot 10^{-3}$	$7{,}34 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-3}$	4,14	1,82
$4 \cdot 10^{0}$	$3{,}78 \cdot 10^{-3}$	$8{,}98 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	4,26	1,87
$3 \cdot 10^{0}$	$1{,}30 \cdot 10^{-2}$	$1{,}17 \cdot 10^{-1}$	$7 \cdot 10^{-3}$	4,39	1,92
$2 \cdot 10^{0}$	$4{,}89 \cdot 10^{-2}$	$1{,}57 \cdot 10^{-1}$	$6 \cdot 10^{-3}$	4,54	1,99
$1 \cdot 10^{0}$	$2{,}19 \cdot 10^{-1}$	$2{,}50 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-3}$	4,73	2,07
$9 \cdot 10^{-1}$	$2{,}60 \cdot 10^{-1}$	$2{,}76 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-3}$	4,95	2,16
$8 \cdot 10^{-1}$	$3{,}11 \cdot 10^{-1}$	$3{,}01 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-3}$	5,23	2,28
$7 \cdot 10^{-1}$	$3{,}74 \cdot 10^{-1}$	$3{,}27 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-3}$	5,64	2,46
$6 \cdot 10^{-1}$	$4{,}54 \cdot 10^{-1}$	$3{,}60 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-3}$	6,33	2,75
$5 \cdot 10^{-1}$	$5{,}60 \cdot 10^{-1}$	$4{,}01 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-4}$	6,44	
$4 \cdot 10^{-1}$	$7{,}02 \cdot 10^{-1}$	$4{,}55 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-4}$	6,55	
$3 \cdot 10^{-1}$	$9{,}06 \cdot 10^{-1}$	$5{,}32 \cdot 10^{-1}$	$7 \cdot 10^{-4}$	6,69	
$2 \cdot 10^{-1}$	$1{,}22 \cdot 10^{0}$	$6{,}47 \cdot 10^{-1}$	$6 \cdot 10^{-4}$	6,84	
$1 \cdot 10^{-1}$	$1{,}82 \cdot 10^{0}$	$8{,}74 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-4}$	7,02	
$9 \cdot 10^{-2}$	$1{,}92 \cdot 10^{0}$	$9{,}13 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-4}$	7,25	
$8 \cdot 10^{-2}$	$2{,}03 \cdot 10^{0}$	$9{,}56 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-4}$	7,53	
$7 \cdot 10^{-2}$	$2{,}15 \cdot 10^{0}$	$1{,}00 \cdot 10^{0}$	$2 \cdot 10^{-4}$	7,91	
$6 \cdot 10^{-2}$	$2{,}30 \cdot 10^{0}$	$1{,}06 \cdot 10^{0}$	$1 \cdot 10^{-4}$	8,63	
$5 \cdot 10^{-2}$	$2{,}47 \cdot 10^{0}$	$1{,}13 \cdot 10^{0}$	$9 \cdot 10^{-5}$	8,74	
$4 \cdot 10^{-2}$	$2{,}68 \cdot 10^{0}$	$1{,}21 \cdot 10^{0}$	$8 \cdot 10^{-5}$	8,86	
$3 \cdot 10^{-2}$	$2{,}96 \cdot 10^{0}$	$1{,}33 \cdot 10^{0}$	$7 \cdot 10^{-5}$	8,99	
$2 \cdot 10^{-2}$	$3{,}35 \cdot 10^{0}$	$1{,}49 \cdot 10^{0}$	$6 \cdot 10^{-5}$	9,14	
$1 \cdot 10^{-2}$	$4{,}04 \cdot 10^{0}$	$1{,}77 \cdot 10^{0}$	$5 \cdot 10^{-5}$	9,33	

$$F(u) = \frac{W(u)}{2{,}30}$$

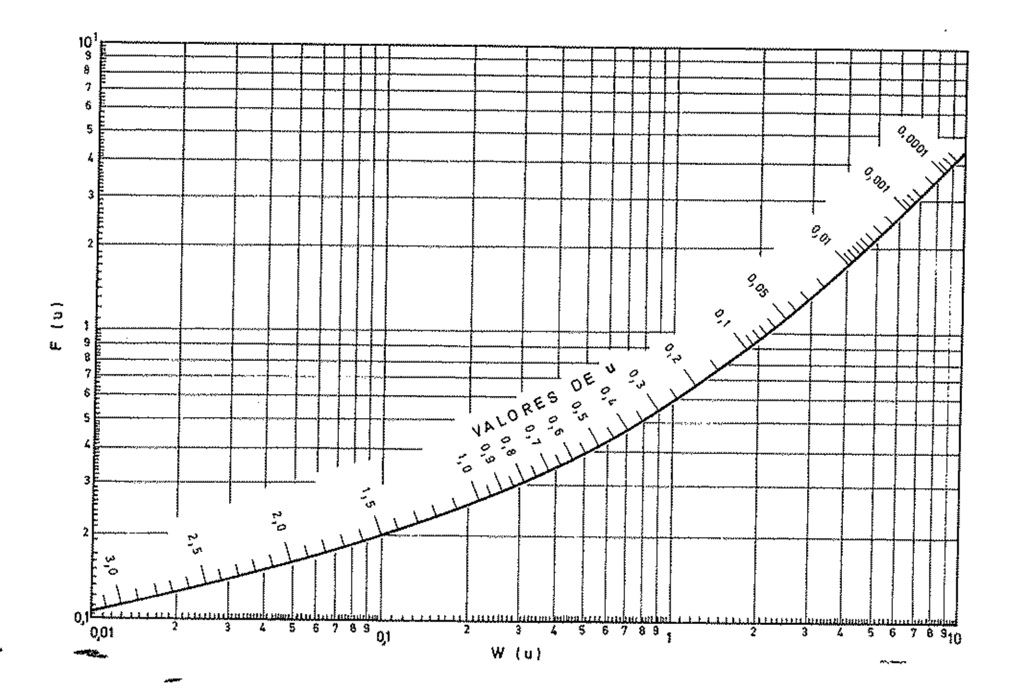


FIGURA A.9.1
Gráfico de Chow que relaciona F (u), W (u) *y* u.

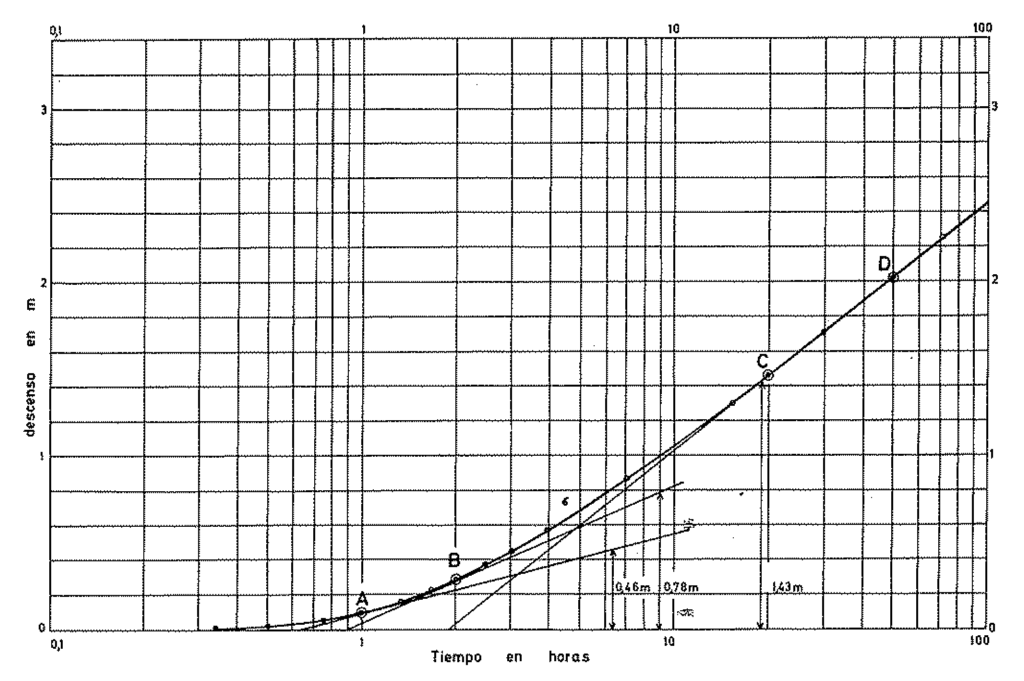


FIGURA A.9.2
Aplicación del método de Chow. Corresponde al ejemplo 1.

Como es

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W(u)$$

$$T = \frac{Q \cdot W(u)}{4 \pi s} = \frac{2000}{4 \cdot \pi} \frac{W(u)}{s} = 159 \frac{W(u)}{s} \text{ m}^2/\text{día}$$

Como es

$$u = \frac{r^2 S}{4 T t}$$

$$S = \frac{4 T t u}{r^2} = \frac{4}{250} \frac{T \cdot u \cdot t \text{ (horas)}}{24 \text{ horas/día}} =$$

Punto	s (m)	t (horas)	u	W (u)	T (m²/día)	S
A	0,10	1	1,35	0,12	191	0,172
B	0,29	2	0,6	0,46	252	0,202
C	1,46	20	0,06	2,2	240	0,192
D	2,02	50	0,022	3,4	268	0,196

Se puede tomar T = 240 m²/día y S = 0,19 y estos son aproximadamente los valores que se obtienen resolviendo el problema por el método de Theis (ver apartado 4.2.5).

A.3.2 CÁLCULO DE LA TRANSMISIVIDAD CONOCIENDO EL CAUDAL ESPECÍFICO O EL DESCENSO EN UN MOMENTO DADO DE UN BOMBEO A CAUDAL CONSTANTE (MÉTODO DE OGDEN)

El método se aplica cuando se tiene como datos de bombeo solamente el caudal específico en el pozo o el descenso en un punto de observación en un momento dado (Ogden, 1965; Hurr, 1966 en Kruseman y De Ridder, 1970).

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W(u) \quad ; \quad u = \frac{r^2 S}{4 T t}$$

se despeja T, y se igualan:

$$T = \frac{Q}{4 \pi s} W(u) = \frac{r^2 S}{4 u t}$$

de donde:

$$u \cdot W(u) = \frac{\pi r^2 \cdot S \cdot s}{Q \cdot t} \qquad (A.9.19)$$

En la figura (A.9.3) se representa $u \cdot W(u)$ en función de u. La función es biunívoca, excepto para valores de $u \cdot W(u) > 10^2$ a los que corresponden dos valores de u, uno de los cuales conduce a valores fácilmente eliminables.

Si en un ensayo de bombeo a caudal constante Q, se conoce en un instante t el descenso s a una distancia r o el caudal específico Q/s en el pozo (radio $r = r_p$) puede calcularse $u \cdot W(u)$ dando un valor razonable a S de acuerdo con las condiciones geológicas. Con este valor de $u \cdot W(u)$ se determina u en el gráfico. Con este valor de u y el valor de S supuesto se calcula T, pues:

$$T = \frac{r^2 S}{4 u t}$$

Aun cuando el error en estimar S sea grande, T queda poco afectado, tanto menos cuanto más cercano esté el pozo al punto de observación (Ogden, 1965).

En la parte del gráfico en que a un valor de $u \cdot W(u)$ corresponden dos valores de u, se obtienen dos valores de T. En general el mayor de los dos valores de u obtenidos debe ser desechado por no dar valores de T razonables, aunque no siempre sucede así. La utilización de un segundo par de valores (s, t) ayuda a efectuar la correcta selección.

El método es muy aceptable para acuíferos cautivos. En acuíferos libres se precisa que el tiempo de bombeo sea superior a unas pocas horas. La aplicación al pozo de bombeo supone nulas las pérdidas en el mismo, lo cual introduce un error que puede ser importante.

En realidad se trata de un método más aproximado para relacionar T y q que los expuestos en el apartado 3.2.4.

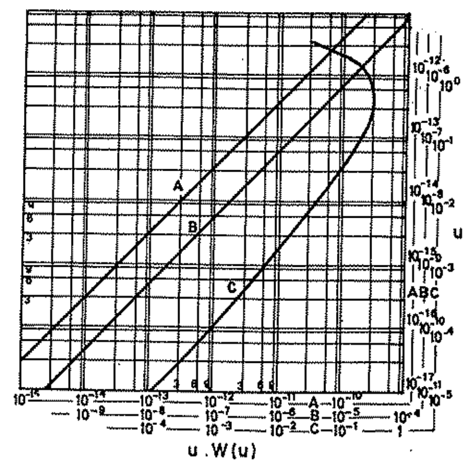


FIGURA A.9.3
Valores de $u \cdot W(u)$ *en función de* u. *(Según Ogden, 1965.)*

Ejemplo 2

Calcular la transmisividad de un acuífero cautivo si se ha observado que después de una hora de bombeo a un caudal constante de 20 m³/h el nivel del agua en un pozo en el mismo acuífero y a 8 m de distancia, ha descendido 15,2 m.

Como el acuífero es cautivo se toma $S = 10^{-4}$

$$u \cdot W(u) = \frac{\pi r^2 \cdot S \cdot s}{Q \cdot t} \approx$$

$$\approx \frac{\pi \cdot 8^2 \text{ m}^2 \cdot 10^{-4} \cdot 15{,}2 \text{ m}}{20 \text{ m}^3/\text{h} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 1 \text{ h} \cdot 1/24 \text{ días/h}} = 0{,}015$$

En la figura A.9.3

$$u = \begin{cases} 3{,}5 \cdot 10^{-3} \\ \sim 4 \end{cases}$$

Tomando $u = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ pues 4 es demasiado grande:

$$T = \frac{r^2 S}{4 u t} = \frac{8^2 \text{ m}^2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \text{ h} \cdot 1/24 \text{ días/h}} =$$

$$= 11 \text{ m}^2/\text{día}$$

Ejemplo 3

Resolver por el método de Ogden el ejemplo 1 de este apéndice:

Tomando $S = 0{,}2$ por ser el acuífero libre:

$$u \cdot W(u) = \frac{\pi \cdot 250 \cdot 0{,}2 \cdot s}{2000 \cdot t/24} = 1{,}88 \frac{s}{t} \quad \text{(t en horas)}$$

$$T = \frac{r^2 S}{4 u t} = \frac{250 \cdot 0{,}2}{4 \cdot u \cdot t/24} = \frac{300}{u \cdot t} \quad \text{(t en horas)}$$

Seleccionando los mismos cuatro puntos del ejemplo 1

Punto	s (m)	t (horas)	u . W (u)	u	u . t	T (m²/día)
A	0,10	1	0,188	0,1 y 1,1	(0,1) y 1,1	273
B	0,29	2	0,272	0,2 y 0,7	(0,4) y 1,4	214
C	1,46	20	0,137	0,06 y 2	1,2 y (40)	250
D	2,02	50	0,076	0,025 y 2,5	1,25	240

Los valores de T obtenidos son similares y próximos al verdadero (240 m²/día), a pesar de la imprecisión con que se leen los valores en el gráfico.

A.3.3 MÉTODO DEL COCIENTE

Este método, primero desarrollado por Jaeger (1959) y García-Bengochea (1963), ha sido generalizado por Narasimhan (1968). Teniendo en cuenta la fórmula de Theis para el régimen variable en un pozo en un acuífero cautivo y seleccionando dos puntos cualesquiera de la curva de descensos, puede establecerse que:

$$\frac{u_o}{u_1} = \frac{t_1}{t_o} \quad ; \quad \frac{W(u_o)}{W(u_1)} = \frac{s_o}{s_1}$$

Como W (u) es una función definida de u, resulta que si los valores de los dos cocientes anteriores están fijados, los valores de u_o, u_1, $W(u_o)$ y $W(u_1)$ están inequívocamente determinados.

Si se seleccionan los tiempos de modo que $t_1 = t_o/2$ puede dibujarse una curva W (u)/W (2 u) en función de u (fig. A.9.4).

Calculando el valor

$$\frac{s_o}{s_1} = \frac{W(u_o)}{W(2u_o)}$$

basta entrar en el gráfico, obtener el valor de u_o y leer en las tablas de la función W (u) el valor de $W(u_o)$.

Para calcular T y S basta tener en cuenta que:

$$T = \frac{Q}{4\pi s_o} W(u_o) \quad ; \quad S = \frac{4\,T\,t\,u_o}{r^2}$$

Un sistema similar puede emplearse cuando t_o y t_1 son dos valores cualesquiera. Entonces deben utilizarse los gráficos de las figuras A.9.5 una vez calculados.

$$\frac{s_o}{s_1} = \frac{W(u_o)}{W(u_1)}$$

Con estos valores se entra en los citados gráficos y en el punto correspondiente se leen los valores de $W(u_o)$ y u_o respectivamente.

El método tiene la ventaja de no precisar curvas tipo ni tampoco papel logarítmico o semilogarítmico para dibujar los gráficos de descensos, pero se pierde la observación de la curva de descensos completa, en la que podrían apreciarse anomalías debidas a semiconfinamiento, barreras, etc. Si se eligen varios valores, todos ellos con un cociente común si las $W(u_o)$ y u_o calculados permanecen constantes, se trata de un acuífero confinado de gran extensión. Si no es así se superponen otros efectos[181].

Ejemplo 4

Se realiza en ensayo de bombeo y se observan los descensos en un sondeo situado a 20 m de distancia del pozo. A los 10 minutos el descenso era ya de 2 m y a los 20 minutos de 2,5 m. Sabiendo que el caudal de bombeo era de 100 l por segundo, calcular las características del acuífero.

Aplicando el método de Jaeger, pues es $t_1/t_o = 1/2$

$$\frac{W(u_o)}{W(u_1)} = \frac{2{,}5}{2} = 1{,}25$$

En la figura A.9.4 se obtiene $u_o = 4 \cdot 10^{-2}$, al que corresponde en las tablas de W (u) (tabla A.9.5)

$$W(u_o) = 2{,}68$$

$$T = \frac{100\ \text{l/seg} \cdot 86{,}4\ \text{m}^3/\text{l} \cdot \text{seg/día}}{4 \cdot \pi \cdot 2{,}5\ \text{m}} \cdot 2{,}68 = 737\ \text{m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 \cdot 737\ \text{m}^2/\text{día} \cdot 20\ \text{min}}{20^2\ \text{m}^2 \cdot 1440\ \text{min/día}} = 0{,}1$$

[181] Narasimhan (1968) ha desarrollado métodos de análisis de acuíferos semiconfinados por un procedimiento similar utilizando tres puntos de la curva de descensos. En este caso se precisa un par de curvas para cada tipo de valores: $u_o/u_1 > u_o/u_2$ lo que hace el método engorroso a menos de fijar valores de estos cocientes, por ejemplo 2 y 100, con lo cual el método pierde fluidez.

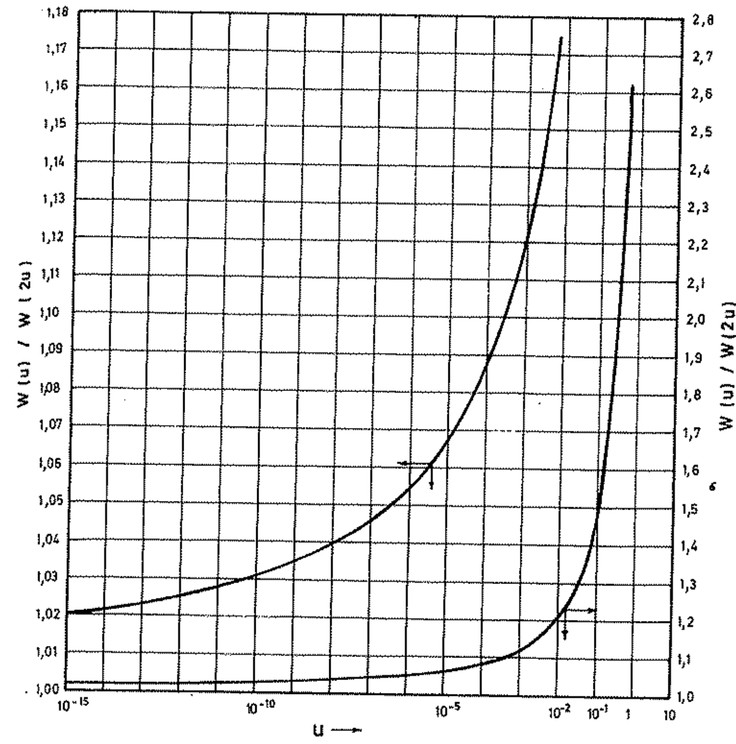
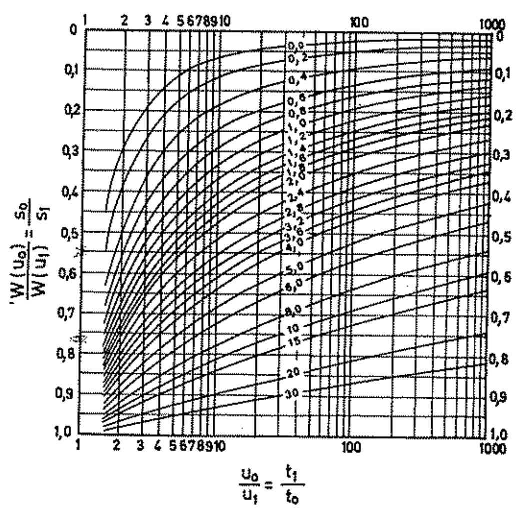


FIGURA A.9.4

Curva de W (u)/W (2 u) *en función de* u.



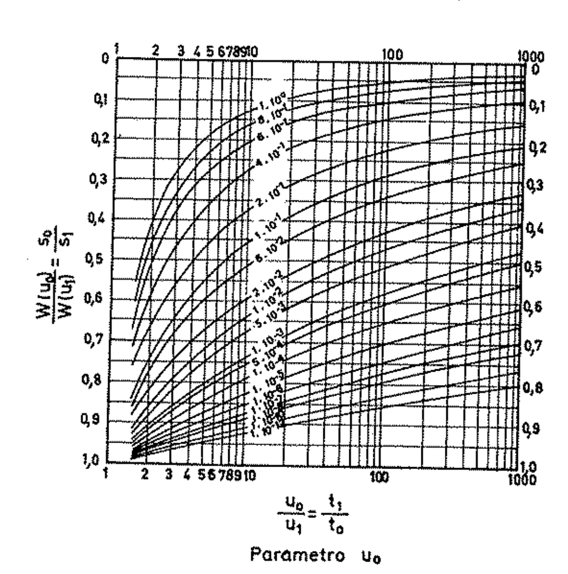
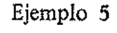


FIGURA A.9.5

Diagramas para análisis de bombeo por el método del cociente. (Narasimhan, 1968.)



Ejemplo 5

Se realiza un ensayo de bombeo y se observan los descensos en un sondeo situado a 55 m del pozo. A los 15 minutos de iniciado el bombeo el descenso era de 1,25 m y a los 60 minutos era de 1,67 m. Sabiendo que el caudal de bombeo era de 25 l/seg, calcular las características del acuífero.

$$\frac{t_1}{t_0} = \frac{60}{15} = 4 \quad ; \quad \frac{W(u_0)}{W(u_1)} = \frac{1{,}25}{1{,}67} = 0{,}75$$

En la figura A.9.5 se obtiene:

$$W(u_0) = 4{,}0 \quad ; \quad u_0 = 0{,}01$$

$$T = \frac{25 \text{ l/seg} \cdot 86{,}4 \text{ m}^3/\text{l} \cdot \text{seg/día}}{4 \cdot \pi \cdot 1{,}25} \cdot 4{,}0 = 550 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = \frac{4 \cdot 550 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 15 \text{ min}}{55^2 \text{ m}^2 \cdot 1440 \text{ min/día}} \cdot 0{,}01 = 7{,}6 \cdot 10^{-5}$$

A.3.4 MÉTODO SEMILOGARÍTMICO DE ANÁLISIS DE ENSAYOS DE BOMBEO EN ACUÍFEROS SEMICONFINADOS EN RÉGIMEN NO PERMANENTE (MÉTODO DE HANTUSH)

La ecuación del acuífero semiconfinado en régimen no permanente en un pozo del que se bombea a caudal constante es:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W (u, r/B)$$

La representación en papel semilogarítmico de s — — log t da una curva en forma de S (ver 4.5.2 y figuras 9.42 y 9.43), que para valores de t suficientemente altos es una recta (fig. A.9.6) paralela al eje de tiempos y que representa el descenso máximo, s_{max}.

Las propiedades de la curva en S son (Hantush 1956)

a) Pendiente en cualquier punto:

$$m = \frac{2{,}3\, Q}{4 \pi T} \exp \left(- u - \frac{r^2}{4 B^2 u} \right) \quad (A.9.20)$$

b) En el punto de inflexión se cumple:

$$u_i = \frac{r^2 S}{4 T t_i} = \frac{r}{2 B} \quad (A.9.21)$$

indicando i el punto de inflexión.

c) Pendiente de la curva en el punto de inflexión:

$$m_i = \frac{2{,}3\, Q}{4 \pi T} \exp (- r/B) \quad (A.9.22)$$

La curva en las proximidades del punto de inflexión es casi lineal.

d) Descenso en el punto de inflexión:

$$s_i = \tfrac{1}{2} s_{max} = \frac{Q}{4 \pi T} K_o (r/B) \quad (A.9.23)$$

e) $$2{,}3 \frac{s_i}{m_i} = e^{r/B} K_o (r/B) \quad (A.9.24)$$

f) La curva es simétrica respecto al punto de inflexión y los descensos en los tiempos t_1 y t_2 tales que $t_1 \cdot t_2 = t_i^2$ vienen relacionados por $s_2 = s_{max} - s_1$.

g) Cuando $u \ll \frac{r^2}{4 B^2 \cdot u}$ o sea en la posición de la curva próxima al máximo descenso:

$$m \approx \frac{2{,}3\, Q}{4 \pi T} \exp \left(- \frac{T t}{S B^2} \right) \quad (A.9.25)$$

y

$$s \approx s_{max} - \frac{Q}{4 \pi T} W \left(\frac{T t}{S B^2} \right) \quad (A.9.26)$$

lo que lleva a:

$$\exp \left(\frac{T t}{S B^2} \right) \cdot W \left(\frac{T t}{S B^2} \right) = 2{,}3 \frac{(s_{max} - s)}{m} \quad (A.9.27)$$

Los valores de $e^x \cdot K_o (x)$, $e^x \cdot W (x)$ y $W (u, r/B)$ están tabulados en el apéndice A.9.2 (tabla A.9.6) y para valores de $x < 0{,}01$ es:

$$e^x \cdot K_o (x) \approx K_o (x) \approx \ln \frac{1{,}123}{x}$$

$$e^x \cdot W (x) \approx W (x) \approx \ln \frac{0{,}562}{x}$$

a) *Caso en que el descenso máximo es conocido o extrapolable.*

Método operatorio (Hantush, 1956)

1) Representar s en función de log t.
2) Determinar s_{max} y $s_i = \tfrac{1}{2} s_{max}$.
3) Localizar el punto de inflexión, determinar t_i y trazar la tangente en el mismo a la curva s — log t.
4) Determinar la pendiente en el punto de inflexión m_i, y calcular $2{,}3\ s_i/m_i$, $[m_i = (\Delta s)_{10}]$.
5) Determinar r/B en la fórmula (A.9.24) con ayuda de la tabla A.9.6.
6) Calcular B conociendo r.
7) Determinar T en la fórmula (A.9.22) o (A.9.23) conociendo Q.
8) Calcular S en la fórmula (A.9.21).

Es conveniente dibujar la curva teórica que se obtendría con los valores calculados utilizando la tabla de W (u, r/B) y comprobar que coincida con la experimental. Si existieran diferencias importantes deben interpretarse como que los puntos utilizados por la curva no responden a las condiciones teóricas del problema. En este caso se deben rehacer los cálculos tomando un nuevo punto de inflexión.

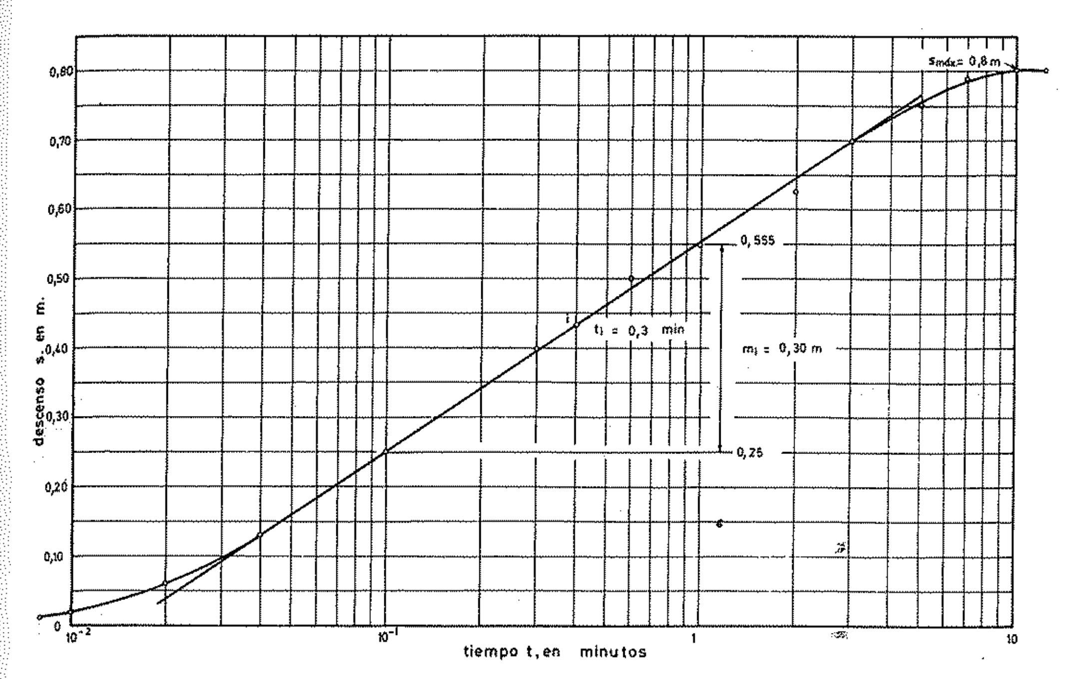


FIGURA A.9.6
Gráfico semilogarítmico de un bombeo en un acuífero semiconfinado.

Si se dispone de varios puntos de observación se puede analizar cada uno de ellos independientemente. También se puede obtener una comprobación dibujando en papel semilogarítmico los valores de log $(\Delta s)_{10}$ para el punto de inflexión en función de r, distancia al pozo de bombeo. Los valores deben alinearse según una recta de pendiente:

$$\frac{\Delta r}{\Delta \log m_i} = (\Delta r)_{10} = 2{,}3 B \quad ; \quad m_i = (\Delta s)_{10}$$

de la que puede obtenerse B.

Esta recta corta al eje de pendientes (r = 0) en $(m_i)_o$ y ello permite obtener T, pues:

$$T = \frac{2{,}3 Q}{4 \pi (m_i)_o}$$

S se puede calcular en la ecuación (A.9.21) si previamente se determina t_i para cada pozo.

b) *Caso en que la curva de descensos no contiene al punto de inflexión.*

Ello sucede cuando más del 50 % del máximo descenso se obtiene en los primeros minutos de bombeo, como en casos en que T y k'/b' son grandes. En estas condiciones el método anteriormente explicado no es utilizable, pero puede seguirse el que sigue, partiendo igualmente del gráfico s — log t.

1) Estimar el valor s_{max}.
2) Escoger un punto cualquiera de la curva s — log t.
3) Determinar la pendiente m de la tangente en ese punto $[m = (\Delta s)_{10}]$.
4) Determinar $\frac{T t}{S B^2}$ y $W\left(\frac{T t}{S B^2}\right)$ en la ecuación (A.9.27) mediante las tablas del apéndice A.9.2 (tabla A.9.6).
5) Determinar T en (A.9.26).
6) Calcular K_o (r/B) en (A.9.23) y con este valor hallar en las tablas r/B.
7) Hallar B conociendo r.
8) Conociendo t, T y B hallar S conocido ya el valor de $\frac{T t}{S B^2}$.

Ejemplo 6

En la figura A.9.6 se ha representado la curva s — log t para los valores de descensos y tiempos observados en un

piezómetro situado a 7 m del pozo de bombeo, del que se extraían 1000 m^3/día. Se sabe que el acuífero está semiconfinado por 10 m de arcillas arenosas. Calcular S, T y k'.

En la citada figura se observa que el descenso máximo es $s_{max} = 0{,}8$ m:

Por lo tanto, $s_i = \frac{1}{2}\, s_{max} = 0{,}40$ m y

$t_i = 0{,}3$ min ; $m_i = 0{,}30$ m

$$\frac{2{,}3\ s_i}{m_i} = \frac{2{,}3 \cdot 0{,}40}{0{,}30} = 3{,}07 = e^{r/B}\, K_o\,(r/B)$$

En la tabla A.9.6 se encuentra r/B = 0,063 y por lo tanto:

$$B = \frac{r}{0{,}063} = \frac{7}{0{,}063} = 111 \text{ m}$$

Ahora, haciendo

$$s_i = \frac{Q}{4\,\pi\,T}\, K_o\,(r/B)$$

$$T = \frac{1000 \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}40} \cdot 2{,}88 = 573 \text{ m}^2/\text{día}$$

Finalmente con la fórmula:

$$\frac{r^2\,S}{4\,T\,t_i} = \frac{r}{2\,B} = \frac{49 \cdot S \cdot 1440 \text{ min/día}}{4 \cdot 573 \cdot 0{,}3 \text{ min}} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}063$$

de donde $S = 3 \cdot 10^{-4}$

A.3.5 MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN PARA EL ANÁLISIS DE ENSAYOS DE BOMBEO EN ACUÍFEROS SEMICONFINADOS EN RÉGIMEN NO PERMANENTE (MÉTODO DE HANTUSH)

El método que se describirá a continuación es útil cuando se desean analizar descensos próximos a la estabilización o sea:

a) $t > t_i$ (t_i = tiempo del punto de inflexión en los gráficos s — log t o sea cuando $s = \frac{1}{2}\, s_{max}$).

b) $u < 0{,}125\ r/B$.

En estas condiciones W (u, r/B) puede aproximarse por (véase el apartado A.1.5):

$$W\,(u, r/B) \approx 2\,K_o\,(r/B) - W\,(q)$$

$$s_{max} - s \approx \frac{Q}{4\,\pi\,T}\, W\,(q)$$

siendo

$$q = \frac{T\,t}{S\,B^2}$$

Se precisa disponer de datos de varios piezómetros. Representando los datos s — log t se deben extrapolar para calcular los valores de s_{max} para cada uno de ellos.

Si en un papel doble logarítmico se representan los datos log (s_{max} — s) en función de t se debe obtener una única curva de la misma forma que log W (q) en función de log q se trata de la misma curva log W (u) en función de u, llamando al valor u, q.

Si se efectúa la coincidencia de ambas curvas por superposición se obtiene para un punto de correspondencia cualquiera los valores:

(s_{max} — s); (W); (t) y (q) ó (1/q).

$$T = \frac{Q}{4\,\pi}\, \frac{(W)}{(s_{max} - s)}$$

Como

$$s_{max} = \frac{Q}{2\,\pi\,T}\, K_o\,(r/B)$$

conocida T y seleccionando un valor cualquiera de (s_{max}) se puede determinar K_o (r/B) y en las tablas del apéndice A.9.2 hallar (r/B). Con el valor de (r) correspondiente al de (s_{max}) seleccionado se puede determinar B.

$$B = \frac{(r)}{(r/B)}$$

$$S = \frac{T}{B^2}\, \frac{(t)}{(q)}$$

o

$$S = \frac{T}{B^2}\,(t) \cdot (1/q)$$

Apéndice 9.4

Demostración de la validez de la fórmula de Dupuit para el cálculo de los caudales

El flujo que atraviesa un cilindro de radio r, concéntrico con el pozo, es igual al caudal del pozo. Así

$$Q = -2\pi r k \int_0^H \frac{\partial h}{\partial z} \cdot dz;$$

$$\int_0^H \frac{\partial h}{\partial h} \cdot dz = -\frac{Q}{2\pi r k}$$

En la que h es el nivel piezométrico medido a una altura z con referencia a la base del acuífero; h es función de la distancia r y de la altura z y por eso se integra entre 0 y H, altura del nivel freático sobre la base impermeable que se toma como referencia.

Si se considera la nueva función Φ (r), de modo que

$$\Phi = \int_0^H h\, dz - \frac{1}{2} H^2$$

se cumple que al ser $h = h(r, z)$

$$\frac{d\Phi}{dr} = \int_0^H \frac{\partial h}{\partial r} dz + h(r, H) \frac{dH}{dr} - H \frac{dH}{dr} =$$

$$= \int_0^H \frac{\partial h}{\partial r} dz = -\frac{Q}{2\pi r k}$$

ya que $h(r, H) = H$.

Así pues:

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{Q}{2\pi k r}$$

ecuación diferencial igual a la obtenida cuando el flujo es rigurosamente radial plano.

En el límite del cono de descensos $r = R$ y $h = H_o$

$$\Phi_R = \int_0^{H_o} H_o\, dz - \frac{1}{2} H_o^2 = \frac{1}{2} H_o^2$$

ya que aquí el potencial es el mismo a lo largo de una vertical.

En el propio pozo:

$$\Phi_p = \int_0^{H_p} h_p\, dz + \int_{H_p}^{H_p+H'} z\, dz - \frac{1}{2}(H_p + H')^2 =$$

$$= \frac{1}{2} H_p^2$$

siendo H_p el espesor saturado en el pozo y H' la altura de la superficie de rezume. La segunda integral tiene en cuenta que el agua situada en la superficie de rezume está a la presión atmosférica y cae por gravedad. Se supone que en el pozo es $h_p = H_p$[182].

Así, la ecuación

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{Q}{2\pi k r}$$

debe integrarse bajo las condiciones de contorno

$$\Phi = \Phi_R = \frac{1}{2} H_o^2 \quad \text{para } r = R$$

$$\Phi = \Phi_p = \frac{1}{2} H_p^2 \quad \text{para } r = r_p$$

182 Esta condición es la más discutible.

resultando

$$H_o^2 - H_p^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_p}$$

como se quería demostrar (apartado 2.6.1).

La relación entre Φ y H se puede obtener integrando por partes la expresión de Φ:

$$u = h \quad ; \quad d u = \frac{\partial h}{\partial z} d z$$

$$d v = d z \quad ; \quad v = z$$

$$\Phi = u v - \int v d u$$

$$\Phi = \left[z \cdot h \right]_{z=o}^{z=H,\ h=H} - \int_0^H z \frac{\partial h}{\partial z} d z - \frac{1}{2} H^2 =$$

$$= \frac{1}{2} H^2 - \frac{1}{k_z} \int_0^H z\, v_z\, d z$$

en la que $v_z = - k_z \frac{\partial h}{\partial z}$ es la componente vertical de la velocidad del fluido.

Si $v_z \approx 0$ es $\Phi = \frac{1}{2} H^2$ y por lo tanto la fórmula de Dupuit reproduce la superficie libre.

Puede demostrarse que el error cometido (TNO 1964, págs. 62-63) es pequeño si:

$$\frac{k}{k_z} \left(\frac{d h}{d r} \right)^2 \ll 1$$

que se cumple siempre excepto en las proximidades del pozo. Cuanto menor sea la permeabilidad vertical k_z con respecto a la horizontal (radial) k tanto más aproximada es la fórmula de Dupuit.

Si $k_z = 0$ el flujo es perfectamente horizontal y entonces es además $H' = H_o - H_p$ y $H = H_o$ en todo lugar. En este caso la fórmula de Dupuit sigue dando correctamente el caudal, pero falla completamente el describir la superficie libre.

La demostración expuesta fue ideada por Charnii (1951) y ha sido divulgada por Polubarinova-Kochina (1952, págs. 281-283). Hantush (1964, pág. 361) da una demostración ligeramente modificada, llegando a:

$$2 H \overline{H} - H^2 = H_o^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$$

en la que $\overline{H} = \frac{1}{2} \int_0^H h(r, z)\, d z$ es el espesor saturado medido en un piezómetro ranurado en todo el espesor del acuífero. Si se conoce experimentalmente $\overline{H}$ es posible determinar H.

Lo expuesto es generalizable para acuíferos heterogéneos (Outmans, 1964).

Apéndice 9.5

Método gráfico para analizar los datos de ensayos de bombeo escalonados

La ecuación característica del pozo, tal como se ha expuesto en el capítulo 9.15, es:

$$s = B\,Q + C\,Q^n \qquad \text{(A.9.28)}$$

Se puede resolver analítica y gráficamente según los procedimientos señalados en el apartado 15.3.3. La resolución por comparación con unas curvas patrón puede simplificar mucho el cálculo, en especial en trabajos que requieren rapidez.

Para ello (Custodio, 1971, informe interno) la ecuación básica (A.9.28) se transforma en:

$$\frac{s}{Q} = B\left(1 + \frac{C}{B}\,Q^{n-1}\right) = B \cdot F(\alpha) \qquad \text{(A.9.30)}$$

en la que:

$$\alpha = \left(\frac{C}{B}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot Q \qquad \text{(A.9.31)}$$

$$F(\alpha) = 1 + \alpha^{n-1}$$

Tomando logaritmos en las ecuaciones (A.9.30) y (A.9.31) y ordenándolos, queda:

$$\log \frac{s}{Q} = \log F(\alpha) + \log B$$

$$\log Q = \log \alpha + \frac{1}{n-1} \log \frac{B}{C}$$

y en ellas puede observarse que si la representación gráfica en papel doble logarítmico de F (α) en función de α se traslada en una magnitud log B según las ordenadas y en $\frac{1}{n-1} \log \frac{B}{C}$ según las abscisas, se obtiene la representación gráfica, también en papel doble logarítmico de s/Q en función de Q. El procedimiento es igual al del método de coincidencia de curvas expuesto en el apartado 3.3.4. F (α) y α son adimensionales. Basta tener dibujadas en papel doble logarítmico F (α) en función de α para diferentes valores del parámetro n y dibujar en otro papel doble logarítmico del mismo módulo (transparente si el anterior no lo era) los valores de s/Q en función de Q, deducidos del ensayo realizado y superponer ambos papeles hasta hacer coincidir la curva experimental con alguna de las curvas patrón, manteniendo los ejes de ambos papeles paralelos. En la coincidencia se lee directamente el valor de n y tomando un punto común en ambos papeles se obtiene.

(s/Q), (Q), (F (α)), (α)

$$B = \frac{(s/Q)}{(F(\alpha))} \quad ; \quad C = B \cdot \left(\frac{(\alpha)}{(Q)}\right)^{n-1}$$

En la práctica el valor de α suele variar en la mayor parte de los casos entre 10^{-3} y 10; en la tabla A.9.10 se dan los valores de F (α) que se representan en la figura A.9.7 y en el gráfico 9.7.

Ejemplo:

Analizar gráficamente los datos de los ensayos de bombeo escalonados reales del capítulo 9.15.

Ejemplo	Unidades	1.er escalón	2.º escalón	3.er escalón	4.º escalón	Observaciones
1	Q (m³/día) s/Q (día/m²)	260 $1{,}04 \cdot 10^{-3}$	520 $0{,}98 \cdot 10^{-3}$	1040 $1{,}02 \cdot 10^{-3}$	2600 $1{,}24 \cdot 10^{-3}$	El 4.º escalón tomado del ensayo de larga duración
2	Q (m³/día) s/Q (día/m²)	260 $0{,}49 \cdot 10^{-3}$	520 $0{,}79 \cdot 10^{-3}$	1040 $1{,}58 \cdot 10^{-3}$	2160 $3{,}08 \cdot 10^{-3}$	
3	Q (m³/día) s/Q (día/m²)	180 $4{,}01 \cdot 10^{-3}$	306 $5{,}57 \cdot 10^{-3}$	441 $8{,}09 \cdot 10^{-3}$	— —	
4a	Q (m³/día) s/Q (día/m²)	199 0,0266	294 0,0282	475 0,0300	— —	Ensayo en el pozo deficiente
5	Q (m³/día) s/Q (día/m²)	119 0,0685	314 0,125	475 0,172	— —	Escalones de 24 horas. Pozo en acuífero fracturado

Los resultados obtenidos en el capítulo 9.15 fueron

Ejemplo	B (día/m²)	C (día/m³)ⁿ $\frac{1}{m}$	n	Observaciones
1	$0{,}88 \cdot 10^{-3}$	$0{,}14 \cdot 10^{-6}$	2	n fijado. Los tres primeros escalones no muestran pérdidas proporcionales a Q^2
	$0{,}88 \cdot 10^{-3}$	$0{,}14 \cdot 10^{-3}$	1	Con sólo los tres primeros escalones
2	$0{,}13 \cdot 10^{-3}$	$1{,}4 \cdot 10^{-6}$	2	n se ajusta a 2
3	$3 \cdot 10^{-3}$	$0{,}03 \cdot 10^{-6}$	2,82	
4a	$23 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-6}$	2	
5	$33 \cdot 10^{-3}$	$0{,}29 \cdot 10^{-3}$	2	

TABLA A.9.10 *Tabla de valores de la función $1 + \alpha^{n-1}$ para el análisis de datos de ensayos de bombeo escalonados. Los valores de n ≥ 2,0 han sido obtenidos con ordenador (Según Custodio, 1972, informe interno)*

α \ n	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
0,01	1,100	1,063	1,040	1,025	1,016	1,010	1,006	1,004	1,003	1,002	1,001
0,02	1,141	1,096	1,065	1,044	1,030	1,020	1,014	1,009	1,006	1,004	1,003
0,03	1,200	1,145	1,105	1,076	1,055	1,040	1,029	1,021	1,015	1,011	1,008
0,04	1,265	1,203	1,155	1,119	1,091	1,070	1,054	1,041	1,032	1,024	1,019
0,1	1,316	1,251	1,200	1,158	0,126	1,100	1,079	1,063	1,050	1,040	1,032
0,2	1,447	1,381	1,324	1,276	0,235	1,200	1,170	1,145	1,123	1,105	1,089
0,4	1,632	1,577	1,527	1,480	0,438	1,400	1,365	1,333	1,304	1,277	1,253
0,7	1,837	1,807	1,779	1,752	0,725	1,700	1,675	1,652	1,629	1,607	1,586
1	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
2	2,414	2,516	2,625	2,741	2,866	3,000	3,144	3,297	3,462	3,639	3,828
4	3,000	3,297	3,639	4,031	4,482	5,000	5,595	6,278	7,063	7,964	9,000
7	3,646	4,214	4,905	5,743	6,762	8,000	9,504	11,330	13,549	16,245	19,520
10	4,162	4,981	6,012	7,310	8,943	11,000	12,589	16,849	20,953	25,114	32,623
20	5,472	7,034	9,142	11,968	15,823	21,000	27,986	37,411	50,129	67,289	90,443

α \ n	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
0,01	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,02	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,03	1,006	1,004	1,003	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000
0,04	1,014	1,011	1,008	1,006	1,005	1,004	1,003	1,002	1,002	1,001
0,1	1,025	1,020	1,016	1,013	1,010	1,008	1,006	1,005	1,004	1,003
0,2	1,076	1,065	1,055	1,047	1,040	1,034	1,029	1,025	1,021	1,018
0,4	1,231	1,211	1,192	1,175	1,160	1,146	1,133	1,122	1,111	1,101
0,7	1,565	1,545	1,526	1,508	1,490	1,473	1,456	1,440	1,425	1,410
1	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
2	4,031	4,249	4,482	4,732	5,000	5,287	5,595	5,925	6,278	6,657
4	10,190	11,556	13,126	14,929	17,000	19,379	22,112	25,251	28,858	33,000
7	23,409	28,332	34,203	41,335	50,000	60,526	73,313	88,846	107,717	130,642
10	40,811	51,119	64,096	80,438	101,000	126,892	159,489	200,526	252,188	317,227
20	120,683	164,836	220,712	297,453	401,000	540,712	729,225	983,580	1326,780	1789,854

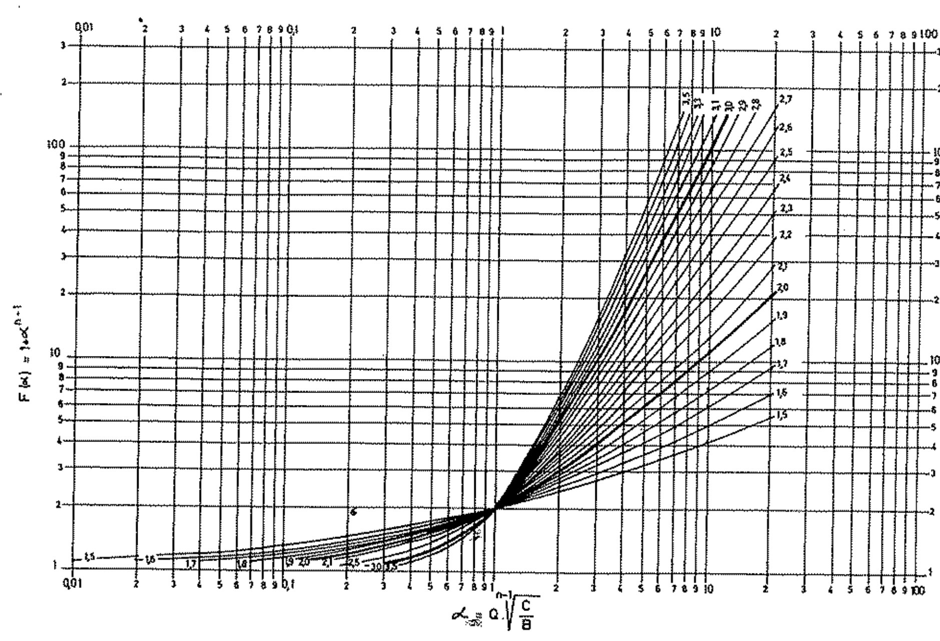


FIGURA A.9.7

Gráfico para el análisis de datos de ensayos de bombeo escalonados. (Según Custodio.)

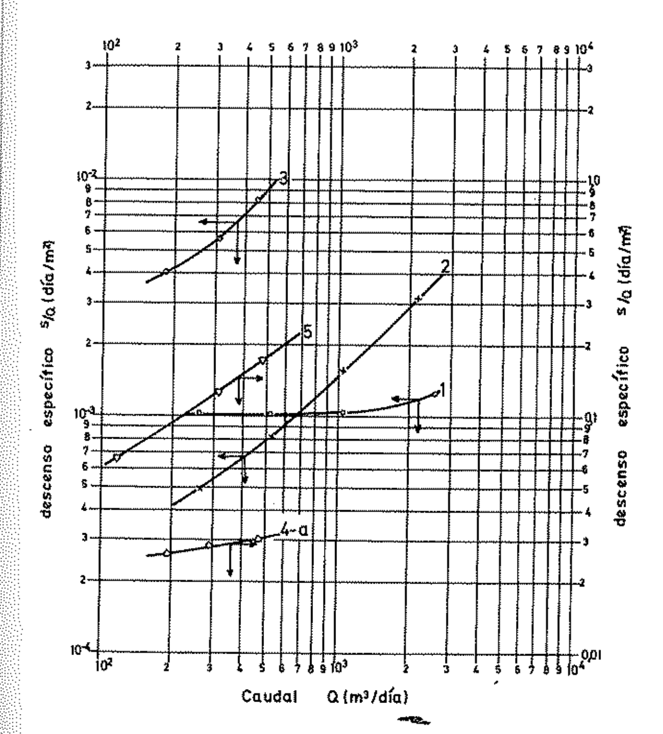


FIGURA A.9.8

Representación de los datos s/Q en función de Q.

En la figura A.9.8 se han representado los valores de s/Q en función de Q para los 5 casos considerados.

Para el ejemplo 1 no es posible ajustar ninguna curva y se aprecia que los dos tramos que se consideraron son claramente visibles.

Con los datos del tercer y cuarto escalón se puede intentar un ajuste gráfico suponiendo n = 2; las posiciones resultantes son algo imprecisas pero puede admitirse:

$(F) = 1 \quad ; \quad (s/Q) = 0{,}9 \cdot 10^{-3}$ día/m² $\quad ; \quad (\alpha) = 1 \quad ;$

$(Q) = 6800$ m³/día

$$B = \frac{0{,}9 \cdot 10^{-3}}{1} = 0{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ día/m}^2$$

$$C = 0{,}9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{6800} \right)^{2-1} = 0{,}132 \cdot 10^{-6} \text{ día}^2/\text{m}^5$$

El ajuste de las otras curvas ofrece menos dificultad obteniéndose:

Curva del ejemplo	(F)	(s/Q)	(α)	(Q)	B	C	n
1	No ajustable pues n = 1						
2	1	$0{,}16 \cdot 10^{-3}$	1	144	$0{,}16 \cdot 10^{-3}$	$0{,}67 \cdot 10^{-6}$	2,1
3	1	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$	1	250	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$	$0{,}60 \cdot 10^{-6}$	2,5
4a	1	0,022	1	1900	$22 \cdot 10^{-3}$	$110 \cdot 10^{-6}$	1,7
5	1	0,027	10	760	$27 \cdot 10^{-3}$	$0{,}69 \cdot 10^{-3}$	1,9

Las diferencias en B son pequeñas pero la diferencia en C y n son mayores. En principio parece que el método empleado es de mayor valor dado que se toman todos los datos conjuntamente; sin embargo en las zonas de $\alpha < 1$ el ajuste es algo confuso.

Apéndice 9.6

Determinación de la permeabilidad mediante ensayos en sondeos de pequeño diámetro y catas en el terreno

A.6.1 GENERALIDADES

En general, un piezómetro puede considerarse como un pozo incompleto de pequeño diámetro. En el mismo pueden efectuarse, si su diámetro es suficiente, ensayos de bombeo a caudal constante y conociendo los descensos producidos calcular k ó T de acuerdo con los principios expuestos a lo largo de este tema, teniendo siempre en cuenta los errores que puedan derivarse del hecho de no disponer de otros puntos de observación y de que se trata de ensayos breves que afectan sólo a una pequeña parte del acuífero. Existen métodos rápidos para calcular la permeabilidad basados en la introducción de pequeños volúmenes de agua en el sondeo. Los datos obtenidos son poco precisos y sólo representan las condiciones del acuífero en las proximidades de la zona abierta del piezómetro. En general no se tiene en cuenta el espesor del acuífero, ni su condición de libre o cautivo y se supone que el flujo es esférico alrededor de la rejilla o zona abierta durante la corta duración del ensayo. Es frecuente que la rejilla del piezómetro consista meramente en unas pocas ranuras en el tubo que son suficientes para que se realice sin dificultad el pequeño trasiego de agua preciso para que se produzcan las variaciones de nivel. En ciertos ensayos se miden variaciones de nivel rápidas y por ello es preciso asegurarse que lo que se mide es la permeabilidad del terreno y no la dificultad del paso del agua por las ranuras practicadas en el piezómetro y la de paso por la zona de acuífero alterada por la perforación que lo rodea.

Estos métodos son muy inferiores a los ensayos de bombeo con piezómetros pero dan resultados más representativos que los basados en las tomas de muestras[183].

[183] Véase el capítulo 8.2.

A continuación se exponen sólo algunos de los métodos en uso, a título indicativo. Todos estos métodos se refieren a la medición de la permeabilidad en terreno saturado y se precisa que el movimiento sea en régimen laminar de Darcy.

A.6.2 ENSAYOS LEFRANC

Los ensayos Lefranc se aplican típicamente a un sondeo en ejecución tal que tiene que ser entubado durante el avance (materiales no consolidados de arenas, gravas, etcétera); la zona filtrante son los 50 cm del sondeo que se dejan descubiertos (si conviene se rellenan de grava gruesa para evitar derrumbes). Pueden también aplicarse a un piezómetro puntual o de rejilla corta.

Por el interior del tubo de revestimiento se introduce un varillaje hasta la máxima profundidad del sondeo y por el mismo se introduce mediante una bomba de pistón un volumen determinado de agua en un tiempo determinado (por ejemplo, 200 l en 4 minutos). Parte del agua introducida pasa al acuífero y parte se vierte a nivel constante (fig. A.9.9) entre los dos tubos a un depósito; la diferencia entre el agua introducida y el agua salida es el volumen real inyectado.

Si en t segundos se ha inyectado un volumen V es:

$$k = \frac{V}{2\pi d \cdot h_m \cdot t}$$

y si la cámara de inyección no se puede suponer esférica

$$k = \frac{V}{C\, h_m\, t}$$

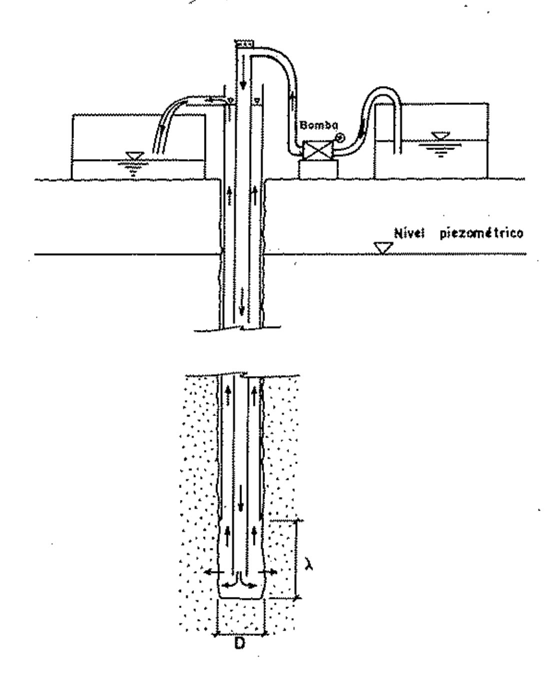


FIGURA A.9.9
Dispositivo Lefranc de medida de la permeabilidad en piezómetros.

siendo (Schneebeli, en Castany, 1963, pág. 173):

$$C = \frac{2\pi D\sqrt{(\lambda/D)^2 - 1}}{\ln[\lambda/D + \sqrt{(\lambda/D)^2 - 1}]}$$

En estas fórmulas:

d = diámetro de la cámara esférica
D = diámetro de la cámara cilíndrica
λ = longitud de la cámara cilíndrica
h_m = presión de inyección medida en altura de agua sobre el nivel estático del agua.

Por razones obvias, h_m debe referirse a la propia zona de inyección, para así evitar la contabilización de las pérdidas de carga en la circulación por la tubería de inyección.

Para conseguir que el régimen de infiltración cumpla la ley de Darcy se recomiendan los siguientes valores máximos de h_m (modificado de Castany, 1963, pág. 174):

k m/día	h_m
1000	algunos cm
100	algunos dm
10	algunos m

Si se realizan ensayos a diferentes profundidades se tiene la variación de la permeabilidad con la profundidad; en ocasiones son más importantes los valores relativos que los absolutos.

En terrenos anisótropos, el valor de k es ficticio y depende de la forma de la cámara de inyección. Si se trata de una cámara ancha y de escasa altura se tiende a determinar k_v y si se trata de una cámara estrecha y alargada se tiende a determinar k_h.

A.6.3 ENSAYOS LUGEON

Los ensayos Lugeon se realizan en sondeos en rocas consolidadas y consisten en la medición del volumen que se puede inyectar en un cierto tramo de longitud λ bajo una cierta presión p. En general se aislan los 5 ó 10 últimos metros de la perforación mediante un obturador que cierre sobre una parte del sondeo de paredes lisas y sin grietas; también puede aislarse una zona intermedia mediante dos obturadores.

La inyección se realiza mediante una bomba de pistón, la presión se mide con un manómetro y el volumen V inyectado se mide por diferencia de niveles en un depósito (si hay retorno, éste debe volver al depósito) o por medio de un contador de agua. El ensayo dura un tiempo t que suele ser de 5 ó 10 minutos, y la presión es de unas pocas atmósferas a lo sumo.

La permeabilidad es proporcional al caudal introducido por metro de longitud y por unidad de presión (medida sobre el nivel piezométrico):

$$k \sim \frac{V}{t \cdot \lambda \cdot P}$$

El lugeon es la unidad de inyectabilidad adoptada y vale 1 l/min/m bajo una presión de 10 kg/cm². Es una unidad muy pequeña de modo, que valores menores que 1 lugeon indican terreno impermeable a efectos prácticos (Cambefort, 1964, pág. 26).

Si la inyectabilidad es directamente proporcional a la presión de inyección un lugeon vale entre 1 y $2 \cdot 10^{-7}$ m/seg (Cambefort, 1962, pág. 339; Borelli y Pavlin, 1965).

El ensayo Lugeon es adecuado para rocas muy poco permeables. Si la roca es muy permeable o presenta tramos muy permeables, la pérdida de carga de circulación por la tubería enmascara la presión real de inyección, y no es raro encontrar casos en que con la bomba de inyección disponible no es posible dar presión, o a veces ni siquiera llenar la tubería.

A.6.4 MÉTODOS DE GILG-GAVARD

1) *Método de nivel constante*

Si en la perforación se introduce agua de modo que el nivel en el piezómetro se mantenga constante se cumple que:

$$k = \alpha \frac{Q}{\pi\, d\, h_m}$$

siendo d el diámetro, h_m la elevación de agua sobre el nivel inicial y α un factor de forma que vale 1 si el piezómetro es puntual. En la práctica y para piezómetros no puntuales es (Vidal, 1962):

$$k = \frac{1}{600\ A} \frac{Q}{h_m}$$

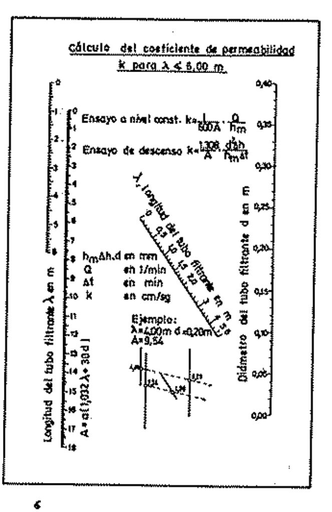
en la que:

k = permeabilidad del terreno en cm/seg
Q = caudal introducido en l/min
h_m = altura constante del agua por encima del nivel inicial en m
A = coeficiente que depende de la longitud de la zona filtrante λ y del diámetro del tubo ranurado d.

El valor A se puede determinar en los gnomogramas de la figura A.9.10 o bien, teniendo en cuenta que es:

$$A = a\,(1{,}032\,\lambda + 30\,d)$$

$$a = \begin{cases} 1 & \text{si es } \lambda \geq 6 \text{ m} \\ 0{,}481 + 0{,}178\,\lambda - 0{,}014\,\lambda^2 & \text{si es } \lambda \leq 6 \text{ m} \end{cases}$$



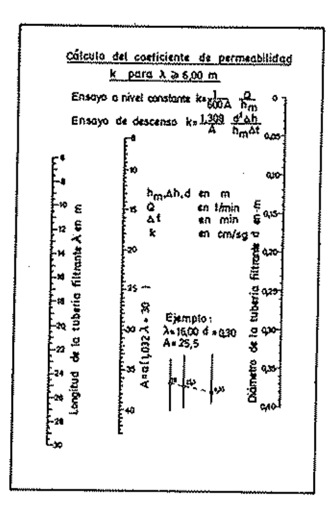


FIGURA A.9.10
Gnomogramas para el uso de las fórmulas de Gilg-Gavard. (Según Vidal, 1962.)

La forma más corriente de mantener constante el nivel es llenar el tubo hasta la boca y mantenerlo lleno. La introducción de agua puede hacerse también a presión, en cuyo caso h_m sería la carga total sobre el nivel inicial. A veces se selecciona un cierto tramo de una perforación mediante obturadores.

Ejemplo 1

Calcular la permeabilidad del tramo en el que para conseguir una elevación constante sobre el nivel inicial de 4 m ha sido preciso introducir un caudal continuo de 400 l/min en un piezómetro de 50 mm de diámetro y longitud ranurada de 4 m.

De la figura A.9.10 se obtiene: A = 5,4 y por lo tanto:

$$k = \frac{1}{600 \cdot 5{,}4} \cdot \frac{400 \text{ l/min}}{4 \text{ m}} = 0{,}31 \text{ cm/seg} = 26{,}7 \text{ m/día}$$

2) *Método de nivel variable*

El método de Gilg-Gavard también tiene una variante en régimen no permanente muy fácil de aplicar y que precisa de sólo un pequeño volumen de agua. El método es adecuado en terrenos no excesivamente permeables. Se añade agua al tubo hasta que el nivel llegue hasta una cierta altura conocida, en general el borde del tubo. Con un cronómetro y un medidor de nivel se va determinando el nivel del agua en tiempos sucesivos al

cese de la inyección. Entonces se cumple (Vidal, 1962, pág. 21; Llamas en M.O.P., 1966, cap. 7) que:

$$k = \frac{1{,}308 \cdot d^2 \cdot \Delta h}{A \cdot h_m \cdot \Delta t}$$

en la que:

k = permeabilidad del terreno en cm/seg
d = diámetro del sondeo
Δh = descenso de nivel en m en el intervalo de tiempo Δt minutos
A = coeficiente definido en el gnomograma de la figura A.9.10 o en la fórmula anteriormente indicada
h_m = altura media del nivel del agua en el intervalo Δt.

Para un piezómetro puntual de radio r, y en unidades coherentes

$$k = \frac{r}{8 h_m} \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Ejemplo 2

En un tubo piezométrico de 0,05 m de diámetro y 10 m de longitud de rejilla, se realiza una introducción rápida de agua hasta llenarlo. A los t minutos de cesar la introducción de agua se observa un ascenso del nivel de 9 m y transcurridos otros 3 minutos el ascenso es de 0,5 m. Calcular la permeabilidad del terreno.

En la figura A.9.10 se obtiene A = 12 y por lo tanto:

$$k = \frac{1{,}308 \cdot 0{,}05^2 \cdot (9 - 0{,}5)}{12 \cdot \frac{9 + 0{,}5}{2} \cdot 3} = 1{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ cm/seg} =$$

$= 0{,}14$ m/día

En la práctica se determinan los ascensos residuales (profundidad inicial del agua menos la profundidad medida) en diferentes tiempos, se dibuja una curva de ascensos en función del tiempo y se calcula k para diferentes tramos, tomándose como real el valor medio de los hallados (Molist, informes internos).

Para terrenos poco permeables y para rejillas alejadas del techo y de la base del acuífero se obtienen resultados satisfactorios. En terrenos muy permeables es muy difícil llenar el tubo sin que entre aire, con lo que el llenado inicial es sólo ficticio y es preciso gastar mucha agua para estabilizar el caudal. En régimen variable no se está seguro de si el llenado es completo y los niveles descienden tan deprisa que apenas da tiempo a medir los últimos valores observables del ascenso y en general con gran error; no es raro que en ciertas ocasiones (acuífero del Valle Bajo del río Llobregat) no se llegue a poder llenar el tubo de agua. En estos casos se corre el peligro de medir la permeabilidad del ranurado del tubo y del acuífero alterado que lo rodea, que puede ser menor que el del propio acuífero.

A.6.5 ENSAYOS DEL UNITED STATES BUREAU OF RECLAMATION Y OTROS

El U.S. Bureau of Reclamation ha tipificado una serie de ensayos que son muy similares a los Lefranc o Gilg-Gavard.

Si r es el radio de la perforación entubada hasta el fondo (el agua penetra sólo por el fondo de la tubería) y h_m es la altura constante de inyección sobre el nivel piezométrico en reposo es (Cedergren, 1967, pág. 75):

$$k = \frac{Q}{5{,}5 \cdot r \cdot h_m}$$

siendo Q el caudal constante añadido. Los cálculos tienden a dar el valor de k_v.

Si el ensayo se realiza en un tramo de sondeo descubierto de longitud L y radio r, aislado por obturadores, y se aplica una carga de agua h_m (altura entre el nivel estático y el manómetro + lectura en el manómetro):

$$k = \frac{Q}{2 \pi L h_m} \ln \frac{L}{2 r} \qquad \text{si es } L \geq 10\ r$$

$$k = \frac{Q}{2 \pi L h_m} \text{arc Sh} \frac{L}{2 r} \qquad \text{si es } 10\ r > L \geq r$$

El valor de k es aceptable si el espesor total del estrato es de más de 5 L. La primera fórmula tiende a dar el valor de k_h y la segunda el de k_v.

Si se dispone de agua abundante y el acuífero es de escasa profundidad, puede practicarse una perforación de gran diámetro e introducir agua en su interior hasta lograr un nivel más o menos estable. Entonces se cumple que (Vidal, 1962, pág. 16):

$$k = \alpha \frac{Q}{h_m \cdot r}$$

fórmula homogénea en la que k es la permeabilidad del terreno, Q el caudal de agua introducido, h_m la elevación del nivel de agua en el pozo, r el radio del mismo y α es un coeficiente que vale:

Para pozo poco penetrante:

p/r	2	10	18
α	0,1	0,04	0,025

en la que p es la altura total de agua en el pozo.

Para sondeo revestido y filtrante sólo por el fondo $\alpha = 0{,}17$ a 2.

Para sondeos con una longitud λ de zona filtrante:

λ/r	5	12	19	26
α	0,05	0,033	0,025	0,02

Ejemplo 3

En un sondeo revestido de r = 0,50 m de diámetro y con 8 m de espesor de agua, se introdujeron 3 l/seg de agua, alcanzándose en el sondeo una sobreelevación del nivel de agua de 4 m; calcular la permeabilidad del acuífero.

$p/r = 8/0{,}5 = 16 \quad ; \quad \alpha = 0{,}03$

$$k = \frac{0{,}003 \text{ m}^3/\text{seg}}{4 \text{ m} \cdot 0{,}50 \text{ m}} 0{,}03 = 4{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ m/seg} = 3{,}9 \text{ m/día}$$

Ejemplo 4

Resolver el problema anterior considerando un sondeo de r = 0,10 m y una longitud de zona filtrante de $\lambda = 1{,}5$ m. Será:

$\lambda/r = 1{,}5/0{,}10 = 15 \quad ; \quad \alpha = 0{,}03$

$$k = \frac{0{,}003}{4 \cdot 0{,}10} \cdot 0{,}03 = 2{,}55 \cdot 10^{-4} \text{ m/seg} = 19 \text{ m/día}$$

Para un pozo que penetre menos del 20 % del espesor de un acuífero cautivo (rejilla empezando en el techo o en la base) es (Zangar, 1953, en Kruseman y De Ridder, 1970, págs. 170-171):

$$k = \frac{1}{C} \frac{Q}{r \cdot s}$$

TABLA A.9.11 *Valores de C en la fórmula de Zangar. (Según Kruseman y De Ridder, 1970, pág. 171)*

p/r	$\times 10^0$	$\times 10^1$	$\times 10^2$
1	7,3	25,2	127
1,5	8,7	32,5	176
2	10,2	39,0	224
3	12,4	52,0	310
4	14,7	63,0	400
6	18,5	86,0	570
8	22,0	109	730

p = longitud de rejilla
r = radio del pozo o sondeo

Ejemplo: para p/r = 80 es C = 109

en la que s es el descenso producido en un corto bombeo a caudal constante r el radio del pozo y C es una constante cuyos valores están en la tabla A.9.11.

El U.S. Navy Bureau of Yards and Docks (Cedergren, 1967, págs. 79-80) establece que si después de una inyección o bombeo de agua, h_2 es la profundidad del agua en un tiempo t_2 y h_1 es la profundidad del agua en un instante $t_1 > t_2$.

a) Sondeo no revestido en acuífero libre

$$k = \frac{r}{16 p \beta} \frac{h_1 - h_2}{t_1 - t_2}$$

para $p/r < 50$

b) Sondeo entubado, sólo filtrante por el fondo

$$k = \frac{2 \pi r}{11 (t_1 - t_2)} \ln \frac{h_1}{h_2}$$

para $0{,}15 \leq p \leq 1{,}5$ metros (poca profundidad bajo el nivel freático).

c) Sondeo con una longitud final λ descubierta

$$k = \frac{r^2}{2\lambda(t_1 - t_2)} \ln \frac{\lambda}{r} \ln \frac{h_2}{h_1}$$

para $\lambda/r > 8$

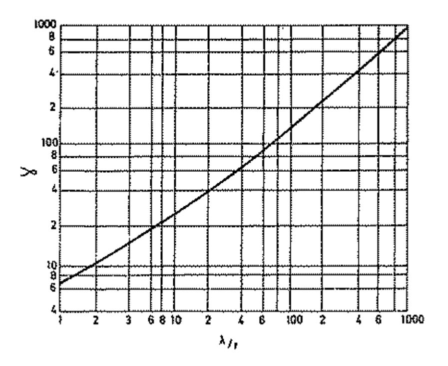
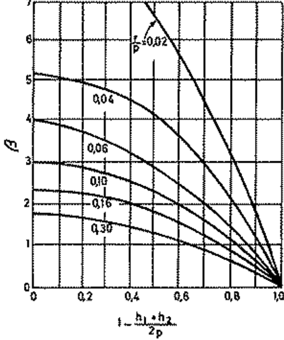



FIGURA A.9.11
Factores de forma para los casos a, *y* f1, *según ensayos en piezómetros del U.S. Navy Bureau of Yards and Docks. (Modificado de Cedergren, 1967.)*

d) Sondeo entubado relleno de terreno en una longitud l

$$k = \frac{2\pi r + 11 \cdot l}{11\,(t_1 - t_2)} \ln \frac{h_2}{h_1} \qquad \text{(mide } k_v\text{)}$$

e) Sondeo abierto sólo en el techo de un acuífero cautivo

$$k = \frac{\pi r}{4\,(t_1 - t_2)} \ln \frac{h_2}{h_1}$$

f) Sondeos con paredes filtrantes de longitud λ que penetra parcialmente en un acuífero cautivo de espesor b

1) $k = \dfrac{\pi r}{\gamma\,(t_1 - t_2)} \ln \dfrac{h_2}{h_1}$

cuando $\lambda/b \leq 0{,}20$

2) $k = \dfrac{r^2 \ln(\lambda/r)}{2\lambda\,(t_1 - t_2)} \ln \dfrac{h_2}{h_1}$

cuando $0{,}20 < \lambda/b < 0{,}85;\ \lambda/r > 8$

3) $k = \dfrac{r^2 \ln(R/r)}{2b\,(t_1 - t_2)} \ln \dfrac{h_2}{h_1}$

cuando λ = b y R es el radio de influencia que puede suponerse R = 200 r

En estas fórmulas r es el radio del sondeo, p la penetración bajo el nivel freático y β y γ son valores que vienen dados en la figura A.9.11.

Todas estas fórmulas se reducen a:

$$k = \frac{A}{F \cdot (t_1 - t_2)} \ln \frac{h_2}{h_1}$$

A = sección del sondeo en la zona de variaciones de nivel
F = factor de forma (tomando el radio de la zona de inyección).

Si el acuífero es anisótropo, se multiplican las dimensiones verticales por $\sqrt{k_h/k_v}$, con lo que se obtiene un valor k que es $k = \sqrt{k_h \cdot k_v}$.

Para determinar k es recomendable dibujar un gráfico de log h_t/h_o en función de $(t_o - t)$.

A.6.6 ENSAYOS VARIOS

Otras fórmulas de uso en otros países, principalmente en Alemania son (Lohr, 1969; Lohr, 1969 b):

a) *En régimen permanente*

Si la rejilla está alejada del techo y de la base del acuífero y éste es isótropo:

$$k = \frac{Q}{2\pi\alpha\lambda s} \ln \left[\frac{\lambda}{2r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2r}\right)^2 + 1} \right]$$

Si la rejilla se inicia en el techo o en la base del acuífero, y éste es isótropo

$$k = \frac{Q}{2\pi\alpha\lambda s} \ln \left[\frac{\lambda}{r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{r}\right)^2 + 1} \right]$$

en las que:

s = descenso o ascenso estabilizado producido por la extracción o introducción de un caudal constante de agua Q
λ = longitud ranurada
r = radio del sondeo
α = factor que tiene en cuenta que debido a la penetración parcial el agua no se distribuye uniformemente a lo largo de la rejilla; α = 1,074.

Según Hvorslev (1951, en Cedergren, 1967, páginas 87-89) es $\alpha = 1$.

Si el medio es anisótropo de modo que $\varkappa^2 = k_h/k_v$ siendo k_h y k_v las permeabilidades horizontal y vertical respectivamente, las fórmulas anteriores se transforman respectivamente en:

$$k_h = \frac{Q}{2\pi\alpha\lambda s} \ln \left[\frac{\lambda\varkappa}{2r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda\varkappa}{2r}\right)^2 + 1} \right]$$

$$k_h = \frac{Q}{2\pi\alpha\lambda s} \ln \left[\frac{\lambda\varkappa}{r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda\varkappa}{r}\right)^2 + 1} \right]$$

con $\alpha = 1{,}047$

En general puede escribirse que:

$$k_h = f \cdot \frac{Q}{s \cdot r}$$

pudiéndose deducir el valor de f de las anteriores ecuaciones.

Ejemplo 5

Calcular la permeabilidad de un terreno isótropo en el que se han introducido Q = 400 l/min, logrando una elevación constante sobre el nivel inicial de 4 m siendo $\lambda = 4$ m y $r = 0{,}05$ m. La rejilla está alejada del techo y base del acuífero.

Será:

$$k = \frac{Q}{2\pi\alpha\lambda s} \ln \left[\frac{\lambda}{2r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2r}\right)^2 + 1} \right] =$$

$$= \frac{400 \cdot 10^{-3} \cdot 1440 \ \text{m}^3/\text{día}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}074 \cdot 4 \cdot 4} \ln \left[\frac{4}{0{,}10} + \sqrt{\left(\frac{4}{0{,}10}\right)^2 + 1} \right] =$$

$= 40$ m/día

b) *En régimen variable*

$$k_h = \pi \cdot f \cdot \frac{\Delta s}{s_m} \frac{r}{\Delta t}$$

en la que Δs es el descenso de nivel producido en el tiempo Δt y s_m el nivel medio del agua sobre el nivel inicial en ese intervalo Δt.

Los valores de f, deducidos del apartado anterior, son: para rejilla alejada del techo y base del acuífero:

$$f = \frac{r}{2\pi\alpha\lambda} \ln \left[\frac{\lambda\varkappa}{2r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda\varkappa}{2r}\right)^2 + 1} \right]$$

y para rejilla junto al techo o la base del acuífero:

$$f = \frac{r}{2\pi\alpha\lambda} \ln \left[\frac{\lambda\varkappa}{r} + \sqrt{\left(\frac{\lambda\varkappa}{r}\right)^2 + 1} \right]$$

Si el acuífero es isótropo, $\varkappa = 1$.

Como es $ds/s = d \ln s \approx \Delta \ln s$

$$k_h \approx \pi \cdot f \cdot r \cdot \frac{2{,}3 \ \Delta \log s}{\Delta t}$$

Dibujando t en función de log s, se obtiene una recta cuya pendiente es $(\Delta t)_{10}$ de modo que:

$$k_h \approx \pi \cdot f \cdot r \cdot \frac{2{,}3}{(\Delta t)_{10}}$$

Puede verse que este método apenas difiere del U.S. Navy Bureau of Yards and Docks.

Hvorslev (1951, en Cedergren, 1967, págs. 87-89), establece unas fórmulas muy similares; para rejilla alejada del techo y de la base del acuífero:

$$k_h = \frac{r^2 \ln \left[\varkappa \frac{\lambda}{2r} + \sqrt{1 + \left(\varkappa \frac{\lambda}{2r}\right)^2} \right]}{2\lambda(t_2 - t_1)} \ln \frac{s_1}{s_2}$$

que para $\varkappa \dfrac{\lambda}{2r} > 4$ se convierte en:

$$k_h \approx \frac{r^2 \ln \left(\varkappa \frac{\lambda}{r}\right)}{2\lambda(t_2 - t_1)} \ln \frac{s_1}{s_2}$$

Si la rejilla empieza en el techo o en la base del acuífero basta poner $\lambda/2$ en vez de λ.

Ejemplo 6

Calcular la permeabilidad horizontal de un terreno en el que mediante un tubo piezométrico de $\lambda = 10$ m y $r = 0{,}05$ metros en un intervalo de 3 minutos el ascenso residual pasó de 9 m a 0,5 m. La rejilla se inicia en el techo del acuífero.

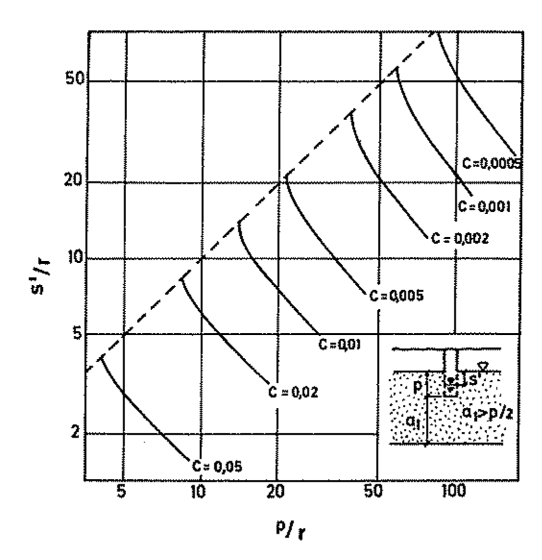


FIGURA A.9.12

Ábaco para el cálculo de C en la fórmula $k = C \cdot (s_1' - s_2')(t_2 - t_1)$ *para el cálculo de la permeabilidad en un sondeo. (Según Ernst y Westerhof, 1956.)*

Será:

$$k_h = 3{,}14 \cdot f \cdot \frac{9 - 0{,}5}{\frac{1}{2}(9 + 0{,}5)} \cdot \frac{0{,}05}{3 \text{ min}} \cdot$$

$$\cdot\ 1440 \text{ min/día} = 135\, f$$

y como

$$f = \frac{0{,}05 \text{ m}}{6{,}28 \cdot 1{,}074 \cdot 10 \text{ m}} \ln \left[\frac{10}{0{,}05} + \left(\frac{10}{0{,}05} \right)^2 + 1 \right] =$$

$$= 7{,}8 \cdot 10^{-3}$$

$$k_h = 135 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 1{,}05 \text{ m/día}$$

Si el valor de k_h es conocido por un ensayo de bombeo en pozo completo, con las fórmulas anteriores se puede calcular f y de su valor deducir el de:

$$\varkappa^2 = \frac{k_h}{k_v}$$

Sea una perforación de radio r en un acuífero freático poco profundo que penetra una longitud p bajo el nivel libre del agua, quedando el fondo a distancia a_1 de la base del acuífero. Si en un momento determinado se produce un descenso brusco de nivel mediante la extracción repentina de una cuchara y se miden los descensos residuales s' en diferentes tiempos t contados a partir de la extracción, se utilizará la fórmula[184] propuesta por Ernst y Weterhof (1956):

$$k = -\frac{\pi r}{\beta \cdot s} \frac{d s'}{d t} \approx$$

$$\approx -\frac{\pi r}{\beta} \cdot \frac{s_1' - s_2'}{\frac{1}{2}(s_1' + s_2')(t_2 - t_1)}$$

en la que β es un valor tal que:

para $a_1 = 0$

$$\beta = \frac{3}{4} \left(\frac{p}{r} + 10 \right) \left(2 - \frac{s}{p} \right)$$

para $a_1 > p/2$

$$\beta = \frac{2}{3} \left(\frac{p}{r} + 20 \right) \left(2 - \frac{s}{p} \right)$$

También puede escribirse:

$$k = C \frac{s_1' - s_2'}{t_2 - t_1}$$

tomándose el valor de C de la figura A.9.12.

La base teórica del método exige que no dé tiempo a desarrollarse un cono de descensos, lo que obliga a medir los descensos inmediatamente después de la extracción. El valor k representa el valor medio de un cilindro de alrededor de 1 m de diámetro y una altura de hasta 50 cm bajo el fondo del sondeo.

Es posible instalar una regla sobre un flotador marcando sobre la misma los puntos representativos de los descensos[185].

[184] Fórmula utilizada con frecuencia por ingenieros holandeses.

[185] En el texto de Ernst y Westerhof (1956) se comenta el modo de proceder en acuíferos estratificados.

A.6.7 ENSAYOS DE PRODUCCIÓN

Los ensayos en sondeos profundos son de difícil realización pero es preciso ejecutarlos para conocer las características de los materiales atravesados. Estas técnicas han sido desarrolladas para la prospección petrolífera, pero pueden ser aplicadas igualmente a pozos de inyección profunda de aguas residuales o a pozos para agua si su coste justifica el gasto.

Una vez seleccionada la parte a ensayar en general los 15 a 30 últimos metros del sondeo en ejecución, se introduce un dispositivo con obturador que una vez accionado aísla a aquella del resto del sondeo.

El varillaje ha sido introducido con su extremo cerrado y por lo tanto vacío; en un momento determinado se pone en comunicación el interior del varillaje con la parte a ensayar, la cual queda así repentinamente a la presión atmosférica, el fluido de la formación penetra en el varillaje y asciende por el mismo. Este ascenso puede medirse con un sistema de flotador, pero es más común disponer de un registrador de presión colocado en el interior del varillaje de apoyo (pie), obteniéndose así un registro continuo de las variaciones de presión, en todas sus fases. Si el ensayo dura suficiente tiempo puede llegarse a medir el nivel piezométrico de la formación y si conviene se puede realizar un pequeño ensayo de bombeo con un pistón acoplado al propio varillaje.

Este ensayo es generalmente conocido como ensayo de producción o ensayo de formación (formation testing) aunque entre las empresas de sondeos es más conocido con el nombre anglosajón de drill-stem test o DST. Se aplica a formaciones poco permeables; en las muy permeables los resultados obtenidos no son interpretables por ser muy rápidos.

En la figura A.9.13 se muestran las diferentes fases y la circulación de fluidos en un ensayo de producción con simple apertura. El gráfico tipo que se obtendría en el registrador de presión está representado en la parte superior de la figura A.9.14 donde se indican además las distintas fases. El tramo MN corresponde al descenso del dispositivo, estando éste abierto y aislado del varillaje superior que desciende vacío, el punto N debe corresponder a la presión hidrostática a las diferentes profundidades. El tramo MP representa el cierre del obturador y el cierre final (cerca del punto P) de la válvula que comunica la parte bajo el obturador del resto del sondeo. En el instante correspondiente al punto P se abre la válvula que comunica la parte baja del obturador con el varillaje superior; la formación queda repentinamente a la presión atmosférica y comienza a

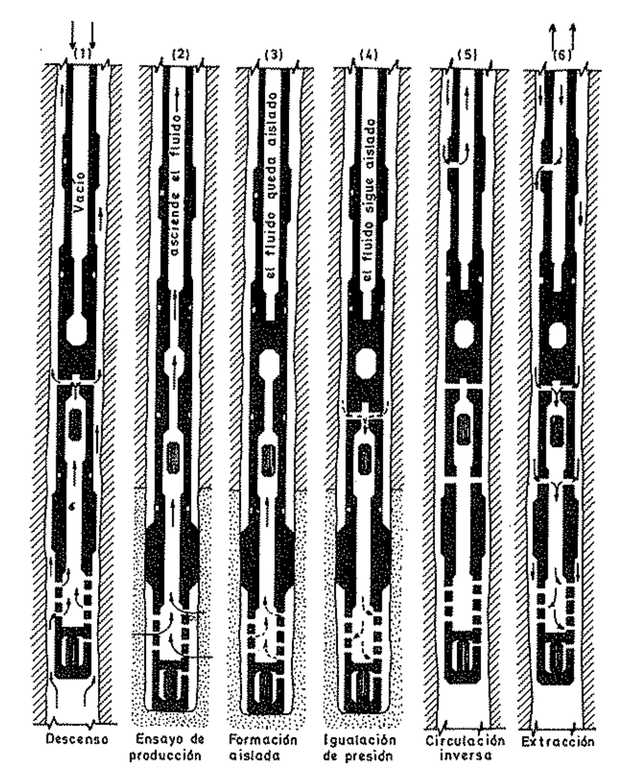


FIGURA A.9.13

Secuencia de operaciones en un ensayo de producción de doble cierre, con indicación de los movimientos del fluido. En la operación (3) se mide la presión de la formación. La operación (5) es opcional y sirve para recuperar por la parte superior el fluido de la formación que lleva el varillaje. Aunque basta con un registrador de presión, se suelen emplear dos, el inferior aislado del fluido en movimiento; ambos registradores deben indicar lo mismo, corrigiendo la diferencia de cota.

producir; a medida que el fluido asciende por el varillaje la presión sube de acuerdo con la curva AB. En el instante correspondiente al punto B se cierra la válvula de comunicación con el varillaje con lo que la parte por debajo del obturador quede aislada tendiendo rápidamente (excepto en formaciones muy poco permeables) a tomar la presión correspondiente al acuífero, la cual corresponde a la asíntota horizontal de la curva BC.

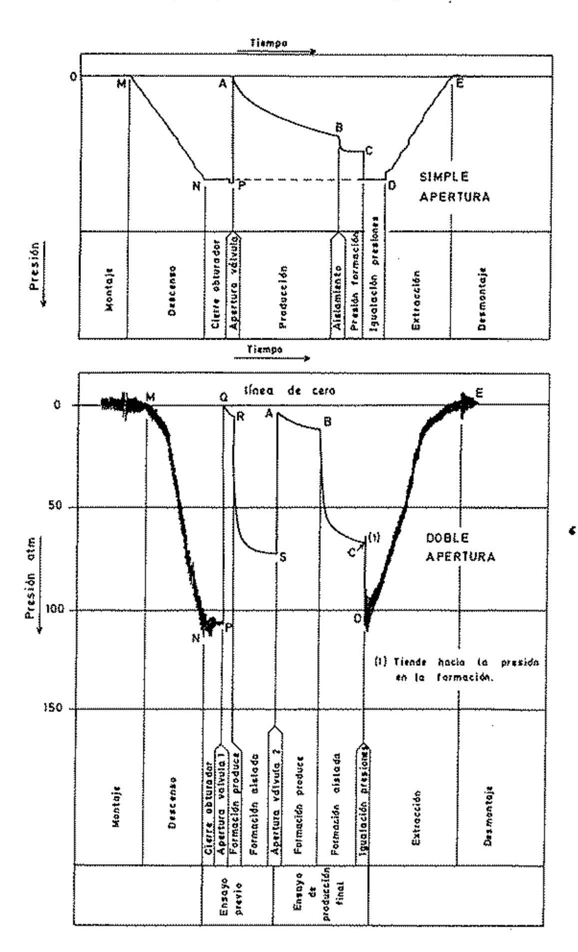


FIGURA A.9.14

Gráficos de presión-tiempo típicos registrados en ensayos de producción en caso de simple apertura y en caso de doble apertura.

En el instante correspondiente al punto C se abre la válvula de comunicación con el lodo que llena el sondeo, se igualan presiones, se puede aflojar el obturador, y la curva DE representa la extracción del dispositivo.

Si la presión del fluido de perforación es notablemente superior a la del fluido de la zona de ensayo, como sucede con cierta frecuencia, la curva de producción AB está influida por la sobrepresión residual del acuífero. Con el fin de poder eliminar este efecto y obtener una curva de producción no influenciada se procede usualmente a los ensayos de doble apertura. El dispositivo del ensayo posee dos válvulas de conexión con el varillaje colocadas superpuestas. El ensayo se realiza como se ha indicado, pero en el punto P se abren las válvulas y se deja producir la formación durante un corto intervalo de tiempo (hasta 10 minutos para formaciones medianamente permeables y hasta 30 minutos para formaciones poco permeables). El tramo QR representa la producción y es tal que relaja la sobrepresión del acuífero pero sin que su duración sea demasiado importante y así no se alteran las condiciones de presión propias de la formación. Acto seguido se cierra la válvula superior y como la zona de ensayo queda aislada, la presión sube rápidamente tendiendo hacia la presión en la formación (depende un poco del volumen de aire que queda atrapado si el nivel no llega a la posición de válvulas). A partir de este momento se abren de nuevo las válvulas y el ensayo prosigue tal como se ha indicado, con la única salvedad que el punto A no corresponde a la presión atmosférica puesto que ya existe una cierta altura de fluido del ensayo previo dentro del varillaje. Es posible combinar las dos válvulas citadas en una sola o en dos válvulas muy próximas.

El sistema de registro de presión, el obturador, las válvulas y las juntas del varillaje deben funcionar correctamente pues de lo contrario aparecen anomalías en el gráfico obtenido. Se tienen también anomalías si la formación está muy obstruida por lodo, el fluido producido contiene gas que se desprende o aparecen dos fases líquidas (agua y petróleo). Las curvas RS y BC deben tener la misma asíntota; de no ser así, si BC tiende a una asíntota de menor presión puede querer decir que se trata de una formación de dimensiones muy reducidas. Lógicamente los puntos N, P, D y los M, Q, E deben corresponder a la misma presión. El problema de la interpretación de las gráficas de presión compete a especialistas[186]. El estudio puede facilitarse si, como se indica en la figura A.9.13, se instalan dos registradores de presión a diferente nivel, estando uno protegido, aunque ello no es realmente necesario. Los cierres y aperturas de válvulas se obtienen por giros del varillaje.

El análisis de los resultados se realiza a partir de la curva de subida de presión resultante del aislamiento de la formación después de la producción y es similar a la valoración de un ensayo de recuperación (ver capítulo 9.6). Sean las siguientes notaciones:

Q = caudal del período de producción, medido por el aumento de presión del tramo AB (fig. 9.A.14) o el ascenso de nivel en el varillaje, conocida la

[186] Véase Murphy (1967). Véanse también Brantley (1960) págs. 444-457, y Maier (1962).

sección del mismo, o bien por el caudal de aire desplazado, o por el caudal en boca de varillaje si el fluido llega a salir al exterior.

T = transmisividad de la formación

p_o = presión estática de la formación (extrapolación de la curva BC de la figura A.9.14, en m de columna de agua)

p_t = presión en el instante t de la curva de subida de presión en formación cerrada (curva BC) en m de columna de agua

τ = duración del período de producción (AB). Varía generalmente entre 1/2 y 2 horas

t = tiempo de subida de presión en la formación cerrada, medido a partir del cierre (a partir del punto B)

B = coeficiente de formación que tiene en cuenta su extensión, vale 1 para formación de gran extensión.

$$p_o - p_t = \frac{2{,}3\, Q \cdot B}{4\pi T} \log \frac{t+\tau}{t}$$

Esta ecuación fue deducida por Horner (1951) y es muy similar a la de Theis para la recuperación. La condición de validez es:

$$t > \frac{25\, r_p^2\, m \cdot c}{k}$$

siendo:

m = porosidad

c = compresibilidad del fluido

k = permeabilidad

r_p = radio del sondeo en la formación.

Como se pueden tener temperaturas y salinidades anormales conviene tomar k_o/μ en vez de k, siendo k_o la permeabilidad intrínseca y μ la viscosidad. El valor de T es $T = b \cdot k = b \cdot k_o/\mu$, siendo b el espesor de la formación. No se tiene en cuenta la densidad del fluido puesto que las presiones se miden con manómetro.

Si se representa $p_o - p_t$ en función de $\log \frac{t+\tau}{\tau}$ debe obtenerse una recta de modo que:

$$T = \frac{2{,}3\, Q \cdot B}{4\pi \cdot (\Delta p)_{10}}$$

El valor de $p_o - p_t$ para $\frac{t+\tau}{\tau} = 1$ debe ser cero; de no ser así el valor de p_o no es correcto. Si p_o' es la ordenada obtenida $p_o\,(\text{real}) = p_o - p_o'$. No es preciso representar $p_o - p_t$ sino que basta representar p_t; la ordenada en el origen $\frac{t+\tau}{\tau} = 1$ da el valor de p_o.

La fórmula indicada es válida para acuífero homogéneo y de gran extensión con flujo radial y con un único fluido de viscosidad y densidad homogénea. Si se producen dos o más fluidos, y aún más si su proporción varía con el tiempo, se pueden tener desviaciones importantes[187]. Si existen barreras negativas próximas, se pueden obtener dos o más tramos rectos, en cuyo caso debe calcularse T a partir de la porción de menor pendiente (Murphy, 1967). Ciertas anomalías iniciales pueden ser debidas a sobrepresiones iniciales o a una incorrecta eliminación de las mismas.

El lodo adherido a las paredes dificulta el flujo hacia el sondeo[188] y se traduce en una pérdida de carga adicional; en el gráfico indicado se producen desviaciones para los primeros puntos. Este efecto parietal se reduce en parte al fluir el líquido pero siempre queda una fracción mayor o menor que debe ser evaluada ya que condiciona el caudal que se puede obtener con un cierto descenso. La relación de dañado RD, se puede definir (Bedrehoeft, 1965) como el cociente adimensional entre T (calculado) y el índice de productividad IP, el cual es el caudal obtenido para un cierto descenso. Si Q es el caudal medio durante la producción y p_f es la presión final de la misma (punto B):

$$IP = \frac{Q}{p_o - p_f}$$

Luego:

$$RD = \frac{T}{IP} = \frac{2{,}3 \cdot B\,(p_o - p_f)}{4\pi\,(\Delta p)_{10}} \approx 0{,}183\, \frac{p_o - p_f}{(\Delta p)_{10}}$$

si es $B = 1$

Según Murphy (1967) si RD es menor que 1 el dañado es despreciable.

[187] Véase Maier (1962).

[188] Es el llamado efecto piel o efecto parietal. En lenguaje anglosajón se denomina skin effect (Van Everdinguen 1953).

Ejemplo 7

En un ensayo de producción de doble apertura, de la fase de producción final se han obtenido los siguientes datos:

Producción	
Minutos	Atm
0	28,9
7	32,0
14	36,2
21	40,3
28	42,7
35	46,1

$\tau = 35$ min

Subida de presión tras el cierre

Minutos	Atm	$\frac{t+\tau}{t}$
0	46,1	∞
2	70,5	18,5
4	72,0	9,75
6	73,0	6,83
8	73,9	5,37
10	74,4	4,50
12	74,9	3,92
14	75,4	3,50
16	75,6	3,18
18	76,0	2,94
20	76,2	2,75

El ensayo previo de producción duró 20 min y la subida de presión posterior otros 20 min. En total se recuperaron 540 m de varillaje de 4 1/2" llenos de fluido que por simplicidad se supondrá que es agua salina y lodo de densidad 1,05. El registrador de presión está a 1000 m de profundidad.

El volumen útil de fluido es:

$$V = \frac{\pi\, d^2}{4} \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot (4{,}5 \cdot 0{,}254 \text{ dm})^2 \cdot 5400 \text{ dm} =$$

$= 5541$ litros

El caudal medio es de

$$Q = \frac{5541}{20 + 35} = 100{,}1 \text{ l/min}$$

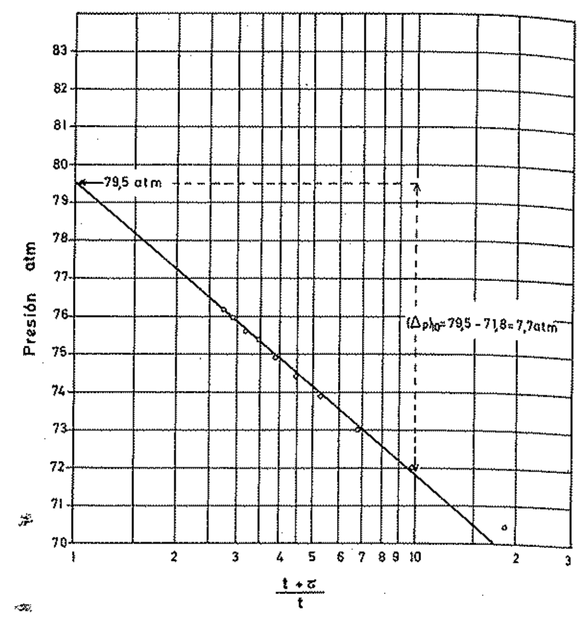


FIGURA A.9.15

Gráfico del ensayo de producción del ejemplo 7.

En el gráfico de la figura A.9.15 se obtiene:

Presión en la formación a 1000 m: 79,5 atm.

El nivel estático es de: 1000 — (79,5 · 10/1,05) = 243 m bajo el nivel del suelo.

La transmisividad aparente es de (B = 1, se supone un acuífero de gran extensión):

$$T = \frac{2{,}3 \cdot (100{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 1440) \text{ m}^3/\text{día}}{4 \cdot \pi \cdot (7{,}7 \cdot 10/1{,}05) \text{ m}} = 0{,}36 \text{ m}^2/\text{día}$$

La relación de dañado es de:

$$R\,D = 0{,}183 \cdot \frac{79{,}5 - 46{,}1}{7{,}7} = 0{,}794$$

El pozo no está dañado de forma importante.

A.6.8 COMENTARIOS ACERCA DE LOS ENSAYOS DE PERMEABILIDAD EN PIEZÓMETROS

Los valores de permeabilidad obtenidos con piezómetro son sólo indicativos y deben usarse con cuidado.

Si se han usado obturadores es preciso asegurarse que el caudal medido ha sido introducido en la porción

de acuífero ensayada en vez de escaparse a través del obturador.

Los sondeos están sucios, en especial los perforados con lodos; aún si se ha efectuado una limpieza, las paredes del sondeo están parcialmente colmatadas, con lo que la permeabilidad local es menor. Si se efectúa una inyección de agua, la materia en suspensión y aire arrastrado aumenta el grado de colmatación. Bajo este aspecto es preferible el bombeo pero es de realización más complicada o muy difícil, en especial en sondeos de pequeño diámetro; además pueden producirse derrumbamientos.

Los sondistas tienden a seleccionar zonas propicias para los ensayos con lo cual éstos, no son suficientemente representativos.

Si la presión de inyección es elevada se pueden producir grietas por fracturación hidráulica que aumenten temporalmente la permeabilidad.

Los ensayos realizados cerca del techo o la base del acuífero (a menos de 5 diámetros) necesitan correcciones en la interpretación.

En acuíferos anisótropos es preciso tener en cuenta la forma de la cámara de inyección o de bombeo.

Las rejillas empleadas deben ser más permeables que el acuífero, para que no introduzcan efectos perturbadores.

Apéndice 9.7

Determinación de la porosidad en un ensayo de bombeo

En un ensayo de bombeo en un acuífero libre, se puede determinar por los métodos expuestos en los capítulos 9.2 y 9.4, el coeficiente de almacenamiento, el cual se identifica con la porosidad eficaz. Puede determinarse a partir del perfil de descensos en un cierto tiempo o a partir de la curva de descensos-tiempos correspondiente a un piezómetro. En este último caso, la inevitable existencia del drenaje diferido (ver capítulo 9.8) hace que si el ensayo no es de suficiente duración, como sucede frecuentemente, no se llegue a eliminar ese efecto obteniéndose así valores de la porosidad eficaz, m, demasiado pequeños y crecientes con el tiempo. Algo similar se obtiene con los perfiles de descensos en un cierto tiempo, siendo mayor el valor de m cuanto mayor es el tiempo seleccionado. Johnson y Sniegocki (1967) citan un caso en que el valor deducido del perfil correspondiente a 1 hora era de 0,014 y el correspondiente a 32 horas era ya de 0,11; realizando ensayos de recarga en el mismo pozo se obtuvo m = 0,14 al cabo de 1,25 días, 0,28 al cabo de 4 días y 0,30 en un nuevo ensayo de 9 días de duración; puede verse que es difícil alcanzar el verdadero valor de 0,30 y aún más en ensayos de bombeo que en ensayos de recarga.

Un modo alternativo de actuar es determinar el volumen del cono de depresión producido. El cociente entre dicho volumen V′ y el volumen total de agua extraído V, es la porosidad eficaz media correspondiente.

$$m = \frac{V'}{V} = \frac{V'}{\int_0^t Q(t)\, dt}$$

El volumen V se calcula a partir del perfil de descensos por integración gráfica. Los descensos deben determinarse con piezómetros poco penetrantes. Sea d r un incremento de distancia a distancia r y s el descenso medio correspondiente a ese intervalo.

$$V' = \int_{r_p}^{R} \pi\, r\, d r \cdot s$$

o también

$$V' = \int_0^{s_p} \pi\, r^2\, d s$$

El valor que se toma de R, radio de influencia, afecta al resultado, disminuyendo m al crecer R, y es difícil definirlo con precisión. Se supone que el medio es homogéneo, siendo las líneas de igual descenso, círculos concéntricos con el pozo. La segunda expresión tiene la desventaja de que es preciso conocer el descenso teórico en el pozo s_p, restando pérdidas de carga al descenso real drenado.

El valor de m hallado también muestra, aunque en menor grado, un efecto de drenaje diferido, de modo que crece al crecer el tiempo de bombeo.

Es preciso recalcar que el cálculo indicado exige que la recarga vertical sea nula (ausencia de infiltración) aunque es difícil evitar cierta contribución del agua del medio no saturado y de la franja capilar.

Si la permeabilidad del acuífero es conocida, es posible calcular una expresión de V′ en función del perfil teórico de descensos obtenido a partir de un dato de descenso en un piezómetro. Se aplica a ensayos a caudal Q constante.

Si H es el espesor saturado en un cierto punto, H_o el espesor saturado inicial y H_p el espesor saturado en el exterior del pozo, de la ecuación de Dupuit se deduce

$$V' = \pi\, r_p^2 \int_{H_p}^{H_o} \exp\left(\frac{2\pi k}{Q}(H^2 - H_p)\right) d H$$

Desarrollando la expresión subintegral en serie de Maclaurin e integrando se obtiene una serie convergente (Remson y Lang 1955)

$$V' = \pi r_p^2 e^b \left[H + \frac{a H^3}{3 \cdot 1!} + \frac{a^2 H^5}{5 \cdot 2!} + \frac{a^3 H^7}{7 \cdot 3!} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + \frac{a^{n-1} H^{2n-1}}{(2n-1)(n-1)!} \right]_{H_p}^{H_o}$$

en la que

$$a = \frac{2 \pi k}{Q} \quad ; \quad b = -\frac{2 \pi k}{Q} H_p^2$$

Se precisa conocer H_p teórico y el cálculo es engorroso.

Cuando los descensos son pequeños en relación con el espesor saturado se llega a la expresión simplificada: (Ramsahoye y Lang, 1961)

$$V' \approx \frac{Q r^2 \exp (4 \pi T s/Q)}{4 T}$$

$$a = \frac{2 \pi k}{Q} \quad ; \quad T = k \cdot H_o$$

en la que s es el descenso observado a distancia r.

Otros varios autores (Brouhon, Schneebeli, Lembke, Vibert, etc.) han estudiado el problema y han propuesto diversas fórmulas para el cálculo de m, basadas en el conocimiento del radio de influencia R; tales fórmulas han sido extensamente comentadas por Vibert (1964).

Esas diferentes fórmulas son:

Fórmula de Brouhon:

$$m = \frac{4 H_o k t}{R^2}$$

que da valores de m demasiado pequeños

Fórmula de Schneebeli:

$$m = 2{,}232 \frac{H_o k t}{R^2}$$

que da valores de m demasiado grandes

Fórmula de Vibert:

$$m = \frac{k t (H_o^2 - H^2)(2a + 1)}{R^2 H_o \ln (R/r)}$$

que da valores de m aceptables

El valor a se deduce de la expresión:

$$a = \frac{\ln (R/r) - 3}{\ln (H/H_a)}$$

siendo H_a el espesor saturado a una distancia del eje del pozo de 20 r[189]. La fórmula de Vibert puede simplificarse quedando:

$$m = 3{,}20 \frac{k H_o t}{R^2}$$

que tiende a dar valores de m algo superiores al real.

Es importante recordar que si los descensos son pequeños en relación con el espesor saturado y R es el radio de influencia que se deduce de un gráfico s en función de log r, la aproximación logarítmica de Jacob (apartados 2.6.1, 4.3.3 y 4.6) conduce a:

$$m = 2{,}25 \frac{k H_o t}{R^2}$$

[189] Babbit y Caldwell, en Vibert, 1964, suponen que a partir de esa distancia la ecuación de Dupuit reproduce el perfil real de descensos.

Apéndice 9.8

Consideraciones sobre la respuesta de los piezómetros

Es muy frecuente suponer que un piezómetro siempre señala el potencial hidráulico medio correspondiente a su zona ranurada. Ello sería verdad si los niveles del agua no sufriesen oscilaciones y variaciones. Cuando éstas se producen, el piezómetro puede ocasionar un amortiguamiento y un desfase que debe ser tenido en cuenta. En el apartado 7.2 de la sección 8 se ha tratado ya esta cuestión.

Los piezómetros consisten muchas veces en un tubo simplemente abierto por el fondo o todo lo más con un tramo con algunas ranuras practicadas con sierra. Si en el acuífero se produce un cambio rápido de nivel piezométrico el nivel del agua en el piezómetro debe variar mediante la entrada o salida del agua del mismo. Si su diámetro es muy pequeño, este flujo de agua es muy reducido, pero aún así se pueden tener pérdidas de carga que se traducen en una lentitud de respuesta. El resultado es una deformación de las curvas de variación de niveles en el tiempo, tendente a suavizarlas y a introducir un cierto desfase.

Todo intercambio de agua con el exterior supone una diferencia de nivel que debe ser inferior a la precisión de la medida o que debe ser corregida. Antes de un ensayo de bombeo es preciso valorar la rapidez de respuesta de los piezómetros, para conocer la garantía de las mediciones de niveles. Se puede determinar el correcto funcionamiento, introduciendo agua en el piezómetro y observando la velocidad de descenso del nivel.

Sea φ_1 el potencial exterior al piezómetro y φ_2 el interior; si el nivel φ_2 varía sinusoidalmente a partir del tiempo t_o de acuerdo con

$$\varphi_2(t) = B + A \text{ sen } \left(2\pi \frac{t - t_o}{T} \right)$$

siendo A la amplitud, T el período y B el valor medio igual al nivel existente previamente y en el instante inicial $[\varphi_1(t_o) = \varphi_2(t_o) = B]$:

$$\varphi_1(t) = B + \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \cdot A \cdot \exp\left(- \frac{t - t_o}{\tau} \right) +$$

$$+ \frac{A}{\sqrt{1+\alpha^2}} \text{ sen } \left(2\pi \frac{t - t_o - \Delta t}{T} \right)$$

siendo

$$\alpha = \frac{2\pi\tau}{T}; \quad \frac{2\pi \Delta t}{T} = \text{arc tg } \alpha$$

El segundo sumando del segundo miembro tiende a amortiguarse para sólo quedar una oscilación sinusoidal pura de amplitud $\frac{A}{\sqrt{1+\alpha^2}}$ (reducida) y un desfase Δt.

Lo expuesto queda reflejado en la figura A.9.16. El retraso en la respuesta crece al decrecer la permeabilidad del acuífero. Según datos de Hvorslev (1951, en Cedergren, 1967, pág. 83) en piezómetros de 50 mm de diámetro para que se alcance el 90 % de salto correspondiente a un cambio brusco de nivel debe transcurrir un tiempo[190]:

arena medianamente permeable (k = 10 m/día); $t \approx 1$ min

arena poco permeable (k = 1 m/día); $t \approx 10$ min

[190] Los valores han sido algo modificados para expresarlos en valores sencillos en m/día.

limo (k = 0,1 m/día); t ≈ 2 horas
limo medianamente permeable (k = 0,01 m/día); t ≈ 20 horas

El retraso en la respuesta crece también con la resistencia de circulación del agua y con el aumento de la sección del piezómetro en la zona de variación de niveles.

Si φ_2 es el nivel en el acuífero (suficientemente lejos del piezómetro) y φ_1 es el nivel en el piezómetro, de acuerdo con Ouwerkerk y Pette (1968), puede escribirse:

$$\tau \frac{d\varphi_1}{dt} + \varphi_1(t) = \varphi_2(t)$$

en la que τ es un valor con dimensiones de tiempo (constante de tiempo) que equivale al producto $R \cdot A$, siendo R un valor que representa la resistencia hidráulica entre el interior del piezómetro y un punto suficientemente alejado del mismo y A es la sección constante del piezómetro en la zona de variación de niveles:

La resolución general de la ecuación diferencial conduce a:

$$\varphi_1(t) = \varphi_1(t_o) \exp\left(-\frac{t-t_o}{\tau}\right) + $$

$$+ \frac{1}{\tau}\int_{t_o}^{t} \varphi_2(t) \exp\left(-\frac{t-\theta}{\tau}\right) d\theta$$

siendo t_o el instante inicial y θ una variable de integración. Si en el instante t_o es $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_2(t_o)$ y se produce un cambio brusco en φ_2 de valor a, manteniéndose constante:

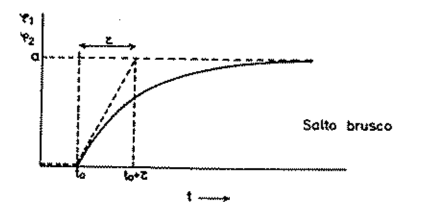
$$\varphi_1(t) = a\left[1 - \exp\left(-\frac{t-t_o}{\tau}\right) + \varphi_1(t_o)\right]$$

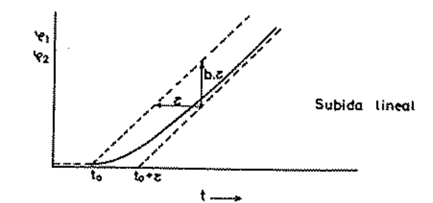
que tiende exponencialmente al valor $\varphi_1(t_o) + a$.

Si a partir del instante t_o el potencial exterior crece linealmente de acuerdo con la ley

$$\varphi_2(t) = c\,(t - t_o) \quad ; \quad \varphi_2(t_o) = 0$$

$$\varphi_1(t) = c \cdot \tau \cdot \exp\left(-\frac{t-t_o}{\tau}\right) + c \cdot (t - t_o - \tau)$$





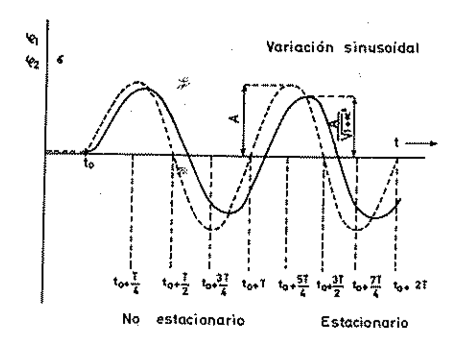


FIGURA A.9.16
Respuesta de un piezómetro a variaciones de nivel en un acuífero.

que indica una evolución exponencial creciente inicial para luego tender a evolucionar linealmente con la misma rapidez pero con un desfase τ.

El error absoluto cometido en la medición de niveles es:

$$\Delta\varphi_1(t) = \tau \frac{d\varphi_1}{dt}$$

Según Ouwerkerk y Pette (1967) se puede considerar que

$$\tau = \frac{1}{k} \frac{d_e}{8\beta\gamma} \sqrt{\frac{d_i^2}{\lambda \cdot d_e}}$$

en la que:

k = permeabilidad del medio
d_e = diámetro exterior de la rejilla del piezómetro
d_i = diámetro interior de la zona de variación de niveles
λ = longitud de la rejilla
β = coeficiente de resistencia de la rejilla
γ = coeficiente de forma de la rejilla.

β es muy difícil de calcular teóricamente y depende del tipo y número de ranuras. γ vale $1 \pm 0{,}03$ si es $\lambda/d_e \geq 0{,}2$. El error que se introduce es menor del 3 % si es $\lambda/d_e < 5$.

El valor de τ puede determinarse experimentalmente a partir de un cambio brusco de nivel en el piezómetro (equivale a un cambio brusco de nivel en el acuífero) mediante la adición repentina de agua o la extracción súbita de una cuchara de agua. Si se mide el valor s' del ascenso o descenso residual contado a partir del nivel de reposo inicial, como es

$$s' = \varphi_2(t_o) + a - \varphi_1(t)$$

$$s' = \exp\left(-\frac{t - t_o}{\tau}\right)$$

$$\log s' = -\frac{t - t_o}{2{,}3\,\tau}$$

Si en papel logarítmico se representa $t - t_o$ en función de $\log s'$ se debe obtener una recta de cuya pendiente se deduce τ.

En valor absoluto,

$$\tau = \frac{(\Delta t)_{10}}{2{,}3}$$

siendo $(\Delta t)_{10}$ el incremento de tiempo correspondiente a una década en la escala logarítmica.

Cuando la resistencia de paso por la rejilla del piezómetro es muy pequeña (Hvorslev, 1951; en Cedergren, 1967, págs. 87-89):

a) piezómetro alejado del techo y de la base del acuífero:

$$k_h = \frac{d_i^2 \ln (M + \sqrt{1 + M^2})}{8 \cdot \lambda \cdot \tau}$$

$$M = \frac{\lambda}{d_e}\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

$$k_h \approx \frac{d_i^2 \ln (2M)}{8\lambda\tau} \quad \text{si} \quad M > 4$$

b) piezómetro en el techo o en la base del acuífero, basta tomar para M el valor:

$$M = \frac{2\lambda}{d_e}\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

Estas fórmulas permiten calcular la permeabilidad horizontal k_h conociendo el tiempo de respuesta τ.

Los trabajos de Chestakov (1967) permiten calcular el error de medida $\Delta \varphi_1$ cuando los niveles en el acuífero ascienden a una velocidad constante b a partir del tiempo inicial t_o, y se trata de un piezómetro ranurado en todo el espesor del acuífero.

$$\Delta \varphi_1 = \frac{d_i^2 c}{8T} F(\delta) \ln \frac{1{,}5\sqrt{T t/S}}{d_c/2}$$

siendo T la transmisividad $\delta = \dfrac{\pi d_i^2}{4 T t}$ y $F(\delta)$ una función de valores.

δ	0	0,2	0,5	1	2	3	4	5
$F(\delta)$	1	0,97	0,84	0,64	0,4	0,28	0,22	0,18

El valor d_c es un valor eficaz del diámetro exterior de la rejilla. Para piezómetros incompletos con rejillas alejadas del techo y de la base del acuífero, para variaciones rápidas se puede obtener una primera aproximación del error sustituyendo T por $k \cdot \lambda$ siendo λ la longitud de la rejilla.

En un ensayo de bombeo los niveles varían muy rápidamente al principio del mismo, tanto más cuanto más cerca del pozo de bombeo. Los errores en la determinación del nivel pueden ser importantes si la conexión del piezómetro con el acuífero es deficiente y/o el acuífero es poco permeable.

Ejemplo

Como ilustración, supóngase un piezómetro de 50 mm de diámetro, con 3 m de rejilla para la que puede suponerse un diámetro efectivo de 60 mm y colocada alejada del techo y de la base del acuífero. Se sabe que el acuífero tiene una permeabilidad de 1 m/día. Para un descenso de nivel real a velocidad uniforme de 0,1 m por minuto, el error cometido en la medición puede calcularse según la fórmula de Chestakov, tomando $S = 0{,}1$. Se toma $t = 10$ min para el cálculo. Se supone $b = \lambda = 3$ m, dado que t es pequeño y el S es grande

$$\delta = \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 10/1440} = 0{,}094 \quad ; \quad F(\delta) \approx 0{,}99$$

$$\Delta \varphi_1 = \frac{0{,}05^2 \text{ m}^2 \cdot 0{,}1 \cdot 1440 \text{ m/día}}{8 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1 \text{ m/día}} \cdot 0{,}99 \cdot$$

$$\cdot \ln \frac{1{,}5 \sqrt{\dfrac{3 \text{ m} \cdot 1 \text{ m/día} \cdot 10/1440 \text{ días}}{0{,}1}}}{0{,}06/2}$$

$$\Delta \varphi_1 = 0{,}046 \text{ m} = 4{,}6 \text{ cm}$$

En casos como el expuesto puede simplificarse el cálculo tomando $F(\delta) \approx 1$ y

$$\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1{,}5 \sqrt{T\,t/S}}{d_c/2} \approx 0{,}5$$

Puede comprobarse que con los datos dados esas cantidades valen 0,98 y 0,50 respectivamente.

Las correspondientes fórmulas de Ouwerkerk y Pette hubiesen conducido a:

$$\tau = \frac{1}{1} \; \frac{0{,}06}{8 \cdot 1 \cdot 1} \sqrt{\frac{0{,}05^2}{3 \cdot 0{,}06}} = 0{,}00088 \text{ días}$$

tomando $\beta = \gamma = 1$

$$\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = -c\,\tau \exp\left(-\frac{t - t_o}{\tau}\right) + c\,\tau =$$

$$= 0{,}1 \cdot 1440 \text{ m/día} \cdot 0{,}00088 \text{ días} \cdot$$

$$\cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{10/1440}{0{,}00089}\right)\right] \approx 0{,}128 \text{ m}$$

ya que la exponencial vale prácticamente 1.

Este valor es superior al anteriormente deducido.

Apéndice 9.9

Sistemas de medición del nivel piezométrico en los sondeos y captaciones de agua*

A.9.1 INTRODUCCIÓN

Para construir las superficies piezométricas, o el hidrograma del nivel del agua subterránea en un punto, o para conocer los descensos en un ensayo de bombeo, es preciso disponer de instrumentos adecuados a tales medidas. En principio pueden considerarse como medidas de la profundidad del nivel piezométrico en aquellos puntos y luego se convierten en las cotas del nivel piezométrico, al referirlos a un cierto plano. Si el plano de referencia es el nivel del mar, las cotas obtenidas son cotas absolutas.

Los instrumentos de medida de niveles poseen distintas características y su funcionamiento se debe a diversos y sencillos principios físicos, existiendo, aun dentro de un mismo tipo de ellos, una variada gama de modelos, que en conjunto satisfacen las necesidades u objetivos que se presentan en la hidrología subterránea, y que según sus peculiaridades pueden ser adecuados en unos casos y en otros no.

En los párrafos siguientes se comentan y describen cada uno de los distintos tipos, analizando además su utilidad práctica, sus ventajas e inconvenientes, así como otro detalle no menos importante: la precisión alcanzada en las medidas del nivel piezométrico, la cual en principio es función directa de las características del instrumento, y en segundo lugar, del adecuado adiestramiento de la persona que las realiza.

En el capítulo 9.20 apartado 20.10 se comenta la utilidad de los diferentes sistemas en ensayos de bombeo.

A.9.2 CASOS QUE PUEDEN PRESENTARSE

Las mediciones del nivel piezométrico pueden realizarse, en principio, en todo tipo de puntos de agua, entendiendo por tales, aquellas perforaciones que permitan el acceso directo al acuífero estudiado[191].

En este sentido, pues, las lecturas de nivel piezométrico pueden realizarse en:

a) *Pozos abiertos* o de gran diámetro (superior a 1 metro) incluyendo por extensión dentro de este concepto las zanjas, galerías o minas, ya sean de captación o de drenaje de aguas subterráneas.

En este caso, si la profundidad del nivel del agua no es excesiva (menor de 25-30 m), la medida a efectuar se ve facilitada en gran manera debido a que el observador ve el propio nivel del agua y el instante en el cual el instrumento llega a tocarla, con lo que la precisión alcanzada puede ser grande (±0,5 cm).

Por el contrario, si la profundidad del agua es mayor de 25-30 m, entonces ya no es posible verla tan claramente, y el observador tiene que guiarse exclusivamente por el buen funcionamiento del aparato.

b) *Perforaciones de pequeño diámetro* (hasta 10 cm de diámetro) ya sea realizadas solamente con fines de reconocimiento del terreno o bien, en tubos piezométricos, que no son más que perforaciones acondicionadas para poder realizar estas lecturas.

En este caso no existe ninguna posibilidad de que el observador vea el nivel del agua y aprecie visualmente el momento del contacto del instrumento con la misma.

* Redactado por A. Galofré.

191 Véase el apartado 7.2 de la sección 8 y el apéndice 1.15.1.

Por otro lado, si la perforación es vertical o su desviación respecto a la misma es muy pequeña, no existe generalmente ningún obstáculo para el correcto descenso del instrumento medidor, y como en el caso anterior, si este funciona bien, no habrá dificultad ninguna en efectuar la medición a no ser que dicho piezómetro o tubo piezométrico se halle obstruido por algún objeto extraño, o existan rupturas, rebabas o incrustaciones.

c) *Perforaciones de diámetro comprendido entre 0,20 y 0,80 m* como son la mayoría de los modernos pozos entubados y que poseen en su interior el correspondiente sistema de elevación del agua, compuesto generalmente por varios tramos de tubería unidos entre sí por sus correspondientes bridas.

Este caso, que podría considerarse como una extensión del anterior, posee sin embargo una peculiaridad que precisa ser tenida en cuenta: la existencia de las ya mencionadas bridas o uniones de la tubería o incluso el propio mecanismo elevador del agua puede hacer muy pequeño el espacio sobrante entre éstas y la tubería de revestimiento del pozo (sobre todo si la instalación elevadora de agua no está correctamente centrada en el pozo), con lo que existe el peligro de que el instrumento tope con algún obstáculo y pueda dar lugar, en algún caso, a lecturas erróneas. No obstante, si el observador posee ya cierta experiencia en este sentido, es relativamente raro que se produzca este caso, en particular, si se tiene una idea acerca de la posición del nivel piezométrico.

Finalmente cabe considerar asimismo que la medición de nivel se realice en pleno funcionamiento de la bomba, pudiendo ocurrir que la tubería de aspiración o de impulsión del pozo tenga alguna fuga (en especial por alguna de sus uniones). En este caso, el agua caída hacia el interior del pozo puede también falsear la lectura en el caso de que se use un instrumento de tipo eléctrico debido a que aquella puede cerrar el circuito de medida (que acusa el contacto con el agua).

A.9.3 SISTEMAS DE MEDICIÓN

Como ya se ha indicado, se describen a continuación los sistemas más usados en las mediciones de nivel piezométrico, clasificándolos en manuales o que precisan repetir la operación cada vez que se ha de realizar una lectura, o automáticos si el observador sólo tiene que «leer» en un dial o reloj una cierta profundidad existente hasta el agua. Dentro de este último caso, pueden todavía clasificarse en registradores o inscriptores y no registradores (o no inscriptores) o bien, si se prefiere, limnígrafos y limnímetros.

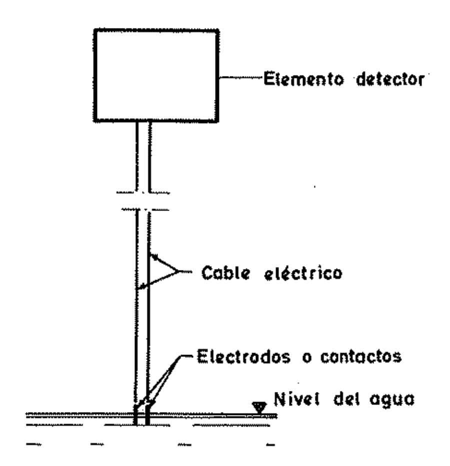


FIGURA A.9.17
Elementos principales de un medidor eléctrico bipolar.

A.9.3.1 Sistemas manuales eléctricos

En este tipo de medidores es preciso la utilización de la energía eléctrica para su funcionamiento y se basan en la observación del momento en que se cierra un circuito eléctrico mediante un elemento detector. En la figura A.9.17 se esquematizan las partes principales de que consta un medidor bipolar de esta naturaleza:

Electrodos o contactos: Son los elementos terminales del circuito, por los cuales circulará la corriente eléctrica al llegar al agua (o sea, al nivel piezométrico) y cerrarse así el circuito. En algunos casos puede solamente existir un solo electrodo (y por consiguiente, también un solo cable conductor), utilizándose la propia tubería metálica de la perforación como el otro electrodo (fig. A.9.18). Otras veces, el circuito se cierra a través de un contacto de tierra hincando el electrodo en terreno húmedo, cerca de la perforación.

En ambos casos estos electrodos suelen estar constituidos de cualquier metal o aleación metálica capaz de conducir la corriente eléctrica.

Cable eléctrico: Además de constituir el enlace entre los electrodos y el elemento que detecta el cierre del circuito eléctrico, sostiene o sujeta a éstos al resto del medidor. Por ello debe usarse un cable embutido en plástico, todo ello a ser posible inextensible, puesto que hay que contar, en principio con longitudes de cable de 50 o 100 m, ya que no son raras dichas profundidades del nivel piezométrico, o incluso mayores.

Puede usarse cualquier tipo de cable de los representados en la figura A.9.19. Sobre el mismo se pueden acoplar, en algunos casos, unas marcas en forma de

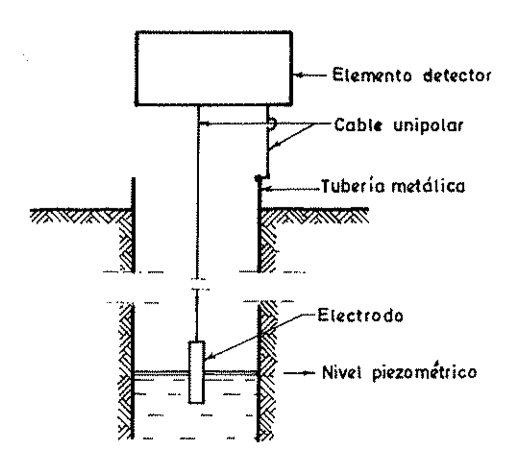


FIGURA A.9.18
Elementos principales de un medidor eléctrico unipolar.

plaquetas adheridas al cable cada 5 m por ejemplo (cable bifilar), o bien grabarlo en toda su longitud con sendas marcas en metros y centímetros, con lo cual se puede obtener una lectura directa (cable tipo antena de televisión). También puede utilizarse un contador para medir la profundidad, haciéndolo pasar por éste antes de introducirlo en el sondeo.

Detector: Es el elemento que acusa el cierre del circuito eléctrico, y por lo tanto que el extremo del aparato ha llegado al agua y que puede procederse a leer la profundidad a la cual se encuentra ésta. En esencia, el elemento principal de éste se compone de una lámpara, timbre, miliamperímetro, etc., conectado en serie con los electrodos del medidor a través de un elemento generador de energía (batería o pila seca). Este elemento se encenderá, sonará o señalará una pequeña intensidad cuando el circuito se cierre.

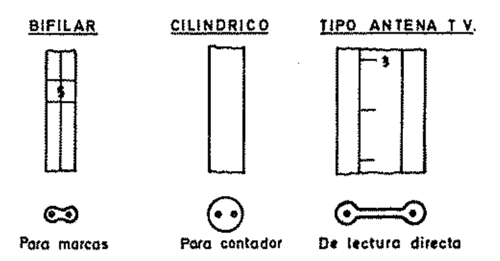


FIGURA A.9.19
Tipos de cable para medidores eléctricos. (Según Delgado, 1966.)

Otras veces, para conseguir mayor sensibilidad se utilizan relés mecánicos o electrónicos más o menos complicados, que tratan de conseguir que la intensidad de la señal sea independiente de la conductividad del agua o de defectos o suciedades en los electrodos.

En la figura A.9.20 se han esquematizado diversos elementos detectores utilizados en estos instrumentos.

Estos medidores han sido muy empleados por el Servicio Geológico de Obras Públicas y la Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental en diversos trabajos que se han realizado y se están realizando por toda España. Su precisión es bastante grande, ya que permiten medir profundidades de nivel piezométrico con errores de ±0,5 cm, si el aparato funciona correctamente y el operador está adiestrado, debiendo en especial tener en cuenta posibles cierres del circuito por caídas de agua de la parte superior de la perforación, lo que originaría lecturas falsas.

Sus principales desventajas residen en el mantenimiento de los órganos eléctricos delicados (electrodos, cables, contactos, relés, etc.) que hacen necesaria una continua revisión de los mismos, y en que se precisan bobinas de tamaño relativamente grande para longitudes adecuadas a profundidades normales (hasta 100 m de cable o en ocasiones más).

A.9.3.2 Sistemas manuales acústicos

Se basan en la auscultación del ruido producido por la sonda o elemento que se introduce en el agua al golpear sobre la misma; pueden ser de distintos tipos. Como en el caso anterior, la determinación de la profundidad del nivel piezométrico se hace midiendo la longitud de cable o cuerda introducido en la perforación.

Este sistema admite las siguientes variantes:

a) El ruido se produce al chocar con el agua un elemento pesado (piedra, trozo de hierro, plomo, etc.). En

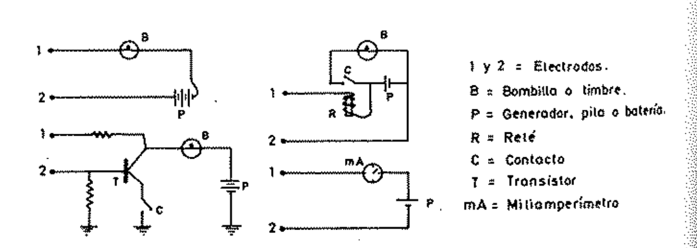


FIGURA A.9.20
Diversos tipos de circuitos en los medidores eléctricos. (Según Delgado, 1966.)

el caso de pozos abiertos se facilita la lectura con la observación de las ondas producidas en el agua por dicho elemento pesado.

b) El sonido se produce al ser expulsado el aire que se encuentra en un tubo invertido y cerrado por el extremo superior, en el cual se ha practicado una pequeña ranura a modo de embocadura de flauta. Al sumergirlo, el agua penetra en el tubo por su extremo inferior, el aire se comprime y se ve obligado a salir por la ranura, originando un silbido característico (fig. A.9.21 a). Ya que el tubo posee unos 40 cm de longitud, este tubo metálico puede llevar adosadas por fuera una serie de cazoletas distribuidas regularmente, cuya misión consiste en poder sumar a la longitud medida la equivalente al número de cazoletas vacías.

c) Otras veces, el sonido a escuchar se origina al chocar el agua con una especie de cono invertido de gran ángulo que se ha practicado en el extremo de un cilindro lo suficientemente pesado para que tense la cuerda hasta la superficie y golpee con suficiente energía (fig. A.9.21 b).

Todos estos sistemas utilizan como elemento suspensor una cuerda lo suficientemente inextensible, incluso cuando se moja, en cuyo caso se debe luego medir la longitud de ésta y hacer las correcciones ya mencionadas (positivas o negativas) o bien la misma cinta métrica puede ser usada para que sirva de enlace entre el propio aparato y el observador, lo cual facilita la lectura en gran manera. En este caso, la cinta métrica debe ser de un material resistente a la humedad y además inextensible.

Con estos sistemas se consiguen notables precisiones de hasta ±1 cm en el peor de los casos, aunque su empleo se reduce a perforaciones que posean un nivel piezométrico no demasiado profundo, ya que los sonidos producidos por los mismos son muy difíciles de percibir cuando se producen a profundidades mayores de 30-40 m y aun de 20 m en algunos casos de tubos piezométricos de muy pequeño diámetro. El ruido del mecanismo de bombeo de un pozo en marcha hace inútiles estos dispositivos acústicos.

A.9.3.3 Sistemas manuales manométricos de presión (línea de aire)

Este sistema es algo más complicado y exige una cuidadosa instalación, con el inconveniente además de que no es portátil, con lo que cada vez que va a utilizarse es preciso gastar cierto tiempo en su preparación y montaje. Por ello se recomienda para instalaciones fijas o permanentes.

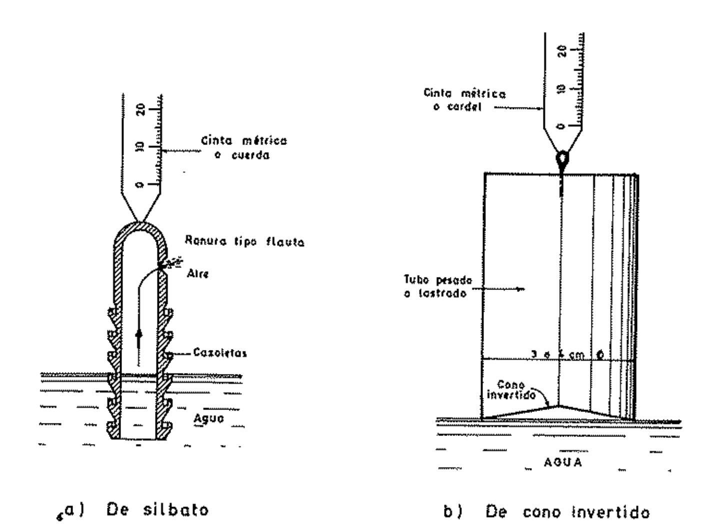


FIGURA A.9.21
Medidores acústicos.

Consiste en instalar un tubo de pequeño diámetro, a ser posible rígido, de longitud conocida L dentro de la perforación, hasta que su extremo llegue a una cierta profundidad l por debajo del nivel del agua (fig. A.9.22). Si se inyecta aire a través de dicho tubo, la máxima

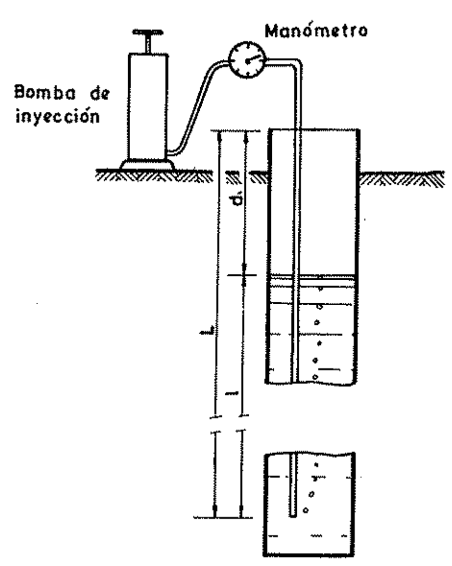


FIGURA A.9.22
Medidores neumáticos o de presión.

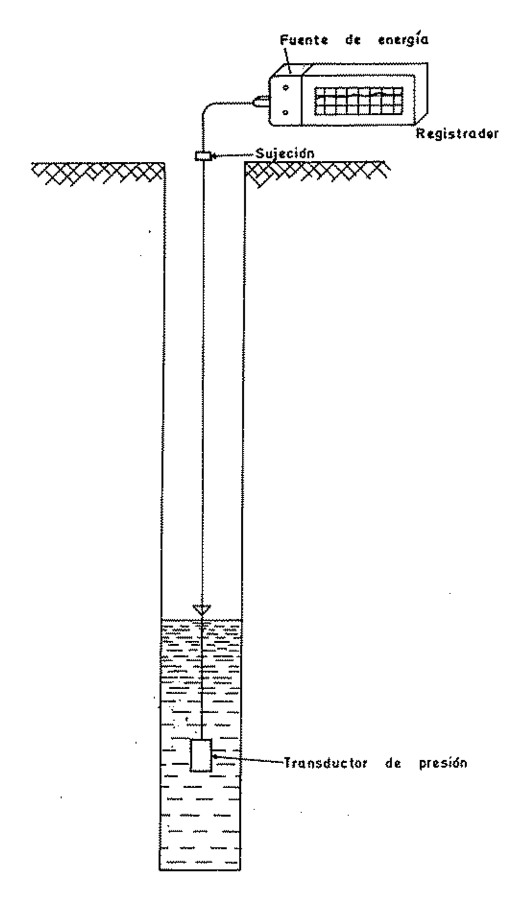


FIGURA A.9.23
Medidor basado en la transmisión eléctrica de la presión hidrostática.

presión que se obtendrá será proporcional a l y será igual a la necesaria para expulsar toda el agua del tubo manométrico, conseguido lo cual dicha presión se mantendrá constante independientemente del caudal del aire, siempre y cuando éste no sea tan grande que se produzcan pérdidas de carga importantes. El aire introducido saldrá del tubo en forma de burbujas, igualando la presión hidrostática equivalente a una columna de agua igual a la longitud del tubo sumergido. Entonces, la profundidad d hasta el agua será $d = L - l$, si se expresan L y l en unidades homogéneas. Con ello se consiguen lecturas de la presión máxima obtenible en el manómetro M, si la instalación es fija y se conoce siempre la magnitud L, idéntica en todos los casos. La precisión de medida depende mucho del manómetro instalado; en general es difícil medir con precisión mayor que 20 cm.

Un sistema bastante reciente está constituido por un elemento transductor de presión fijo en el fondo del pozo que determina la presión hidrostática que actúa sobre el mismo y la transmite a un registrador de nivel convenientemente calibrado en el que se puede leer directamente la profundidad del nivel piezométrico (figura A.9.23) (Davis y De Wiest, 1966), pero precisa de una instrumentación delicada.

A.9.3.4 Sistemas manuales de flotador o por pérdida de tensión

Consiste en lograr una pérdida de tensión en un cable metálico del que pende un flotador de plástico o metálico hueco de tamaño adecuado (fig. A.9.24), el cual sufre el empuje de Arquímedes al tocar el agua. Esta pérdida de tensión origina el disparo de un freno de trinquete que hace cesar el movimiento regular de caída del flotador. Un sistema mecánico a base de engranajes, transforma el movimiento vertical en las revoluciones de un contador especial que permite leer directamente la profundidad con una precisión de ±2 cm. Además, el aparato lleva consigo una plomada muy pesada, que

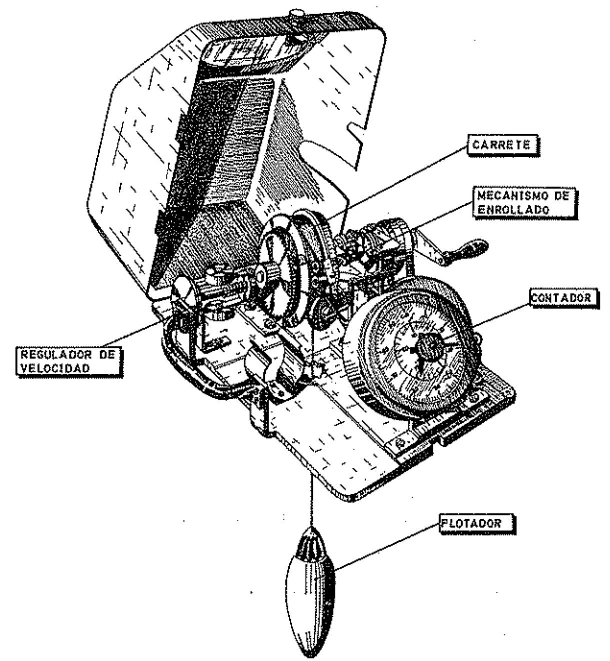


FIGURA A.9.24
Medidor de flotador o por pérdida de tensión.

no se detiene al llegar al agua permitiendo además con este sistema realizar lecturas de la profundidad total de la perforación.

Frente a una notable precisión, tamaño reducido, capacidad de lectura de hasta 100 o 200 m de profundidad, este aparato tiene varios inconvenientes: es de uso delicado debido a que los diversos organismos mecánicos precisan de un mantenimiento adecuado. Además, el cable que sostiene el flotador, que es de acero trenzado, se rompe con facilidad si un mal uso lleva a la formación de bucles o nudos.

A.9.3.5 Otros sistemas manuales

Recientemente han aparecido sistemas mucho más sofisticados, caros y de difícil construcción que consisten en determinar electrónicamente el tiempo de ida y vuelta de una señal electromagnética o acústica desde la superficie al nivel del agua; otros sistemas también muy sofisticados, pueden medir la frecuencia de resonancia propia de un tubo vacío hasta el nivel del agua.

El clásico sistema de medir el tiempo que tarda en llegar al agua (medido acústicamente) una pieza pesada (piedra) que cae libremente proporciona sólo una primera aproximación, requiere que la caída sea realmente libre y además no puede repetirse muchas veces por razones obvias[192].

También, existen tipos de medidores eléctricos que combinan el uso de la energía eléctrica con la flotabilidad de un cilindro hueco que lleva en su extremo superior una placa metálica que es la que cierra el circuito eléctrico (fig. A.9.25 a).

Una variante de dicho sistema puede verse en la figura A.9.25 b, constituido, además de los componentes anteriores, por una placa lastrada de fondo que cierra el circuito al llegar al fondo de la perforación (Bremond, 1966).

Otro sistema muy preciso es el constituido por la introducción en el pozo de una barra, o listón rígido, o cinta metálica que previamente se ha impregnado de una sustancia fácilmente lavable con el agua (yeso, tiza, carbón, etc.). El extremo final de la barra o cinta impregnada delimita exactamente el nivel piezométrico. Su principal inconveniente radica en que cada vez que se realiza una lectura debe impregnarse dicha barra, habiéndola secado previamente, lo cual, cuando se realizan medidas frecuentes, es bastante engorroso. No obstante es un método muy cómodo y sencillo y de uso muy difundido. Actuando con cuidado y usando una referencia de niveles bien definidas, es posible apreciar 1 mm.

[192] En Stewart (1970) puede verse un documentado estudio.

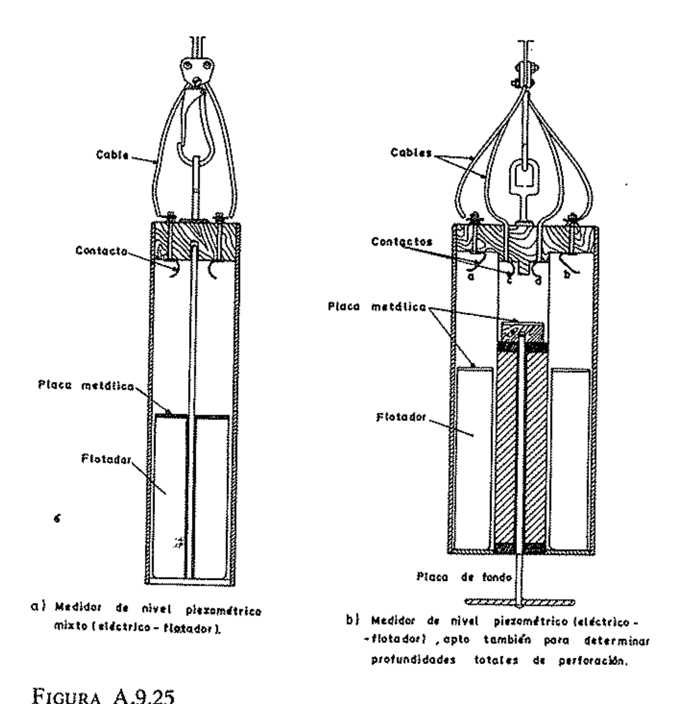


FIGURA A.9.25
Medidores mixtos (eléctricos de flotador). (Según Bremond, 1965.)

A.9.3.6 Sistemas automáticos no inscriptores o limnímetros

Todos los sistemas que se describirán a continuación se basan en el aprovechamiento de la energía producida por el movimiento vertical de ascenso o descenso del nivel del agua en la perforación para mover un conjunto formado por un flotador, que oscila juntamente con el agua (situado por encima de la misma) unidos por un mismo cable, transmitiéndose este movimiento vertical por un sistema de polea y engranaje a un dial donde se lee directamente la profundidad hasta el nivel piezométrico (fig. A.9.26).

Tanto los flotadores como los contrapesos pueden ser de distintos diámetros adecuados a cada tipo de perforación, pero los más usuales para ser utilizados en tubos piezométricos poseen un diámetro: 23, 30, 40 y 90 mm.

Estos aparatos son muy ligeros y fáciles de montar y su precisión, si están bien instalados, llega a ser de ±0,5 cm. En caso de grandes variaciones de nivel, la única dificultad consiste en tener suficiente longitud vertical para la porción de cable comprendida entre la polea y el contrapeso (en realidad, debe ser por lo menos

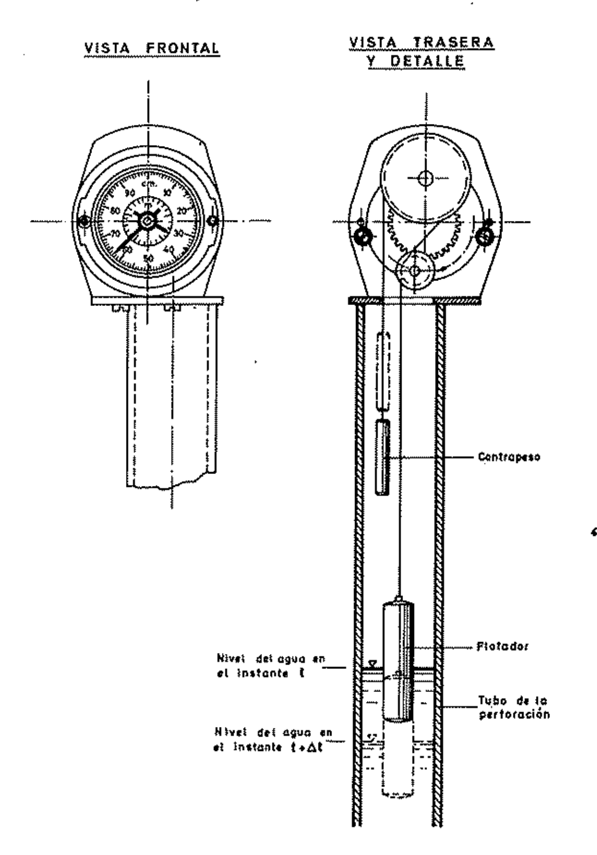


FIGURA A.9.26

Principio del funcionamiento de los sistemas automáticos de medida no registradores (limnímetros). (En trazo punteado, posiciones respectivas del conjunto en el instante t + Δ t).

igual al descenso de nivel que se espera obtener en el nivel piezométrico) puesto que en caso contrario, el movimiento del conjunto se detendrá al llegar el contrapeso a la polea, y el flotador quedará «colgado».

Algunos de estos aparatos llevan en vez de un dial indicador, un sistema digital que indica directamente en cifras la profundidad del nivel piezométrico. Otros por el contrario, están adaptados para señalar además la profundidad máxima y mínima observada por medio de una aguja con tope que mueve a dos indicadores que son arrastrados por aquella.

En todos ellos es fácil adaptar un sistema de transmisión de señal a distancia.

Cuando el nivel del agua es poco profundo puede introducirse en el pozo un flotador con una barra regular graduada, de modo que aparezca en superficie, donde se pueden leer directamente los descensos o se puedan grabar.

A.9.3.7 Sistemas automáticos inscriptores o limnígrafos

Los medidores limnimétricos de flotador pueden ir complementados con un sistema inscriptor a base de un tambor giratorio en el que se inscriban las variaciones de nivel piezométrico a lo largo del tiempo observadas por el aparato, hablándose entonces de limnígrafos.

En este caso, aunque el movimiento del flotador y contrapeso sea originado por la propia oscilación del nivel del agua, al igual que en el caso anterior, es preciso además contar con otra fuente de energía (generalmente un pequeño sistema de relojería o un motor eléctrico a base de pilas) que accione un tambor giratorio, cuya velocidad y por consiguiente el período de rotación puede variarse a voluntad.

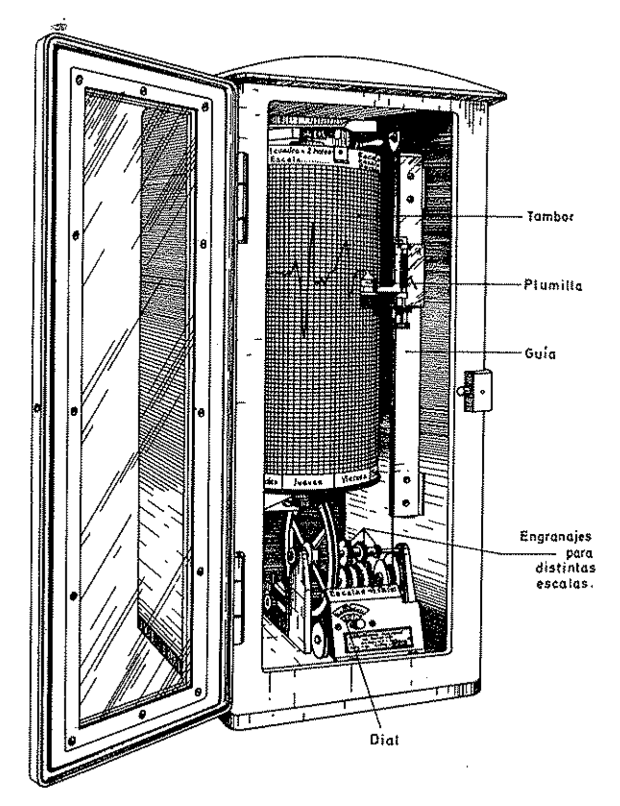


FIGURA A.9.27

Limnígrafo registrador.

En este tambor, que puede ser horizontal o vertical, se inscriben por medio de una plumilla y tinta adecuada, las oscilaciones observadas en el nivel del agua, pero modificadas de acuerdo con una escala de transformación (normalmente 1/5, 1/10 ó 1/20) con objeto de reducir la amplitud de aquellas y poder ser registradas en la hoja que circunda el tambor (limnigrama) que generalmente posee 30 cm de altura. En la figura A.9.27 se representa un limnígrafo de eje vertical, que es el sistema más común para aguas subterráneas.

La transmisión del movimiento de la polea que soporta al flotador y contrapeso al movimiento de vaivén vertical de la plumilla se logra con un adecuado sistema de engranajes y una guía especial. Este movimiento vertical de la plumilla, combinado con el giratorio del tambor, hace posible que la curva dibujada en el limnigrama sea la curva real de la oscilación del agua, con una amplitud y duración reducidas según una cierta escala.

El único inconveniente de estos aparatos reside en un posible arrollamiento del cable del flotador con el del contrapeso, lo cual origina distorsiones en el movimiento vertical de ambos y puede llegar a anular por completo el funcionamiento del mismo, registrándose entonces una línea recta horizontal.

Una variante de este sistema consiste en utilizar en lugar de plumilla y tinta, un estilete que inscribe la variación sobre un papel especial encerado, lo cual parece ser adecuado en países o regiones de clima muy cálido si se prevé que la tinta se puede secar.

Asimismo, existe otra variante de este último sistema que consiste en utilizar solo un flotador especial, lastrado convenientemente, sin contrapeso. En este caso, pequeños movimientos de ascenso del agua desencadenan el funcionamiento de un micromotor eléctrico a pilas para hacer «subir» al flotador, en lugar de tener que esperar a variaciones mayores de aquellos, puesto que sufre al estar sumergido en el agua. Es obvio que si el agua desciende de nivel, la propia fuerza de la gravedad hace descender el flotador, movimiento que es recogido por el servosistema.

Existen limnígrafos en los que el sistema registrador está substituido por una cabeza de perforación de cinta; el propio mecanismo de relojería hace actuar a dicha cabeza de perforación a intervalos de tiempo regulares previamente establecidos.

Bibliografía

ANDREASEN, G. E., BROOKHART, J. W.: *Reverse water-level fluctuations.* Methods of Collecting and Interpreting Ground-Water Data. U. S. Geological Survey Water-Supply Paper, 1544, 1963 págs. H-30/H-35.

ANDREASEN, L. J., HAMAN, Z.: *Pumping tests and hydrogeological investigations of an arterian aquifer near Horsens, Denmark.* Nordic Hydrology. Vol. 2, 1970, págs. 69-110. Copenhagen.

ARAVIN, V. I.; NUMEROV, S. N.: *Theory of fluid flow in undeformable porous media.* 1953. Moscú. Traducción del ruso. Editorial Davey, 1962. También Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965 (caps. 2 y 3).

ARON, G. y SCOTT, V. H.: *Simplified solutions for decreasing flow in wells. Proc.* ASCE., Journal of the Hydraulics Division. Vol. 91, n.° HY5, sep. 1965, págs. 1-12.

BABBIT, H. y CALDWELL, D. H.: *The free surface around and interference between gravity wells.* University of Illinois Engineering Experiment Station, Bull. n.° 30, series n.° 374. Urbana. Vol. 45, enero 1948.

BARENBLATT, ZHELTOV (GILTOV), KOTCHINA: *Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks.* Journal of Applied Math. Mech. Vol. 24 n.° 5, págs. 1286-1303, 1960.

BEAR, J., ZASLAVSKY, D. e IRMAY, S.: *Hydraulics of wells.* Physical Principles of Water Percolation and Seepage. Cap. 13. UNESCO, 1968, págs. 395-434.

BENÍTEZ, A.: *Captación de aguas subterráneas.* Editorial Dossat, Madrid, 1963, 157 págs.

BENNETT, T. W.: *On the design and construction of infiltration -galleries.* Ground Water, vol. 8, n.° 3, mayo-junio, 1970.

BIERSCHENK, W. H.: *Determining well efficiency by multiple step-drawdown tests.* Asociación Internacional de Hidrología Científica. Asamblea General de Berkeley, 1963. Pub. n.° 64. 1964, págs. 493-507.

BOGOMOLOV: *Hydrogéologie et notions de géologie d'ingénieur.* Editions de la Paix. Moscú, 1966.

BOKHARI, S. M. H., STRACHAN, J. K., TURNER, A. K.:

Drawdowns due to pumping from strip aquifers. Proc. ASCE. Journal of the Irrigation and Drainage Division. Vol. 94, n.° IR 2, junio 1968, págs. 233-242.

BORELLI, M., PAVLIN, B.: *Approach to the problem of the underground water leakage from the storages in karst storages Buško Blato, Peruća y Kruščika.* Hidrology of Fractured Rocks. IASH-UNESCO, Simposio de Dubrovnik, 1965, vol. 7, págs. 32-62.

BOULTON, N. S.: *The drawdown of water-table under non steady conditions near a pumped well in an unconfined formation.* Proceedings of the Institute of Civil Engineers (London) vol. 3, part. III, 1954, págs. 564-579.

BOULTON, N. S.: *Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage.* Asociación Internacional de Hidrología Científica. Asamblea General de Roma (1954), vol. 2, pub. 37, págs. 472-477.

BOULTON, N. S.: *Analysis of data from nonequilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage.* Proc. Institution of Civil Engineers, vol. 26, London, 1963.

BOULTON, N. S.: *Analysis of data from pumping tests in unconfined anisotropic aquifers.* Journal of Hydrology, vol. 10, 1970, págs. 369-378. Amsterdam.

BRANTLY, J. E.: *Rotary drilling handbook.* 6.ª edición. Palmer Publications, 1960, 825 págs.

BREDEHOEFT, J. D.: *The drill-stem test: the petroleum industry's deep-well pumping test.* Ground Water, vol. 3, n.° 3, 1965, págs. 31-36.

BREDENKAMP, C. B., VOGEL, J. C.: *Study of a dolomitic aquifer with carbon - 14 and tritium.* Isotope Hydrology 1970. Organismo Internacional de Energía Atómica, Simposio de Viena 1970, Viena 1970, págs. 349-372.

BREMOND, R.: *Contribution à l'interpretation des mesures de débit et de rebattement dans les nappes souterraines.* Gauthier-Villars, Paris, 1965, 118 págs.

BRUIN, J., HUDSON, H. E. Jr.: *Selected methods for pumping test analysis.* Illinois State Water Survey. Urbana. Report of Investigation 25, 1955, 3.ª edición 1961.

BUKHARI, S. A., VAN DEN BERG, A., LENNOX, D. H.: *Iterative analysis: bounded leaky artesian aquifer.* Proc. ASCE, Journal of the Irrigation and Drainage Division IR 1, marzo 1969, págs. 1-14.

CAMBEFORT, H.: *Perforaciones y sondeos.* Ediciones Omega, Barcelona, 1962.

CAMBEFORT, H.: *Injection des sols.* Ed. Eyrolles, París, 1964. Tomo 1.

CASTANY, G.: *Tratado práctico de las aguas subterráneas.* Ediciones Omega, S. A., Barcelona, 1971.

CASTANY, G.: *Prospección y explotación de las aguas subterráneas.* Ediciones Omega, S. A., Barcelona, 1975.

CAZENOVE, E. de; CHADEISSON, R.: *Fonctionement des écoulements souterraines a l'aval des rétennes en terreins volcaniques.* Simposio Internacional sobre Hidrología de Terrenos Volcánicos, Arrecife de Lanzarote, Islas Canarias. Ministerio de Obras Públicas — UNESCO, 1974.

CEDERGREN, H. R.: *Seepage, drainage and flow nets.* Ed. John Wiley and Sons, Inc., 1967.

CEDERSTROM, D. J.: *Agua subterranea, uma introduçao.* Centro de Publicaçoes Técnicas da Aliança, USAID. Río de Janeiro, 1964.

CHARNII, I. A.: *Una derivación rigurosa de la fórmula de Dupuit para flujo libre con superficie de goteo* (en ruso). Dokl. Akad. Nauk SSSR, vol. 79, n.° 6, 1951.

CHESTAKOV, V. M.: *Sur l'hydrodinamique des piézomètres ouverts.* Bull. International Association of Scientific Hydrology II, n.° 3, sep. 1967, págs. 37-41.

CHOW, V. I.: *On the determination of transmissivity and storage coefficients from pumping test data.* Transactions Am. Geophysical Union. Vol. 33, 1952, págs. 397-404.

COLLINS, R. E.: *Flow of fluids through porous materials.* Reinhold Chemical Engineering Series, 1961, 270 págs.

COOPER, H. H.: *A hypotesis concerning the dynamic balance of fresh water and salt water in a coastal aquifer.* Sea Water in Coastal Aquifers. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, n.° 1613, 1964, C1-C12.

COOPER, H. H. Jr., BREDEHOEFT, J. D., PAPADOPULOS, I. S.: *Response of a finite-diameter well to an instantaneous charge of water.* Water Resources Research, vol. 3, n.° 1, 1967, págs. 263-269.

COOPER, H. H. y JACOB, C. E.: *A generalized graphycal method for evaluating formation constants and summarizing well field story.* Transactions Am. Geophysical Union, vol. 27, 1946, págs. 526-534.

CSALLANY, S. C.: *The hydraulic properties and yields of dolomite and limestone aquifers.* I.A.S.H.-UNESCO. Simposio de Dubrovnik. Sobre la Hidrología de las Rocas Fracturadas, 1965. Tomo I, págs. 120-138.

CSALLANY, S. C. y WALTON, W. C.: *Yields of shallow dolomite wells in Northern Illinois.* Illinois State Water Survey, Report of Investigation, n.° 46, 1963.

CUSTODIO, E.: *Bombeos intermitentes.* Apuntes del Curso de Hidrología Subterránea de Barcelona. Clase ref. 10T5 y 10P7, 1967, págs. 12-17.

CUSTODIO, E.: *Ensayo de bombeo en el pozo Cornellá-13 (Barcelona).* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Curso de Hidrología Subterránea. Barcelona, 1968. Pub. EB 1-68, 35 págs.

CUSTODIO, E.: *Corrosión e incrustación de pozos.* Primer Seminario de Técnicas Modernas para la Construcción de Pozos. Barcelona, 1968, S.G.O.P., I.N.C. y C.E.I.A.A., págs. 293-324.

CUSTODIO, E.: *Ensayos de bombeo en el estrecho de Cornellá (Barcelona).* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental. Barcelona, 1970.

CUSTODIO, E.: *Datos sobre la hidráulica de las galerías de captación de agua subterránea en el Macizo de Famara, Lanzarote (Islas Canarias, España).* Simposio Internacional sobre Hidrología de Terrenos Volcánicos. Arrecife de Lanzarote. Ministerio Obras Públicas — UNESCO (1974) (En prensa).

CUSTODIO, E., BAYÓ, A. y PELÁEZ, M. D.: *Geoquímica y datación de aguas para el estudio del movimiento de las aguas subterráneas en el delta del Llobregat (Barcelona).* Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, 1971. Sección 6.

CUSTODIO, E., CUENA, J. y BAYÓ, A.: *Planteamiento, ejecución y utilización de un modelo matemático de dos capas para los acuíferos del delta del Llobregat (Barcelona).* Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, 1971. Sección 3.

CUSTODIO, E. y SÁENZ-OIZA, J.: *Estudio geohidrológico del Macizo de Famara, Lanzarote.* Dirección General de Obras Hidráulicas. Las Palmas-Barcelona (1972). (Ciclostilado).

CUSTODIO, E. y SÁENZ-OIZA, J.: *Hydrology of Famara's volcanic block supply galleries (Lanzarote, Canary Islands, Spain).* 2nd. International Symposium on Ground-Water. Palermo (1975).

CUSTODIO, E. et alt.: *Estudio de las afecciones hidrológicas del vertedero controlado de basuras en el Macizo de Garraf.* Ayuntamiento de Barcelona y Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental. Barcelona (1973 + complementos 1974).

CUSTODIO, E. et alt.: *Estudio de los recursos de agua subterránea en la cuenca de la Riera de Carme y área de Capellades, alrededores de Igualada (Barcelona).* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas Barcelona (1973 b).

CUSTODIO, E.: *Resultados de las prospecciones para inyección profunda en la Cuenca del río Llobregat (Barcelona).* Seminario Internacional sobre Inyección de Aguas Residuales en el Subsuelo y Prevención contra la Contaminación de Acuíferos Subterráneos. Madrid, 1974. Boletín Geológico y Minero. Instituto Geológico y Minero de España (en prensa).

DA COSTA, A. y FALCÓN MORENO, E.: *Manual de métodos cuantitativos en el estudio de agua subterránea: organización y realización de pruebas de acuíferos.* U.S. Geological Survey. Phoenix, Arizona, 1963.

DAGAN, G.: *A method of determining the permeability and effective porosity of unconfined anisotropic aquifers.* Water Resources Research, vol. 3, n.° 6, 1967, págs. 1059-1071.

DAVIS, S. N. y TURK, L. J.: *Optimum depth of wells in crystaline rocks.* Ground Water, vol. 2, 1964, págs. 6-11.

DAVIS, S. N. y DE WIEST, R. J. M.: *Hydrogeology.* Ed. John Wiley and Sons, 1966, 463 págs.

DEBRINE, B. E.: *Electrolitic model study for collector wells under river beds.* Water Resources Research. Vol. 6, n.° 3, junio 1970, págs. 971-978.

DE GLEE, G. J.: *Over Groundwaterstromingen bij Wateronttrekking door middel von Putten.* Tesis doctoral. — J. Waltman Jr., Delft, 1930, 175 págs.

DELGADO, J. A.: *Medición del nivel del agua en los sondeos.* Boletín del Servicio Geológico de Obras Públicas, n.° 24. Madrid, 1966.

DE WIEST, J. R.: *Geohydrology.* Ed. John Wiley & Sons. Inc., 1965.

DUPUIT, J.: *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux.* París, 1863.

ENSLIN, J. F. y BREDENKAMP, D. P.: *The valve of pumping tests for the assessment of ground-water supplies in secondary aquifers in South-Africa.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Berkeley, 1963, Pub. 64, 1964, págs. 213-224.

ERNST, L. F.: *Groundwater flow in the Netherlands delta area and its influence on the salt balance of the future Lake Zeeland.* Journal of Hydrology, vol. 8, 1969, págs. 137-172.

ERNST, L. F. y WESTERHOF, J. J.: *Le developpement de la recherche hydrologique et son application au drainage aux Pays-Bas.* IASH. Asociación Internacional de Hidrología Científica. Simposio Darcy de Dijon, 1956, Pub. 41, páginas 148-164.

ERDELYI, M. ET ALT.: *Estimation of groundwater resources.* International Post-graduate Course on Hydrological Methods for Developing Water Resources Management. Subject 10. UNESCO. Budapest, 1968.

ESMAELI, H. y SCOTT, V. H.: *Unconfined aquifer characteristics and well flow.* Am. Soc. of Civil Engineers, Journal of the Irrigation and Drainage Division. vol. 94, n.° IR-1 marzo 1968, págs. 115-136.

EVERDINGEN, A. F. VAN: *The skin effect and its influence on the productive capacity of a well.* Am. Institute of Mining Metallurgy and Petroleum Engineers, Transactions. Vol. 198, 1953, págs. 171-176.

EVERDINGEN, R. O. VAN: *The influence of the South Saskatchewan Reservoir on the local groundwater regime: a prognosis.* Geological Survey of Canada, 1968, págs. 65-39.

FERRIS, ET AL.: *Theory of aquifer tests.* U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper 1536-E, 174 págs. Washington, 1962.

FIGUEROA, G. E.: *Pruebas de bombeo en pozos con flujo transitorio y sus aplicaciones.* Ingeniería Hidráulica de México. Vol. 23, n.° 2, 1969, págs. 130-193.

FORCHHEIMER, PH.: *Tratado de Hidráulica.* Editorial Labor, S. A. 3.ª edición, 1950 (traducción de la 3.ª edición alemana). Barcelona, texto original de 1935.

FORKASIEWICZ, J.: *Interpretation des données des pompages d'essai por l'evaluation des paramètres des aquifères aide-memoire.* Bureau de Recherches Geologiques et Minières, diciembre 1969, París-Orleans.

GALOFRÉ, A.: *Organización, preparación y realización de los ensayos de bombeo.* Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, 1971, sección III, tomo 1, págs. 259-265.

GALOFRÉ, A.: *Cálculo de la transmisividad a partir de descensos específicos.* Estudio de los Recursos Hidráulicos Totales de las Cuencas de los Ríos Besós y Bajo Llobregat. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1966, págs. 7.69-7.73.

GARCÍA-BENGOCHEA, J. I.: *The determination of aquifer constants using water level observations in the pumping well.* Tesis doctoral presentada en la Universidad de Florida en 1963.

GLOBER, R. E.: U.S. Bureau of Reclamation, Engineering Monograph, n.° 31.

GREENGARTEN, A. C.; RAMEY, H. J., Jr.: *Unsteady state pressure distribution created by a well with a single horizontal*

facture, partial penetration, or restricted entry. Soc. Petroleum Eng. of AIME. Dallas, 1972.

GREENGARTEN, RAMEY, RAGHAVAN: *Pressure analysis of fractured wells.* Soc. Petroleum Eng., 4714 Annual Fall Meeting. San Antonio, Texas, 1972.

GREENGARTEN, A. C. WITHERSPOON, P. A.: *A method of analyzing pump test data from fractured aquifers.* Sym. Percolation Through Fissured Rocks. Stuttgart. Int. Soc. Rock Mechanics, Int. Assoc. Eng. Geology T3-B. 9 págs. 1972.

GROS: *Handbuch der Wasserversorgung.* München, 1928.

HALL, H. P.: *An investigation of steady flow toward a gravity well.* La Houille Blanche. Año 10, n.º 1, enero-febrero 1955.

HANTUSH, M. S.: *Analysis of data from pumping tests in leaky aquifers.* Trans. Am. Geophysical Union. Vol. 37, n.º 6, diciembre 1956, págs. 702-714.

HANTUSH, M. S.: *Drawdown around a partially penetrating well.* Journal of the Hydraulics Division. Proc. ASCE HY4, julio 1961, págs. 83-98.

HANTUSH, M. S.: *Aquifer test on partially penetrating wells.* Proc. ASCE, Journal of the Hydraulic Division. HY 5. octubre 1961, págs. 171-195.

HANTUSH, M. S.: *On the validity of the Dupuit-Forchheimer well discharge formula.* Journal of Geophysical Research. Vol. 67, n.º 6, 1962, págs. 2417-2420.

HANTUSH, M. S.: *Hydraulics of wells.* Advances in Hydroscience. Vol. 1, Ven té Chow. Academic Press., 1964, páginas 281-432.

HANTUSH, M. S.: *Analysis of data from pumping tests in anisotropic aquifers.* Journal of Geophysical Research. Vol. 71, n.º 2, enero 1966, págs. 421-426.

HANTUSH, M. S. y JACOB, C. E.: *Non-steady radial flow in an infinite leaky aquifer.* Transactions Am. Geophysical Union. Vol. 36, n.º 1, págs. 95-100.

HARR, M. E.: Groundwater and seepage. McGraw Hill Book Co., 1962, 315 págs.

HERBERT, R.: *Analysing pumping test by resistance network analogue.* Ground Water, n.º 2, vol. 6, 1968, marzo-abril, págs. 12-18.

HERBERT, R.: *A design method for deep well dewatering installations.* Ground Water. Vol. 7, n.º 2, marzo-abril 1969, págs. 24-33.

HERRERA, I. y FIGUEROA, G. E.: *A correspondence principle for the theory of leaky aquifers.* Water Resources Research. Vol. 5, n.º 4, agosto 1969, págs. 900-904. Discusión por Neuman y Witherspoon en vol. 6, n.º 3 (junio 1970), págs. 1009-1010, y contestación por los autores en vol. 6, n.º 3 (junio 1970), págs. 1011-1015.

HERRERA, J.: *Theory of multiple leaky aquifers.* Water Resources Research. Vol. 6, n.º 1 (febrero 1970), págs. 185-193.

HORNBERGER, G. M., EBERT, J. y REMSON, I.: *Numerical solution of the Boussinesq equation for aquifer-stream interaction.* Water Resources Research. Vol. 6, n.º 2, abril 1970, págs. 601-608.

HORNER, D. R.: *Presure build-up in wells.* Proceeding Third World Petroleum Congress, sec. II. Ed. J. Brill. Leiden, Holanda, 1951, págs. 503-521.

HUISMAN, L.: *The determination of the geohydrological constants for the dune-water catchment-area of Amsterdam.* IASH. Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Toronto, 1957. Pub. 44, 1958, páginas 168-182.

JACOB, C. E.: *On the flow of water in an elastic artesian aquifer.* Transactions Am. Geophysical Union. Vol. 72, parte II, 1940, págs. 574-586.

JACOB, C. E.: *Radial flow in a leaky artesian aquifer.* Trans. Am. Geopysical Union. Vol. 27, 1946, págs. 198-205.

JACOB, C. E.: *Drawdown test to determine effective radius of artesian well.* Trans. Am. Soc. Civil. Eng. Vol. 72, artículo 2321, 1947, págs. 1047.

JACOB, C. E.: *Flow of ground water.* Engineering Hydraulics. Editor H. Rouse. John Wiley & Sons. Cap. 5, 1949, páginas 321-386.

JACOB, C. E.: *Determining the permeability of water-table aquifers.* En Bentall: Methods of Determining Permeability, Transmissibility and Drawdown. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, n.º 1536-I. Washington, 1963, págs. 245-271.

JACOB, C. E.: *Correction of drawdowns caused by a pumping well tapping less than the field thichness of an aquifer.* En Bentall: Methods of Determining Permeability Transmissibility and Drawdown. U.S. Geological Survey Water-Supply Paper n.º 1536-I. Washington, 1963 b, págs. 272-282.

JAEGER, J. C.: *The analysis of aquifer test data or thermal conductivity measurements with use of a line source.* Journal Geophysical Research. Vol. 64, 1959, págs. 511-564.

JAHNKE, ENDE y LÖSCH: *Tables of higher functions.* McGraw Hill Book, Co. 6.ª edición, 1960.

JAVANDEL, I. y WITHERSPOON, P. A.: *A method of analysing transient fluid flow in multilayered aquifers.* Water Resources Research, vol. 5, n.º 4, agosto 1969, págs. 856-869.

JENKINS, C. T.: *Techniques for computing rate and volume of stream depletion by wells.* Ground Water, vol. 6, n.º 2, 1968, págs. 37-46.

JENKINS, C. T.: *Electric-analog and digital-computer model analysis of stream depletion by wells.* Ground Water. Vol. 6, n.º 6, noviembre-diciembre 1968, págs. 27-34.

JOHNSON, A. I. y SNIEGOCKI, R. T.: *Comparison of laboratory and field analyses of aquifer and well characteristics at an artificial recharge site.* UNESCO-Asociación Internacional de Hidrología Científica, simposio sobre Recarga Artificial de Haifa (1967) Pub. 72, págs. 182-192. Gentbrugge, 1967.

JONHSON INC.: *Ground water and wells.* Ed. Edward E. Jonhson, Saint Paul, Minnesota, 1966, 440 págs.

KASHEF, A. I.: *Exact free surface of gravity wells.* Proc. Am. Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division HY-3, julio 1965, págs. 167-184.

KASHEF, A. I.: *Salt water intrusion in coastal well fields.* Proc. National Simposium of Ground-water Hydrology.

Am. Water Resources Assoc., San Francisco, 1967, págs. 235-258.

KASHEF, A. I.: *Interference between gravity wells: steady state flow.* Ground Water. Vol. 8, n.° 6, nov.-dic. 1970, páginas 25-32.

KIRKHAM, D.: *Seepage of steady rainfall trough soil into drains.* Transactions. Am. Geophysical Union. Vol. 39, n.° 5, octubre 1958, págs. 892-908.

KIRKHAM, D.: *Exact theory of flow into a partially penetrating well.* Journal of Geophysical Research, vol. 64, 1959, págs. 1317-1327.

KIRKHAM, D.: *Exact theory for the shape of the free water surface about a well in a semiconfined aquifer.* Journal of Geophysical Research. Vol. 69, n.° 12. Junio 1964, págs. 2537-2552.

KOZENY, J.: *Theorie und Berechnung der Brunnen.* Wasserkraft und Wasser Wirtschaft. Vol. 28, 1933, págs. 101.

KRIZER, R. J., BAKER, W. H. y FRANKLIN, A. G.: *Well capacity for continuous permeability variation.* Proc. ASCE Journal Irrigation and Drainage Division IR 3, sep. 1969, págs. 409-414.

KRUSEMAN, G. P. y DE RIDDER, N. A.: *Analysis and evaluation of pumping test data.* International Institute for Land Reclamation and Improvement Boletin n.° 11. Wegeningen. Holanda, 1970, 200 págs.

LAMARSH, J. R.: *Introduction to nuclear reactor theory.* Ed. Addison Wesley, Massachussets-Ontario, 1966, 585 págs.

LEMBKE, K. E.: *Flujo de agua subterránea y la teoría de colectores de agua* (en ruso). El Ingeniero, Revista del Ministerio de Comunicaciones, 1886, n.° 2, y 1887 n.° 17-18, 1986.

LENNOX, D. H.: *Analysis and application of step drawdown test.* Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, nov. 1966, HY 6, págs. 25-48.

LENNOX, D. H.: *Discusion del artículo de Mogg (1968) en Ground Water,* vol. 7, n.° 6, nov.-dic. 1969, págs. 35-36.

LENNOX, D. H. y VAN DER BERG, A.: *Geohydrologic boundary envelopes.* Journal of Hydrology, vol. 12 (1970), págs. 48-52. Amsterdam.

LLAMAS, M. R. y MOLIST, J.: *El ensayo de bombeo como método de valoración de las características del acuífero y de la eficacia del pozo* Primer Seminario de Técnicas Modernas para la Construcción de Pozos. Barcelona 1968, páginas 345-371.

LOHMAN, S. W.: *Groundwater Hydraulics.* U.S. Geological Survey, Professional Paper 708, Washington, 1972, 70 páginas.

LOHR, A.: *Beitrag zur Ermittlung des* k_h. Wertes durch hydraulische Feldversuche. Gas und Wasserfach, 1969.

LOHR, A.: *Different methods of estimanting discharge of subterranean waters.* International Water Supply Association, Congreso de Viena, Special subject, n.° 2, 1969 b.

MAHDAVIANI, M. A.: *Steady and unsteady flow towards gravity wells.* Proc. ASCE., Journal of the Hydraulics Division, vol. HY 6, n.° 1967, págs. 135-146.

MAIER, L. F.: *Recent development in the interpretation and application of DST data.* Journal of Petroleum Technology, nov. 1962, págs. 1213-1222.

MEINZER, O. E.: *Hydrology.* McGraw Hill Book Co., 1942.

MIKELS, F. C. y KLAER, F. H. Jr.: *Application of groundwater hydraulics to the development of water supplies by induced infiltration.* IASH, Asociación Internacional de Hidrología Científica, Simposio Darcy de Dijon, 1956. Pub. 41, págs. 232-242.

MISRA, H. C. y PANDE, P. K.: *Analytical determination of the free surface in seepage.* Irrigation and Power. Vol. 27, n.° 1, enero 1970, págs. 37-44.

MOENCH, A.: *Ground-water fluctuations in response to arbitrary pumpage.* Ground Water, vol. 9, n.° 2, marzo-abril 1971, págs. 4-8.

MOGG, J. L.: *Step drawdown test needs critical review.* Johnson Drillers Journal, julio-agosto 1968, págs. 3-9 y Ground Water, vol. 7, n.° 1, enero-febrero 1969, págs. 28-34.

M.O.P.: *Estudio de los recursos hidráulicos totales de las cuencas de los ríos Besós y Bajo Llobregat.* Segundo Informe. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, junio 1966, (4 tomos).

M.O.P.: *Estudio de los recursos hidráulicos totales del Pirineo Oriental.* Cubetas cuaternarias del Llobregat-Besós CH-5 (a y b) Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1971.

MORAGAS, G.: *Corrientes subalveas: estudio general del régimen de las aguas contenidas en terrenos permeables y especial del régimen de la corriente subterránea en el delta acuífero del Besós. (Barcelona).* Revista de Obras Públicas, 1896. Madrid.

MURPHY, W. C.: *The interpretation and calculation of formation characteristics from formation test data.* Halliburton. Co., 1967.

MUSKAT, M.: *The flow of homogeneus fluids through porous media.* Ed. J. W. Edwards, Ann Harbor, Michigan (edición 1946), 1937, 763 págs.

NAHRGANG, G.: *L'hypothese de Dupuit-Thiem pour le calcul d'un puits et l'écoulement réel au voisinage d'un puits vertical à surface libre.* IASH, Asociación Internacional de Hidrología Científica. Simposio Darcy de Dijon. Pub. 41, 1956, págs. 173-183.

NARASIMHAN, T. N.: *Pumping tests on open wells in Palar alluvium, near Madras City, India: an aplication of Papadopulos.* Cooper method. Bull. Int. Assos. Scientific Hydrology, XIII, 4, 12/1968, págs. 91-105.

NARASIMHAN, T. N.: *Ratio method for determining characteristics of ideal, leaky and bounded aquifers. Bull.* Int. Assoc. Scientific Hydrology, 1968 b, págs. 70-83.

NEUMAN, S. P.: *Theory of flow in unconfined aquifers considering delayed response of the water table.* Water Resources Research. Vol. 8, n.° 4, págs. 1031-1045, 1972. Complementado con: NEUMAN, S. P.: *Supplementary comments on «Theory of flow in unconfined aquifers consi-*

dering delayed response to the water table». Water Resources Research, vol. 9, n.° 4, págs. 1102-1103, 1973.

NEUMAN, S. P. y WITHERSPOON, P. A.: *Theory of flow in a confined two aquifer system.* Water Resources Research, vol. 5, n.° 4, agosto 1969, págs. 803-816.

NEUMAN, S. P. y WITHERSPOON, P. A.: *Applicability of current theories of flow in leaky aquifer.* Water Resources Research. Vol. 5, n.° 4, agosto 1969, págs. 817-829.

NEUMAN, S. P. y WITHERSPOON, P. A.: *Finite element method of analyzing steady seepage with a free surface.* Water Resources Research, vol. 6, n.° 3, 1970, págs. 889-897.

OGDEN, L.: *Estimating transmissibility with one drawdown.* Ground Water, vol. 3, n.° 3, julio 1965, págs. 51-54.

OUTMANS, H. D.: *Dupuit's formula generalized for heterogeneus aquifers.* Journal of Geophysical Research. Vol. 69, n.° 6, 1964.

OUWERKERK, J. H. y PETTE, D.: *Réponses charácteristiques des potentiomètres et le calcul des constants du temps.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Berna. 1968, Pub. 78, págs. 370-383. Gentbrugge.

PAPADOPULOS, I. S.: *Nonsteady flow to a well in an infinite anisotropic aquifer.* IASH-UNESCO. Proc. Dubrovnik Symposium on Fractured Roks. Octubre 1965, vol. 1, págs. 21-31.

PAPADOPULOS, I. S.: *Drawdown distribution around a large diameter well.* Proceeding National Symposium a Ground Water Hydrology. American Water Resources Association. San Franscisco 6-8 nov. 1967, págs. 157-168.

PAPADOPULOS, I. S. y COOPER, H. H. Jr.: *Drawdown in a well of large diameter.* Water Resources Research, 3, 1967, páginas 241-244.

PAPADOPULOS, G. T. y LAGUROS, J. C.: *Programming for Pavlovsky's ground-water problems.* ASCE, Journal of the Irrigation Division. IR-1, marzo 1968, págs. 49-56.

PARIZEK, R. R. y SIDDIQUI, S. H.: *Determining the sustained yields of wells in carbonate and factured aquifers.* Ground Water, vol. 8, n.° 5, 1970, págs. 12-20.

PASCU, M. y STELEA, V.: *Cercetarea apelor subterane* (Investigación de aguas subterráneas) Editura Tehnica, Bucarest, 1968, 374 págs.

PAVLOVSKY, N. N.: *En. Collected works* (en ruso). Akad. Nauk URSS, Leningrado, 1956 (1930).

PLATA, A.: *Isótropos en hidrología.* Ed. Alhambra. Bilbao. 323 págs. (1972).

POLUBARINOVA-KOCHINA, P. Y.: *Theory of ground-water movement.* Traducción del texto ruso por De Wiest. Princeton University Press (1962), 1952, 613 págs.

PRICKETT, T. A.: *Type-curve solution to aquifer tests under water-table conditions.* Ground Water, vol. 3, n.° 3, julio 1965, págs. 5-14.

PRICKETT, T. A. y LONNQUIST, C. G.: *Selected digital computer techniques for ground-water resource evaluation.* Illinois State Water survey Bull. 55. Urbana, 1971, 62 páginas.

PROYECTO CANARIAS: *Estudio de los recursos de agua de la Isla de Tenerife* (borrador provisional). Gobierno Español — UNESCO — PWUD. Las Palmas de Gran Canaria (1973). (Texto final en prensa).

PUIG-ADAM, P.: *Cálculo Integral.* Publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Madrid, 1954.

PUIG-ADAM, P.: *Ecuaciones diferenciales.* Publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Madrid, 1959.

RAMSAHOYE, L. E. y LANG, S. M.: *A simple method for determining specific yield from pumping tests.* U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, 1536-C, 1961, págs. 41-46.

RASMUSSEN, W. C.: *Permeability and storage of heterogeneous aquifers in the United States.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Simposio de Berkeley (1963) Pub. 64, 1964, págs. 317-325.

REMSON, I. y LANG, S. M.: *A pumping-test method for the determination of specific yield.* Trans. Am. Geophysical Union. Vol. 36, n.° 2, abril 1965, págs. 321-325.

ROFAIL, N.: *Analysis of pumping test in factured rocks.* Simposio de Dubrovnik sobre Hidrología de Rocas Fracturadas IASH-UNESCO, vol. 1, 1965, págs. 81-88.

RORABAUGH, M. I.: *Graphycal and theoretical analysis of step drawdown test of artesian well.* Proc. Am. Soc. Civil. Eng. Vol. 79 dic. 1953.

RORABAUGH, M. I.: *Use of water levels in estimating aquifer constants in a finite aquifer.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, simposio de Helsinky, 1960, Pub. 52, págs. 314-323. Gentbrugge.

RORABAUGH, M. I.: *Estimating changes in bankstorage and ground-water contribution to stram flow* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Berkeley, 1963, Pub. 63, págs. 432-441.

RORABAUGH, M. I.: *Streambed percolation in development of water supplies.* Methods of Collecting and Interpreting Ground Water Data. U.S. Geological Survey, Water Supply Paper 1545-H, 1963 b, H-47/H-62.

SAAD, K. F.: *Determination of the vertical and horizontal permeabilities of fractured water bearing formation.* Bull. Int. Assoc. Scientific Hydrology. Vol. XII, n.° 3, sep. 1967, págs. 22-25.

SALEEM, Z. A.: *A computer method for pumping-test analysis.* Ground Water, vol. 8, n.° 5 (1970), págs. 21-24.

SCHILFGAARDE, J. VAN: *Theory of flow to drains.* Advances in Hydroscience. Vol. 6, 1970, Ed. Ven té Chow. Ed. Academic Press, págs. 43-106.

SCHNEEBELI, G.: *Sur l'hydraulique des puits.* IASH, Asociación Internacional de Hidrología Científica. Simposio Darcy de Dijon. Pub. 41, 1956, págs. 10-27.

SCHNEEBELI, G.: *Hydraulique souterraine.* Ed. Eyrolles. París, 1966, 362 págs.

SCHOELLER, H.: *Les eaux souterraines.* Ed. Masson. Paris, 1962, 642 págs.

SHEAHAN, N. T.: *Type-curve solution of step-drawdown test.* Ground-water, vol. 9, n.° 1, enero-febrero 1971, págs. 25-29.

SHESTAKOV, V. M.: *Flujo no estacionario en un acuífero*

bicapa (en ruso). Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Masinostr., vol. 6, págs. 92-96, 1963.

SKIBITZKE, H. E.: *An equation for potential distribution about a well being bailed.* U.S. Geological Survey, Ground Water Notes. Hydraulics, n.° 37, marzo 1957, 10 págs.

SKIBITZKE, H. E.: *Determination of the coefficient of transmissibility from measurements of residual drawdown in a bailed well.* Methods of Determining Permeability, Transmissibility and Drawdown. Comp. Ray Bentall. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, n.° 1536, I., 1963, págs. 293-298.

SOVERI, J.: *On the adhesion of pore water in Finish argillaceous sediments of different age. Nordic Hydrology,* vol. 2 (1970) págs. 111-119. Copenhague.

STALLMAN, R. W.: *Effects of water table conditions on water level changes near pumping wells.* Water Resources Research. Vol. 1, n.° 2, 1965, págs. 295-312.

STERNBERG, Y. M.: *Transmissibility determination from variable discharge pumping test.* Ground Water. Vol 5, n.° 4, octubre 1967, págs. 27-29.

STERNBERG, Y. M.: *Nonsteady two-layer radial flow to wells* Asociación Internacional de Hidrología Científica. Asamblea General de Berna (1967). Pub. 77, 1968, págs. 339-342. Gentbrugge.

STERNBERG, Y. M.: *Flow to wells in the presence of radial discontinuities.* Ground Water, vol. 7, n.° 6, nov.-dic. 1969, págs. 17-20.

STERNBERG, Y. M.: *Some approximate solutions of radial flow problems.* Journal of Hlydrology. Vol. 7, 1969 b, páginas 158-166.

STEWART, D. M.: *The rock and bong techniques of measuring water levels in wells.* Ground Water, vol. 8, n.° 6, nov.-dic., 1970, págs. 14-18.

STEWART, G. W.: *Drilled water wells in New Hampshire.* New Hampshire Department of Resources and Economic Development; Division of Economic Development. Mineral Resources Survey, part. XX, 1967, 58 págs.

STRAUSBERG, S. I.: *Estimating distances to hydrologic boundaries from discharging well data.* Ground Water, vol. 5, n.° 1, enero 1967, págs. 5-8.

STRELTSOVA, T. D.: *Flow near a pumped well in an unconfined aquifer under non steady conditions.* Water Resources Research, vol. 9, n.° 1, 1973, págs. 227-235.

STRELTSOVA, T. D., RUSHTON, K. R.: *Water table drawdown due to pumped well in an unconfined aquifer.* Water Resources Research, vol. 19, n.° 1, 1973, págs. 236-242.

STRELTSOVA, T. D.: *Unsteady radial flow in an unconfined aquifer.* Water Resources Research, vol. 8, n.° 4, 1972, págs. 1059-1066.

SUSZYNSKY, E. F.: *L'hydrogéologie des terrains cristalins du «Nordeste» brésilien.* Bull. Bureau Recherches Géologiques et Minières, sección III, vol. 3, 2.ª parte, págs. 83-95. París, 1968.

THEIS, C. V.: *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage.* Trans. Am. Geophysical Union. Vol. 16, 1935, págs. 519-524.

THEIS, C. V., BROWN, R. H. y MEYER, R. R.: *Estimating the transmissibility of aquifers from the specific capacity of wells.* Methods of Determining Permeability, Transmisibility and Drawdown. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, n.° 1536-I Washington, 1963, págs. 331-341.

THIEM, G.: *Hydrologische Methoden.* Gebhardt, Leipzig, 1906, 56 págs.

TISON, M.: *Fluctuations des nappes aquifères.* Apuntes del 2.° Curso Internacional de Hidrología Subterránea de Barcelona. Barcelona, 1967, tomo II.

TNO: *Steady flow of ground-water towards wells.* Committee for Hydrological Research TNO. La Haya, 1964, 179 págs.

TODD, D. K.: *Ground Water Hydrology.* John Wiley & Sons Inc., 1958, 336 págs.

TOMÁS-SALMERÓN, E.: *Aguas subterráneas, acuíferos a presión, anormalidades de la línea de presión, caudal, su estudio y aplicaciones prácticas.* Pub. del Ministerio de Agricultura, Monografía n.° 10, Madrid, 1960.

TÓTH, J.: *Ground water in sedimentary (elastic) rocks.* Proceeding of the National Symposium on Ground Water Hydrology Am. Water Res. Assoc., San Francisco, 6-8 nov. 1967, págs. 91-102.

UNESCO: *The development of ground-water resources with special reference to deltaic areas.* Water Resources Series n.° 24, 1963, 26 págs.

VENETIS, C.: *On the impulse response of an aquifer.* Bull. Intern Assoc. Scientific Hydrology, vol. XIII, n.° 3, sep. 1968, págs. 136-139.

VENETIS, C.: *Finite aquifers: characteristic responses and applications.* Journal of Hydrology, vol. 12, 1970, págs. 53-62.

VENETIS, C.: *Estimating infiltration and/or the parameters of unconfined aquifers from ground water level observation.* Journal of Hydrology. Vol. 12 (1971), págs. 161-169.

VIBERT, A.: *La determination «in situ» de la porosité relative des gisements alluvionnaires.* Asociación Internacional de Hidrología Científica, Asamblea General de Berkeley (1963). Pub. 64, 1964, págs. 359-371.

VIDAL-PARDAL, M.: *Estudio acerca de la permeabilidad del terreno.* Boletín, n.° 15 de Informaciones y Estudios. Servicio Geológico de Obras Públicas. Madrid, nov. 1962, 66 págs.

WALTON, W. C.: *Application and limitation of methods used to analyze pumping test data.* Water Well Journal, febrero-marzo, 1960.

WALTON, W. C.: *Leaky arterian aquifer conditions in Illinois.* Illinois State Water Survey Report of Investigation n.° 39, 1960 b, 27 págs.

WALTON, W. C.: *Selected analytical methods for well and aquifer evaluation.* Illinois State Water Survey. Urbana 1962, 81 págs.

WALTON, W. C.: *Estimating the infiltration rate of a streambed by aquifer-test analysis.* International Association of Scientific Hydrology, Simposium Berkeley 1963. Pub. 63, págs. 409-418.

WALTON, W. C.: *Groundwater resource evaluations.* McGraw Hill Book Co., 1970, 664 págs.

WENZEL, L. K.: *Methods of determining permeability of water-bearing materials, with special reference to discharging well methods.* U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper, n.° 887, 1942, 192 págs.

WERNER, P. W. y SUNDQUIST, K. J.: *On the ground-water recession curve for large watersheds.* IASH, Asociación Internacional de Hidrología Científica. Pub. 33, 1951, páginas 202-212.

YEH, W. W. y TAUXE, G. W.: *A proposed technique for identification of unconfined aquifer parameters.* Journal of Hydrology, vol. 12, 1971, págs. 117-128. Amsterdam.

YOTOV, I. G.: *Discusión del artículo de Y. Peter sobre «Model tests for a horizontal well».* Ground Water, vol. 9, n.° 2, págs. 51-52.

ZELLER, J.: *Comparaison de l'efficacité des drains et des tranchées a l'aide d'essais sur modeles.* IASH, Asociación Internacional de Hidrología Científica. Asamblea General de Roma (1954). Pub. 37, págs. 478-493.

Sección 10

Hidrogeoquímica

EMILIO CUSTODIO
Doctor Ingeniero Industrial

Sumario

Símbolos

a	difusividad térmica
b	espesor del acuífero
c	calor específico
C	concentración
grad	gradiente (operador)
h	profundidad de un acuífero cautivo bajo la superficie del terreno
icb	índice de cambio de bases $= \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)}{r\,Cl}$
k	permeabilidad
K	conductividad térmica
k_r	$\sqrt[3]{r\,Ca \cdot (r\,CO_3H)^2}$
Q	caudal, fuente de calor
r	delante de un símbolo químico indica que está expresado en meq/l
S	salinidad
t	tiempo
T	transmisividad, período
v	velocidad real del agua
x	distancia, fracción de un componente en una disolución
δ	densidad
Δ	incremento
φ	potencial hidráulico en longitud
τ	tiempo de retraso
θ	temperatura
∇^2	laplaciana (operador)

Abreviaturas

atm	atmósfera de presión
epm	equivalentes por millón $\approx$ meq
meq	miliequivalentes por litro
ppm	partes por millón

0.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

La geoquímica es la ciencia que estudia los caracteres y el comportamiento en la corteza terrestre de los diferentes elementos químicos, su distribución cuantitativa, sus combinaciones así como sus migraciones (dispersiones y concentraciones); intenta explicar estos procesos y trata de hacerlos utilizables (Jaeger, 1957, pág. 16).

La hidrogeoquímica* se limita al estudio de los aspectos geoquímicos del agua en sí y en sus relaciones con las rocas de la corteza terrestre. En este tema se tratará exclusivamente la hidrogeoquímica de las aguas subterráneas, dando solamente entrada a las superficiales cuando sea preciso para comprender el comportamiento o propiedades de aquellas.

Se trata de dar una visión práctica y de aplicación directa, basada, con frecuencia, en experiencias personales del autor.

La geohidroquímica puede parecer árida y pesada a primera vista, pero después de superar un umbral mínimo de esfuerzo previo, ofrece un vasto campo con múltiples posibilidades en estudios, trabajos, informes, e investigaciones hidrológicas e hidrogeológicas de muy variada índole.

La realización de análisis químicos supone una partida relativamente modesta en el presupuesto de muchos estudios y en ocasiones es posible encontrar datos químicos periódicos de varios años; la interpretación cuidadosa de este material por personal especializado y bien calificado puede conducir a conclusiones de gran valor que apoyen otras obtenidas por métodos independientes.

No se debe caer, sin embargo, en el error de pretender reducir los estudios de aguas subterráneas a estudios hidrogeoquímicos ya que otros métodos son más directos, más experimentados y de más clara interpretación; la hidrogeoquímica aporta confirmaciones, ayuda a seleccionar la solución más verosímil entre varias posibles y plantea nuevas posibilidades a explorar.

La datación y trazado de aguas subterráneas y la aplicación de diversas técnicas nucleares son métodos muy ligados a la hidrogeoquímica que serán tratados en la sección 12.

En los capítulos 1 y 2 de esta sección se darán las bases de los estudios hidrogeoquímicos y en el capítulo 3 las técnicas de estudio. El capítulo 4 se reserva al estudio de la temperatura de las aguas subterráneas y de las aguas termominerales.

* Se puede distinguir entre hidrogeoquímica y geohidroquímica, siendo esta última el estudio hidroquímico de las aguas subterráneas.

0.2 BREVE BOSQUEJO HISTÓRICO

La geoquímica es una ciencia moderna que se esbozó a mediados del siglo XIX pero que no empezó su desarrollo hasta principios del XX en que Clarke, Goldschmidt, Niggli, Vernadsky y posteriormente Fersman, Rankama y Sahama sentaron las bases principales, estos últimos ya a finales de la primera mitad de este siglo. Actualmente existe una gran actividad en este dominio existiendo varias escuelas que aportan grandes progresos; quizás la más activa es la rusa, pero las contribuciones americanas y suecas son muy importantes.

La geohidroquímica es mucho más reciente y su interés se ha despertado hace menos de 30 años. Como pioneros deben considerarse entre otros varios el francés Schoeller, los americanos Palmer, Clarke, Piper, Garrett y Hem, los rusos Vernadsky, Souliné y Barnes. Actualmente la mayoría de los trabajos de investigación están a cargo de centros rusos y norteamericanos, siendo muy importante la contribución rusa. Los trabajos aplicados ya son muy numerosos en muchos países. A pesar de todo la hidrogeoquímica se debe considerar como una ciencia incipiente de la que todavía se puede esperar mucho, en especial si se incorporan a sus métodos la determinación de elementos traza y de las variaciones isotópicas.

Han sido muy apreciadas las correcciones, sugerencias y comentarios aportados por doña M.ª Dolores Peláez, del Laboratorio de Ingeniería Nuclear de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona

Capítulo 10.1

Aporte de sales y fenómenos modificadores

1.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se dan las características de interés hidrogeoquímico de las rocas que pueden contener agua y el origen y propiedades hidrogeoquímicas de los diferentes iones. Se tratan también los aspectos de interés práctico de los diferentes fenómenos modificadores y su influencia en la composición del agua subterránea.

En los capítulos 2 y 3 se expondrá la utilidad de lo expuesto en los diferentes apartados siguientes. En el apéndice A.10.1 se da la composición media de las rocas, del agua del mar y del agua de lluvia.

1.2 SALES SOLUBLES QUE PUEDEN SER APORTADAS POR LOS DIFERENTES TIPOS DE ROCAS

No es fácil establecer unos valores concretos para las sales que pueden aportar los diferentes tipos de rocas no sólo porque existen importantes diferencias de composición y alterabilidad de minerales dentro de cada uno de ellos, sino también porque las condiciones climáticas, composición del agua de recarga, tiempo de contacto, longitud de recorrido, grado de aireación, permeabilidad, etc., influyen de forma importante y a veces dominante. No obstante pueden establecerse unos criterios generales[1] que se exponen a continuación:

1.2.1 Rocas ígneas y ataque de los silicatos

Las composiciones y génesis de las rocas ígneas son muy variadas tal como se expone en la sección 1. Dado que la más abundante entre las plutónicas es el granito y entre las eruptivas el basalto, los comentarios se limitarán a estos dos tipos de rocas. Para la mejor comprensión de los procesos, se expone a continuación el mecanismo de ataque a los silicatos, componentes esenciales de esas rocas.

Iones tales como el Na^+, Ca^{++}, Mg^{++} y K^+ están a veces débilmente retenidos por la estructura silicatada y pasan con facilidad al agua dejando un esqueleto cristalino que supone una resistencia al progreso de esa disolución y que puede llegar a frenarla, protegiéndose así el interior de los cristales. Esta barrera se va disolviendo poco a poco y controla total o parcialmente el ataque de zonas más internas; el proceso de disolución es función del pH y de la temperatura del agua, además de serlo del déficit de saturación. En general la disolución es más rápida por las aguas ácidas que por las aguas alcalinas y el anhídrido carbónico disuelto juega un papel muy importante al mantener el pH[2]. Los productos del ataque pueden reaccionar entre sí dando lugar a la separación de sustancias insolubles, en general arcillas, las cuales tienden a fijar irreversiblemente el ion K^+ que anteriormente había sido puesto en solución.

El proceso de ataque de la albita (plagioclasa sódica) para dar caolinita es (Hem, 1967, pág. 111; Eriksson y Kunakasem, 1965):

$$2Si_3O_8AlNa + 9H_2O + 2H^+ + 2CO_3H^- \rightarrow$$
$$\rightarrow Si_2O_5Al_2(OH)_4 + 2Na^+ + 2CO_3H^- + 4SiO_4H_4$$

El papel del CO_3H^- está en relación con el pH de la solución. $2H^+ + 2CO_3H^-$ es en realidad $2CO_3H_2$, o sea $2CO_2 + 2H_2O$.

El proceso de ataque a la anortita (plagioclasa cálcica) para dar también caolinita es (Hem 1967, pág. 111):

$$Si_2O_8Al_2Ca + H_2O + 2H^+ + 2CO_3H^- \rightarrow$$
$$\rightarrow Si_2O_5Al_2(OH)_4 + Ca^{++} + 2CO_3H^-$$

[1] Las excepciones pueden ser importantes y el lector debe tener siempre presente esta posibilidad. La composición del agua de recarga puede dominar el proceso, en cuyo caso es difícil reconocer la relación entre la composición del agua y la de la roca (Custodio, 1974).

[2] Acción tampón. Ver capítulo 4.1.

Las dos reacciones mencionadas son las que se producen en medio ácido. Más frecuentemente el medio es básico y entonces en vez de caolinita se forma montmorillonita, que posee 4 átomos de Si en vez de 2, con lo cual se libera menos sílice que la que se formaría en medio ácido.

Aparte de la liberación de iones alcalinos y alcalinotérreos, parte de la sílice queda en forma coloidal o disuelta; la forma disuelta es mayor cuanto mayor es el pH. La cantidad de alúmina es en general despreciable si el pH queda entre 5 y 7,5. Según Garrell (en Hem 1967, pág. 111), la relación r Na/r Ca en el agua es similar a la de los feldespatos que son objeto del ataque[3].

El proceso de hidratación varía un poco según las condiciones bajo las que se realice. Según datos contenidos en Hem (1959, pág. 205), los feldespatos alcalinos pueden liberar 2 ó 3 moles de SiO_2 por cada mol de iones alcalinos, parte de los cuales se pueden quedar como sílice insoluble. Los feldespatos cálcicos pueden no liberar sílice y las plagioclasas se comportan de forma intermedia según la proporción de alcalinos y alcalinotérreos. Los silicatos ferromagnesianos tienden a liberar alrededor de 1 mol de SiO_2 por cada mol de Mg o Fe puesto en solución.

Las aguas relacionadas con los granitos son en general poco salinas[4] y en ellas domina como anión el CO_3H^- y como cationes el Na^+, el Ca^{++} o ambos. Existen cantidades importantes de sílice (entre 20 y 100 ppm), la cual es un residuo de la alteración de silicatos y formación de arcillas, con sólo ínfimos aportes por disolución directa del cuarzo; la relación SiO_2/Ca es mucho menor que en la roca. Aunque se pueden solubilizar cantidades importantes de K y Fe, el primero es retenido por las arcillas y el segundo precipitado como $Fe(OH)_3$, por lo cual sus concentraciones finales son en general pequeñas.

El contenido en Cl^- y $SO_4^=$ es en general bajo ya que estas rocas los contienen en poca cantidad, excepto si existen cristales de pirita, S_2Fe, la cual en medio oxidante puede originar aportes importantes de ion sulfato; para ello se precisa de una facilidad de suministro de oxígeno.

En los granitos normales dominan los alcalinos sobre los alcalinotérreos y esta preponderancia se mantiene en el agua[5]. En los granitos más básicos (series anfibólicas, sienitas y dioritas) la predominancia es menos acusada. En general es r Mg/r Ca menor que 1, del orden de 0,3 (Schoeller 1962, pág. 355); en anfibolitas, gabros, etc., la relación suele ser más elevada. Dado que el origen del Na es diferente del Cl^- y éste es poco abundante, es r Na > r Cl y el índice de cambio de bases[6] tiende a ser negativo, sin que ello tenga ninguna otra implicación (ver apartado 1.4.2).

En climas templados y húmedos no es frecuente que el residuo seco supere 500 ppm y muchas veces no llega a 200 ppm si las condiciones de ataque son difíciles, en cuyo caso el agua mantiene cierta agresividad. Si las aguas de granito pierden CO_2 disuelto por escape a la atmósfera y así pueden quedar francamente alcalinas debido a la predominancia de CO_3H^- y Na^+ y es posible que se originen precipitados de CO_3Ca.

El agua relacionada con terrenos basálticos suele ser algo más salina que la de terrenos graníticos dada la más fácil alterabilidad de los minerales constituyentes. Al igual que con el granito, se puede suponer que la mayoría del Na, Ca y Mg pasan al agua mientras que el K es retenido y el Fe es precipitado. En general se libera menos sílice, la cual no suele superar 60 ppm[7]. El Cl^- y $SO_4^=$ son escasos a menos que existan sulfuros metálicos que por oxidación aporten este último. En general las relaciones r Na/r Ca y r Mg/r Ca son similares a las de la roca, con valores alrededor de 0,3 para la primera y 1 para la segunda, aunque pueden existir desviaciones muy importantes (Schoeller 1962, páginas 355-357)[8], y en ocasiones r Mg/r Ca puede ser notablemente mayor que 1 en aguas algo salinas (Custodio, 1974). El pH suele ser alto por la facilidad de alteración de estas rocas, en especial del olivino (Hem 1967, pág. 112; Custodio, 1974).

1.2.2 Rocas metamórficas

Las rocas metamórficas suponen una gradación entre las rocas plutónicas (granito) y las sedimentarias y por lo tanto las aguas en contacto tendrán características intermedias más próximas a unas o a otras según el grado de metamorfismo. Las aguas procedentes de rocas tales como esquistos, cuarcitas, filadios, mármoles, etc., suelen tener contenidos en sílice moderados, frecuentemente menores que 30 ppm. Los mármoles pueden dar aguas de tipo bicarbonatado cálcico.

[3] El contenido en SiO_2, así como las relaciones r K/r H y r Na/r H (r = meq/l) son función del tipo de arcilla y roca (Pearson y Friedman, 1971). H es la concentración en hidrogeniones, en meq/l.

[4] Se supone que la recarga es poco salina. En zonas áridas puede que no sea así. Véase Custodio (1974).

[5] Se supone que el aporte de sales por el granito es mayor que el aporte en el agua de recarga.

[6] Mejor llamado índice de desequilibrio cloruro-alcalinos.

[7] En aguas de algunos basaltos canarios (Famara en Lanzarote) el contenido en sílice es con frecuencia menor de 20 ppm, por un mecanismo aún no aclarado.

[8] En rocas volcánicas ácidas la relación r Mg/r Ca tiende a ser menor que en rocas volcánicas básicas, en igualdad de condiciones del agua de recarga.

1.2.3 Rocas sedimentarias

La gran variedad de rocas sedimentarias obliga a clasificarlas en grupos para poder llegar a definir algunas ideas generales sobre las sales que pueden aportar. Al ser normalmente más porosas, son capaces de contribuir más sales y más rápidamente que las rocas ígneas y metamórficas, por lo menos inicialmente, antes de haber sufrido un proceso de lavado interno (Tóth, 1967)[9].

a) Rocas *resistitas:* están formadas por materiales que no se disolvieron durante los procesos que dieron lugar a su formación; éstos pueden ser materiales realmente insolubles como cuarzo, zircón, etc., o bien materiales que son más o menos atacables pero que fueron depositados antes de que la hidrólisis hubiera completado su acción, como sucede con los silicatos resistentes, algunas micas, etc. En realidad, las arenas y gravas formadas por material granítico, basáltico, gneisico, carbonatado, etc., contienen muchos materiales solubles que pueden ser liberados si el ataque es suficientemente prolongado. Muchas de esas rocas están parcial o totalmente cementadas con materiales más o menos solubles; en general la mayor parte de los materiales que pueden aportar se encuentran contenidos en ese cemento, que con frecuencia es carbonato cálcico. En ocasiones, el lavado y dilución de las aguas de formación atrapadas es una importante fuente de sales solubles (Vilaró, Molist y Custodio, 1966; Custodio et alt., 1968; Custodio, 1968 b). El agua en contacto con estas rocas tendrá una composición similar a la del cemento soluble y/o a la del agua que se produciría en el ataque de las rocas que forman la mayoría de los clastos.

Salvo en las arenas y areniscas muy puras, se pueden tener aguas con contenidos en sales relativamente elevados.

b) Rocas hidrolisitas: están formadas en su mayor parte por partículas derivadas de la hidrólisis de otras rocas. Tales son las arcillas, pizarras, etc., que en general resultan muy poco permeables. En su formación atrapan cantidades notables de agua (con la que están en equilibrio iónico), la cual van expulsando poco a poco al irse compactando y litificando. Este agua atrapada es la principal fuente de sales, en especial si es agua marina. El lavado de estos materiales proporciona con frecuencia aguas relativamente salinas, en ocasiones saladas, y además se producen notables fenómenos de intercambio iónico. El contenido en cloruros es en general elevado, lo mismo que el contenido en $SO_4^{=}$, Na^+, Ca^{++} y Mg^{++}. El contenido en sílice puede ser también elevado.

[9] Si la roca contiene aguas congénitas en proceso de expulsión, se pueden tener salinidades muy elevadas. En lo que sigue se admite un elevado grado de lavado.

c) Rocas precipititas: Son el resultado de reacciones químicas que dan lugar a sales insolubles; están representadas principalmente por las calizas y dolomías. Las margas suponen un intermedio entre las rocas precipititas y las rocas hidrolisitas.

Las calizas puras aportan pocas sales con excepción del CO_3H^- y Ca^{++} que permite el CO_2 disuelto en el agua[10] aunque siempre aparecen cantidades variables del magnesio contenido en la propia caliza. En calizas más impuras y sobre todo en margas existen más sales solubles tendiéndose hacia valores correspondientes a rocas hidrolisitas. Similarmente, las dolomías puras aportan CO_3H^- y cantidades iguales de Ca^{++} y Mg^{++} de modo que debería ser $r\,Mg/r\,Ca = 1$, aunque en la práctica esta ley se cumple sólo aproximadamente, en general predominando el Ca^{++} [11].

Las calizas y dolomías aportan cantidades muy pequeñas de sílice y de cloruros.

d) Rocas evaporitas: son las formadas por evaporación de aguas y por lo tanto son sales fácilmente solubles. La principal roca evaporita es el yeso como tal o como anhidrita, seguido de la sal común. Como es de esperar, las aguas en contacto toman grandes cantidades de sales, en especial en las formaciones halinas, donde pueden originarse salmueras. Las formaciones yesíferas pueden dar concentraciones muy elevadas en $SO_4^{=}$ y Ca^{++}, y con frecuencia también en Mg^{++}, Na^+ y Cl^- debido a su disolución preferente cuando el yeso contiene atrapadas sales de esos iones.

e) Rocas carbonosas y bituminosas las cuales además de poder ceder en general cantidades notables de sales solubles procedentes de la materia viviente que las originó, crean un ambiente reductor que permite la presencia de cantidades importantes de Fe^{++} y $S^{=}$. El contenido en $SO_4^{=}$ puede ser muy pequeño a consecuencia de la reducción de sulfatos, pero no siempre sucede así. En general existe un buen suministro de CO_2 si el agua aporta oxígeno o se tiene reducción de sulfatos, que hace a estas aguas agresivas y por lo tanto capaces de atacar los minerales acompañantes. Con frecuencia originan aguas notablemente salinizadas.

1.3 ORIGEN Y PROPIEDADES GEOQUÍMICAS DE LAS SUSTANCIAS DISUELTAS EN LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS

En el capítulo 2 de la sección 4 ya se dieron algunas indicaciones sobre el origen principal, propiedades y

[10] Ver apartado 1.12 de la sección 4.

[11] Para más detalles véase el apartado 1.4.6.

concentraciones de las principales sustancias disueltas en las aguas subterráneas. En la figura 10.A se indica la frecuencia con que aparecen las concentraciones de los diferentes iones. A continuación se completarán esos datos con otros de interés en hidrogeoquímica.

1.3.1 Aniones

a) *Ion cloruro.* Procede de:

Lavado de terrenos de origen marino; las aguas congénitas y fósiles pueden aportar cantidades importantes.

Agua de lluvia y su concentración en el terreno.

Mezcla con agua marina en regiones costeras.

Ataque de rocas, aunque en general el aporte es pequeño por ser un elemento escaso en la corteza terrestre[12]. Muy localmente tiene interés el aporte de ion cloruro por rocas evaporitas (sal gema, etc.) y por el ataque de ciertos minerales asociados a rocas ígneas y metamórficas (sodalita, apatito, etc.,). No obstante, conviene considerar lo expuesto en el apartado 2.5.

Más raramente puede proceder de gases y líquidos asociados a emanaciones volcánicas.

Los vertidos urbanos e industriales pueden aportar cantidades importantes.

En el apéndice A.10.1, apartado A.1.5 se comenta el ciclo del ion cloruro. Es el anion más abundante en el agua del mar, pero puede ser el menos importante de los fundamentales en aguas continentales. No llega a saturar casi nunca y es muy difícilmente alterado por cambio iónico u otro tipo de acción.

b) *Ion sulfato.* Procede de:

Lavado de terrenos formados en condiciones de gran aridez o en ambiente marino.

Oxidación de sulfuros de rocas ígneas, metamórficas o sedimentarias.

Disolución de yeso, anhidrita y terrenos yesíferos.

Concentración en el suelo de agua de lluvia.

Las actividades urbanas, industriales y en ocasiones agrícolas[13] pueden aportar cantidades importantes.

Es afectado por la reducción de sulfatos. Puede precipitarse como SO_4Ca y más raramente en forma de SO_4Sr o SO_4Ba ya que a pesar de ser más insolubles precisan de la concurrencia de un ion que es muy escaso. La solubilidad del yeso en agua pura es de 2,095 g/l, pudiendo llegar a 7,30 si el contenido en ClNa es de 131 g/l[14].

c) *Iones bicarbonato y carbonato.* Proceden de:

Disolución de CO_2 atmosférico o del suelo.

[12] Véase el apéndice A.10.1.

[13] Aporte de yeso para disminuir el valor SAR, paliando así los efectos nocivos del Na^+. (Véase el capítulo 18.1).

[14] Véase figura 4.4 de la sección 4.

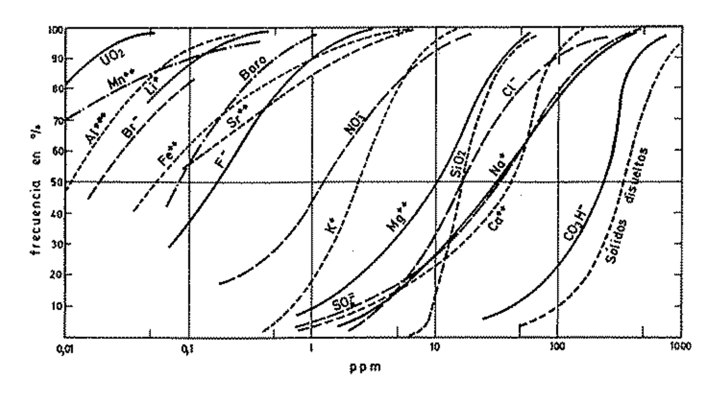


FIGURA 10.A

Curvas acumulativas que indican la frecuencia con que aparecen concentraciones menores que las indicadas para cada ion en aguas potables. Por ejemplo, el ion nitrato en el 80 % de los casos está en concentración menor que 4,5 ppm. Se trata de valores medios universales. En áreas localizadas las curvas pueden variar notablemente (modificado de Davis y De Wiest, 1966.)

Disolución de calizas y dolomías ayudada por el CO_2 y/o ácidos naturales (húmicos, oxidación de sulfuros, etc.).

Hidrólisis de silicatos ayudada por el CO_2.

Si en el acuífero no existen aportes de CO_2 (oxidación de materia orgánica y aportes magmáticos) el contenido en carbono disuelto ($CO_2 + CO_3H^- + CO_3^=$) permanece constante y muchas veces puede suponerse que el contenido en CO_3H^- es casi constante ya que es el ion dominante. El agua del mar aporta del orden de 100 ppm. Son fácilmente precipitables por concentración por cambio en la presión parcial de CO_2 o por efecto de ion común.

d) *Ion nitrato.* Procede de:

Procesos de nitrificación naturales (bacterias nitrificantes), por ejemplo en las raíces de las leguminosas.

Descomposición de materia orgánica y contaminación urbana, industrial y ganadera.

Abonos agrícolas.

En pequeña proporción del agua de lluvia.

Muy raramente del lavado de ciertos minerales nitrogenados, emanaciones volcánicas o lavado de suelos antiguos.

Muy localmente del desarrollo de pozos con explosivos.

Su origen no es siempre claro. Es relativamente estable pero puede ser fijado a veces por el terreno o ser reducido a N_2 o NH_4 en ambientes reductores. Muchas veces es un indicador de contaminación, en cuyo caso suele estar estratificado, dominando las concentraciones mayores en la parte alta del acuífero libre. Si se tiene menos de 10 ppm se considera que el contenido es bajo, aunque en aguas subterráneas no contaminadas es raro superar unas pocas ppm.

e) *Sílice.* Procede de:

Ataque de silicatos y otras rocas que contienen sílice soluble.
En muy pequeñas cantidades de la disolución de cuarzo y sus formas alotrópicas.
El valor del pH es muy importante, precipitándose sílice si éste desciende. El CO_2 juega un papel muy importante en su solubilización. Una parte puede estar en forma coloidal.
Las rocas carbonatadas apenas tienen sílice soluble mientras que las rocas plutónicas y volcánicas pueden llegar a dar hasta 100 ppm, frente a alrededor de 7 ppm las primeras (Davis, 1969).
La sílice puede ser un indicador del tipo de terreno atravesado por el agua subterránea y aún mejor de la temperatura del acuífero (ver apartado 4.9)

1.3.2 Cationes

a) *Sodio.* Procede de:

Ataque de feldespatos, feldespatoides y otros silicatos.
Lavado de sedimentos de origen marino y cambio de bases con arcillas del mismo origen.
Mezcla con agua del mar.
Localmente de la disolución de sal gema o sulfato sódico natural (sales evaporitas).
Raras veces de emanaciones y fenómenos relacionados con procesos magmáticos.
Contaminación urbana e industrial.
Concentración del agua de lluvia.
Es muy soluble y es el catión más abundante en el agua del mar. Es muy afectado por el cambio de bases.

b) *Potasio.* Procede de:

Ataque de la ortosa y otros silicatos (micas, arcillas, etc.).
Localmente de la disolución de sales potásicas naturales (silvinita, carnalita, etc.).
En pequeña cantidad de aportes del agua de lluvia.
En ocasiones procede de contaminación industrial, minera y agrícola (abonos).
Tiende a ser fijado irreversiblemente por el terreno durante la formación de arcillas por lo que r K/r Na es mucho menor que 1, excepto en aguas muy diluidas, en las que ese valor puede llegar a ser 1.

c) *Calcio.* Procede de:

Disolución de calizas, dolomías, yeso y anhidrita.
Ataque de feldespatos y otros silicatos cálcicos.
Disolución de cemento calcáreo de muchas rocas.
Concentración del agua de lluvia.
Está frecuentemente en estado de saturación y su estabilidad en solución depende del equilibrio $CO_2-CO_3H^--CO_3^=$. Puede precipitarse con facilidad y es muy afectado por el cambio iónico.

d) *Magnesio.* Procede de:

Disolución de dolomías y calizas dolomíticas.
Ataque de silicatos magnésicos y ferromagnésicos.
Localmente del lavado de rocas evaporitas magnésicas (carnalita, kaiserita, etc.).
Mezcla con agua del mar.
Contaminación industrial y minera.
Aunque se disuelve más lentamente es más soluble que el Ca y tiende a permanecer en solución cuando éste se precipita. Es afectado por el cambio iónico.

e) *Hierro.* Procede de:

Ataque de silicatos ferríferos.
Ataque de sulfuros y óxidos de hierro.
Ataque de la mayoría de las rocas sedimentarias.
Muy lentamente y con carácter local procede del entubado de los pozos.
Su estabilidad depende fundamentalmente del potencial redox; se solubiliza y precipita con facilidad. En medios oxidantes sólo se tienen cantidades mínimas de Fe disuelto.

1.3.3 Gases disueltos

a) *Anhídrido carbónico.* Procede de:
Disolución de gases del terreno no saturado.
Descomposición y oxidación de materia orgánica en varios procesos tales como reducción de sulfatos, reducción de Fe, etcétera.
Disolución de gases del aire por la lluvia y el agua superficial.
A veces procede de emanaciones magmáticas.
Juega un papel importantísimo en el comportamiento hidrogeoquímico de las aguas subterráneas.

b) *Oxígeno disuelto.* Procede de:

Disolución de aire por el agua de lluvia y las aguas superficiales.
Disolución de gases del terreno no saturado.
Procesos de fotosíntesis en el seno de aguas superficiales.
Juega un papel muy importante en los procesos redox. El contenido en oxígeno disuelto en las aguas subterráneas profundas, es pequeño o nulo debido a que se consume sin posibilidad de renovación; no obstante existen excepciones, como en las aguas profundas en las formaciones volcánicas de las Islas Canarias.

1.4 LOS FENÓMENOS MODIFICADORES

En los apartados anteriores se ha hablado con frecuencia de fenómenos que modifican la composición del agua, a veces sin apenas variar el total de miliequivalentes disueltos. A continuación se estudia con algo más de detalle sus características y efectos dado el gran interés que tienen en los estudios hidrogeoquímicos.

1.4.1 Reducción de sulfatos y de hierro

La reducción de sulfatos se realiza en ambiente reductor con abundante materia orgánica y consiste en el paso de ion sulfato $SO_4^=$ a un estado inferior de oxidación, en general $S^=$ y a veces S o $S_2O_3^=$. Se realiza a través de ciertas bacterias que viven en el terreno, incluso a grandes profundidades, y que actúan como catalizadores químicos de una serie de reacciones que en su ausencia no se producen naturalmente con suficiente rapidez.

Las bacterias reductoras de sulfatos más importantes son (Schoeller, 1962, pág. 298).

— Sporovibrio desulfuricans, que vive en aguas dulces o poco saladas (<30 g/l de ClNa) y cuya temperatura óptima está entre 30 y 45 °C. La variedad «aestuarii» tiene su desarrollo óptimo con salinidades entre 30 y 60 g/l de ClNa.

— Sporovibrio rubenskicki

Estas bacterias utilizan en sus procesos vitales el carbono orgánico presente y lo queman con el oxígeno tomado al sulfato. Así pues, existe una producción de CO_2 que se incorpora al agua. Las reacciones simplificadas son:

$$SO_4^= + 8H^+ + 8e^- \rightarrow S^= + 4H_2O$$

$$C + 3H_2O \rightarrow CO_3H^- + 5H^+ + 4e^-$$

o bien si la materia carbonosa es un hidrocarburo de fórmula C_nH_{2n} o de forma más simple CH_2

$$CH_2 + 3H_2O \rightarrow CO_3H^- + 7H^+ + 6e^-$$

y si está en forma de metano:

$$CH_4 + 3H_2O \rightarrow CO_3H^- + 9H^+ + 8e^-$$

El balance lleva a una producción mayor o menor, de hidrogeniones, que comunican agresividad al agua.

Si simultáneamente existe solubilización del hierro[15] se tiene la reacción:

$$Fe(OH)_3 + 3H^+ + 1e^- \rightarrow Fe^{++} + 3H_2O$$

junto con la oxidación de materiales carbonosos expuesta.

Los iones Fe^{++} y $S^=$ pueden reaccionar dando SFe o S_2Fe, insolubles. El balance neto indica una producción de hidrogeniones.

El conjunto de reacciones es relativamente complicado, pero a efectos de cálculo aproximado se puede admitir que 1 meq/l da CO_3H^- con el consiguiente aumento de anhídrido carbónico disuelto y de su presión parcial; este se mantiene en solución en acuíferos profundos gracias a la presión reinante. En la reducción del hierro, cada meq/l de Fe^{++} generado produce de 1/4 a 1/8 de Meq/l de $CO_3H^- + CO_2$, que es una cantidad mucho menor.

Así pues, puede admitirse que de un modo grosero 1 meq/l de $SO_4^=$ se cambia por 1 meq/l de CO_3H^-, como se comprueba en muchos casos reales (Schoeller 1956, págs. 51-56; Custodio 1968 b, 1970 b).

Si existe consumo de H^+, el agua se hace más alcalina y puede precipitarse CO_3Ca para tratar de mantener el pH. En este caso una parte importante de $S^=$ formado queda fijado como SFe o S_2Fe.

Si existe producción de H^+, el agua se hace más ácida, y si el acuífero contiene CO_3Ca, éste se va disolviendo. En este caso puede quedar $S^=$ disuelto como SH_2.

Si las reacciones se producen a poca profundidad, puede desprenderse CO_2.

La relación r Mg/r Ca se ve alterada, o no, según el tipo de reacciones que se produzcan y la importancia de los fenómenos de cambios de bases (ver apartado 1.4.2).

La reducción de sulfatos es en general un proceso mucho más rápido que su aporte por disolución de sales del terreno y por ello donde se produce con cierta intensidad, las aguas contienen sólo algunas ppm de $SO_4^=$[16].

Las aguas subterráneas que han sufrido reducción de sulfatos frecuentemente tienen olor sulfhídrico y contienen hierro disuelto, pero no puede tomarse como una regla inequívoca, pues procesos posteriores de oxidación, bacteriana o no, pueden destruir las pequeñas cantidades de $S^=$, SH_2 y Fe^{++} sin casi alterar el resto del contenido iónico del agua.

1.4.2 Intercambio iónico

El intercambio iónico afecta principalmente a los cationes, tal como se indicó en el apartado 1.9, de la sección 4, y por eso se le denomina por extensión, cambio de bases. Tal como se exponía en ese lugar, estos fenó-

[15] Véanse los apartados 1.3.10 y 2.3.2 (5) de la sección 4.

[16] En el acuífero profundo del delta del río Llobregat (Custodio, 1970 b) se ha observado que en piezómetros mal construidos por los que penetraba algo de agua sulfatada marina de niveles superiores, se pueden llegar a obtener muestras de agua salina prácticamente desprovistas del ion $SO_4^=$ aportado.

menos son especialmente acusados en los minerales de la arcilla que poseen un grado notable de capacidad de quimisorción. Su interés está relacionado con acuíferos con una fracción arcillosa, ya que las formaciones dominantemente arcillosas son impermeables a efectos prácticos. Los materiales orgánicos naturales también poseen una capacidad de cambio de bases a tener en cuenta.

El cambio de bases afecta principalmente a los cationes Na^+, Ca^{++}, Mg^{++} y también al H^+, Li^+ y Sr^{++} mientras que el K^+ y el NH_4^+ tienden a ser fijados irreversiblemente.

Un agua con una relación entre dos cationes cualesquiera X e Y que valga $(r\,X/r\,Y)_a$ alcanza el equilibrio con un terreno cuyas sales absorbidas tengan una relación determinada $(r\,X/r\,Y)_t$. Si en el agua crece esa relación, el terreno se opone a la modificación cediendo iones Y y tomando iones X. Así, un terreno de formación marina en equilibrio con los cationes del agua del mar tiene una relación $[r\,Na/r\,(Ca + Mg)]_t$ determinada. Al ser sustituida el agua de imbibición inicial por un agua continental con una relación menor que 1, el terreno cede iones Na y toma del agua iones Ca y Mg; el agua se ablanda y tiende a convertirse en sódica, fenómeno que se observa con frecuencia (Custodio 1965, 1966 b, 1968, 1968 b; Schoeller, 1956, 1962; Hem, 1959, Piper y Garrett, 1953).

El cambio de bases modifica en general las relaciones entre cationes tales como r K/r Na, r Na/r Ca, r Na/r Mg, r Mg/r Ca, r Na/r (Mg + Ca), % r Na, r Ca/r Cl, r Mg/r Cl, r Na/r Cl, etc.

Es de gran interés la consideración del llamado índice de desequilibrio entre cloruros y alcalinos, llamado también impropiamente índice de cambio de bases (icb). Este se define como (Schoeller 1962, pág. 306).

$$icb = \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)}{r\,Cl}$$

En un agua subterránea este valor suele tomar un valor positivo o negativo, en general próximo a 0. Si existe ablandamiento (cambio de Ca^{++} y Mg^{++} por Na^+) su valor tiende a disminuir mientras que si existe endurecimiento, tiende a crecer. Así pues, el cambio de bases no viene definido por un valor absoluto, sino por una variación. Si conviene se puede establecer un valor absoluto definido por icba tal que

$$icba = \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)_f}{r\,Cl} - \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)_o}{r\,Cl} = \frac{r\,(Na + K)_o - r\,(Na + K)_f}{r\,Cl}$$

en la que el subíndice «o» indica el valor inicial y el «f» el valor después de haberse producido el cambio de bases.

En aguas en las que los iones Cl^- y Na^+ son dominantes puede existir un notable ablandamiento sin que el valor icb se vea apenas afectado por estar el Ca y Mg en cantidad muy inferior al Na. En este caso es mejor emplear como índice

$$icb = \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)}{r\,(SO_4 + CO_3H + NO_3)}$$

que se utiliza en general para valores negativos del mismo.

El intercambio iónico es en sí un proceso más rápido que el de puesta en solución si el material con el que se efectúa el intercambio presenta suficiente superficie de contacto.

Los procesos de cambio iónico no alteran primariamente el total de meq/l de iones disueltos, aunque sí alteran el residuo seco a consecuencia de variaciones en los pesos equivalentes. Sin embargo pueden producirse reacciones secundarias a consecuencia de variaciones de concentración de iones que están próximos a la saturación y a pequeños cambios en la fuerza iónica de la solución.

Así, el cambio de 1 meq/l de Mg^{++} por 1 meq/l de Na^+ aporta 23 ppm y se retienen 12. La fuerza iónica se modifica en un valor

$$\Delta\mu = \frac{1}{2000}(2 \cdot 1 - 1 \cdot 1) = 0{,}0005$$

La desaparición de Mg puede dar agresividad al agua al permitir una mayor disolución de caliza y viceversa, produciéndose los cambios consiguientes en el contenido en bicarbonatos y en anhídrido carbónico libre y una variación del pH, acompañado a veces por un cambio de bases entre Mg y Ca.

Las aguas ablandadas tienden a aumentar su pH.

El índice de cambio de bases también puede ser afectado por otros fenómenos cuando se expresa con el denominador $r\,(SO_4 + CO_3H + NO_3)$ ya que el SO_4 o CO_3H pueden sufrir fenómenos de reducción o de precipitación, respectivamente.

1.4.3 Fenómenos de oxidación-reducción

Los fenómenos de oxidación-reducción o redox[17] pueden modificar la composición del agua ya sea poniendo en solución, ya sea precipitando ciertos iones que pueden presentarse en varios estados de valencia. En el apartado 1.4.1 ya se ha comentado el proceso de reducción de sulfatos; en presencia de oxígeno, con o sin la participación de bacterias, el ion $S^{=}$ y los sulfuros del terreno pueden oxidarse a ion $SO_4^{=}$, aumentándose considerablemente la concentración del mismo.

Los fenómenos redox son especialmente importantes en relación con la solubilización del hierro[18] y también del manganeso el cual se comporta de forma similar aunque es mucho menos abundante; se puede disolver en medios reductores y se precipita con mucha facilidad cuando el medio pasa a ser oxidante[19].

El ion nitrato es también afectado por los procesos redox ya que puede ser reducido a N_2 o NH_4^+ y este último puede a su vez ser oxidado a N_2 y a NO_3^-[20].

El ion uranilo UO_2^{++} en medios reductores puede pasar a ion U^{+4}, que es menos soluble y queda retenido en el terreno.

Las reacciones redox son unas veces productoras y otras consumidoras de hidrogeniones tal como se vio al hablar de la reducción de sulfatos (ver el apartado 1.4.1) y como se aprecia. Son frecuentes las siguientes reacciones de reducción, consumidoras de hidrogeniones:

$$Fe(OH)_3 + 3H^+ + 1e^- \rightleftharpoons Fe^{++} + 3H_2O$$
$$NO_3^- + 10H^+ + 8e^- \rightleftharpoons NH_4^+ + 3H_2O$$
$$NO_3^- + 6H^+ + 5e^- \rightleftharpoons 1/2N_2 + 3H_2O$$
$$MnO_2 + 4H^+ + 2e^- \rightleftharpoons Mn^{++} + 2H_2O$$

El efecto tampón del equilibrio $CO_2 \leftrightharpoons CO_3H^- \leftrightharpoons CO_3^{=}$ es muy importante. Las oxidaciones ceden hidrogeniones y aumenta la agresividad del agua, permitiendo nuevas disoluciones de caliza, mientras que las reducciones consumen hidrogeniones pudiendo por lo tanto producir precipitación de calcita; todo depende del balance de ambos tipos de reacciones.

1.4.4 Concentraciones y precipitaciones

Con el aumento del tiempo de contacto del agua con el terreno se pueden ir disolviendo más sales hasta alcanzarse los respectivos productos de solubilidad. Es de notar que el aumento de concentración permite en general disolver nuevas cantidades de sales que previamente saturaban a consecuencia del aumento de fuerza iónica.

Pequeñas cantidades de sales muy solubles en el terreno pueden comunicar salinidades elevadas. Sea por ejemplo una roca que contiene solamente 500 ppm de Cl^- y tiene una porosidad de 0,1 y una densidad aparente en seco de 1,9. En 1 m^3 de roca existen $1900 \times 0{,}0005 = 0{,}95$ kg de Cl^-. Si el coeficiente de reparto del ion cloruro vale 1/10[21], de acuerdo con la diferente movilidad del ion cloruro en cada medio, como el peso de agua contenido es de 100 kg la cantidad de Cl^-, x, que pasa a la misma será:

$$\frac{\dfrac{0{,}95 - x}{1900}}{x/100} = 1/10 \quad ; \quad x = 0{,}33 \text{ kg de } Cl^-$$

que supone una concentración de 3300 ppm en Cl^-. Si todo el ion cloruro pasase al agua la concentración límite sería de 9500 ppm. Todo ello presupone que se alcanza el estado de equilibrio: sin embargo en la realidad la tendencia hacia el estado de equilibrio puede ser muy lenta, tanto más lenta cuanto menor sea la diferencia entre la concentración en un momento dado y la máxima alcanzable.

Esta velocidad de disolución es en general tanto mayor cuanto mayor es el grado de división y superficie de contacto con el agua y mayor la temperatura. Las rocas permeables por porosidad ceden más sales que las permeables por fisuración.

El fenómeno expuesto explica las elevadas concentraciones en cloruros que se alcanzan en el macizo basáltico de Famara (Lanzarote, Islas Canarias), a pesar de que los basaltos contienen cantidades ínfimas de Cl (Custodio y Sáenz-Oiza, 1972; Custodio, 1973 y 1974).

La concentración por evaporación es un fenómeno que rara vez ocurre excepto en acuíferos muy superficiales sobre los que actúa directamente le evapotranspiración o en ciertos acuíferos profundos en los que existen aportes de gases calientes procedentes de emanaciones volcánicas o fugas de vapor (ver apartado 4.7). En ocasiones pueden producirse concentraciones por ósmosis (ultrafiltración) en acuíferos semiconfinados a gran presión, fenómeno aún mal conocido en sus aspectos hidrogeológicos, pero al que cada día se da más importancia en la génesis de la salinidad de aguas profundas; en Back y Hanshaw (1965, págs. 87-93) pueden encontrarse más detalles sobre estos fenómenos osmó-

17 Véase el apartado 1.3.10 de la sección 4.
18 Véase el apartado 2.3.4 (4) de la sección 4.
19 Véase Erikson, Khumakasem (1965).
20 A veces entra en juego el ion NO_2^+, pero en general se trata de aguas contaminadas. Véase la sección 18, capítulo 18.1.

21 1/10 = peso por unidad de peso de roca seca/concentración en el agua intersticial.

ticos que han servido para explicar potenciales hidráulicos excesivamente bajos en acuíferos de agua dulce relacionados con potenciales anormalmente elevados en acuíferos con agua salada. Las experiencias de laboratorio parecen indicar que la eficiencia de las membranas arcillosas disminuye al aumentar la temperatura y que no todos los iones son filtrados de igual manera, siendo más retardado el K que el Na y más el Ca que el Mg, y para los aniones se tiene la secuencia de menor a mayor retraso (Kharaka y Berry, 1973):

CO_3H, I, B, SO_4, Cl, Br

Algunas salmueras naturales en zonas frías pueden relacionarse con aguas residuales de procesos de congelación, aunque este proceso está mal definido en la naturaleza.

La concentración por evaporación a consecuencia de regadíos es otro fenómeno diferente, de mayor importancia y trascendencia, como se comentará en el capítulo 2, apartado 2.5.

En la concentración, se puede llegar a producir precipitaciones conforme se van alcanzando los productos de solubilidad de las distintas sales posibles. La primera sal que suele precipitar es el carbonato cálcico y luego con más dificultad el sulfato cálcico.

En ocasiones se pueden producir precipitaciones por mezcla de aguas de distintas composiciones, aunque el proceso de mezcla es lento y con características especiales[22]. Si por ejemplo se mezcla un agua clorurada cálcica con un agua bicarbonatada sódica o sulfatada sódica, puede producirse una precipitación de CO_3Ca o de SO_4Ca. De forma similar pueden producirse precipitaciones si el agua disuelve ciertas sales que aportan iones de modo que se alcance el producto de solubilidad de otras sales a partir de iones previamente disueltos; tal sería la precipitación del fluoruro de ciertas aguas en forma de F_2Ca al disolver sales cálcicas del terreno o al efectuarse un cambio de bases.

El delicado equilibrio entre CO_2, CO_3H y Ca puede ser fácilmente alterado por cambios de temperatura o de la tensión de CO_2. Así, al salir a la superficie aguas bicarbonatadas sódicas, se puede precipitar CO_3Ca formando tobas y travertinos, frecuentes en muchas fuentes y surgencias. Por otro lado, la simple mezcla de aguas diferentes puede producir agua agresiva a la caliza (Oehler, 1969).

El enfriamiento de aguas termales o cambios de pH en aguas ricas en sílice disuelta pueden ocasionar su precipitación. Algo similar sucede cuando aguas ferruginosas entran en contacto con ambientes oxidantes, precipitándose hidróxidos férricos.

1.4.5 Efecto combinado de los fenómenos modificadores

Tal como se acaba de exponer, los fenómenos modificadores tienen efectos secundarios que complican su actuación y en ocasiones los enmascaran. Por ello es preciso actuar con prudencia al tratar de identificar los diferentes procesos y es preciso tener en cuenta que dos procesos diferentes pueden dar aparentemente resultados parecidos si se analizan desde un único punto de vista. Por ejemplo en una reducción de sulfatos puede solubilizarse hierro y originarse una precipitación de calcita tal que origine un cambio de bases de Mg por Ca (se restituye parte del calcio a expensas de una disminución del contenido en magnesio).

1.4.6 Hidrogeoquímica en rocas carbonatadas

La hidrogeoquímica en rocas carbonatadas no es simple pues aunque en principio es de esperar que las aguas en contacto con calizas y dolomías estén saturadas en $CO_3^{=}$, Ca^{++} y Mg^{++} de acuerdo con el pH y contenido en CO_2 (o en CO_3H^-), no siempre sucede así. Los principios básicos de la disolución y precipitación de minerales carbonatados alcalinotérreos se expone en el apartado 1.12 de la sección 4, pero no es fácil explicar la existencia de aguas no saturadas en carbonato cálcico en calizas y aún menos la presencia de aguas sobresaturadas.

La presencia de aguas no saturadas en carbonato cálcico en contacto con medios ricos en ese material puede explicarse a veces por una rápida circulación con un tiempo de contacto breve y por una escasa posibilidad de interacción cuando el medio es permeable por fisuración (Jacobson y Langmuir, 1970). También contribuye la pasivación de la caliza y dolomía a causa de las impurezas que las acompañan, en especial en lo que se refiere a minerales arcillosos, ciertos iones o complejos inorgánicos (Hostetler, 1964; Zötl, 1961; Berner en Back y Hanshaw, 1970). Todo esto sucede preferentemente en terrenos kársticos o que están en proceso de karstificación. Cuando la velocidad de saturación es muy pequeña, el agua no saturada puede penetrar profundamente en el terreno, de modo que es posible que el proceso de desarrollo del karst se pueda producir muy por debajo del nivel freático.

[22] Véase sección 12, capítulos 12.1 y 12.4.

En la solubilización de los minerales carbonatados juega un importante papel su estado cristalino, tal como ya se dijo en el apartado 1.12.1 de la sección 4. No es lo mismo que se trate de calcita que de aragonito[23]. Algo similar sucede con los minerales sulfatados. Para determinar si un agua está o no saturada respecto a los carbonatos y sulfatos alcalinotérreos pueden admitirse los siguientes productos de solubilidad, en función de la actividad de los diferentes iones (Hanshaw, Back y Rubin, 1965):

pk (yeso) = 4,61
pk (anhidrita) = 4,43
pk (calcita) = 8,34
pk (aragonito) = 8,14
pk (dolomita)* = 16,70
pk = −log k
k = producto de solubilidad

* El valor 16,70 es una mejora del valor 17 utilizado con anterioridad (Hanshaw, Back y Deike, 1971).

Puede verse que el aragonito es algo más soluble que la calcita de modo que un agua puede no estar saturada respecto al primero y en cambio estar saturada o incluso sobresaturada respecto al segundo. Parece ser que en ambientes marinos y de cuencas interiores el aragonito es la fase sólida que tiende a precipitarse. Es probable que en el terreno pase algo similar de modo que la hidrogeoquímica del carbonato cálcico estaría dominada por el aragonito, explicándose así la posibilidad de sobresaturación con respecto a la calcita.

En la realidad la calcita del terreno posee pequeñas cantidades de magnesio (algunos tantos por ciento) y esta calcita magnesiana es algo más soluble que la calcita pura por cuestiones termodinámicas. Ello también puede explicar la sobresaturación respecto a la calcita pura (Hanshaw, Back y Rubin, 1965) y por qué se precipita preferentemente aragonito: basta que en el agua exista una cantidad suficiente de iones Ca^{++} como para que el primer mineral en alcanzar la solubilidad sea el propio aragonito, el cual después puede pasar a calcita mediante un cambio estructural (Back y Hanshaw, 1970).

La presencia de calcita magnesiana permite que se vaya disolviendo magnesio hasta alcanzarse el producto de solubilidad de la dolomita.

$$\langle CO_3\rangle^2 \langle Ca\rangle \langle Mg\rangle = 10^{-16,70}$$

de modo que

$$\langle CO_3\rangle \sqrt{\langle Ca\rangle \langle Mg\rangle} = 10^{-8,35}$$

Ello permite que el agua de infiltración, en general con una relación r Mg/r Ca pequeña, vaya ganando Mg^{++} mientras el crecimiento del Ca^{++} queda pronto frenado; así frecuentemente aumenta la relación r Mg/r Ca, en especial en agua saturada respecto a la calcita[24].

Algunos autores (Hanshaw, Back y Rubin, 1965) sugieren que la evolución del grado de saturación de un agua respecto a la calcita es un buen indicador del movimiento del agua en terrenos carbonatados y que las áreas con menor saturación corresponden a las zonas de recarga preferente. Algo similar puede decirse en lo que respecta a la relación r Mg/r Ca encontrándose normalmente los valores menores en las áreas de recarga.

En zonas de recarga rápida (karsts superficiales) pueden tenerse efectos de temperatura que pueden ayudar a una mayor disolución de caliza si aquella se realiza preferentemente en invierno, cuando el agua tiene más CO_2 disuelto al estar más fría; es preciso que al aumentar la temperatura del agua en el acuífero no haya desprendimiento de CO_2 o que si lo hay, pueda ser redisuelto después.

La mezcla de aguas saturadas respecto a la calcita con presiones parciales de CO_2 diferentes, produce un agua no saturada (agresiva) que puede provocar nueva disolución de roca (Thrailkill, 1968).

En zonas costeras, la mezcla del agua dulce con agua del mar[25] produce en general un agua agresiva ya que el aumento de salinidad disminuye los coeficientes de actividad de los iones, con lo cual se puede disolver nueva caliza. No es raro encontrar agua con un elevado contenido en CO_3H^-, mucho mayor que el que corresponde a la mezcla teórica de agua dulce y agua salada. En este caso la explicación debe encontrarse en la presencia de fenómenos de cambio iónico: el calcio puesto en disolución por ataque de la caliza es fijado por el terreno, que así libera Na^+, quedando de nuevo el agua agresiva con lo que se disuelve más caliza; el proceso continua hasta alcanzarse el equilibrio, en el cual el CO_3H^- ha aumentado a expensas de la hidrólisis del $CO_3^=$ puesto en solu-

[23] Forma cristalina del carbonato cálcico que corresponde al sistema rómbico, mientras que la calcita cristaliza en el sistema trigonal.

[24] La formación de la dolomita a partir de la calcita es un interesante proceso en el que se precisa un flujo de agua con una relación r Mg/r Ca adecuada, mayor que 1. Sólo es posible con aguas marinas o aguas salobres ya que es preciso un importante aporte de Mg^{++} que las aguas dulces no pueden conseguir si no es a base de disolver previamente grandes cantidades de calcita magnesiana (Hanshaw, Back y Deike, 1971).

[25] El agua del mar está aproximadamente en equilibrio con calcita pura.

ción. El elevado contenido en CO_3H^- está asociado a un elevado contenido en Na^+, mayor que el de mezcla teórica (Back, 1966).

1.5 EFECTOS DE LOS FENÓMENOS QUÍMICOS EN LAS PERMEABILIDADES

Las disoluciones y precipitaciones pueden afectar notablemente a la permeabilidad de los acuíferos, aumentándola o disminuyéndola respectivamente. Los efectos de disolución son especialmente espectaculares en las calizas y dolomías y también en los yesos (fenómenos kársticos). En la producción de fenómenos kársticos juega un importante papel la fracturación inicial del material.

En estudios de investigación puede estudiarse la evolución de la permeabilidad determinando con cuidado la situación del agua circulante con respecto a la saturación de los diferentes iones.

Todos los fenómenos que pueden alterar la posición de un agua con respeto al equilibrio de saturación, afectan más o menos rápidamente a la permeabilidad. Tal puede ser la mezcla de aguas o la concentración por evaporación[26].

En zonas de intrusión marina en acuíferos calcáreos, teóricamente pueden acelerarse los procesos kársticos ya que el agua salada, al tener mayor fuerza iónica, permite un incremento en la solubilidad de la caliza. En la práctica es necesario que el agua circule para que continúe el proceso de karstificación, pues en agua estacionaria se alcanza rápidamente la saturación y se detienen los procesos de disolución.

Los fenómenos de cambio de bases pueden aumentar o disminuir la permeabilidad de la fracción arcillosa de los niveles acuíferos o de los niveles semiconfinantes. Los cambios de potencial redox, por ejemplo por paso de medio reductor o medio oxidante, puede acarrear la precipitación de $Fe(OH)_3$ con la consiguiente reducción de permeabilidad.

[26] En la recarga artificial se pueden tener drásticas reducciones en la capacidad de los pozos de inyección si como consecuencia de la reacción del agua introducida con el agua del acuífero se producen precipitaciones tales como carbonato cálcico, óxidos de hierro, etc. Véase la sección 19.

Capítulo 10.2

Evolución geoquímica de las aguas en los acuíferos

2.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se da una visión de la evolución de la composición química de las aguas subterráneas desde que se produce la recarga hasta el momento en que afloran en ríos y manantiales o son extraídas con pozos. Se tiene en cuenta la influencia de los regadíos y también la del mar en regiones costeras.

Se presentan los índices de más interés para el estudio de la evolución química de las aguas subterráneas en estudios prácticos y teóricos y se comentan las relaciones entre litología y composición del agua.

En definitiva se establecen las bases para el estudio del movimiento del agua subterránea y su comportamiento frente a los materiales que la contienen y se indican algunos cálculos elementales que pueden realizarse para complementar el conocimiento de la hidrología subterránea de una región a partir de la composición química de las aguas.

2.2 LA ADQUISICIÓN DE SALES DURANTE LA INFILTRACIÓN

2.2.1 Concentración del agua de lluvia

El caso más frecuente es que el agua de lluvia alcance el nivel freático a través del suelo mediante una infiltración lenta. En ese suelo se distingue:

a) El horizonte A o eluvial, donde se produce un lavado de materiales y donde se acumula la materia orgánica procedente de la descomposición de plantas y animales y donde la oxigenación es fácil por efecto de los canalículos creados por las raíces y la acción de los animales del suelo.

b) El horizonte B o iluvial en el que se produce acumulación de materiales resultantes de ataque a los materiales.

c) El horizonte C, que está formado por la roca madre disgregada y sin sufrir transporte.

d) La roca madre intacta.

El tipo de suelo, si éste ha llegado a desarrollarse, depende de la naturaleza de la roca madre y del clima. No siempre existen los 3 horizontes. El horizonte C es el que es capaz de aportar la mayoría de las nuevas sales, aunque los horizontes A y B puedan dar pequeñas aportaciones sobre la del agua de lluvia.

La lluvia aporta sales (ver apéndice A.10.1) que pasan al terreno con el agua de infiltración; este agua ocupa total o parcialmente los poros del suelo y tiene oportunidad de disolver anhídrido carbónico y ácidos húmicos procedentes de la descomposición de la materia orgánica. La tensión parcial del CO_2 en el suelo puede variar entre la de la atmósfera[27] que es 0,0003 atm, hasta valores de más de 0,1 atm, estando en general entre 0,001 y 0,1 atm[28]; el agua adquiere cierto carácter ácido y es capaz de atacar a los materiales del suelo tomando de ellos productos solubles y dejando un residuo insoluble más o menos importante que se acumula en el horizonte B. Simultáneamente la materia orgánica existente consume parcial o totalmente el oxígeno disuelto pudiéndose llegar a producir, en ocasiones un medio reductor que permite la solubilización de hierro.

Si la pluviometría es mayor que la evapotranspiración, existe un lavado continuo del suelo y todas las sales que se aportan pasan a los acuíferos subyacentes, nor es el valor de esa diferencia y que depende del tipo del terreno; siempre es mayor que la del agua de lluvia originaria, ya que parte de ésta se ha evaporado.

[27] En lugares desérticos o polares.
[28] Véase apartado 2.3.3 (1) de la sección 4.

Si la evapotranspiración real es menor que la pluviometría, el agua de lluvia no alcanza a los acuíferos subyacentes y las sales aportadas por ella misma o tomadas de la parte superior del terreno se acumulan en el mismo pudiendo llegar a formar costras potentes. En realidad, después de lluvias intensas, parte del agua infiltrada puede llegar a eludir la evapotranspiración y alcanza el acuífero, pero con una concentración de sales muy elevada, ya que recoge las solubles aportadas por lluvias anteriores (Custodio, 1974).

Es frecuente que durante ciertas épocas del año la evapotranspiración potencial sea mayor que la pluviometría; en esos períodos de tiempo no se produce recarga alguna y las sales aportadas por la lluvia se acumulan en el suelo. En la época húmeda se puede producir recarga pues hay sobrantes de agua después de reconstituir la reserva de humedad del suelo; las primeras fracciones de esa infiltración pueden ser notablemente más salinas que las siguientes debido al lavado de las sales solubles depositadas en la época seca precedente. Tal sucede por ejemplo en el área Mediterránea.

Del mismo modo pueden justificarse variaciones en la salinidad del agua de recarga de un año a otro, según sea la pluviometría anual; estas variaciones son más acusadas en clima semidesértico y desértico.

Si entre el horizonte de acumulación y el nivel freático existen varios metros y el material es de permeabilidad moderada, el agua puede tardar algunos meses en alcanzar el nivel saturado y existe un efecto regulador que amortigua las variaciones estacionales de concentración e incluso a veces las anuales. Si el nivel freático está muy alto no hay tiempo a que se produzca este efecto regulador, y si está tan alto que el agua del terreno saturado puede ser directamente evapotranspirada, existe una acumulación de sales directamente en el acuífero, ya que se evapora el agua y las sales permanecen en él y/o se quedan en las plantas y vuelven al terreno al morir éstas. La acumulación de sales en las plantas produce también un efecto de volante regulador.

En medios fisurados sin cobertura de suelo, el agua de lluvia penetra con facilidad hasta grandes profundidades evitando en gran manera la evaporación posterior. No obstante, también en estos casos se tiene una capacidad de retención del terreno, que no puede despreciarse, salvo en áreas muy karstificadas y sin suelo.

En campos de lava recientes, a pesar de la elevada permeabilidad superficial, la evaporación puede afectar a unos pocos metros de espesor debido a la facilidad de circulación del aire y cabe esperar una retención evaporable de hasta 15 ó 20 mm de agua (Custodio, 1974), la cual puede también responder de notables aumentos de la salinidad del agua infiltrada en áreas subdesérticas, como en la Isla de Lanzarote (Islas Canarias).

En terrenos permeables a la vez por porosidad y fisuración, como sucede en la creta, la recarga está en gran parte dominada por la circulación por fisuras, lo que permite la entrada en el acuífero de un agua menos salina que la que contienen los poros (Edmunds, Lovelock y Gray, 1973).

Aún en suelos granulares normales no puede olvidarse que después de una sequía se producen grietas de retracción que aumentan considerablemente la permeabilidad del horizonte A frente a los primeros aportes de la lluvia.

En cualquier caso:

a) Existe un efecto de latitud en la calidad del agua infiltrada, pues mientras en las regiones frías y ecuatoriales suele dominar el movimiento descendente, en las regiones tropicales existe acumulación y movimientos ascendentes durante gran parte, o todo el año. La zona templada participa de los dos caracteres, con movimiento descendente dominante en invierno, y con movimientos ascendente dominante en verano.

b) Existe una diferencia entre la composición del agua de suelo y la del agua que alcanza el acuífero, siendo ésta más diluida ya que la mayor infiltración profunda se produce en las épocas más húmedas, pero en general la composición salina tiene una distribución similar.

En el apartado A.1.3 se discute la composición del agua de lluvia y en el A.1.4 el aporte de sales por el polvo atmosférico.

2.2.2 Incremento de salinidad

Calculando la concentración por evaporación que ha sufrido el agua de lluvia, se encuentra que en la mayoría de los casos el aporte de iones cloruro y sulfato se mantiene inalterado (se refiere a gr/m^2/año, y no a concentraciones) o como mucho sólo ha crecido ligeramente[29], excepto en terrenos yesíferos o con abundante pirita oxidable en los que el contenido en sulfato puede incrementarse notablemente. El ion nitrato crece en el agua del suelo, en especial si existen plantas nitrificantes (leguminosas) y colabora a la agresividad; sin embargo, acaba por ser retenido por otras plantas y sólo pasa una parte del mismo al acuífero, que de todos modos es en ocasiones importante. Si el medio

[29] En zonas con suelos poco desarrollados y con rocas fácilmente atacables, las aguas freáticas pueden llegar a mostrar un notable aporte de sales. Sin embargo tal caso no es frecuente.

llega a ser reductor, el nitrato se puede transformar en N_2 y NH_4^+. El ion bicarbonato sufre un fuerte incremento, pudiendo superar ampliamente las 100 ppm.

En lo que respecta a los cationes, en terrenos cálcicos (calizas, dolomías, silicatos cálcicos, etc.) el calcio sufre un fuerte incremento, mientras que el magnesio y sodio sufren un incremento menor. En terrenos alcalinos el sodio puede incrementarse moderadamente. El potasio tiende a ser fijado irreversiblemente por el terreno y es $r\,K/r\,Na \ll 1$. Existe una notable relación entre el incremento de cada ion y el tipo de material que integra el suelo. Los fenómenos de intercambio iónico tienden a regularizar las fluctuaciones de composición. Si se llega a establecer un medio reductor puede desaparecer ion $SO_4^=$ por efectos bacterianos, solubilizarse hierro y como se ha dicho, puede transformarse el NO_3^- en NH_4^+.

En el suelo es donde el agua subterránea freática adquiere su configuración química casi definitiva (M. Schoeller, 1963), aunque los fenómenos son complejos ya que intervienen el tipo de permeabilidad, tipo de suelo, clima, etc.

En regiones desérticas y subdesérticas la infiltración es normalmente sólo una pequeña fracción de la lluvia caída. Por ejemplo, en el bloque de Famara de la isla de Lanzarote (Islas Canarias), la pluviometría media varía entre 130 y 180 mm/año, y la infiltración puede variar entre 10 mm/año en las zonas elevadas a menos de 1 mm/año en las zonas bajas litorales. Considerando que la lluvia tiene entre 10 y 25 ppm de ion cloruro, dada la elevada influencia marítima, el agua de infiltración profunda tiene entre 180 y más de 1600 ppm en Cl^-. Estas consideraciones explican la elevada salinidad de las aguas freáticas. En áreas desérticas del interior de los continentes, el aporte de ion cloruro por la lluvia es mucho menor, pero puede que no lo sea el ion sulfato, por lo que se pueden tener aguas freáticas relativamente bajas en ion cloruro, pero elevadas en ion sulfato (ver apéndice A.10.1, apartado A.1.3).

Si el agua que se infiltra alcanza directamente el nivel freático a través de conductos de circulación rápida, apenas existe contacto con los materiales del terreno no saturado; tal sucede en zonas calizas desprovistas de suelo o en la infiltración directa en los ríos. El terreno apenas tiene ocasión de aportar sales y las principales reacciones que tienen lugar son las de oxidación de la materia orgánica aportada por la lluvia o el agua fluvial a expensas del oxígeno disuelto; en esta reacción se produce anhídrido carbónico que se suma al ya disuelto antes de comenzar la infiltración. Este CO_2 ayuda al ataque del material del acuífero de forma moderada ya que su cantidad no suele ser elevada con presiones parciales que no es frecuente que superen las 0,001 atm[30]. Si se ha consumido todo el oxígeno se puede crear un medio reductor a expensas de la materia orgánica residual y solubilizarse algo de hierro. En general el agua subterránea tiene una mineralización solo algo superior a la del agua de lluvia o del río, algo más bicarbonatada y algo más dura, o algo más sódica si los terrenos son de origen granítico. La distribución de iones puede sufrir ligeros cambios si actúan los fenómenos de cambio catiónico.

2.3 EL AGUA FREÁTICA EN LAS ZONAS DE REGADÍO

La infiltración en zonas de regadío presenta pequeñas diferencias con la recarga por el agua de lluvia. El agua utilizada para el riego puede tener orígenes varios y en general será diferente y más salina que el agua de lluvia local; el agua que alcanza el nivel freático es el resultado de una concentración de agua de riego más las sales que se añaden en procesos en el suelo y por los abonos. La salinidad del agua infiltrada depende, pues, de la salinidad del agua de riego aplicada, y también del método de irrigación, de la dotación y del clima; en ocasiones será más salina que la infiltración natural, mientras que otras veces lo será menos. La creación de un manto vegetal en un suelo que lo tenía poco desarrollado puede aumentar la presión parcial de CO_2 en el terreno con el consiguiente aumento de la agresividad del agua; el aporte de abonos orgánicos puede favorecer notablemente este fenómeno.

Como la vegetación retiene parte de las sales del agua para formar sus propios tejidos y ésta es recogida y transportada a otros lugares, existe una cierta eliminación de sales que en general no es muy importante. En cambio, los abonos son una fuente de sales solubles; así el estiercol puede aportar del orden de 1,5 a 2 g Cl^-/m^2/año y el cloruro potásico entre 2 y 4 g Cl^-/m^2 por año (M. Schoeller, 1963, págs. 115-117).

Si el agua infiltrada es drenada por un río, éste se va cargando en sales de modo que el riego en las zonas aguas abajo es cada vez con aguas de peor calidad, si la toma se hace en el río.

Si la zona de regadío utiliza el agua del manto freático subyacente, se tiene el siguiente ciclo: extracción-evaporación-concentración-infiltración-extracción y el agua se va concentrando en sales, con la sola dilución de

[30] En zonas industrializadas existe formación de SO_4H_2 en el aire de modo que se incrementa el contenido en sulfato en el agua de lluvia y al mismo tiempo disminuye el pH lo cual hace disminuir la solubilidad del CO_2 al reducirse el contenido en CO_3H^-.

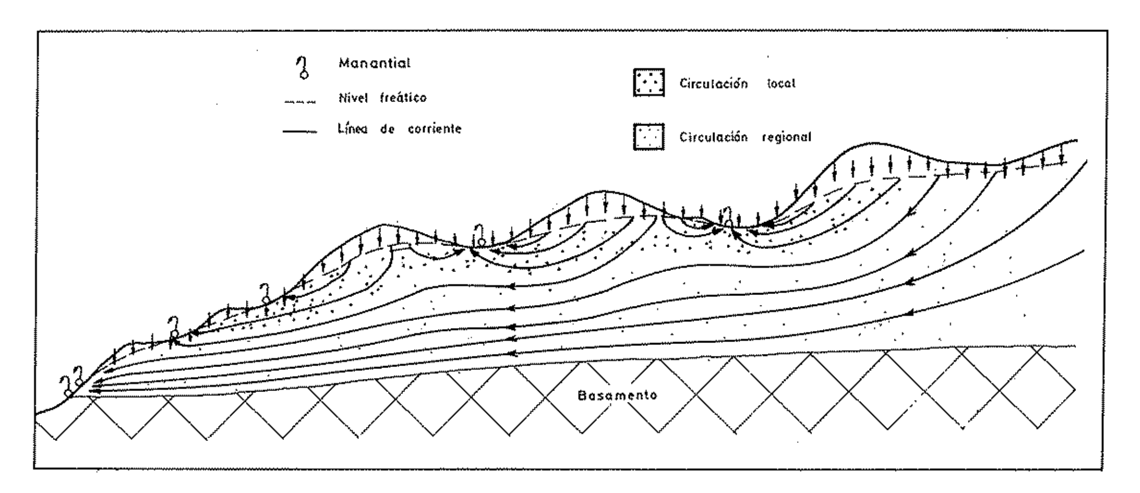


FIGURA 10.B
Esquema de la circulación del agua en un conjunto de terrenos permeables recargados por la lluvia en los que se establece circulación local y circulación regional.

los aportes de lluvia. Así se pueden formar zonas con una agua de elevada salinidad con altas durezas y con elevados contenidos en sulfatos y en cloruros, si el aporte de agua nueva es precario, como sucede en las proximidades de Gavá y Viladecans en el delta del río Llobregat (Custodio, 1968) o en California (ver por ejemplo Hassan, 1959), o muchas áreas de Nuevo Méjico.

Este agua de riego que se infiltra se queda en la parte superior del acuífero freático y en ocasiones apenas existe mezcla con el resto del agua subterránea ya que los fenómenos de mezcla por dispersión y difusión molecular son muy lentos (véase el capítulo 12.1). Así se puede crear una estratificación del agua con la más salinizada en la parte superior, parte que debe ser abandonada al establecer captaciones de agua subterránea, buscando aguas algo más profundas, como se ha realizado en el Campo de Tarragona (Custodio et alt., 1968), siempre y cuando en profundidad no aumente la salinidad por otras razones (ver apartado 2.8).

2.4 EL MOVIMIENTO DEL AGUA SUBTERRÁNEA Y SU COMPOSICIÓN QUÍMICA

En el apartado A.1.3 del apéndice A.10.1 se expone la composición química del agua de lluvia, que es la fuente primaria de recarga a los acuíferos y en el apartado 2.2 se ha explicado como en el suelo toma una configuración química[31] determinada antes de pasar a formar parte del agua de los acuíferos. A partir de este momento el agua circula por el terreno, reapareciendo en superficie, unas veces con un recorrido relativamente corto (circulación local) y otras con un recorrido de cientos de km (circulación regional) (fig. 10.B). Los tiempos de contacto con los materiales del acuífero son muy variados, tanto mayores cuanto mayor sea la profundidad y menor la permeabilidad, y por eso las aguas profundas suelen ser más salinas que las más próximas a la superficie dado que las oportunidades para disolver sales son mayores. Es de notar que el tiempo de contacto con el terreno de las aguas de circulación regional puede ser de muchos miles de años.

Los comentarios hechos en el apartado 1.2 sobre las sales solubles que pueden ser aportadas por los diferentes tipos de rocas se refieren al caso límite, es decir suponiendo un íntimo contacto entre la roca y el agua durante un tiempo suficientemente largo. La temperatura, presión, tiempo de contacto, grado de porosidad y/o fracturación de la roca[32], y el déficit de saturación juegan además un papel esencial. En las rocas permeables por fracturación existe un contacto menos íntimo entre la roca y el agua que cuando la permeabilidad es por porosidad, y por lo tanto la cesión de sales es más lenta. Es de notar que a veces se encuentra agua dulce en yesos fracturados a pesar de ser éste soluble, y es

[31] Configuración química o facies hidrogeoquímica.

[32] Cuanto más fino es el tamaño de grano más fácil es poner los materiales solubles en solución, lo cual se ve además favorecido por el mayor tiempo de contacto a causa de la menor permeabilidad.

debido al poco tiempo y escasa superficie de contacto[33].

En las aguas que circulan a gran profundidad no sólo el largo tiempo de contacto favorece la cesión de sales sino también la mayor temperatura y las elevadas presiones (Maclay y Winter, 1967).

Con frecuencia las aguas de circulación local apenas interaccionan con el terreno y mantienen la configuración adquirida durante la infiltración, salvo que se produzca concentración por evaporación en zonas muy próximas a la superficie, a menos que encuentren terrenos que pueden aportar sales con gran facilidad, o se mezclen con aguas más profundas.

Las aguas subterráneas, al volver a la superficie en ríos o en fuentes encuentran un ambiente muy diferente y pueden alterar su composición, como sucede con las aguas procedentes de ambientes reductores que pierden el hierro disuelto precipitando hidróxido férrico. Uno de los casos más llamativos de estas precipitaciones es la formación de potentes espesores de travertino en las surgencias de acuíferos calizos y dolomíticos a consecuencia de la pérdida del CO_2 que tomaron durante la infiltración. Según Jacobson y Langmuir (1970), las aguas de terrenos calizos que se infiltraron en zonas boscosas pueden tener tensiones de CO_2 entre 0,0025 y 0,012 atm lo que les permite alcanzar una dureza y alcalinidad hasta 3 veces superior a la que tendría la misma agua en equilibrio con la atmósfera; al salir al exterior pierden CO_2 a la atmósfera, y se sobresaturan en CO_3Ca, dando origen, en ocasiones, a potentes masas de travertinos si el agua queda retenida cerca del manantial.

2.5 EVOLUCIÓN DE LA COMPOSICIÓN QUÍMICA DE UN AGUA DE CIRCULACIÓN REGIONAL

En general, las aguas de circulación regional tienden a ir aumentando su mineralización hasta irse saturando en los diferentes iones. En primera aproximación, entre los aniones primero satura al ion CO_3H^-, incluso ya desde la infiltración y más tarde el ion $SO_4^=$. El ion cloruro no llega a saturar normalmente. Entre los cationes primero satura el ion calcio, más difícilmente el magnesio y el ion sodio no llega a saturar normalmente.

Por estos procesos el agua puede adquirir una composición muy diferente de la de roca por la que circula, tanto más cuanto más se aleja del lugar de infiltración; rocas con contenidos muy bajos en ion cloruro y ricas en otras sales solubles, pueden dar origen a aguas predominantemente cloruradas si ha transcurrido el tiempo suficiente como para ir tomando a lo largo del recorrido esas pequeñas cantidades mientras los otros aniones permanecen casi constantes por estar saturando.

Así pues, la evolución normal de un agua de circulación regional es que sucesivamente vayan dominando los siguientes iones:

$$CO_3H^- \rightarrow SO_4^= \rightarrow Cl^-$$

$$Ca^{++} \rightarrow Mg^{++} \rightarrow Na^+$$

Esta ley tan sencilla admite excepciones. Se supone que en el agua infiltrada dominan los iones CO_3H^- y Ca^{++}, lo cual puede no ser cierto y entonces puede empezarse la secuencia en un lugar más avanzado o sufrir un retroceso para luego tomar la evolución normal. Si el medio es fuertemente reductor se puede tener una reducción bacteriana del $SO_4^=$ mucho más rápida que su disolución en cuyo caso este ion no rebasará unas pocas ppm. Si en el acuífero hay aporte de CO_2, ya sea de los propios procesos de reducción de los sulfatos, ya sea de otro origen, el contenido en CO_3H^- y Ca^{++} puede aumentar de forma inesperada, aunque siempre limitada.

Al ir aumentando la concentración de sales, aumenta la fuerza iónica y por lo tanto las solubilidades se van incrementando ligeramente y los iones que antes saturaban pueden aumentar ligeramente en concentración.

Los cambios de bases pueden alterar la evolución de los cationes, no sólo en la relación entre alcalinos y alcalinotérreos, sino también entre el Ca^{++} y el Mg^{++}.

Según Schoeller (1962, págs. 310-311) con un contenido total de iones de 60 meq/l se tiene siempre que el anión menos abundante es el CO_3H^- y que por encima de 360 meq/l sucede siempre que:

$$r\,Cl > r\,SO_4 > r\,CO_3H$$

$$r\,Na > r\,Mg > r\,Ca$$

y en general siempre y cuando la salinidad sea superior a 180 meq/l. En este caso siempre el índice de cambio de bases es positivo.

Recientemente se han realizado trabajos de estudio analítico de estas evoluciones (véase por ejemplo Schwartz y Domenico, 1973) con mayor o menor éxito según la complejidad de las situaciones reales y los datos disponibles.

[33] Piénsese en la diferencia que existe entre endulzar un café con un terrón de azúcar, poroso y finamente dividido, y hacerlo con un caramelo, no poroso y masivo. En ambos casos se tiene la misma cantidad de azúcar, pero varía enormemente la superficie específica.

2.6 ACCIÓN DE LOS FENÓMENOS MODIFICADORES EN ZONAS COSTERAS

En acuíferos costeros no se produce mezcla notable entre el agua dulce del acuífero y el agua marina; sólo se tiene una zona de transición, llamada interfase, cuyo ancho es variable según las fluctuaciones de nivel del acuífero, la oscilación de la marea, la frecuencia de tormentas, la dispersividad del acuífero, etc., tal como se expone con detalle en la sección 13; capítulo 13.1.

Si el agua dulce circula por sedimentos inicialmente en contacto con agua marina, los minerales arcillosos tienen una composición iónica en equilibrio con la correspondiente al agua del mar y además pueden retener atrapadas ciertas cantidades de la misma. El agua dulce incrementa notablemente su contenido en cloruros y en sodio por lavado del material y como las aguas dulces tienen r (Na+K)/r (Ca+Mg) generalmente menor que las aguas marinas, tomarán alcalinos y cederán alcalinotérreos, o sea que se ablandarán y su índice de cambio de bases disminuirá respecto al valor inicial. Si era inicialmente positivo disminuirá e incluso se hará negativo. Si era inicialmente negativo se hará más negativo. El agua no responderá a una mezcla de agua dulce y agua marina sino que tendrá menor contenido en Ca^{++} y Mg^{++} que el que se deduciría del cálculo teórico (Schoeller, 1956, 1962; Custodio, 1965, 1966 b, 1968).

Si se produce una intrusión de agua salada en un acuífero que anteriormente contenía agua dulce, el agua marina encuentra sedimentos en equilibrio con un agua de relación r (Na + K)/r (Mg + Ca) en general menor; el agua marina cede iones alcalinos al terreno contra iones alcalinotérreos para tender a acercarse a la relación del agua dulce. El agua salada aumentará su dureza y el índice de cambio de bases, que inicialmente valía alrededor de +0,12, se hará más positivo (Schoeller, 1956). Según Mink (1960), las aguas marinas de intrusión en las islas Hawai ganan 125 epm de Ca^{++} y 200 epm de Mg^{++} y pierden 328 epm de Na^{+} y 4,7 epm de K^{+}, el ion $SO_4^{=}$ disminuye 12 epm por reducción de sulfatos y los sólidos disueltos disminuyen en 2630 ppm, con una pequeña disminución en la densidad. En este caso aumenta r Mg/r Ca, pero en otros puede suceder lo contrario ya que en terrenos pobres en Mg éste es retenido más fuertemente que el Ca (Back y Hanshaw, 1965, pág. 87). La presencia simultánea de fenómenos de reducción de sulfatos es frecuente (Lau, 1967; Piper y Garrett, 1953; Schoeller, 1956, 1962; Custodio, 1968, 1968 b).

En ocasiones, ciertas aguas continentales relacionadas con granitos pueden tener r (Na + K)/r (Mg + Ca) mayor que el agua del mar y entonces se produce un ablandamiento y disminución del icb del agua de intrusión.

Lo que más delata el comienzo o el establecimiento de un estado de intrusión marina es una rápida elevación del contenido en ion cloruro.

Sería interesante disponer de índices que permitiesen identificar el agua marina pero es difícil, puesto que hay aguas saladas y salmueras que no tienen relación con el agua marina actual y pueden ser parecidas en su composición química. En el apartado 2.7 se expondrá el interés del Br^{-} y del I^{-} en la caracterización de la intrusión marina. En el capítulo 12.4 se comentará la utilidad de los radioisótopos naturales y las variaciones isotópicas.

El agua del mar tiene como característica interesante su bajo contenido en ion bicarbonato. La relación r Cl/r CO_3H se emplea como un índice cuya rápida elevación puede traducirse en signo de intrusión marina, ya que aguas muy cloruradas por polución humana o por riegos insistentes son también muy carbonatadas. El alto valor de la relación r Mg/r Ca ($\simeq$5) y el bajo valor para las aguas dulces (0,2 a 1) es también un posible índice.

2.7 INTERÉS DE ALGUNAS RELACIONES ENTRE IONES DISUELTOS. ÍNDICES HIDROGEOQUÍMICOS

Las relaciones entre los iones disueltos en un agua pueden guardar cierta relación con el terreno del que procede el agua o indicar la acción de fenómenos modificadores, o indicar una característica específica del agua considerada. En lo que sigue, todos los valores se darán en meq/l, tal como indica el signo r. Se pueden establecer muchos tipos de relaciones cuya utilidad es función del problema a estudiar. Es frecuente designar a estas relaciones con el nombre de índices hidrogeoquímicos. Las más utilizadas son:

a) Relación r Mg/r Ca

En las aguas continentales varía frecuentemente entre 0,3 y 1,5; los valores próximos a 1 indican la posible influencia de terrenos dolomíticos, o con serpentina y valores superiores a 1 suelen estar en general relacionados con terrenos ricos en silicatos magnésicos como los

gabros y basaltos. Sin embargo es preciso actuar con gran precaución ya que cuando se produce una precipitación de CO_3Ca en un agua aumenta la relación r Mg/r Ca sin que ello indique nada sobre los terrenos atravesados. En caso de disolución de caliza sucede lo contrario.

Como el agua del mar tiene r Mg/r Ca alrededor de 5, las aguas que circulan por terrenos de formación marina o que han sufrido mezcla con el agua del mar tienen también una relación elevada. Una elevación del contenido en cloruros y de la relación r Mg/r Ca puede ser un buen indicio de contaminación marina.

En los procesos de intercambio iónico que producen ablandamiento del agua, el Ca^{++} es más fijado que el Mg^{++} y también aumenta la relación, pero no puede tomarse como una regla general, ya que depende de la proporción inicial entre esos iones. En los procesos de reducción de sulfatos suele crecer la relación r Mg/r Ca, en especial si el contenido en $SO_4^{=}$, queda reducido a unas pocas ppm, pero la presencia simultánea de cambio iónico $Mg^{++} \leftrightarrow Ca^{++}$ puede permitir que la precipitación posible de CO_3Ca se realice a expensas del Mg^{++}.

b) Relación r K/r Na

En aguas dulces puede variar entre 0,001 y 1 siendo lo más frecuente que varíe entre 0,004 y 0,3 (Schoeller, 1956, págs. 136-145) mientras, que para el agua marina vale de 0,02 a 0,025.

Debido a la fijación preferente de K^+ en el terreno esta relación es menor en el agua que en la roca origen, tanto menor cuanto más concentrada en sales está el agua.

Según Schoeller (1956, págs. 136-145), cuando el contenido en alcalinos ($Na^+ + K^+$) es menor que 3 ppm r K/r Na, varía entre 0,5 y 1; para 50 ppm, vale alrededor de 0,1 y para 100 ppm, 0,01 como valor medio.

Los trabajos realizados en la isla volcánica de Lanzarote (Custodio, 1974) indican una tendencia a decrecer la relación r K/r Na conforme aumenta la salinidad, pasando desde valores de 0,05 para aguas con un residuo seco de alrededor de 1000 ppm a valores de 0,02 para aguas con un residuo seco de hasta 4000 ppm.

En general es una relación de utilidad limitada no sólo porque es fácilmente alterada por el terreno, sino porque muchos análisis no permiten calcularla con un mínimo de precisión. Si existen aportes artificiales de K^+, se puede seguir su disminución en el sentido del flujo y entonces esa relación puede ser interesante (Custodio, 1966 c).

c) Relaciones r Na/r Ca y r Na/r (Ca + Mg)

En general sólo tienen interés para comparar estas relaciones en el agua con las de la roca del acuífero, o bien para seguir los posibles procesos de cambios de bases; en este caso es preciso tener en cuenta que la precipitación o disolución de sales de Ca altera las relaciones sin que por ello se produzca ningún cambio de bases.

d) Relación r Cl/r CO_3H

Dado que el contenido en CO_3H es un valor relativamente constante en las aguas subterráneas es una relación de interés para seguir el proceso de concentración en sales en el sentido del flujo subterráneo; aunque esa concentración hace crecer ligeramente el denominador, un aumento en la relación indica un avance en el proceso de concentración. Si existen fenómenos de reducción de sulfatos o aportes exteriores de CO_2 puede aumentar el contenido en CO_3H^- y en este caso no conviene utilizar esta relación si no se toman precauciones. La precipitación de CO_3Ca también puede influir.

La relación r Cl/r CO_3H es especialmente útil en la caracterización de la intrusión marina ya que en aguas continentales tiene normalmente un valor entre 0,1 y 5 y en el agua del mar varía entre 20 y 50. Si el incremento de cloruros es debido a concentración de sales en zonas de regadío, la relación crece mucho menos para igual incremento de cloruros que cuando se produce intrusión marina.

e) Relación r SO_4/r Cl

En aguas algo salinas el contenido en ion $SO_4^{=}$ tiende a hacerse constante y entonces tiene un interés similar al de la relación r Cl/r CO_3H, no siendo de utilidad cuando se produce reducción de sulfatos; en este caso puede servir para caracterizarla.

En aguas poco o moderadamente salinas la relación r SO_4/r Cl puede ser similar a la de la roca acuífera y su valor se mantiene aproximadamente constante al irse concentrando el agua (Custodio, 1974). Cuando satura el $SO_4^{=}$, la relación deja de ser útil en este sentido, aunque ello sólo sucede cuando la salinidad es ya muy elevada.

f) Índice de desequilibrio entre cloruros y alcalinos o índice de cambio de bases, icb

$$\text{icb} = \frac{\text{r Cl} - \text{r (Na + K)}}{\text{r Cl}}$$

conviniendo utilizar para valores negativos de esta relación (ver el apartado 1.4.2)

$$icb\,(-) = \frac{r\,Cl - r\,(Na + K)}{r\,(SO_4 + CO_3H + NO_3)}$$

aunque no es estrictamente necesario y no siempre se realiza.

El valor de esta relación es casi siempre negativo en aguas relacionadas con terrenos formados por rocas plutónicas o volcánicas, en especial con los graníticos. Para el agua del mar toma un valor de +1,2 a +1,3 y en salmueras que tengan $r\,Cl > 500$ es siempre positivo. Para aguas poco salinas puede ser tanto positivo como negativo.

Un aumento del valor de icb indica un cambio de bases de endurecimiento del agua y una disminución un cambio de bases de ablandamiento.

Cuando se produce una reducción de sulfatos, el primer valor (icb) no se ve afectado, pero puede verse afectado el segundo [icb (−)]. Lo mismo sucede cuando se disuelve o precipita CO_3Ca o SO_4Ca.

Al ir aumentando la salinidad de un agua, el valor icb tiende a crecer lentamente (Schoeller, 1956, páginas 128-135; Custodio, 1974).

g) Valor k_r

$$k_r = \sqrt[3]{r\,Ca \cdot (r\,CO_3H)^2}$$

que es proporcional al contenido en CO_2 disuelto de equilibrio (véase la fórmula 4.1 de la sección 4). En ausencia de reducción de sulfatos, aporte de CO_2 o desprendimiento del mismo en acuíferos freáticos muy superficiales, k_r tiende a ser un valor constante. Cuando se produce una reducción de sulfatos k_r suele crecer. Las precipitaciones de CO_3Ca hacen disde regadío o de notable polución, el valor k_r puede crecer notablemente y puede ser un indicador en ausencia de fenómenos de reducción de sulfatos (Custodio, 1966 b, 1968 b).

h) Valor $\sqrt{r\,SO_4 \cdot r\,Ca}$

Sólo tiene interés para constatar una disolución o precipitación de yeso. Es proporcional al producto de solubilidad del yeso. Puede ser muy afectado por fenómenos colaterales.

i) Relaciones $r\,Br/r\,Cl$ y $r\,I/r\,Cl$

La primera se emplea con poca frecuencia pues es raro disponer de análisis de Br. Es de interés en el estudio del origen de aguas salobres y saladas, puesto que en el agua del mar vale alrededor de $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ pudiendo tener valores muy diferentes en las aguas continentales. Las aguas asociadas con rocas orgánicas marinas y de disolución de depósitos de sal pueden tener una relación notablemente más elevada y las derivadas de salmueras residuales de lagunas la tienen menos elevada (Schoeller, 1965, págs. 96-100; Piper y Garrett, 1953, páginas 91-92; Vinogradov en Bogomolov, 1966, páginas 77-80).

En los estudios realizados en la isla volcánica de Lanzarote (Custodio, 1974), la relación $r\,Br/r\,Cl$ para las aguas menos salinas es similar a la del agua del mar como cabe esperar del aporte de sales marinas a través de la lluvia; al ir aumentando la salinidad por permanencia en el terreno el valor $r\,Br/r\,Cl$ disminuye desde $(1 \text{ a } 5) \cdot 10^{-3}$ hasta 10^{-4} o menos, indicando que el incremento en ion Cl^- no está ligado a agua marina.

La segunda es bastante característica del origen de aguas salobres y salmueras pero es muy poco corriente disponer de análisis de ioduros. En el agua del mar la relación varía entre $2 \cdot 10^{-6}$ y $6 \cdot 10^{-6}$ mientras que en las aguas subterráneas es mayor; las rocas fosilíferas contienen aguas con las relaciones más elevadas mientras que las relacionadas con rocas evaporitas dan los valores menores (Schoeller, 1956, págs. 100-113). La baja relación en el agua del mar se explica por el efecto de los organismos, los cuales fijan preferentemente el I.

La relación $r\,F/r\,Cl$ no es característica.

j) Relaciones $r\,Ca/r\,Cl$, $r\,Mg/r\,Cl$, $r\,(Ca+Mg)/r\,Cl$, $r\,(Na+K)/r\,Cl$ y $r\,Sr/r\,Ca$

Tienen interés para caracterizar el cambio de bases ya que en el mismo no se altera el contenido en Cl. Su uso es poco frecuente, aunque en ocasiones muy interesante (Johns, 1968). La relación $r\,Sr/r\,Ca$ vale 0,014 para el agua marina y 10^{-3} para las calizas. Cuando no crece el contenido en Ca por estar a saturación, puede seguir creciendo el Sr, aumentando el valor de la relación, la cual se convierte así en un índice de cierto interés (Custodio, 1974), aunque se precisa cierta prudencia en la interpretación a causa de la posible presencia de efectos de cambio iónico.

k) Porcentaje de saturación en calcita

Véase el apartado 1.4.6.

2.8 RELACIONES ENTRE GEOLOGÍA, LITOLOGÍA Y COMPOSICIÓN DE LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS

2.8.1 Relaciones litología - composición de las aguas subterráneas

Un objetivo perseguido por muchos geoquímicos e hidrogeólogos ha sido el de establecer una relación entre facies geológica y composición de las aguas subterráneas o facies hidrogeoquímica[34]. Aunque indudablemente existe una relación, en ella intervienen otros muchos factores como se ha expuesto a lo largo de esta sección, varios de ellos de origen externo, con los correspondientes a la composición iónica del agua de lluvia y a la evaporación y precipitaciones en el suelo. Por ello las relaciones establecidas por algunos autores han tenido un éxito limitado y su aplicabilidad está restringida a las zonas en las que se establecieron.

Las mejores relaciones se obtienen cuando el agua subterránea se ha infiltrado a través de un suelo bien desarrollado sobre el mismo material que forma el acuífero.

Esta semejanza puede ponerse de relieve mediante el estudio de relaciones entre los elementos solubles, tal como se ha esbozado en los apartados 1.2 y 2.7.

Dos acuíferos litológicamente semejantes, pero en lugares diferentes pueden contener aguas semejantes o diferentes pero en general es posible encontrar algunos caracteres comunes si se selecciona bien el método de estudio. Así por ejemplo, dos acuíferos en yesos pueden proporcionar agua muy diferente en concentración si uno está en una zona poco lluviosa y es permeable por porosidad y otro está en una zona húmeda y es permeable por fisuración pero posiblemente podrá establecerse una semejanza en la distribución de iones, y aún podrá establecerse una relación mejor con el estudio de iones menores y elementos traza[35].

Si las aguas circulan por diferentes terrenos, su composición química en un punto determinado no sólo está influida por la litología local, sino por la litología de los terrenos atravesados anteriormente y por los fenómenos de la infiltración, influencias muy difíciles de borrar aunque los fenómenos modificadores tiendan a enmascararlas.

En general puede decirse que las aguas de terrenos kársticos son bicarbonatadas cálcicas o cálcico-magnésicas, las de terrenos yesosos son sulfatadas cálcicas, las de terrenos formados por granito o granito alterado son bicarbonatadas sódicas y cálcicas con icb negativo, las de terrenos sedimentarios de origen marino algo arcillosos son cloruradas sódicas con escaso calcio y magnesio e icb muy negativo, las de terrenos sedimentarios de origen continental algo arcillosos son bicarbonatadas cálcicas, etc. Los trabajos realizados en la isla volcánica de Gran Canaria muestran una aceptable relación entre el tipo de agua y el tipo de roca (basalto, fonolita, tefrita, ignimbritas traquíticas, etc.), que se pone de manifiesto al estudiar las relaciones iónicas (Fernandopullé, 1974).

2.8.2 Relaciones geología-geomorfología-composición de las aguas subterráneas. Tiempo de permanencia

La geología y geomorfología de una zona condicionan la circulación del agua subterránea y la distribución de las áreas de recarga y descarga (fig. 10.B), e incluso el relieve puede condicionar de forma importante la pluviometría y cantidad de agua de recarga profunda (Dixey, 1962; Kreysing, Lenz y Müller, 1972; Morgan, 1972; Toth, 1972; Custodio, 1974; Fernandopullé, 1974). Todo ello conduce a la creación de sistemas de flujo locales y regionales, tal como se expuso en el apartado 2.4, con líneas de corriente que difieren unas de otras notablemente en cuanto a recorrido y profundidad, y por lo tanto en tiempo de permanencia del agua en el terreno, temperatura y presión. El resultado es la posibilidad de notables variaciones en la hidrogeoquímica del agua según la zona que se considere. Ello explica que manantiales próximos en un mismo sistema acuífero puedan diferir notablemente en la composición del agua, a pesar de circular por el mismo tipo de roca; pueden existir caracteres comunes que se pueden poner de relieve estudiando algunas relaciones iónicas características (apartado 2.7) convenientemente seleccionadas o mediante el uso de diagramas (capítulo 10.3), pero la observación de un único ion o característica química, o de sólo unos pocos, suele ser insuficiente para poner de relieve esas relaciones, y es frecuente que se consideren como totalmente diferentes aguas del mismo origen, circulando por el mismo acuífero, pero con trayectos distintos.

2.8.3 Variaciones laterales y verticales de la composición química del agua. Estratificación hidroquímica

De lo expuesto en el apartado anterior se deduce que en un acuífero se pueden presentar en ocasiones importantes variaciones en la composición química del

[34] Véase la discusión del término «facies hidrogeoquímica» en Back (1966) págs. A11-A13.
[35] Véase el apartado 2.3.5 de la sección 4.

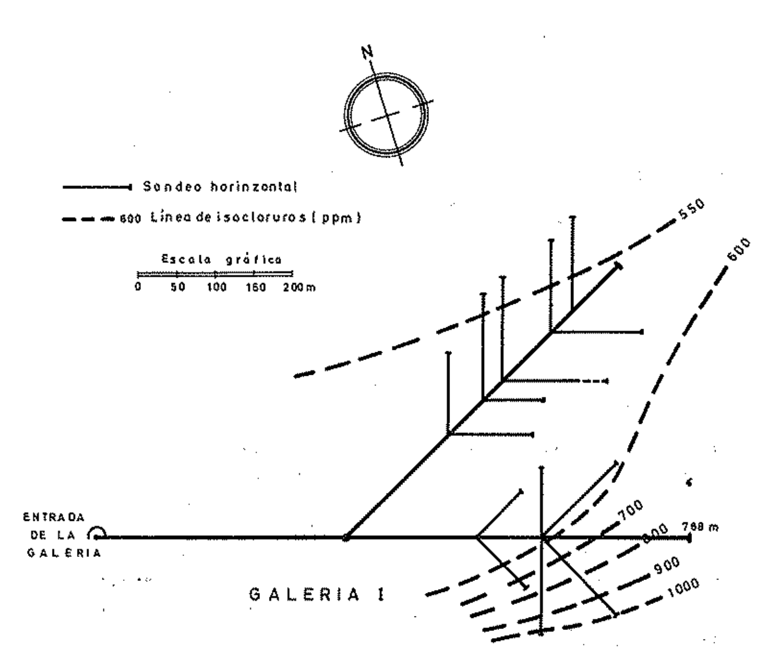


FIGURA 10.1

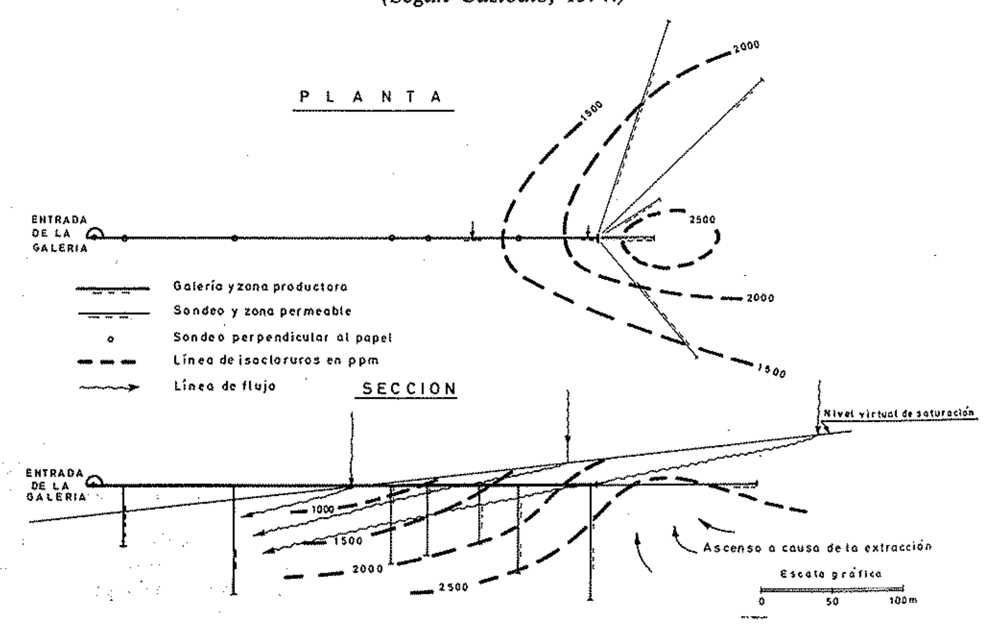
Variación horizontal del contenido en ion cloruro en el acuífero del macizo basáltico de Famara (Lanzarote, Islas Canarias), a consecuencia de una variación lateral de permeabilidad. (Según Custodio, 1974.)

agua subterránea. Las variaciones laterales son generalmente debidas a variaciones en las condiciones de recarga, a la explotación y a cambios en la geología (ver figuras 10.18, 10.19 y 10.20), a mezclas de aguas de distintos orígenes (ver figuras 10.26 y 10.27) y también a cambios en el tiempo de permanencia en el terreno por variaciones en la permeabilidad del medio (figura 10.1).

Las variaciones verticales, designadas frecuentemente como *estratificación del agua,* pueden tener los mismos orígenes, pero las causas más frecuentes son las variaciones verticales de permeabilidad (estratificación geológica, disminución de la permeabilidad en profundidad, paso de una formación a otra, etc.) o al creciente tiempo de permanencia del agua en el terreno al aumentar la profundidad, que va acompañado de un aumento en la presión y temperatura ambientes, todo lo cual favorece una mayor mineralización. Es frecuente que en acuíferos potentes y homogéneos la salinidad aumente con la profundidad (ver apartados 2.4 y 2.5); en la figura 10.2 se muestra un caso muy llamativo en un macizo basáltico poco permeable, en clima árido,

FIGURA 10.2

Variación lateral y vertical del contenido en cloruros en los alrededores de la galería III del macizo basáltico de Famara. La estratificación inicial del agua ha sido perturbada por la producción de la galería y de los sondeos (catas), concentrada principalmente en su extremo. (Según Custodio, 1974.)



con la estratificación alterada por la extracción de agua subterránea; la salinidad crece rápidamente con la profundidad bajo el nivel freático (en este caso virtual por tratarse de un medio fisurado).

En sistemas de flujo complejos, el paso en sentido vertical, de un sistema local a otro de carácter regional puede suponer un rápido cambio de salinidad.

Se considera que lo «normal» es que la salinidad aumente con la profundidad y por ello a las excepciones de la regla tales que al descender la salinidad disminuye permanentemente o localmente, se las llama «inversiones de salinidad». Estas inversiones de salinidad son frecuentemente debidas a la existencia de niveles más permeables con más rápida circulación del agua o a niveles que difícilmente aportan sales al agua que circula por su interior. Excepcionalmente puede tratarse de aguas profundas antiguas recargadas durante el último período pluvial, en lento proceso de expulsión por las mucho más escasas y más salinas aguas de recarga actuales, en clima notablemente más árido, tal como sucede en el Sahara, Norte de África, Arabia, etc. En zonas de mayor latitud este proceso no pudo ocurrir ya que durante la época pluvial de las zonas anteriores, en esos lugares de mayor latitud se tenían condiciones glaciares y suelo helado (permafrost) que impidieron la recarga y las aguas subterráneas son de recarga postglaciar (postwürm) con restos de aguas notablemente salinas preglaciares (prewürm) a causa de la aridez climática durante la época de recarga y la larga permanencia en terreno (tal parece suceder en algunas regiones de Siberia).

Estas inversiones salinas pueden ser también debidas al aporte preferencial de sales sobre la superficie freática, por ejemplo en zonas de regadío (ver apartado 2.3) o al lavado de depósitos salinos próximos a la superficie, ya sean de desecación de antiguas lagunas, de costras y depósitos de sales de épocas pasadas, cuyo origen no siempre es fácil de explicar. Cherry (1972) supone que en Canadá pueden haberse originado por expulsión de aguas salinas profundas que precipitarían sales al perder presión y temperatura, expulsión debida a la fuerte compresión del terreno por las potentes sobrecargas de hielos glaciares pleistocenos.

En algunos casos esas inversiones de salinidad pueden ser debidas a convección geotérmica (ver apartado 4.7), y este fenómeno ha sido citado para explicar las anomalías observadas en un sondeo profundo próximo a las Montañas del Fuego de la Isla de Lanzarote, según los trabajos realizados por el Servicio Geológico de Obras Públicas y la Universidad de Madrid (Ortiz, comunicación privada, 1974; Custodio, 1974).

2.8.4 Estudio en laboratorio de las relaciones roca-agua

Es posible conocer la contribución a la salinización de diferentes tipos de rocas efectuando un lavado de muestras de las mismas con agua destilada. Para que la experiencia sea representativa conviene que en lo posible se intenten reproducir las condiciones naturales de temperatura, y si es posible de presión. Evidentemente no es posible reproducir las condiciones de tiempo de contacto, pero puede forzarse el intercambio salino manteniendo cierta agitación en el agua durante el ensayo, bien sea en continuo, o intermitentemente. Si se trata de rocas consolidadas, en especial cuando son permeables por microfisuración, se puede forzar el equilibrio fragmentando la roca hasta un cierto tamaño, con lo cual se exponen al ataque del agua nuevas superficies.

Una técnica habitual de trabajo es triturar la roca consolidada a un tamaño determinado, por ejemplo para que pase por un tamiz de 100 mallas por pulgada, o a tamaño menor o igual que 1 cm. Las rocas no consolidadas se disgregan por sí solas o por la agitación. Se suelen tomar 100 g de muestra que se incorporan a 1 litro de agua destilada o bien se introducen en una botella, la cual se envasa con agua destilada a 1000 cm^3. La digestión se mantiene durante 48 horas, procediéndose después a decantar el extracto, filtrándolo si es preciso. No obstante la norma puede variarse según los resultados perseguidos. Así, en el estudio del agua intersticial de los limos del acuitardo intermedio del delta del río Llobregat (Custodio, Bayó y Peláez, 1971) se han utilizado muestras equivalentes a 250 g de materia seca, añadiendo agua hasta completar 1000 cm^3 totales, agitando durante 6 horas y decantando durante un tiempo mínimo de 48 horas. En el estudio del macizo basáltico de Famara (Lanzarote, Islas Canarias) se tomaron muestras quebrantadas de roca a menos de 1 cm de dimensión máxima, de 50 g de peso, añadiendo 2 litros de agua destilada, agitando dos veces al día durante una semana; para el estudio de muestras de polvo de la misma localidad se siguió igual método, pero tomando muestras de 1 g o menos (Custodio, 1974), con lo cual se acrecentó expresamente la fracción soluble. Mazor, Nadler y Molcho (1973) emplean 475 g de muestra triturada hasta pasar un tamiz de 60 mallas, añadiendo 475 g de agua (en este caso marina), manteniendo el contacto durante 1 mes a 70 °C. Spears utilizó 200 g de muestra, 20 cm^3 de agua, un tiempo de contacto de 10 minutos, efectuando la separación por centrifugación.

En cualquier caso es necesario conocer la salinidad y composición del agua destilada utilizada, para poder efectuar, si es preciso, las correcciones necesarias. También deben especificarse las condiciones de la experiencia a fin de que las comparaciones y deducciones sean válidas.

Como la posibilidad de ataque a muchas rocas está regulada por la acidez del medio, puede procederse a digestión con un medio acidulado convenientemente (no conviene emplearlo con rocas carbonatadas). En el mencionado estudio del macizo basáltico de Famara (Lanzarote, Islas Canarias), las experiencias con agua destilada se duplicaron, añadiendo a éstas últimas 50 meq/l (muestras de polvo) y 100 meq/l (muestras de roca) de ácido acético puro (Custodio, 1974) a fin de crear un medio ácido tampón. En estudios de extracción de ciertos oligoelementos de rocas para conocer la génesis de aguas minerales (ver apartado 4.2), Pentchera (1972) trata de simular las condiciones naturales creando artificialmente un medio acuoso bicarbonatado alcalino y manteniendo una elevada temperatura durante la extracción.

En el extracto se realizan después las determinaciones analíticas que se precisen, empleando las técnicas más apropiadas.

2.8.5 Interés y significado de los elementos menores y de los elementos traza

Las relaciones geología-litología-aguas subterráneas puede estudiarse también a través de elementos menores y elementos trazas, en ocasiones con mayor garantía de éxito y representatividad que con los iones fundamentales. Sin embargo, en la práctica surgen ciertas dificultades que pueden invalidar el método o por lo menos crear problemas importantes en la interpretación de los hechos.

En primer lugar cabe considerar que el comportamiento y estabilidad química de muchos de esos elementos traza es mal conocida y que están sometidos a disolución y precipitación rápida a causa de cambios en las condiciones del medio y de la muestra, de modo que en ocasiones un cambio en el pH o en el potencial redox pueden producir alteraciones sustanciales. Otras veces pueden estar complejados con otros iones más abundantes (Pittwell, 1974) o con sustancias orgánicas, ya sea de forma estable, ya sea de forma muy lábil (Hem, 1972). En ocasiones pueden fijarse sobre las paredes de la botella de toma de muestra o proceder del ataque de depósitos (o del vidrio, si la botella es de este material) sobre la misma, lo cual exige que se proceda a un cuidadoso lavado previo con ácido del recipiente, y a una estabilización de la muestra, en general con ácido o inhibir en ella procesos biológicos utilizando Cl_2Hg (Vasallo, Fernandopullé y Lamoneda, 1974; Custodio, 1974).

En segundo lugar deben considerarse las dificultades y errores analíticos debidos a las bajas concentraciones e interferencias con otras sustancias disueltas. Muchos iones metálicos pueden determinarse por absorción atómica con razonable aproximación si su concentración es superior al umbral de determinación. En cambio otros iones más frecuentes y abundantes presentan notables dificultades de determinación, como el Br^-, lo que en ocasiones es un serio desafío a su utilización (Mazor, Nadler y Molcho, 1973; Custodio, 1974).

En tercer lugar es preciso evitar la aparición de ciertos elementos traza a consecuencia de contaminación por ataque a tuberías, depósitos, estructuras, bombas, herramientas de perforación, etc.

Sin embargo, a pesar de lo expuesto el interés del estudio de los elementos menores y traza es rápidamente creciente, y su conocimiento y técnicas de muestreo y análisis se han mejorado espectacularmente en los últimos años y es de esperar que aún mejoren notablemente. Ciertas técnicas de análisis especiales y el uso de espectrómetros de absorción atómica son ya frecuentes en muchos laboratorios.

Muchos elementos, tales como el Hg, Co, V, etc., que hasta hace poco se consideraban no detectables en muchas aguas por no poseer técnicas analíticas o de muestreo apropiadas, hoy se hallan y miden frecuentemente.

Por ahora las principales aplicaciones de estas técnicas son a la prospección minera, habiéndose desarrollado de un modo especial la del uranio, en parte facilitadas por sus peculiares características químicas.

En los trabajos realizados en las Islas Canarias, (Fernandopullé, 1974; Custodio, 1974; Vasallo, Fernandopullé y Lamoneda, 1974), en materiales volcánicos capaces de liberar cantidades importantes de ciertos microelementos, los resultados no han sido suficientemente satisfactorios, pero se han encontrado algunas variaciones significativas en el contenido de algunos metales pesados, como el Zn. El Br^-, $PO_4^{\equiv}$ y Sr^{++}, han sido notablemente útiles, a pesar de las dificultades analíticas que presentaba el primero de ellos.

En el capítulo 12.4 se comentará la utilización e interpretación de determinaciones de radioisótopos naturales, variaciones isotópicas y gases disueltos.

2.9 VARIACIONES TEMPORALES EN LA COMPOSICIÓN DEL AGUA SUBTERRÁNEA

En general los acuíferos se caracterizan por tener una composición del agua en un determinado punto que no varía o que en todo caso varía muy poco con el tiempo; ello es consecuencia de la existencia de un estado quasiestacionario de evolución química, de la lentitud del movimiento del agua y de la mezcla producida por dispersión y difusión en un gran volumen de agua.

Las excepciones pueden ser debidas a varias causas. En acuíferos kársticos, con muy rápida circulación, no existe tiempo de homogeneizar el agua de recarga y por lo tanto se puede apreciar, aunque amortiguada, las variaciones en la composición de la misma; aún si existe un volumen de agua subterránea importante se pueden tener variaciones, puesto que si se tiene una fuente y el acuífero funciona en régimen libre, en época de fuerte recarga gran parte de la descarga corresponde al agua aportada en ese período, mientras que en épocas de vaciado del embalse corresponde a una mezcla de aguas de períodos anteriores.

En pozos en acuíferos cualesquiera próximos a las áreas de recarga se pueden apreciar las variaciones en la misma, como por ejemplo las variaciones estacionales de calidad del agua de lluvia infiltrada o del río que recarga. Estas variaciones pueden producirse en pocos días o con varios años de retraso (Custodio, 1966 b, 1968 b) tal como se expone en la sección 12[36]. Muchas veces esta variabilidad es señal de proximidad a esas zonas de recarga. Si existe una tendencia definida indica cambios notables en la composición media de la misma como puede suceder cuando en un río que recarga se establecen vertidos salinos (por ejemplo el Llobregat en Barcelona) o zonas de regadío.

En zonas de intrusión marina se pueden tener cambios rápidos de composición si el pozo está próximo a la zona de interfase y ésta fluctúa o si se sitúa sobre la propia cuña de agua salada[37].

No hay que confundir las variaciones de composición del agua del acuífero en un determinado punto con las variaciones de composición del agua suministrada por un pozo construido en el mismo, ya que en este último caso influyen además otros factores. Los pozos alteran el régimen de flujo de un acuífero y así pueden inducir recarga de agua superficial o de otros acuíferos o niveles de modo que a medida que ésta se produce se va teniendo una más o menos lenta evolución de composición; si el pozo funciona de forma intermitente, es decir sólo unos ciertos períodos del año, y aún de forma variable de año a año, varía la forma de influencia en el acuífero y por lo tanto puede introducir fluctuaciones de composición.

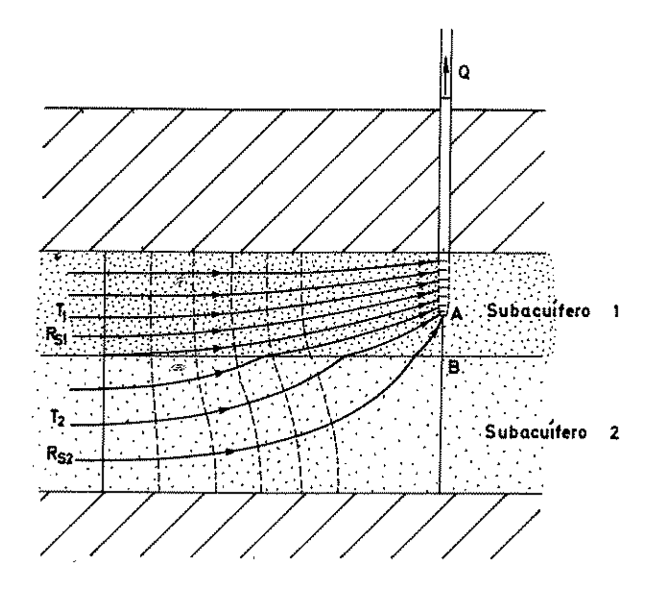


FIGURA 10.3

Líneas de corriente hacia un pozo parcialmente penetrante en un acuífero con dos niveles de diferente transmisividad. Es un dibujo esquemático.

Si se considera el pozo incompleto de la figura 10.3, construido en un acuífero con dos niveles de permeabilidad y composición del agua diferente y que penetra sólo la parte alta del nivel superior, en explotación se tienen las líneas de corriente indicadas, cuya distribución varía poco con el tiempo. Al iniciarse el bombeo el pozo sólo recibe agua del nivel superior, empezará a recibir agua del acuífero inferior cuando haya pasado el suficiente tiempo como para que la partícula B haya llegado a la posición A. A partir de este momento llegará cada vez mayor proporción de agua del acuífero inferior hasta un cierto límite que depende del espesor y permeabilidad de cada nivel, ya que a una cierta distancia del pozo el flujo es horizontal. Si Q es el caudal del pozo y Q_1 y Q_2, T_1 y T_2 son respectivamente los cau-

[36] Por un lado debe considerarse el sistema de flujo de que se trate, la permeabilidad y el gradiente piezométrico; por otro la existencia de dispersión hidrodinámica macroscópica (ver capítulo 12.1).

[37] Véase la sección 13, apartado 3.5.

dales aportados y transmisividades de cada nivel se debe cumplir en el caso límite que:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q}{T_1 + T_2}$$

que permite calcular la mezcla máxima.

Si el pozo funciona en régimen variable, la composición del agua extraída también lo será sin que ello suponga una variación temporal en la composición del acuífero.

A igual volumen de agua extraída, la composición y variabilidad varía con la penetración del pozo; los pozos completos extraen directamente la composición límite y no presentan variaciones ya que crean un flujo radial a su alrededor.

Ejemplo 1

Calcular la salinidad máxima que puede tener el agua extraída de un pozo construido en el nivel superior (1) de un acuífero cuyo nivel inferior (2) es más salino, si se tiene que $T_1 = 500$ m²/día y $T_2 = 100$ m²/día y $R_{s1} = 420$ ppm y $R_{s2} = 2400$ ppm (R_s = residuo seco).

$$Q_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} Q = \frac{5}{6} Q$$

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2} Q = \frac{1}{6} Q$$

$$Q \cdot R_{s2} = \frac{T_1}{T_1 + T_2} Q \cdot R_{s1} + \frac{T_2}{T_1 + T_2} Q \cdot R_{s2}$$

$$R_s = \frac{5}{6} 420 + \frac{1}{6} 2400 = 750 \text{ ppm}$$

Otras causas de variación en la calidad del agua extraída de un pozo tienen su origen en deficiencias constructivas o en roturas. Sea por ejemplo un pozo ranurado en un acuífero cautivo en una zona en la que existe un acuífero superficial a mayor potencial y con aguas salobres; si el aislamiento entre ambos acuíferos no es bueno debido a una deficiente construcción o a que se ha corroído la parte superior del entubado, mientras el pozo está en reposo pasa agua salobre del acuífero superior al inferior por el exterior o por el interior del mismo; al iniciarse el bombeo se extrae primero la posible agua residual dulce que queda en el pozo, después el agua salobre infiltrada y luego el agua del acuífero cautivo con algo de aportación del acuífero superior. Estas variaciones se producen muchas veces en escasos minutos, y al final se obtiene un agua de composición casi constante, pero que es en cierta forma función del caudal extraído.

2.10 CLASIFICACIÓN DE LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS POR SU ORIGEN Y TIEMPO DE CONTACTO CON EL ACUÍFERO. ORIGEN DE LAS SALMUERAS NATURALES

a) *Aguas vadosas*[38] *o meteóricas o recientes*

Son las incluidas en el ciclo del agua en la hidrosfera-litosfera-atmósfera. Se las puede caracterizar fácilmente por poseer algunos radioisótopos de vida no muy larga (tritio, radiosilicio, etc.) de origen atmosférico y una composición isotópica similar a la del agua de lluvia, tal como se expone en el capítulo 12.4.

En realidad, prácticamente toda el agua de la tierra es meteórica pero sólo se considera como tal la que actualmente interviene en el ciclo y no la que accidentalmente ha sido separada del mismo.

Su composición está influida principalmente por la del agua de infiltración y la del material del acuífero.

b) *Aguas marinas*

Son las aguas del mar que han invadido recientemente sedimentos costeros. Son similares en composición a la del mar, quizás con mayor dureza y composición isotópica similar.

c) *Aguas fósiles*

Son aguas atrapadas en el terreno y que permanecen en él durante miles de años. No es preciso que sean estacionarias sino que basta con que el movimiento sea lento y el recorrido largo. Son aguas en general muy salinas pues el contacto con el terreno es muy prolongado. Muchas aguas fósiles son en realidad una mezcla de verdaderas aguas fósiles y aguas meteóricas. El término aguas fósiles es en ocasiones utilizado impropiamente y se confunde con aguas meteóricas de elevada salinidad.

[38] Este concepto ha sido establecido por Schoeller (1962), pero otros muchos autores reservan esta designación al agua en el medio no saturado (ver capítulos 6.3, 8.8 y 8.9).

d) *Aguas congénitas*

Son las aguas atrapadas en el momento de la formación de los sedimentos. Este agua atrapada es expulsada después de la consolidación, pero si la roca final es aún porosa puede quedar parte del agua de imbibición en ella, que es el agua congénita[39]. Con frecuencia estas aguas congénitas son desplazadas y se acumulan en otros materiales donde pueden sufrir una mezcla mayor o menor con aguas vadosas; en este caso no se trata de aguas congénitas de la formación sino de aguas emigradas. Las aguas congénitas no son necesariamente aguas fósiles, pues pueden corresponder a sedimentos muy recientes. Las aguas congénitas, y también las fósiles y las emigradas, suelen ser fuertemente cloruradas y pueden estar, en relación con el agua de mar de otras épocas, enriquecidas en I^-, B, SiO_2, NO_3^- o NH_4^+ y Ca^{++} y empobrecidas en $SO_4^=$ y Mg^{++} (Davis y De Wiest, 1966, pág. 125). El contenido en deuterio es igual o menor que en el agua del mar y el contenido en 0-18 es mayor. En ocasiones pueden ser de temperatura superior a la normal.

El agua de los yacimientos de petróleo ha sido interpretada con frecuencia como agua congénita, pero es más adecuado considerarla en muchos casos como agua estancada emigrada.

e) *Aguas juveniles, metamórficas, magmáticas y volcánicas*

Las aguas *juveniles* son aquellas que proceden del interior de la tierra sin haber estado antes en superficie y su interés es limitado. Muchas aguas consideradas juveniles son meteóricas, por lo menos en su mayor parte, como lo demuestra la presencia de tritio en ellas[40].

Las aguas *metamórficas* son las desprendidas de sedimentos en proceso de metamorfismo, suelen tener contenidos elevados en CO_2, CO_3H^- y B, algo elevado en I^- y pueden ser menos cloruradas que el agua del mar, aunque el valor absoluto sea elevado; su contenido en deuterio es menor o igual que el del agua marina y el contenido en O-18 es mayor. A veces tienen temperaturas elevadas si ganan rápidamente la superficie del terreno (véase el capítulo 4).

Las de origen *magmático* y las *volcánicas* se desprenden de las emisiones de lava, gases volcánicos, etc., y suelen ser de tipo clorurado sódico y tienen contenidos anormalmente elevados de Li^+, F^-, SiO_2, B, $S^=$, CO_2, y bajos en I^-, Br^-, Ca^{++} y NO_3^- o NH_4^+ (Davis y De Wiest, 1966, pág. 125). En principio contienen menos deuterio y más O-18 que el agua del mar y suelen ser de elevada temperatura.

Según Zumberge y Nelson (1965) los gases procedentes de erupciones volcánicas basálticas tienen la siguiente composición, en % en volumen:

H_2O	70,75	H_2	0,33
CO_2	14,07	A	0,18
SO_2	6,40	S_2	0,10
N_2	5,45	Cl_2	0,05
SO_3	1,92	Otros	0,35
CO	0,40		

En realidad es difícil distinguir entre estos tipos de agua y su interés es muy limitado, salvo que se relacionen con áreas geotérmicas importantes (véase el capítulo 4). Con frecuencia llevan mezcladas cantidades importantes de agua meteórica.

f) *Aguas minerales*

Son aguas de composición química muy variada, pero que se caracterizan por poseer elementos en disolución en cantidad notable o grande, que las aguas vadosas normales no poseen. Suelen estar relacionadas con fenómenos volcánicos y orogénicos y muchas veces son termales. Otras veces son simplemente el resultado de circular el agua por terrenos que pueden aportar grandes cantidades de sales solubles. En el capítulo 4 se les dedicará mayor atención.

g) *Aguas saladas y salmueras naturales*

En la naturaleza son frecuentes las formaciones que contienen agua salada y salmueras naturales. El problema de su origen ha sido causa de múltiples hipótesis; en general se aceptó en un principio que se trataba simplemente de aguas marinas mezcladas con otras aguas continentales que las diluían. Sin embargo no es raro encontrar aguas subterráneas cuya mineralización supera notablemente a la actual del agua marina, para las cuales se debe encontrar otro origen (Craig, 1970).

En general se acepta actualmente el origen marino de muchas de esas aguas saladas y salmueras pero es preciso admitir que en su larga permanencia en el terreno, con frecuencia de millones de años, han sufrido procesos modificadores que pueden haber alterado su facies original. Entre los posibles procesos modificadores que conducen a un incremento de la salinidad cabe destacar la ultrafiltración, proceso mediante el que un agua forzada a pasar a través de niveles arcillosos continuos,

[39] Connate waters en la literatura anglosajona.
[40] Véase el capítulo 12.4.

puede dejar atrás gran parte de sus sales[41]; el agua salada o salmuera así originada puede permanecer donde se formó o bien emigrar hacia otras formaciones a merced de la evolución geológica y geohidrológica de los terrenos. En otros casos, no tan frecuentes, es posible asociar esas aguas saladas y salmueras a aguas infiltradas de mares interiores en proceso de desecación, o bien a la disolución de las rocas evaporitas que se encontraban entre los sedimentos. En cualquier caso, el largo tiempo de permanencia en el terreno junto con las elevadas presiones y temperaturas en áreas profundas, es un factor que debe ser tenido en cuenta, aunque sea difícil de valorar en el estado actual de conocimientos.

Localmente pueden originarse aguas saladas y salmueras en áreas geotérmicas que pierden vapor de agua al exterior (véase el apartado 4.8) y más raramente en zonas muy frías en las que la congelación progresiva del agua del terreno; produce la separación de hielo por un lado y salmuera por otro; dicho fenómeno sólo es potencialmente interesante en acuíferos poco profundos y que contienen agua marina.

Es frecuente que las aguas saladas y salmueras naturales correspondan a aguas profundas pero no siempre es así, en especial cuando existen niveles permeables profundos con circulación, en cuyo caso en estos niveles se produce un desplazamiento del agua original y un lavado, mientras los niveles menos permeables intermedios siguen reteniendo el agua original.

2.11 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS HIDROLÓGICOS A PARTIR DE DATOS QUÍMICOS

2.11.1 Notas generales

El estudio de la composición de las aguas subterráneas y de su variación temporal y/o espacial permite en ocasiones calcular ciertos parámetros hidrológicos del sistema y son métodos confirmatorios de otros métodos basados en otros principios, muchas veces de uso más común. Sin entrar en detalles de los aspectos de trazado[42] se exponen a continuación algunos de los aspectos de estas posibilidades que son de interés más inmediato. Muchos de estos cálculos se basan en la dificultad con que es modificado el ion cloruro, por lo que resulta un trazador casi ideal.

[41] Es un proceso de ósmosis inversa natural. Véase el apartado A.6 de la sección 23 y también el apartado 1.4.4 de la presente sección.

[42] Véase la sección 12, capítulo 12.3.

2.11.2 Determinación de la infiltración por balance de cloruros

Si sobre un terreno caen P mm/año de precipitación con un contenido medio en cloruros de C_p ppm, de los cuales E_s son de escorrentía superficial y E se evaporan, la infiltración I será:

$$I = P - E_s - E \text{ (mm/año)}$$

y si C_i es el contenido en cloruros en el agua de infiltración profunda, a_s es el aporte de cloruros tomados del suelo o aportados artificialmente en g/m²/año, a_v es la retención en la vegetación y a'_v es la devolución de sales al suelo por la vegetación al morir, también en g/m²/año, el balance de ion cloruro será[43]:

$$\frac{I}{1000} C_i = \frac{(P - E_s)}{1000} \cdot C_p + a_s - a_v + a'_v$$

El coeficiente de infiltración vendrá dado por:

$$Inf = \frac{I}{P} = \left(1 - \frac{E_s}{P}\right) \frac{C_p}{C_i} +$$

$$+ 1000 \frac{a_s - a_v + a'_v}{P \cdot C_i}$$

En el supuesto de que sea $a_s = 0$, como es frecuente, y $a_v = a'_v$ si no es un terreno cultivado intensivamente y existe un equilibrio entre materia orgánica viva y en descomposición, será:

$$Inf = \frac{I}{P} = \left(1 - \frac{E_s}{P}\right) \frac{C_p}{C_i}$$

y si la escorrentía es muy pequeña (terrenos muy llanos y con buena permeabilidad superficial)

$$Inf = \frac{I}{P} \simeq \frac{C_p}{C_i}$$

[43] Se supone que la escorrentía superficial no produce eliminación de sales; en zonas áridas puede ser que el balance sea algo pesimista ya que la concentración de sales en la reducida escorrentía puede ser varias veces la del agua de lluvia (Custodio, 1974). No debe olvidarse la existencia de escorrentía subsuperficial o hipodérmica (ver capítulo 11.1) y su notable capacidad para lavar sales depositadas en el horizonte A del terreno.

Estas simples relaciones permiten calcular el coeficiente de infiltración y la evapotranspiración, si el terreno apenas aporta ion cloruro. Se supone que el terreno y la vegetación actúan de volante regulador para amortiguar las variaciones estacionales y aun anuales. El valor C_i debe medirse en la parte superior del acuífero freático.

El balance no puede realizarse con garantía mediante otros iones por ser fácilmente alterados durante la infiltración.

Los resultados del balance del ion Cl^- son buenos en zonas áridas y en zonas llanas, pero no tanto en zonas húmedas o con una elevada escorrentía superficial (Custodio, 1973).

Ejemplo 2

En la zona costera de Montroig (Tarragona), el agua de lluvia aporta un valor medio de 5 ppm en Cl^- y en el agua del acuífero freático se encuentra 30 ppm en Cl^-. Calcular el valor aproximado del coeficiente de infiltración y de la evapotranspiración, si la pluviometría media es de 500 mm por año y la escorrentía superficial se estima en el 10 %.

$$\text{Inf} = \left(1 - \frac{50}{500}\right) \cdot \frac{5}{30} = 0{,}15$$

$$E = P - E_s - I = P(1 - \text{Inf}) - E_s = 375 \text{ mm/año}$$

Estos valores coinciden con los calculados por otros métodos en esta zona (Custodio y cols., 1968).

En el caso de que el nivel freático permita la evapotranspiración directa del agua del acuífero pueden establecerse fórmulas de estudio de la evolución del contenido en ion cloruro (M. Schoeller, 1964), pero su empleo es delicado. También pueden establecerse con facilidad fórmulas para calcular la variación del contenido en ion cloruro a lo largo del recorrido subterráneo cuando el aporte por la precipitación disminuye sensiblemente al alejarse del mar.

La evolución del contenido en ion cloruro en un acuífero con flujo natural que aporta sales por lavado no es fácil de estudiar sin introducir una serie de hipótesis simplificativas (M. Schoeller, 1964) que no siempre son admisibles. El estudio general de una región es complejo y puede consultarse en Eriksson y Khunakasem (1966).

2.11.3 Separación de la componente subterránea en el análisis de hidrogramas

Si en un cierto punto de un río:

Q_s = caudal aportado subterráneamente
Q_e = caudal aportado por la escorrentía superficial
$Q = Q_s + Q_e$ = caudal total
C_s = concentración de la escorrentía subterránea
C_e = concentración de la escorrentía superficial
C = concentración medida en el río

puede establecerse el balance:

$$Q \cdot C = Q_s \cdot C_s + Q_e \cdot C_e$$

ecuación de la que puede determinarse Q_s o Q_e conociendo los otros valores

Q se conoce por medición directa
C_s puede deducirse de los análisis del agua del río en períodos prolongados de ausencia de lluvias (caudal de base)
C_e puede deducirse de los análisis de agua del río en períodos de fuertes avenidas o del agua de afluentes cuyo caudal de base sea cero.

El método ha sido aplicado con éxito (Visocky, 1970; Pinder y Jones, 1969) pero deben tomarse muchas precauciones para no cometer errores de bulto, en especial en sistemas no estacionarios (Hall, 1970).

No siempre Q_s es un valor constante y depende algo del caudal de base medido. Una buena medida de Q_s la dan las fuentes que aparecen ligeramente por encima del cauce del río, si éstas existen.

Cuando el almacenamiento en las márgenes del río es importante el valor de Q_s puede estar muy falseado ya que depende de las avenidas anteriores; si el valor de Q_s se subestima, se determina una contribución subterránea exagerada.

La medición de Q_e puede presentar mayores inconvenientes ya que es difícil asegurarse de que el valor medido en avenidas fuertes no está influido en cierta forma por la escorrentía subterránea. Si existe una recarga en aguas altas, el valor de Q_s puede ser bueno, debiendo verificarse si el valor obtenido es aproximadamente independiente del caudal de avenida; en este caso es difícil medir Q_s a menos que se disponga de una época de sequía muy prolongada. Una sobrevaloración de Q_e hace disminuir el valor de la contribución subterránea.

Los estudios realizados por Visocky (1970) inducen a pensar que el valor de Q_s medido en condiciones normales es algo menor que el deducido por los métodos de separación de componentes de hidrogramas[44], pero cuando después de una sequía intensa se produce una avenida de tormenta se obtienen valores algo mayores, aunque en este caso el método químico parece ser mejor que la separación de componentes de hidrogramas.

El balance puede realizarse con la conductividad con cloruro, pero también se obtienen buenos resultados con los iones Ca^{++}, Mg^{++}, Na^{+}, $SO_4^{=}$ y COH_3^{-} (Pinder y Jones, 1969). Es conveniente usar los iones que estén en mayor concentración. El análisis también puede hacerse por balance de ciertos radioisótopos naturales o accidentales, como el tritio (Crouzet et alt., 1970), Sr^{90}, Cs^{137}, etc.[45].

En primera apreciación puede decirse que los ríos que presentan una gran variación de composición química al variar el caudal son ríos en que el principal aporte es la escorrentía superficial, mientras que si la composición varía poco con el caudal, la contribución principal al mismo es la escorrentía subterránea profunda (Back y Hanshaw, 1965, págs. 71-72).

2.11.4 Determinación del caudal de manantiales salinos sumergidos

Si a lo largo del curso de un río de caudal Q_1 y salinidad S_1 (medidas al comienzo de la zona de aportes) existen uno o varios manantiales de agua salobre o salada de salinidad S_2 y no se conoce el caudal Q_2 aportado por estar muy dispersos o hacerlo en el propio cauce del río, puede establecerse que si S es la salinidad final del río medida en un punto en que el agua ha homogeneizado su composición, se tiene:

$$Q_1 S_1 + Q_2 S_2 = (Q_1 + Q_2) S$$

que permite deducir Q_2. Es frecuente que se pueda considerar

$$Q_1 + Q_2 \approx Q_1$$

La aplicación a vertidos de agua dulce a través de surgencias submarinas o de aportes localizados en acuíferos puede hacerse de forma similar, pero es preciso establecer el balance en pequeños volúmenes e integrarlo en todo el dominio de mezcla, lo cual es complicado y precisa disponer de planos de isosalinidad (Meyboom, 1967).

2.11.5 Estudio de mezclas de aguas

Basándose en la supuesta inalterabilidad del ion cloruro, si se tiene un agua con un contenido C que es mezcla de otros dos de contenidos C_1 y C_2 ($C_1 < C < C_2$) y existe una fracción x del agua 1 y $1 - x$ del agua 2 se debe cumplir que:

$$C = C_1 x + C_2 (1 - x)$$

que permite determinar una de las variables conocidas las demás. En el capítulo 3 se verán algunas aplicaciones (ejemplos 2 y 3).

2.11.6 Balances químicos

Conociendo la cantidad de sales aportadas por la lluvia o por las aguas superficiales a un acuífero y la cantidad de sales que se vierten por manantiales o se extraen con pozos, se puede establecer un balance químico de sales disueltas que permite calcular el ritmo en que el acuífero aporta sustancias solubles; si el período de balance es corto es preciso tener en cuenta las variaciones en el almacenamiento de agua subterránea. Estos balances se han aplicado a veces al estudio de la velocidad del desarrollo de karst en regiones calcáreas. Sin embargo estos balances no tienen en cuenta los transportes internos de sales (disolución y precipitación dentro del sistema) que pueden ser más importantes en la evolución de la permeabilidad que el aporte de sales al exterior.

Mucho más importantes son los balances de sales en zonas de regadíos con agua local subterránea (Bower, Spencer y Weecks, 1969) para determinar y planificar la evolución de los iones disueltos y establecer cual será el estado de equilibrio o que medidas es preciso adoptar para tener un estado de equilibrio aceptable por la agricultura establecida. Estos balances precisan de un buen conocimiento de la hidrología de la zona para conocer las entradas y las salidas, así como la posible acumulación. Estudios similares se han planteado para determinar la evolución de salinidad en zonas litorales desecadas o ganadas al mar, como sucede en los polders holandeses (Ernst, 1969).

[44] Véanse los apartados 3.3 de la sección 7 y 2.5.1 de la sección 11.
[45] Véase el capítulo 12.4, apartado 4.11.4.

Capítulo 10.3

Técnicas de estudio

3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se presentan las técnicas de estudio más usuales que permiten aplicar con facilidad el contenido de los capítulos anteriores y que complementan las técnicas de manejo de relaciones entre iones ya expuestas en el capítulo 2. Estas técnicas son fundamentalmente gráficas y para su mejor comprensión se introducen ejemplos ilustrativos[46].

Se incluyen criterios de clasificación química, también acompañados de ejemplos.

3.2 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS CARACTERÍSTICAS QUÍMICAS Y SU UTILIDAD

El manejo y estudio de análisis químicos puede simplificarse con el empleo de gráficos y diagramas, en especial cuando se trata de hacer comparaciones entre varios análisis de aguas de un mismo lugar en épocas diferentes o de diferentes lugares. Estas gráficas y diagramas pueden poner de relieve variaciones temporales, variaciones espaciales o bien resaltar relaciones entre los iones de una misma muestra. Las representaciones que tienen por objeto resaltar la composición iónica de un agua para permitir compararla con otras aguas son los diagramas en sus diferentes variantes. Además se deben considerar los hidrogramas químicos y los planos o mapas hidroquímicos.

En el apartado siguiente se expone de forma simplificada el manejo y características principales de los diagramas de uso más frecuente y de utilidad sancionada por la experiencia. Salvo indicación expresa las referencias bibliográficas corresponden a las obras: Schoeller (1962) págs. 318-329, Hem (1959) págs. 164-199, Custodio (1965) y Catalán (1969).

[46] Algunos ejemplos completos pueden consultarse en los trabajos citados en las referencias bibliográficas.

3.3 DIAGRAMAS HIDROQUÍMICOS

3.3.1 Diagramas columnares. Diagramas de Collins

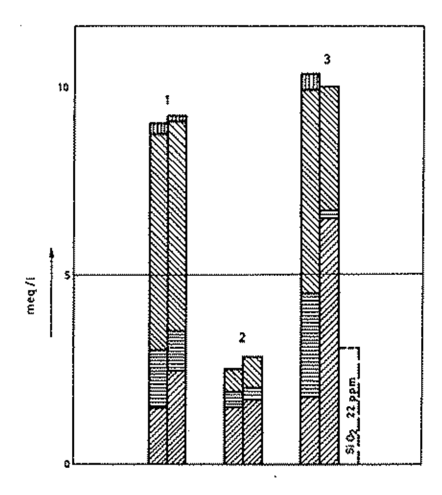
FUNDAMENTO. En dos columnas adosadas se disponen los iones a partir de una base común. En una columna se apilan los cationes en el orden Ca, Mg, Na, K. En la otra se ponen los aniones en el orden CO_3H+CO_3, SO_4, Cl, (NO_3). A veces se añade una tercera columna con la sílice o alguna otra característica particular. Es adaptable a mapas hidroquímicos y sólo permite un análisis por diagrama.

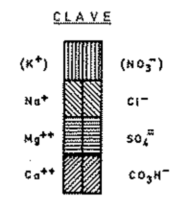
TIPOS. *a)* Valores en meq/l: *diagrama de Collins*. Las alturas de las columnas son teóricamente iguales; en la práctica casi iguales debido al error de análisis o a no representarse algún ion en concentraciones más altas que lo normal. Se pueden asociar aniones con cationes pues están por orden de solubilidad. Es de muy fácil interpretación (ver fig. 10.4). La suma de Ca + Mg da la dureza en meq/l.

b) Valores en ppm: sin utilidad especial.

c) Valores en % de meq/l: no permiten apreciar concentraciones reales pero sí efectuar asociaciones.

d) Diagramas en que las columnas no están adosadas sino que se dispone la de cationes a partir de una base hacia arriba y la de aniones a partir de la misma base y como prolongación de la anterior y hacia abajo. Se suele usar en ppm. El orden es el mismo que en el diagrama de Collins. Se emplea a veces en estudios de mezcla de aguas (Piper y Garrett, 1953).





1. – Agua clorurada sódica
2. – Agua bicarbonatada cálcica
3. – Agua bicarbonatada sódica

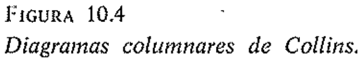


FIGURA 10.4
Diagramas columnares de Collins.

3.3.2 Diagramas triangulares. Diagrama de Piper

Los diagramas triangulares son los ideales para representar tres componentes. Cada uno de los vértices de un triángulo equilátero (fig. 10.5) representa uno de los componentes (A, B o C) puros, tal como simboliza el 100 % puesto en cada uno de ellos. Un punto tal como el J representa una mezcla binaria de 45 % de A y por lo tanto 100 – 45 = 55 % de B. Un punto situado en el interior del triángulo, tal como el M, representa una mezcla ternaria; como el vértice más cercano es el A y el más lejano el B, esa mezcla tiene: contenido en A > contenido en C > contenido en B.

Si se quiere saber cuantitativamente la composición de la muestra en uno de los componentes basta trazar por el punto representativo una paralela al lado opuesto al vértice que representa a ese componente y leer en el lado que representa fracciones del mismo el % que corresponde; así, si se desea saber el contenido de M en el componente B basta trazar por M una paralela a AC hasta cortar a BC y obteniéndose 10 % de B; similarmente se obtiene 30 % de C y 60 % de A. El punto N representa una mezcla formada por 46 % de A, 39 % de B y 15 % de C.

Se exige que los iones estén reducidos a % y sólo permiten reunir tres aniones y/o tres cationes. A cada vértice corresponde el 100 % de un anión y/o catión. *La forma más usual es de % de los valores en meq/l.* A veces es útil emplear sólo una porción ampliada del diagrama.

IONES REPRESENTADOS. Lo más usual es representar como aniones CO_3H^- + $(CO_3^=)$, $SO_4^=$, Cl^- + (NO_3^-) y como cationes Na^+ + (K^+), Ca^{++}, Mg^{++}. En casos especiales se pueden tomar otros iones o cationes, como en el estudio de contaminación de aguas por industrias potásicas donde para hacer intervenir claramente el potasio conviene tomar para los cationes como vértices Na^+, K^+ y Ca^{++} + Mg^{++}.

TIPOS. *a)* Utilización de un mismo diagrama triangular para representar aniones y cationes, uniendo los dos puntos representativos por un segmento orientado (fig. 10.6 A).

b) Utilización de dos diagramas separados para representar los aniones y los cationes colocados de diferentes formas (fig. 10.6 B y C) y con un campo central romboidal o cuadrado donde se representa un tercer punto deducido de los que representan los aniones y los cationes. El más empleado es el de Piper (fig. 10.6 B), aunque en los países de influencia rusa existe cierta preferencia por el de Durov (fig. 10.7) (Zaporozec, 1972).

PROPIEDADES. En estos gráficos se pueden representar muchos análisis sin dar origen a confusionismo y ésta es una de sus mayores ventajas. Las aguas geoquímicamente similares quedan agrupadas en áreas bien definidas (Custodio, 1965, 1966 b, 1967, 1968 b). Los

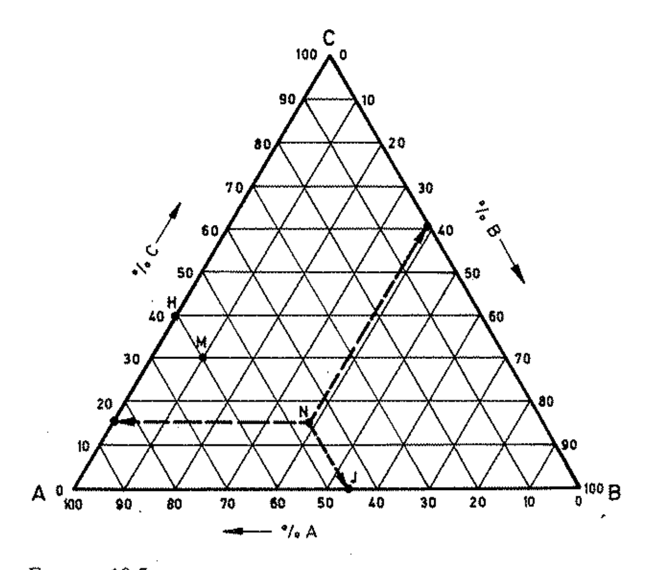


FIGURA 10.5
Diagrama triangular para mezclas ternarias. Representación de una mezcla de 45 % de A, 39 % de B y 16 % de C. Tomar el correspondiente % sobre el respectivo eje y trazar una paralela al lado opuesto al vértice que representa el 100 % de esa característica.

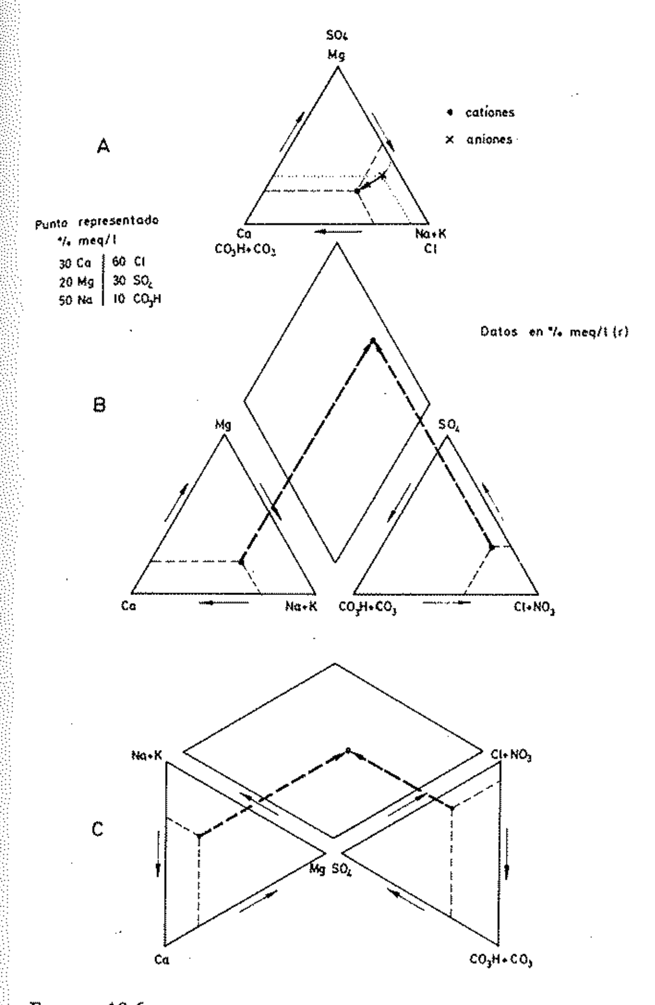


Figura 10.6

Diferentes tipos de diagramas triangulares. A) Triangular simple indicando cada agua por una flecha que une el punto representativo de los aniones con el representativo de los cationes. B) Diagrama de Piper (Hill-Langèlier) indicando el modo de obtener el punto representativo en el diagrama romboidal. C) Id. diagrama de Hill. Las líneas de representación sólo son indicativas; en la práctica no se dibujan y los diferentes puntos correspondientes a una misma agua se identifican por un color, símbolo o numeración.

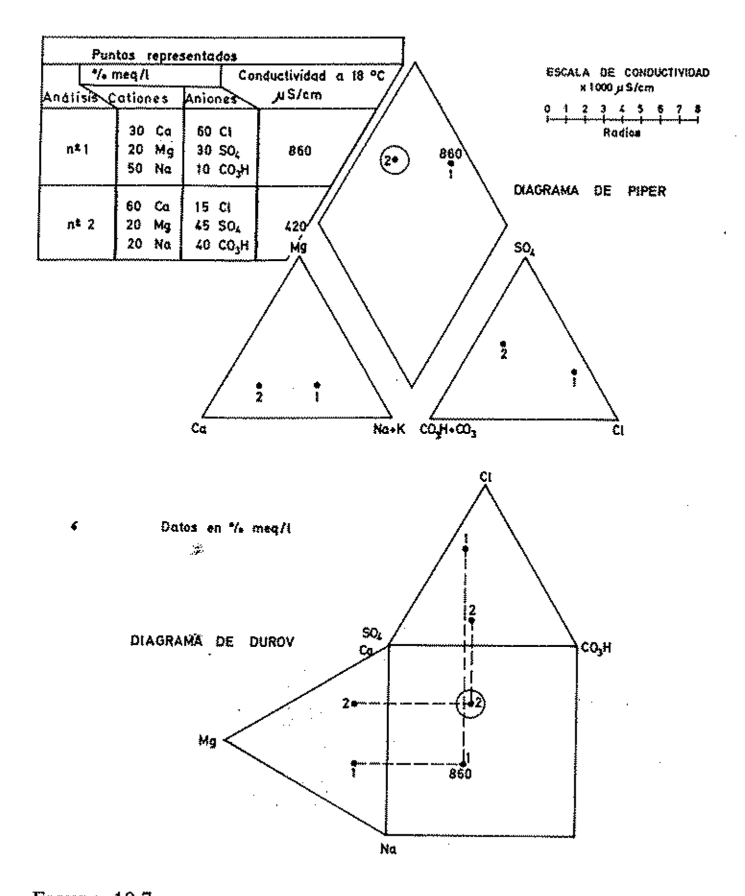


Figura 10.7

Dos formas de tener en cuenta la salinidad total del agua en los diagramas triangulares de Piper y Durov.
La escala de radios es lineal, pero si conviene puede tomarse logarítmica para evitar tener círculos demasiado grandes o demasiado pequeños.

diagramas con un solo triángulo son los que resultan más embrollados a consecuencia de los vectores anión-catión.

El sentido de giro que se adopta para los triángulos no modifica la representación de los diferentes puntos si los vértices están bien definidos. En estos diagramas, en cambio, se pueden tener variaciones en la representación al variar la colocación de los iones en los vértices ya que varía el modo de asociación en el propio campo (tipo a) o en el campo central (tipo b). Las colocaciones indicadas en las figuras (10.6 y 10.7) son las más usuales.

En estos diagramas no se tiene una representación de las concentraciones absolutas dado que se utilizan valores reducidos a %. Si conviene tenerlos en cuenta, se puede asociar a cada uno de los puntos representativos de un análisis una cifra que indique el valor de la conductividad, residuo seco o total de meq/l o bien un

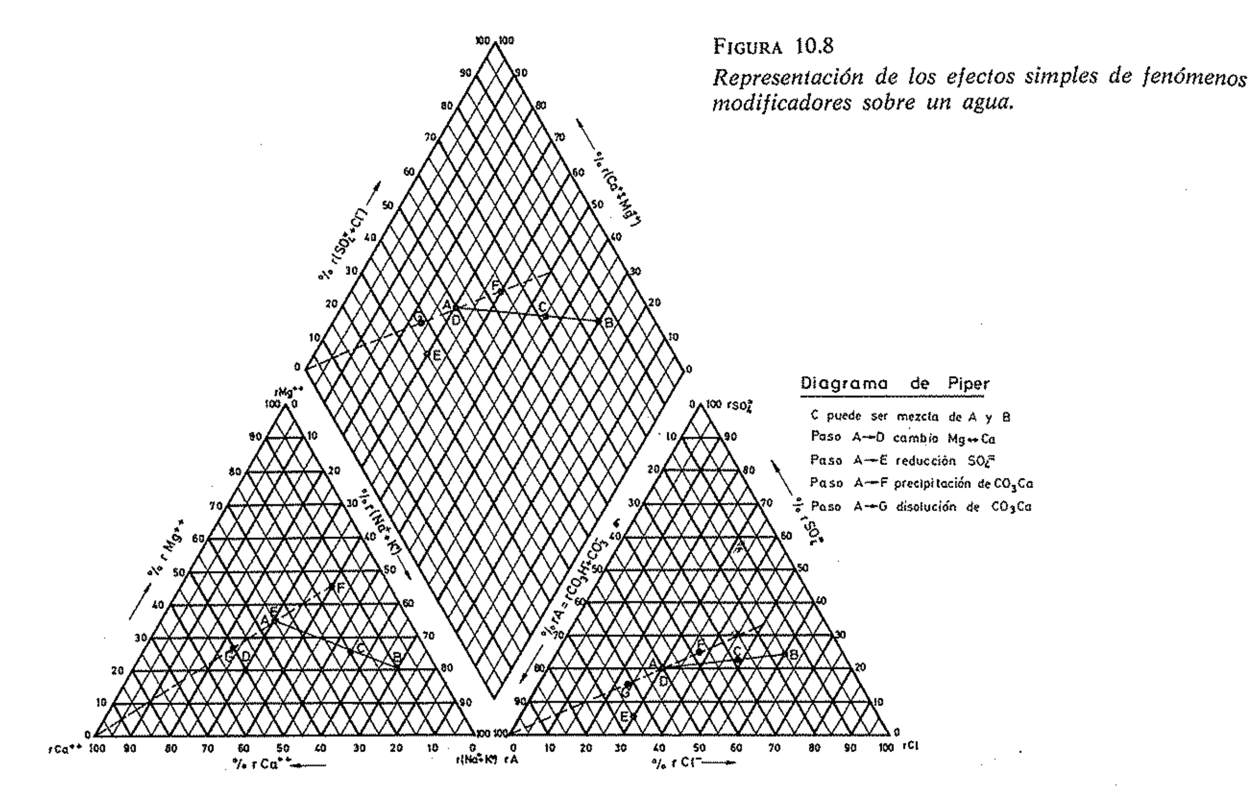


FIGURA 10.8
Representación de los efectos simples de fenómenos modificadores sobre un agua.

círculo de radio proporcional a esas magnitudes (figura 10.7) o a su logaritmo, aunque en ocasiones basta con un listado adjunto (Custodio, 1965) evitándose así enmarañar la representación.

No es posible representar más que tres características por triángulo y en algunos casos puede ser insuficiente, por ejemplo cuando conviene resaltar el contenido en sílice o en algún otro ion o característica no representado. Los listados marginales (Custodio, 1965) o la introducción de una cifra junto a cada punto representado puede ayudar a solucionar el problema.

Las mezclas de aguas, precipitaciones, disoluciones, modificaciones, etc., quedan fácilmente reflejadas. Sea un diagrama de Piper (fig. 10.8). Si el análisis C representa la simple mezcla de las aguas representadas en A y B, el punto C se debe encontrar sobre el segmento AB. La consideración contraria, es decir si el análisis C se encuentra representado sobre el segmento AB, se trata a un agua mezcla de las A y B no es necesariamente cierta ya que no se tienen en cuenta valores absolutos; el punto C puede estar entre A y B, siendo el total de meq/l de C mayor que el mayor de A y B o menor que el menor de A y B, en cuyo caso no es posible la relación por mezcla[47].

Si a es la concentración total del análisis A y b la del análisis B, y se sospecha que el análisis C es mezcla de A y B en la proporción volumétrica x de A y (1 − x) de B, debe cumplirse que:

$$C \cdot 1 = a \cdot x + b \cdot (1 - x)$$

y en el diagrama:

$$\frac{x}{1 - x} = \frac{BC \cdot b}{AC \cdot a}$$

en la que BC y AC indican las longitudes de los segmentos indicados medidos en el diagrama. Si se obtienen valores de x mayores que 1 o menores que 0 quiere decir que no se ha podido producir tal mezcla.

Si se produce disolución o precipitación de una sal,

[47] C Sería una mezcla de más del 100 % de uno de los extremos con una cantidad negativa del otro, lo cual no tiene sentido.

los diferentes puntos representativos se encuentran sobre rectas que pasan por el vértice que corresponde al anión y al catión afectados, como se indica en la figura 10.8. Como la suma de meq/l de aniones y de cationes es igual, toda disolución o precipitación afecta de la misma forma a esas sumas de modo que fijado uno de los puntos representativos los otros vienen obligados.

Si se produce un cambio de bases, no debe producirse ninguna variación (si no hay reacciones secundarias) en el diagrama de aniones y los puntos representativos en el diagrama de cationes se mueven sobre una recta paralela al lado que une los vértices representativos de los dos cationes en juego (fig. 10.8). Si se produce una reducción de sulfatos, en ausencia de reacciones secundarias, no debe producirse variación en el diagrama de cationes y en el de aniones los puntos representativos se desplazan en primera aproximación sobre una recta paralela al lado que une los vértices representativos del SO_4 y CO_3H ya que en primera aproximación 1 meq de $SO_4^=$ se cambia por 1 meq de CO_3H^- (ver apartado 1.4.1).

Las rectas que concurren en un vértice representan aguas de igual relación entre los iones que representan los otros dos vértices.

En la realidad los fenómenos son más complejos pero un detenido estudio de estos diagramas permite descubrir las relaciones más importantes con facilidad.

En la figura 10.9 se representa los campos más probables de situación de los puntos representativos de los análisis de aguas potables.

De uso similar a estos diagramas triangulares, pero más simples, son los diagramas cuadrados (Tolstkhin en Catalán, 1969). En un cuadrado se dispone en dos lados concurrentes y alejándose del vértice % (Ca + Mg) y % (Cl + SO_4) lo que permite obtener un punto como si se tratase de coordenadas cartesianas.

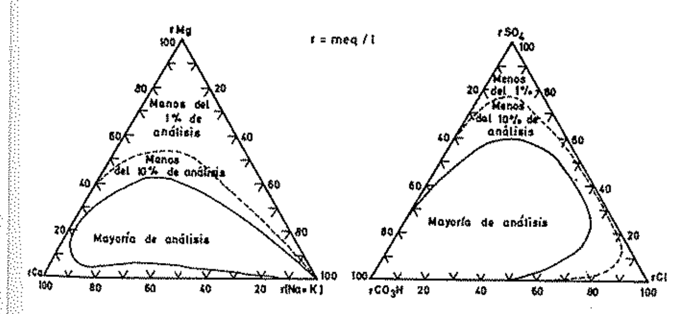


FIGURA 10.9

Campos más probables de situación de los puntos representativos de las aguas potables.
(Modificado de Davis y De Wiest, 1966.)

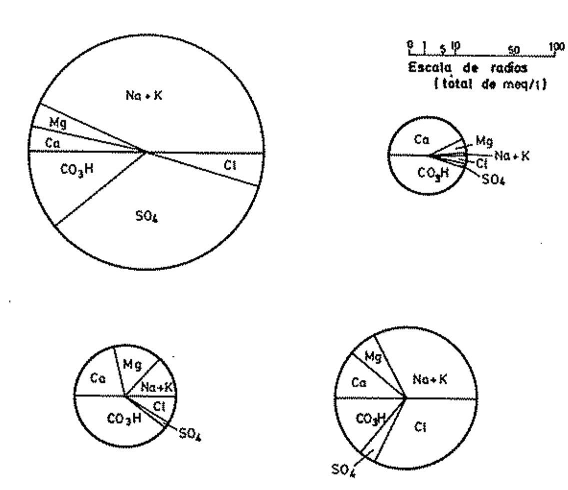


FIGURA 10.10

Ejemplos de diagramas circulares, subdivididos en % de meq/l.

3.3.3 Diagramas circulares

FUNDAMENTO. Se dibuja un círculo de radio proporcional al residuo seco o al total de meq/l disueltos[48]. Este círculo se divide en sectores proporcionales a los % de los diversos componentes. Si se hace con los iones expresados en meq/l, la mitad del círculo es para los cationes y la otra mitad para los aniones (fig. 10.10). Es posible hacer diagramas circulares para aniones solos o para cationes solos.

PROPIEDADES. Se adaptan bien a ser utilizados en mapas geohidroquímicos. No permiten deducir fácilmente relaciones entre componentes ni dan idea rápida de las variaciones de las características geoquímicas de las aguas. Cada diagrama representa un único análisis de agua.

3.3.4 Diagramas poligonales y radiantes. Diagrama de Stiff modificado

FUNDAMENTO. Consisten en tomar sobre semirrectas convergentes o paralelas segmentos proporcionales a cada ion y unir los extremos dando así un polígono. Sobre cada semirrecta se toma un solo ion o bien un catión y un anión simultáneamente. La forma de la

[48] Si hay gran dispersión en los valores de los radios se puede tomar una escala logarítmica.

figura resultante da idea del tipo de agua. Se prestan bien a comparaciones y a ser utilizados en mapas geohidroquímicos (Custodio, 1966, 1967 b).

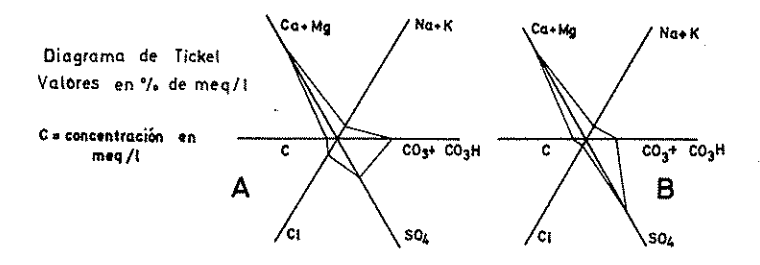
TIPOS. a) *Radiantes:* sobre 4, 6 o 12 semirrectas concurrentes uniformemente espaciadas se colocan valores proporcionales a los meq/l o a los % de los meq/l de cada ion y se unen los extremos formando un polígono estelar. Son poco usados (fig. 10.11).

b) *Poligonales paralelos:* El más conocido es el *diagrama de Stiff* (1951). En este diagrama se tienen cuatro rectas paralelas igualmente espaciadas cortadas por una normal dando así cuatro semirrectas izquierdas (campo de cationes) y cuatro semirrectas derechas (campo de aniones). Sobre cada recta se toma un segmento proporcional a los meq/l del ion correspondiente y se unen los extremos dando un polígono representativo. De arriba abajo se disponen Na + K, Ca, Mg, Fe; Cl, CO_3H, SO_4, CO_3; esta es la disposición de Stiff, para aguas de yacimientos de petróleo. Para aguas subterráneas es mejor utilizar la siguiente disposición utilizando tres o cuatro rectas base (Custodio, 1965)

Na + K, Mg, Ca ; Cl + NO_3, SO_4, CO_3H + CO_3

o bien

K, Na, Mg, Ca ; NO_3, Cl, SO_4, CO_3H + CO_3



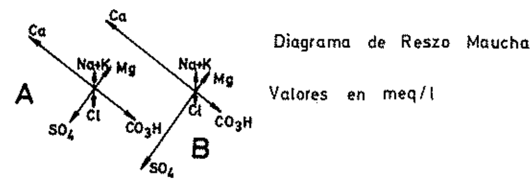


FIGURA 10.11
Dos tipos de diagramas, uno radiante (de Reszo Maucha) y otro poligonal (de Tickel). (Según Hem, 1959 y Schoeller, 1962.)

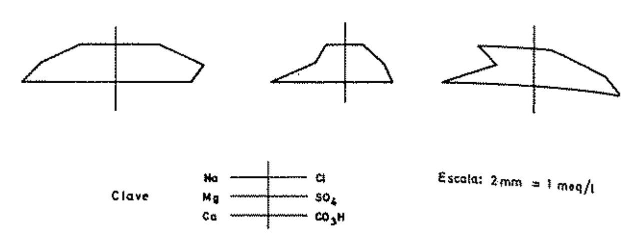


FIGURA 10.12
Diagramas de Stiff modificados. (Según Custodio, 1965.)

disposición que es similar a la empleada en los diagramas columnares de Collins. Estos diagramas se representan en la figura 10.12.

Esta última disposición indicada parece más apta para las aguas subterráneas normales y además permite apreciar rápidamente los valores de las relaciones iónicas con respecto a la unidad y la variación de las relaciones entre cationes o entre aniones; además se adapta muy bien a ser utilizado en mapas geohidroquímicos y las comparaciones se pueden hacer con rapidez (Custodio, 1966 c, 1966 b).

Para aguas muy concentradas o muy diluidas el diagrama es muy alargado y entonces es conveniente reducir o ampliar la escala, indicándolo con un rayado especial del diagrama. El empleo de valores en % de meq/l evita diferencias de tamaño entre figuras, pero no permite apreciar concentraciones absolutas. La adopción de escalas logarítmicas permite representar aguas muy diferentes en contenido salino manteniendo tamaños aceptables pero su uso no es habitual y además se pierde parte de la semejanza.

3.3.5 Diagramas de columnas verticales. Diagrama de columnas verticales logarítmicas de Schoeller-Berkaloff

FUNDAMENTO. Se disponen varias semirrectas verticales paralelas igualmente espaciadas. A cada semirrecta se le asocia un anión o un catión y se representa a partir de un origen (en general a la misma altura para todas las semirrectas) segmentos proporcionales a la concentración en meq/l, ppm o en %. Los diferentes puntos obtenidos se unen dando una línea quebrada. Se pueden representar unos pocos análisis simultáneamente.

TIPOS. a) *Aritméticos simples.* Utilizados generalmente con expresiones en %. Son útiles para aguas de caracteres similares. Resultan algo confusos.

b) *Aritméticos acumulativos.* Utilizados general-

mente con expresiones en % y se diferencian de los anteriores en que cada ion se representa en su correspondiente columna pero a partir de la altura del punto representativo de la columna anterior. El último punto es el 100 %. Son poco usados y algo confusos.

c) *Logarítmicos (diagramas de Schoeller-Berkaloff)*. Las columnas son escalas logarítmicas todas del mismo módulo. Se emplean concentraciones absolutas (no se presentan los problemas de la reducción a %) en meq/l y todas las columnas tienen las potencias de 10 en la misma horizontal, pero para facilitar la representación se aisla una columna con esta graduación y las otras se expresan en ppm, para lo cual basta tener otra escala logarítmica del mismo módulo pero colocada de modo que la división que valga el peso equivalente del ion quede en la misma horizontal que el 1 de la escala de meq/l. Así sin hacer cálculos se puede representar directamente un agua en que los iones vengan dados en meq/l (basta utilizar la escala de meq/l) o en ppm (utilizar la graduación directa de la escala de la columna de cada ion) (fig. 10.13). Si no se dispone de papel impreso adecuado se puede emplear simplemente un papel semilogarítmico normal tomando todas las concentraciones en meq/l.

Se pueden representar tanto aguas diluidas como concentradas en un mismo diagrama. A la escala logarítmica se le puede achacar la desventaja de que las diferencias de concentraciones se acentúan poco.

La ordenación normal de las columnas de iones es de izquierda a derecha: Ca, Mg, Na + K, Cl, SO_4, CO_3H, dejando una o dos columnas al final por si conviene representar alguna característica más como dureza, SiO_2, conductividad, NO_3 etc. A veces puede convenir separar Na y K y se intercala una columna para el K o bien se utiliza el lado derecho para el Na y el izquierdo para el K. Si se utiliza una escala para pH esta debe ser lineal ya que $pH = -\log \langle H^+ \rangle$.

La inclinación de la recta que une los puntos representativos de dos iones mide su relación, que puede determinarse gráficamente con un papel transparente en que se tengan los valores de la relación para cada inclinación. Similarmente se pueden calcular índices de cambios de base.

Sobre estos diagramas se puede estudiar si un agua es o no agresiva a la caliza. Basta colocar una columna en papel transparente entre las columnas de Ca y CO_3H^- con una graduación en pH de equilibrio. Conocido el pH de equilibrio y el pH del agua se puede saber si es o no agresiva.

Con una tabla adicional se puede obtener el pH de equilibrio para diferentes temperaturas y diferentes valores de la fuerza iónica μ[49]. También se puede obtener de forma similar el valor

$$k_r = \sqrt[3]{(r\,CO_3H)^2 \cdot (r\,Ca)} \qquad (r = meq/l)$$

FIGURA 10.13
Diagrama de escalas logarítmicas verticales. (De Schoeller-Berkaloff.)

[49] Véanse los apartados 1.12.2 y 1.12.3 de la sección 4.

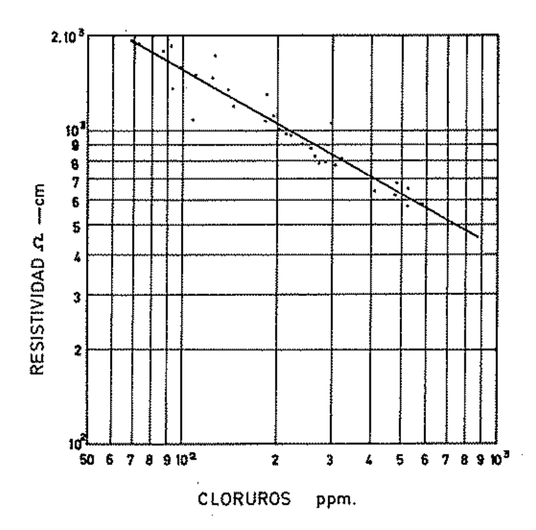


FIGURA 10.14

Relación entre el contenido en cloruros y la resistividad a 18 °C en el agua del río Llobregat en Cornellá (Barcelona). (Datos S.G.A.B.)

La solubilidad del yeso puede estudiarse de modo análogo, sin más que tener una escala adicional en papel transparente.

Estos diagramas se adaptan bien al estudio de zonas reducidas con aguas no demasiado diversificadas[50].

3.3.6 Diagramas bidimensionales de dispersión

En estos diagramas se utilizan las partes positivas de dos ejes coordenados cartesianos. Tienen interés en estudios de análisis repetidos de un mismo punto y en estudios de análisis de aguas semejantes de una misma zona, y sirven para poner de relieve relaciones entre iones.

Así por ejemplo, si se tienen n análisis del agua de un acuífero, puede representarse en abscisas la conductividad y en ordenadas el contenido en cloruros correspondiente. Si los puntos tienden a una recta o una curva sencilla se tiene un modo de obtener el contenido en cloruros a partir de la conductividad (ver figura 10.14). El ajuste se puede hacer, si ello es posible, a «estima» o mucho mejor por los métodos estadísticos de correlación. El método da a veces buenos resultados para aguas de río, pues las variaciones de concentración son notables; para aguas subterráneas muchas veces sólo se obtiene una nebulosa de puntos concentrados en una zona del plano, y ello es debido a las pequeñas variaciones temporales y espaciales de las características de las aguas subterráneas y no a la real inexistencia de una relación; sin embargo, si existen dos o más clases de agua se pueden obtener agrupaciones diferentes que permite identificarlas (Mazor y Mero, 1968, 1969 b).

El mejor uso para aguas subterráneas es representando pares de valores para toda una zona acuífera.

El método puede aplicarse también a determinar los valores de la relación entre iones. Así, una representación, Cl en función de r Na del agua de un río da la relación r Na/r Cl. Si por ejemplo r Cl ≪ Na para cantidades pequeñas en ion Cl^-, puede querer decir que la mineralización es a consecuencia del ataque de silicatos (terrenos graníticos) ya que en ellos el contenido en Cl^- es muy bajo y en cambio el contenido en Na^+ suele ser alto.

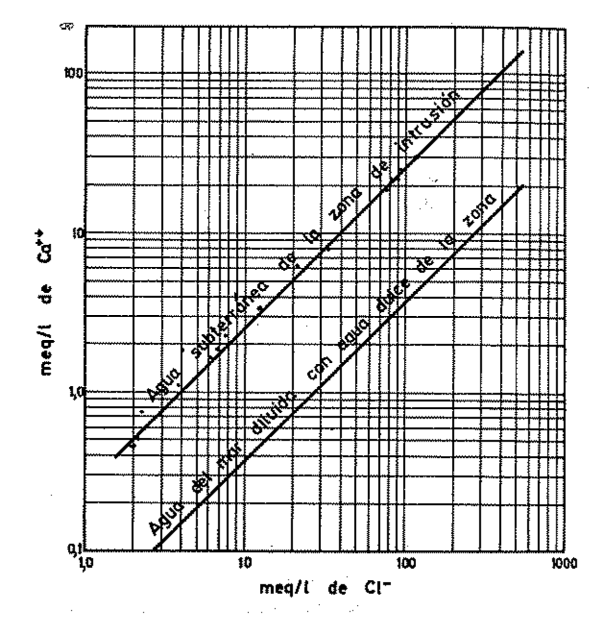


FIGURA 10.15

Comparación entre el contenido en calcio en función del contenido en cloruros del agua subterránea de la zona de intrusión marina en función de la misma relación en mezclas teóricas del agua del mar con el agua dulce no contaminada (r Cl = 0,62, r Ca = 0,49). *Se observa el aumento de la relación* r Ca/r Cl, *que indica enriquecimiento en* Ca *tomado por cambio de bases con el terreno* (Na *por* Ca). *El ejemplo corresponde a un estudio en la isla de Oahu (Hawai). (Según Mink 1960.)*

[50] Un estudio detallado sobre las diversas posibilidades puede consultarse en Schoeller (1962) págs. 324-329.

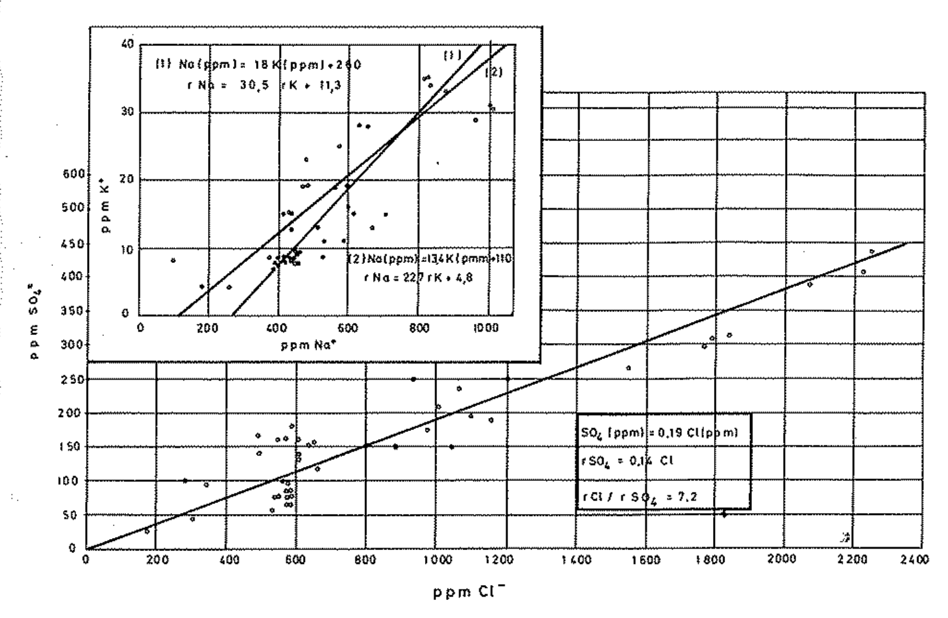


FIGURA 10.15 bis

Relaciones entre SO_4 *y* Cl, *y entre* Na *y* K *para las aguas profundas del macizo basáltico de Famara, Lanzarote, Islas Canarias. (Según Custodio y Sáenz-Oiza, 1972.)*

El diagrama puede ser lineal, o doble logarítmico si las variaciones son de más de dos décadas.

La figura 10.15 es un ejemplo de estudio de la relación Ca/Cl y la figura 10.15 bis muestra la relación entre otros iones en un macizo basáltico. En la figura 10.16 indica mediante un gráfico Cl-Rs la evolución de composición de las aguas subterráneas.

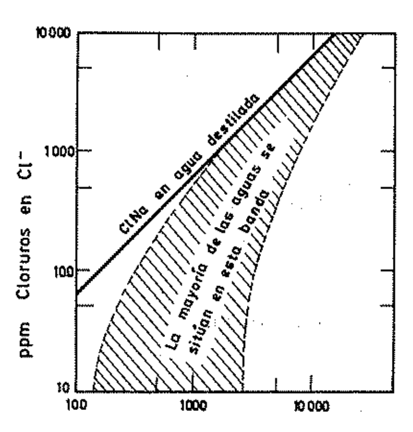


FIGURA 10.16

Gráfico de relación entre características químicas que muestra como las aguas subterráneas tienden a convertirse en una salmuera de ClNa *a medida que su salinidad se incrementa. (Según Davis y De Wiest, 1966.)*

3.4 DIAGRAMAS DE FRECUENCIAS

En el estudio de un gran número de datos químicos es útil, en ocasiones, considerar la frecuencia con que se presentan ciertos valores o relaciones. Así por ejemplo, si se tienen muchos análisis de conductividad o de cloruros correspondientes a los pozos de un acuífero extenso, se calcula la frecuencia o el número de muestras que corresponde a cada valor de la conductividad o cloruros (formando grupos de anchura por ejemplo de 100 μS/cm o 50 ppm) y se representa en función del valor correspondiente. Si se obtiene una distribución en campana bien definida quiere decir que posiblemente todos los análisis responden a aguas de un mismo acuífero; si se obtienen dos o más agrupaciones es que existen otros tantos acuíferos o zonas, y si no resulta ninguna agrupación notable puede significar que se trata de muchos acuíferos diferentes o con características espaciales muy variadas.

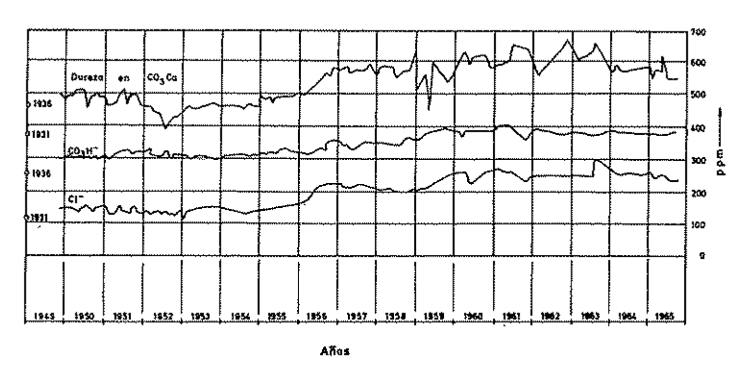


FIGURA 10.17

Hidrograma de la variación de las características químicas de un grupo de pozos en Prat de Llobregat (Barcelona) que explotan el acuífero profundo del delta. Las rápidas variaciones son debidas a que los datos no proceden de un pozo único ya que se está en una zona en que el agua acumulada en el acuífero se sustituye por agua reciente obtenida del río por recarga inducida.

3.5 ANÁLISIS QUÍMICOS REPRESENTADOS EN FUNCIÓN DE VARIABLES NO QUÍMICAS

3.5.1 Hidrogramas

Son gráficos que muestran la variación de una cierta característica en función del tiempo. Es la forma más clara de visualizar las fluctuaciones temporales (ver figura 10.17).

Si se dibujan varias características en el mismo hidrograma, se puede estudiar apreciativamente como influyen unas en otras y fundamentar un estudio de correlación.

Para agua de ríos es interesante por ejemplo, dibujar junto con características químicas las variaciones de caudal. Para aguas de pozo puede ser interesante incluir los niveles piezométricos, la pluviometría, etc.

Con un análisis cuidadoso de un hidrograma (si es suficientemente completo) se pueden deducir tendencias, variaciones estacionales y oscilaciones aplicando los métodos estadísticos usuales para series cronológicas[51].

3.5.2 Curvas de relación de calidad química con otras variables hidrológicas

Se emplean mucho en estudios de calidad química de aguas de río. Por ejemplo, en ordenadas se coloca la conductividad o el contenido en cloruros y en abscisas el caudal. Pueden estudiarse relaciones entre ambas variables si las condiciones geológicas e hidrológicas permiten esperarlas. Es preciso que la característica química y el caudal sean medidas al mismo tiempo, pero es frecuente que el caudal sea la media diaria o un valor medido a una hora diferente a la toma de muestra y entonces se tienen dispersiones mayores. En aguas subterráneas tienen utilidad para determinar la composición química del caudal de base de un río y de la escorrentía superficial y así establecer una separación de componentes del hidrograma (ver apartado 2.11.3).

3.5.3 Perfiles geoquímicos

Si se toman muestras de agua a lo largo de una línea y se representan los valores de las características químicas en función de la distancia se tiene un perfil hidrogeoquímico.

Estos perfiles en general son de dos tipos: horizontales y verticales.

Los más usuales son los verticales que permiten estudiar y resaltar la estratificación de las aguas subterráneas. Estos perfiles pueden establecerse a lo largo del corte de un pozo[52] o en una sección del acuífero mediante datos puntuales, o bien mediante curvas de igual contenido en sales o en otra característica química[53].

3.6 MAPAS HIDROGEOQUÍMICOS

Estos mapas consisten en colocar sobre un plano de la región unas cifras, símbolo o figura que representen la composición química del agua en cada pozo o manantial del que se tengan datos.

Las cifras a utilizar pueden ser la concentración de algún o algunos iones, el residuo seco, la conductividad, alguna relación, o alguna designación de la clasificación geoquímica del agua (ver apartado 3.8).

Otras veces se puede asociar a cada punto analizado un diagrama entre los cuales los más adecuados son los de Collins, los de Stiff y los circulares, siendo los más útiles los de Stiff (Custodio, 1965).

Cada uno de estos mapas precisa cierta atención para tratar de obtener la información que contienen. A veces es posible deducir la existencia de uno o varios niveles acuíferos, ciertas condiciones geológicas, las zonas de recarga, etc.

[51] Sección 3, apartado A.3.1.2.5.

[52] Véase la figura 13.A.1 de la sección 13 y los comentarios del apartado A.1.2 de la misma.

[53] Véanse las figuras 13.16 y 13.A.6 de la sección 13.

Si se representan puntos de agua de un mismo nivel acuífero y el número de puntos es suficiente, se pueden trazar isolíneas que dan una idea muy clara de las condiciones geohidroquímicas del acuífero en cuestión.

Suelen ser muy indicativas las curvas de igual conductividad; también pueden representarse curvas de igual contenido en cloruros o sulfatos. Las curvas de igual contenido en nitratos pueden a veces delatar zonas de contaminación por aguas superficiales o por vertidos o por pozos negros. En ocasiones pueden ser indicativas las curvas de igual contenido en bicarbonato, de igual k_r o de igual dureza. También son de utilidad los mapas de igual valor de algunas relaciones como

r Mg/r Ca, r Cl/r CO_3H^-, icb, etc.

El estudio detallado de cada caso lleva a la elección de las características y relaciones apropiadas.

Las figuras 10.18 a 10.20 son algunos ejemplos simples y la figura 10.27 muestra un mapa con diagrama de Stiff.

Pueden encontrarse mapas mucho más complejos en los que se indican múltiples características. En los planos hidrogeológicos es relativamente usual representar los aspectos químicos en planos laterales para no complicar el plano general. En mapas no especializados se representa generalmente el residuo seco, cloruros, dureza o combinaciones similares. En planos agrícolas se da también el valor SAR y la clasificación correspondiente (ver capítulo 18.1 y el apartado 3.8.2 del presente capítulo).

Para mapas hidrogeológicos con datos químicos incluidos o en mapas laterales, la UNESCO (1963) propone que las líneas de igual contenido en cloruro sean de color violeta y que las líneas de igual profundidad de interfase en zonas de intrusión marina[54] se representen mediante trazos dobles de color violeta.

3.7 EMPLEO DE LOS DIAGRAMAS Y GRÁFICOS

En cualquier estudio hidrogeoquímico conviene en gran manera visualizar los datos químicos, ya que así se ponen rápidamente de relieve posibles relaciones de interés y se aprecia mejor la técnica de estudio a seguir. Las herramientas a utilizar varían de un caso a otro.

Si se dispone de datos temporales, conviene construir un hidrograma, a ser posible acompañado de otro de variaciones de nivel, caudal, etc.

Si se dispone de abundantes datos de una región se deben efectuar agrupaciones por acuíferos y supuestas unidades, hasta el límite que permita el conocimiento hidrológico del sistema, marcando los datos que ofrezcan duda de ubicación a fin de tratar de esclarecerlos con posterioridad. No debe desecharse la posibilidad de errores de análisis, transcripción o localización y por ello deben analizarse con cuidado anomalías y singularidades producidas por un único dato. Con los datos disponibles se pueden construir planos geohidroquímicos (ver por ejemplo Custodio, 1966, 1966 b, 1966 c, 1968, 1968 b) y si se teme que existan varios tipos de agua distribuidos en varios acuíferos, recurrir a diagramas bidimensionales de dispersión (Mazor y Mero, 1969, 1969 b). En este aspecto son también de gran utilidad los diagramas triangulares de Piper (el más empleado) y de Durov (ver los ejemplos siguientes y Custodio 1965, 1968, 1970).

En la comparación de análisis son de gran utilidad, los diagramas triangulares y los de escalas verticales logarítmicas de Schoeller (ver ejemplos siguientes y Custodio, 1965, 1966 b, 1968).

Los diagramas de Stiff caracterizan bien una serie histórica (Custodio, 1965, 1966 b, 1968) y se adaptan muy bien a planos, dando una rápida idea de las características químicas y de los diferentes tipos de agua (Custodio, 1966, 1968, 1968 b), aunque requieren un mínimo de atención.

Cuando se han de manejar gran número de análisis puede procederse al tratamiento de los datos con calculador, no sólo para comprobar y calcular, sino para llegar a dibujar diagramas (McNellis y Morgan, 1965; Derec y Louvrier, 1973).

En trabajos más avanzados se pueden emplear técnicas estadísticas de correlación y análisis factorial (Cazes, Solety y Vuillaume, 1970) o técnicas de «krikeage», desarrolladas para la prospección minera, o tests estadísticos de diferentes tipos (Cavrishin, 1970).

Ejemplo 1

En un detallado estudio hidrogeoquímico del delta del río Llobregat (Barcelona) se ha encontrado que la porción central del acuífero profundo contiene aguas procedentes de la infiltración del río en el valle bajo del mismo en épocas anteriores a la industrialización de su cuenca (Custodio 1966, 1966 b, 1968, 1968 b). En la figura 10.18, se representan en forma simplificada las variaciones del contenido en cloruros, en la 10.19 las variaciones en el coeficiente de desequilibrio entre cloruros y alcalinos o índice de cambio de bases (icb) y en la 10.20 la variación de la relación r Mg/r Ca. Del estudio de los diferentes mapas se deduce que estas aguas han sufrido modificaciones por cambio de bases en los sedimentos pliocenos de origen marino de las zonas late-

[54] Véase el capítulo 13.1.

FIGURA 10.18

Mapa de contenido en cloruros en el acuífero profundo del delta y libre del valle bajo del río Llobregat. Los bordes son materiales impermeables a efectos prácticos. (Según Custodio, 1966.)

FIGURA 10.19

Mapa de zonas de índice de cambio de bases (icb) en el acuífero profundo del delta y libre del valle bajo del río Llobregat. Los bordes son materiales impermeables a efectos prácticos. (Según Custodio 1966.)

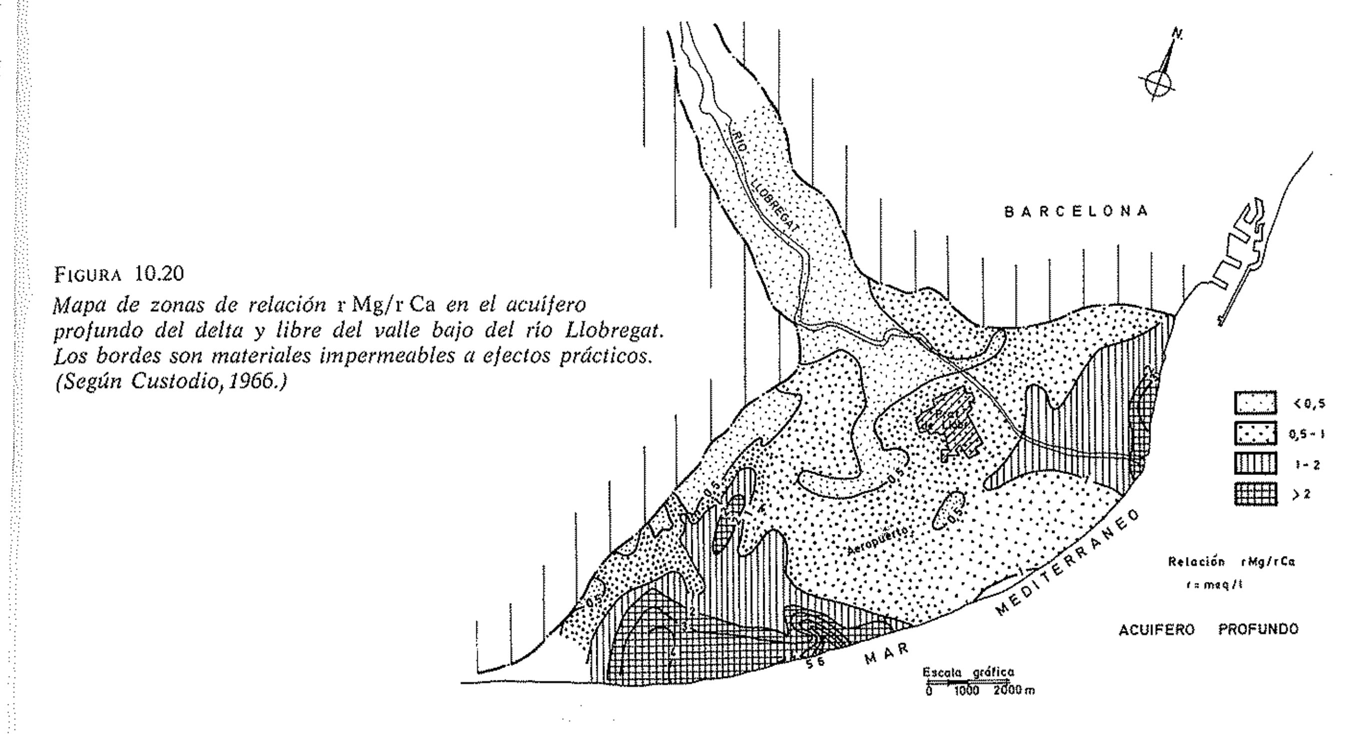


FIGURA 10.20
Mapa de zonas de relación r Mg/r Ca *en el acuífero profundo del delta y libre del valle bajo del río Llobregat. Los bordes son materiales impermeables a efectos prácticos. (Según Custodio, 1966.)*

rales, por reducción de sulfatos en la zona central próxima al mar en los niveles organógenos y turbosos allí existentes, por inicio de intrusión marina[55] y también por infiltración inducida en las áreas laterales de agua del acuífero superficial que está afectado por la contaminación salina del río y por un regadío intensivo.

En la figura 10.21 se indica la situación de tres líneas de pozos del acuífero profundo cuyos diagramas triangulares y logarítmicos se indican en las figuras 10.22 y 10.23.

En el diagrama logarítmico se puede apreciar que la muestra 1 del perfil E muestra una reducción de sulfatos, aunque sin un aumento paralelo de los bicarbonatos; su relación r Mg/r Ca es mayor que la de las otras muestras; como el contenido en Mg^{++} apenas ha variado puede ser que se haya precipitado CO_3Ca, siendo esa la causa de no haber incremento de CO_3H^-. Las muestras 1 y 2 del perfil E muestran un inicio de evolución hacia el agua marina. En lo que respecta a la línea F, la muestra 9 refleja un inicio de contaminación marina y una disminución de la relación r Mg/r Ca, quizás por cambio de bases, ya que el aporte de agua marina no puede haber modificado tanto la relación; en el conjunto se aprecian dos subgrupos de aguas, el formado por las muestras 5, 6, 7 y 8 y el formado por las 2, 3 y 4, lo que puede interpretarse como que el segundo grupo ya muestra influencia de la recarga del río en épocas posteriores a su industrialización; el río está caracterizado por la muestra 10 del perfil E ya que este pozo recibe una aportación rápida del agua fluvial. En las muestras del perfil G aparece la muestra 7 como algo anómala con un fuerte incremento de la relación r Mg/r Ca y una disminución de la r Na/r Cl sin casi alterar el contenido en Cl lo que indica un ablandamiento por cambio de bases.

En los diagramas triangulares de Piper de la figura 10.22, pueden hacerse similares constataciones. Para la línea E puede apreciarse la agrupación de todas las muestras menos las 1 y 2 que muestran un acercamiento al agua del mar; en el campo de aniones estos puntos se han desplazado mucho de la línea de mezcla, en el sentido de una reducción de sulfatos. Para la línea F se puede apreciar que todas las muestras se agrupan excepto la muestra 9 que marca una evolución desviada hacia el agua marina que sólo aparece clara en el campo de cationes; se ha producido una disminución del porcentaje de alcalinotérreos (ver el diagrama romboidal) que no aparece en el campo de cationes ya que el cambio $Ca^{++} + Mg^{++}$ por Na^+ puede desviar poco de la línea teórica de mezcla dibujada en el mismo. En el campo de aniones la desviación es pequeña indicando una ligera tendencia a la reducción de sulfatos. Puede apreciarse también la formación de los subgrupos 5, 6, 7 y 8, y el 2, 3 y 4, aunque la muestra 7 tiene caracteres intermedios. Se ve como el segundo subgrupo se asemeja al de la muestra 10 del perfil E. Para la línea G se puede apreciar una mayor dispersión sin desviaciones de la tónica general pero no se aprecia un caracter especial para la muestra 7.

[55] Véase el capítulo 13.1.

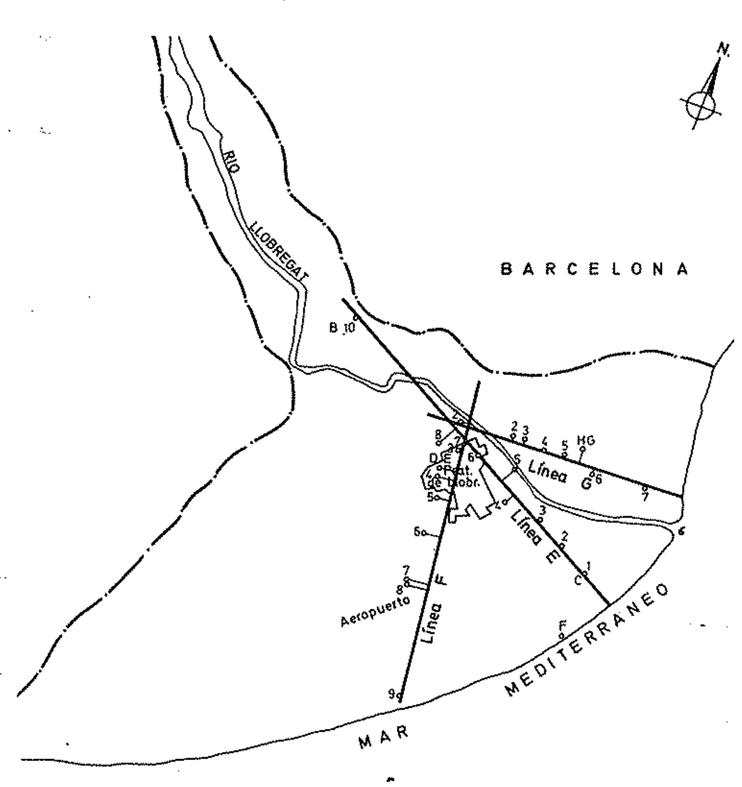


FIGURA 10.21
Plano de situación de puntos de muestreo en el delta del río Llobregat.

FIGURA 10.22
Diagramas triangulares de análisis de aguas subterráneas del delta del río Llobregat de los puntos señalados en la figura 10.21.

LINEA F signo •				
Nº	INDICE			CLAVE
1	420	8	126	Sondeo D-5b
2	420	8	10	Ayuntamiento Prat
3	420	4	5	Seda
4	448	4	18	Schoellar Ibérica
5	448	4	122	Ca'n Peixu
6	448	4	70	Ca'n Natros
7	448	4	86	Aeropuerto Nuevo
8	448	4	25	Torre Control
9	448	4	15	Golf Nuevo Aviación

LINEA E signo o				
Nº	INDICE			CLAVE
1	448	4	131	Ca'n Malet
2	448	4	33	Ca'n Bichot
4	448	4	152	Ca'n Bunic
5	448	4	1	Ciat. Papelera
6	420	8	87	Papelera Esp.
7	446	4	5	Seda
8	420	8	135	Ca'n Bau
10	420	8	109	S.G.A.B.

LINEA G, signo ×				
Nº	INDICE			CLAVE
1	420	8	10	Ayuntamiento Prat
2	420	8	2	Productos Electrolíticos
3	420	8	5	Colorantes Plomo
4	448	4	100	Ca'n Puig
5	448	4	102	Ca'n Manuel
6	448	4	115	Ca'n Patico
7	448	4	111	Torre de l'Illa

% r (SO₄⁼ + Cl⁻) — % r (Ca⁺⁺ + Mg⁺⁺) — % r (Na⁺ + K⁺) — % r (A = (CO₃H⁻ + CO₃⁼)) — % r Mg⁺⁺ — % r SO₄⁼ — % r Ca — % r Cl⁻ — r Ca⁺⁺ — r(Na⁺K⁺) — r A — r Cl

LINEA E				
Nº	INDICE			CLAVE
1	448	4	131	Ca'n Malet
2	448	4	33	Ca'n Bichot
4	448	4	152	Ca'n Bunic
5	448	4	1	Cial. Papelera
6	420	8	67	Papelera Esp.
7	420	4	5	Seda
8	420	8	135	Ca'n Bou
10	420	8	109	S.G.A.B.

LINEA F				
Nº	INDICE			CLAVE
2	420	8	10	Ayuntamiento Prat
3	420	4	5	Seda
4	448	4	18	Schoeller Ibérica
5	448	4	122	Ca'n Paixu
6	448	4	70	Ca'n Natros
7	448	4	86	Aeropuerto Nuevo
8	448	4	25	Torre
9	448	4	15	Golf Nuevo Aviación

LINEA G				
Nº	INDICE			CLAVE
1	420	8	10	Ayuntamiento Prat
2	420	8	2	Productos Electrolíticos
3	420	8	5	Colorantes Plomo
4	448	4	100	Ca'n Puig
5	448	4	102	Ca'n Manual
6	448	4	115	Ca'n Patico
7	448	4	111	Torre de l'Illa

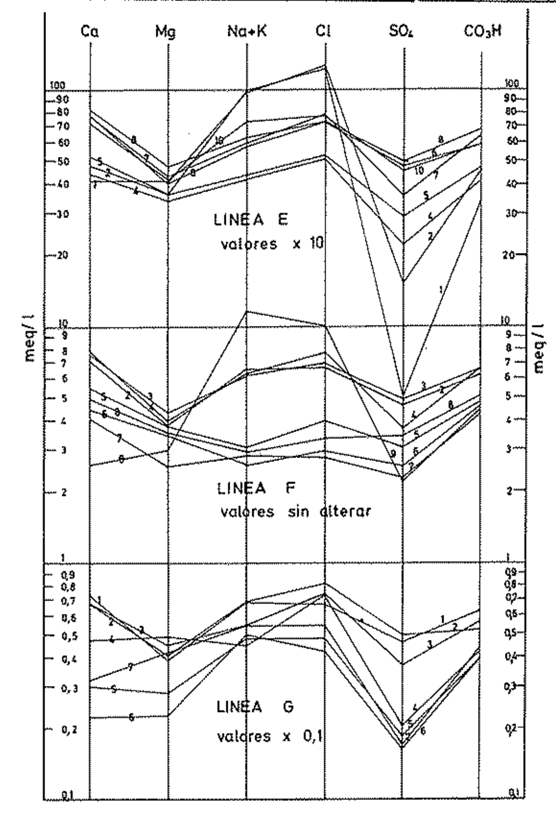


FIGURA 10.23

Diagramas logarítmicos de análisis de aguas subterráneas del delta del río Llobregat de los puntos señalados en la figura 10.21. Para evitar complicar demasiado la figura, los diagramas correspondientes a la línea E se han trasladado a la década superior y los correspondientes a la línea G a la década inferior.

Ejemplo 2

Con relación al acuífero profundo del delta del río Llobregat (ver ejemplo 1) se toma como análisis característico del agua antigua el A (n.º 6 de la línea F) y como análisis característico del agua nueva el B (n.º 10 de la línea E). Comentar las relaciones de las aguas representadas por los análisis de la tabla 10.1, cuya situación se indica en la figura 10.21 con las aguas A y B y la del mar.

En las figuras 10.24 y 10.25 se han representado los diagramas triangulares y logarítmicos correspondientes a esas aguas. En los diagramas triangulares se aprecia que en realidad los análisis básicos A y B son similares, como es de esperar, ya que el agua B es el agua A alterada principalmente por contaminación de vertidos de industrias derivadas de la minería potásica existente en el Llobregat medio, eso explica la aproximada alineación con el agua del mar; algo similar se aprecia en el diagrama logarítmico. El agua A contiene 0,36 ppm de Fe, lo que delata la existencia de un ambiente algo reductor. La tensión de CO_2 del agua B es mayor que la del agua A como lo muestra su mayor valor de k_r.

El agua C aparece como una mezcla de A con agua marina en la proporción (ver el apartado 2.11.5):

$$439{,}7 = 106{,}4\,(1 - x) + 21\,743\,x$$

$$x = 0{,}01540$$

o sea un 1,540 % de agua marina.

Sin embargo en el diagrama de aniones del gráfico triangular aparece muy desplazado de la línea de mezcla que se debería haber producido en un punto C′ tal que (ver apartado 3.3.2)

$$\frac{1 - 0{,}01540}{0{,}01540} = \frac{IC'}{(AI - IC')} \cdot \frac{21\,743}{106{,}4}$$

y como AI vale en el dibujo original 52 mm será

IC′ = 12,4 mm también en el dibujo original que permite representar C′

TABLA 10.1 *Análisis de aguas de pozos del delta del río Llobregat. Corresponde al ejemplo 2*

	A		B		C	
Muestra	448-4-70 Ca'l Natros		420-8-109 Pozo 9 Raison		420-4-131 Ca'l Malet	
Profundidad m	60		40		60	
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
CO_3H	4,46	44,6	6,04	33,0	3,64	22,0
SO_4	2,54	25,3	4,56	24,8	0,54	3,2
$Cl + NO_3$	3,03	30,1	7,75	42,2	12,40	74,8
Total	10,03	100,0	18,35	100,0	16,58	100,0
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
Na + K	2,68	25,2	7,13	38,2	9,29	53,3
Ca	4,48	42,1	7,40	39,5	4,12	23,7
Mg	3,49	32,7	4,19	22,3	4,00	23,0
Total	10,65	100,0	18,72	100,0	17,41	100,0
Conductividad a 18 °C, μS/cm	701		1496		1515	
ppm Cl	106,4		269,5		439,7	
ppm Fe	0,36		0,01		7,8	
r Mg/r Ca	0,77		0,57		0,97	
$r SO_4/r Cl$	0,84		0,60		0,0435	
$r Cl/r CO_3H$	0,60		1,26		3,41	
r Na/r K	9,72		38,5		30,9	
icb	+ 0,10		+ 0,06		+ 0,25	
k_r	4,40		6,47		3,78	
$ppm NO_3$	1,75		9,57		0,0	
$ppm SiO_2$	4,00		10,0		8,0	

	D		E		F	
Muestra	Superficial C-5-a		C-5-b		A'-8-b	
Profundidad m	5 a 13		43 a 54,5		60	
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
CO_3H	7,48	28,6	4,94	25,6	3,34	3,5
SO_4	7,23	27,7	5,44	28,2	5,32	5,1
$Cl + NO_3$	11,33	43,7	8,86	46,2	95,58	91,4
Total	26,04	100,0	19,24	100,0	104,24	100,0
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
Na + K	10,87	40,8	7,70	39,8	51,28	47,5
Ca	8,80	33,1	6,82	35,2	30,40	28,1
Mg	6,92	26,1	4,84	25,0	26,40	24,4
Total	26,59	100,0	19,36	100,0	108,08	100,0
Conductividad a 18 °C, μS/cm	2040		1566		8091	
ppm Cl	401,1		312,4		3389,4	
ppm Fe	< 0,1		< 0,1		—	
r Mg/r Ca	0,79		0,71		0,87	
$r SO_4/r Cl$	0,64		0,62		0,565	
$r Cl/r CO_3H$	1,54		1,78		28,6	
r Na/r K	19,2		38,1		59,6	
icb	+ 0,041		+ 0,116		+ 0,464	
k_r	7,9		5,5		7,0	
$ppm NO_3$	1,35		3,65		0,50	
$ppm SiO_2$	9,0		9,0		13	

	G		H		I	
Muestra	C-7-c		C-7-d		Mar en Barcelona	
Profundidad m	51 a 52		56,5 a 57,5		10	
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
CO_3H	5,68	65,4	3,80	33,6	2,84	0,4
SO_4	0,60	6,9	2,96	26,1	68,27	10,0
$Cl + NO_3$	2,41	27,7	4,56	40,3	613,23	89,6
Total	8,69	100,0	11,32	100,0	684,54	100,0
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
Na + K	4,53	51,4	6,13	55,3	525,85	78,6
Ca	2,06	23,4	2,24	20,6	26,78	4,0
Mg	2,22	25,2	2,68	24,1	116,60	17,4
Total	8,81	100,0	11,05	100,0	669,23	100,0
Conductividad a 18 °C, μS/cm	688		908		44 031	
ppm Cl	85,2		161,5		21 743	
ppm Fe	—		—		0,0	
r Mg/r Ca	1,08		1,20		4,36	
$r SO_4/r Cl$	0,25		0,65		0,111	
$r Cl/r CO_3H$	0,42		1,20		21,6	
r Na/r K	9,14		11,7		40,0	
icb	− 0,338		− 0,27		+ 0,164	
k_r	0,04		3,19		6,0	
$ppm NO_3$	0,32		0,98		3,7	
$ppm SiO_2$	9		9		0,0	

El paso de C a C' indica un cambio de $SO_4^{=}$ por CO_3H^- o sea una reducción de sulfatos como se constata por el bajo contenido en el mismo en el agua C y por la gran reducción en la relación $r SO_4/r Cl$. La disminución de la relación r Na/r K puede significar una desaparición de Na^+ por intercambio con Ca^{++} y Mg^{++} que no aparece reflejado directamente en el gráfico triangular por moverse el punto representativo aproximadamente sobre la línea teórica de mezcla, pero que se aprecia por la variación del valor r Mg/r Ca tanto directamente por cálculo del índice como en la observación del diagrama logarítmico. El aumento del valor icb, también apoya esta deducción.

El cálculo de la posición del punto C' en el diagrama de cationes sería

$$\frac{1 - 0{,}01540}{0{,}01540} = \frac{IC'}{(AI - IC')} \cdot \frac{21\,743}{106{,}4}$$

Como AI = 47,5 mm resulta:

IC' = 11,3 mm

El desplazamiento de C respecto a C' hace pensar en ese cambio de bases.

La comparación del análisis de mezcla teórica con el de mezcla real conduce a:

Valores en meq/l

	Mezcla teórica	Real	Diferencia
CO_3H	4,43	3,64	+0,79
SO_4	3,55	0,54	+3,01
$Cl + NO_3$	12,42	12,40	+0,02
Total	20,40	16,58	+3,82
Na + K	10,74	9,29	+1,45
Ca	4,82	4,12	+0,70
Mg	5,23	4,00	+1,23
Total	20,79	17,41	+3,38

El aumento sistemático de concentración en la mezcla teórica indica que muy probablemente se ha superpuesto una notable precipitación de CO_3Ca como podía ya esperarse por la disminución de k_r. Esta precipitación sería del orden de 1/2 (3,82 + 3,38) = 3,60 meq/l. Deben haber desaparecido 3,60 meq/l de Ca^{++}; como sólo faltan 0,70 meq/l, probablemente se ha producido una cesión de Ca^{++} a cambio de Mg^{++} por cambio de bases, a fin de intentar mantener la relación inicial r Mg/r Ca.

El agua D, que pertenece a otro acuífero, aparece similar a la B en el diagrama logarítmico pero queda bien diferenciada en el diagrama triangular. El agua E es más similar aunque tiene características intermedias entre la B y la D, lo que no es de extrañar porque la recarga del acuífero profundo en esa zona se produce simultáneamente por infiltración del río en el valle bajo y transmisión horizontal y también por infiltración vertical del agua del acuífero superficial. La revisión de los diversos índices dados en la tabla 10.1, también muestra la similitud de las aguas D y E y la transición hacia la B.

En el diagrama logarítmico aparece que el agua F no sólo sufre una fuerte salinización sino que existe un fuerte aumento de icb (ver también los índices) señal de una cesión de $Na^+ + K^+$ por Ca^{++} y Mg^{++} del terreno, lo que indica una intrusión marina en progreso. En los diagramas triangulares, en el campo de aniones, aparece como próximo al agua del mar pero desplazada, como si hubiese habido una pequeña reducción de sulfatos; en el campo de cationes aparece como mezcla de A e I, pero su posición muy alejada de

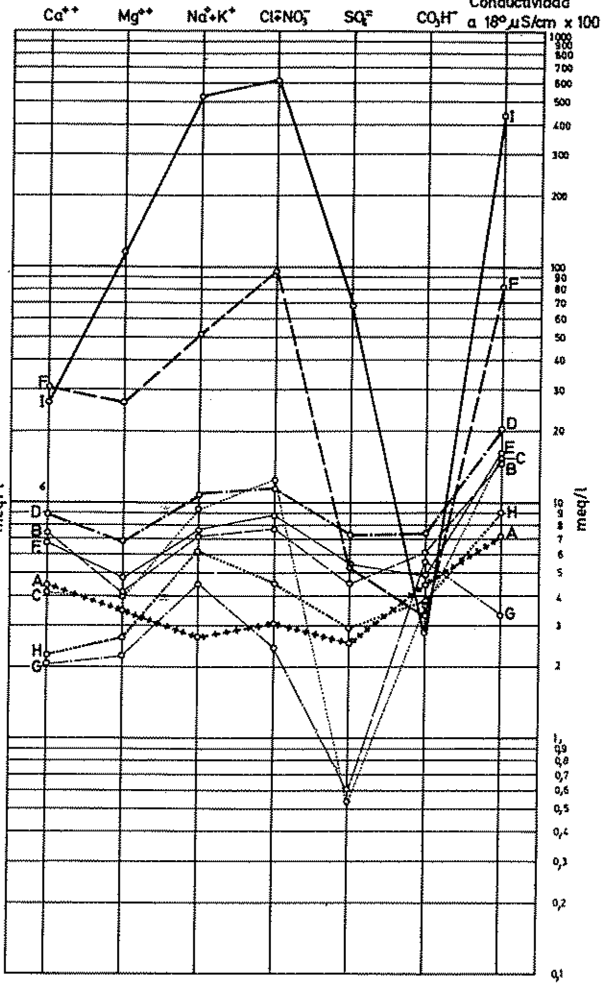


FIGURA 10.25

Diagramas de columnas verticales logarítmicas de los análisis de aguas subterráneas del ejemplo 2.

FIGURA 10.24

Diagrama triangular de los análisis de aguas subterráneas del ejemplo 2.

TABLA. 10.2 *Análisis químicos de aguas de pozos de los alrededores de Hospitalet del Infante. Corresponde al ejemplo 3*

	1		2		3		4		5		6		7		8	
Muestra	498-2-1		472-6-16		498-2-9		Colonización		Cadaloques 2 bis		Mar		Colonia		Colonia	
Profundidad metros	15		20		10		69		110		5		50		220	
Aniones	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
CO_3H	3,36	46,5	4,52	30,4	4,68	13,1	4,38	15,4	4,59	81,8	2,68	0,4	3,92	34,1	1,92	0,7
SO_4	3,18	44,0	3,38	22,7	6,02	16,9	5,40	19,1	0,30	5,3	60,60	9,1	3,16	27,5	26,38	10,4
$Cl + NO_3$	0,68	9,5	6,95	46,9	25,04	70,0	18,55	65,5	0,73	12,9	594,00	90,5	4,41	38,4	224,28	88,9
Suma	7,22	100,0	14,85	100,0	35,74	100,0	28,33	100,0	5,62	100,0	657,28	100,0	11,49	100,0	252,58	100,0
Cationes	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
Na + K	0,90	12,0	5,19	36,0	22,09	60,8	15,09	55,0	0,42	7,3	521,80	78,7	3,14	27,4	186,58	74,8
Ca	4,64	61,6	5,26	36,6	7,76	21,4	6,46	23,6	3,04	52,9	22,50	3,4	4,59	40,3	16,40	6,5
Mg	1,98	26,4	3,92	27,4	6,48	17,8	5,88	21,4	2,28	39,8	119,00	17,9	3,70	32,3	46,60	18,7
Suma	7,52	100,0	14,37	100,0	36,33	100,0	27,43	100,0	5,74	100,0	663,30	100,0	11,43	100,0	249,58	100,0
Conductividad μS/cm a 18 °C	522,4		1115,1		2854,5		2905		432		47 500		1026		22 365	
Cloruros ppm	23,1		245,0		887,5		656,7		24,8		21 050		152,6		7952	

I indica más bien el cambio de bases enunciado, que queda bien reflejado por la anomalía en el campo romboidal. El elevado valor del índice $r\,Cl/r\,CO_3H$ es indicio de la mencionada contaminación por agua del mar.

El agua G, que pertenece a un nivel intermedio entre el acuífero superficial y el profundo del delta presenta características diferentes a las A y B, pero que podrían relacionarse con ellas si se admitiese una reducción de sulfatos simple; sin embargo no es posible tal fenómeno puesto que en el campo de cationes del gráfico triangular G aparece como mezcla de A e I y esto no es posible ya que G es menos salina que A.

El agua H puede pertenecer al grupo A, pero presenta un índice icb claramente negativo, que también aparece en el gráfico logarítmico. Si existe tal relación debe haber un ablandamiento por cambio iónico que estaría acompañado por una precipitación de CO_3Ca de acuerdo con el menor valor k_r y el aumento de $r\,Mg/r\,Ca$.

Ejemplo 3

Se dan los análisis de la tabla 10.2 correspondientes a la zona Hospitalet del Infante (ver figuras 10.26 y 10.27) junto con un análisis del agua dulce del macizo calcáreo cercano (pozo Cadaloques 2 bis) y un análisis del agua del mar en la zona. Determinar a) el % de mezcla de agua dulce (pozo 498-2-1) y agua del mar que existe en las aguas de los pozos 472-6-16 y 498-2-9. b) si el agua del pozo Colonización pertenece al mismo grupo geoquímico. c) Si existe relación probable entre las aguas de la zona y las del pozo Cadaloques 2 bis y las del sondeo profundo «Colonia» (Hospitalet del Infante).

Si x es la fracción de agua marina en el agua 472-6-16 se debe cumplir

$$245,0 = 23,1\,(1 - x) + 21\,050 \cdot x$$

x = 0,01055 o sea 1,055 % de agua del mar

Similarmente para el agua 498-2-9 se debe cumplir

$$887,5 = 23,1\,(1 - x) + 21\,050 \cdot x$$

x = 0,0411 o sea 4,11 % de agua del mar

Dado que en el diagrama triangular de la figura 10.28, los puntos representativos de las aguas de los pozos 498-2-1, 472-6-16 y 498-2-9 y la del mar están casi sobre una misma recta en cualquiera de los campos puede admitirse en primera aproximación que se trata de una mezcla simple. Para el análisis 472-6-16 puede escribirse y calcularse la mezcla teórica.

Mezcla teórica =
= (valor de 498-2-1) · (1 − x) + (valor mar) · x

Valores en meq/l

Ion	Valor calculado de mezcla	Valor real	Diferencia
CO_3H	3,35	4,52	−1,17
SO_4	3,78	3,38	+0,40
$Cl + NO_3$	6,93	6,95	−0,02
Suma	14,06	14,85	−0,79
Na + K	6,39	5,19	+1,20
Ca	4,83	5,26	−0,43
Mg	3,21	3,92	−0,71
Suma	14,43	14,37	+0,06

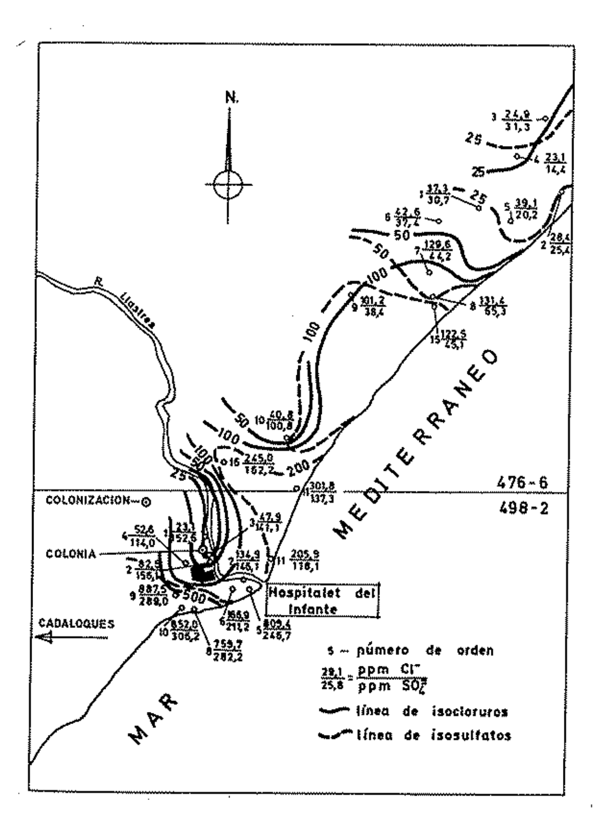


FIGURA 10.26

Líneas de igual contenido en cloruros y sulfatos en los alrededores de Hospitalet del Infante (Tarragona). (Según Custodio, 1968.)

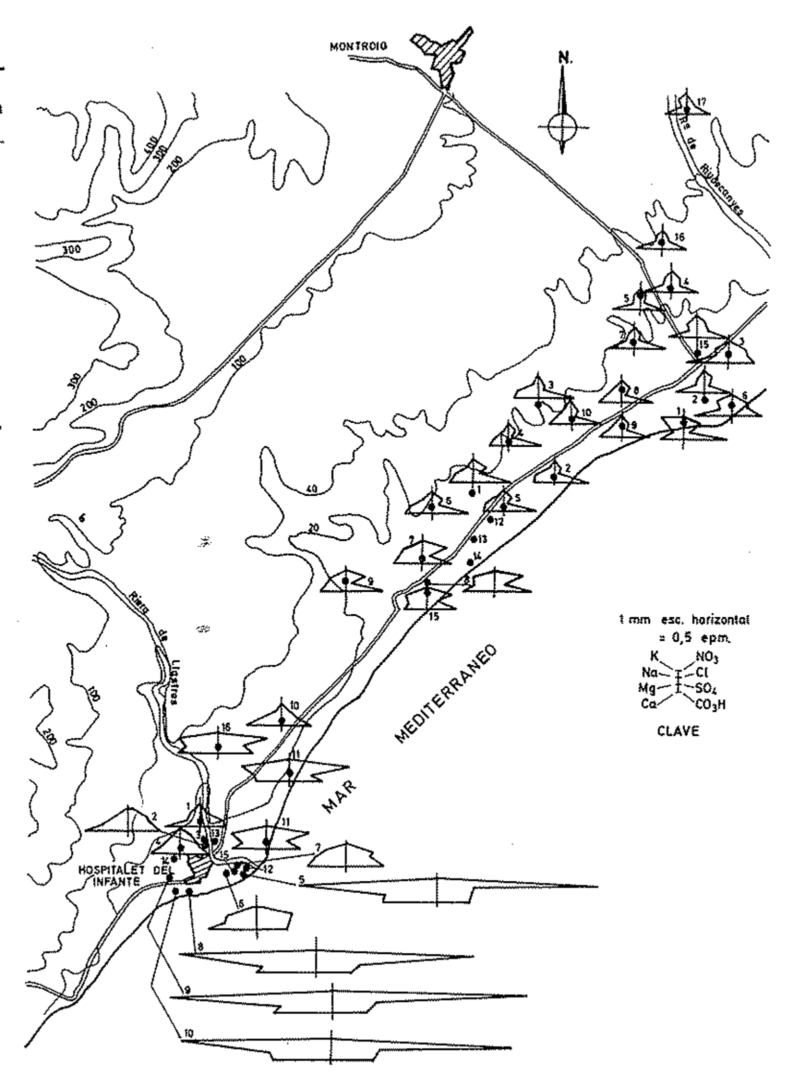


FIGURA 10.27

Mapa hidrogeoquímico de la porción Sur del Campo de Tarragona (Hospitalet-Montroig) con diagramas poligonales de Stiff.

Dentro de los errores acumulados en el cálculo y los errores analíticos se observa que en el agua real existe un aumento de CO_3H^- y una disminución de $SO_4^=$; aunque no es claro puede ser un efecto de disolución de carbonato cálcico y quizás una reducción muy ligera de sulfatos. Existe también un aumento de alcalinotérreos y una disminución de alcalinos aproximadamente equivalente; aunque las variacio-

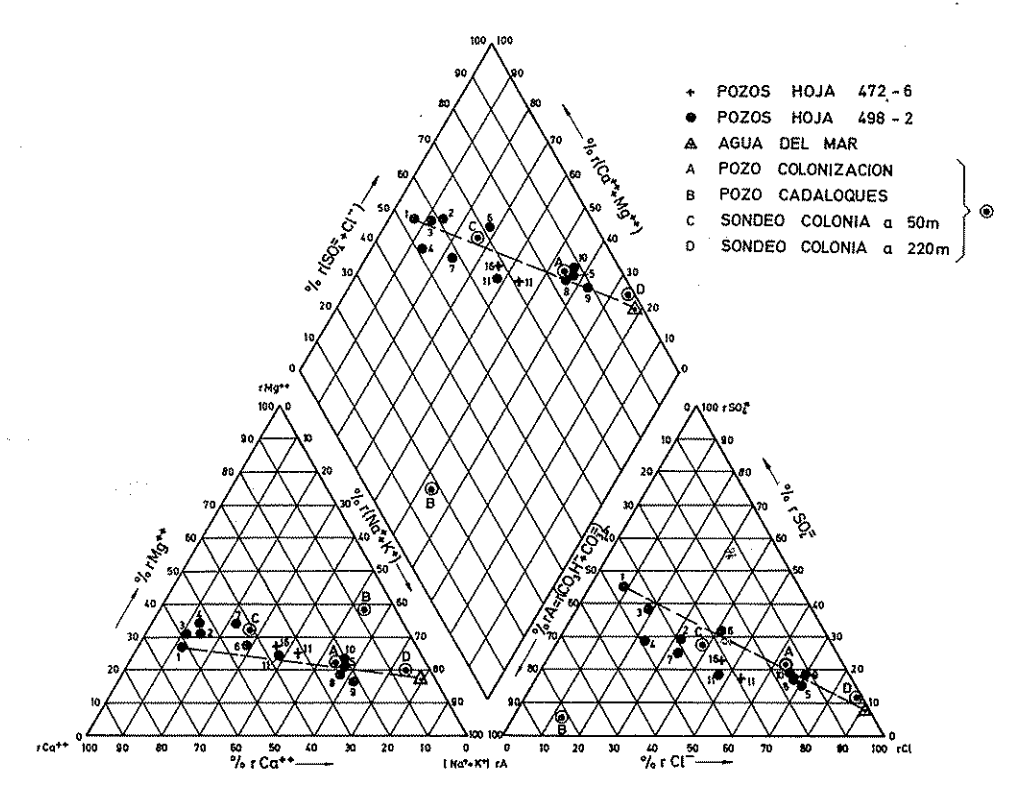


FIGURA 10.28

Diagramas triangulares de análisis de aguas subterráneas del ejemplo 3.

nes son pequeñas, puede pensarse en un ablandamiento del agua, lo que no es probable porque en la realidad se trata preferentemente de un fenómeno de intrusión marina; sin embargo puede admitirse que puede tratarse de un período de retroceso del frente de intrusión por ser una época húmeda. Si hubiese habido aumento de CO_3H por disolución de CO_3Ca, no se anularía este razonamiento.

Dado el pequeño desplazamiento del punto representativo en los diagramas triangulares del análisis real respecto al del valor mezcla, no es prudente efectuar hipótesis con esa base.

En el diagrama triangular (fig. 10.28) y también en el de columnas logarítmicas (fig. 10.29) se ve que el agua del pozo Colonización corresponde al mismo grupo que las de la zona.

El agua del pozo Cadaloques 2 bis no pertenece a este grupo como se aprecia en las figuras 10.28 y 10.29. Por la posición en el campo de cationes de la figura 10.28 podría pensarse que entre ella y la del pozo Colonización existe una relación de cambio de bases entre Ca^{++} y Mg^{++}; según el campo de aniones podría haber una relación de precipitación-disolución de CO_3Ca; estos hechos son incompatibles y además estas relaciones no pueden establecerse dada la gran diferencia de conductividad, lo que confirma que no hay relación probable entre ellas, ni una es mezcla de la otra con el agua del mar.

El agua tomada a 50 m de profundidad en el sondeo Colonia pertenece también al grupo de la zona como se ve en las figuras 10.28 y 10.29 y cierta probabilidad que también lo sea la de 220 m de profundidad, pero la gran proximidad al punto representativo del agua del mar no permite establecerlo con claridad; tampoco pueden hacerse cálculos de mezcla teórica pues los errores analíticos para calcularla serían muy grandes; contiene del orden de 1/3 de agua marina.

Ejemplo 4

En la región de Mediona-La Llacuna-Carme-Capellades (Barcelona) se tienen un conjunto de manantiales que son los rebosaderos naturales de los dos acuíferos existentes. El primero de ellos consiste en calizas y dolomías del Muschelkalk superior (Ms) que se drenan preferentemente por el área de Mediona y el segundo aparece más al norte en calizas eocénicas (Ec), separadas del acuífero Ms por un potente

nivel de materiales arcillosos; el drenaje se efectúa preferentemente a la riera de Carme, afluente del río Anoia y en Capellades directamente al río Anoia.

En la tabla 10.3 se dan los análisis de las surgencias más importantes. Establecer una primera hipótesis sobre las posibles relaciones entre ellas.

Dado el escaso contenido en Cl^- y Na^+ de estas aguas son de esperar errores analíticos de hasta el 20 % por lo que las deducciones basadas en fluctuaciones pequeñas en estos iones pueden ser erróneas.

En las figuras 10.30 y 10.31 se han representado los correspondientes diagramas logarítmicos y triangulares. En el diagrama logarítmico se aprecia una gran semejanza entre las aguas 1, 2, 3, 4 y 5 que corresponden todas ellas al acuífero Ec y que son recogidas en la cuenca del río Carme o del Anoia. El análisis 5 es ligeramente diferente pero puede ser debido a que se trata de un agua recogida en el río ya con cierta cantidad de vertidos de papeleras, lo que puede haber elevado el contenido en Na. La muestra 4, aunque del grupo, es notablemente menos salina, lo que es lógico pues corresponde a la parte alta de la cuenca donde la intersección con el acuífero ha sido menor. La ligera anomalía de la muestra es un error analítico como se comprueba en un análisis posterior en el que con una suma de aniones de 9,54 meq/l se obtiene 0,60 meq/l de $Cl^- + NO_3^-$. Los análisis 6 y 7 forman un grupo diferente; como la muestra 7 corresponde al acuífero Ms, también lo debe ser la 6; ambas fuentes se drenan por la riera de Mediona. Es de destacar que el valor icb para el acuífero Ms es negativo y el correspondiente al Ec es positivo. También las aguas del acuífero Ms son sulfatadas y más salinas que las del Ec.

En los diagramas triangulares se aprecian similares relaciones, marcándose más la separación del agua 4 de su grupo en el campo de aniones y romboidal. Es de destacar que en el campo de cationes se obtiene una buena agrupación de todas las aguas lo cual puede interpretarse como el resultado de la similar litología de ambos acuíferos (Custodio et alt., 1973).

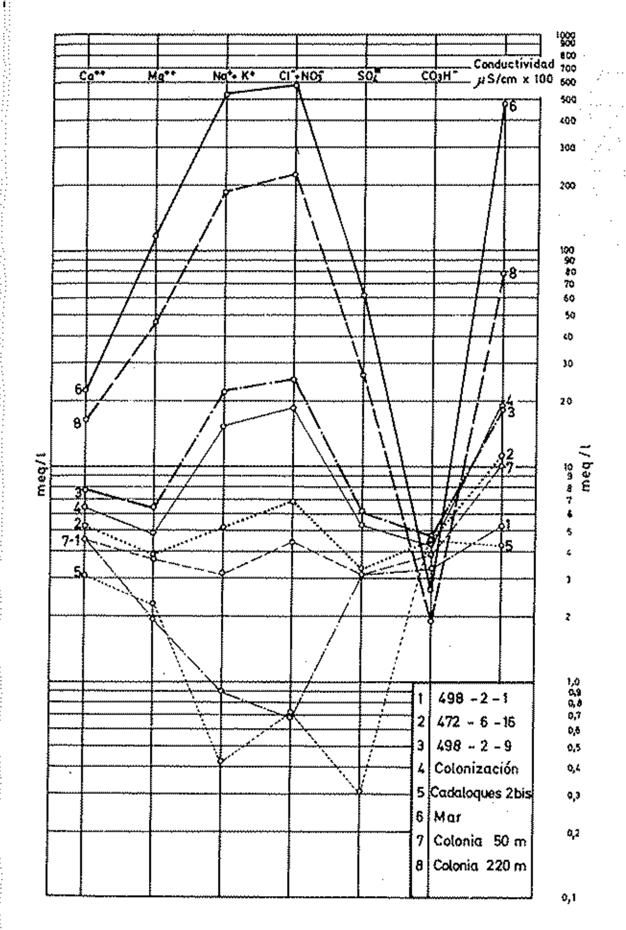


FIGURA 10.29

Diagramas de columnas verticales logarítmicas de los análisis de aguas subterráneas del ejemplo 3.

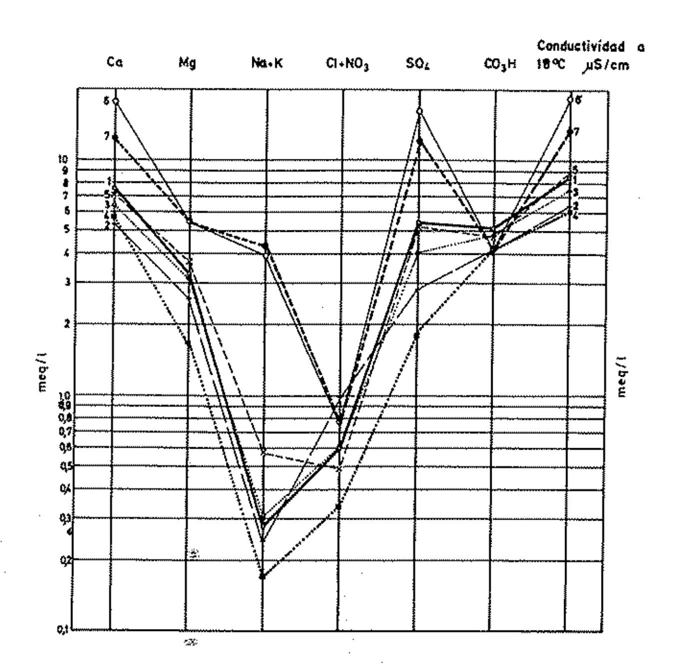


FIGURA 10.30

Diagramas de columnas verticales logarítmicas de los análisis de las aguas de los manantiales del ejemplo 4.

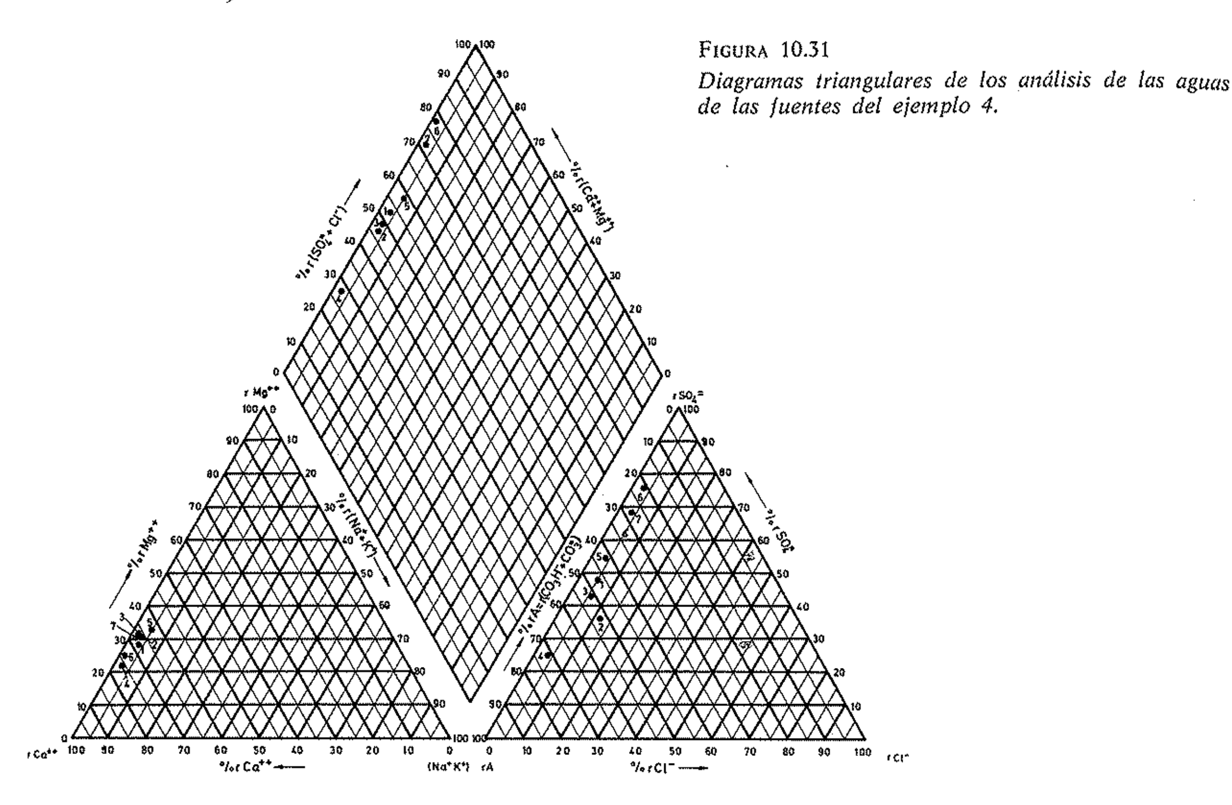


FIGURA 10.31

Diagramas triangulares de los análisis de las aguas de las fuentes del ejemplo 4.

3.8 CLASIFICACIÓN DE LAS AGUAS

3.8.1 Objeto

Las diferentes clases de aguas subterráneas se clasifican a fin de informar de forma breve sobre su composición química o sobre algunos aspectos de la misma. Las clasificaciones simples sólo dan una información global y en general se establecen con vistas a su uso doméstico, urbano, industrial o agrícola. Se establecen dando énfasis a las características que más interesa destacar y varían de un lugar a otro según las necesidades y disponibilidades de agua; un agua dura en el litoral mediterráneo español puede ser muy dura en el interior del país o moderadamente dura en el Norte de África.

Las clasificaciones geoquímicas contienen más información de carácter geoquímico y en cierta manera tienden a «expresar» de forma concisa lo que se obtiene con los diferentes tipos de diagramas. Las clasificaciones que aportan más información son las más complicadas y por ello en ocasiones su utilidad es muy limitada. Las clasificaciones geoquímicas han sido objeto de numerosos trabajos e investigaciones por parte de científicos soviéticos.

3.8.2 Clasificaciones simples

a) *Por el residuo seco*

1 Agua dulce (fresh water)
 0 a 2000 ppm a veces 3000
2 Agua salobre (brackish water)
 hasta 5000 ppm a veces 10 000
3 Agua salada (salt water)
 hasta 40 000 ppm a veces 100 000
4 Salmuera (brine)
 hasta saturación

b) *Por la dureza*

1 Blanda (soft)
 0 a 50 ppm en CO_3Ca, a veces hasta 60
2 Algo dura
 hasta 100 ppm en CO_3Ca, a veces hasta 120
3 Dura (hard)
 hasta 200 ppm en CO_3Ca, a veces hasta 250
4 Muy dura
 hasta saturación

TABLA 10.3 *Tabla de análisis de aguas de la zona sur de Igualada (área de Carme-Capellades-La Llacuna)*

N.°	1		2		3		4		5		6		7	
Lugar	Capellades		Carme		Carme		Orpí		Carme		La Llacuna		Mediona	
Manantial	Capellades 22		Agost 14		Les Esplugues 18 bis		Sta. Candia 15		Río Carme N-12		Mina Rofes 6		Les Deus N-13 bis	
Acuífero	Ec		Ec		Ec		Ec		Ec		Ec o Ms		Ms	
Caudal l/seg	65		22		60		62		300		12		60	
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
CO_3H	5,18	46,5	4,14	52,4	4,72	50,3	5,18	70,9	4,70	41,0	4,26	20,3	4,97	27,8
SO_4	5,46	48,5	2,82	35,5	4,08	43,4	1,80	24,5	6,29	54,8	16,18	76,1	12,18	67,8
$Cl + NO_3$	0,60	5,0	0,99	12,1	0,59	6,3	0,34	4,6	0,49	4,2	0,76	3,6	0,79	4,4
Total	11,24	100,0	7,95	100,0	9,39	100,0	7,32	100,0	11,48	100,0	21,20	100,0	17,94	100,0
	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l	meq/l	% meq/l
Na + K	0,28	2,5	0,24	2,9	0,25	2,5	0,17	2,3	0,57	5,0	0,39	1,5	0,43	2,4
Ca	7,52	67,9	5,44	66,1	6,40	66,2	5,76	75,6	7,20	62,9	16,88	74,4	12,35	67,7
Mg	3,28	29,6	2,56	31,0	3,04	31,3	1,68	22,1	3,67	32,1	5,44	24,1	5,42	29,9
Total	11,08	100,0	8,24	100,0	9,69	100,0	7,61	100,0	11,44	100,0	22,71	100,0	18,20	100,0
Conductividad a 18 °C μ S/cm	870		640		765		615		890		1865		1355	
ppm Cl^-	21,3		28,4		17,7		10,6		17,7		21,2		28	

c) *Por propiedades destacadas*

Esta clasificación es muy variada según usos. Así:

Selenitosa si tiene más de 500 ó 600 ppm en $SO_4^=$.

Ferruginosa si tiene hierro en cantidad tal que produce un precipitado de óxido de hierro al tomar contacto con el aire.

Carbónica si desprende burbujas de CO_2 a la temperatura y presión ambientes.

Lítica si contiene cantidades medibles de ese elemento.

Sulfhídrica si huele a ácido sulfhídrico (a veces llamadas impropiamente sulfurosas).

d) *Clasificación SAR*

Esta clasificación tiene en cuenta la conductividad del agua C y el valor SAR.

$$SAR = \frac{r\,Na}{\sqrt{r\,(Mg + Ca)/2}}$$

y es de interés agrícola. Los valores se deducen del gráfico de la figura 18.1 de la sección 18.

3.8.3 Clasificaciones geoquímicas

a) *Por los iones dominantes*

Se nombra el agua por el anión o el catión que sobrepasa al 50 % de sus sumas respectivas; si ninguno supera al 50 % se nombran los dos más abundantes. Si conviene se puede añadir el nombre de algún ion menor de interés y que esté en concentración anormalmente alta.

Para simplificar la expresión, a cada posible ordenación de aniones y cationes se les da un número y una letra que sirven para denominar el agua (Schoeller, 1962, pág. 317). Cuando interese resaltar además la mineralización total del agua se puede añadir una clasificación de acuerdo con la conductividad (Custodio, 1967), por ejemplo, de acuerdo con la clasificación SAR para aguas agrícolas.

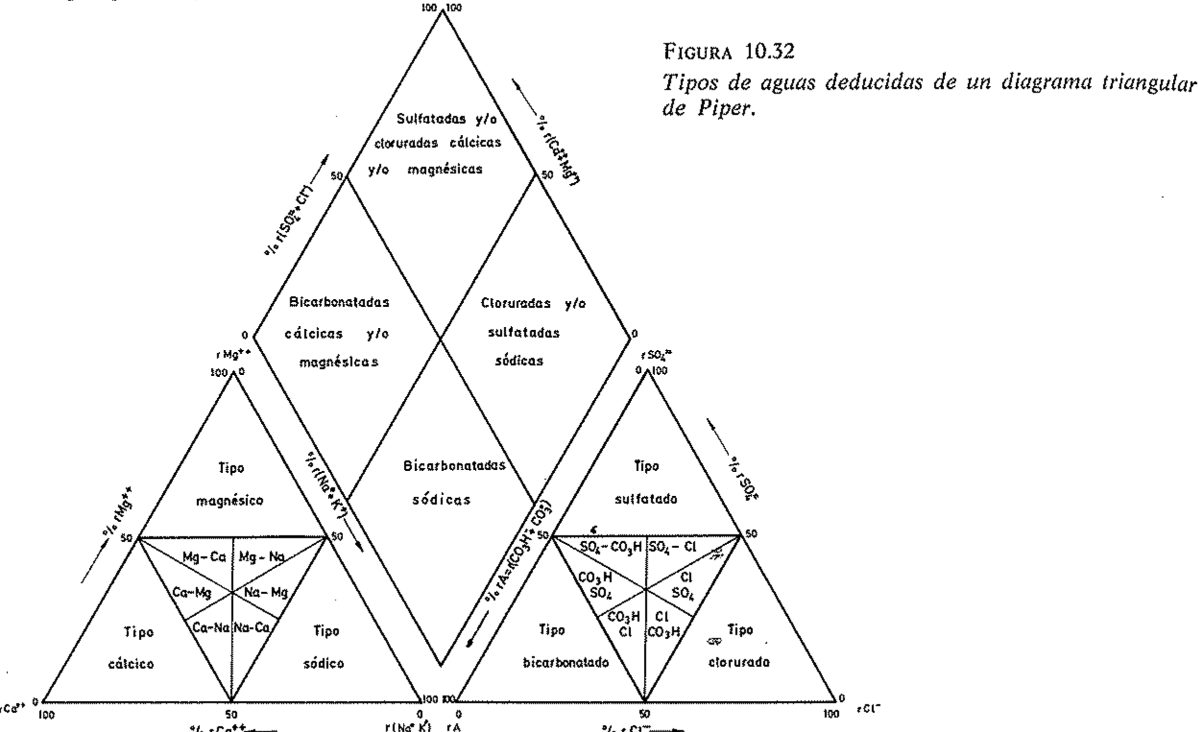


FIGURA 10.32
Tipos de aguas deducidas de un diagrama triangular de Piper.

Los grupos que se hacen son:

Aniones		*Cationes*	
1	$r\,Cl > r\,SO_4 > r\,CO_3H$	a	$r\,Na > r\,Mg > r\,Ca$
2	$r\,Cl > r\,CO_3H > r\,SO_4$	b	$r\,Na > r\,Ca > r\,Mg$
3	$r\,SO_4 > r\,Cl > r\,CO_3H$	c	$r\,Mg > r\,Na > r\,Ca$
4	$r\,SO_4 > r\,CO_3H > r\,Cl$	d	$r\,Mg > r\,Ca > r\,Na$
5	$r\,CO_3H > r\,Cl > r\,SO_4$	e	$r\,Ca > r\,Na > r\,Mg$
6	$r\,CO_3H > r\,SO_4 > r\,Cl$	f	$r\,Ca > r\,Mg > r\,Na$

C-1 Conductividad a 25 °C entre 0 y 250 μ S/cm (entre 0 y 215 a 18°)[56]
C-2 Conductividad a 25 °C entre 250 y 750 μ S/cm (entre 215 y 650 a 18°)
C-3 Conductividad a 25 °C entre 750 y 2250 μ S/cm (entre 650 y 2000 a 18°)
C-4 Conductividad a 25 °C mayor que 2250 μ S/cm (mayor que 2000 a 18°)

La simplicidad de estas clasificaciones no permite, en general, buenas deducciones en cuanto a relaciones entre aguas, pero se adapta bien a determinar zonas en planos de composición química por emplear sólo dos signos (36 combinaciones) acompañados o no de la indicación de salinidad. Se adaptan bien a su representación en diagramas triangulares (fig. 10.32).

Ejemplo 5

Clasificar las aguas de la tabla 10.3 de acuerdo con los criterios de este apartado

1)	Sulfatada-bicarbonatada cálcica	4-f-C 3
2)	Bicarbonatada cálcica	6-f-C 2
3)	Bicarbonatada cálcica	6-f-C 3
4)	Bicarbonatada cálcica	6-f-C 2
5)	Sulfatada cálcica	4-f-C 3
6)	Sulfatada cálcica	4-f-C 3
7)	Sulfatada cálcica	4-f-C 3

Ejemplo 6

Clasificar las aguas de la tabla 10.1 de acuerdo con los criterios de este apartado.

A)	Bicarbonatada-clorurada cálcico-magnésica	5-f-C 3
B)	Clorurada-bicarbonatada cálcico-sódica	2-e-C 3
C)	Clorurada sódica	2-b-C 3
D)	Clorurada-bicarbonatada sódico-cálcica	2-b-C 4
E)	Clorurada-sulfatada sódico-cálcica	1-b-C 3
F)	Clorurada sódico-cálcica	1-b-C 4

[56] Las conversiones son valores aproximados.

G)	Bicarbonatada sódica	5-a-C 3
H)	Clorurada-bicarbonatada sódica	2-a-C 3
I)	Clorurada sódica	1-a-C 4

b) *Clasificación de Chase Palmer*

Esta clasificación geoquímica es la más antigua (1911), (Schoeller, 1962, págs. 313-314; Hem, 1959, págs. 162-164) y su interés es histórico, aunque sirve como base a otras clasificaciones posteriores. Se basa en la comparación de aniones con cationes en un cierto orden, como si se tratase de formar sales hipotéticas por orden de mayor a menor solubilidad. Esta clasificación distingue en el agua dos propiedades fundamentales: la salinidad y la alcalinidad; la salinidad corresponde a las sales de aniones no hidrolizables, principalmente los cloruros, sulfatos y nitratos; la alcalinidad es debida a sales hidrolizables, principalmente los bicarbonatos.

Los cationes se dividen en tres clases: 1) los que comunican propiedades primarias o alcalinos, Na^+ y K^+; 2) los que comunican propiedades secundarias o alcalinotérreos Ca^{++} y Mg^{++}; 3) los que comunican propiedades terciarias o hidrolizables, como H^+, Al^{+++}, etc.

En la clasificación de Palmer se trabaja en % de meq/l de aniones y de cationes.

Sin embargo, a efectos de ordenación, basta trabajar directamente con los contenidos en meq/l, debiendo equilibrar previamente la pequeña diferencia entre la suma de aniones y la de cationes.

Para determinar la clasificación, sea:

a = propiedades primarias = 1 = % (r Na + r K)
b = propiedades secundarias = 2 = % (r Ca + r Mg)
c = propiedades terciarias = 3 = % (r H + r Al)
d = salinidad = S = % ($r Cl + r SO_4 + r NO_3$)
e = alcalinidad = A = % ($r CO_3H + r CO_3$)

debiéndose cumplir que $a + b + c = d + e$

Las aguas pueden tener salinidad primaria S1, salinidad secundaria S2, salinidad terciaria S3, alcalinidad primaria A1 y alcalinidad secundaria A2. No es posible la alcalinidad terciaria A3. La agrupación se realiza según:

Clase		S1	S2	S3	A1	A2
I	$d<a$	d	0	0	$a-d$	b
II	$d=a$	$a=d$	0	0	0	b
III	$a+b>d>a$	a	$d-a$	0	0	$a+b-d$
IV	$d=a+b$	a	b	0	0	0
V	$d>a+b$	a	b	$d-a-b$	0	0

Un agua no puede tener más de tres de las cinco propiedades.

Esta clasificación es muy deficiente por tener una agrupación un tanto arbitraria y englobar varios iones en una misma propiedad. El manejo de tantos por ciento crea otra deficiencia al no poderse apreciar el total de meq/l presentes.

Ejemplo 7

Se da un agua cuyo análisis en % sobre el total de meq/l es: 44 % Cl^-, 32 % $SO_4^=$, 24 % CO_3H^- para los aniones y 30 % Na^+, 46 % Ca^{++}, 4 % K^+ y 20 % Mg^{++} para los cationes.

a = 34	d = 76	
b = 66	e = 24	Clase III
c = 0		

Será S1 = 34, S2 = 42, A2 = 24

o sea que los 34 de a se asocian con 34 de d para dar S1 sobrando 76 − 34 = 42 de d; éstos se asocian con 42 de b para dar S2, sobrando 66 − 32 = 24 de b que se asocian con la cantidad igual de e para dar A2.

Esta agua tiene salinidad secundaria dominante.

Se nombra la propiedad dominante si ésta supera el 50 %, o las dos dominantes si ninguna de ellas es superior y este agua podría denominarse S2-S1.

c) *Clasificación de Souliné*

Se trata de una clasificación propuesta en 1948 (Schoeller, 1962, págs. 314-315) que pretende evidenciar los fenómenos de cambios de bases. El agua se clasifica de acuerdo con su tipo, grupo y clase.

Tipo	Denominación	$r(Na-Cl)/r SO_4$	$r(Cl-Na)/r Mg$
1	Sulfatado sódico	<1	negativo
2	Bicarbonatado sódico	>1	negativo
3	Clorurado magnésico	negativo	<1
4	Clorurado cálcico	negativo	>1

Grupo	Características	Clase	Características (Palmer)
A	$r CO_3H^-$ dominante	a	A2, dominante
B	$r SO_4^=$ dominante	b	S2, dominante
C	$r Cl^-$ dominante	c	S1, dominante
		d	S3, dominante
		e	A1, dominante
		f	A3, dominante

Ejemplo 8

El análisis del ejemplo 7 con salinidad secundaria S2 dominante, se denominaría 3-C-b.

d) *Clasificación de Schoeller*

Esta clasificación propuesta en 1955 tiene en cuenta los valores absolutos de las concentraciones de cada ion, pero conduce a una denominación complicada. Se distingue: *a)* tipo en el que participan los aniones fundamentales en el orden Cl^-, $SO_4^=$, CO_3H^-, aportando cada uno un signo, *b)* grupo dado por la relación entre iones y formado por tres símbolos, *c)* clase dada por la clasificación expuesta en el apartado a).

Grupo de cloruros	Denominación	Valor r Cl	Observaciones
1	Hiperclorurado	>700	hasta saturación
2	Clorotalásico	700 a 420	agua del mar 560
3	Clorurado fuerte	420 a 140	
4	Clorurado medio	140 a 40	
5	Oligoclorurado	40 a 15	
6	Clorurado normal	<10	

Grupo de sulfatos	Denominación	Valor r SO_4	Observaciones
1	Hipersulfatado	>58	agua del mar 58
2	Sulfatado	58 a 24	
3	Oligosulfatado	24 a 6	
4	Sulfatado normal	<6	

Grupo de bicarbonatos	Denominación	Valor r CO_3H
1	Hiperbicarbonatado	>7
2	Bicarbonatado normal	7 a 2
3	Hipobicarbonatado	<2

Tipo	Carácter	Subtipo	Carácter	Parcial	Carácter
1	r Cl > r Na icb (+)	a	r Ca > r CO_3H	α αβ β	r Ca > r SO_4 + r CO_3H r Ca = r SO_4 + r CO_3H r Ca < r SO_4 + r CO_3H
		ab	r Ca = r CO_3H		
		b	r Ca < r CO_3H		
2	r Cl = r Na icb = 0	a	r Ca > r CO_3H		
		ab	r Ca = r CO_3H		
		b	r Ca < r CO_3H		
3	r Cl < r Na icb (−)	a	r Ca > r CO_3H		
		ab	r Ca = r CO_3H	α αβ β	r CO_3 < r Mg + r Ca r CO_3 = r Mg + r Ca r CO_3 > r Mg + r Ca
		b	r Ca < r CO_3H		

Ejemplo 9

Establecer la clasificación de Schoeller del siguiente análisis:

Aniones	meq/l	Cationes	meq/l
CO_3H	3,2	Na + K	2,0
SO_4	2,3	Ca	3,0
Cl	1,8	Mg	2,3
	7,3		7,3

642 − 3 b α − 6 f

e) Otras clasificaciones:

Existen múltiples clasificaciones, que en general pretenden dar un nombre al agua. Tales son las clasificaciones de Shchukarev, Brazilevich, Filatov, Zakharina, Noissette, Alekin que pueden verse en Schoeller 1962, págs. 315-316, Catalán 1969, págs. 320-327 y Bogomolov, pág. 79. Una clasificación genética de las aguas salinas naturales puede encontrarse en Balashov (1962).

Ejemplo 10

Aplicar las diferentes clasificaciones geoquímicas expuestas a los análisis de la tabla 10.3.

	Clasificación					
Análisis	Palmer				Souline	Schoeller
	S1	S2	A1	A2		
1	2,5	51,0	0	46,5	3-B-b	642-1aβ-4f
2	2,9	44,7	0	52,4	3-A-a	642-1aβ-6f
3	2,5	47,2	0	50,3	3-A-a	642-1aβ-6f
4	2,3	26,8	0	60,9	3-A-a	642-1aβ-6f
5	5,0	54,0	0	41,0	1-B-b	632-3a -4f
6	1,5	78,2	0	20,3	3-B-b	632-1aβ-4f
7	2,4	69,8	0	27,8	3-B-b	632-1aβ-4f

Sabiendo el posible error en la determinación de Cl o del Na enunciado en el ejemplo 4, se ve claramente que la representación de Schoeller es la que está más de acuerdo con las deducciones allí contenidas y muestra la semejanza entre los dos grupos de aguas.

3.9 CLASIFICACIÓN MEDIANTE DIAGRAMAS Y PLANOS

Las clasificaciones hidrogeoquímicas expuestas en el apartado 3.8.3 se prestan a delimitar campos en diagramas de tipo triangular, romboidal o cuadrado. En la figura 10.32 se indican los diferentes tipos de aguas que se identifican en un diagrama triangular de Piper[57].

Carreño y Larios (en Catalán 1969, págs. 342-343) utilizan también diagramas triangulares para aniones y cationes divididos cada uno en 10 áreas iguales numeradas de 0 a 9; un determinado análisis viene caracterizado por dos cifras, primero la de cationes y luego la de aniones.

La clasificación de Vostroknutov (en Catalán 1969, páginas 348-349) es mucho más complicada y de utilidad limitada.

[57] Otras formas de clasificación pueden consultarse en Furtak y Langguth (1967).

En lo que se refiere a los planos geohidroquímicos la UNESCO (1963) ha establecido la siguiente normalización de colores.

	Colores
Aguas bicarbonatadas cálcicas	azul claro
Aguas bicarbonatadas sódicas	azul violeta
Aguas bicarbonatadas magnésicas	azul oscuro
Aguas sulfatadas cálcicas	amarillo
Aguas sulfatadas magnésicas	naranja
Aguas sulfatadas sódicas	marrón-amarillo
Aguas cloruradas cálcicas	marrón-verde
Aguas cloruradas magnésicas	verde-azul
Aguas cloruradas sódicas	verde

Las facies hidrogeoquímicas mixtas vienen representadas por rayados con los dos colores correspondientes intermezclados.

Capítulo 10.4

Temperatura del agua. Aguas minerales y aguas termales

4.1 INTRODUCCIÓN

La temperatura del agua subterránea es un dato de gran valor no sólo en cuanto a su uso, sino como característica hidrogeológica e hidrogeoquímica.

En general las aguas subterráneas tienen una temperatura poco variable, tanto más constante cuanto mayor es la profundidad del acuífero. Excepto en casos poco usuales, como las aguas termales, la temperatura del agua subterránea es igual o algo superior a la temperatura media anual de la localidad. Esto hace que aparentemente esté fría en verano y caliente en invierno. La constancia de la temperatura es un factor de gran importancia con vista a sus usos industriales, en especial para refrigeración, y en ocasiones también en agricultura ya que el riego con agua subterránea puede ser una defensa contra las heladas. En lugares que permanecen cubiertos de hielo todo o gran parte del año, como por ejemplo en Alaska, el agua subterránea es una fuente de abastecimiento de gran valor ya que de otra manera se precisarían grandes cantidades de calor[58] para convertir el hielo en agua.

Las aguas minerales son aquellas que poseen concentraciones anormalmente elevadas en algunas de las sustancias químicas disueltas o el residuo seco es muy elevado; si la característica anómala es la temperatura se tienen las aguas termominerales. Tanto unas como otras pueden tener propiedades curativas más o menos reales y entonces reciben el nombre de aguas medicinales y mineromedicinales.

Modernamente las aguas termales van adquiriendo un interés creciente ya que pueden ser una fuente de energía de bajo costo para producción de energía eléctrica, calefacción doméstica e industrial, etc. La prospección geotérmica es un campo paralelo al de la Hidrología subterránea que ha adquirido un inusitado auge a partir de 1960.

[58] El calor de fusión del hielo es de 80 cal/g.

4.2 AGUAS MINERALES EN GENERAL Y SUS TIPOS

El nombre de agua mineral es muy ambiguo y se utiliza con acepciones muy diversas. Unas veces se consideran aguas minerales aquellas que poseen un contenido de sales disueltas superior al de las aguas potables, mientras que otras veces se consideran aguas minerales aquellas que llevan contenidos anormalmente altos de algunas sustancias disueltas como CO_2, CO_3H^-, $S^=$, Fe^{++}, etc., aunque su salinidad sea inferior al de muchas aguas potables. Si la temperatura es elevada se las suele llamar termales o termominerales y si poseen propiedades curativas reconocidas se las suele llamar mineromedicinales.

Las aguas que desprenden CO_2 se suelen llamar aguas picantes o carbónicas (picants en Cataluña y agrias en Canarias); las que contienen cantidades apreciables de $S^=$ o SH_2, sulfhídricas o sulfurosas, aunque esta última denominación puede inducir a pensar en el anhídrido sulfuroso (SO_2); las aguas ricas en hierro se llaman ferruginosas y así sucesivamente.

Una mejor clasificación es la que puede efectuarse de acuerdo con lo establecido en el apartado 3.8[59].

Referente a la temperatura de las aguas, estas se llaman (Schoeller, 1962, pág. 253).

Aguas hipertermas o termales
 si es $t > t_m + 4\ °C$
Aguas ortotermas o normales
 si es $t_m \leq t \leq t_m + 4\ °C$
Aguas hipotermas o frías
 si es $t < t_m$

siendo t la temperatura del agua y t_m la temperatura media anual en el lugar.

[59] Papp (1954) establece una clasificación complicada pero que en ocasiones se maneja. Otra forma de clasificación puede consultarse en Pascu y Stelea (1968).

Según Bogomolov (1966, pág. 68) y Silin-Betchurin se puede establecer la siguiente clasificación[60]:

Muy frías	$t < 5\,°C$
Frías	$5 < t \leq 10\,°C$
Moderadamente frías	$10 < t \leq 18\,°C$
Tibias	$18 < t \leq 25\,°C$
Moderadamente tibias	$25 < t \leq 37\,°C$
Calientes	$37 < t \leq 42\,°C$
Muy calientes	$t > 42\,°C$

Si la temperatura es mayor que 100 °C al aflorar se convierten en agua a 100 °C y vapor originando geysers, soffioni, etc., cuyo funcionamiento está muy ligado al efecto de pérdida de densidad producido por el vapor que se desprende al reducirse la presión.

4.3 NOTAS HISTÓRICAS SOBRE LAS AGUAS MINERALES Y TERMOMINERALES

Las aguas minerales y en especial las termominerales son utilizadas desde muy antiguo. En la época romana su empleo en balnearios y estaciones termales fue muy importante, pudiéndose decir que los romanos conocieron y explotaron gran parte de las existentes en sus territorios; en Alemania utilizaron las de Aachen y en Inglaterra las de Bath; en España fueron muy abundantes las estaciones, que llamaron Caldas y Termas, y alrededor de ellas quedan muchos vestigios de su civilización como en las estaciones catalanas de Caldas de Malavella, Caldas de Montbuy, etc. En los siglos XVII y XIX alcanzaron nuevo explendor como balnearios y lugares de recreo como se aprecia en Aachen, Bad Ems, Baden-Baden, Wiesbaden, etc., en Alemania (Bad = baño); Bath y Harrogate en Inglaterra; Baden en Suiza, Vichy y Dax en Francia, Karlovy Vary (Karsbad) en Checoslovaquia; Baden en Austria; Spa en Bélgica; Caldas de Malavella, Caldas de Montbuy y La Garriga en Cataluña (España); Sabomaggiore y Acqui en Italia.

Desde principios de siglo se ha montado una potente industria en Francia, Italia, España, etc., basada en la venta y distribución de aguas minerales embotelladas cuyo consumo viene favorecido por la baja calidad organoléptica de muchas aguas de abastecimiento.

En ciertos lugares en que existen varios manantiales explotados por entidades diferentes, existe un riguroso control para evitar que obras de captación de unas, afecten a otras como sucede en Caldas de Malavella (Cataluña, España), pero en otras se han establecido pozos para forzar los caudales obtenidos como en la región entre el Fulda y el Werra (Alemania) o en Sabomaggiore (Italia), en la que se han perforado pozos de profundidades entre 400 y 1000 m de profundidad.

En muchos lugares las aguas termales son utilizadas como fuente de calefacción doméstica (Islandia) e incluso como fuente de energía si de ellas se obtiene vapor en condiciones adecuadas. En algunas ocasiones se utilizan o se han utilizado para obtener ciertas sustancias químicas como bórax, como en Larderello (Italia).

4.4 EFECTOS MEDICINALES

En las etiquetas de muchas aguas minerales embotelladas carbónicas o no, se señalan varias indicaciones médicas para el tratamiento de afecciones para las que se dice que son especialmente eficaces. Las propiedades curativas están a veces exageradas si bien existen en cierta medida y en general por acción secundaria.

Las aguas bicarbonatadas alcalinas actúan a modo de solución tampón y contribuyen a regular la segregación de ácidos y jugos intestinales y de ahí su acción terapéutica y digestiva.

En zonas con aguas de abastecimiento muy duras, selenitosas o salobres, las aguas embotelladas son deseadas por su mejor sabor y calidad química, que en ocasiones previene ciertas afecciones y trastornos al tener una distribución de sales más adecuada al organismo que las aguas locales y permitir un metabolismo más fácil.

Son de especial interés en la alimentación infantil cuando las aguas locales tienen elevados contenidos en ion nitrato. En caso de aguas locales muy cloruradas pueden ser recomendables si su contenido en Cl^- es bajo, en casos de glucosuria, diabetes, etc., y en otras circunstancias para prevenir cálculos renales, etc.

Algunas propiedades curativas pueden residir en el aporte de elementos traza necesarios al organismo y que no los puede tomar del agua o alimentos de consumo local; tal puede suceder con el iodo. El posible efecto beneficioso o perjudicial de ciertos iones metálicos traza no es bien conocido.

Otras veces las ventajas médicas de las aguas minerales se basa en su superior calidad bacteriológica y virológica frente a las aguas locales, en especial si el abastecimiento es sanitariamente deficiente.

Los efectos terapéuticos de los balnearios con aguas termominerales y medicinales son también de muy di-

[60] Esta clasificación se basa en criterios diferentes de la anterior; mientras la de Schoeller es relativa al clima, ésta sólo tiene en cuenta la temperatura absoluta del agua.

versos órdenes, a veces basados en el reposo y orden de vida que existe en ellos más que en propiedades del agua. El tratamiento con un agua con una cierta composición química o que aporte ciertos oligoelementos puede tener efectos terapéuticos por corregir o regularizar ciertas funciones corporales, y por tratamiento externo, corregir ciertas enfermedades, ya sea por baño (en general en agua caliente o por aplicación de lodos derivados de la fuente).

En ocasiones se atribuyen al agua tomada en sus fuentes, propiedades que no tiene embotellada; aparte la interferencia de creencias populares y anacronismos, puede ser debido a que en el agua embotellada se realizan algunas reacciones químicas originadas por el cambio de temperatura o de medio que pueden dar origen a que ciertos oligoelementos útiles se insolubilicen, como puede suceder con muchos metales pesados.

Las aguas mineromedicinales han sido objeto de legislaciones protectoras especiales en muchos países europeos, y también de otros continentes, quizás bajo la influencia francesa.

En España son objeto de Declaración de Utilidad Pública[61] algunas de las cuales lo son desde mediados del siglo pasado; en la etiqueta de las botellas consta este dato junto con el análisis del agua y sus indicaciones.

Hasta hace algunos años se consideraba muy interesante la radioactividad de éstas aguas a la que se atribuían propiedades especiales y así constaba en las etiquetas, pero desde que existe un fundado temor a las radiaciones, muchas empresas han quitado de las etiquetas de sus aguas toda indicación al respecto.

4.5 LA TEMPERATURA DE LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS

4.5.1 Origen

El agua de lluvia que recarga a los acuíferos tiene una temperatura algo inferior a la temperatura ambiente local y si el agua que se infiltra es agua de río normalmente tiene una temperatura sólo ligeramente diferente a aquella.

Una vez el agua en el terreno, intercambia calor con el mismo. En este proceso, el elevado calor específico del agua (1 cal/g) frente al del terreno seco (alrededor de 0,2 cal/g) juega un papel muy importante ya que actúa como un importante regulador de la temperatura. El terreno recibe calor solar y calor interno además de algunas contribuciones menores muy poco importantes, tales como las reacciones de ataque que en él se producen o la desintegración de sustancias radioactivas. El agua a su vez puede recibir también calor procedente de otras fuentes, tales como algunas reacciones químicas (oxidación de sulfuros y materia orgánica, etc.) pero cuyo aporte es en general muy pequeño; otros aportes o cesiones tales como el calentamiento por pérdida de carga en la circulación, los cambios entálpicos por expansión o compresión, las reacciones con el suelo y la disolución de sales carecen por lo general de interés práctico (ver Schoeller, 1962, págs. 247-248).

Mientras que el aporte de calor interno (por gradiente geotérmico) es prácticamente constante durante muy largos períodos de tiempo, el aporte de calor solar está sometido a un ciclo diurno y un ciclo anual más unas acciones irregulares que dependen de la secuencia de días despejados y días cubiertos. El aporte medio de calor solar depende no sólo de la latitud sino también de la insolación, del grado de absorción del terreno (mayor en zonas desnudas sin suelo) y de la orientación (si la zona es montañosa recibe más calor la solana que la umbría). Así, fuentes en el lado de la solana pueden mostrar temperaturas hasta 1 o 2 °C superiores a las equivalentes en el lado de la umbría en una zona montañosa, y las fuentes en zonas boscosas pueden tener temperaturas de 0,1 a 0,8 °C inferiores a fuentes equivalentes en terreno con escasa vegetación (Schoeller, 1962, págs. 248-254).

El Sol envía sobre la tierra un flujo calorífico de 0,0323 $cal/cm^2/seg$[62] (Schoeller, 1962; Righini y Nebbia, 1966), emitiendo la misma cantidad. Al terreno llegan entre 0,5 y 0,8 de este valor si está expuesto normalmente a los rayos solares. En la superficie del ecuador se reciben alrededor de 130 000 $cal/cm^2/año$[63] y en una latitud similar a la de Barcelona (41° N) alrededor de 70 000[64].

4.5.2 Fluctuaciones en la temperatura del agua

Debido a la variabilidad del aporte del calor solar a lo largo del día y a lo largo del año el terreno se calienta y se enfría, y el agua, por su mayor poder calorífico, toma o cede calor para tratar de compensar estos efectos, los cuales son tanto más notables cuanto más próxi-

[61] Para más detalle ver apartado 2.2.1 (sección 21).

[62] Esta cifra puede variar entre 0,032 y 0,033 según los científicos que la han estudiado. Se refiere a la distancia media Tierra-Sol.

[63] 0,0058 $cal/cm^2/seg$ con cielo de nubosidad normal (promedio a lo largo del día).

[64] 0,004444 $cal/cm^2/seg$ con cielo de nubosidad normal (promedio a lo largo del día).

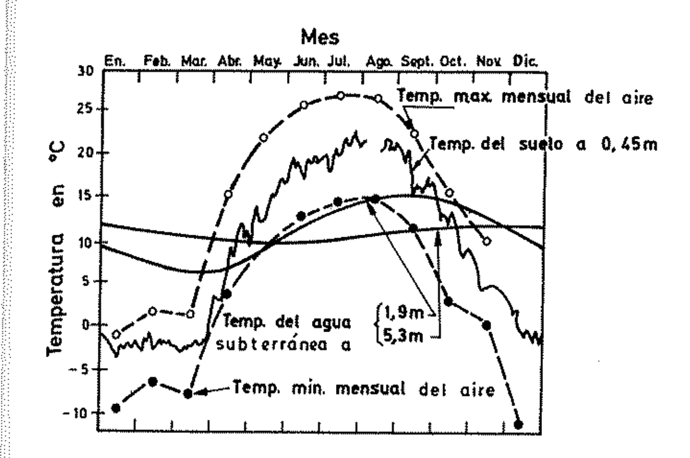


Figura 10.33

Temperaturas del aire ambiente y del terreno en 1960 en una localidad próxima a Albany N. Y. (Según Heath y Trainer, 1968.)

ma esté de la superficie. Si una variación de ±0,1 °C no es apreciable, puede admitirse que el efecto de variaciones en el aporte de calor solar son insensibles a profundidades del orden de 25 m. Según Schoeller (1962) pág. 232, las variaciones son menores que 0,01 °C a profundidades de 15 a 17 m en terreno no consolidado, de 24 a 27 m en caliza y de 34 a 39 m en granito. A este respecto son muy ilustrativas las figuras 10.33 y 10.34.

El grado de saturación influye, siendo las variaciones menores en terreno saturado; en terreno no saturado existe un flujo convectivo de vapor, ascendente en invierno o durante la noche, y descendente en verano o durante el día que tiende a aumentar las fluctuaciones.

La necesidad de establecer un transporte de calor ascendente o descendente en el terreno hace que las fluctuaciones de temperatura en el mismo, además de estar amortiguadas, sigan con retraso las fluctuaciones de la temperatura ambiente. Si se admite que la temperatura del aire en su ciclo diario o anual sigue una ley sinusoidal, puede establecerse que las fluctuaciones vienen dadas por:

$$\Delta\theta_x = \Delta\theta_s \exp\left(-\frac{\pi x^2}{a T}\right) \quad ; \quad a = \frac{K}{c \cdot \delta}$$

en la que:

$\Delta\theta_x$ = fluctuación de temperatura en el suelo a profundidad x (°C)

$\Delta\theta_s$ = fluctuación de temperatura en la superficie del terreno (°C)

x = profundidad (cm)

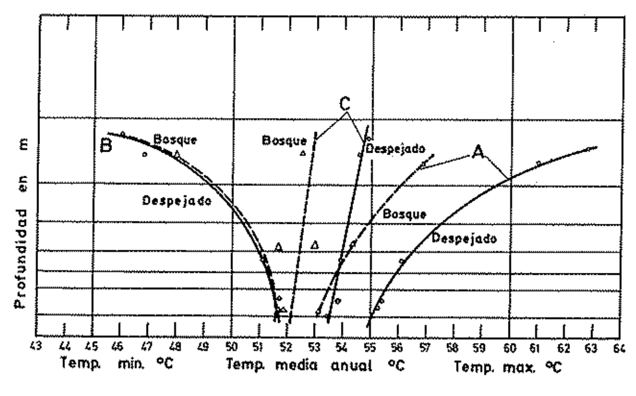
a = difusividad térmica del medio (cm^2/seg)

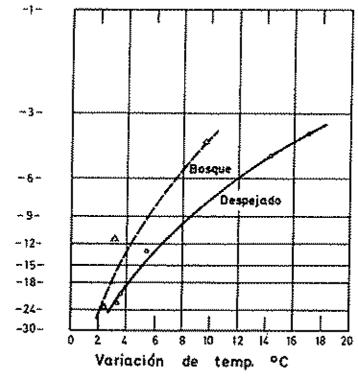
T = período (86 400 seg para las diarias y $31,5 \cdot 10^6$ seg para las anuales)

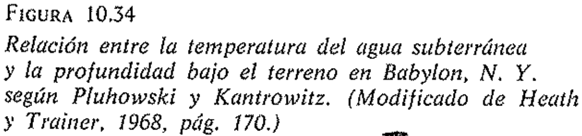
K = conductividad del material (cal/cm/seg °C, valiendo entre $2 \cdot 10^{-3}$ y $7 \cdot 10^{-3}$)

c = calor específico del terreno húmedo (cal/g/°C)

δ = densidad del terreno saturado (g/cm^3).






Figura 10.34

Relación entre la temperatura del agua subterránea y la profundidad bajo el terreno en Babylon, N. Y. según Pluhowski y Kantrowitz. (Modificado de Heath y Trainer, 1968, pág. 170.)

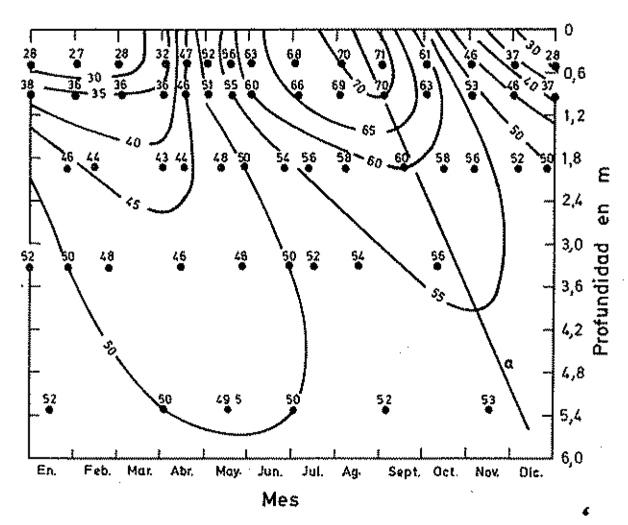


FIGURA 10.35

Isotermas de un sondeo próximo a Albany, N. Y. Las cifras son valores de la temperatura en °F. La línea a une puntos que se corresponden y su pendiente da el valor del retraso por unidad de profundidad.
(Según Heath y Trainer, 1968.)

La variación de temperaturas vendrá dada por:

$$\theta_x - \theta_x^* = (\theta_s - \theta_s^*) \exp\left(-\frac{\pi x^2}{a T}\right) \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{t-\tau}{T}\right)$$

$$\tau = \frac{x}{2}\sqrt{\frac{T}{\pi a}}$$

en la que:

θ = temperatura en el instante t
θ^* = valor medio de la temperatura
t = tiempo contado a partir de un momento en que $\theta_s = \theta_s^*$
τ = retraso en segundos.

En la figura 10.35 puede verse como se produce este retraso en un ejemplo real.

Ejemplo:

Un suelo húmedo tiene una difusividad de 0,005 cm^2/seg. Calcular la penetración de las fluctuaciones diurnas (máximo 8 °C) y de las anuales (máximo 30 °C) en una cierta localidad si una variación de ±0,1 °C es inapreciable. Calcular el retraso de la variación anual a 10 m de profundidad.

$$x = \sqrt{\frac{a T}{\pi} \ln \frac{\Delta \theta_s}{\Delta \theta_x}}$$

$\Delta \theta_x = 0{,}2$ °C

Para las fluctuaciones diurnas, T = 86 400 seg; x = 22,6 cm

Para las fluctuaciones anuales, $T = 31{,}5 \cdot 10^6$ seg; x = 502 cm = 5,02 m.

A 10 m de profundidad (1000 cm) será:

$$\tau = \frac{1000}{2}\sqrt{\frac{31{,}5 \cdot 10^6}{0{,}005\ \pi}} = 2{,}234 \cdot 10^7 \text{ seg} = 258 \text{ días}$$

de modo que las temperaturas más altas se alcanzarán casi en el invierno.

Todo lo expuesto supone que el agua no gana ni pierde calor en el balance de un ciclo completo. En la realidad es preciso tener en cuenta la temperatura del agua de recarga; si la circulación es lenta y el agua se infiltra en una gran extensión de terreno, se alcanza pronto un estado de equilibrio y tras un cierto recorrido no son apreciables los cambios en la temperatura de alimentación. Si el agua de recarga procede de un río los efectos pueden tardar mucho en desaparecer, en especial en los niveles más permeables. Este hecho puede servir para identificar los niveles más permeables de acuerdo con la variación de la fluctuación de temperatura y para establecer las conexiones entre un acuífero y un río o los pozos de un acuífero y un río (Rorabaugh, 1956, págs. 131-134; Winslow, 1962).

En acuíferos kársticos, las variaciones de temperatura siguen de cerca a las del agua de recarga debido a la gran velocidad del agua y poca superficie de contacto con el terreno. No son raras, variaciones superiores a 5 °C en manantiales en esos materiales (Schoeller, 1962, pág. 253).

El efecto de la zona de recarga en zonas montañosas puede ser notable en manantiales si el agua circula con relativa rapidez. Como la temperatura media en zonas altas es menor que en zonas de valle, la diferencia entre la temperatura media ambiental y la del agua del manantial o pozo poco profundo puede dar una cota inferior de la altura a que se produce la recarga.

4.5.3 Aporte de calor interno. Gradiente geotérmico

El aporte medio de calor interno en los terrenos continentales se sitúa entre 1,2 y $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ cal/cm²/seg pudiendo variar en los casos más frecuentes entre 0,7 y $2{,}5 \cdot 10^{-6}$. En el fondo del mar el aporte puede variar normalmente entre 0,2 y $8 \cdot 10^{-6}$ cal/cm² por segundo (White, 1970; Schoeller, 1962, pág. 230, Salvat).

Probablemente en los niveles inferiores de la corteza terrestre se alcanzan temperaturas de alrededor de 2000 °C. El origen de calor no está del todo definido, pero muy probablemente una gran parte del mismo procede de la desintegración de sustancias radioactivas (K-40, radioelementos de las series del U y Th) que tienden a acumularse en la corteza terrestre[65], las reacciones fisicoquímicas asociadas a la formación de rocas cristalinas en condiciones de presión y temperatura muy elevadas también pueden contribuir a este desprendimiento de calor, así como los esfuerzos mecánicos asociados al movimiento de las placas continentales.

El gradiente geotérmico se define como la profundidad a que hay que desplazarse para que la temperatura media aumente 1 °C. Es variable en una misma vertical, por lo menos en los primeros km de corteza terrestre. El valor medio terrestre es de alrededor de 33 m, pero puede variar entre 20 y 40 m, en la mayoría de los casos. Estas variaciones dependen del espesor de la corteza terrestre en cada punto. En el SiMa existe un posible efecto homogeneizador de temperatura por convección. Los valores menores se observan en grandes cubetas geosinclinales con grandes espesores de sedimentos, y los valores más elevados en zonas de débil espesor de corteza y de forma localizada en zonas de fracturas con actividad volcánica reciente. En algunos lugares existen fuertes temperaturas superficiales que llaman poderosamente la atención. Tal es el caso de algunas localidades de las Montañas del Fuego, en Lanzarote (Islas Canarias) donde a unos pocos cm bajo la superficie se alcanzan 100 °C y a pocos metros se superan 200 °C (las temperaturas de 600 °C citadas por algunos autores no son ciertas). Se trata de lugares de escape de vapor recalentado profundo, que no llega a manifestarse por ser en pequeña cantidad y el ambiente seco y cálido, ubicados en zonas algo elevadas, puesto que las zonas bajas, donde sería más lógico que apareciesen estas emisiones, están impermeabilizadas por depósitos salinos a partir del propio vapor (Custodio 1974 b; Araña, Ortiz y Yuguero, 1973; Araña y Fuster, 1973). En la zona existen importantes efusiones volcánicas de los siglos XVIII y XIX, pero las áreas calientes eran ya conocidas anteriormente, en terrenos volcánicos más antiguos. Las perforaciones de reconocimiento realizadas en la zona muestran un gradiente geotérmico regional algo elevado, pero que no supera 5 a 8 °C/100 m. Las anomalías son superficiales y locales.

[65] Según Salvat en el granito se generan alrededor de $0{,}6 \cdot 10^{-12}$ cal/cm³/seg.

4.6 RELACIÓN ENTRE EL GRADIENTE GEOTÉRMICO Y LA TEMPERATURA DEL AGUA SUBTERRÁNEA

El agua, debido a su facilidad de movimiento en medios permeables y a su elevado calor específico, puede actuar como refrigerante de niveles profundos de la corteza terrestre rebajando el gradiente geotérmico superficial y, si la temperatura a gran profundidad no es afectada, aumentando ligeramente el gradiente geotérmico por debajo del acuífero. Si el flujo del agua es relativamente regular se establece su estado de equilibrio con una anomalía térmica en los niveles más permeables que puede tener un marcado interés en estudios de hidrología subterránea.

Aparte de estas consideraciones, el agua subterránea aumenta su temperatura en profundidad y por debajo de la zona de variaciones por acción externa crece regularmente salvo que existan zonas de circulación preferente. Los pozos profundos suelen proporcionar agua tanto más caliente cuanto más profundos de acuerdo con el gradiente geotérmico (fig. 10.36). Un caso en que tal cosa no sucede es el expuesto por Kohout (1965 y 1967) en la meseta de Florida, donde los sondeos petrolíferos encuentran agua más fría que las superiores a profundidades de unos 1000 m y con composición muy similar a la del mar; la razón de ello puede encontrarse en la existencia de un nivel muy permeable a aquella profundidad, por el que penetra el agua fría del mar; este agua fría asciende al calentarse siendo devuelta al océano a través de un nivel superior. Se trata de un gran sistema convectivo. La inversión del gradiente térmico en profundidad (inversión térmica) ocurre también en sistemas de los que se escapan hacia arriba fluidos o vapores calientes, que contribuyen a aumentar la temperatura de terrenos y/o acuíferos superiores, como sucede en algunos lugares de Lanzarote (Custodio, 1974).

El planteamiento de la ecuación de la continuidad en un medio poroso con flujo de calor y agua en movimiento (conducción y convección) conduce a la ecuación

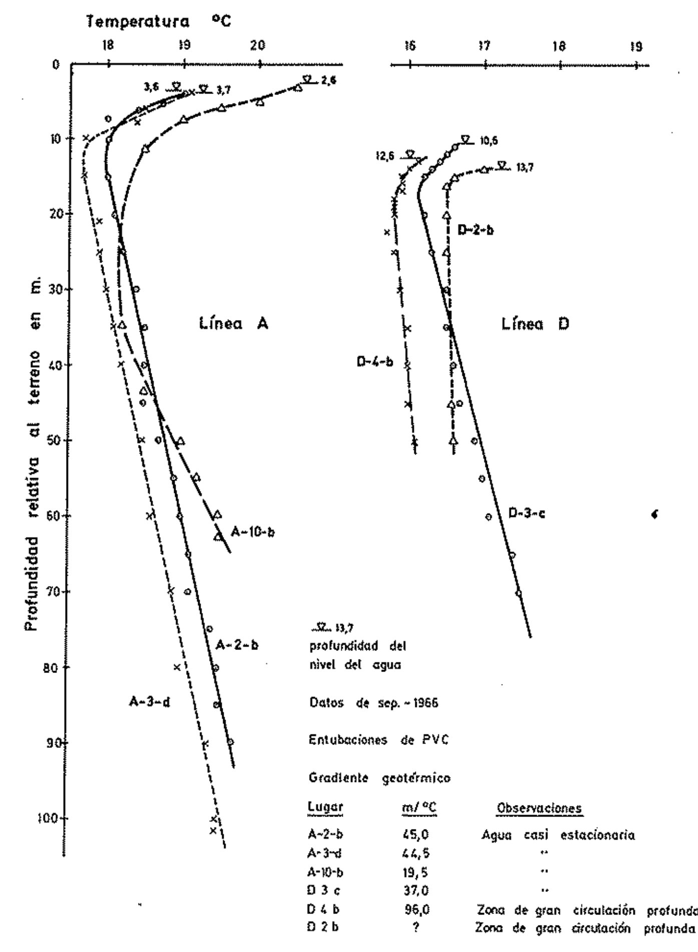


FIGURA 10.36

Registros de temperatura de varios piezómetros instalados en el delta del río Llobregat (Barcelona). Medidas con precisión relativa ±0,1 °C, pero con ligeros desplazamientos (±0,3 °C) en la referencia.

general (ver apéndice A.10.2) para un medio homogéneo e isótropo[66]:

$$\frac{K}{c \cdot \delta} \nabla^2 \theta + k \theta \nabla^2 \varphi + k \text{ grad } \varphi \cdot \text{grad } \theta +$$

$$+ \frac{Q}{c \cdot \delta} - \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$$

[66] Se supone que en primera aproximación los parámetros son independientes de la temperatura.

en la que:

K = conductividad térmica (cal/cm/seg/°C)
k = permeabilidad hidráulica (cm/seg)
c = calor específico (cal/g/°C)
t = tiempo
δ = densidad (g/cm³)
Q = generación de calor interno (cal/cm³/seg)
θ = temperatura (°C)
φ = potencial hidráulico (cm).

Esta ecuación es de muy complicada resolución aun sin fuentes de calor internas y en régimen estacionario, y precisa de un gran número de datos de los que en general no se dispone. Su principal interés radica en que establece una estrecha relación entre θ y φ, o conocidos éstos entre k y K.

Para cálculos aproximados o indicativos es mejor plantear las ecuaciones de forma sencilla. Así, admitiendo un acuífero de espesor constante, con un flujo de agua también constante y tal que la temperatura sea constante en una misma sección del acuífero, se obtienen los resultados expresados en el apéndice A.10.2. La figura 10.37 muestra una aplicación a un acuífero horizontal en la que se ve como la temperatura del agua se acerca asintóticamente a la temperatura que corresponde al gradiente geotérmico. En el caso de un acuífero ascendente o descendente, si la velocidad del agua es pequeña existe poca diferencia entre la temperatura

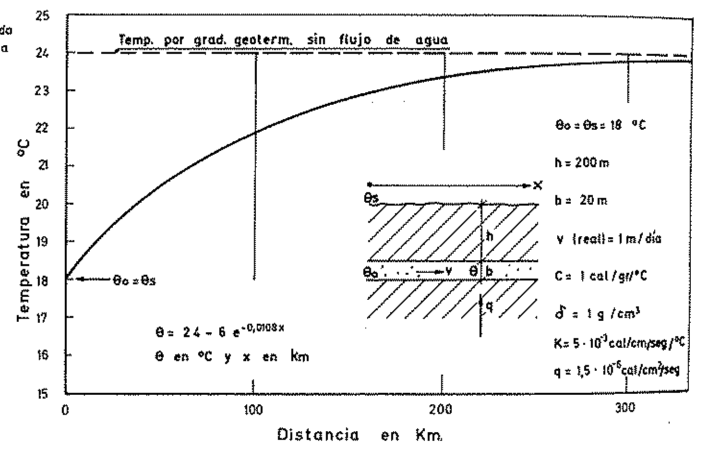


FIGURA 10.37

Calentamiento del agua de un acuífero horizontal sometido a gradiente geotérmico en el que la temperatura inicial del agua es igual a la media de la existente en la superficie.

del agua en un punto y la que correspondería al gradiente geotérmico. Sólo en el caso de una rápida circulación puede surgir agua apreciablemente caliente o encontrarse agua relativamente fría en profundidad; ello requiere en general grietas y conductos singulares.

Construyendo un plano de isotemperatura para una cierta profundidad y comparándolo con el calculado en las condiciones de ausencia de flujo de agua subterránea y teniendo en cuenta la conductividad calorífica de cada uno de los materiales, se pueden deducir las zonas de recarga y descarga del agua, ya que las primeras son relativamente más frías que las segundas (Cartwright, 1970). Actualmente se están desarrollando técnicas de estudio del agua subterránea mediante las variaciones de temperatura del terreno y del agua en las perforaciones. En ciertos casos presenta ciertas ventajas sobre otros métodos[67], pero la técnica es delicada, precisa de sondeos o pozos y las temperaturas deben medirse con gran precisión, con sensibilidad menor que 0,1 °C, preferible 0,01 °C. Se pueden estudiar tanto variaciones laterales como verticales (Frolov, 1968; Sorey, 1971; Turner, de Hydrotechnics, comunicación privada).

4.7 ÁREAS GEOTÉRMICAS Y SISTEMAS GEOTÉRMICOS E HIDROTERMALES

Las áreas geotérmicas son zonas de la corteza terrestre con un gradiente geotérmico elevado, que implican temperaturas elevadas en profundidad. Las áreas geotérmicas merecen ser consideradas como tales si el calor que proporcionan puede tener una aplicación práctica tal como la producción de energía o la calefacción doméstica o industrial. El conjunto de materiales fluidos en movimiento, fracturas, foco caliente, etc., que intervienen en un área geotérmica forman un sistema geotérmico. Si el sistema geotérmico incluye agua en movimiento se llama también sistema hidrotermal, y debe incluir el flujo convectivo de agua fría descendente necesario para mantener la cantidad de agua existente en el sistema. Las áreas con manantiales termales, fumarolas, etc., son la manifestación externa de un sistema hidrotermal, aunque no siempre aparecen estas manifestaciones exteriores.

Las áreas geotérmicas se localizan en zonas de la corteza terrestre con fracturas recientes o anormalmente delgadas, en relación con la tectónica de placas, principalmente en las dorsales y áreas de subducción. Con frecuencia, aunque no siempre, van asociadas a fenómenos volcánicos, en el bien entendido que el volcanismo y la elevada temperatura interior son manifestaciones de un mismo fenómeno y no uno consecuencia del otro.

En el estado de conocimientos actual, las áreas geotérmicas con frecuencia no coinciden con las grandes zonas de mayor flujo térmico terrestre, sino que constituyen manifestaciones marginales de menor extensión.

Es muy difícil establecer una adecuada clasificación de las áreas geotérmicas por cuanto son muchos los criterios posibles y no siempre es posible diferenciar aspectos secundarios de aspectos esenciales[68]. Las clasificaciones estructurales tienen el defecto de que se basan en algo que modifica el flujo calorífico, pero que no lo controla.

Las temperaturas medidas en las diferentes áreas o campos geotérmicos explorados son muy variables, variando entre 50 °C y casi 400 °C con profundidades de hasta 2000 m. En las áreas de Matsukawa (Japón), Pausketka (URSS), Wairakei (Nueva Zelanda), Salton Sea (USA), Cerro Prieto (México), Larderello (Italia), cuenca húngara (Hungría), Karlovy Vary o Karslbad (Checoslovaquia), se obtienen datos de temperaturas máximas de: 250, 200, 266, 360, 388, 245, 90 y 73 °C. Las cinco primeras están asociadas a manifestaciones volcánicas o a sus estructuras y efectos tectónicos asociados, la sexta aparece en calizas en una zona de bloques, la séptima en un área continental de poco espesor y la octava en una zona de plataforma continental. Las manifestaciones volcánicas ácidas parecen estar asociadas a temperaturas más altas que las de carácter básico.

El calor interno disipado en un área geotérmica o hidrotermal puede ser sólo una pequeña fracción de calor total regional que se elimina en su mayor parte por conducción a la atmósfera. Yuhara (en Banwell, 1970) estima el flujo calorífico total en Japón en 29 500 MW de los que sólo 2200 acompañan a erupciones volcánicas, 630 se desprenden en áreas geotérmicas y 3500 en fuentes termales.

Según datos contenidos en White (1970), en la fosa tectónica de la Isla del Norte de Nueva Zelanda se tiene un flujo geotérmico de $20 \cdot 10^{-6}$ cal/cm²/seg en un área de 400 km², en Yelkwstone (USA), en la zona de geysers, el flujo es de $67 \cdot 10^{-6}$ cal/cm²/seg en una extensión de 700 km². La actividad en estas zonas perdura desde hace probablemente miles de años, lo que

[67] La temperatura es una propiedad que no se conserva (no conservativa) en el flujo pues puede aumentar o disminuir fácilmente por intercambio con el medio. En cambio el contenido en ion cloruro es con frecuencia una propiedad conservativa.

[68] Véase en la discusión del informe de la sección III del Simposio sobre el desarrollo y utilización de la energía geotérmica de Pisa en 1970, patrocinado por las Naciones Unidas y el Instituto Internacional de Investigaciones Geotérmicas de Pisa.

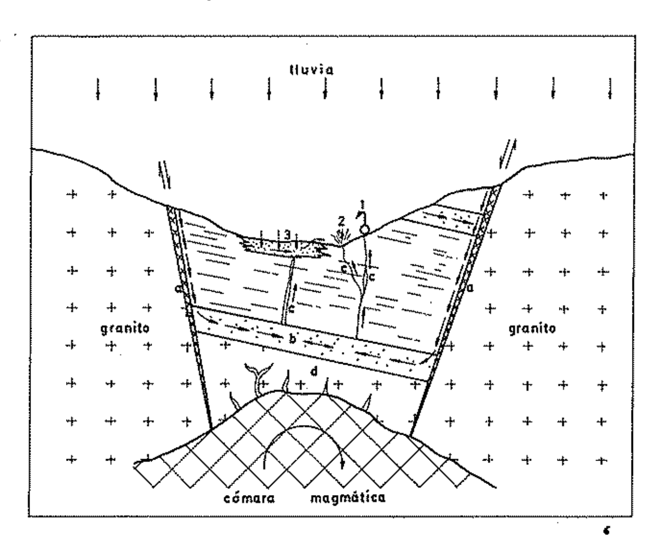


FIGURA 10.38
Esquema de un sistema hidrotermal en una fosa tectónica. Las flechas indican el movimento del agua. a) *Zonas de fractura y grietas con alguna permeabilidad.* b) *Acuífero calentado desde la cámara magmática.* c) *Grieta que permite la ascensión rápida del agua caliente.* d) *Material entre la cámara magmática y el acuífero a través de la que se conduce el calor y en la que se efectúa una posible convección de agua caliente y vapor por grietas.* 1) *fuente termal,* 2) *vapor húmedo y agua termal,* 3) *acuífero calentado por aportes del acuífero b.*

está a favor de la teoría de la convección magmática como medio para renovar el calor del foco.

El esquema de un sistema geotérmico e hidrotermal puede ser el de la figura 10.38 en el que además de existir una fuente de calor interna renovada por convección del magma, existe un flujo de agua que produce las fuentes termales y otras manifestaciones de calor interno. Unas manifestaciones termales pueden ser directamente a través de grietas de circulación ascensional rápida o bien por calentamiento de un acuífero que recibe por ascenso rápido un pequeño aporte de aguas y vapores termales profundos. Según sean las temperaturas y las presiones se puede producir vapor en mayor o menor cantidad[69]. En la figura 10.39 se muestra otro esquema de un sistema hidrotermal con agua y vapor y una zona de vapor dominante.

En las manifestaciones geotérmicas e hidrotermales la convección juega un papel muy importante ya que la simple conducción no puede explicar las elevadas temperaturas existentes a profundidades moderadas.

La existencia de un sistema geotérmico e hidrotermal no va necesariamente acompañado de manifestaciones de vapor o agua caliente puesto que éstas requieren conductos rápidos ascensionales que no siempre existen. Su más clara indicación es el gradiente normalmente elevado o las temperaturas algo más elevadas que lo normal en las zonas de circulación poco profunda.

En unos sistemas geotérmicos domina la fase líquida mientras que en otros domina la fase vapor. La relación de abundancia de los primeros a los segundos es posiblemente de 20/1 (White, 1970). Una extracción de agua caliente, una bajada de presión o una disminución del

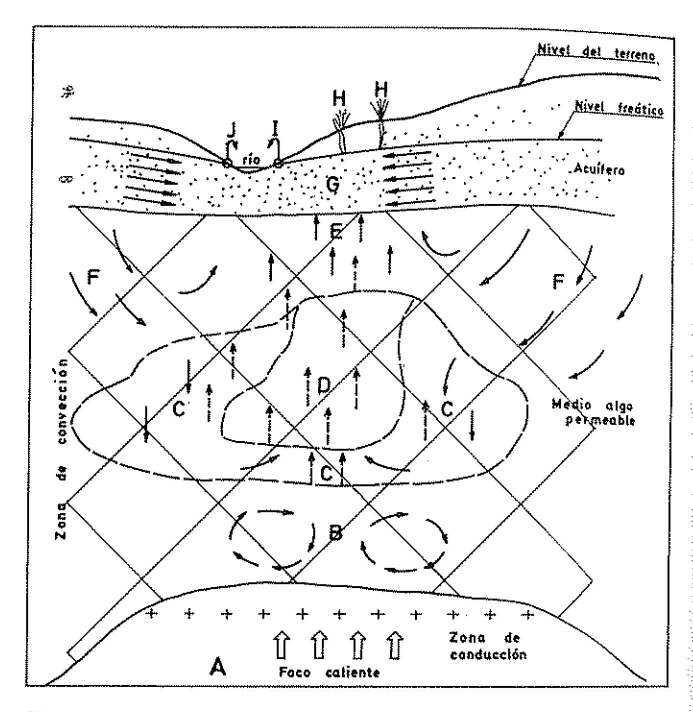


FIGURA 10.39
Esquema de un sistema hidrotermal con vapor. A) *Zona de conducción en material impermeable.* B) *Zona de convección con agua caliente siempre; si no existe una salida de sales es una zona de formación de salmueras y precipitaciones por acumulación de sales.* C) *Zona de coexistencia de vapor y agua.* D) *Zona de vapor.* E) *Zona de agua caliente por enfriamiento del vapor.* F) *Aporte de agua fría.* G) *Acuífero freático calentado por aportes profundos.* H) *Manifestaciones hidrotermales con vapor o agua y vapor.* I) *Fuentes y surgencias termales.* J) *Fuente fría.*

[69] 1 g de vapor formado absorbe unas 540 cal; la entalpía total es de alrededor de 640 cal.

aporte de nueva agua puede hacer que un sistema de fase líquida dominante evolucione hacia un sistema de fase vapor dominante. Los geyseres son una manifestación de estos últimos.

4.8 GEOQUÍMICA DE LAS ÁREAS GEOTÉRMICAS E HIDROTERMALES

Los aspectos geoquímicos varían según se trate de un sistema predominantemente acuoso o un sistema predominantemente en fase vapor. En el primero la capacidad de disolución es grande mientras que en el segundo es muy reducida.

El agua involucrada en el proceso es de origen meteórico en su mayor parte como lo demuestra un contenido en deuterio (D) muy similar al de las aguas freáticas locales y lo confirma la existencia de tritio[70] el contenido en O-18 no sirve para efectuar comparaciones puesto que puede producirse un intercambio isotópico con el terreno si la temperatura es elevada (White, 1970). El aporte de agua de origen congénito o metamórfico no siempre es identificable ya que un aporte del 5 ó 10 % del total no es capaz de alterar las relaciones isotópicas de forma importante.

Las aguas termales contienen las sales aportadas por su fracción vadosa, las aportadas por las aguas de origen profundo y las que toma del terreno. La incorporación de sales del terreno depende en gran manera de la temperatura, de la presión del tiempo de contacto y del contenido en sustancias solubles en las rocas involucradas, que en general es escaso, tal como se expuso en el capítulo 1. Basta recordar que el Cl^-, en general no rebasa unos pocos cientos de ppm, que el B puede variar entre 100 y algunos cientos de ppm en algunas pizarras de origen marino y arcillas pelágicas. El contenido de estos elementos escasos en las aguas termales está determinado principalmente por el contenido en ellos de la roca inalterada y por la relación agua a roca nueva que está en proceso de lixiviación.

En sistemas hidrotermales antiguos probablemente se ha producido ya un lavado casi total de sustancias solubles; los aportes de sales deben tener un origen externo como ha demostrado Ellis y Mahon (1964) basándose en la pequeña variación de O-18 en las aguas del sistema de Wairakei (Nueva Zelanda). La concentración por evaporación y la recarga con aguas marinas son fenómenos que pueden conducir a notables acumulaciones de sales.

[70] Véase capítulo 12.4.

Actualmente existen programas de ordenador y tabulaciones de datos que permiten calcular los procesos geoquímicos profundos de los yacimientos hidrotermales con cierta garantía, partiendo de un análisis completo del agua, incluyendo gases, necesitándose además el valor de la entalpía si es un sistema de agua-vapor (Truesdell y Singers, 1974).

Parte de los aportes externos pueden ser emanaciones profundas de zonas de gran temperatura que suponen volatilización de algunas sales y descomposición de otras. Los haluros son volátiles y esas emanaciones pueden aportar sales alcalinas (ClNa, ClK, ClLi, BrNa, FNa, etc.) si la presión es elevada, o bien ácidos (ClH, FH, etc.) si la presión es baja. Los aportes de Li^+, NH_4^+, Cl^-, B, I^-, Br^-, CO_2, SH_2, As, Sb, pueden también estar asociados a emanaciones profundas y esas sustancias son frecuentes en las aguas termales. En Larderello (Italia) el aporte de BO_3H_3 es tan notable que se han formado yacimientos del mismo y de bórax en superficie.

El agua toma con facilidad Na^+, K^+ y SiO_2 de las rocas pero el Ca^{++} y Mg^{++} son disueltos con más dificultad ya que su solubilidad está limitada. Las aguas poco profundas al calentarse pierden CO_2 y se precipita CO_3Ca y CO_3Mg con la consiguiente disminución en la permeabilidad del medio. En zonas profundas en que el agua está sometida a un ciclo convectivo y la única salida es en forma de vapor (fig. 10.39) las sales permanecen en el sistema parcial y se puede llegar a formar una salmuera, o incluso precipitaciones importantes.

En los sistemas hidrotermales acuosos (domina el agua sobre el vapor), los manantiales de mayor temperatura son más ricos en SiO_2, Cl^-, B, Na^+, K^+, Rb^+, Cs^+ y As, que otros manantiales más fríos. Si existe deposición de SiO_2 en superficie o en zonas de poca profundidad, es señal de un fuerte gradiente geotérmico, mientras que si se deposita travertino (CO_3Ca) es señal de que en profundidad las temperaturas son poco elevadas y es posible la disolución de caliza por el CO_2 añadido. En general las aguas de los sistemas hidrotermales acuosos contienen más de 50 ppm de Cl^-, y si la temperatura es superior a 150 °C pueden variar normalmente entre 100 y muchos miles de ppm, aunque existen excepciones.

En los sistemas hidrotermales con fase vapor dominante, en zonas de actividad intensa, se forman manantiales ácidos (si no existe neutralización por NH_3) a partir de SO_4H_2 procedente de oxidación de SH_2, el contenido en $SO_4^=$ es elevado y el contenido en Cl suele ser bajo, por debajo de 15 ppm. Si la actividad no es tan intensa, las fuentes manan agua que varía desde ligeramente ácida hasta ligeramente alcalina sulfatada-bicar-

bonatada con un contenido en CO_2 total, B y NH_4^+ que a veces es elevado. Es de esperar la existencia de un nivel de agua hirviente profundo, de salinidad muy elevada.

4.9 INDICADORES GEOQUÍMICOS DE LA TEMPERATURA PROFUNDA

La composición de un agua en equilibrio con las rocas que la contienen es función de la temperatura y su estudio puede informar sobre esas temperaturas. Sin embargo deben cumplirse varias condiciones:

a) Existencia de reacciones que dependen de la temperatura con un suministro adecuado de materias.

b) Equilibrio agua-roca con conjuntos minerales específicos de altas temperaturas.

c) Ascensión rápida del agua hasta la superficie.

d) Alteraciones mínimas al pasar el agua a temperaturas menores.

e) Ausencia de disolución o mezcla con otras aguas.

En sistemas acuosos el SiO_2 es el mejor indicador de temperatura para temperaturas menores que 200 °C; para mayor temperatura da indicaciones erróneas pues puede precipitarse parcialmente. La relación entre el contenido en SiO_2 y la temperatura se refleja en la figura 10.40.

La relación r Na/r K es también útil en sistemas acuosos si la relación se mantiene entre 20 y 8, como se ve en la figura 10.41, aunque el equilibrio con ciertos minerales se aleja de la zona de mayor coincidencia. El margen de temperaturas útil está entre 160 y 300 °C. La relación r Na/r K da buenos resultados por encima

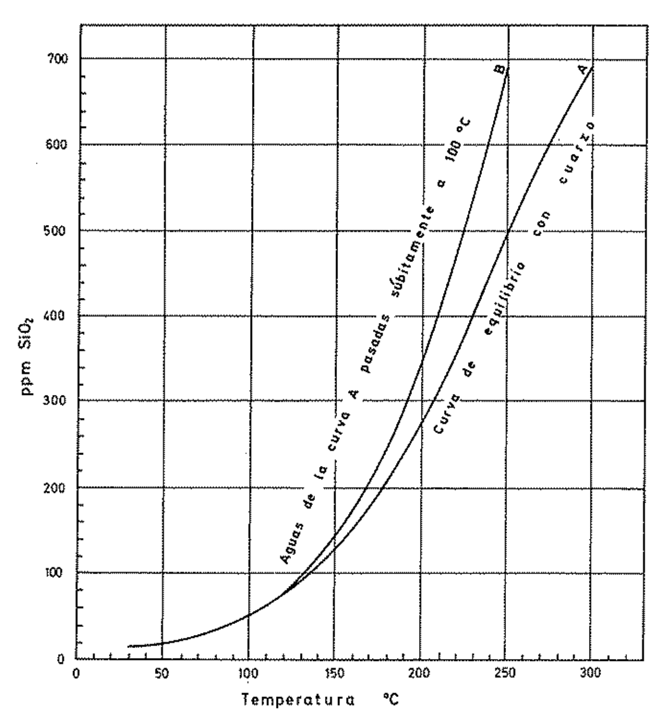


FIGURA 10.40
Relación entre concentración en SiO_2 y la temperatura en aguas termales. (Según Fournier y Truesdell, 1970.)

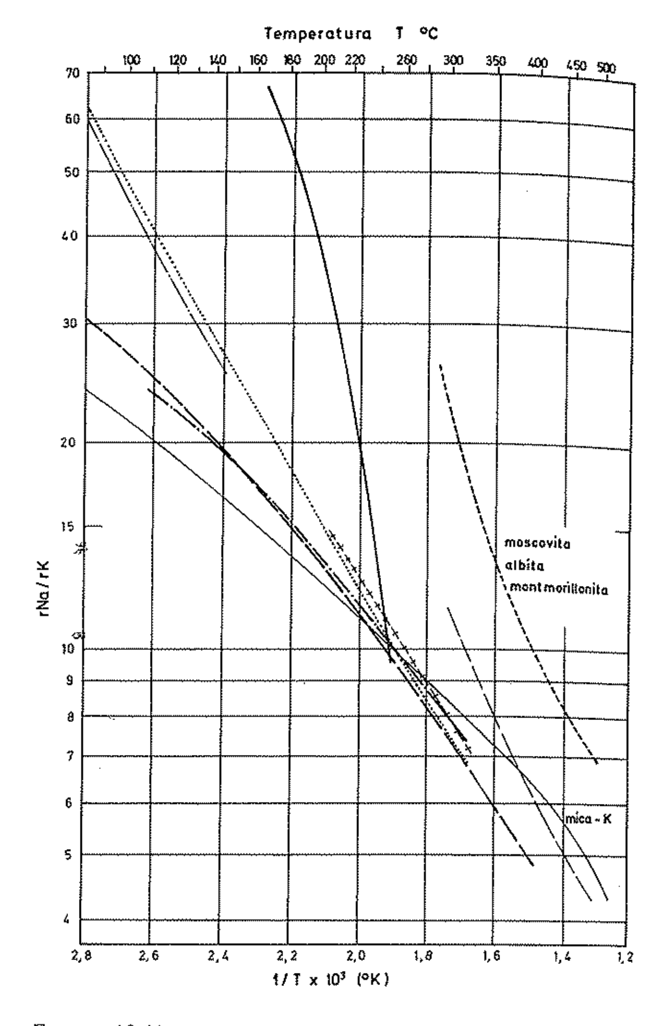


FIGURA 10.41
Relación entre r Na/r K *y la temperatura mostrando varias curvas teóricas y experimentales deducidas por varios autores. (Según White, 1970.)*

de 200 °C que es cuando el SiO_2 da resultados deficientes. La relación r Na/r K no debe usarse con aguas ácidas ni con aguas que originan travertino (White, 1970).

El contenido en CO_3H^- y Ca^{++} es función de la temperatura, decreciendo la solubilidad del CO_3Ca al crecer ésta, pero influyen otros factores. Puede ser útil en aguas poco profundas. Contenidos en Mg^{++} bajos y un bajo valor de relación r Mg/r Ca son característicos de sistemas acuosos de alta temperatura de poca profundidad. Otras relaciones pueden tener también significación pero son de utilización incierta[71]. Fournier y Truesdell (1973, 1974) han encontrado experimentalmente que la función $\log Na/K + \beta \log \sqrt{Ca/Na}$ es una función lineal de $1/T$, siendo T la temperatura absoluta, $\beta = 1/3$ para agua equilibrada a más de 100 °C y $\beta = 4/3$ para agua equilibrada por debajo de 100 °C. Las concentraciones son molares. Esta relación puede usarse entre 4 y 340 °C y da mejores resultados que la relación Na/K. No obstante, el uso de cualquier relación exige unos supuestos básicos que rara vez se cumplen (Fournier, White y Truesdell, 1974).

La presencia de costras silíceas indica temperaturas superiores a 180 °C y la existencia de un sistema acuoso actual o de tiempos pasados.

La presencia de formaciones de travertino indica que las temperaturas del subsuelo son bajas y que la zona caliente está a gran profundidad.

En sistemas con fase vapor dominante es difícil encontrar indicadores de temperatura. Puede ser útil el estudio de la relación H_2/total de gases la cual crece al crecer la temperatura y es mayor que 0,005 si la temperatura profunda es mayor que 200 °C (White, 1970). En la reacción de equilibrio.

$$CO_2 + 4H_2 \rightleftarrows CH_4 + 2H_2O$$

existe un fraccionamiento del C-13 que depende de la temperatura y por lo tanto la composición isotópica del C del CO_2 o del CH_4 puede ser utilizada como indicador; las temperaturas obtenidas suelen ser más altas que la realidad debido quizás a que el equilibrio no es completo. Entre el H_2, CH_4 y H_2O también existe un reparto de D que pudiera ser útil, pero al parecer el intercambio es muy rápido y el vapor obtenido en superficie está ya alterado. Si en el gas domina el vapor de agua, su presión y temperatura pueden indicar la temperatura de la cámara geotérmica.

Las mezclas de aguas pueden ser estudiadas por métodos ya expuestos en los capítulos 2 y 3. La circulación del agua puede deducirse a veces del estudio de minerales existentes en los testigos de los sondeos ya que las aguas ascensionales tienden a depositar SiO_2 si su temperatura desciende por debajo de 125 °C mientras que no sucede con las aguas descendentes, que pueden depositar carbonatos. Las zonas de mayor circulación son ricas en SiO_2 y feldespato potásico. El estudio isotópico de los minerales (O-18/O-16, C-13/C-12, S-34/S-32) da también idea de la circulación, tal como se comentará en el capítulo 12.4.

[71] Para detalles complementarios véase White 1970.

4.10 FORMACIONES ASOCIADAS A LAS AGUAS MINERALES Y TERMOMINERALES

La pérdida de gases disueltos, el paso de un medio reductor a un medio oxidante, el enfriamiento de las aguas termominerales, etc., son causas que cambian el ambiente químico de un agua mineral que surge a la superficie del terreno, y frecuentemente se traducen en precipitaciones, en forma de depósitos sólidos y/o de fangos.

Entre los depósitos sólidos son muy comunes las formaciones de tobas y travertinos[72], originados en la precipitación de carbonato cálcico; también son frecuentes los depósitos de hidróxido férrico (limonita). Las aguas termominerales pueden depositar sílice en forma de calcedonia (a veces cuarzo) o de ópalo (geiserita como más frecuente); la sílice puede también depositarse si el pH aumenta en la mezcla del agua termal con las aguas subterráneas poco profundas. En estos depósitos se encuentran a veces sulfuros y sulfatos metálicos, en pequeñas cantidades.

Los fangos son unas veces arrastrados mecánicamente si el agua se mueve con rapidez en el terreno, con un acompañamiento más o menos importante de arcillas que se coagulan y de hidróxido de hierro, carbonatos y sílice (fango de Loeches). Otras veces tienen un origen orgánico y tienen una consistencia más o menos de gel.

4.11 COMPOSICIÓN DE LAS AGUAS MINERALES Y ORIGEN DE LAS SALES DISUELTAS

Tal como se ha dicho, la composición química de las aguas minerales difiere poco de la de las aguas ordina-

[72] Los travertinos se pueden depositar también en surgencias de agua no termal con elevada tensión de CO_2, tal como se comentó en el apartado 2.4.

TABLA 10.4 *Análisis de algunas aguas minerales españolas embotelladas según indicaciones en su etiqueta*

Nombre del agua	Malavella		Fonter		Firgas		Vital		Vichy Catalán		San Narciso		Clará	
Lugar	Caldas de Malavella		Amer		Firgas		La Garriga		Caldas de Malavella		Caldas de Malavella		Argentona	
Provincia	Gerona		Gerona		Las Palmas		Barcelona		Gerona		Gerona		Barcelona	
Cationes	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm
Na	911,04	39,60	1182,57	51,50	103	4,49	53,8	2,34	1110	48,24	654	28,40	8,75	0,38
K	178,93	4,59			4,1	0,11	5,1	0,13	70,8	1,81	250	6,41		
Ca	56,44	2,82	55,43	2,77	56	2,80	10,6	0,53	19,2	0,96	56,6	2,83	111,4	5,57
Mg	9,99	0,83	43,42	3,62	29,2	2,43	7,7	0,64	14,8	1,24	20,2	1,68	47,6	3,97
Fe^{++}	1,35	0,02	Indicios		3,9	0,07			1,3	0,05				
Total		47,86		57,89		9,90		3,54		52,30		39,32		9,92
Aniones	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm
CO_3H	3268,94	53,60	1304,31	21,40	594	9,75	83,7	1,43	2100	34,52	1048,5	17,17	494,0	8,10
SO_4	54,65	1,14	36,62	0,71	7,6	0,02	8,9	0,02	46,3	0,96	444,9	9,26	25,0	0,54
Cl	595,93	16,79	(?)447,66	12,60	31,5	0,89	59,6	1,68	590	16,60	554,6	15,60	46,1	1,30
NO_3					12	0,19								
Total		71,53		34,71		10,85		3,13		52,08		42,03		9,94

Nombre del agua	Malavella	Fonter	Firgas	Vital	Vichy Catalán	San Narciso	Clará
Residuo seco ppm		2900	512	248		3424,2	
CO_2 disuelto ppm	1075	990	1584	14	328	202,6	510
O_2 disuelto ppm	4,56	5,82			1,6		4,15
N_2 disuelto ppm	17,9	20,1			3,9	64,65	7,6
Radioactividad	300 μμc/l de Ra	152 Volt/h/l		590 Volt/h/l			1300 μμc/l
Otras sustancias ppm	Li 0,15, Al 1,02 SiO_2 70,5 Indicios de Ba, Sr, Mn, F, Br, PO_4 y BO_3	Al_2O_3 98 SiO_2 10	Al 0,7 SiO_2 140 Residuo fijo a calcinación 439 ppm	SiO_2 2,1 $PO_4^{=}$ Indicios Materia orgánica 4 ppm en O_2	SiO_2 59,5 Li 0,13 Br 0,13 I 0,012 F 4,65 Análisis compensado	Li 1 SiO_2 78,5 pH 8,0 Densidad 1,00185	SiO_2 22 Sr indicios Análisis compensado
Temperatura °C	60 °C				60 °C	59,5 °C	

excepto en una concentración total anormalmente elevada o en contenidos anormales de algunas sustancias disueltas, como CO_3H^-, CO_2, Fe^{++}, SiO_2, SH_2, etc.

Las aguas saladas y salmueras naturales tienen contenidos elevados en Br^- e I^- y a veces en B, F^-, Li^+, Sr^{++}, As, etc. Muchas veces no se trata de proporciones elevadas sino que el contenido es elevado porque su salinidad es elevada.

En otras ocasiones se trata de proporciones excepcionalmente elevadas como la fuente de Sohl (Sohlquelle) en Alemania que contiene 243 ppm de I^- y la de Chelles-les-Eaux en Saboya que contiene 96 ppm de I^- y 16 ppm de Br^- (Castany, 1963, pág. 586).

Las sales de las aguas minerales tienen un origen similar al de las aguas subterráneas normales y pueden haber estado sometidas a los mismos fenómenos modi-

ficadores[73]. En ocasiones se relacionan con el lavado de depósitos de sales solubles (domos salinos y yacimientos de sal, formaciones de yesos) o terrenos que pueden aportar grandes cantidades (permotrias, keuper, oligoceno, etc.) o de formaciones ricas en restos orgánicos que pueden aportar I, etc. Si la circulación es profunda, las elevadas temperaturas y presiones y en ocasiones el largo tiempo de contacto permiten que se concentren oligoelementos y éste puede ser el origen de concentraciones anormales en Li, Sr, As, etc., tal como ya se ha indicado al hablar de los sistemas hidrotermales.

El contenido en anhídrido carbónico puede llegar a 3000 ppm, el cual se desprende al perder el agua presión y puede alcanzar a veces la superficie por caminos diferentes de los del agua (mofetas) o desprenderse de ésta en la misma superficie (grifones). El CO_2 va con frecuencia acompañado de nitrógeno libre y éste es a veces el gas que domina, pero rara vez se pasa de 15 ppm.

En zonas graníticas el agua puede recolectar el helio[74] generado en éstas y si el contenido es elevado pueden ser fuente de este gas[75]. Según Castany (1963) pág. 599, en las fuentes minerales de Tejas (USA) se obtienen 400 m^3/día de He, pero es un caso muy excepcional; según el mismo autor, en Pechelbronn (Alemania) se obtienen 38 m^3/año, que es despreciable a efectos prácticos.

Las aguas minerales pueden ser en ocasiones más radioactivas que el valor medio de las aguas subterráneas, en especial las asociadas a terrenos graníticos. Su actividad es en su mayor parte temporal (asociada al radón). Se citan valores de hasta 500 $\mu\mu$ Ci/l o más (ver tabla 10.4).

En la tabla 10.4 se dan los análisis químicos de algunas aguas minerales embotelladas españolas tal como constan en sus etiquetas o transformados para tener todas las expresiones de forma comparable[76].

[73] Véase el apartado 1.4.

[74] El helio no es más que la propia radiación alfa de desintegración de los elementos radiactivos pesados, frenada por el propio terreno.

[75] Su interés industrial es creciente y son muchas las aplicaciones, una de las mayores es como elemento refrigerante en reactores nucleares avanzados de gas.

[76] Pueden encontrarse análisis completos, incluyendo algunos elementos traza de aguas termales y de aguas muy mineralizadas en ciertos trabajos especializados. Véase por ejemplo (Kimura, Yokoyama e Ikeda (1954); Mazor, Rosenthal y Ekstein (1969).

Apéndice 10.1

Datos geoquímicos

A.1.1 COMPOSICIÓN DE LAS ROCAS DE LA CORTEZA TERRESTRE

Dado que el agua subterránea circula por el terreno, toma sales solubles del mismo, interacciona con él y lo altera, es interesante conocer la composición media de la corteza terrestre. Considerando arbitrariamente como corteza terrestre los materiales situados hasta una profundidad de alrededor de 16 km bajo el nivel del mar, la misma está formada por un 93 % de litosfera, 7 % de hidrosfera y 0,02 % de atmósfera, todo ello en peso (Jaeger, 1957, pág. 67). En la tabla A.10.1 se da la composición media y la media de algunos tipos de rocas y del agua natural. Se observa como más del 98 % de la corteza terrestre está integrada sólo por 9 elementos: O, Si, Al, Fe, Ca, Na, K, Mg, H y entre los restantes el Ti, C, Cl, I, S y Mn están en concentraciones comprendidas entre 10 000 y 1000 ppm y el F, Ba, N, Sr, Cr, Zr, V, Ni, Zn, B, Cu, lo están entre 1000 y 100 ppm. Elementos tan comunes como el Pb, Br, Sn y As están en concentraciones ínfimas.

Una primera comparación entre la composición de la corteza terrestre y la de las aguas naturales muestra que aparte del O y el H algunos de los elementos más comunes en el agua, como el Cl, C, S son escasos en la corteza terrestre, mientras que el Si, Al y Fe que son los elementos más abundantes en ella después del oxígeno, apenas existen en las aguas. Ello es debido a la gran diferencia de la movilidad química, de modo que mientras unos elementos muy abundantes en la corteza terrestre son casi insolubles otros que son escasos son tan solubles que pueden ser lavados y concentrados con facilidad en el agua (ley de reparto). En este reparto interviene también de forma importante el intercambio iónico y los fenómenos biológicos, que solubilizan o eliminan a unos con preferencia a otros. La preferencia de un elemento por un medio u otro se llama *movilidad*.

A.1.2 COMPOSICIÓN DEL AGUA DEL MAR

El agua del mar es origen de muchas aguas subterráneas o guarda cierta relación con ellas, en especial en forma de agua congénita en los sedimentos. La composición varía según los mares, siendo algo más concentrada en lugares cálidos con pobre renovación como en el Mediterráneo y menor en lugares semicerrados con abundantes aportes continentales como en el mar Báltico. En la tabla A.10.2 se da la composición media del agua del mar y algunos análisis del agua del mar Mediterráneo.

Mientras la salinidad media del mar está entre 34 y 35 g/l, en el Mediterráneo y mar Rojo puede llegar a 45 g/l por la mayor evaporación. En mares interiores, la salinidad depende del balance entre la evaporación y los aportes continentales y del intercambio de sales con otros mares si existen. Según Bogomolov (pág. 68) el mar Negro tiene entre 18 y 22 g/l y el mar Báltico entre 3 y 8 g/l.

Según Gilcher (1965), se tiene que en mar abierto:

$$S = 34{,}6 + 0{,}0175\,(E - P)$$

siendo

S = salinidad en g/l
E = evaporación en mm/año
P = pluviometría en mm/año

En el Océano Atlántico a 25° N, S = 36,9 y en el Océano Pacífico a 40° N, S = 33,6 g/l.

A.1.3 EL AGUA DE LLUVIA

El agua de lluvia, origen esencial de las aguas subterráneas es un vehículo primario de gran importancia en

TABLA A.10.1 *Composición media de la corteza terrestre de algunos tipos de rocas y del agua natural. Según Rankana y Sehama (1950), Davis y De Wiest (1966), Jaeger (1957) y Hem (1959)*

Elemento	Composición en ppm						
	Corteza terrestre	Rocas ígneas	Rocas sedimentarias			Agua natural	
			Resistitas	Hidrolizitas	Precipititas	Marina	Dulce
O	491 300	474 000	518 000	500 000	496 000	890 000	890 000
Si	260 000	277 200	367 500	272 800	24 200	1	8
Al	74 500	81 300	25 300	81 900	4 300	0,01	0,04
Fe	42 000	50 000	9 900	47 300	4 000	0,01	0,07
Ca	32 500	36 300	39 500	22 300	304 500	400	45
Na	24 000	28 300	3 300	9 700	370	10 556	35
K	23 500	25 900	11 000	27 000	2 700	380	2,5
Mg	23 500	20 900	7 100	14 800	47 700	1 350	11
H	10 000					110 000	110 000
Ti		4 400	960	4 300		0,001	0,001
P		1 180	350	740	175	0,07	0,03
Mn		1 000	trazas	620	385	0,002	0,02
F		600		510	250	1,3	0,2
S		400	2 800	2 600	1 100	885	14
C		320	13 800	15 300	113 500	28	40
Cl		314	trazas		200	19 000	16
Rb		310	273	300	0		
Sr		300	226	170	500		
Ba		250	170	460	120		
Cr		200	100	500	2		
Zn		132	220	500	50		

el aporte de sales solubles y en aportar cierta agresividad al agua de infiltración.

Las sales que contiene el agua de lluvia proceden en parte del mar y son aportadas por gotitas de agua marina en forma de aerosol, levantadas y arrastradas por el viento. Otra parte es de origen continental y la contribución es proporcionalmente importante en el interior de los continentes y cerca de áreas industriales. El contenido en cloruros del agua de lluvia depende de la dirección del viento, de la distancia del mar, de la intensidad y duración de la precipitación atmosférica y también algo de la época del año, y de las condiciones climáticas. También influye la topografía.

De acuerdo con el documentado trabajo de Matveyev y Bashmakova (1964) la composición del agua de lluvia es muy variable, dominando el Cl^-, Na^+ y K^+ cerca de la costa. Hacia el interior de los continentes pasa a dominar el anión $SO_4^=$ y más lentamente pasa a dominar el ion Ca^{++}. A veces puede ser dominante el ion CO_3H^-. Según datos contenidos en ese mismo trabajo en la parte europea de la Unión Soviética se tienen resíduos secos medios de 35 ppm similar a los valores obtenidos en Europa Occidental y América del Norte. En el 40 % de los casos la mineralización varía entre 25 y 50 ppm y en el 30 % de los casos entre 50 y 100 ppm, con valores extremos entre menos de 10, y 200 ppm. De norte a sur la cantidad de sales aportadas varía entre 5 y 50 Tm por km² y año. Según Eriksson y Khunakasem (1969) en la costa de Israel se depositan 100 kg de Cl^-/Ha/año (~25 ppm) y en el interior 50, que descienden hasta 25 en la zona desértica del Sur. Según Kolodiajnaia (1962) se tiene:

Lugar	kg Cl^-/Ha/año
URSS	25 a 100
India	37 a 200
Italia	16 a 30
Israel	10 a 140
Escandinavia	40 a 130
Inglaterra	9 a 16
Australia	100 a 150
Méjico	100 (costa) a 2 (capital)

TABLA A.10.2 *Composición del agua marina*

Ion	Valor medio (1)		Valor medio (3)		Mediterráneo (4)		Mediterráneo (5)		Mediterráneo (2)	
Anión	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm
CO_3H	140	2,30	66	1,08	173,2	2,84	164	2,68	67	1,10
SO_4	2 649	55,00	2 435	50,73	3 279	68,27	2 910	60,60	2 907	60,80
Cl	18 980	532,00	17 506	493,30	21 743	613,17	21 050	594,00	20 483	576,00
NO_3					3,7	0,06	5,8	0,09		
Br	65	0,80	59	0,74			120	1,50	433	5,30
		590,10		545,85		684,34		658,87		643,20
Catión	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm	ppm	epm
Na	10 556	459,00	9 687	421,17	11 800	513,06	11 750	510,50	11 704	510,00
K	380	9,75	350	9,87	500	12,79	440	11,30	267	8,86
Ca	400	20,00	379	18,95	537	26,78	450	22,50	444	22,20
Mg	1 272	106,00	1 037	86,42	1 418	116,60	1 425	119,00	1 351	112,00
Sr	13	0,14							13	0,01
		594,89		536,41		669,23		663,30		651,07

Relación	Valor medio (1)	Valor medio (3)	Mediterráneo (4)	Mediterráneo (5)	Mediterráneo (2)
r Mg/r Ca	5,24	4,56	4,36	5,30	5,07
r K/r Na	0,021	0,0213	0,025	0,022	0,013
r SO_4/r Cl	0,103	0,103	0,111	0,102	0,104
r Cl/r CO_3H	232	456	216	221	522
kr	4,72	4,51	6,0	5,44	3,0
$\sqrt{r\,SO_4/r\,Ca}$	33,1	31,0	42,6	37,1	37,0
icb	+0,124	+0,129	+0,129	+0,122	+0,114
μ	0,682	0,617	0,733	0,762	0,745

OTROS VALORES

Valor medio (1)

NO_3 0,001 a 0,7 ppm
I 0,05 ppm
F 1 ppm
BO_3^- 25 ppm
SiO_2 0,01 a 7,4 ppm
Sólidos dis. 34 481,6 ppm
Salinidad 34 325 ppm
Carbono org. 1,2 a 3,0 ppm
Nitrógeno org. 0,03 a 0,02 ppm
Ba 0,05 ppm
Ru 0,02 ppm
Cu 0,01 ppm
U 0,15 a 0,0016 ppm
Mn 0,01 a 0,001 ppm
V 0,0002 ppm
Fe 10^{-9} ppm
NH_4 0,05 a 0,005 ppm
Ra 0,7 · 10^{-10} ppm

Mediterráneo (4)

Conductividad a 18°	44 031	µS/cm
pH a 18°	8	
Materia orgánica	27,1	ppm O_2
SiO_2	0,00	ppm

Mediterráneo (5)

Conductividad a 18°	47 500	µS/cm
pH a 18°	8,10	
Residuo seco a 110°	42 930	ppm
SiO_2	0,1	ppm
Fe	0,0	ppm

(1) Rankama y Sehama (1954), págs. 273-275.
(2) Schoeller (1956) pág. 200.
(3) Schoeller (1956) pág. 75.
(4) Custodio (1970 b). En Barcelona, a 1 km de la costa y 10 m de profundidad. Hay una notable contaminación. Otro análisis de un agua tomada en 1974 a 6 km mar adentro, frente al puerto, a 20 m de profundidad en un lugar con el fondo marino a 80 m, era algo más salina, con 26 565 ppm de Cl^-, 3475 ppm de SO_4, 12 500 ppm de Na, 400 de K y una conductividad de 67 000 µS/cm.
(5) Custodio (1970). En Hospitalet del Infante (Tarragona) a 200 y 1000 m de la costa a menos de 10 m de profundidad.

Con los datos contenidos en Schoeller (1962) páginas 330-349, en Davis y De Wiest (1966) página 85, Matveyev y Bashmakova (1964), M. Schoeller (1963) y otras varias publicaciones se puede establecer:

a) Ion cloruro: valor medio entre 0,3 y 3 ppm. Valores mucho más elevados cerca de la costa que en puntos alejados de la misma. Cerca de la costa se pueden tener entre 10 y 40 ppm, no siendo raros valores de 100 ppm y excepcionalmente más elevados, en especial durante tormentas, hasta el extremo de hacer el aire fuertemente conductor, creando dificultades en la transmisión eléctrica, como sucede a veces en el litoral del Maresme (Barcelona). A 50 km de la costa es raro rebasar 20 ppm y los valores más frecuentes están entre 1 y 5 ppm. A más de 200 km los valores son en general menores que 2 ppm.

b) Ion sulfato: valor medio entre 1 y 3 ppm, mayor en las áreas continentales que en las marítimas. Los valores mayores corresponden a zonas industriales con valores 15 ppm y a veces más. En las áreas costeras evoluciona paralelamente al ion cloruro.

c) Ion bicarbonato: el valor que corresponde al equilibrio con el CO_2 disuelto es en general del orden de 0,4 ppm pudiendo variar entre 0,8 y 2,5 ppm, excepcionalmente hasta 20 ppm.

d) Ion nitrato: en general menos de 2 ppm entre 0,03 y 12 ppm pudiendo superar 20 ppm en áreas industriales. Al parecer en zonas ecuatoriales es algo más elevado y aporta acidez (ácido nítrico) al agua.

e) Ion sodio: características similares a las del ion cloruro si es de procedencia marina.

f) Ion potasio: en cantidades similares al ion sodio. Puede llegar a ser $rK/rNa = 1$.

g) Ion calcio: entre 0,1 y 5 ppm pudiendo llegar a 20 ppm o más.

h) Ion magnesio: entre 0,1 y 2 ppm pudiendo llegar a 5 ppm.

i) Ion amonio: entre 0,2 y 4 ppm pudiendo llegar hasta 30 ppm.

j) Iones bromuro e ioduro: en áreas costeras mantienen una relación con el ion cloruro similar a la existente en el agua marina o existe un ligero enriquecimiento en aquellos.

En la estación de muestreo de agua de lluvia de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona se obtienen los siguientes valores, dando el intervalo de variación más frecuente:

Ion	*ppm*
Cloruro (Cl^-)	15 a 50
Sulfato ($SO_4^{=}$)	5 a 25
Bicarbonato (CO_3H^-)	20 a 35
Sodio (Na^+)	< 5 a 12
Potasio (K^+)	< 1 a 2,5
Calcio (Ca^{++})	10 a 25
Magnesio (Mg^{++})	10 a 20

Otras características

Conductividad a 18 °C	140 a 625 μS/cm
pH a 18 °C	6,7 a 7,1
Dureza en CO_3Ca	80 a 210 ppm
Nitratos en NO_3^-	0,1 a 0,8 ppm

Kolodiajnaia (1962) insinua que el contenido en ClNa en el agua de lluvia disminuye en un principio inversamente proporcional a la distancia a la costa, y algo similar sucede para otras sales e iones. A distancias mayores que 20 a 30 km la disminución es muy lenta, salvo que medie una notable elevación topográfica, que provoca un efecto de disminución. En general se tienen 5 ppm a 10 a 20 km de la costa, tendiendo a unos 4 ppm a 50 a 100 km, y de 0,4 a 0,5 en el interior del continente (estos datos coinciden a grandes rasgos con los anteriormente indicados).

Reisman y Ovard (1974) valoran la influencia de la velocidad del viento en km/hora en la concentración de sal en el aire (mg/m³):

— línea costera

km/h	10	20	30	40	50
mg/m³	70	150	250	500	700

— a 3 km de la costa

km/h	10	20	30	40	50	60	70
mg/m³	10	20	40	70	100	150	300

— a 16 km de la costa

km/h	10	20	30	40	50	60	70
mg/m³	3	5	9	15	25	40	70

El agua de lluvia también disuelve gases de la atmósfera, alcanzándose una concentración tanto menor cuanto mayor sea la temperatura. El contenido en gases en ppm sería:

Temperatura °C	N_2+A	O_2	CO_2
0	19	10,2	0,52
10	15	7,9	0,36
20	12,3	6,4	0,26

El contenido en CO_2 puede variar según varíe el contenido en la atmósfera, que en condiciones no perturbadas es de 0,0003 atm (316 cc/m^3). Sin embargo cerca de las ciudades puede ser más elevado y puede crecer del orden de 1,4 cc/m^3 al año (Caro, 1965, pág. 51).

En ambientes polucionados, el agua puede adquirir otros gases tales como SH_2 y SO_3.

El CO_2 disuelto y los posibles SO_4H_2, SH_2 y NO_3H dan acidez y por lo tanto hacen al agua de lluvia ligeramente agresiva. El oxígeno disuelto produce un medio oxidante que juega un papel muy importante en las reacciones químicas del suelo.

A.1.4 APORTE DE SALES POR EL POLVO ATMOSFÉRICO

Con frecuencia se ha insistido en la importancia de la precipitación de polvo atmosférico en el aporte de sales solubles, que son arrastradas a los acuíferos por lavado con agua de lluvia. Existen pocos datos al respecto, pero los trabajos realizados en Canarias, en las Islas de Gran Canaria (Fernandopullé, 1974) y Lanzarote (Custodio, 1974), llevan a la conclusión de que ese aporte es despreciable frente al aporte directo por la lluvia; sólo merece la pena considerar el aporte de NO_3 y PO_4 (polvo procedente del Sahara, rico en fosfatos).

En lugares más alejados de áreas costeras, la disminución de la salinidad de la lluvia puede hacer que el aporte de sales por el polvo sea más importante. Balwin (1971) establece que el 68 % del ion cloruro de origen atmosférico en varias pequeñas cuencas californianas procede del polvo, nieblas, aerosoles y sales atrapadas por la vegetación, y sólo el 32 % es aportado directamente por la lluvia; dicho autor no separa el aporte del polvo de los otros citados. Hanya (1951) da unas cifras similares para el Japón (75 % y 25 %).

Tal como se ha dicho en el apartado anterior, cerca de ciudades y zonas industriales el polvo puede proporcionar una proporción de sales más importante. El aporte de sales por el polvo puede ser también apreciable en áreas con suelos salinos próximos o en zonas con manifestaciones volcánicas.

Para tener en cuenta la posible contribución salina del polvo atmosférico conviene que el tomamuestras del agua de lluvia pueda recibir ese polvo, no lavándolo sino después de las lluvias.

A.1.5 LOS CICLOS GEOQUÍMICOS

Muchas sustancias intervienen en procesos naturales dinámicos llamados ciclos, de forma que sufren en ellos un transporte en diferentes estados y fases para volver finalmente a su estado inicial. Estos ciclos son algo abiertos en el sentido de que pueden incorporar nueva materia, mientras otra porción es separada temporal o definitivamente del ciclo de forma que en general se mantiene constante el transporte. Son de interés en geoquímica los ciclos del C, P, Mn, Na y K, O_2, I, etc., pero en muchos de ellos el agua interviene sólo de forma secundaria.

Los ciclos de las sales solubles movibles en la hidrosfera y del ion cloruro son de especial interés para las aguas subterráneas. En la figura A.10.1 se representa de forma simplificada el ciclo de las sales solubles, en la que se ve la existencia de un aporte de sales al océano a través de la escorrentía total, pero que el océano devuelve sales al ciclo ya sea a través del terreno ya sea a través del transporte aéreo por arrastres en la evaporación. En este ciclo no todos los iones se comportan de la misma manera. Unos son muy solubles prácticamente inalterables, y no logran saturar como el ion cloruro, mientras que otros saturan con facilidad o son fácilmente separados por procesos químicos y/o biológicos, como el calcio y la sílice. El agua del mar ha ido aumentando lentamente su contenido en ion cloruro a lo largo de la vida de la tierra mientras que el contenido en ion Ca y en SiO_2 se debe haber mantenido casi constante desde hace mucho tiempo.

En lo que se refiere concretamente al ciclo del ion cloruro, uno de cuyos principales retornos es a través de la evaporación oceánica, según datos contenidos en Hem (1959) página 109, el agua de lluvia aporta a los continentes $99 \cdot 10^9$ kg/año de Cl^-, mientras que la escorrentía superficial devuelve al mar $150 \cdot 10^9$ kg/año. El aporte de ion cloruro al ciclo en forma de aguas juveniles muy salinas sería de $10 \cdot 10^9$ kg/año, aunque esta aportación es incierta y discutible. El aporte por nuevas disoluciones en las capas superiores de la corteza terrestre parece poco importante[77] ya que las rocas contienen en general proporciones muy bajas en ion cloruro.

[77] El balance no ajusta bien y ello es a causa de los errores en las estimaciones de cada una de las cifras. En un estudio realizado por Balwin (1971) en varias cuencas californianas, sólo el 59 % del ion cloruro descargado por los ríos al mar es de origen atmosférico, atribuyéndose el resto a aportes profundos en forma de aguas saladas. Cita trabajos de otros autores según los cuales en otros lugares sucede algo similar (55 % en Japón, 49 % en Nueva Gales del Sur, 55 a 70 % en Queensland), pero en Escandinavia y New Hampshire la lluvia responde de prácticamente todo el aporte.

Según Johns y Hung (1966) esta proporción media es:

Rocas	Tipo	ppm Cl
Igneas	Ultramáficas	100
	Máficas	160
	Intermedias	180
	Ácidas (granitos)	200 (entre 50 y 300)
	Sienitas	430
	Sienitas nefelínicas	2170
Sedimentarias	Pizarras y arcillas	100 (entre 10 y 450)
	Areniscas	20
	Calizas	130 (entre 30 y 300)
	Dolomías	660 (entre 90 y 1000)
	Cuarcitas	20
	Grauwacas	12 a 200
Metamórficas	Esquistos	350
	Gneises	200
	Anfibolitas	350

Es preciso tener en cuenta que:

a) Los valores dados son valores medios y que la dispersión puede ser muy grande, como se indica en las cifras entre paréntesis (Schoeller, 1966, págs. 89-93; Fuge y Power, 1968).

b) El contenido medio de la corteza terrestre es de 180 ppm y en la parte más externa de ésta es de 100 ppm.

c) En las rocas puede existir agua en los intersticios, que en rocas arcillosas suele ser salina y en ocasiones con salinidad mayor que la del mar debido a los fenómenos de filtración a presión (ultrafiltración).

Bogomolov et alt. (1972) consideran que el proceso de formación del agua subterránea es cíclico, estando cada ciclo dividido en una etapa *elisiónica* (de expulsión del agua subterránea entrada en el ciclo anterior) y en una etapa de *infiltración* (recarga). Ello explica la distribución de aguas dulces, saladas y salmueras subterráneas.

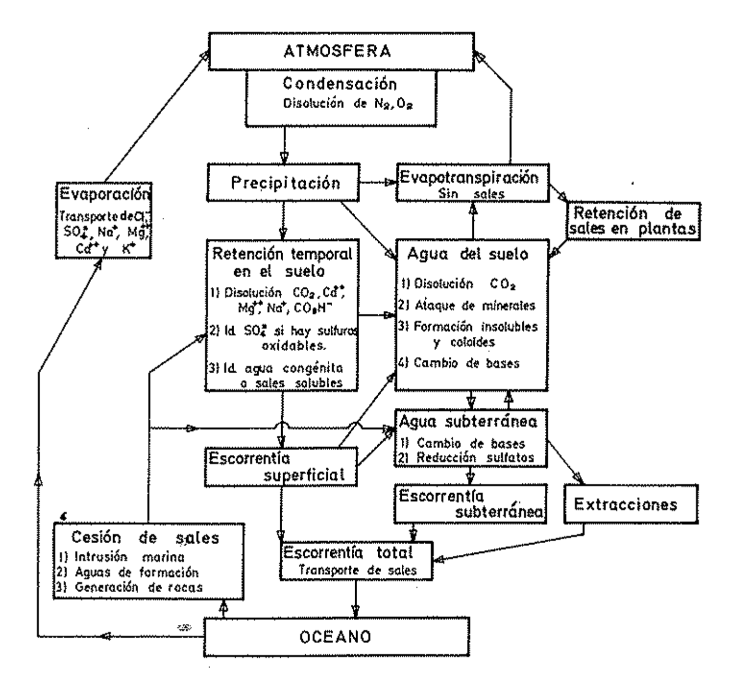


FIGURA A.10.1
Ciclo geoquímico conjunto de las aguas superficiales y subterráneas.

Apéndice 10.2

Flujo térmico en los acuíferos

A.2.1 PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD EN UN MEDIO PERMEABLE CON AGUA EN MOVIMIENTO Y SOMETIDA AL GRADIENTE GEOTÉRMICO

Considérese un cubo elemental de dimensiones dx, dy, dz. Por la cara dx entra el agua a la velocidad v_x y sale por la cara opuesta a la velocidad v_{x+dx}; entra a la temperatura $\theta(x, y, z) = \theta(x)$ y sale a la temperatura $\theta(x + dx, y, z) = \theta(x + dx)$. Sea K la conductividad térmica del medio, c el calor específico y δ la densidad, supuestas todas ellas constantes[78].

A) Calor neto aportado por el agua que entra en el cubo en un tiempo dt.

a) Por las caras normales al eje x:

$$-q_1{}^1 = v_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt \cdot \delta \cdot \theta(x + dx) -$$

$$- v_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt \cdot c \cdot \delta \cdot \theta(x) =$$

$$= \frac{\partial [v_x \cdot \theta(x, y, z)]}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \cdot c \cdot \delta$$

b) En las tres direcciones

$$-q_1 = \left(\frac{\partial (v_x \cdot \theta)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y \cdot \theta)}{\partial y} + \frac{\partial (v_z \cdot \theta)}{\partial z} \right) \cdot$$

$$\cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \cdot c \cdot \delta$$

[78] Si las variaciones de temperatura son impotrantes los valores de K, c y δ varían de forma no despreciable con la misma.

B) Calor neto entrado por conducción térmica en un tiempo dt.

a) Por las caras normales al eje x (ley de Fourier):

$$-q_2{}^1 = K \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x+dx} dy \cdot dz \cdot dt -$$

$$-K \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_x dy \cdot dz \cdot dt =$$

$$= K \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

b) En las tres direcciones

$$-q_2 = K \cdot \nabla^2 \theta \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

C) Calor acumulado en el cubo elemental en un tiempo dt.

$$-q_3 = -Q \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt +$$

$$+ \frac{\partial \theta}{\partial t} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \cdot c \cdot \delta$$

en la que el primer término de la suma representa el aporte por fuentes internas de calor (Q cal/cm³/seg) y el segundo el incremento de calor por elevación de temperatura.

El balance establece que $q_1 + q_2 + q_3 = 0$

o sea:

$$K\,\nabla^2\theta + \left[\frac{\partial(v_x\cdot\theta)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y\cdot\theta)}{\partial y} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial(v_z\cdot\theta)}{\partial z}\right] c\cdot\delta = Q - \frac{\partial\theta}{\partial t} c\cdot\delta$$

Como es (ley de Darcy):

$$v_x = -k\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad ; \quad v_y = -k\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad ; \quad v_z = -k\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

siendo φ el potencial hidráulico y k la permeabilidad (conductividad hidráulica supuesta independiente de la temperatura en primera aproximación) del medio considerado homogéneo e isótropo será:

$$\frac{\partial(v_x\cdot\theta)}{\partial x} = \theta\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x\frac{\partial\theta}{\partial x} =$$

$$= -k\cdot\theta\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - k\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(v_x\cdot\theta)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y\cdot\theta)}{\partial y} + \frac{\partial(v_z\cdot\theta)}{\partial z} =$$

$$= -k\cdot\theta\cdot\nabla^2\varphi - k\ \mathrm{grad}\ \varphi\cdot\mathrm{grad}\ \theta$$

Así pues, la ecuación de la continuidad queda expresada por:

$$-\frac{K}{c\cdot\delta}\nabla^2\theta + k\cdot\theta\cdot\nabla^2\varphi + k\ \mathrm{grad}\ \varphi\cdot\mathrm{grad}\ \theta +$$

$$+\frac{Q}{c\cdot\delta} - \frac{\partial\theta}{\partial t} = 0$$

En régimen permanente y en ausencia de fuentes internas de calor es $\partial\theta/\partial t = 0$; $Q = 0$, quedando:

$$-\frac{K}{c\cdot\delta}\nabla^2\theta + k\cdot\theta\cdot\nabla^2\varphi + k\ \mathrm{grad}\ \varphi\cdot\mathrm{grad}\ \theta = 0$$

Si el agua es estacionaria, es φ = cte o sea:

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad ; \quad \mathrm{grad}\ \varphi = 0$$

de modo que:

$$\frac{K}{c\cdot\delta}\nabla^2\theta = 0$$

Estas ecuaciones, obtenidas por vía independiente por el autor, coinciden con las deducidas por Stallman (1963).

A.2.2 ACUÍFERO HORIZONTAL CON FLUJO CONSTANTE Y TEMPERATURA UNIFORME EN SU SECCIÓN Y EN RÉGIMEN PERMANENTE

Sea el esquema de la figura A.10.2 en la que:

h = profundidad del acuífero (cm)
b = espesor del acuífero (cm)
q = calor interno supuesto constante (cal/cm²/seg)
K = conductividad térmica (cal/cm/seg/°C)
v = velocidad real del agua
θ_s = temperatura media de la superficie del terreno
θ_o = temperatura del agua en el origen de distancias
θ = temperatura del agua a la distancia x del origen.

En un elemento de longitud dx se tiene por unidad de tiempo y unidad de ancho de acuífero (supuesto de ancho infinito) y suponiendo el flujo de calor vertical:

entrada de calor = q_1 = calor aportado por el agua + calor aportado por el gradiente geotérmico = $= v\cdot b\cdot c\cdot\delta\cdot\theta + q\cdot dx$

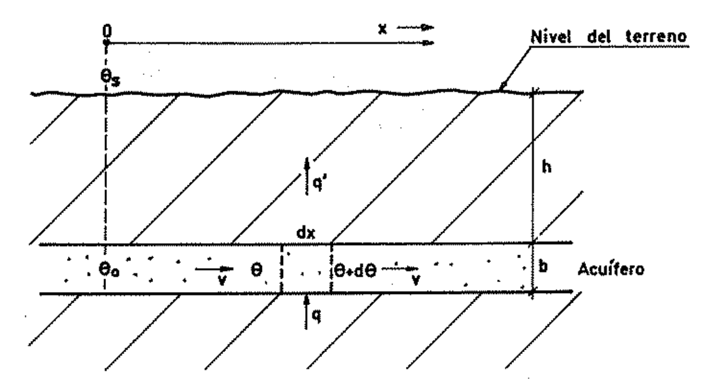


FIGURA A.10.2
Acuífero horizontal con flujo constante, temperatura uniforme en su sección y régimen permanente, recibiendo calor por gradiente geotérmico.

salida de calor = q_2 = calor extraído por el agua + calor que se escapa hacia la superficie del terreno = $v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot (\theta + d\theta) + K \dfrac{\theta - \theta_s}{h} dx$

Como el régimen es permanente debe ser $q_1 = q_2$ de donde se llega a:

$$v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot d\theta + K \frac{\theta - \theta_s}{h} dx - q\, dx = 0$$

$$dx = \frac{v \cdot b \cdot c \cdot \delta}{q - K \dfrac{\theta - \theta_s}{h}} d\theta$$

que integrada con la condición $\theta = \theta_o$ para $x = 0$ conduce a:

$$\theta = \theta_s + \frac{q h}{K} - \left(\frac{q h}{K} - \theta_o + \theta_s \right) \cdot \exp\left(\frac{-x K}{v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot h} \right)$$

que tiende a

$$\theta(\infty) = \theta_s + \frac{q h}{K}$$

representando $\dfrac{q h}{K}$ el incremento de temperatura sobre la de la superficie por gradiente geotérmico en ausencia de flujo de agua.

A.2.3 ACUÍFERO INCLINADO CON FLUJO CONSTANTE, TEMPERATURA UNIFORME EN SU SECCIÓN Y EN RÉGIMEN PERMANENTE

Sea el esquema de la figura A.10.3 en la que:

h_o = profundidad del acuífero en el punto origen (cm)
h = profundidad del acuífero a la distancia x del origen
α = inclinación del acuífero respecto a la horizontal

siendo los demás símbolos coincidentes con los del apartado anterior.

En un elemento de longitud horizontal dx se tiene por unidad de tiempo y unidad de ancho de acuífero (supuesto de ancho infinito) y suponiendo el flujo de calor vertical.

entrada de calor = q_1 = calor aportado por el agua + calor aportado por el gradiente geotérmico = $v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot \theta + q\, dx$

salida de calor = q_2 = calor extraído por el agua + calor que se escapa hacia la superficie del terreno

$$= v \cdot b \cdot c \cdot \delta (\theta + d\theta) + K \frac{\theta - \theta_s}{h} dx =$$

$$= v \cdot b \cdot c \cdot \delta (\theta + d\theta) + K \frac{\theta - \theta_s}{h_o - x \cdot \mathrm{tg}\, \alpha} dx$$

Como el régimen es permanente, debe ser $q_1 = q_2$, de donde se llega a:

$$v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot d\theta + K \frac{\theta - \theta_s}{h_o - x \cdot \mathrm{tg}\, \alpha} - q\, dx = 0$$

Efectuando el cambio de variables:

$y = h_o - x \cdot \mathrm{tg}\, \alpha$; $\mu = \theta - \theta_s$

y llamando

$A = v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot \mathrm{tg}\, \alpha$

queda:

$$A \cdot y \cdot d \cdot \mu - K \cdot \mu \cdot dy + q \cdot y \cdot dy = 0$$

Multiplicando por $y^{-(K/A)-1}$ los dos primeros términos forman una diferencial exacta.

$$du = A \cdot y^{-K/A} \cdot d\mu - K \cdot \mu \cdot y^{-(K/A)-1} \cdot dy$$

$$u = A \cdot \mu \cdot y^{-K/A}$$

luego

$$du + q \cdot y^{-K/A} \cdot dy = 0$$

$$\frac{q}{-(K/A)+1} y^{-(K/A)+1} = u + cte = A \cdot \mu \cdot y^{-K/A} + cte$$

En el caso de flujo ascendente con temperatura inicial

θ_o en $x = 0$ ($\mu_o = \theta_o - \theta_s$ en $y = h_o$)

$$\frac{q}{\frac{K}{A}+1} \cdot h_o^{-(K/A)+1} = A \cdot \mu_o \cdot h_o^{-K/A} + \text{cte}$$

de donde

$$\mu = \frac{q}{A-K}\left(y - h_o^{-(K/A)+1} \cdot y^{-K/A}\right) + \mu_o \, (h_o/y)^{-K/A}$$

En el caso de flujo descendente con temperatura inicial $\theta_o = \theta_s$ en $x = 0$, siendo

$$h_o = 0 \quad ; \quad \mu_o = \theta_o - \theta_s = 0 \quad ; \quad y = 0$$

resulta:

$$\mu = \frac{q}{A-K} \, y$$

o sea

$$\theta - \theta_s = \frac{-q \cdot \operatorname{tg} \alpha}{v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha - K} \cdot x$$

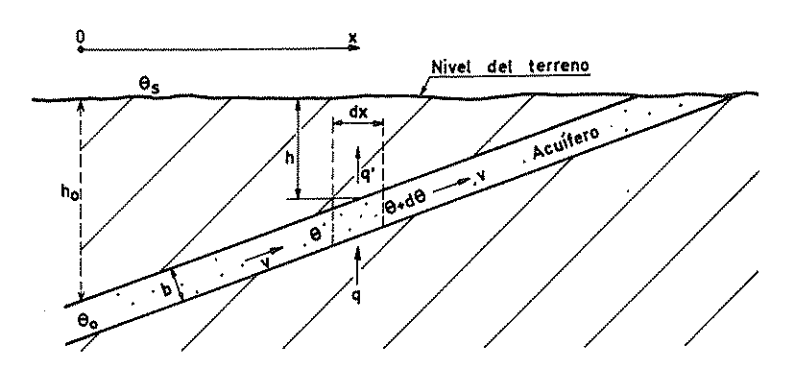


Figura A.10.3
Acuífero inclinado con flujo constante, temperatura uniforme en su sección y régimen permanente, recibiendo calor por gradiente geotérmico.

y tomando $\operatorname{tg} \alpha$ en valor absoluto

$$\theta - \theta_s = \frac{q \cdot \operatorname{tg} \alpha}{v \cdot b \cdot c \cdot \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha + K} \cdot x$$

Apéndice 10.3

Energía geotérmica

A.3.1 PROSPECCIÓN Y EXPLORACIÓN DE SISTEMAS GEOTÉRMICOS

Dado que la prospección y exploración de sistemas geotérmicos afecta a niveles profundos del terreno, las técnicas empleadas son similares a las del petróleo y están fundamentadas en la experiencia adquirida en ese campo, con las modificaciones precisas de acuerdo con el objetivo perseguido, por ejemplo la localización de un sistema geotérmico capaz de suministrar vapor de agua para una planta eléctrica o capaz de suministrar agua caliente para calefacción. En general es preciso actuar con precaución ya que el líquido o vapor buscado es de valor económico reducido en comparación con el del petróleo.

Un primer paso necesario en la prospección es la recopilación y reinterpretación de los datos geológicos, geofísicos y geoquímicos de que se disponga procedentes de trabajos mineros, petroleros o de otra índole ya realizados. Es necesario un buen conocimiento geológico, en especial tectónico y estructural. La presencia de manifestaciones termales es un indicio favorable, pero no siempre una manifestación de ese tipo denuncia un sistema geotérmico de interés próximo ni todos los sistemas geotérmicos de interés muestran señales térmicas o volcánicas externas. Las fuentes termales y todo otro tipo de manifestación deben ser minuciosamente reconocidos.

Tanto como herramienta auxiliar para la geología como para la prospección directa y cartografía de sistemas geotérmicos, son de interés los métodos geofísicos tales como resistividad eléctrica en sus varias modalidades, gravimetría, geosísmica en sus varias modalidades, ruido de terreno, registros de radiación electromagnética y fotografía aérea infrarroja, geomagnetismo, etc. Un método directo de prospección es la medida de temperaturas superficiales y profundas para determinar el flujo de calor; en estas determinaciones, en especial en lo que respecta a temperaturas a escasa profundidad, es preciso tener en cuenta el efecto perturbador del agua subterránea en movimiento. En ocasiones el aporte de calor puede ser medido por la elevación de temperatura en los ríos que drenan estos acuíferos. Un análisis de detalle puede consultarse en Banwell (1970) y en la bibliografía allí contenida. Las fases recomendables en una prospección y exploración son:

Fase 1. Reconocimiento y medidas rápidas
Fase 2. Medida de temperaturas y flujo de calor
Fase 3. Exploración eléctrica profunda y perforaciones para determinar el gradiente
Fase 4. Exploraciones complementarias
Fase 5. Perforaciones profundas

Las perforaciones se realizan con técnicas similares a las del petróleo pero con las modificaciones precisas para combatir la elevada temperatura que afecta a los lodos de circulación, y el efecto del vapor que puede formarse o encontrarse; con frecuencia es preciso utilizar lodos especiales como los de neocromita. En ocasiones es preciso efectuar cementaciones en niveles permeables intermedios, a veces en condiciones difíciles por la elevada temperatura. Las tensiones térmicas en el material de perforación y los cambios rápidos de temperatura deben considerarse con cuidado para no tener averías de resolución difícil. La densidad de los lodos debe ser suficiente para evitar la formación de vapor en el sondeo y la consiguiente expulsión del contenido; a este respecto una buena circulación de lodo es necesaria. La limpieza del pozo se hace dejando que se forme vapor o provocando su formación bajando el nivel del agua o la densidad del fluido; el contenido es expulsado a gran velocidad. Si conviene se pueden efectuar desarrollos por acidificación o fracturación hidráulica.

A.3.2 PRODUCCIÓN DE ENERGÍA GEOTÉRMICA

A.3.2.1 Situación actual y costes

En 1960 la capacidad energética instalada en el mundo era de 385,7 MW habiendo pasado a 677,6 MW en 1969 de 870 en 1974 y se espera que en los próximos años llegue a 1000 MW (Facca, 1970; Custodio, 1974 b). La distribución por países es:

La energía generada supone una pequeña fracción del total en cada uno de esos países, pero tiene interés si se puede obtener a precio razonable, en especial en zonas en vías de desarrollo. En la figura A.10.4 se muestran las áreas de mayor interés de la tierra y en la figura A.10.5 un corte esquemático del yacimiento geotérmico de The Geysers, en California. La puesta en funcionamiento de una instalación geotérmica puede ser rápida si los estudios de base están concluidos, y se adapta

País	1960	1969	1974	MW programados totales
	MW instalados	MW instalados	MW instalados	
El Salvador (Ahuachapan)	—	—	—	20
Guadalupe (La Bouillante)	—	—	—	10
Islandia (Hveragerdi-Namafjall)	—	—	—	17 + 3
Italia (Larderello Mte. Amiada)	285,2	384,1	390	?
Japón (Matshukawa-Otake)	—	32,0	52	237
México (Cerro Prieto y Paté)	3,4	3,5	78,5	150
Nueva Zelanda (Wairakei-Kawerau)	70,0	170,0	202	—
Taiwan (Tatun)	—	—	10	10
Turquía (Kizildere)	—	—	—	30
California (USA) (The Geysers)	27,0	83,0	110	400
Siberia (URSS) (Pauzhetka)	—	5,0	20	26
Islas Kuriles (URSS) (Kunashiry)	—	—	6	—
Cáucaso (URSS) (Makhachkala)	—	—	12	—

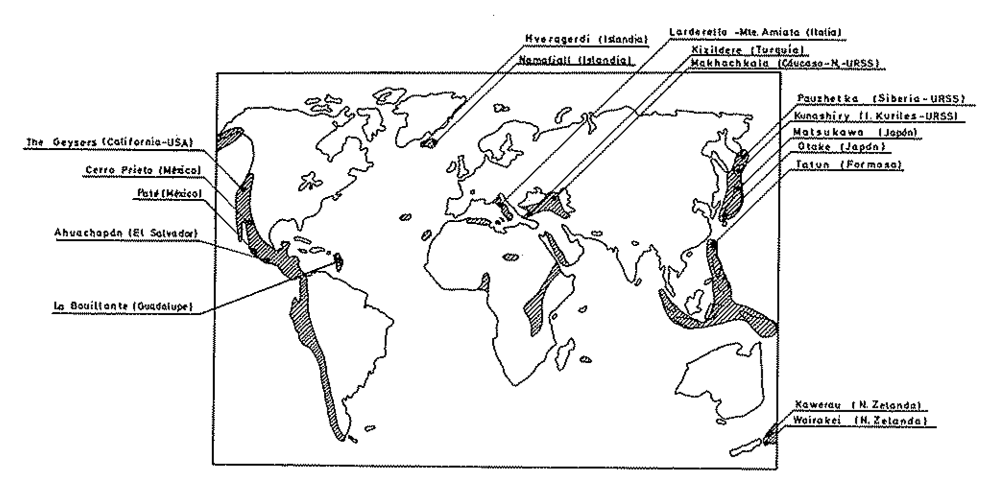


FIGURA A.10.4

Áreas del mundo con posibles recursos de energía geotérmica. (Marinelli, 1974.)

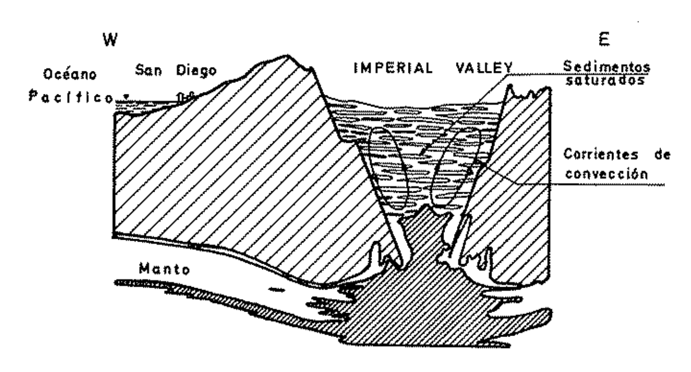


FIGURA A.10.5
Esquema del sistema geotérmico del Imperial Valley (California), donde se ubica el yacimiento geotérmico de The Geysers. (Según Porter, 1973.)

bien a unidades pequeñas. Los costes de la energía en algunas instalaciones existentes es (Facca, 1970):

Lugar	ptas/Kw-h[79]	Observaciones
The Geysers (California, USA)	0,337	Vapor algo sobresaturado Cada unidad de 55 MW vale 7000 ptas/kW
Larderello (Italia)	0,224	Vapor algo sobresaturado
Matsukawa (Japón)	0,322	Coste planta 20 MW con pozos y tuberías: 23 300 ptas/kW Vapor algo sobresaturado

El coste de la energía obtenida de centrales de combustible fósil es del orden de 0,45 ptas/kw hora.

Las centrales geotérmicas con agua caliente o mezcla de agua y vapor son algo más caras y la energía producida puede ser próxima a 0,45 ptas/kw-h.

El factor de utilización posible de las plantas geotérmicas parece elevado, con valores comprobados de 8000 h/año, o sea del 91 %. Con referencia a las instalaciones de Larderello y Monte Amiata (Italia), en 1960 se habían producido 2104 GW-h y en 1969, 2765 GW-h. En iguales fechas en The Geysers (California) se habían producido 34 y 645 GW-h respectivamente (1 GW-h = 10^6 kW-h).

El tamaño óptimo de las unidades a instalar en zonas productivas parece situarse alrededor de 50-60 MW, precisando unos 12 pozos, con caudal medio de 70 Tm/h de vapor (7 MW) y distribuidos en un área de alrededor de 200 Ha (función de la permeabilidad y del coste de las tuberías). En zonas poco productivas parecen más razonables las unidades de 10 a 20 MW.

[79] 1 U.S. $ = 60 ptas.

A.3.2.2 Aspectos técnicos

Un sistema geotérmico puede contener predominantemente agua o predominantemente vapor; estos últimos son los más desarrollados desde el punto de vista de producción de energía. Un campo acuoso puede pasar a un campo con predominio de vapor durante la explotación del mismo. En el caso de que domine el agua, la permeabilidad del terreno es muy importante para determinar los caudales obtenibles en cada captación, mientras que si domina el vapor, la permeabilidad es menos importante por la menor viscosidad del mismo. Al parecer, las zonas de fractura son las que poseen mayores probabilidades de permeabilidad elevada. En formaciones poco permeables puede procederse a la fracturación hidráulica para aumentar la capacidad de las captaciones.

El interés de un sistema geotérmico para producir energía es función de:

a) temperatura, en general capaz de dar vapor de 5 kg/cm² absolutos
b) dimensiones del depósito
c) permeabilidad de las rocas del depósito
d) tipo de fluido existente, siendo más deseable el vapor
e) relación del sistema con el exterior para establecer las posibilidades de pasar de un sistema acuoso a un sistema de vapor durante la explotación por disminución del agua contenida.

Los fenómenos de corrosión de los pozos, tuberías y turbinas pueden ser importantes si el agua es muy salina o ésta o el gas contiene ácidos. En general el vapor seco crea pocos problemas. En las tuberías de alimentación o de vertido pueden producirse incrustaciones, principalmente de SiO_2 que es muy difícil de eliminar si no se toman precauciones para evitar que forme una costra coherente; también pueden aparecer costras de CO_3Ca; las precipitaciones en los pozos son muy molestas y pueden obligar a un pronto abandono.

En el vertido del efluente líquido de una planta geotérmica puede originar problemas serios si son muy salinas o contienen sustancias disueltas nocivas, en especial B, As, NH_4^+. Una posibilidad es la inyección en el terreno mediante pozos profundos aunque no siempre es

fácil encontrar una permeabilidad suficiente y evitar la colmatación del pozo por materiales en suspensión o coloidales que se forman en el proceso o que se precipitan en el pozo o acuífero [SiO_2,-$Fe(OH)_3$, etc.]. En los sistemas con predominio de vapor estos problemas son menores.

En el condensador de la turbina se recogen los gases no condensables llevados por el agua y el vapor y es preciso evacuarlos. En ocasiones el contenido en SH_2, CO_2, H_2, etc., puede ser elevado y puede crearse un problema de contaminación atmosférica. En ocasiones se puede formar un depósito sobre las hojas de las plantas y árboles próximos que puede matarlos.

Otro problema está relacionado con el ruido que se origina en los pozos que extraen vapor o agua y vapor, en los que el fluido puede alcanzar velocidades supersónicas creando una vibración audible a varios km de distancia. Es preciso efectuar la salida bajo agua o utilizar silenciadores.

Tras la puesta en explotación de un sistema geotérmico se pueden tener cambios en la calidad y cantidad de vapor y agua obtenidos, que deben ser tenidos en cuenta para evitar desajustes posteriores en la planta de producción de energía como ha sucedido en la de Wairakei (Nueva Zelanda) en la que ha sido preciso someter a evaporación súbita a parte del agua caliente producida para compensar el volumen de vapor circulante.

En Larderello se ha tenido un descenso del caudal de vapor y de la presión con un aumento de temperatura del vapor, debido a cambios en el contenido de agua en el sistema. En general parece recomendable que los pozos no sean excesivamente profundos y que no se sobrepase un volumen de extracción óptimo, que varía en cada caso.

A.3.2.3 Sistemas de producción de energía

Cuando se obtiene vapor recalentado o incluso simplemente saturado, con muy pequeña proporción de gases no condensables se emplean turbinas de vapor de características semejantes a las empleadas en plantas térmicas de combustible fósil y nuclear. Se precisa de un buen separador de humedad de entrada y si es preciso separadores de humedad intermedios. El agua para el condensador se puede tomar de un río o en su ausencia se puede utilizar una torre de refrigeración.

Cuando el vapor lleva una cantidad importante de gases no condensables se deben utilizar turbinas sin condensador, las cuales consumen grandes cantidades de vapor. Estas pueden ser también utilizadas en las primeras fases de una explotación, para transformarlas después en turbinas con condensador si es posible.

Por el momento existen muy pocos ensayos conducentes al empleo del agua caliente obtenida o residual, aunque en algunos casos se produce algo de vapor por descompresión súbita. Están en estudio ciclos con freon que permiten extraer energía del agua, aun con temperaturas algo bajas, y que al no entrar ésta en el circuito (sólo producen el calentamiento del freon) se disminuyen mucho los problemas de corrosión. Con isobutano se pueden conseguir resultados análogos.

No se emplean unidades grandes y en caso de campos geotérmicos extensos es mejor establecer varias unidades dispersas.

A.3.3 OTROS USOS DE LA ENERGÍA GEOTÉRMICA

La producción de energía eléctrica no es la única aplicación del vapor y del agua caliente naturales. Ya desde muy antiguo se ha utilizado el agua caliente en balnearios y ésta sigue siendo una importante aplicación, en especial para aguas de temperatura moderada. El empleo de agua caliente y vapor naturales para la calefacción doméstica tiene ya tradición en Islandia y actualmente está en rápido desarrollo en Hungría y en Siberia. De forma similar se pueden emplear estos fluidos calientes para la calefacción de invernaderos de plantas o de suelos en lugares fríos como en Islandia y Japón. En Islandia se usa también este calor para el secado de lodos de diatomitas y en Nueva Zelanda en una papelera. Es posible aplicar este calor a cualquier otra industria que lo precise.

La energía precisa en ciertas plantas frigoríficas (industrias alimenticias o industrias del aire líquido) puede ser obtenida de fluidos geotérmicos utilizando ciclos de absorción apropiados.

Otras posibles aplicaciones son las de producción de agua dulce a partir de aguas salobres o saladas por destilación[80]. Aún no existen realizaciones a este respecto ni tampoco en lo que concierne a la posible utilización de esta energía para la producción de agua pesada (D_2O) mediante el proceso de intercambio isotópico con SH_2.

A.3.4 OBTENCIÓN DE PRODUCTOS QUÍMICOS

De las propias aguas termales, si son muy salinas, se pueden obtener ciertos productos químicos, tal como se hace desde antiguo en algunos lugares cuando éstos

[80] Véase capítulo 23.1.

se depositan naturalmente como el ácido bórico y el bórax en los alrededores de Larderello. Es posible la obtención de ácido bórico, CO_2, S, $SO_4(NH_4)_2$, $CO_3(NH_4)_2$, sales de Li, Mg, Na, I, Br, etc., pero salvo raras excepciones no son procesos económicos.

Es posible también emplear el calor para producir productos químicos a partir del agua del mar o de otras aguas saladas o salmueras pero también estos procesos son en general caros y limitados a casos muy excepcionales.

Bibliografía

ARAÑA, V., FUSTER, J. M.: *Estado de los estudios sobre los recursos geotérmicos en el área de las Montañas del Fuego (Lanzarote, Islas Canarias)*. Estudios Geológicos. Vol. 29, n.° 2-3, 1973.

ARAÑA, ORTIZ, YUGUERO: *Study of thermal anomalies in Lanzarote (Canary Islands)*. Geothermics, vol. 2, n.° 3, 1973.

BACK, W.: *Hydrochemical facies and ground-water flow patterns in Northern part of Atlantic Central Plain*. U.S. Geological Survey Profesional Paper 498-A. 42 págs. Washington, 1966.

BACK, W. y HANSHAW, B. B.: *Chemical geohydrology*. En Advances in Hydroscience, vol. 2. Ed. Ven Té Chow. Academic Press, 1965, págs. 49-109.

BACK, W. y HANSHAW, B. B.: *Comparison of chemical hydrology of the carbonate peninsulas of Florida and Yucatan*. Journal of Hydrology, vol. 10, n.° 4 (junio 1970), páginas 330-368.

BALASHOV, L. S.: *Geochemical principles of the genetic subdivision of saline underground waters and change of their composition in the mixture process*. Memoires Assoc. Int. Hydrologiologues. vol. V. Congrès Géologique Int. Athenas, 1962, págs. 230-242.

BALDWIN, A. D.: *Contribution of atmospheric chloride in water from relected coastal streams of Central California*. Water Resources Research, vol. 7, n.° 4, 1971, págs. 1007-1012.

BANWELL, C. J.: *Geophysical techniques in geothermal exploration*. Informe de síntesis de la sección IV del Simposio sobre el Desarrollo y Utilización de Recursos Geotérmicos de Pisa, organizado por las Naciones Unidas, 1970.

BOGOMOLOV: *Hydrogeologie et notions de géologie d'ingénieur*. Ed. de la Paix, Moscú, 1966, cap. IV, págs. 67-86.

BOGOMOLOV, G. V. et alt.: *The principles of paleohydrogeogical reconstruction of ground-water formation*. Int. Geological Congres, Montreal, 1972, Section 11, págs. 205-207.

BOWER, C. H., SPENCER, J. R. y WECKS, L. O.: *Salt and water balance, Coachella Valley, California*. A.S.C.E., Journal of the Irrigation and Drainage Division. IR 1, marzo 1969, págs. 55-64.

CARO, P.: *La chimie du gas carbonique et des carbonates, et les phénoménes hydrogéologiques karstiques*. Chronique d'Hydrogéologie, n.° 7, septiembre 1965. Bureau de Recherches Géologiques et Minières Paris, págs. 51-77.

CARTWRIGHT, K.: *Groundwater discharge in the Illinois Basin as suggested by temperature anomalies*. Water Resourches Research, vol. 6, n.° 3, junio 1970, págs. 912-918.

CASTANY, G.: *Tratado práctico de aguas subterráneas*. Ediciones Omega, S. A., Barcelona, 1973.

CATALÁN, J.: *Clasificaciones y representación gráfica de un análisis de aguas*. Química del agua. Cap. 20. Editorial Blume, Madrid-Barcelona, págs. 320-351.

CAZES, SOLETY, VUILLAUME: *Exemple de traitement statistique de données hydrochimiques*. Bull. B.R.G.M., Section III, n.° 4, 1970. París, págs. 75-90.

CRAIG, J. R.: *Saline water: genesis and relationship to sediments and host rocks*. Saline Water. Ed. by R. B. Mattox. Contribution 13. Commitee on Desert and Aird Zone Research. New Mexico Highlands University, Las Vegas, New Mexico, 1970, págs. 3-30.

CROUZET, E. et alt.: *Le tritium dans les mesures d'hydrologie de surface: determination experimentale du coefficient de ruissellement*. Journal of Hydrology, vol. 11. Amsterdam, 1970, págs. 217-229.

CUSTODIO, E.: *Notas sobre hidroquímica*. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1965.

CUSTODIO, E.: *Calidad química de las aguas subterráneas del delta del río Llobregat*. Documentos de Investigación Hidrológica, n.° 2. Coloquio de Barcelona de 1966. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua. Barcelona, págs. 129-139.

CUSTODIO, E.: *Datación de aguas subterráneas en el delta del río Llobregat*. Tesis Doctoral. Barcelona 1966 b (no publicada).

CUSTODIO, E.: *Hidroquímica*. Cap. 8 del Estudio de los recursos hídricos totales de los ríos Besós y Bajo Llobregat, 2.° informe. Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas. Barcelona, 1966 c.

CUSTODIO, E.: *Interacción agua-terreno. Geohidroquímica*. Tema 13 de los Apuntes del 2.° Curso de Hidrología Subterránea. Barcelona, 1967. (Ciclostilado).

CUSTODIO, E.: *Etudes hidrogéochimiques dans le delta du Llobregat, Barcelona (Espagne)*. Simposio de Berna, sep.-oct. 1967, International Assoc. of Scientific Hydrology. Bruxelles, págs. 135-155.

CUSTODIO, E.: *Datación de aguas en el delta del río Llobregat*. Documentos de Investigación Hidrológica, n.° 6. II Coloquio de Investigaciones sobre el Agua, Pamplona. Centro de Estudios, Investigación y Aplicaciones del Agua. Barcelona, 1968 b, págs. 205-237.

CUSTODIO, E.: *Planteamiento de estudios geohidrológicos en pequeñas zonas sin datos sistemáticos*. Simposio de

UNESCO sobre Previsión de Recursos de Agua con datos Inadecuados. Madrid, 1973.

CUSTODIO, E.: *Contribuciones al conocimiento geohidroquímico de la Isla de Lanzarote (Islas Canarias, España).* Simposio Internacional sobre Hidrología de Terrenos Volcánicos. Gobierno Español-UNESCO-PNUD. Arrecife de Lanzarote, 1974.

CUSTODIO, E.: *Interés e importancia de la energía geotérmica y mareomotriz y otras fuentes de energía (eólica, asociada al mar).* Jornadas sobre la Energía y su Transformación: Actualidad y Futuro. Marzo 1974 b. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, CPDA. Barcelona.

CUSTODIO, E.: *Resultados de las prospecciones para inyección profunda en la Cuenca del río Llobregat (Barcelona).* Seminario Internacional sobre Inyección de Aguas Residuales en el Subsuelo y Prevención contra la Contaminación de Acuíferos Subterráneos. Madrid, abril 1974 c (en prensa en Boletín Geológico y Minero, Madrid).

CUSTODIO, E., et alt.: *Primer informe sobre las posibilidades de abastecimiento a la Central Nuclear de Vandellós (Tarragona).* Geotecnia, Geólogos Consultores, Barcelona, 1968.

CUSTODIO, BAYÓ, ORTÍ: *Características geológicas, hidrogeológicas y geoquímicas de los acuíferos costeros entre Cambrils y L'Ametlla de Mar (Tarragona).* Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa, sección 3, tomo 1, 1971, págs. 147-170, Madrid.

CUSTODIO, BAYÓ, PELÁEZ: *Geoquímica y datación de aguas para el estudio del movimiento de las aguas subterráneas en el delta del Llobregat (Barcelona).* Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Madrid-Lisboa. Sección 6, págs. 51-80, Madrid, 1971.

CUSTODIO, E., SÁENZ-OIZA, J.: *Estudio geohidrológico del macizo de Famara, Lanzarote.* Dirección General de Obras Hidráulicas, 1972. Las Palmas-Barcelona, 263 págs.

CUSTODIO, E. et alt.: *Estudio de los recursos de aguas subterráneas en la cuenca de la Riera de Carme y área de Capellades: alrededores de Igualada (Barcelona).* Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas, 1973. Barcelona.

CHERRY, J. A.: *Geochemical processes in shallow groundwater flow systems in five areas in Southern Manitoba, Canada.* Int. Geological Congress. Montreal, 1972, Section 11, págs. 208-221.

DAVIS, S. N.: *Silica in streams and groundwater of Hawaii.* Water Resources Research Center. University of Hawaii, Honolulú, 1969, 31 págs.

DAVIS, S. N. y DE WIEST, R. J. M.: *Hydrogeology.* Ed. John Wiley and Sons., 1966.

DEREC, F., LOUVRIER, M.: *Répresentation graphique des analyses d'eau: le programme PIPER.* Bull. B.R.G.M. Section III, n.° 2, París, 1973, págs. 107-112.

DIXEY, F.: *Geology and geomorphology and groundwater hydrology: the problems of the arid zone.* Arid zone Research, vol. XVIII. Proc. Paris Symposium 1962. UNESCO. París.

EDMUNDS, LOVELOCK, GRAY: *Interstitial water chemistry and aquifer properties in the upper and middle chalk of Berckshire, England.* Journal of Hydrology, vol. 19, 1973, págs. 21-31, Amsterdam.

ELLIS, A. J. y MAHON, W. A. J.: *Natural hydrothermal systems and experimental hot-water/rock interactions.* Geochimica and Cosmochimica Acta, 28, 1964, pág. 1323.

ERIKSSON, E. y KHUNAKASEM, V.: *The chemistry of ground waters.* Ground Water Problems. Editor Erik Eriksson, 1965, págs. 89-122.

ERIKSSON, E. y KHUNAKASEM, V.: *Chloride concentration in ground water, recharge rate and rate of deposition of chloride in the Israel Coastal Plain.* Journal of Hydrology, n.° 7 (1969), págs. 178-17.

ERNST, L. F.: *Groundwater flow in the Netherlands delta area and its influence on the salt balance of the future lake Zeeland.* Journal of Hydrology, vol. 8 (1969), páginas 137-172.

FACCA, G.: *General repport on the status of world geothermal development.* U.N. Symposium Development Utilization Geothermal Resources. Pisa, 1970.

FERNANDOPULLÉ, D.: *Estudio hidrológico de Gran Canaria.* Proyecto Canarias. Gobierno Español-UNESCO-PNUD. Las Palmas (en prensa) 1974.

FOURNIER, R. O. y TRUESDELL, A. H.: *Chemical indicators of subsurface temperature applied to hot spring waters of Yellowstone National Park, Wyoming, U.S.A.* U.N. Symposium Development Utilization Geothermal Resources, Pisa, 1970.

FOURNIER, R. D., TRUESDELL, A. M.: *An empirical Na-K-Ca geothermometer for natural waters.* Geochimica et Cosmochimica Acta, vol. 37, 1973, págs. 1255-1275. Pergamon Press.

FOURNIER, WHITE, TRUESDELL: *Geochemical indicators of subsurface temperature: part 1, basic assumptions.* Journal of Research. U.S. Geological Survey, vol. 2, n.° 3, 1974, págs. 259-262.

FOURNIER, R. D., TRUESDELL, A. H.: *Geochemical indicators of subsurface temperature: part 2, estimation of temperature and fraction of hot water mixed with cold water.* Journal of Research, U.S. Geological Survey, vol. 2, n.° 3, 1974, págs. 263-270.

FROLOV, N. M.: *The thermometrical methods of studyng ground water.* IASH. Simposio de Berna, 1968. Pub. 77, págs. 269-283.

FUGE, R. y POWER, G. M.: *Chlorine and fluorine in granitic rocks from S. W. England.* Geochimia et Cosmochimica Acta. Vol. 33, 1969, págs. 388-393.

FURTAK, H. y LANGGUTH, H. R.: *Zur hydrochemischen Kennzeichung von Grundwassern und Grundwassertypen mittels Kennzahlen.* Memorias del Congreso de Hannover de 1967 de la Asociación Internacional de Hidrogeólogos. Volumen VII, págs. 88-96.

GAVRISHIN, A. I.: *Use of mathematical statistics to justify hydrochemical conclusions.* Soviet Hydrology: Selected Papers. Am. Geophysical Union n.° 6, 1970, págs. 560-566.

GUILCHER, A.: *Précis d'Hydrologie marine et continentale.* Ed. Masson 1965. Paris, 389 págs.

HALL, F. R.: *Dissolved solids-discharge relationship:* mixing models. Water Resourches Research. Vol. 6,n .° 3, junio 1970, págs. 845-850.

HASHAW B. B., BACK, W. y RUBIN, M.: *Carbonate equilibria and radiocarbon distribution related to groundwater flow in the Floridan limestone aquifer, U.S.A.* IASH. UNESCO, Hydrologie des Roches Fissureés, vol. II, págs. 601-614.

HANSHAW, B. B., BACK, W. y DEIKE, R.: *A geochemical hypothesis for dolomitization by ground water.* Economic Geology, vol. 66, n.° 5, agosto 1971, págs. 710-724.

HANYA, I.: *Average composition of Japanese fresh waters and some considerations on it.* Int. Assoc. Scientific Hydrology. Asamblea de Bruselas, 1951.

HASSAN, A. A.: *Progress report on water quality prediction procedure for the Coastal Plain of Orange Country.* State of California, Department of Water Resources. octubre 1967, 49 págs.

HEATH, R. C. y TRAINER, F. W.: *Introduction to groundwater hydrology.* John Wiley and Sons., 1968, 284 págs.

HEM, J. D.: *Study and interpretation of the chemical caracteristics of natural water.* U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper n.° 1473, 1959.

HEM, J. D.: *Chemical geohydrology.* Proc. National Symposium on Ground-water Hydrology. San Francisco, 1967. Am. Water Res. Assoc.

HEM, J. D.: *Chemistry and occurrence of cadmium and zinc in surface water and groundwater.* Water Resources Research, vol. 8, n.° 3, 1972, págs. 661-679.

HOSTETLER, P. B.: *The degree of saturation of magnesium and calcium carbonate minerals in natural water.* IASH, General Assembly of Berkeley, 1964. Pub. 64, págs. 34-49.

JACOBSON, R. L. y LANGMUIR, D.: *The chemical history of some spring waters in carbonate rocks.* Ground water, vol. 8, n.° 3, mayo-junio 1970, págs. 5-9.

JAEGER, J. L.: *La géochimie.* Col. Que sais-je? Presses Univ. de France. Paris, 1957, 118 págs.

JOHNS, M. W.: *Geochemistry of groundwater from-upper cretaceous-lower tertiary sand aquifers in South-Western Victoria, Australia.* Journal of Hydrology, vol. 6 (1968), páginas 337-357.

JOHNS, W. D. y HUNG, W. H.: *Distribution of chlorine in terrestral rocks.* Geochimica et Cosmochimica Acta. Vol. 31, n.° 1, enero 1967, págs. 35-49.

KHARAKA, Y. K., BERRY, F. A. F.: *Simultaneous flow of water and solutes through geological membranes: I. experimental investigation.* Cosmochimica et Geochimica Acta. Vol. 37, 1973, págs. 2577-2603. Pergamon Press.

KIMURA, YOKOYAMA e IKEDA: *Geochemical studies on the minor constituents in mineral springs of Japan.* IASH, Symposium Roma, 1954. Pub. 37, tomo II, págs. 200-210.

KOHOUT, F. A.: *A hypotesis concerning cyclic flow of salt water related to geothermal heating in the Floridan aquifer.* Trans. New York Academy of Sciences, Serie II, vol. 28, n.° 2, 1965, págs. 249-271.

KOHOUT, F. A.: *Ground-water flow and the geothermal regime of the Floridan Plateau.* Trans. Gulf Coast Assoc. Geological Societies. Vol. 17 (1967), págs. 339-354.

KOLODIAJNAIA, A. A.: *Influence of the chemical composition of atmospheric precipitations on sea-littorals upon karst formation.* Int. Geological Congress, Atenas 1962. Greek Inst. Geology and Subsurface Research, Atenas 1964, págs. 249-255.

KREYSING, LENZ, MÜLLER: *Problems of ground water exploration in methamorphic rocks for domestic water supplies in Northern Brasil.* 24th Int. Geological Congress. Montreal, 1972. Section 11, págs. 73-79.

LAU, L. S.: *Seawater encroachment in Hawaiian Ghyben-Herzberg systems.* Proc. National Symposium on Groundwater Hydrology, San Francisco, noviembre 1967. American Water Resources Association.

MACLAY, R. W. y WINTER, T. C.: *Geochemistry and groundwater movement in Northwestern Minnesota.* Ground Water. Vol. 5, n.° 1, enero 1967, págs. 11-19.

MARINELLI, F.: *La energía geotérmica.* Foro de Desarrollo, vol. II, n.° 2, marzo. Publicaciones del Centro de Información Económica y Social/OPI. Naciones Unidas, 1974.

MATVEYEV, A. A. y BASHMAKOVA, O. I.: *Chemical composition of atmospheric precipitation in some regions of the URSS.* Soviet Hydrology: Selected papers n.° 5, 1967, págs. 480-491.

MAZOR, E. y MERO, F.: *Geochemical tracing of mineral and fresh water sources in the lake Tiberias Basin, Israel.* Journal of Hydrology. Vol. 7 (1966), págs. 276-317.

MAZOR, E. y MERO, F.: *The origin of the Tiberias-Noit mineral water association in the Tiberias-Dead Sea Rift Valley. Israel.* Journal of Hydrology. Vol. 7 (1969), páginas 318-333.

MAZOR, WADLER, MOLCHO: *Mineral spings in the Suez Rift Valley: comparison with waters in the Jordan Rift Valley and postulation of a marine origin.* Journal of Hydrology, vol. 20, 1973, págs. 289-309.

MAZOR, ROSENTHAL y EKSTEIN: *Geochemical tracing of the mineral water sources in the south-western Dead Sea Basin, Israel.* Journal of Hydrology. Vol. 7 (1969), págs. 246-275.

MCNELLIS, J. M. y MORGAN, CH. O.: *Coding and retrieving chemical analises of water samples; modified Piper diagrams by the digital computer; Stiff diagrams of water quality dates programmed for the digital computer.* Informes internos del U.S. Geological Survey y State Geological Survey of Kansas, 1965. Ciclostilados.

MEYBOOUM, P.: *Mass-transfer studies to determine the groundwater regime of permanent lakes in hummochy moraine in Western Canada.* Journal of Hydrology, vol. 5, 1967, págs. 117-142.

MINK, J. F.: *Some geochemical aspects of sea water intrusion in a coastal aquifer.* IASH, General Assembly of Helsinki 1960, Pub. 52, págs. 424-439.

MORGAN, K. H.: *The relationship between rainfall, geomorphology developement and the occurrence of groundwater in Precambrian rocks of Western Australia.* 24th Int. Geological Congress. Montreal 1972. Section 11, págs. 108-117.

OEHLER, K. E.: *The use of mixed water of different origins.*

International Water Supply Association. Congreso de Viena, 1969, 16 págs.

PAPP, F.: *Système de classification des sources.* IASH, Simposio de Roma 1954, Pub. 37, tomo II, págs. 591-597.

PASCU, M. y STELEA, V.: *Ape termominerale.* Cercetarea Apelor Subterane. Editura Technica. Bucarest, 1968, páginas 266-274.

PEARSON, F. J. y FRIEDMAN, I.: *Sources of disolved carbonate in an aquifer free of carbonate minerals.* Water Resources Research, vol. 6, n.° 6, diciembre 1970, págs. 1775-1781.

PENTCHEVA, E. N.: *Sur la rôle de l'interaction «eau-roche» pour la migration des oligoélements caractéristiques pour les eaux thermales à azote.* International Symposium on Protection of Mineral Waters. Karlovy Vary, 1972. Assoc. Int. Hydrogeologiques, págs. 245-253.

PINDER, G. F. y JONES, J. F.: *Determination of the ground water component of peak discharge from the chemistry of total runoff.* Water Resources Research. Vol. 5, n.° 2, abril 1969, págs. 438-445.

PIPER, A. M. et alt.: *Nature and contaminated waters in the Long Beach.* Santa Ana area, California. U.S. Geological Survey, Water-Supply Paper n.° 1136, 1953.

PIPER, A. M. y cols.: *Nature and contaminated waters in the Long Beach.* Santa Ana area, California. U.S. Geological survey, Water Supply Paper n.° 1136, 1953.

PITTWELL, L. R.: *Metals coordinated by ligands normally found in natural waters.* Journal of Hydrology, vol. 21, 1974, págs. 301-304. Amsterdam.

PORTER, L. R.: *Geothermal resource investigations.* Journal of the Hydraulics Division. Proc. Am. Soc. Civil Engineers. Washington. HY11, nov. 1973, págs. 209-211.

RANKAMA, K. y SAHAMA, T. G.: *Geoquímica.* Editorial Aguilar, 1954.

REISMAN, J. I., OVARD, J. C.: *Efecto de las torres de refrigeración sobre el medio ambiente.* Ingeniería Química, n.° 61, abril 1974, págs. 131-138. Madrid.

RIGHINI, G., NEBBIA, G.: *L'energia solare e la sue applicazioni.* Feltinelli Editore, Milano, 1966, 241 págs.

RORABAUGH, M. I.: *Ground-water in northeastern Louisville, Kentucky, with reference to induced infiltration.* U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1360-B, 1956.

SALVAT: *Enciclopedia Salvat de Ciencia y Técnica.* Vol. 14.

SCHOELLER, H.: *Géochemie des eaux souterraines.* Applications aux eaux des gisements de pétrole. Editions Technic. Paris, 1956.

SCHOELLER, H.: *Les eaux souterraines.* Ed. Masson, Paris, 1962.

SCHOELLER, H.: *La classification géochimique des eaux.* IASH. General Assembly of Berkeley 1964. Pub. 64, páginas 16-24.

SCHOELLER, H.: *La concentration des eaux souterraines en chlore.* Bull. du B.R.G.M. n.° 2 (1964), Paris, págs. 51-90.

SCHOELLER, H.: *L'acide carbonique des eaux souterraines.* Bull. du B.R.G.M., 2.ª serie, Section III, n.° 1, 1969, páginas 1-32. París.

SCHOELLER, M.: *Recherches sur l'acquisition de la composition chimique des eaux souterraines.* Imp. E. Drouillard. 1963, 231 págs. (Bordeaux).

SCHWARTZ, F. W., DOMENICO, P. A.: *Simulation of hydrochemical patterns in regional groundwater flow.* Water Resources Research. Vol. 9, n.° 3, 1973, págs. 707-720.

SOREY, M. L.: *Measurement of vertical groundwater velocity from temperature profiles in wells.* Water Resources Research, vol. 7, n.° 4, 1971, págs. 963-970.

SPEARS, D. A.: *Relationship between water-soluble cations and paleosalinity.* Geochimica et Cosmochimica Acta, vol. 38, 1974, págs. 567-575. Pergamon Press.

STALLMAN, R. W.: *Computation of ground-water velocity from temperature data.* Methods of Collecting and Interpreting Ground Water Data. U.S. Geological Survey, Water Supply-Paper n.° 1544-H, 1963, págs. H36-H46.

THRAILKILL, J.: *Chemical and hydrologic factors in the excavation of limestone caves.* Am. Geological Society Bull. Vol. 79, 1968, págs. 19-46.

TÓTH, J.: *Groundwater in sedimentary (clastic) rocks.* Proc. National Symposium on Groundwater Hydrology. San Francisco, noviembre 1967. Am. Water Res. Assoc.

TÓTH, J.: *Properties and manifestations of regional ground water movement.* 24th International Geological Congress. Montreal. Sec. 11, págs. 153-163, 1973.

TRUESDELL, A. H., SINGERS, W.: *The calculation of aquifer chemistry in hot water geothermal systems.* Journal of Research. U.S. Geological Survey, vol. 2, n.° 3, 1974, págs. 271-278.

UNESCO: *Normalización de simbología para mapas hidroquímicos.* Informe WS/0163.134 de enero de 1963. París.

VASALLO, FERNANDOPULLÉ, LAMONEDA: *Microelementos en agua subterránea; Isla de Gran Canaria.* Simposio Internacional sobre Hidrología de Terrenos Volcánicos. Arrecife de Lanzarote, 1974. Gobierno Español-UNESCO-PNUD.

VILARÓ, F., MOLIST, J. y CUSTODIO, E.: *Estudio hidrogeológico de unas captaciones profundas en la zona de Vic (Barcelona),* Geotecnia, Geólogos Consultores. Barcelona, 1968.

VISOCKY, A. P.: *Estimating the groundwater contribution to storm runnoff by the electrical conductance method.* Ground Water, vol. 8, n.° 2, marzo-abril 1970, págs. 5-10.

WHITE, D. E.: *Geochemistry of the groundwater to the discovery evaluation and exploitation of geothermal energy resources.* Informe de síntesis de la sección V del simposio sobre el Desarrollo y Utilización de Recursos Geotérmicos de Pisa, organizado por las Naciones Unidas, 1970.

WINSLOW, J. D.: *Effect of stream infiltration on ground water temperatures near Schenectady, N. Y.* U.S. Geological Survey Water Supply Paper 450-C, 1962, págs. 125-128.

ZOTL, J.: *Die Hydrographie des nordöstalpinen Karstes.* Steirische Beiträge zur Hydrogeologie. 1960-1961, n.° 2, Graz, 182 págs.

ZAPOROZEC, A.: *Graphical interpretation of water-quality data.* Ground Water, vol. 10, n.° 2, 1972, págs. 32-43.

ZUMBERGE, J. H., NELSON, C. A.: *Elements of geology.* John Wiley & Sons. Inc. New York, 1965, 431 págs.

Sección 11

Relación entre las aguas subterráneas y las aguas superficiales

MANUEL RAMÓN LLAMAS
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Doctor en C. Geológicas

Sumario

Símbolos*

- a distancia del pozo al río (L)
- C_d concentración iónica de la escorrentía directa
- C_s concentración iónica de la escorrentía subterránea
- C_t concentración iónica de la escorrentía total
- h potencial hidráulico o nivel piezométrico (L)
- h_o potencial hidráulico en la divisoria o máximo nivel de oscilación de un río (L)
- h_c potencial hidráulico o nivel piezométrico (L)
- k permeabilidad o conductividad hidráulica ($L\,T^{-1}$)
- k_x, k_y permeabilidad en las direcciones x o y en los medios anisótropos ($L\,T^{-1}$)
- L distancia del río o del manantial a la divisoria del acuífero (L)
- p factor de almacenamiento (según Wemelsfelder)
- P lluvia efectiva (según Wemelsfelder)
- P_d lluvia efectiva que origina escorrentía directa (según Wemelsfelder)
- P_s lluvia efectiva que origina escorrentía subterránea (según Wemelsfelder)
- Q_d caudal de la escorrentía directa
- Q_s caudal de la escorrentía subterránea
- Q_t caudal de la escorrentía total
- Q caudal ($L^3\,T^{-1}$)
- Q_o caudal en el origen de tiempos ($L^3\,T^{-1}$)
- q caudal de descarga por unidad de anchura de acuífero ($L^2\,T^{-1}$), disminución del caudal de un río como consecuencia de la infiltración inducida ($L^3\,T^{-1}$)
- S coeficiente de almacenamiento
- sdf factor de disminución del río $= a^2\,S/T$ (T)
- t tiempo (T)
- t_o período de oscilación de los cambios de nivel del río (T)
- t tiempo adimensional $= \dfrac{K\,h_o\,t}{S\,L^2}$
- T transmisividad ($L^2\,T^{-1}$)
- q caudal adimensional $= \dfrac{q\,L}{K\,h_o^2}$
- V Volumen de agua almacenado en el acuífero que puede ser drenado por un manantial. Volumen del agua bombeada que procede de un río (L^3)
- V_o ídem que V, pero en el origen de tiempos (L^3)
- v ídem que V, pero por unidad de anchura del acuífero (L^2)
- v_o ídem que V_o, pero por unidad de anchura del acuífero (L^2)
- w recarga por unidad de área y de tiempo ($L\,T^{-1}$)
- x distancia horizontal (L)
- z altura sobre el plano de referencia horizontal (L)
- Υ factor de disminución de caudal por unidad de tiempo en la curva de agotamiento
- α coeficiente de agotamiento (T^{-1})
- α_o coeficiente de agotamiento en el origen de tiempos (T^{-1})

* Los símbolos entre paréntesis indican las dimensiones de la magnitud: (T) = tiempo; (L) = longitud.

Capítulo 11.1

Los manantiales

1.1 INTRODUCCIÓN ([1])

Un manantial puede definirse como un punto o zona de la superficie del terreno en la que, de modo natural, fluye a la superficie una cantidad apreciable de agua, procedente de un acuífero o embalse subterráneo. Los manantiales son, pues, a modo de aliviaderos o desagües por los que sale la infiltración o recarga que reciben los embalses subterráneos.

La descarga de estos embalses no se efectúa únicamente mediante los manantiales, ya que, a veces, la zona saturada, al llegar a la superficie del terreno, no da lugar a un flujo concentrado, sino a una zona de flujo diseminado o zona de rezume (seepage area, en la literatura anglosajona), en la que el agua subterránea alimenta a un río o lago, si la zona de rezume está bajo el nivel del agua de ese río o lago, o se evapora si queda en contacto con la atmósfera. En ocasiones, es posible que no exista siquiera zona de rezume y que la descarga del embalse subterráneo se realice mediante la evapotranspiración de plantas freatofitas, cuyas raíces alcanzan la zona saturada.

Según el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, edición de 1970, fuente y manantial son términos casi sinónimos, si bien el uso del segundo se reduce casi exclusivamente a las surgencias naturales; el primero, en cambio, se utiliza también para indicar «el aparato o artificio con que se hace salir el agua en los jardines y en las casas, calles o plazas, para diferentes usos, trayéndola encañada desde los depósitos». Por esa razón se ha preferido utilizar el término manantial.

[1] La redacción de los tres capítulos de esta sección se hizo en 1970, por ello, salvo raras excepciones, no se citan muchos de los trabajos posteriores sobre el tema, a pesar de su indudable valor científico o práctico.

1.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MANANTIALES

1.2.1 Criterios de clasificación

Los manantiales han despertado el interés de los estudiosos desde hace muchos años y, como consecuencia de ello, se han sugerido clasificaciones de tipos muy distintos, según el aspecto que fuese considerado más característico. Entre esos aspectos pueden señalarse los que se refieren a los materiales geológicos que constituyen el acuífero, o a las relaciones litología-estructura-terreno, o a la cuantía y régimen del caudal, o las características químicas o de temperatura de sus aguas, o a su origen, etc. Fácilmente se comprende que el número de variables que pueden tenerse en cuenta es tal que resultarían con facilidad varios centenares o miles de tipos distintos.

De acuerdo con Davis y De Wiest (1966, pág. 62), se considera que lo más importante es tratar de los principios básicos y describir algunos manantiales representativos, sin perderse en clasificaciones más o menos artificiosas. Por lo que se refiere a la clasificación según el tipo de rocas que constituyen el embalse subterráneo, puede verse la que propone Tolman (1937, págs. 446-461) y que con algunas modificaciones es resumida por Heath y Trainer (1968, págs. 206-207). La clasificación de las aguas subterráneas según su temperatura o características químicas se trata en los capítulos 3 y 4 de la sección 10 de esta obra, y esa misma clasificación puede aplicarse a los manantiales, ya que sus aguas son aguas subterráneas. Las peculiaridades de los manantiales minero-industriales y minero-medicinales, son tratadas en el capítulo 4 de la sección 10.

En cuanto al origen del agua de los manantiales, a comienzos de siglo se concedió un cierto interés a la posible importancia que en el origen de las aguas subterráneas pudieran tener las aguas congénitas juveniles o magmáticas, pero actualmente, la opinión más común

es que, salvo en algunos casos de manantiales minerales o termales —por lo general de escaso caudal— todas las aguas de los manantiales proceden de la infiltración de las precipitaciones meteóricas (cfr. McGuiness, 1963, págs. 18-22 o, para más detalle, capítulo 4 de la sección 10 y capítulo 4 de la sección 12 de esta obra).

En lo que se refiere al caudal medio que tienen los manantiales, ha tenido cierta aceptación entre los hidrogeólogos americanos el sistema propuesto por Meinzer en 1923 (cfr. Meinzer, 1942, págs. 424-425), que clasifica los manantiales en los ocho grupos siguientes:

Primero:	superiores a 2,80 m^3/seg
Segundo:	entre 0,28 y 2,80 m^3/seg
Tercero:	entre 28 y 280 l/seg
Cuarto	entre 6,3 y 28 l/seg
Quinto:	entre 40 y 400 l/min
Sexto:	entre 4 y 40 l/min
Séptimo:	entre 0,5 y 4 l/min
Octavo:	menor de 0,5 l/min

1.2.2 Tipos representativos de manantiales

El funcionamiento de los manantiales resulta muy claro si, como antes se ha indicado, se tiene en cuenta que, por lo general, son simplemente el desagüe o salida de un medio poroso o embalse subterráneo que recibe una cierta recarga o infiltración. Así pues, los dos factores más importantes a considerar serán los parámetros geométricos e hidrológicos del embalse subterráneo y sus condiciones de recarga, casi siempre dependientes de modo principal de la infiltración de las precipitaciones.

En la figura 11.1 se ha representado la relación que existe entre el área de recarga del embalse subterráneo, la recarga anual por unidad de área y el caudal medio anual del manantial. La simple consideración de dicha figura explica que sean escasos los manantiales de primer orden según la clasificación de Meinzer, pues requieren áreas de recarga de más de 100 km^2, aún suponiendo una infiltración eficaz del orden de medio metro, que no suele ser usual, incluso en los climas templados.

Al mismo tiempo, puede explicar también la existencia de los pequeños manantiales que con frecuencia se encuentran en zonas relativamente elevadas de las montañas, ya que basta una superficie de unas pocas hectáreas para que en estas zonas, por lo general lluviosas y con recarga importante, pueda darse una fuente con un caudal de algunos litros por minuto, que son suficientes para abastecer a una familia.

En las figuras 11.2 a 11.11 pueden verse algunos esquemas representativos de diversos tipos de manantiales. Cuando se tiene una formación geológica de características bastante homogéneas en lo que a sus parámetros hidrológicos se refiere, y de espesor superior a los desniveles topográficos, como la que se representa en la figura 11.2 lo normal es que los manantiales surjan

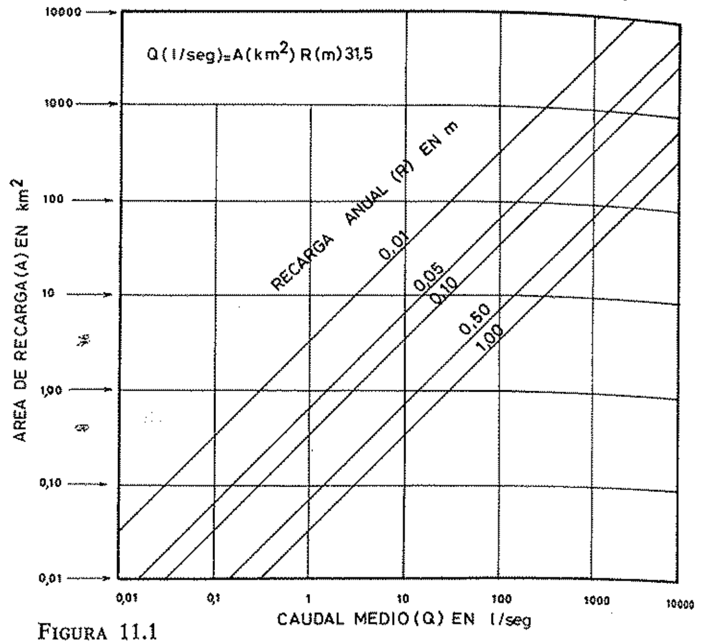


FIGURA 11.1
Relación entre el área de recarga, el caudal medio y la recarga media anual de un manantial.

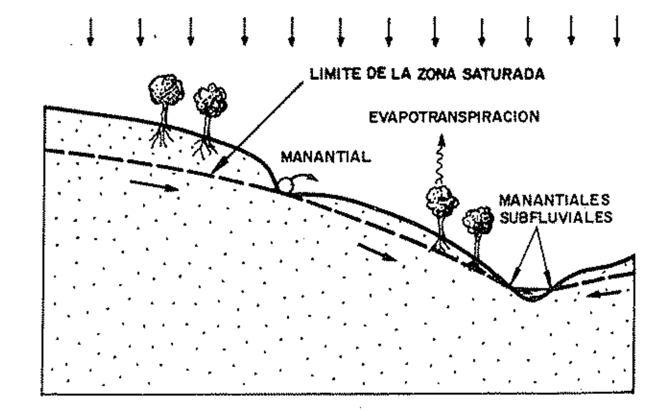


FIGURA 11.2
Los manantiales de un embalse subterráneo en un terreno homogéneo están fundamentalmente controlados por las relaciones entre el límite de la zona saturada y la superficie del terreno.

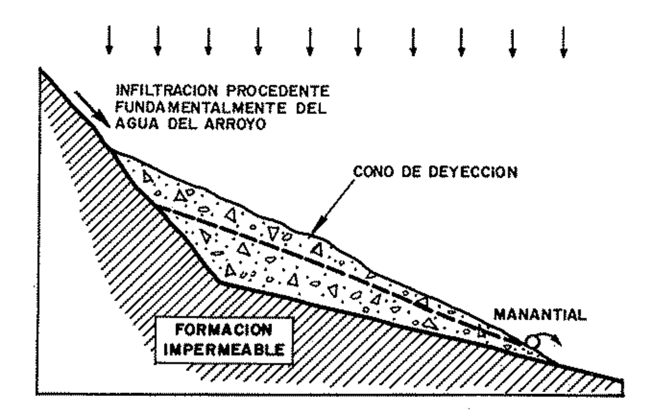


FIGURA 11.3
Manantial que drena un cono de deyección cuya base está formada por terrenos impermeables.

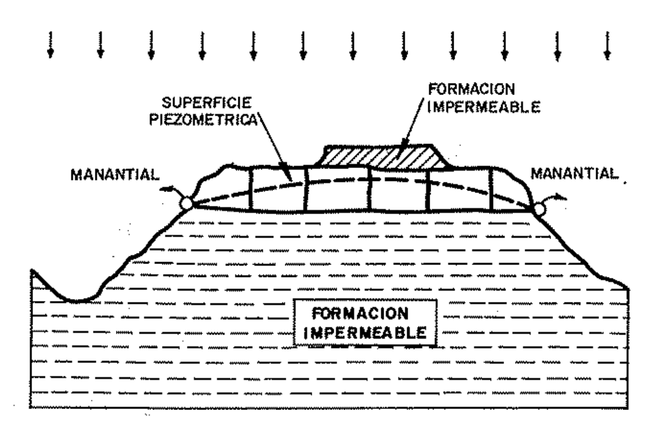


FIGURA 11.4
Situación de los manantiales que drenan un acuífero tabular recargado por la lluvia.

en aquellas depresiones o valles en los que el límite superior de la zona saturada alcanza la superficie topográfica. Con frecuencia, en estos casos, cuando la depresión topográfica es un valle, los manantiales de aguas arriba dan origen a un curso permanente de agua, de modo que los manantiales de aguas abajo suelen ser subfluviales. Este tipo de embalses subterráneos se suele dar, por ejemplo, en las zonas de dunas o de loess, o en las grandes masas calcáreas.

Cuando la geometría de la formación acuífera permeable es de dimensiones más reducidas que los accidentes topográficos, el contacto entre la zona saturada y la superficie del terreno, y por consiguiente, los manantiales, suelen encontrarse en las proximidades de la zona de contacto entre las formaciones permeables e impermeables. Así, en la figura 11.3 se representa el caso de un pequeño acuífero formado por los materiales sueltos del cono de deyección de un barranco, que se apoyan sobre materiales impermeables; situaciones análogas se producen en las masas de derrubios de ladera de las zonas montañosas; estas estructuras no suelen dar lugar a grandes manantiales, dado el reducido tamaño del embalse subterráneo que originan.

La situación que se representa en la figura 11.4 es hidráulicamente análoga a la recién descrita y corresponde a una estructura geológica de tipo tabular que se presenta con bastante frecuencia; la formación permeable suele corresponder a un estrato de areniscas o calizas, o a una terraza colgada. En la figura 11.5 se representa una estructura parecida, pero constituida por dos formaciones con distinta permeabilidad; se supone que la capa de gravas inferior tiene mayor permeabilidad y por ello actúa a manera de colector o dren de la zona saturada de la colada basáltica superior.

Los plegamientos y las fallas pueden influir notablemente en la configuración geométrica de los embalses subterráneos y en los procesos de disminución o aumento de porosidad o permeabilidad de sus materiales. En la figura 11.6 se esquematiza una estructura sinclinal que origina un acuífero confinado cuya descarga se hace por el flanco en que la erosión hace aflorar la capa acuífera a nivel más bajo. La figura 11.7 representa la descarga de un embalse subterráneo de naturaleza calcá-

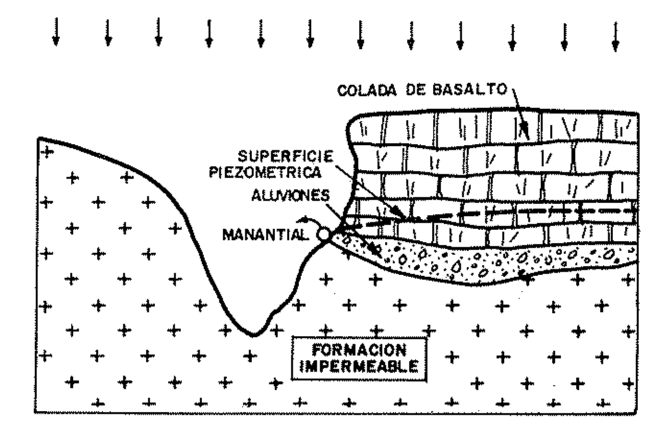


FIGURA 11.5
Manantial que drena una formación basáltica poco permeable a través de los aluviones de un valle fosilizado por la colada volcánica.

FIGURA 11.6
Manantial que drena un acuífero confinado.

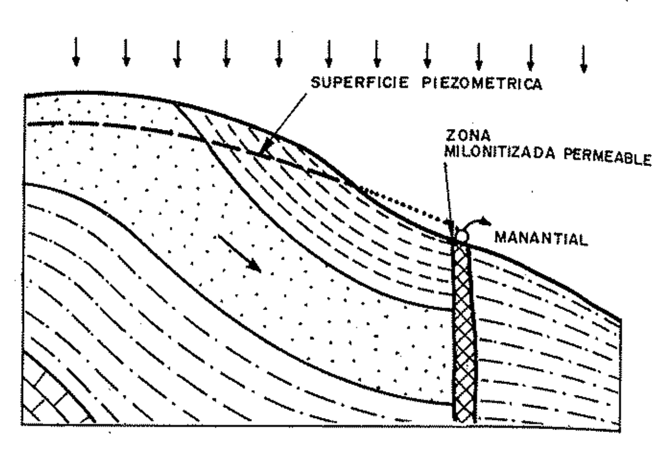


FIGURA 11.8
Manantial que drena un acuífero confinado a través de una zona milonitizada.

rea cuyos límites laterales son dos formaciones impermeables con las que toma contacto por falla. La figura 11.8 representa un acuífero confinado, originado también por un sinclinal análogo al de la figura 11.6, pero en este caso, fallado; su descarga a la superficie se produce a través de la zona milonitizada originada por la falla; se supone que en este caso la zona milonitizada es permeable, cosa que no siempre ocurre.

Por último, en la figura 11.9, se presenta el esquema de las fuentes «bruscamente» intermitentes, cuyo caudal pasa, de ser muy pequeño o nulo, a ser muy importante

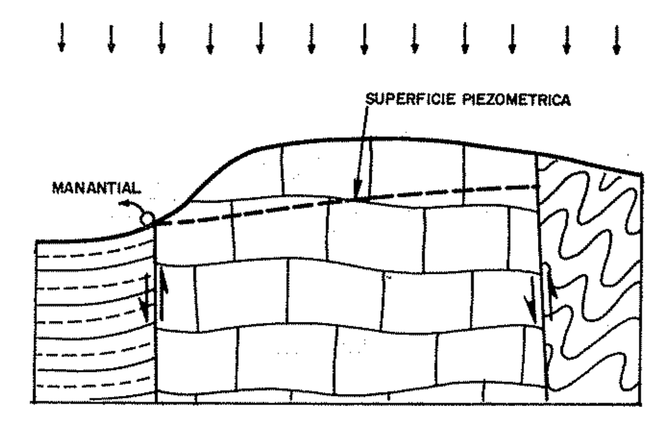


FIGURA 11.7
Manantial que drena un embalse subterráneo limitado lateralmente por dos fallas.

durante breve tiempo —a veces sólo de unas horas o minutos— debido a que la descarga se hace a través de un sifón. Este tipo de manifestaciones atrajo la atención de los estudiosos desde hace siglos; ya en 1724, Desaguliers (cfr. Meinzer, 1942, pág. 430) lo explicó acudiendo al fenómeno del sifón. Estos fenómenos son casi exclusivos de las formaciones calcáreas kársticas. Conviene no olvidar que la capacidad de succión por sifonamiento no puede ser superior a la altura de agua equivalente a la presión atmosférica; es decir, a unos 10 m como máximo.

No se trata en el presente capítulo de los manantiales submarinos, típicos de las formaciones calcáreas o basálticas costeras, pues esa cuestión se estudia con detalle bajo distintos puntos de vista en las secciones 13 y 15 de esta obra.

En las rocas ígneas y metamórficas —con excepción de la zona meteorizada— la circulación y almacenamiento de agua se hace fundamentalmente a través de, y en las diaclasas y zonas fracturadas. Por lo general, los manantiales son de pequeño caudal y se extinguen cuando los períodos sin lluvias tienen cierta duración. En la figura 11.10 se representa un tipo de pequeños manantiales que se pueden originar merced a las diaclasas de una masa de granito. En la figura 11.11 se representa el manantial que se origina cuando una zona más permeable (milonita, dique ácido, etc.) toma contacto con una red de diaclasas saturadas. En otras ocasiones, la milonita o el dique pueden ser más impermeables que la roca diaclasada y constituir una barrera que también puede dar origen a un manantial que descarga el agua

almacenada en las diaclasas de la zona aguas arriba de la milonita impermeable.

En resumen, el estudio de la litología y de la estructura de una zona puede dar indicaciones muy interesantes sobre la localización y caudal de los manantiales, o si se conocen estos datos, sobre las características geométricas e hidrológicas del embalse subterráneo que alimenta ese manantial. Así, por ejemplo, en zonas de geología uniforme, la existencia de manantiales pequeños y abundantes en las laderas de los valles o colinas, indica generalmente una zona saturada poco profunda y una permeabilidad pequeña; por el contrario, los manantiales grandes y situados en el fondo de los valles, suelen indicar una permeabilidad grande y un nivel superior de la zona saturada más profundo en los interfluvios.

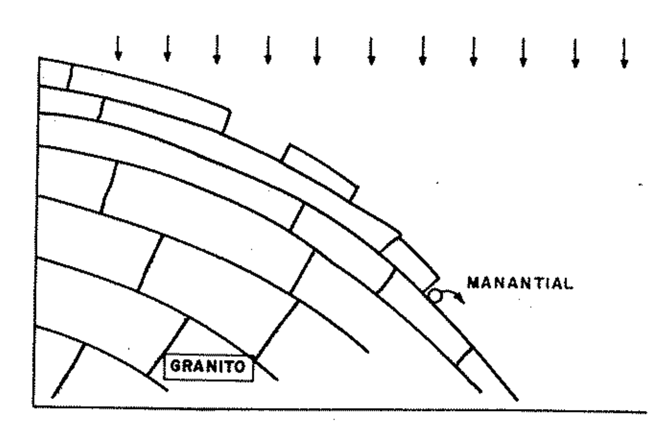


FIGURA 11.10
Las diaclasas de descompresión del granito suelen dar lugar a manantiales pequeños y efímeros.

1.3 CAUSAS DE LA FLUCTUACIÓN DEL CAUDAL DE LOS MANANTIALES

El caudal de la mayoría de los manantiales varía considerablemente, pero el de algunos es casi constante. Las variaciones responden fundamentalmente a los cambios en los niveles piezométricos del embalse subterráneo drenado por el manantial, que a su vez, dependen de las relaciones entre la recarga y la descarga. Puede decirse que cualquier causa que dé lugar a una fluctuación de nivel piezométrico del agua contenida en un embalse subterráneo, puede originar también un cambio en el caudal de los manantiales alimentados por dicho embalse. En el capítulo 6 de la sección 8 se analizaron, de modo general, las fluctuaciones de los niveles piezométricos. En el presente apartado se va a describir de modo cualitativo su influencia en el régimen de los manantiales; en el apartado 1.4 se analizarán las diversas expresiones matemáticas que describen el régimen de descarga de un embalse subterráneo cuando no existe recarga (régimen no influenciado) y toda la descarga se hace a través del manantial; por último, en el apartado 1.5 se estudiará el régimen influenciado.

La descarga de los manantiales que drenan acuíferos

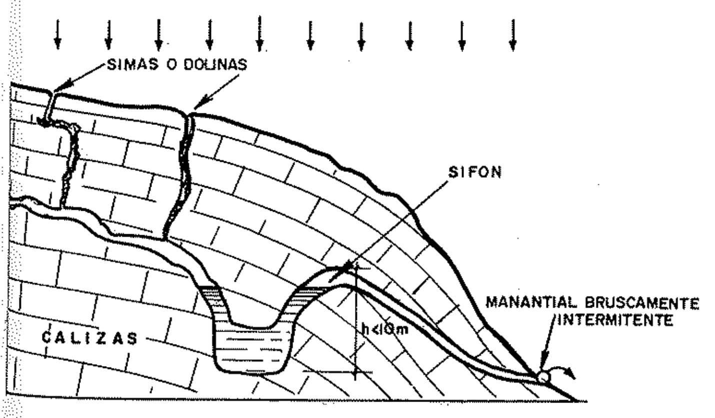


FIGURA 11.9
Esquema del sistema hidráulico que origina los cambios bruscos de caudal de algunos manantiales intermitentes de zonas kársticas.

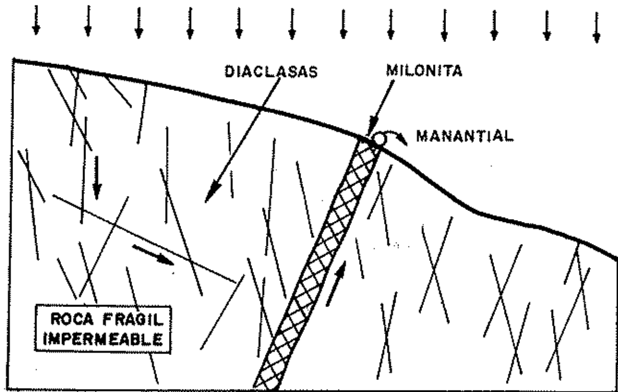


FIGURA 11.11
Manantial originado por la descarga de las aguas de las diaclasas que drena una zona fracturada.

con poco volumen de almacenamiento y con buena transmisibilidad, por lo general, fluctúa mucho, de modo que sus caudales pueden desaparecer poco tiempo después de los períodos de recarga. Si la zona saturada está próxima a la superficie y existen plantas freatofitas, pueden registrarse variaciones de caudal a lo largo del día, debidas a la evapotranspiración. El caudal, por lo general, es mínimo por la tarde y máximo ya entrada la noche o de madrugada. En estos casos la influencia de la evapotranspiración suele ser la causa de que —en igualdad de recarga— el caudal del manantial se agote más rápidamente en verano que en invierno. Los manantiales que drenan acuíferos confinados o de gran extensión, suelen tener un volumen de agua almacenada muchas veces superior a su descarga anual, y por ello, sus caudales responden con cierto retraso y amortiguamiento a las recargas más o menos bruscas. No obstante, hay que tener en cuenta que la permeabilidad del acuífero también juega un papel decisivo y así, hay fuentes muy importantes como la famosa de Vaucluse, en Francia, cuyos caudales varían en la proporción de 4 m^3/seg a 142 m^3/seg (Pochet, 1895), para un período de 10 años, y otras, como las de Ros Ha'yain, en Israel, que apenas varían entre 6 y 8 m^3/seg (Mero, 1963).

La recarga, la mayor parte de las veces, se debe a la infiltración de la lluvia o de la nieve y su correlación con las variaciones del caudal suele ser relativamente fácil. En otros casos, la recarga se debe a los cursos de agua superficiales, lo que, según Meinzer (1942, página 428) es corriente en muchos de los valles áridos de origen tectónico del Oeste americano, cuyos manantiales tienen su máximo en el verano, mientras los ríos que recargan los acuíferos tienen el máximo caudal en primavera. Como es lógico, el decalaje de tiempo entre estos hechos depende de los parámetros geométricos e hidrológicos de los acuíferos. En bastantes zonas se ha observado un aumento de caudal de los manantiales que puede correlacionarse con los períodos de regadío con aguas superficiales sobre una determinada zona.

La influencia de la presión atmosférica en el régimen de los manantiales obedece a las mismas razones que motivan la fluctuación de los niveles en los pozos que captan aguas de acuíferos confinados. Esta cuestión ha sido tratada en el capítulo 6 de la sección 8; se recuerda simplemente que los niveles suben cuando la presión barométrica baja. Esto fue ya hecho notar por Lathom (1881), quien observó que en los períodos sin lluvia el caudal del manantial Croydon Boorne, en Inglaterra, aumentaba con los descensos de la presión barométrica, mientras que disminuía al aumentar ésta. Un hecho análogo ha sido observado por Curtis (1966), al estudiar un manantial en Wisconsin, en los períodos en que el caudal de dicho manantial da unos pocos litros por minuto. Por lo general, los cambios de nivel piezométrico en el acuífero, debidos a las variaciones de la presión atmosférica, sólo producen variaciones apreciables en el caudal del manantial cuando dicho caudal es muy pequeño.

La acción del hombre, como se verá principalmente en el capítulo 3 de esta sección puede modificar el caudal de los manantiales, no sólo en el caso de que extraiga aguas del mismo acuífero mediante pozos o galerías, sino también en aquellos otros casos en que modifica algunos factores del ciclo hidrológico más directamente relacionados con la recarga, como puede ser la deforestación o la realización de embalses de superficie.

1.4 EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL CAUDAL DE DESCARGA DE UN ACUÍFERO EN RÉGIMEN NO INFLUENCIADO

1.4.1 Generalidades

Desde comienzos del presente siglo (cfr. Boussinesq, 1904 y Maillet, 1905) distintos investigadores se han interesado en imaginar modelos conceptuales que permitieran plantear matemáticamente el régimen de descarga de los manantiales o su equivalente, el flujo de base (o subterráneo) de los ríos.

La cuestión tiene indudable interés práctico, pues en muchos casos permite predecir con aceptable precisión el caudal mínimo que tendrán una fuente o un río después de un período largo de sequía, en el que el acuífero no reciba recarga de ningún tipo. La complejidad del problema, unida a sus múltiples aplicaciones prácticas para la producción de energía eléctrica, abastecimientos de agua para regadíos y usos urbanos, abatimiento de la contaminación, etc., ha conducido a que los trabajos iniciales de los dos investigadores franceses citados hayan sido continuados y ampliados por otros muchos expertos, tanto desde el punto de vista teórico, como práctico; entre ellos, a título de ejemplo, cabe citar: Jacob (1943 y 1944), Coutagne (1948), Mero (1958 y 1964), Rorabaugh (1960 y 1963), Berkaloff (1966), Schoeller (1967), Forkasiewicz y Paloc (1965), Butler (1967), Hall (1968), Singh (1969). Estos autores estudian principalmente el régimen no influenciado, pero algunos tratan también los efectos que produce la recarga natural o artificial, o los bombeos; en este apartado únicamente se verá el régimen no influenciado, dejando para el apartado siguiente el régimen influenciado.

Se estudiarán diversas fórmulas pero puede adelantarse que casi todas ellas se reducen a una de las dos siguientes:

$$Q = Q_o (1 + \alpha t)^{-2} \qquad (11.1)$$

o bien, a

$$Q = Q_o e^{-\alpha t} \qquad (11.2)$$

en la que:

Q = caudal de la fuente o caudal base del río en el momento t

Q_o = ídem en el origen de tiempos

α = coeficiente que depende de las características geométricas e hidrológicas del embalse subterráneo con dimensiones $(\text{tiempo})^{-1}$

t = tiempo desde el momento en el que el caudal vale Q_o.

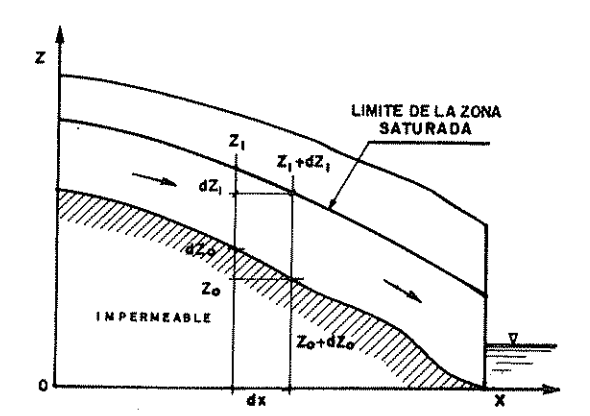


FIGURA 11.12
Ecuación del flujo en un acuífero libre en la hipótesis de Dupuit-Boussinesq.

1.4.2 Acuífero libre con desagüe a nivel variable

La ecuación general de descarga de un acuífero libre fue deducida casi de modo simultáneo por Boussinesq (1904) y Maillet (1905), mediante la aplicación de la Ley de Darcy y la ecuación de la continuidad. Tiene la forma siguiente (ver fig. 11.12) para un caso de flujo bidimensional:

$$S \frac{\partial z_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left((z_1 - z_0)\, k \frac{\partial z_1}{\partial x} \right) \qquad (11.3)$$

en la que $z_1 - z_0$ = altura de la zona saturada sobre el fondo impermeable; k = conductividad hidráulica; S = coeficiente de almacenamiento, que al ser un acuífero libre coincide con la porosidad eficaz; x = distancia horizontal desde un origen convencional.

La deducción de la ecuación (11.3) supone la aceptación de las siguientes hipótesis:

a) El acuífero es homogéneo e isótropo.

b) $h = z + p\gamma$ es prácticamente constante a lo largo de una vertical, y por tanto $\partial h/\partial x$ es constante en esa vertical, e igual a la pendiente de la superficie z_1 de la zona saturada.

c) La pendiente de dicha superficie es pequeña.

d) No hay recarga o filtración a/o de otro acuífero o evapotranspiración o bombeos, etc., es decir, se trata de régimen no influenciado.

Las hipótesis *b)* y *c)* normalmente no se cumplen en las proximidades de la zona de desagüe, donde las superficies equipotenciales, por lo general, no son planos verticales. Sin embargo, se supone que este hecho no afecta la validez de la ecuación (11.3) en la mayor parte del acuífero si éste tiene una longitud que sea superior a 10 veces el espesor de la zona saturada $(z_1 - z_0)$, lo cual rara vez deja de cumplirse en la naturaleza.

Si se supone que $z_0 = 0$ y que se puede despreciar el término $\frac{k}{S}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2$, ya que el gradiente de la superficie se supone pequeño, la ecuación diferencial (11.3) se transforma en la siguiente:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k\,h}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \qquad (11.4)$$

Según Singh (1969) esta ecuación, para las condiciones en los límites que se indican en la figura 11.13 a, tiene la solución:

$$h(x, t) = \left[h_o - \frac{h_o - h_c}{L^2} x^2 \right] (1 + \alpha_o t)^{-1} \qquad (11.5)$$

en la que

$$\alpha_o = \frac{2 (h_o - h_c) k}{S L^2} \qquad (11.6)$$

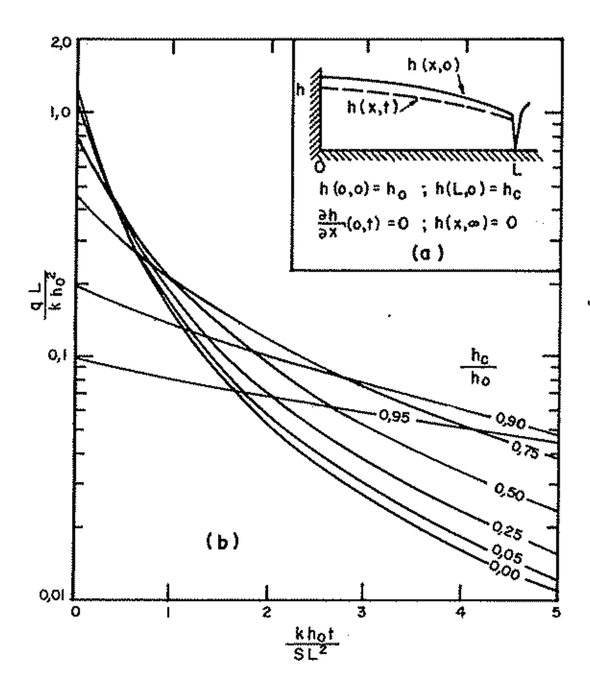


FIGURA 11.13
Curvas adimensionales de la descarga en un acuífero libre cuyo nivel de desagüe es variable. (Según Singh, 1969.)

Como puede verse, en todo momento la superficie piezométrica es una parábola. La rapidez con que descienden los niveles es directamente proporcional a la permeabilidad y al gradiente inicial; e inversamente proporcional a la extensión del acuífero y a su porosidad eficaz.

El caudal q en la zona de desagüe (x = L) por unidad de anchura de acuífero es:

$$q = S \int_0^L \frac{\partial h}{\partial t} \, d\,x = \frac{2\,(h_o - h_c)\,(2\,h_o + h_c)\,k}{3\,L\,(1 + \alpha_o\,t)^2} =$$

$$= \frac{q_o}{(1 + \alpha_o\,t)^2} \tag{11.7}$$

si se utilizan los parámetros adimensionales siguientes:

$\mathit{h} = h/h_o$; $\mathit{h}_c = h_c/h_o$; $\mathit{x} = x/L$;

$\mathit{q} = q\,L/k\,h_o^2$ y $\mathit{t} = k\,h_o\,t/S\,L^2$

la fórmula (11.7) tiene la expresión siguiente:

$$\mathit{q} = \frac{2\,(1 - \mathit{h}_c)\,(2 + \mathit{h}_c)}{3\,[1 + 2\,(1 - \mathit{h}_c)\,\mathit{t}]^2} \tag{11.8}$$

que ha sido representada en la figura 11.13.

Singh (1969, pág. 2033), ha estudiado la influencia que tiene haber despreciado el término $\frac{k}{S}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2$ en la ecuación (11.4) y llega a la conclusión de que los resultados de esta fórmula son aceptablemente aproximados sólo si el valor inicial h_c/h_o es superior a 0,75 y un grado de exactitud satisfactorio sólo se consigue cuando dicho cociente es superior a 0,90.

Como ya se dijo una fórmula de estructura igual a la (11.7) había sido ya deducida a principios de siglo por Boussinesq y Maillet. Otros investigadores posteriores han vuelto a «redescubrirla» o a estudiarla en fechas posteriores (cfr. Coutagne, 1948; Werner y Sundquist, 1951; o Butler, 1967) pero sin introducir modificaciones importantes.

El volumen de agua almacenado en el embalse subterráneo que puede ser drenado por la fuente, suponiendo que no hay recarga, se deduce de la ecuación (11.7):

$$v = \int_t^\infty q\,d\,t = \int_t^\infty \frac{q_o}{(1 + \alpha_o\,t)^2}\,d\,t =$$

$$= \frac{q_o}{\alpha_o\,(1 + \alpha_o\,t)} = \frac{v_o}{1 + \alpha_o\,t} \tag{11.9}$$

ya que para t = 0, $q_o/\alpha_o = v_o$. Donde v y v_o representan el volumen de agua almacenada por unidad de anchura del acuífero. En el caso de que se tratase de un manantial cuyo caudal aparezca concentrado en un punto y de un acuífero suficientemente extenso para que el efecto de la distorsión de las líneas de flujo sea pequeño, entonces la fórmula (11.9) es aplicable sustituyendo q por Q y v por V, en la que Q representa el caudal del manantial y V el volumen de agua del acuífero que puede ser drenado por el manantial.

Para ver hasta qué punto los caudales de una fuente o río siguen la fórmula 11.7, se suele recomendar representar los valores de $q^{-1/2}$ con respecto a los de t para ver si quedan alineados en una recta que correspondería a la ecuación $q^{-1/2} = q_o^{-1/2} + \alpha_o\,q_o^{-1/2}.\,t$ cuya pendiente es igual a $\alpha_o\,q_o^{-1/2}$. Al aplicar estas fórmulas hay que tener en cuenta que α_o no es una constante del acuífero, sino que depende de las condiciones iniciales.

Ejemplo 1

Según Abd-El-Al (1953) existe una importante surgencia kárstica en Barada, cuya curva de agotamiento responde a la ecuación:

$$Q\,(m^3/s) = \frac{5}{[1 + 0{,}0054\, t\,(\text{días})]^2}$$

en este caso, según la fórmula (11.9) el volumen almacenado para $Q = 5\ m^3/s$ es igual a

$$\frac{5 \times 86\,400}{0{,}0054} = 80 \cdot 10^6\ m^3$$

Según el mismo autor, citado por Coutagne (1948), el flujo de base de la cuenca superior del río Litani (Líbano), con una superficie de casi 1500 km² y formada esencialmente por calizas, la curva de agotamiento responde a la ecuación:

$$Q\,(m^3/s) = \frac{20}{[1 + 0{,}011\, t\,(\text{días})]^2}$$

lo que, aplicando la misma fórmula, significa que el volumen de agua almacenado que puede ser drenado por el río de modo natural es de unos 150 Hm³, lo que equivale a una lámina de agua de 100 mm, repartida por toda la cuenca.

Ejemplo 2

Según Burdon y Safadi (1963), el conjunto de manantiales de Ras-El-Ain, en Siria, que drenan un acuífero cautivo kárstico, con una descarga media anual del orden de 1200 Hm³, tiene un régimen de descarga que sigue la ecuación:

$$Q\,(m^3/s) = \frac{41{,}5}{[1 + 0{,}00048\, t\,(\text{días})]^2}$$

Este coeficiente tan bajo se debe a las pequeñas variaciones de los caudales, que oscilan entre 41,5 y 36,0 m³/s. El volumen de agua almacenada que puede ser drenada por el conjunto de manantiales de modo natural es del orden de 7500 Hm³. Es decir, que en este caso tenemos un embalse subterráneo mucho mayor (50 a 100 veces) que en los dos casos anteriores, aunque su recarga anual sea sólo de 5 a 10 veces superior.

1.4.3 Acuífero cautivo o acuífero libre, de espesor considerable y desagüe a nivel constante

La experiencia indica que con gran frecuencia la ley de disminución de caudales de los manantiales o de los cursos de agua en los períodos no influenciados, sigue aproximadamente la fórmula exponencial (11.2):

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

También esta fórmula fue deducida matemáticamente por Boussinesq (1904) para el caso de un acuífero libre de espesor considerable y nivel de drenaje constante. Posteriormente, investigadores como Jacob (1943), Rorabaugh (1960 y 1964), Butler (1967), Singh (1969), etc., se han ocupado de deducir fórmulas análogas, teniendo en cuenta distintas condiciones iniciales o en los límites, y analizando el campo de validez de la fórmula (11.2). Una exposición detallada de los trabajos de dichos autores cae fuera del carácter práctico de este libro.

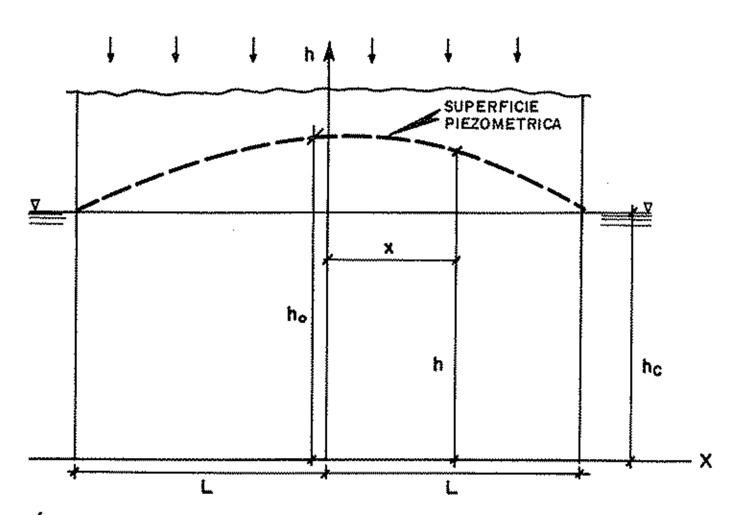


FIGURA 11.14

Modelo conceptual de acuífero homogéneo e isótropo cuyo nivel de descarga es constante.

En la figura 11.14 puede verse el modelo conceptual del acuífero bidimensional que se va a considerar en este apartado. Si este acuífero recibe una recarga uniforme y constante (W) por unidad de área y de tiempo, se establece un régimen de descarga uniforme cuyo caudal por unidad de anchura de acuífero normal a la figura será $q = W \cdot L$. Se demuestra que la forma de la superficie piezométrica en estas condiciones, es la denominada parábola de Dupuit, cuya ecuación es (ver apartado 16.2.4 de la sección 9):

$$h = h_o - \frac{W x^2}{2T} = h_o - (h_o - h_c)\frac{x^2}{L^2} \qquad (11.10)$$

que también puede ponerse en la forma:

$$h - h_c = \frac{W L^2}{2 T} \left(\frac{2 x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

si se toma como origen de abscisas el extremo izquierdo del acuífero en vez de su punto central.

Cuando no existe recarga, los valores de h van disminuyendo con el tiempo, $h = h(x, t)$ y debe cumplirse la ecuación diferencial (11.3):

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k h \frac{\partial h}{\partial x} \right)$$

Como se ha supuesto que h es muy grande con respecto a su derivada, puede admitirse, en una primera aproximación, que $\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 = 0$ y resulta:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{T}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \qquad (11.11)$$

La solución de esta ecuación diferencial depende de las condiciones de contorno, que en este caso, son:

$h(L, t) = h_c = \text{cte}$; $h(0,0) = h_o$;

$\frac{\partial h}{\partial x}(0, t) = 0$; $h(x, \infty) = h_c$;

y del valor inicial de $h = h(x, 0)$.

La ecuación (11.11) ha sido resuelta por diversos investigadores usando el método de desarrollo en series de Fourier; Jacob (1943), resuelve el problema para el caso de:

$$h(x, 0) = h_o - (h_o - h_c) \frac{x^2}{L^2} \qquad (11.12)$$

es decir, el caso de descarga en régimen no influenciado después de un largo período de recarga constante en el que se había llegado a un régimen permanente (ver fórmula 11.10); Rorabaugh (1960 y 1964) lo resuelve para el caso de una recarga instantánea uniforme, que es equivalente al de un descenso instantáneo del nivel del río.

$$h(x, 0) = h_o \qquad (11.13)$$

y finalmente, Singh (1969) vuelve a considerar los dos casos anteriores, a los que añade un tercero:

$$h(x, 0) = h_c + (h_o - h_c) \cos \frac{\pi x}{2 L} \qquad (11.14)$$

Las soluciones correspondientes a la condición de curva sinusoidal, son las siguientes:

$$h(x, t) = h_c + (h_o - h_c) \cdot \exp \left(\frac{-\pi^2 T t}{4 S L^2} \right) \cdot \cos \frac{\pi x}{2 L} \qquad (11.15)$$

$$q(t) = \frac{\pi T (h_o - h_c)}{2 L} \exp \left(\frac{-\pi^2 T t}{4 S L^2} \right) =$$

$$= q_o \exp \left(\frac{-\pi^2 T t}{4 S L^2} \right) \qquad (11.16)$$

si se denomina $\alpha = \frac{\pi^2 T}{4 S L^2}$

las ecuaciones anteriores pueden escribirse de la forma siguiente:

$$h(x, t) = h(x, 0) e^{-\alpha t} \qquad (11.17)$$

$$q(t) = q_o e^{-\alpha t} \qquad (11.18)$$

Se hace notar que en este caso α es un valor constante que depende de las características geométricas y de los parámetros S y T del acuífero, pero no de las condiciones iniciales de los niveles piezométricos.

Las soluciones correspondientes a $h(x, 0) = h_o$ son:

$$h = h_c + \frac{4}{\pi} (h_o - h_c) \left[e^{-\alpha t} \cos \frac{\pi x}{2 L} - \frac{1}{3} e^{-9 \alpha t} \cos \frac{3 \pi x}{2 L} + \frac{1}{5} e^{-25 \alpha t} \cos \frac{5 \pi x}{2 L} - \ldots \right] \qquad (11.19)$$

$$q = \frac{2 T (h_o - h_c)}{L} (e^{-\alpha t} + e^{-9 \alpha t} + e^{-25 \alpha t} + \ldots) \qquad (11.20)$$

Las soluciones correspondientes a la curva parabólica inicial (11.10) son:

$$h = h_o + \frac{32\,(h_o - h_c)}{\pi^3} \left[e^{-\alpha t} \cos \frac{\pi x}{2 L} - \frac{1}{27} e^{-9\alpha t} \cos \frac{3 \pi x}{2 L} + \frac{1}{125} e^{-25\alpha t} \cos \frac{5 \pi x}{2 L} - \ldots \right] \qquad (11.21)$$

$$q = \frac{16\,T\,(h_o - h_c)}{\pi^2 L} \left[e^{-\alpha t} + \frac{1}{9} e^{-9\alpha t} + \frac{1}{25} e^{-25\alpha t} + \ldots \right] \qquad (11.22)$$

Como fácilmente se comprende, los términos de las series de estas fórmulas decrecen rápidamente a partir de un cierto valor del tiempo y pueden ser despreciados, por lo cual, todas las expresiones se reducen a las (11.17) y (11.18), que coinciden con las expresiones clásicas de Boussinesq.

La fórmula (11.19) como se indica en el capítulo 17 de la sección 9, ha sido utilizada por Rorabaugh (1960) para deducir el valor T/S de un acuífero mediante el estudio de su variación de niveles piezométricos a lo largo del tiempo. Singh (1969, pág. 238) ha estudiado la resolución por diferencias finitas de la ecuación diferencial no lineal $S \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right)$ y llega también a la conclusión de que la relación entre los caudales y los tiempos es del tipo de la ecuación (11.18), excepto para los primeros valores de t. Conviene pues no olvidar que para valores pequeños de t, los términos segundos de la serie pueden tener importancia, especialmente en el caso de las fórmulas (11.19) y (11.20). Así por ejemplo, en la fórmula (11.20) para que:

$$e^{-9\alpha t}/e^{-\alpha t} = 0{,}1$$

$$t = \frac{1}{8\,\alpha \log e} = \frac{4\,S\,L^2}{8\,\pi^2\,T \log e} = \frac{S\,L^2}{8{,}5\,T}$$

Si se supone que el acuífero tiene las siguientes características: L = 1000; S = 0,2; T = 1000 m²/día, resulta t = 23,5 días, es decir, que hasta pasados veinticuatro días el valor del segundo término de la serie es mayor que la décima parte del primero.

Por consiguiente, en el período anterior a esos días, el descenso de los niveles y de los caudales es más rápido que el que correspondería a la simple expresión exponencial. Este hecho parece que no ha sido considerado con la atención que se debiera por algunos investigadores y, en ocasiones, puede explicar algunos casos de anomalías que aparecen en el estudio de los primeros tramos de los hidrogramas de los caudales o de los niveles.

A efectos prácticos, puede decirse que cuando el valor $T\,t/S\,L^2$ es inferior a 0,1 ó 0,2 no es extraño que los caudales desciendan a un ritmo algo superior al que corresponde a la simple fórmula exponencial. Aplicando los valores usuales de acuíferos libres y relativamente extensos, se ve que pueden necesitarse días o incluso meses para que el hidrograma de caudales responda a una fórmula simple (11.18) y no a las fórmulas polinómicas (11.20) u (11.22).

En los casos reales rara vez se conocen los valores de T, S y L, pero, en cambio, puede calcularse α del estudio de la curva de agotamiento. Si se tiene en cuenta que $\alpha = \frac{\pi^2 T}{4\,S\,L^2}$ la condición anterior equivale a $t > 0{,}2 \frac{\pi^2}{4\,\alpha} \sim 0{,}5/\alpha$. Así pues, a modo de regla simplista, podría decirse que no será raro que no se cumpla la ley simple exponencial en la descarga de un manantial durante un tiempo inmediatamente después de la recarga, inferior 0,5 veces el inverso del coeficiente de agotamiento, especialmente si se trata de un caso de recarga rápida, como suele suceder en los acuíferos kársticos después de las lluvias. Si se tiene en cuenta que en casi todos los acuíferos medianamente importantes el inverso de α suele ser superior a 100 días, resulta que han de pasar casi siempre uno o dos meses, por lo menos, para que se cumpla la fórmula (11.18).

En los acuíferos cautivos se puede demostrar (cfr. Schoeller, 1962, págs. 210-212; Berkaloff, 1966) que, en general, la descarga sigue también la simple ley exponencial al cabo de un cierto tiempo.

El problema de los acuíferos cautivos horizontales de gran extensión, sin recarga vertical y drenados por una zanja o dren longitudinal, ha sido tratado en el capítulo 17 de la sección 9, siguiendo un trabajo de Stallman (en Ferris et alt., 1962, págs. 126-132) y no se volverá a considerar aquí, ya que su aplicación principal se refiere a los problemas de zanjas de drenaje y no al estudio de los manantiales.

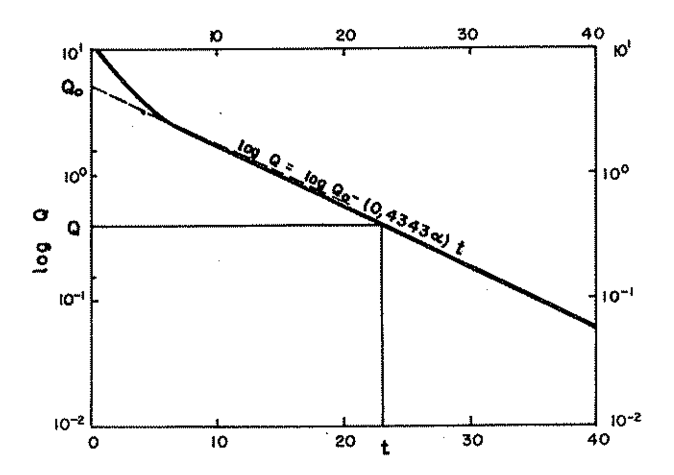


FIGURA 11.15
Representación en papel semilogarítmico de la curva $Q = Q_o e^{-\alpha t}$.

El volumen total de agua almacenada en el acuífero que descargaría la fuente, si no hubiese nueva recarga, es:

$$v = \int_t^\infty q(t)\,dt = \frac{q_o e^{-\alpha t}}{\alpha} = \frac{q(t)}{\alpha} = v_o e^{-\alpha t} \qquad (11.23)$$

Como en el apartado anterior, si no se tratase de un caso bidimensional, sino que el caudal del manantial apareciese concentrado en un punto, las anteriores fórmulas se consideran válidas sustituyendo q por Q y v por V.

Son muy numerosos los trabajos en los que se citan casos de manantiales o ríos cuyo régimen de descarga en período no influenciado por las lluvias sigue la fórmula clásica (11.18). Para estudiar su validez para cada caso concreto se recomienda llevar a un gráfico los valores de log Q versus t y ver si siguen una recta. En caso afirmativo, el valor del coeficiente de agotamiento es:

$$\alpha = \frac{\log Q_1 - \log Q_2}{0{,}4343\,(t_2 - t_1)}$$

Hay que tener presente que α es un coeficiente dimensional y que su valor está en función de las unidades en que se mida el tiempo. Así, por ejemplo, en la figura 11.15 si se toma $Q_1 = 1{,}0$ y $Q_2 = 0{,}1$, $t_1 = 14$ y $t_2 = 36$, se obtiene $\alpha = 1/9{,}5$. Puede verse como la curva se desvía de la recta cuando $t < 0{,}5/\alpha$.

Ejemplo 3

Según Megnien (citado por Castany, 1968, págs. 146-155), las fuentes de la cuenca de Vanne, próximo a París, de 480 km² de superficie y constituida por calizas cretácicas, tienen un régimen que sigue la fórmula:

$$Q = Q_o e^{-0{,}00312\,t} \quad \text{(t en días)}$$

El volumen de agua almacenado en el momento inicial de caudal máximo igual a 2,6 m³/seg, es:

$$V_o = \frac{2{,}6 \times 86\,400}{0{,}00312} = 72 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

lo que equivale a una lámina de agua de 150 mm extendida sobre toda la superficie de la cuenca.

Ejemplo 4

Según Custodio[2], los caudales de agotamiento de las galerías de captación de aguas subterráneas del macizo volcánico de Famara en Lanzarote (Islas Canarias) siguen también, de modo aceptablemente aproximado, tanto la ley de la raíz inversa (11.1) como la ley exponencial (11.2).

Los valores medios obtenidos para la galería I son los siguientes:

$$Q - 20 = \frac{340}{(1 - 0{,}1\,t)^2}$$

$$Q - 20 = 250 \cdot e^{-0{,}07\,t}$$

estando Q en m³/día y t en años.

Admitiendo la validez de las fórmulas (11.6), (11.7) y (11.16), y dando a los parámetros h_o, h_e y L valores coherentes con los deducidos o medidos en un estudio hidrogeológico convencional, ha podido Custodio deducir los valores medios de la permeabilidad (0,1 a 0,2 m/día) y de la porosidad eficaz (0,1 a 0,2) de los acuíferos volcánicos drenados por dicha galería.

1.4.4 Relaciones entre el volumen de agua de un embalse subterráneo y su caudal de descarga

Coutagne (1948) dedujo las fórmulas (11.1 y 11.2) y algunas otras similares, como un caso particular de una fórmula más general que se apoya en el postulado inicial siguiente:

$$Q = C\,V^n \qquad (11.24)$$

[2] Comunicación personal que ha sido objeto de una comunicación posterior en el «Simposio Internacional de Hidrología de los Terrenos Volcánicos» que tuvo lugar en Lanzarote en 1974.

en la que Q = caudal del manantial o flujo de base del río[3]; C = cte; V = volumen de agua del embalse subterráneo que sería descargado si el agotamiento fuera completo e ininterrumpido; y n exponente que puede variar entre 0 y 2.

Por otra parte, como el caudal es igual a la variación de volumen en función del tiempo,

$$Q = -\frac{dV}{dt}$$

resulta:

$$\frac{dV}{dt} + C V^n = 0 \qquad (11.25)$$

Las soluciones de esta ecuación diferencial son las siguientes:

a) Si n es diferente de 1 ($n \neq 1$)

$$V = V_o \left[1 + (n-1)\alpha_o t\right]^{\frac{1}{1-n}}$$

$$Q = Q_o \left[1 + (n-1)\alpha_o t\right]^{\frac{n}{1-n}} \qquad (11.26)$$

$$\alpha = \alpha_o \left[1 + (n-1)\alpha_o t\right]^{-1}$$

b) Si n = 1

$$V = V_o e^{-\alpha t}$$

$$Q = Q_o e^{-\alpha t} \qquad (11.27)$$

$$\alpha = \alpha_o$$

donde, en general:

$$\alpha = \frac{Q}{V} \qquad (11.28)$$

y los subíndices $_o$ indican que los volúmenes, caudales y α se refieren al instante inicial t = o.

Al considerar los valores n = 0; 0,5; 1; 1,5; y 2, se obtienen fórmulas clásicas que corresponden a casos particulares bien definidos.

[3] El concepto de flujo de base de un río se ve con detalle en el apartado 2.1.2 de esta sección.

1) n = 0 (11.29)

$$Q = Q_o \quad ; \quad V = V_o(1 - \alpha_o t) \quad ;$$

$$\alpha = \alpha_o (1 - \alpha_o t)^{-1}$$

corresponde al caso de un depósito que se vaciase a caudal constante. El tiempo de vaciado es igual a: $1/\alpha_o$.

2) n = 1/2

$$Q = Q_o \left(1 - \frac{\alpha_o t}{2}\right) \quad ; \quad V = V_o \left(1 - \frac{\alpha_o t}{2}\right)^2 \quad ;$$

$$\alpha = \alpha_o \left(1 - \frac{\alpha_o t}{2}\right)^{-1}$$

corresponde al vaciado de un depósito cilíndrico que desagua por un orificio inferior de sección constante, en el que la velocidad es igual a $\sqrt{2gh}$. El tiempo de vaciado es igual a $2/\alpha_o$, es decir, doble que en el caso anterior.

3) n = 1

Las fórmulas son las indicadas en (11.27) y cuya deducción, en función de la ley de Darcy y de la ecuación de continuidad, se hizo en el apartado anterior. Esta fórmula corresponde también al caso del vaciado de un depósito cilíndrico por un orificio inferior de sección constante, pero cuya velocidad es proporcional a la altura piezométrica, como es el caso de un permeámetro de carga variable.

4) n = 3/2

$$Q = Q_o \left(1 + \frac{\alpha_o}{2} t\right)^{-3}$$

$$V = V_o \left(1 + \frac{\alpha_o t}{2}\right)^{-2} \qquad (11.31)$$

$$\alpha = \alpha_o \left(1 + \frac{\alpha_o t}{2}\right)^{-1}$$

5) n = 2

$$Q = Q_o (1 + \alpha_o t)^{-2} \quad ; \quad V = V_o (1 + \alpha_o t)^{-1} \quad ;$$

$$\alpha = \alpha_o (1 + \alpha_o t)^{-1} \qquad (11.32)$$

Estas fórmulas corresponden a la 11.7 y 11.9 y pueden también asimilarse al caso de un embalse subterráneo que descarga en régimen laminar por un umbral superior; de modo que la sección de desagüe disminuye con la disminución del volumen de embalse, con lo cual, la velocidad de descarga es proporcional a h^2.

1.4.5 Hidrogramas compuestos correspondientes a la descarga conjunta de varios embalses subterráneos

Si un río o un manantial está alimentado por dos embalses subterráneos, de características distintas (figura 11.16), el caudal total que sería aforado en el río o manantial, sería la suma de los dos caudales: $Q = Q_1 + Q_2$, cuyas curvas de agotamiento podrían seguir una cualquiera de las fórmulas (11.27 ó 11.32). Si en lugar de ser dos acuíferos fuesen n

$$Q = \sum_{i=n}^{i=n} Q_i$$

Una vez conocidas varias curvas de agotamiento reales, el problema inverso consiste en determinar cada una de las curvas parciales de agotamiento que integran la curva total. Este tema ha sido tratado entre otros autores por Mero (1958 y 1963), Schoeller (1962 y 1965) y Forkasievicz y Paloc (1965). El procedimiento seguido consiste fundamentalmente en:

a) Dibujar el hidrograma de log Q respecto a t en papel semilogarítmico;

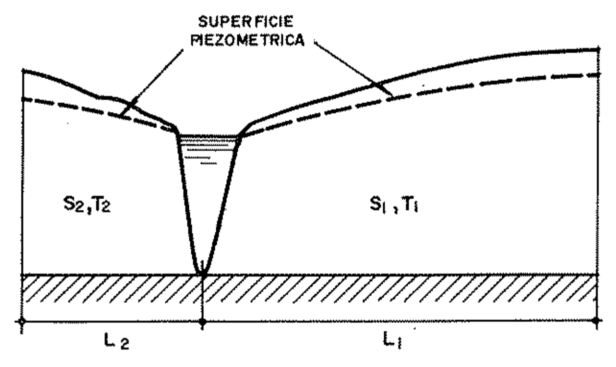


FIGURA 11.16
Esquema de río que drena dos acuíferos libres de características diferentes.

b) Dibujar una tangente a la zona final del hidrograma y determinar su α suponiendo que sigue la fórmula (11.2);

c) Dibujar en el mismo gráfico una nueva curva formada por los caudales que resultan de sustraer al caudal total el correspondiente a la tangente; si esta curva no es una recta, ver si responde a una descarga de tipo turbulento o a la suma de dos descargas, descomponiéndola de modo análogo al indicado en *b)*;

d) El procedimiento puede ser repetido descomponiendo la curva inicial en dos sumandos (Mero, 1958), tres (Forkasievicz, 1965) o cuatro (Schoeller, 1965).

Se comprende, sin embargo, que el procedimiento resulta complejo y su aplicación de dudoso valor práctico. Por ejemplo, admitiendo que en el caso representado en la figura 11.16 sea aplicable la fórmula (11.16), resultaría:

$$Q = Q_1 + Q_2 = Q_{o1}\, e^{-\alpha_1 t} + Q_{o2}\, e^{-\alpha_2 t}$$

siendo:

$$\alpha_1 = \frac{\pi^2 T_1}{4 S_1 L_1^2} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \frac{\pi^2 T_2}{4 S_2 L_2^2}$$

si se supone, para mayor sencillez, que

$$\alpha_2 = 9\,\alpha_1 \quad \text{y} \quad Q_{o1} = Q_{o2}$$

la curva resultante sería:

$$Q = Q_{o1}\,(e^{-\alpha_1 t} + e^{-9\alpha_1 t}) \quad \text{y} \quad Q_o = 2\,Q_{o1}$$

y en la figura 11.17 se puede ver que a partir de un cierto tiempo, la influencia de Q_2 es prácticamente nula. Ahora bien, la ecuación anterior es totalmente análoga a la ecuación (11.20), que corresponde a un acuífero único y por tanto, no es necesario recurrir a la teoría del doble acuífero para explicar la desviación de la recta en los primeros momentos del régimen no influenciado, a no ser que se tenga la garantía de que ha pasado suficiente tiempo para que todos los términos, excepto el primero, de las series (11.20) o (11.22), sean despreciables, lo que, a veces, en los manantiales importantes puede exigir meses de tiempo, como se vio en 1.4.3. En resumen, la descomposición de los hidrogramas de los manantiales o del flujo en base en varios sumandos, debe hacerse con prudencia.

Por otra parte, la heterogeneidad y anisotropía de algunos acuíferos —como son los formados por materiales kársticos—, en los que los conductos tubulares pue-

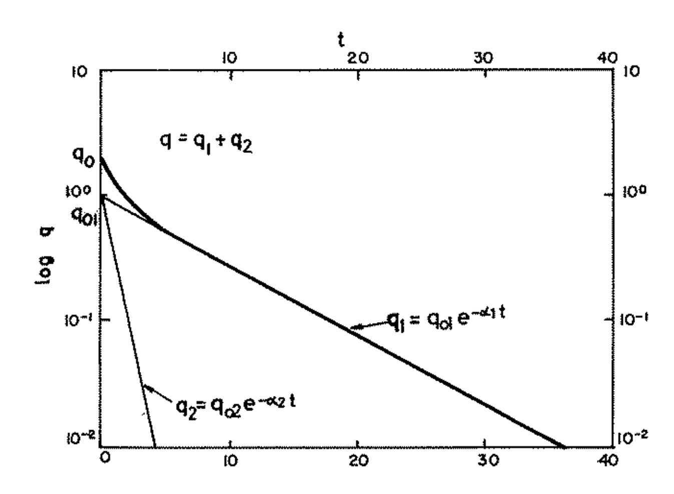


FIGURA 11.17
Descomposición del hidrograma correspondiente a la figura 11.16, suponiendo $\frac{9\,T_1}{S_1\,L_1^2} = \frac{T_2}{S_2\,L_2^2}$.

den actuar a modo de drenes o conductos preferentes del acuífero (ver capítulo 10 de la sección 8 y el capítulo 19 de la sección 9) pueden hacer que sea inválida la hipótesis generalmente admitida de que los embalses subterráneos de una cierta extensión se comportan como si fueran homogéneos e isótropos.

1.5 EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL CAUDAL DE DESCARGA DE UN ACUÍFERO EN RÉGIMEN INFLUENCIADO

1.5.1 Ecuación general

En el capítulo 6 de la sección 8 se expone la forma como las variaciones de nivel piezométrico interanuales, estacionales, o incluso horarias, están influenciadas por las precipitaciones, o la evapotranspiración o los bombeos, etc. En este apartado se va a considerar la influencia de algunos de estos factores en el caudal de los manantiales o en el flujo de base o componente de origen subterráneo del caudal de los ríos.

En el capítulo 3 de la sección 8, se demuestra que la ecuación general de la continuidad, unida a la ley de Darcy aplicada a un acuífero que recibe una recarga o descarga vertical, es la siguiente:

$$\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{W(x, y, t)}{T} \qquad (11.33)$$

en la que W (x, y, t) es la recarga o descarga del acuífero por unidad de área y de tiempo.

Esta ecuación presupone un acuífero con las siguientes características.

1) Homogéneo e isótropo.

2) Acuífero cautivo o si es acuífero libre tal que el espesor de la zona saturada es muy superior a las variaciones de h.

3) Validez de la hipótesis de Dupuit-Forchheimer es decir que $\partial h/\partial z = 0$ y por consiguiente, h es constante en una vertical. En los acuíferos libres además $\partial h/\partial x$ o $\partial h/\partial y$ son iguales a los gradientes correspondientes de la superficie libre.

Los métodos generales de solución de esta ecuación fueron tratados en el capítulo 8.4; ahora se van a considerar solamente algunas soluciones concretas para condiciones de contorno sencillas.

1.5.2 Aplicación a acuífero libre con simetría paralela

Para un acuífero con simetría paralela como el definido en la figura 11.14, la ecuación (11.33) se reduce a:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{T}{S}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{W(x, t)}{S} \qquad (11.34)$$

La solución de una ecuación diferencial de este tipo es de la forma (ver apéndice A.1 de la sección 8)

$$h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t) \qquad (11.35)$$

tal que

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{T}{S}\frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} \qquad (11.36)$$

en la que las condiciones de contorno para h_1 son:

$$h_1(x, 0) = f(x)$$

$$h_1(L, t) = h_c \qquad (11.37)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x}(0, t) = 0$$

y

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{T}{S}\frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} + \frac{W(x, t)}{S} \qquad (11.38)$$

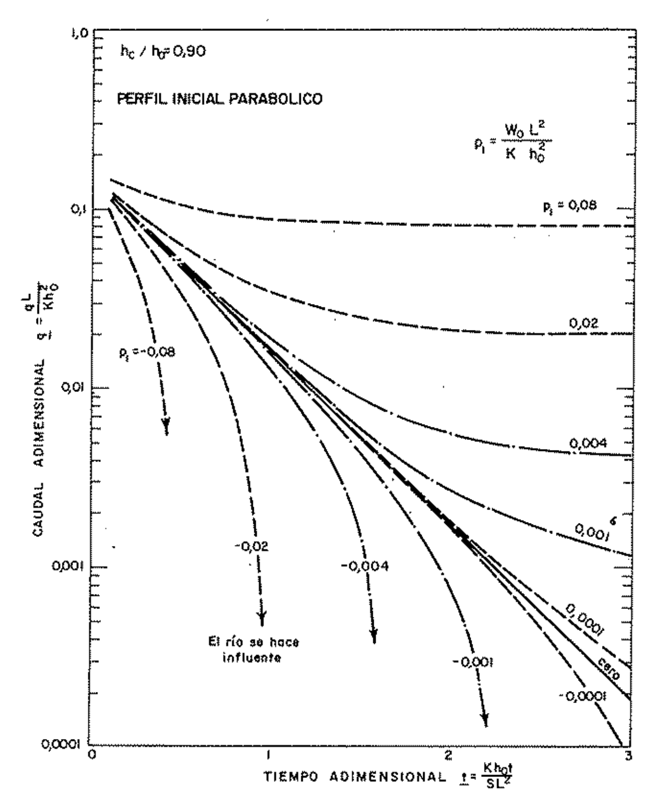


FIGURA 11.18
Curvas adimensionales del flujo básico con recarga o descarga del acuífero constante. (Según Singh, 1969.)

en la que las condiciones de contorno para h_2 son:

$$h_2 (x, 0) = 0$$

$$h_2 (L, t) = 0 \qquad (11.39)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x} (0, t) = 0$$

Si f (x) de (11.37) tiene las condiciones iniciales de parábola, recta o sinusoide, indicadas por las ecuaciones 11.10, 11.13 y 11.14, las soluciones correspondientes de h_1 vienen indicadas por las ecuaciones 11.21, 11.19 y 11.15.

Las soluciones de h_2 dependen de la forma de W (x, t); han sido resueltas por Singh (1969) para los casos en que

$$W (x, t) = W_o e^{-gt} \left(1 - \frac{c\,x}{L} \right) \quad ; \quad c \leq 1 \qquad (11.40)$$

y

$$W (x, t) = W_o \operatorname{sen} \frac{\pi t}{t_o} \quad ; \quad t \leq t_o \qquad (11.41)$$

en la que g es una constante que determina una disminución exponencial de la recarga en función del tiempo, y c es una constante que determina una variación lineal de la recarga con la distancia al río.

Las soluciones de h_2 para las condiciones expresadas por 11.40 y 11.41 han sido obtenidas por Singh (1969) mediante el desarrollo en series de Fourier. Conocido h_2 se puede calcular fácilmente q_2, teniendo en cuenta que

$$q_2 = k\, h_c \frac{\partial h_2}{\partial x} \qquad \text{cuando } x = 0$$

Dada la relativa complejidad de las soluciones obtenidas no se considera adecuado reproducirlas aquí; se verá sólo su aplicación a unos casos concretos.

En la figura 11.18 se presentan los valores de $q = q_1 + q_2$ en función de t para el caso de que $g = 0$ y $c = 0$, es decir, $W (x, t) = W_o$ y cuando las condiciones iniciales del acuífero no influenciado correspondían a un perfil parabólico tal que $h_c/h_o = 0{,}9$. Confirma la figura que al cabo de un cierto tiempo, el caudal se hace constante e igual a $W_o L$ como no podía menos de suceder, ya que al ser la recarga constante, el régimen se hace estacionario al cabo de un tiempo. Si W_o es negativo, el río puede pasar, de ser «efluente» a «influente»[4]; el efecto de un bombeo o una evapotranspiración constante y uniformemente repartida sobre la superficie del acuífero equivale a asignar a W_o un valor negativo. En este caso, el caudal del manantial disminuye progresivamente hasta llegar a anularse. En la realidad, lo que ocurriría es que el río pasaría a recargar el acuífero, es decir a ser «influente».

Rorabaugh (1963) estudió también el caso de la recarga constante y llegó a una fórmula análoga a la de Singh, que en este caso y suponiendo que la condición inicial del acuífero era el reposo, resulta ser:

$$q = W_o L \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \left(e^{-\alpha t} + \frac{1}{9} e^{-9\alpha t} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{25} e^{-25\alpha t} + \ldots \right) \right] \qquad (11.42)$$

[4] Los conceptos de río «efluente» e «influente» se estudian en el apartado 2.2 de esta sección.

de estructura análoga a la fórmula (11.20). La curva superior de la figura 11.19 representa la ecuación (11.42) y puede comprobarse que para valores de $T\,t/S\,L^2$ superiores a 1,5, la suma de los términos exponenciales es muy pequeña y puede considerarse el régimen como permanente.

Cuando la recarga constante W_o se interrumpe al cabo de un cierto tiempo t′ puede calcularse el caudal resultante superponiendo el efecto de una recarga $-W_o$ que comienza en el tiempo t′ y resulta:

$$q = \frac{8}{\pi^2} W_o L \left[e^{-\alpha t} - e^{-\alpha(t-t')} + \frac{1}{9} e^{-9\alpha t} - \frac{1}{9} e^{-9\alpha(t-t')} + \ldots \right]$$

que ha sido representada en la figura 11.19 para los valores de $T\,t'/S\,L^2$ iguales a 0,1, 0,5 y 1,5

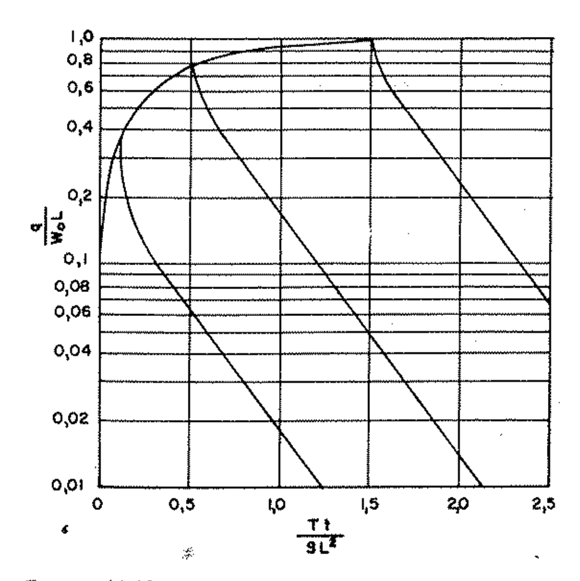


FIGURA 11.19

Caudal de desagüe de un acuífero que recibe una recarga constante W_o en función del tiempo. La curva superior corresponde a un régimen continuado de recarga. Las curvas inclinadas a tres momentos de interrupción de la recarga. (Según Rorabaugh, 1963.)

Ejemplo 5

Se supone un acuífero libre que alimenta un río y cuyas características son L =3 km, h_o = 30 m, h_c = 27 m, k = 33 m/día, S = 0,1. La zona cultivada se reparte más o menos uniformemente sobre toda la superficie del acuífero y equivale al 50 % de ésta. El clima es árido y se estima que la recarga producida por la lluvia es nula.

Hipótesis 1. Suponiendo que el regadío se hace con aguas superficiales y que la recarga del acuífero por exceso de riegos a lo largo de los seis meses de riego, es uniforme y equivale a 9,6 cm sobre la superficie regada, calcular el tiempo necesario para que sea constante el caudal que el acuífero proporciona al río y la magnitud de este caudal.

Hipótesis 2. Suponiendo que el regadío se hace con aguas bombeadas del propio acuífero, obtenidas mediante un campo de pozos uniformemente distribuidos, y que la diferencia entre las infiltraciones por excesos de riego con aguas superficiales y subterráneas o los bombeos, equivale a 4,8 cm repartidos sobre toda la superficie del acuífero, calcular el tiempo necesario para que pase de ser efluente a influente.

En ambos casos, el valor absoluto de W_o es:

$$W_o = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-2}}{180 \text{ días}} = \frac{8}{3}\, 10^{-4} \text{ m/día}$$

y aplicando el abaco de la figura 11.18

$$P = \frac{8}{3}\, 10^{-4} \cdot \frac{3^2 \cdot 10^6}{3 \cdot 10 \cdot 1000} = 8 \cdot 10^{-2}$$

En la figura 11.18 se ve que para que el caudal sea prácticamente estable, haría falta que *t* fuera algo mayor que 1. Según la figura 11.19 haría falta algo más de tiempo, pues esa figura corresponde a una situación inicial de equilibrio entre el acuífero y el río.

$$t \text{ (días)} = t\,\frac{S\,L^2}{K\,h_o} = t\,\frac{1 \cdot 10^{-1} \cdot 9 \cdot 10^6}{10^3} = t \cdot 900$$

es decir, t tendría que ser superior a dos años y medio; es, pues, evidente, que en el acuífero en cuestión la recarga por los excesos de regadío no llega a producir una estabilización de los caudales que el acuífero descarga en el río.

El caudal estabilizado, si se alcanzase el régimen permanente, sería

$$q = W_o L = \frac{8}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^3 = 0{,}8 \text{ m}^3\text{/día}$$

por cada franja de un metro de acuífero perpendicular al río.

En la segunda hipótesis, $P = -8 \cdot 10^{-2}$ y al cabo de los seis meses, resulta

$$t = \frac{t}{900} = \frac{180}{900} = 0{,}2$$

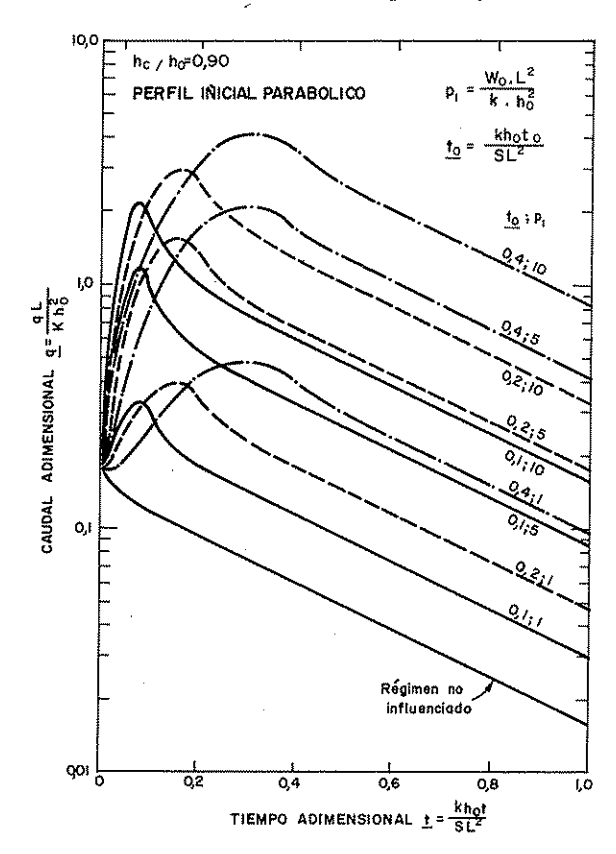


FIGURA 11.20

Curvas adimensionales del flujo básico para recargas de diversa intensidad y duración. (Según Singh, 1969.)

llevando este valor a la figura 11.18 se comprueba que, aunque se produzca una disminución de caudal, el río continuará siendo efluente. Si se lleva el valor $t = 0{,}2$ a la figura 11.19, puede verse que el aumento o disminución de caudal producido por la recarga o los bombeos, al cabo de los seis meses, es decir, con $t = 0{,}2$, será $0{,}5\ W_o L = 0{,}4$ m^3/día · m.

El ejemplo anterior tiene por objeto llamar la atención sobre el hecho de que en los acuíferos libres reales, el tiempo adimensional t es muy difícil que tenga valores superiores a unas pocas décimas, cuando el fenómeno de recarga o descarga dura sólo unos cuantos meses.

Singh (1969) ha calculado también los valores de h_2 y q_2 cuando la recarga producida se asimila a la función de tipo sinusoidal (11.41). En la figura 11.20 se representan los valores que resultan al reunir la ecuación de q_2 con la 11.20, que corresponde al régimen no influenciado con perfil inicial parabólico y $h_c/h_o = 0{,}9$, en la que se introduce el parámetro adimensional

$$t_o = \frac{K\, h_o\, t_o}{S\, L^2}$$

La observación de la figura 11.20 permite ver que las máximas de los hidrogramas tienen lugar aproximadamente a $0{,}75\ t_o$ y que a $1{,}5\ t_o$ la curva es una recta paralela a la que corresponde el régimen no influenciado. El máximo valor de la curva depende de la recarga total que a su vez es proporcional a t_o y W_o.

Ejemplo 6

En un acuífero de características geométricas ($L = 1000$ m, $h_o = 10$, $h_c = 9$) e hidrológicas ($k = 50$ m/día, $S = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$), se supone que la recarga total que recibió el acuífero, después de cinco días de lluvias intensas, fue 3,14 cm. Admitiendo que esta recarga se distribuyese en el tiempo de forma sinusoidal y que el tiempo fuese igual a 10 días, se pide calcular el máximo caudal que tendrá el manantial que drena el acuífero y el tiempo que tardará en volver a tener el mismo caudal que en el momento de iniciarse las lluvias. Se supone que el perfil inicial de la superficie piezométrica era parabólico.

De acuerdo con los datos de las curvas adimensionales de la figura 11.20.

La recarga total (3,14 cm), será igual a:

$$\int_0^{10} W_o \operatorname{sen} \frac{\pi t}{t_o}\, dt = \frac{W_o\, t_o \cdot 2}{\pi} = 3{,}14 \cdot 10^{-2}$$

como $t_o = 10$ días, resulta

$$W_o = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot \pi}{2 \cdot 10} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/día}$$

Introduciendo los valores dados en las fórmulas, resulta:

$$p = \frac{W_o\, L^2}{K\, h_o^2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6}{5 \cdot 10^2 \cdot 10} = 1$$

$$t_o = \frac{K\, h_o\, t_o}{S\, L^2} = \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 10}{2{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6} = 0{,}2$$

entrando con estos valores en la figura 11.20, resulta el valor máximo de $q = 0{,}4$ para $t = 0{,}15$; q vuelve a tener aproximadamente el valor inicial para $t = 0{,}4$. Por tanto, en valores absolutos

$$q\ \text{máx} = \frac{4 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{2} \cdot 10}{10^{3}} = 2\ \text{m}^3/\text{día} \cdot \text{m}$$

a los 7,5 días del comienzo de la lluvia.

Ejemplo 7

El acuífero aluvial del curso bajo del Ridaura ha sido estudiado por Llamas y Doménech (1971). Con objeto de analizar la influencia que este acuífero puede tener en el régimen de caudales del río se han aplicado los ábacos que se reproducen en las figuras 11.18 y 11.20.

Para ello se idealiza dicho acuífero según el modelo conceptual de las características siguientes:

a) Longitud en dirección del río: 9 km
b) Anchura simétrica a cada lado del río: 500 m
c) Permeabilidad homogénea e isótropa: $K = 10$ m/día
d) Porosidad eficaz homogénea: $S = 0{,}1$
e) Espesor de la zona saturada junto al río: $h_c = 22{,}5$ m
f) Espesor de la zona saturada junto a los bordes impermeables paralelos al río en el instante inicial: $h_o = 25$ m
g) Se supone que el nivel del agua en el río no cambia.

Se analizó primero el caudal que puede aportar el acuífero al río a lo largo de un período sin recarga, que comienza al final de un período previo de lluvias en el que el embalse ha tenido un régimen casi permanente y por tanto, su superficie piezométrica se supone que tiene un perfil parabólico.

En este caso, los parámetros adimensionales t y q de la figura 11.18 tienen los valores siguientes:

$$t = \frac{K\, h_o\, t}{S\, L^2} = 10^{-2}\ t\ (\text{días})$$

$$q = \frac{q\, L}{K\, h_o^2} = \frac{q\ (\text{m}^3/\text{día} \cdot \text{m})}{12{,}5}$$

El caudal inicial q es del orden de 0,15 y por tanto, $q = 1{,}8$ m³/día · m y teniendo en cuenta la aportación de las dos riberas y los 9 km de longitud del río, resulta $Q = 33\,000$ m³/día = 400 l/s.

Según la figura 11.18 este caudal, después de 100 días ($t = 1$) se reduce aproximadamente a su décima parte, de donde se deduce que es prácticamente imposible que el río lleve agua al final del verano, ya que durante el verano la recarga es prácticamente nula siempre.

A la misma conclusión se llega si se supone que la descarga sigue la ley $Q = Q_o\, e^{-\alpha t}$ siendo $\alpha = \dfrac{\pi^2 K\, h_o}{4\, S\, L^2}$. Para los valores supuestos $\alpha = 1/40$, lo que quiere decir que cada cuarenta días el caudal se divide por 2,7; por tanto, al cabo de 120 días sería un veinteavo del caudal inicial.

En una primera aproximación el caudal inicial q_o sería

$$q_o = \frac{h_o - h_c}{L}\, T = \frac{2{,}5}{500}\, 250 = 1{,}25\ \text{m}^3/\text{día} \cdot \text{m}$$

$$Q = 18\,000 \times 1{,}25 = 22\,500\ \text{m}^3/\text{día}$$

El volumen de agua almacenado por encima del nivel del río

$$V = Q/\alpha = 22\,500 \times 40 = 900\,000\ \text{m}^3$$

A continuación se analiza en el citado trabajo el efecto de una recarga importante debida a una serie de lluvias muy próximas en el tiempo. Se supone que la recarga máxima producida es de 150 mm y que ésta recarga llega al acuífero con un ritmo sinusoidal de $t_o = 10$ días.

En estas condiciones los parámetros de la figura 11.20 tienen los siguientes valores

$$0{,}15 = \text{Recarga total} = \frac{2\, W_o\, t_o}{\pi}$$

$$W_o = \frac{0{,}15\, \pi}{2 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m/día}$$

$$\text{de donde } p = \frac{W_o\, L^2}{K\, h_o^2} = 1{,}6$$

$$t_o = \frac{K\, h_o\, t_o}{S\, L^2} = 0{,}1$$

Interpolando a sentimiento la curva correspondiente a $p = 1{,}6$ y $t_o = 0{,}1$ se ve que *a)* el q máximo es igual a 0,5; *b)* que dicho máximo se produce para $t = 0{,}75$ y, *c)* que para $t = 0{,}15$ el caudal es el mismo que para $t = 0$.

De ahí resulta que el caudal máximo del río será del orden de 100 000 m³/día = 1,2 m³/s y se producirá aproximadamente una semana después de las lluvias. A las dos semanas el caudal volverá a ser el que tenía antes de la lluvia. Es, pues, claro que la capacidad de regulación de este acuífero «cuando está casi lleno» es muy pequeña.

Capítulo 11.2

Relaciones entre las escorrentías superficial y subterránea

2.1 INTRODUCCIÓN

2.1.1 Generalidades

En el primer capítulo de esta sección se ha estudiado la descarga de los embalses subterráneos mediante manantiales que pueden emerger en la superficie del terreno o bajo un río o lago. En la realidad, la mayor parte de los manantiales van a parar, directa o indirectamente, a un curso de agua y por ello, los caudales que el río lleva incluyen muchas veces aguas superficiales, es decir, que han circulado por la superficie del terreno sin llegar a alcanzar la zona saturada de los embalses subterráneos.

Hace casi treinta años, Meinzer (1942, pág. 432) escribía: «El problema de realizar la separación del agua que fluye por un río según su origen superficial o subterráneo ha sido objeto de un estudio considerable; sin embargo, no se ha encontrado todavía una solución totalmente satisfactoria». A pesar de que, desde entonces, son numerosos los estudios dedicados al tema, continúa sin existir método o criterio único para realizar la separación de estos componentes (cfr. Toebes y Durivaev, 1970, pág. 279). No obstante la relativa imprecisión de los conceptos y el carácter poco exacto de los métodos utilizados, el análisis efectuado en algunas cuencas ha conducido a datos de indudable interés práctico.

El presente capítulo se dedica a estudiar la relación —que según las diversas circunstancias— existe entre el componente de origen superficial y el de origen subterráneo que integran el caudal de un río. Se resumen los criterios más significativos para efectuar la separación de dichos componentes. Finalmente, se exponen algunas de las aplicaciones prácticas de este tipo de estudios.

2.1.2 Definiciones y conceptos básicos

La cuestión es, pues, notablemente compleja debido a la multiplicidad de variables que intervienen en el ciclo hidrológico. Esto ha dado lugar a una relativa ambigüedad en la terminología utilizada por distintos autores y, por ello, parece útil recordar previamente los conceptos básicos referentes a la cuestión y sus respectivas definiciones.

Hasta ahora, un mismo concepto es expresado a veces con términos diferentes; en cambio, otras —con la consiguiente desorientación para el lector— el mismo término es utilizado para expresar conceptos diversos. Durante muchos años ha jugado un papel importante el trabajo de Meinzer (1923) titulado «Outline of Ground Water Hydrology, with definitions», pero los diez lustros transcurridos hacen que hayan surgido nuevos conceptos y que algunos conceptos antiguos deban ser revisados; demostración de ello es el Comité para Redefinición de «Ground Water Terms», creado en el U.S. Geological Survey (cfr. Lohman et alt., 1970).

En los últimos tiempos ha habido varios intentos de establecer una equivalencia unívoca entre conceptos a nivel internacional. Entre ellos, el «Glosario Internacional de Hidrología» realizado por la Organización Meteorológica Mundial y la UNESCO en 1969 y el «Glosario Internacional de Hidrogeología», preparado por la UNESCO dentro de las actividades del Decenio Hidrológico Internacional.

Con base en las mencionadas publicaciones, a continuación se definen aquellos conceptos que se han considerado más importantes para el contenido de este capítulo. En la figura 11.21 se presentan, de modo esquemático, las relaciones entre dichos conceptos.

Escorrentía total o aportación, es el volumen de agua que pasa por una sección del cauce de un río en un determinado tiempo.

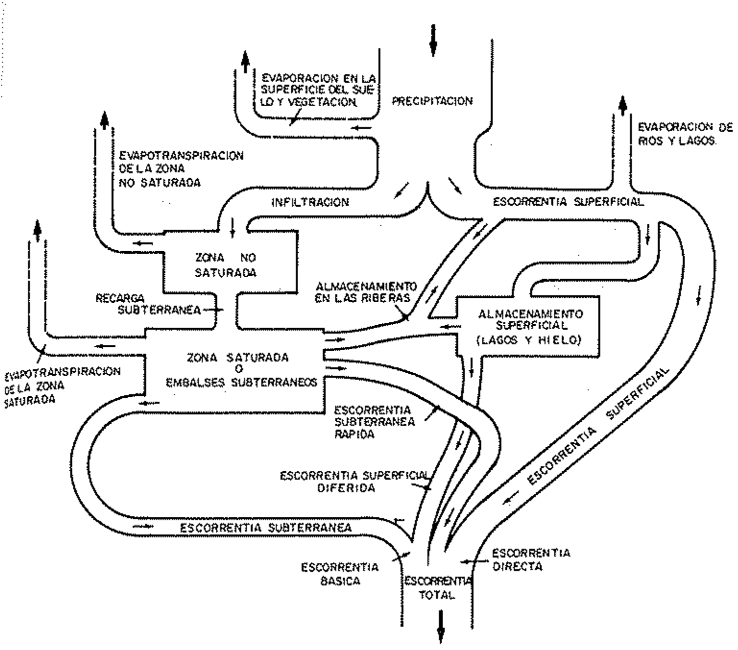


FIGURA 11.21

Origen y relaciones entre los componentes de la escorrentía total de un río.

Escorrentía directa, es la parte de la escorrentía total que alcanza el cauce poco tiempo después de la lluvia o de la fusión de nieve. Está formada por la escorrentía superficial, la precipitación sobre el cauce y por la escorrentía subterránea rápida.

Escorrentía básica, es la que se mantiene mucho tiempo con cierta regularidad, aun cuando no haya lluvia o fusión de nieve desde bastante tiempo antes en toda la cuenca. Está formada por la escorrentía subterránea y por la escorrentía superficial diferida.

Escorrentía subterránea rápida (interflujo, escorrentía subsuperficial, escorrentía hipodérmica), es aquella que procede de la infiltración que no alcanza la zona saturada regional, sino sólo la zona saturada de acuíferos colgados o efímeros, próximos a la superficie, y que por tanto, su emergencia a la superficie se produce con mayor rapidez que el flujo subterráneo normal.

Escorrentía subterránea, es la que alcanza el cauce del río procedente de las emergencias de un acuífero o embalse subterráneo relativamente importante y, por tanto, suele existir un retardo considerable entre la precipitación que recarga el acuífero y su variación.

Escorrentía superficial, es la que alcanza los cauces habiendo circulado siempre sobre la superficie del terreno.

Escorrentía superficial diferida, es aquella parte de la escorrentía superficial que llega a la estación de aforos con un retraso considerable con respecto a la lluvia o fusión de nieve que la originó, debido a que fue retenida temporalmente en un lago o embalse, o en una zona pantanosa.

Como se ve, las denominaciones directa y básica hacen referencia al tiempo que media entre la precipitación y la llegada del agua a la estación de aforos; las denominaciones superficial y subterránea hacen referencia a la trayectoria seguida por el agua precipitada hasta alcanzar el cauce.

En la práctica, la escorrentía subterránea puede ser asimilada a la escorrentía básica, si no existen lagos, zonas pantanosas o una precipitación importante de nieve; en las mismas circunstancias la escorrentía superficial puede ser asimilada a la escorrentía directa. La escorrentía hipodérmica es difícil de separar y, por lo general, se considera incluida en la escorrentía superficial.

2.2 TIPOS DE CONEXIÓN HIDRÁULICA ENTRE LOS RÍOS Y LOS ACUÍFEROS DE SU CUENCA

Para estudiar la aportación de agua subterránea que puede realizar un acuífero a un río, o, al contrario, la recarga que un embalse subterráneo puede recibir de un curso de agua superficial, es fundamental conocer el tipo de conexión hidráulica que hay entre ambos.

El tipo de conexión hidráulica vendrá dado principalmente por dos factores: *a)* la situación de las formaciones geológicas permeables en relación con el cauce del río; y, *b)* la situación relativa de los niveles del río y de los niveles piezométricos en la zona del acuífero contigua al río. En la figura 11.22 pueden verse seis esquemas que son ilustrativos de la mayor parte de los casos que pueden presentarse en la realidad.

En la figura 11.22 a, se representa la situación de un manantial cuyas aguas van a parar a un río después de aflorar en el terreno a una cota más alta que el nivel del río. El acuífero que alimenta el manantial no tiene ninguna conexión hidráulica con el río; sin embargo, si la recarga del manantial se efectúa a partir de la infiltración de lluvia caída en la misma cuenca hidrográfica del río, y esta cuenca no es muy extensa, es probable que el manantial registre un aumento de su caudal pocos días o semanas después de que el río registre una avenida.

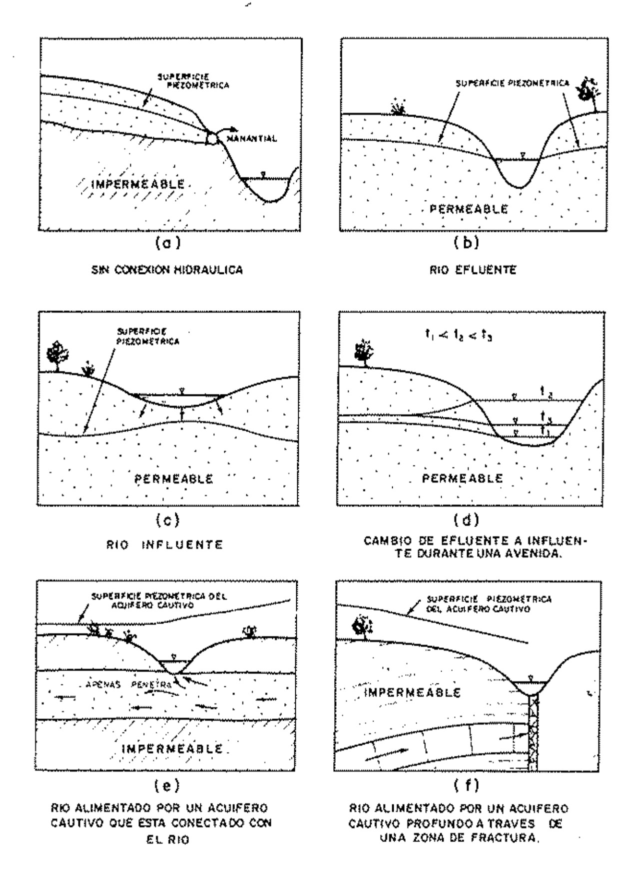


FIGURA 11.22
Esquemas de tipos de conexión hidráulica entre un río y un acuífero.

En la figura 11.22 b, se representa el caso de un río «efluente», río «drenante» o río «ganador». Esta situación es frecuente en las grandes llanuras aluviales de las zonas húmedas o de aquellas otras que, siendo áridas o semiáridas, reciben una recarga importante debida a la infiltración de canales, o de excedentes del agua aplicada para regadíos. También se suele dar una situación análoga en los valles más profundos de las zonas calcáreas, como ocurre, por ejemplo, en los ríos Cenia y Mijares, de Castellón, que llevan agua todo el año, en tanto que los valles próximos, cuyo tahlweg es menos profundo, sólo llevan agua con ocasión de las grandes tormentas. La figura 11.22 c, esquematiza el caso de los ríos «influentes» o «infiltrantes» que, no sólo no reciben ninguna escorrentía subterránea aunque su cauce esté en terrenos permeables, sino que pierden por filtración parte de su caudal. Este hecho se debe a que el nivel del agua en el cauce es más alto que la superficie saturada de los materiales permeables contiguos. Este esquema es típico de zonas áridas o semiáridas en las que, muchas veces, la infiltración de agua a través de los cauces de los ríos (o de canales sin revestir), constituye la principal fuente de recarga del acuífero. Casi todos los ríos efímeros son «influentes» o bien están alimentados por acuíferos de reducida extensión y gran difusividad (T/S), en los que la recarga procedente de las precipitaciones se descarga en breves días, como es el caso de las «ufanas» de algunas zonas kársticas de la Sierra Norte de Mallorca.

La figura 11.22 d, representa la situación normal de los ríos efluentes durante las avenidas, en las cuales, el caudal de origen superficial se introduce en las márgenes o riberas del río, que pasa a ser, de efluente, a influente. Es el fenómeno denominado almacenamiento en las riberas («bank storage» de la literatura inglesa), que será estudiado en el apartado 2.4.

No obstante, hay que tener en cuenta que la clasificación de un río puede cambiar a lo largo de su curso, según vaya su cauce cortando acuíferos con distintos niveles piezométricos.

Por último, en los esquemas 11.22 e, y f, se considera el caso de un río que recibe una alimentación subterránea procedente de un acuífero profundo cuyo nivel piezométrico es muy superior al nivel del río, y por tanto, el flujo subterráneo prácticamente no queda afectado por las variaciones del nivel del río. En el esquema 11.22 e, el río sólo recibe una parte del flujo que pasa bajo su cauce, ya que el río se supone muy poco penetrante, y por lo tanto el agua fluye con dificultad hacia el mismo; en el último esquema se supone que toda la descarga del acuífero va a parar al cauce del río.

En resumen, antes de realizar los cálculos más o menos complejos de que más adelante se hablará, es muy conveniente no sólo saber la situación de los principales acuíferos de la cuenca que se estudia en relación con el cauce del río, sino también conocer al menos de modo aproximado, la forma de la superficie piezométrica de cada acuífero.

2.3 INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS GEOLÓGICAS DE LA CUENCA EN EL RÉGIMEN DE UN RÍO

Repetidamente se ha dicho que el régimen de un río depende de un variado conjunto de factores que, a su vez, no son absolutamente independientes entre sí. Entre

esos factores cabe enumerar las precipitaciones, la temperatura, el relieve, la vegetación, el tipo de suelos y la geología.

Sin embargo, a nivel de una gran cuenca o de un país, se considera que las aportaciones medias anuales dependen fundamentalmente de las precipitaciones medias anuales y de la evapotranspiración, que a su vez depende, primordialmente, de la temperatura y de las precipitaciones. Este hecho se suele plasmar en la elaboración de mapas con líneas de isoescorrentía total específica, que suele expresarse en litros por segundo y kilómetro cuadrado o en milímetros de agua anuales. Este tipo de mapas se suele basar en el cálculo de la diferencia entre la pluviometría y la evapotranspiración deducida mediante diversos tipos de fórmulas más o menos aproximadas (véase el capítulo 6.6); los datos obtenidos se contrastan con los correspondientes a estaciones de aforos de la cuenca[5]. El aspecto importante desde el punto de vista que se está tratando, es que la Geología parece jugar un papel casi inapreciable en la aportación media anual de las grandes cuencas hidrográficas.
dimensiones moderadas o pequeñas, la geología puede jugar un papel importante al hacer que haya trasvases subterráneos entre cuencas próximas, pues no coinciden las divisiones de las aguas superficiales y las de las aguas subterráneas. Markova (1970) considera que, dichos trasvases subterráneos no son significativos cuando las cuencas tienen superficies superiores a 2000 km^2.

La geología, en cambio, puede jugar un papel de primer orden en la variación de las aportaciones anuales de una cuenca pequeña o en la distribución de los caudales anuales —fenómeno de las «persistencias»— dentro de una gran cuenca. La influencia geológica se manifiesta primordialmente en tres factores: los suelos, la litología y la estructura.

Los suelos determinan, en gran parte, el coeficiente de infiltración que, a su vez, influye definitivamente en la intensidad de lluvia a partir de la cual empieza a producirse escorrentía superficial. En general, los suelos de grano grueso tienen un coeficiente de infiltración alto y los de grano fino, bajo. También influye mucho el tipo de suelo en su retención específica y, consiguientemente, en el volumen del agua infiltrada que la zona superior del terreno retiene sin permitir su flujo vertical hacia la zona saturada inferior. Otra característica importante de los suelos en los países fríos es su susceptibilidad a la helada, pues cuanto mayor es la profundidad a la que llega el agua a solidificarse, es más difícil que se descongelen durante las horas o días de mayor temperatura; y como es sabido, un suelo helado es perfectamente impermeable y no permite la recarga de los acuíferos inferiores.

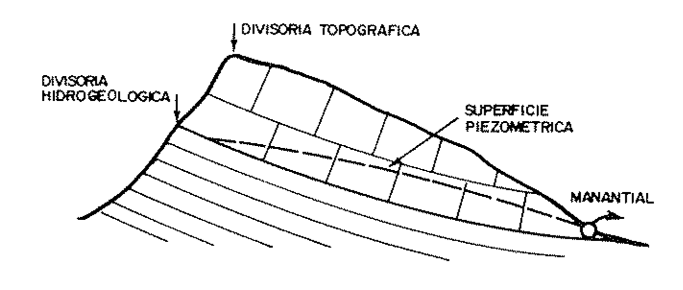
La litología influye definitivamente en la existencia de acuíferos dentro de la cuenca. Cuando la roca aflora en superficie por no existir apenas suelos, como ocurre en muchas zonas de alta montaña o de zonas áridas, influye también mucho en la infiltración. La litología suele guardar una relación con la densidad de la red de drenaje. Cuando ésta es muy densa, como en el caso de las regiones arcillosas, la lluvia alcanza más rápidamente los cursos de agua, que cuando se trata de una red menos densa, como suele ser en las calizas.

La estructura determina, en buena parte, la situación de las capas permeables dentro de la cuenca. Puede dar lugar a que un acuífero quede o no conectado con un determinado curso de agua (fig. 11.22), o hacer que el agua que, procedente de un acuífero, descarga en un manantial de una cuenca, tenga su origen en la infiltración de lluvia que se produce en un afloramiento de la misma formación permeable situado en otra cuenca, a veces ni siquiera colindante con la del manantial. Esto da origen al conocido hecho de que las divisorias de la escorrentía superficial —que vienen marcadas por la topografía— pueden no coincidir con las divisorias de aguas subterráneas cuya situación depende en buena parte —aunque no exclusivamente— de la estructura geológica (ver fig. 11.23). De todas formas, como se acaba de decir, estos efectos no suelen tener consecuencias apreciables en las aportaciones específicas de cuencas con extensiones superiores a 2000 km^2.

En resumen, a igualdad de aportación anual y con un régimen de precipitación, temperatura y vegetación similares, las cuencas con suelos permeables y con acuíferos importantes, presentarán una distribución de caudales más uniforme que aquellas cuencas en las que predominen los suelos poco permeables y las formaciones geológicas acuíferas sean poco extensas. El hidrograma de estas últimas cuencas presentará un aspecto irregular, en forma de dientes de sierra ya que los caudales del río responderán de modo mucho más inmediato a las precipitaciones.

Algunos autores como Kunkle (1962), Sopper y Lull (1965), Walton (1965 y 1970), Cönturk (1967), han intentado con diverso éxito obtener relaciones numéricas entre las características geológicas de la cuenca y la

[5] En 1972 han sido publicados dos mapas, a escala 1/1 000 000, de la escorrentía total de España: uno, por el Centro de Estudios Hidrográficos del Ministerio de Obras Públicas; el otro, por el Instituto Geológico y Minero de España, conjuntamente con el Mapa Hidrogeológico Nacional.



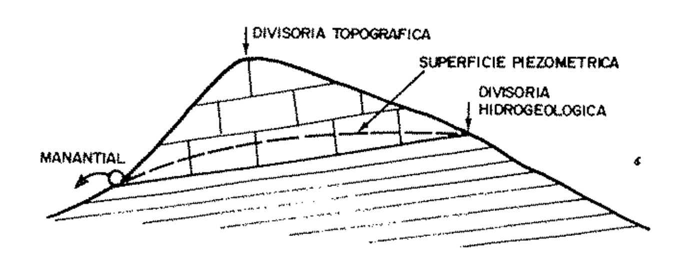


FIGURA 11.23

Diferencia entre las divisorias de aguas superficiales y subterráneas según la estructura geológica.

curva de distribución de caudales y/o la cuantía de la escorrentía subterránea. Quizás el estudio más completo es el de Walton (1965), en el que, después de un análisis estadístico relativamente detallado, de 109 cuencas de Illinois, concluye que las cuencas con mayor escorrentía subterránea (del orden de 130 mm/año) y mayor regularidad (mediana de $\sqrt{Q_{25}/Q_{75}} = 1{,}8$), son las que tienen rocas consolidadas permeables (calizas dolomíticas paleozoicas) en superficie. Cuando estos materiales están cubiertos por depósitos glaciares («till»), tanto la escorrentía subterránea como la regularidad, disminuyen ligeramente. Las cuencas que tienen una cobertura de depósitos lacustres glaciares poco permeables y debajo rocas consolidadas paleozoicas, también poco permeables, presentan la escorrentía subterránea mínima (mediana del orden de 30 mm/año) y una mayor irregularidad (mediana de $\sqrt{Q_{25}/Q_{75}} = 36$). La zona de Illinois tiene la ventaja, para la realización de dicho estudio, de que sus condiciones morfológicas, —es un país muy llano—, de vegetación y climáticas, son muy uniformes. La lluvia media anual aumenta del N. al S. desde 800 mm a 1100, pero este aumento queda en parte compensado por el aumento de la temperatura en la misma dirección.

En un estudio análogo al de Illinois, realizado pocos años después en Minnesota (cfr. Walton, 1970, pág. 430) se pudo observar la influencia grande que un factor morfológico —la abundancia de pequeños lagos y zonas pantanosas— tenía en el flujo de base de sus cuencas septentrionales, de modo que dicho flujo no podía atribuirse totalmente a la escorrentía subterránea.

En resumen, *a)* en las cuencas pequeñas con materiales permeables pueden producirse anomalías en los valores regionales de la aportación media anual, debido a los trasvases subterráneos; *b)* a igualdad de condiciones climáticas, morfológicas, etc., en las cuencas con acuíferos importantes la escorrentía subterránea es mayor que en aquellas cuencas en las que predominen los materiales impermeables; y *c)* en igualdad de las restantes condiciones, el régimen de caudales intraanual y, a veces, de dos años sucesivos es más regular en las cuencas con materiales más permeables.

2.4 EL ALMACENAMIENTO DE AGUA EN LAS RIBERAS

En el apartado 2.2 y en la figura 11.22 d se ha explicado cualitativamente el proceso por el cual un río «efluente» puede transformarse en influente cuando, por motivo de una crecida u otra razón cualquiera, su nivel sube por encima del nivel piezométrico del acuífero contiguo. El agua acumulada durante el período de aguas altas se denomina «almacenamiento en las riberas» («bank storage» de la literatura anglosajona) y vuelve otra vez al río cuando pasa la crecida. En ciertas condiciones de contorno sencillo se puede calcular con relativa facilidad el volumen de agua almacenada y el ritmo de la recarga y descarga; en los casos reales, el problema resulta más complejo.

En la figura 11.24 se sintetizan los resultados de la investigación de un caso ideal, estudiado en modelo analógico por Todd (1955). Los niveles del río en la crecida (del modelo), varían con una ley sinusoidal (fig. 11.24 a) y el acuífero homogéneo e isótropo se supone con un nivel inicial constante e igual al del río (fig. 11.24 b); la variación del volumen almacenado en la ribera se representa en la figura 11.24 c, y su máximo coincide sensiblemente con el de la crecida; la figura 11.24 d es la derivada de la figura c y por tanto, representa el caudal que entra o sale del acuífero; los máximos caudales de entrada y salida coinciden con los puntos de inflexión de la curva c.

Ubell (1963) ha estudiado las relaciones del río Danubio con el extenso acuífero cuaternario con el que está

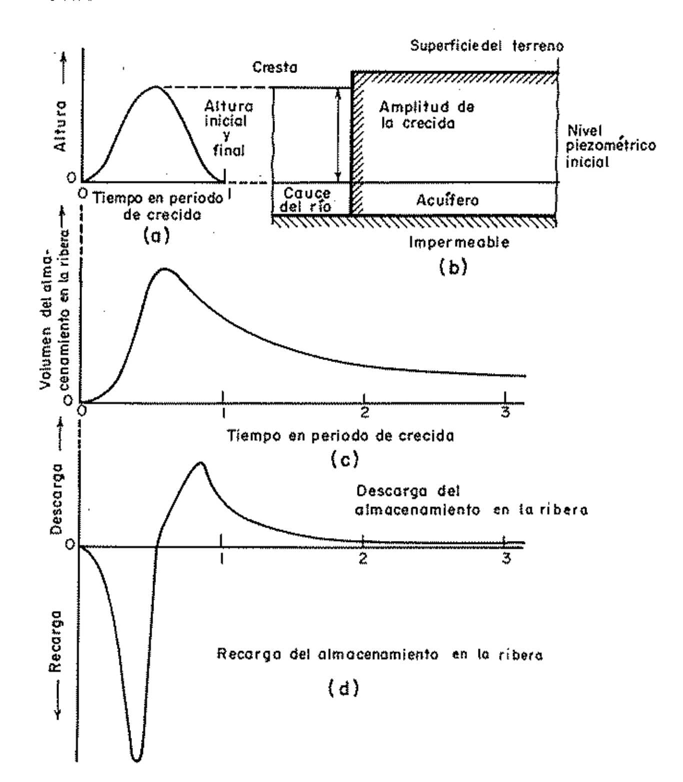


FIGURA 11.24

Relación entre los cambios de nivel en el río y el almacenamiento en las riberas, estudiado en un modelo de laboratorio. (Según Todd, 1955.)

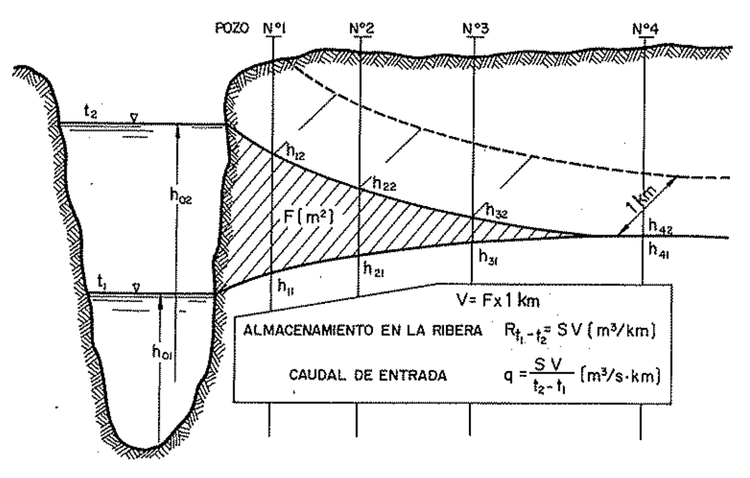


FIGURA 11.25

Método empírico para calcular el almacenamiento en las riberas. (Según Ubell, 1963.)

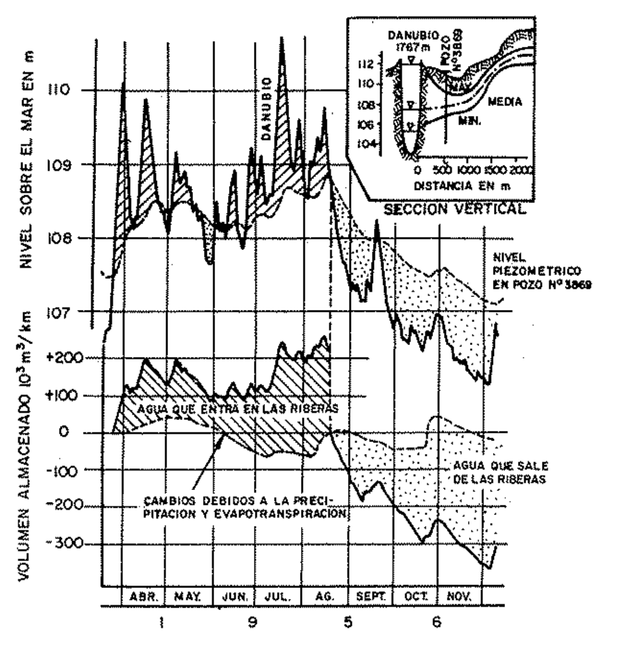


FIGURA 11.26

Cambios en el volumen almacenado en las riberas del Danubio. (Según Ubell, 1963.)

en contacto en los varios centenares de kilómetros que este río discurre dentro de Hungría. Se trata de un estudio empírico, basado esencialmente en la comparación de las oscilaciones del nivel del río con las de la superficie piezométrica. Las figuras 11.25 y 11.26 son bastante elocuentes; la primera, por sintetizar el procedimiento seguido y, la segunda, para exponer los resultados en una de las zonas concretas investigadas. Según Ubell, se puede observar una influencia casi inmediata de las oscilaciones del río hasta unos 200-300 m de distancia, según la amplitud de la onda de crecida; la influencia indirecta alcanzada hasta algo más de 1000 m pero más lejos, las oscilaciones de nivel no parecen estar afectadas por los cambios en el río. El coeficiente de almacenamiento lo supone comprendido entre 0,17 y 0,25, pues se trata de un acuífero de gravas y arenas.

El estudio detallado de algunas avenidas lleva a Ubell a la conclusión de que en el Danubio la evolución de los volúmenes es análoga a la figura 11.24, obtenida en

el laboratorio por Todd, con la diferencia de que el máximo de almacenamiento en la ribera no se produce durante la cresta de la avenida, sino algo después. Esto es debido a que el agua subterránea acumulada en la inmediata proximidad de la orilla, tiene también un gradiente hacia el interior del acuífero, lo que puede estabilizar el volumen almacenado o, incluso, hacerlo aumentar durante algún tiempo después de la cresta de la avenida; la magnitud de dicho tiempo dependerá del ritmo de descenso de la avenida.

Meyboom (1961) estudió los hidrogramas del río canadiense Elbow, con una cuenca de unos 500 km² y llegó a la conclusión de que, casi la totalidad de su escorrentía subterránea procede del almacenamiento en la llanura aluvial que forma el fondo del valle, y que se recarga en las crecidas.

Las modificaciones producidas en los niveles piezométricos de los acuíferos situados en las riberas de los ríos o en las orillas de embalses o lagos, han sido estudiadas desde el punto de vista teórico, por numerosos investigadores, entre ellos: Tison (1956), Ferris (1962, págs. 126-134), Cooper y Rorabaugh (1963) y Van Everdingen (1968), quienes a su vez, sintetizan en sus artículos adquisiciones de otros autores.

Se puede considerar que la oscilación de niveles de un acuífero próximo a un río o lago con nivel variable, se debe a la superposición de dos componentes:

a) Componente debido a las oscilaciones del río o lago.

b) Componente debido a la recarga o descarga natural o artificial que recibe el acuífero (lluvia, bombeos, evapotranspiración, infiltración de un acuífero superior, etcétera).

En ambos casos, las oscilaciones vienen —como siempre— determinadas tanto por los parámetros geométricos e hidrológicos (S y T) del acuífero, como por las condiciones de contorno. En la mayor parte de los acuíferos reales se puede admitir que es válida la aplicación de la ecuación general del flujo en los medios porosos, aplicada a un caso unidimensional, pues se admite que la variación de h es nula a lo largo de una misma vertical y que el flujo es igual en los planos perpendiculares al río o lago.

Esta ecuación es:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{T}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \qquad (11.3)$$

que coincide con la aplicada a los acuíferos libres cuando cumplen las condiciones de Boussinesq (cfr. apartado 1.4.2).

La solución de esta ecuación para condiciones complejas en la geometría del acuífero o en la distribución de T y S, o en las condiciones de contorno, sólo puede ser prácticamente resuelta mediante la utilización de modelos analógicos o digitales, que son tratados en la sección 16; en algunos casos sencillos de acuíferos homogéneos e isótropos, cuyo modelo conceptual se presenta en la figura 11.27, se han encontrado las soluciones correspondientes de la ecuación (11.3). La solución se busca mediante un desarrollo en series de Fourier de las condiciones de contorno (véase el apéndice A.1 de la sección 8). Aquí sólo vamos a recordar los aspectos de mayor interés para nuestro caso.

Para las condiciones representadas en las figuras 11.27 a y b, se supone que la oscilación del río tiene un régimen sinusoidal y en ese caso (cfr. Ferris et alt., 1962), resulta:

$$h - h_c = (h_o - h_c) \exp\left(-x\sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{t_o} - x\sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right)$$

siendo

$$h(0, t) = h_c - (h_o - h_c) \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{t_o} \qquad (11.45)$$

de donde se deduce que la máxima oscilación que pueden tener los niveles a una distancia x es:

$$h_x - h_c = (h_o - h_c) \exp\left(-x\sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \qquad (11.46)$$

y que sus oscilaciones tienen también un régimen sinusoidal de período t_o, si bien con un cierto retraso de tiempo con respecto a las oscilaciones en el río. Concretamente, el tiempo necesario para que un máximo o mínimo en el río alcance un punto situado a una distancia x es:

$$t_L = x\sqrt{\frac{t_o S}{4\pi T}} \qquad (11.47)$$

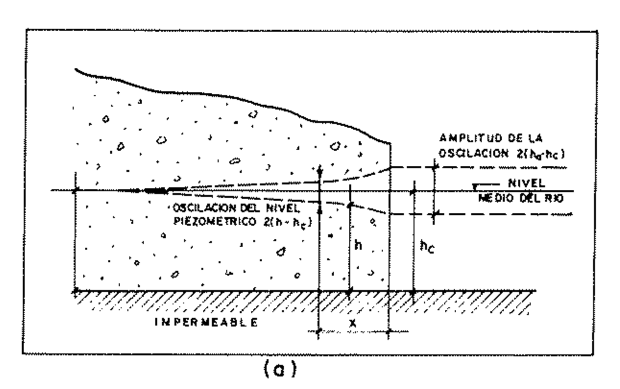
por consiguiente, la onda viaja con una velocidad

$$v = \frac{x}{t_L} = \sqrt{\frac{4\pi T}{t_o S}} \qquad (11.48)$$

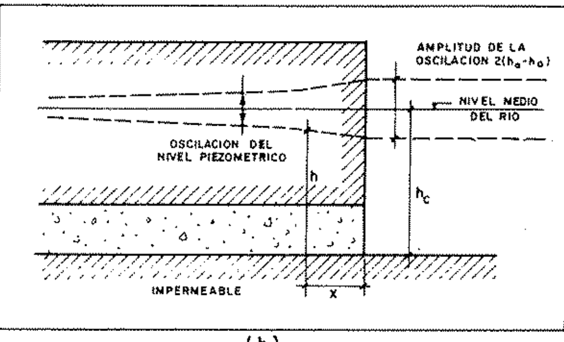
y la longitud de onda es igual a

$$L_o = v\, t_o = \sqrt{\frac{4\,\pi\, t_o\, T}{S}} \tag{11.49}$$

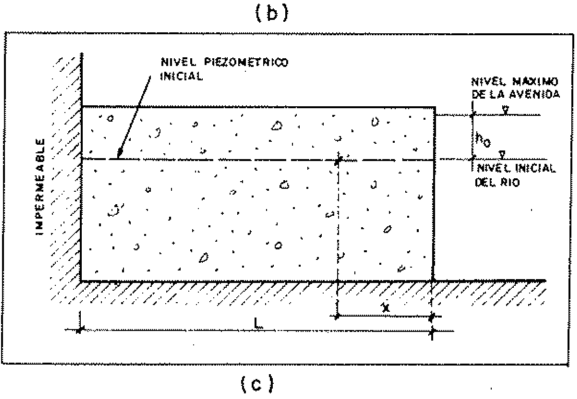
El caudal que en cada instante entra y sale en el acuífero, procedente de, o con destino al río, es:



(a)



(b)



(c)

FIGURA 11.27

Oscilación de los niveles piezométricos de un acuífero, debida a las oscilaciones de un río o lago.

$$q(t) = -T \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0} =$$

$$= (h_o - h_c)\sqrt{\frac{\pi\, S\, T}{t_o}}\left(\text{sen}\,\frac{2\,\pi\, t}{t_o} + \cos\frac{2\,\pi\, t}{t_o}\right) \tag{11.50}$$

El volumen máximo de agua almacenada en el acuífero por unidad de longitud de río, será:

$$V = \int_{t_o/4}^{3t_o/4} q(t)\, d\, t = (h_o - h_c)\sqrt{\frac{2\, t_o\, T\, S}{\pi}} \tag{11.51}$$

Tison (1956) aplicó estas fórmulas a dos casos reales del estudio de las oscilaciones del Nilo y del Mosa y comprobó la coherencia de las fórmulas 11.43 y 11.44 con las medidas realizadas, aún cuando las oscilaciones reales de nivel del río sólo se podían asimilar a ondas sinusoidales de una manera poco aproximada.

Ejemplo 1

Se supone un acuífero de gravas y arenas formado por los aluviones de la llanura de inundación de un río, con el cuál está hidráulicamente conectado. El acuífero, prácticamente, no recibe ninguna recarga vertical, pues el clima es árido y no hay regadíos. Las dimensiones del acuífero son 20 km de longitud y 3 km de anchura a cada lado del río. El nivel del río presenta dos mínimos que coinciden con el verano y el invierno, y dos máximos en la primavera y el otoño; la oscilación entre el máximo y el mínimo se supone igual a 4 m. Las características del acuífero, conocidas por ensayos de bombeo, son: $T = 1000\ m^2/\text{día}$ y $S = 0{,}2$.

Calcular:

a) El volumen de agua almacenada en las riberas entre el mínimo de otoño y el máximo de invierno.
b) La distancia del río a la que las oscilaciones de nivel piezométrico, debidas a los cambios del río, son inferiores a 10 cm.
c) El caudal medio y máximo que procedente del río se ha introducido en el acuífero durante el período de crecida.

a) Aplicando (11.51) y teniendo en cuenta que $h_o - h_c = 2$ m, $t_o = 180$ días, resulta

$$V = 2\left(\frac{2 \cdot 180 \cdot 1000 \cdot 0{,}2}{\pi}\right)^{1/2} = 300\ m^3/m$$

Si tenemos en cuenta que el acuífero tiene veinte kilómetros, el volumen total de almacenamiento es 20 000 · 300 = = 6 millones de m^3 en cada ribera, es decir, 12 Hm^3 en total.

b) Aplicando (11.46), resulta

$$\left(\frac{\pi S}{t_o T}\right)^{1/2} = \left(\frac{\pi \cdot 0{,}2}{180 \cdot 1000}\right)^{1/2} = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{5}{200} = e^{-0{,}0019\,x}$$

$$\ln 40 = x \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-3} = 3{,}7$$

$$x = \frac{3{,}7}{1{,}9} 10^3 = 2000 \text{ m}$$

Si se supone en una primera aproximación, que el volumen de agua almacenado en las riberas corresponde a un prisma de base triangular y altura un metro, el volumen de agua contenido en dicho prisma es (2000 · 2 · 0,2) = 800 m^3 y el resultado sería superior al doble que la obtenida en *a)*, al aplicar la fórmula exacta. Es lógico que la cifra sea mayor, ya que la sustitución de la curva exponencial (11.46) por una recta, supone un error por exceso (ver fig. 11.27).

c) El caudal medio procedente del río se calcula suponiendo que todo el volumen almacenado en las riberas se introduce en tres meses, por tanto, teniendo en cuenta *a)*

$$Q = \frac{12 \cdot 10^6 \text{ m}^3}{90 \text{ días}} = 134\,000 \text{ m}^3/\text{día} = 1{,}5 \text{ m}^3/\text{s}$$

se ve, pues, que el almacenamiento en las riberas puede tener un efecto regulador muy importante en el caso de los ríos que no tienen un caudal excesivo y están flanqueados por acuíferos relativamente extensos. Para obtener el caudal máximo se aplica (11.50) y resulta

$$q = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi\, 0{,}2 \cdot 10^3}{180}} = 5{,}3 \text{ m}^3/\text{día} \cdot \text{m}$$

que teniendo en cuenta los 20 km de cauce y las dos riberas, equivale a 2,5 m^3/s.

Cooper y Rorabaugh (1963) han propuesto el modelo conceptual que se esquematiza en la figura 11.27 c, y que es similar al de Ferris (1962) pero se diferencia en que el acuífero no es semiinfinito, sino limitado, y en que la ley de variación de las crecidas no es periódica, sino que, al cabo de un tiempo t_o el río vuelve al nivel inicial. La variación de la altura del agua del río, sigue la ley

$$h(0, t) = N\, h_o\, e^{-bt}\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{t_o}\right)$$

en la que «N» y «b» son constantes, h_o es la altura máxima que el río alcanza en la avenida.

La ecuación (11.3) ha sido resuelta y tabulada por dichos autores para los valores de b = 0. En las figuras 11.28 y 11.29 se presentan los valores de q y v correspondientes a b = 0 en función de $\beta = \frac{\pi t_o T}{8 L^2 S}$.

Ejemplo 2

Aplicar los abacos de Cooper y Rorabaugh de las figuras 11.28 y 11.29 al mismo acuífero descrito en el ejemplo 1 en las dos hipótesis de que t_o sea igual a 180 y a 4 días. En este caso $h_o = 4$ m.

Para el caso de $t_o = 180$ días $\beta = \frac{\pi t_o T}{8 L^2 S} = 4 \cdot 10^{-2}$; para $t_o = 4$, $\beta = 1 \cdot 10^{-3}$, es decir, que en ambos casos se puede considerar que el acuífero actúa como si fuese semiinfinito.

De la figura 11.28 se deduce que el máximo flujo de entrada en el acuífero se produce para $t/t_o = 0{,}35$ y tiene el valor $q = 1{,}35 \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{2\pi T S}{t_o}}$.

De donde resulta que,

para t = 180

$$q = -1{,}35 \cdot 2 \sqrt{\frac{\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-1}}{90}} = 7 \text{ m}^3/\text{día} \cdot \text{m}$$

Q = 3,30 m^3/s y se produce a los 60 días

para t = 4

$$q = -1{,}35 \cdot 2 \sqrt{\frac{\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-1}}{2}} = 48 \text{ m}^3/\text{día} \cdot \text{m}$$

Q = 22 m^3/s y se produce en la mitad del segundo día.

En lo que se refiere a los volúmenes almacenados en las riberas, de la figura 11.29 se deduce que el máximo almacenamiento se produce para $t/t_o = 0{,}7$ y tiene el valor

$$V = 3{,}3 \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{t_o T S}{2\pi}}$$

para $t_o = 180$

$$V = 3{,}3 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{180 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2}{6{,}28}} = 500 \text{ m}^3/\text{m}$$

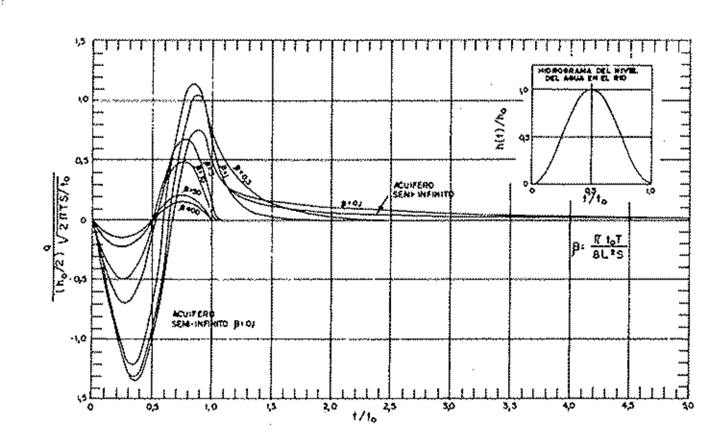


FIGURA 11.28
Flujo de agua subterránea en la ribera de un río producido por una crecida de tipo sinusoidal. (Según Cooper y Rorabaugh, 1963.)

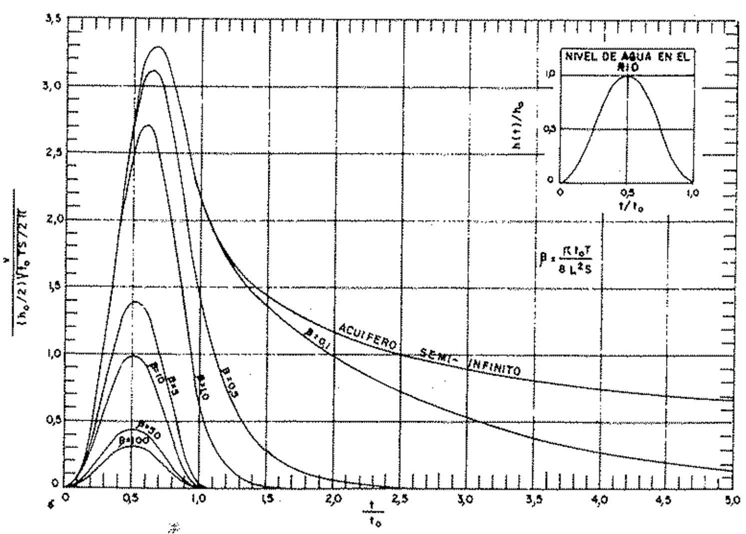


FIGURA 11.29
Almacenamiento de agua subterránea en la ribera de un río debido a una crecida de tipo sinusoidal. (Según Cooper y Rorabaugh, 1963.)

que aplicados a los 20 km y a las dos riberas, resulta que el volumen máximo almacenado en las riberas es igual a 20 millones de metros cúbicos y el máximo se produce a los 120 días del inicio de la crecida.

para $t_o = 4$ días

$$V = 3{,}3 \cdot 2\sqrt{\frac{4 \cdot 200}{6{,}28}} = 75 \text{ m}^3/\text{m}$$

que aplicados a los 20 km de cauce y a las dos riberas, resulta ser de 3 millones de metros cúbicos y el máximo se produce al final del tercer día.

2.5 ESTIMACIÓN DEL COMPONENTE SUBTERRÁNEO EN LA ESCORRENTÍA TOTAL DE UNA TORMENTA[6]

En las cuencas hidrográficas de extensión reducida o moderada (hasta unos pocos miles de km²), puede por lo general asegurarse que toda la escorrentía superficial alcanza los cursos de agua y sale de la cuenca a los pocos días de producirse una lluvia o tormenta. Durante el resto del tiempo, si los ríos llevan agua se debe a la escorrentía subterránea o a la escorrentía superficial diferida (lagos, embalses, zonas pantanosas, etc.).

En este apartado se van a resumir una serie de métodos para determinar el papel que puede representar la escorrentía subterránea en la escorrentía total producida por una tormenta. En lo que sigue se supondrá que no existen en la cuenca considerada elementos que produzcan una escorrentía superficial diferida, ni que tiene un gran tamaño y/o una irregular repartición espacial de las lluvias que originan la escorrentía. En relación con este apartado se aconseja ver también el capítulo 3 de la sección 7.

2.5.1 Métodos basados en la descomposición del hidrograma

En la figura 11.30 se representa el hidrograma del caudal de un río correspondiente a una tormenta. En los momentos anteriores a la lluvia se supone que toda el agua es de origen subterráneo. En el momento A, en que comienza la lluvia, una parte del flujo es debida al agua caída sobre el propio cauce y después empieza a llegar el agua de la escorrentía superficial y de la hipo-

[6] En relación con este apartado y con el apartado 2.7, es interesante ver el apartado 5.4 de la publicación de UNESCO. «Groundwater Studies: An International Guide for Research and Practice», aparecida en 1972.

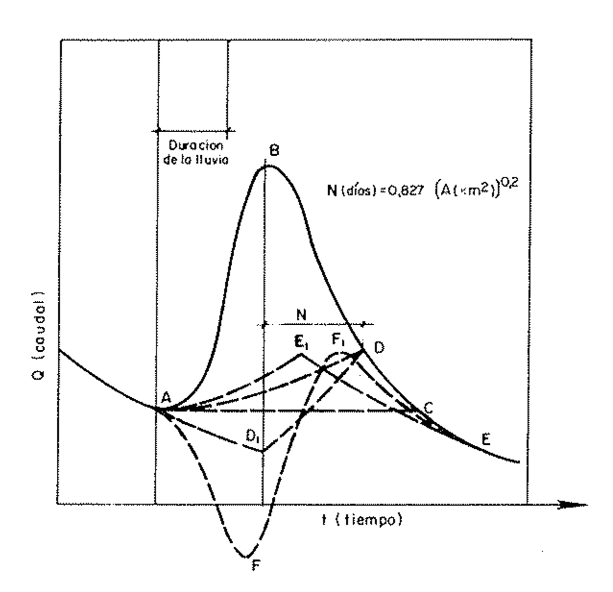


FIGURA 11.30
Hidrograma de la escorrentía correspondiente a una tormenta. Métodos de separación de la escorrentía subterránea.

dérmica o subterránea rápida. El tramo AB se denomina ascendente; el punto B es la cresta (más que un punto suele ser una zona) y el tramo BDCE, descendente o de agotamiento.

La práctica común es separar el caudal que representa el hidrograma en sólo dos componentes, englobando en la escorrentía directa la precipitación sobre el cauce y la escorrentía hipodérmica.

a) El procedimiento más sencillo para separar el flujo básico, es trazar una línea recta horizontal desde el punto A hasta el punto C; la escorrentía directa o superficial correspondiente a la tormenta estaría representada por el área ABC. Este procedimiento equivale a suponer que el flujo básico se mantiene constante hasta que ha desaguado toda la escorrentía superficial.

b) Otro procedimiento propuesto por Linsley et alt. (1958, pág. 171) consiste en prolongar la curva de agotamiento hasta el punto D_1 situado debajo de la cresta y unir este punto con el D del hidrograma, situado N días más tarde que la cresta, siendo $N = 0{,}827\ A^{0{,}2}$ y A la superficie de la cuenca en km²; por ejemplo, N = 2,1, 3,3 y 5,3 días para A = 100, 1000 y 10 000 km² respectivamente. Advierten, no obstante, dichos autores que el valor de N se determina mejor mediante la comparación de varios hidrogramas del río. Otros autores unen directamente el punto D con el A (cfr. Toebes y Durivaev, 1970).

c) Un tercer procedimiento es extrapolar la curva de agotamiento desde un punto E, hasta un punto E_1 determinado y unir este punto E_1 con el punto A. Este procedimiento puede ser adecuado en los casos en los que la recarga de la lluvia sobre el acuífero alcanza pronto el río, como suele suceder en zonas kársticas. El procedimiento presupone la existencia de una curva de agotamiento única del acuífero y que esta curva responda a la conocida ecuación $Q = Q_0\, e^{-\alpha t}$ (11.2), o a su equivalente: $Q_{n+1} = r\, Q_n$ (11.33) en la que $r = e^{-\alpha}$ siendo Q_{n+1} y Q_n los caudales que corresponden a n + 1 y n unidades de tiempo. La situación del punto E_1 —según Linsley et alt. (1958, pág. 170)— debe corresponder con el punto de inflexión del tramo descendente del hidrograma.

Para comprobar la verosimilitud de esta hipótesis se llevan a un gráfico los logaritmos de los caudales de Q y los tiempos, y se observa si coinciden aproximadamente con una recta en aquellos períodos en los que se puede esperar que la contribución de la escorrentía directa sea mínima. Otro procedimiento equivalente es dibujar los caudales Q_{n+1} respecto de los Q_n y ver si la relación Q_{n+1}/Q_n se mantiene constante.

d) En los casos en que el río está conectado hidráulicamente con acuíferos colindantes, el fenómeno del almacenamiento en las riberas (figs. 11.22 y 11.27) puede ser importante y la escorrentía de origen subterráneo puede llegar a ser negativa y tener una distribución del tipo de la curva AFF_1E, es decir, que si en este caso se adoptase como curva la ACE, por ejemplo, la escorrentía superficial sería valorada por defecto.

e) Finalmente, en la figura 11.31 se resumen cuatro casos típicos de condiciones hidrogeológicas que influyen en la forma del hidrograma del río. De su observación se deduce claramente la necesidad de conocer, al menos en sus líneas fundamentales, la situación de los principales acuíferos de la cuenca, con objeto de no incurrir en interpretaciones erróneas.

Los hidrogramas de las figuras 11.30 y 11.31, suponen una cuenca en la que no vuelven a producirse lluvias hasta que toda la escorrentía directa ha salido de la cuenca. Cuando esto no ocurre se originan hidrogramas compuestos en los que la separación entre la escorrentía directa y la escorrentía subterránea es menos exacta (cfr. Linsley et alt., 1958, págs. 172-174).

Pueden existir también otros factores que contribuyen a que la curva de agotamiento de la escorrentía subterránea no siga la ley exponencial, aun drenando un único acuífero, Riggs (1964), por ejemplo, hace notar que las

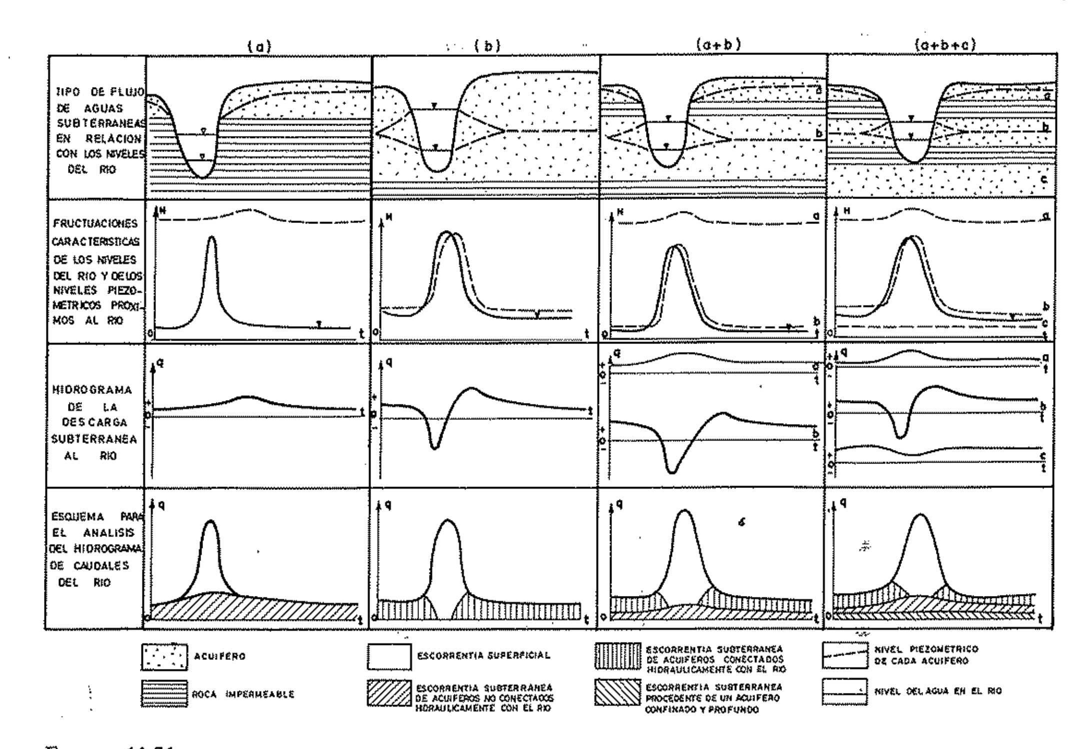


FIGURA 11.31
Diversos componentes de escorrentía subterránea de acuerdo con las condiciones de los acuíferos que alimentan el río. (Modificado de Toebes y Ouryvaev, 1970.)

curvas de agotamiento del flujo básico correspondientes al verano, suelen ser más pendientes que las correspondientes al invierno, debido a la evapotranspiración y/o a la influencia de la escorrentía producida por la fusión de las nieves, y por tanto, considera que el flujo básico correspondiente a los inviernos corresponde con más exactitud a la descarga del agua de los embalses subterráneos que el correspondiente a los períodos estivales.

2.5.2 Métodos basados en el estudio de la composición química de las aguas

Recientemente, algunos investigadores —entre ellos La Sala, (1967) y Pinder y Jones (1969)— han propuesto y aplicado un procedimiento para determinar el porcentaje de flujo de base del caudal del río, teniendo en cuenta las variaciones en la composición química, o viceversa, deducir la composición química, si se conoce la proporción de los dos componentes del flujo.

El procedimiento se basa en la ecuación siguiente, que puede aplicarse a cada ion o al total de las sustancias disueltas.

$$C_t Q_t = C_s Q_s + C_d Q_d \qquad (11.62)$$

en la que,

C_t = concentración iónica de la escorrentía total
C_s = concentración iónica de la escorrentía subterránea
C_d = concentración iónica de la escorrentía superficial o directa
Q_t = caudal de la escorrentía total
Q_s = caudal de la escorrentía subterránea
Q_d = caudal de la escorrentía superficial o directa

Esta fórmula es válida siempre que no se produzcan precipitaciones químicas al mezclarse los dos tipos de aguas, y puede escribirse también en la forma siguiente:

$$Q_s = Q_t \frac{C_t - C_d}{C_s - C_d} \qquad (11.63)$$

ya que,

$$Q_t = Q_s + Q_d$$

Se suele considerar que las muestras de agua del río, tomadas en los caudales mínimos o períodos de sequiaje, corresponden al drenaje del embalse subterráneo y, por tanto, sirven para determinar C_s que suele ser bastante constante:

La determinación de C_d puede plantear más problemas. En algunos casos puede ser representativa de la calidad de pequeños ríos efímeros en terrenos impermeables, es decir, sin aportación de aguas subterráneas. En otras ocasiones, puede ser representativa la composición del agua del río durante las crecidas, si el río pasa de ser efluente a ser influente, al aumentar su nivel. Conocidas o estimadas las concentraciones y el caudal o aportación total Q_t se puede calcular Q_s aplicando la fórmula (11.63).

Pinder y Jones (1960) han aplicado este método al estudio de tres cuencas representativas del Canadá con superficies comprendidas entre 6 y 12 km², y llegan a la conclusión de que en las crecidas estudiadas, que corresponden a un período de seis semanas al final del verano, la escorrentía subterránea puede llegar a ser hasta el 30 ó 40 % del caudal total.

Otros detalles sobre este método pueden verse en el apartado 2.11.3 de la sección 10.

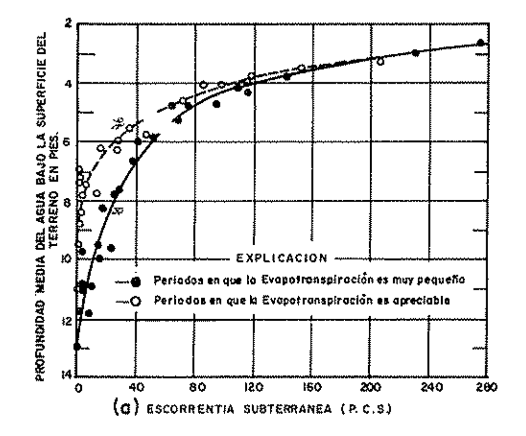
2.6 RELACIÓN ENTRE LA ESCORRENTÍA SUBTERRÁNEA Y LOS NIVELES PIEZOMÉTRICOS DE LA CUENCA

En el apartado 1.4.4 se vio que el caudal de descarga de un acuífero suele ser linealmente proporcional al volumen de agua que contiene el acuífero, si se trata de acuíferos cautivos o libres con nivel de descarga constante. Cuando se trata de acuíferos libres con nivel de descarga variable, el caudal es proporcional al cuadrado del volumen.

A su vez, el volumen de agua almacenado guarda una relación aproximadamente lineal con el nivel piezométrico de la zona saturada. Por tanto, es lógico que en muchas regiones se haya obtenido una correlación bastante clara entre la descarga de los manantiales o la escorrentía subterránea de un río y algunos niveles piezométricos que se consideraron representativos del volumen del agua almacenada.

Una vez obtenida la curva que relaciona ambas variables, es posible conocer la escorrentía subterránea de la aportación de un río, en función del nivel piezométrico del acuífero.

La correlación entre el flujo subterráneo y los niveles piezométricos, ha sido aplicada a cuencas de dimensiones medias por algunos investigadores como Rassmussen y Andreasen (1959), Schicht y Walton (1961) y Olmsted y Hely (1962). En la figura 11.32 se reproducen las curvas que expresan la relación entre el nivel medio de un conjunto de piezómetros y la escorrentía subterránea. En *a)* la cuenca del Panther Creek en Illinois y en *b)* la del Brandywine Creek en Pensilvania. En la primera se aprecia que el flujo aumenta según una ley aproximadamente parabólica; en la segunda, lineal. En ambas curvas se aprecia claramente la disminución que la evapotranspiración produce en la escorrentía subterránea. Según Walton (1970, pág. 378) la utilización de



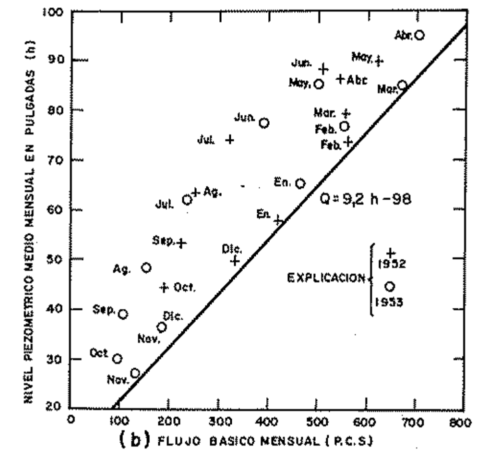


FIGURA 11.32

Relación entre el nivel piezométrico medio y la escorrentía subterránea. a) Cuenca del Panther (Según Schicht y Walton, 1961); b) Cuenca del Brandywine creek (Según Olmsted y Hely, 1962.)

curvas de este tipo puede ser un buen procedimiento para calcular la evapotranspiración que alcanza la zona saturada. La diferencia entre las escorrentías subterráneas deducida de las curvas que corresponden al período de octubre a abril y de abril a noviembre, es aproximadamente la evapotranspiración.

En la figura 11.33 se representan, según Subbotin (1963) las relaciones que existen entre la aportación del tiempo seco (julio a febrero) del río ruso Cheremsham, y el máximo nivel piezométrico en la primavera anterior, de un pozo situado a 2,5 km del río. En la misma figura se han representado también las relaciones entre el caudal mínimo del río ruso Sviaga, afluente del Volga por la derecha y los niveles de un pozo situado en la cuenca del río Don.

Probablemente, uno de los trabajos más completos publicados hasta la fecha sobre la predicción de caudales mínimos, en función de los niveles piezométricos, sea el estudio hecho por Merriam de la cuenca del río Susquehanna, situado en la costa oriental de los Estados Unidos de América. El modelo conceptual de Merriam consiste en imaginar que el conjunto de los embalses subterráneos se puede asimilar a un embalse cuya descarga depende exclusivamente de la altura del agua en el embalse. El nivel del agua de ese embalse imaginario o «índice de agua subterránea» es la medida ponderada de los niveles en un conjunto de pozos característicos —16 en total— para toda la cuenca, que tiene una superficie de unos 70 000 km² y está constituida por materiales geológicamente muy variados, desde depósitos glaciares a rocas cristalinas. El criterio para fijar los pozos característicos y la media ponderada es, sin duda, discutible, pues apenas se tienen en cuenta los factores geológicos y topográficos; no obstante, los resultados prácticos obtenidos parecen acreditar su interés (cfr. Merriam, 1942 y 1948).

La esencia del método consiste en considerar la escorrentía del río como una medida del agua procedente del embalse subterráneo durante los períodos en que el «índice de agua subterránea» desciende. En las zonas semiáridas en que hay largos períodos sin lluvias esta suposición es válida, pero en climas húmedos como la cuenca de Susquehanna, son pocos los períodos sin precipitaciones. Afortunadamente, la influencia de las precipitaciones produce siempre errores en la misma dirección, es decir, hace que el descenso de los niveles sea más lento y que la aportación del río sea mayor. Por tanto, la envolvente de todos los puntos representa los valores correspondientes al régimen no influenciado por las precipitaciones.

Con estos criterios ha determinado Merriam (1952) las curvas de la figura 11.34, que permiten definir las

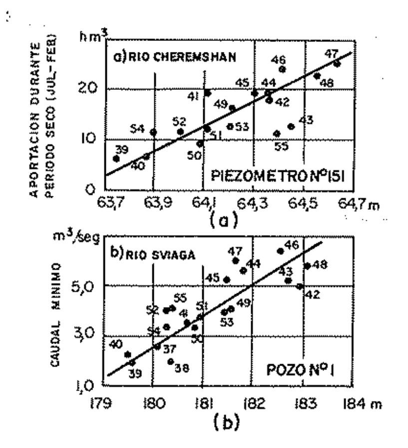


FIGURA 11.33

Relación entre niveles piezométricos y aportación en período de estiaje o caudal mínimo. (Según Subbotin, 1963.)

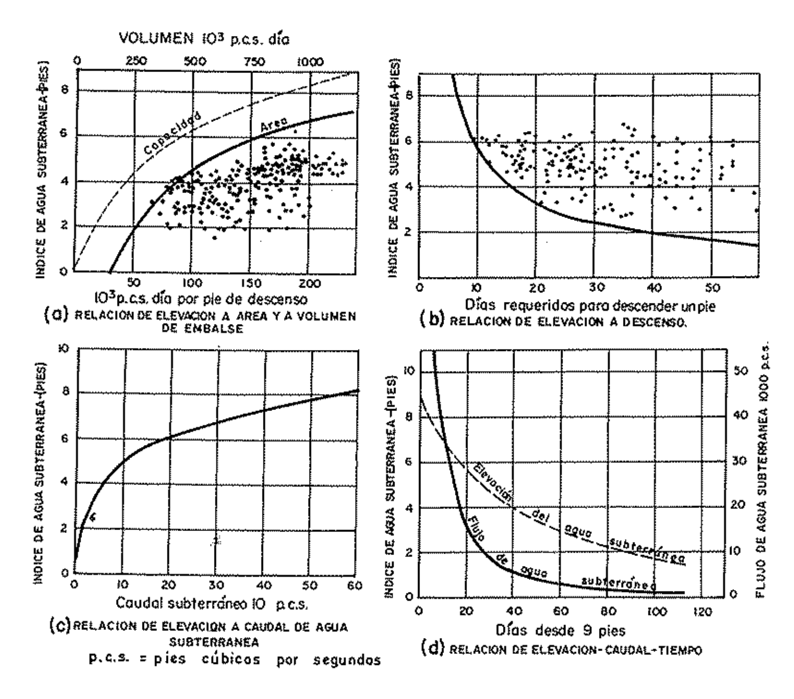


FIGURA 11.34

Determinación de las características del embalse subterráneo de la cuenca del río Susquehanna. (Según Merriam, 1952.)

características del embalse subterráneo. En el gráfico (a) se reproducen las curvas de área y de volumen en función de la altura, típicas de un embalse. Teniendo en cuenta que mil pies cúbicos por segundo por día equivalen a 2,3 Hm^3 y mil pies cúbicos por segundo y por día y por pie de descenso equivalen a 7,8 km^2, puede tenerse una idea de las dimensiones del «embalse o lago imaginario» que representa al conjunto de acuíferos de la cuenca. La variación entre los volúmenes máximo y mínimo es del orden de 430 000 pies cúbicos por segundo y por día, que equivalen a unos 1000 Hm^3, que viene a ser de sólo el 3 % de la aportación total anual del río Susquehanna.

El gráfico (b) ha servido para obtener la envolvente de la velocidad de descenso de los niveles, en función del nivel inicial.

El gráfico (c) se obtiene al dividir los valores de las abscisas de los gráficos (a) y (b), que corresponden a una misma ordenada y da el caudal de origen subterráneo, en función de la elevación o «índice de agua subterránea».

Por último, en el gráfico (d), la curva que corresponde a la variación de la elevación con respecto al tiempo, es la integral con respecto a la elevación de la curva (b); la curva de variación de caudales con el tiempo se obtiene de la curva anterior y de la curva (c).

Este procedimiento (cfr. Merriam, 1948) ha permitido hacer previsiones aceptables de los caudales mínimos del río en los períodos sin lluvias, con una, dos o tres semanas de antelación. No parece que hasta la fecha el procedimiento de Merriam haya sido intensamente aplicado en otras cuencas, pero en cualquier caso, es una contribución interesante al estudio cuantitativo y cualitativo de la influencia de los acuíferos en el régimen de los ríos.

2.7 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA ESCORRENTÍA SUBTERRÁNEA ANUAL[7]

La cuantificación de la escorrentía subterránea anual tiene un indudable interés, tanto desde un punto de vista científico como del práctico. El método a seguir en cada estudio dependerá de los datos de base, medios, tiempo y finalidad del estudio. Se describen a continuación algunos de los diversos métodos utilizados en los últimos años.

[7] En relación con el presente apartado y con el 2.5, es interesante ver el apartado 5.4 de la publicación de UNESCO (1972), «Groundwater Studies: An International Guide for Research and Practice».

2.7.1 Separación de los componentes en el hidrograma

Es, por lo general, el método más exacto, aunque también el más laborioso. Consiste en analizar el hidrograma anual y asignar a cada unidad de tiempo el caudal de origen subterráneo, aplicando alguno de los procedimientos indicados en los apartados 2.5 y 2.6, o preferiblemente, una combinación de ambos procedimientos. Un buen ejemplo de este procedimiento puede verse en el estudio, ya mencionado, de Schicht y Walton (1961).

Por lo general, no será suficiente analizar un único año, sino que deberán estudiarse los hidrogramas de un año húmedo, un año medio y otro seco. Además, con objeto de evitar interpretaciones básicamente erróneas, será útil, casi imprescindible, tener en cuenta las condiciones hidrológicas (lagos, zonas pantanosas, régimen de precipitaciones, suelos helados, etc.), e hidrogeológicas (situación de los acuíferos, tipo, trasvases subterráneos a —o de— otras cuencas, etc.). Con frecuencia habrá que plantearse el análisis como una parte de un balance hidráulico más general, en que deberán tenerse en cuenta las variaciones del volumen de agua almacenada en los embalses superficiales y subterráneos y, eventualmente, en la zona de humedad del suelo.

La escorrentía subterránea anual —como es lógico— varía mucho de unas regiones a otras, aunque con frecuencia, resulta más elevada de lo que muchos suponían. Valgan algunos ejemplos. Según Curtis (1966) la escorrentía subterránea supone el 66 % de la total en una zona de Wisconsin formada por areniscas y dolomías y con una precipitación media anual de 800 milímetros. Según Szesztay (1961), el 47 % de la aportación anual media del río Tisza es de origen subterráneo; la aportación total equivale a 772 mm y la superficie de la cuenca es de 9311 km^2.

Wemelsfelder (1963) ha realizado un estudio de la escorrentía subterránea de la cuenca del Rhin hasta la frontera entre Holanda y Alemania (165 000 km^2 de cuenca), basado casi exclusivamente en el análisis de los caudales mensuales, a lo largo de 62 años. El autor llega a la conclusión de que el 57 % de la escorrentía media del Rhin es de origen subterráneo y que los embalses subterráneos tienen una capacidad de almacenamiento por encima de su nivel de desagüe que oscila entre 26 000 y 8000 Hm^3, siendo la media de 16 000 Hm^3; la aportación media anual del Rhin es de 68 000 Hm^3. El procedimiento seguido se basa esencialmente en suponer que la curva de agotamiento de la escorrentía subterránea sigue la clásica ley exponencial y en que el aumento de escorrentía subterránea que se produce como consecuencia de las lluvias de un mes,

es igual a la escorrentía superficial de ese mes, multiplicado por un factor que disminuye al aumentar la lluvia.

Se resumen a continuación los aspectos más característicos del trabajo de Wemelsfelder, por considerar que pueden contribuir a una mejor comprensión del papel de los embalses subterráneos en la regulación natural de una cuenca. En la figura 11.35 se representan los conceptos y fórmulas fundamentales:

P = precipitación mensual eficaz; es decir, descontada la evapotranspiración real
P_d = fracción de P que da lugar a la escorrentía directa
P_s = fracción de P que recarga los embalses subterráneos
A = escorrentía total mensual del río
Q = escorrentía subterránea media mensual, procedente de la precipitación en los meses anteriores
Q' = escorrentía subterránea, teniendo en cuenta su aumento como consecuencia de la precipitación en el mismo mes
R = aumento, dentro del mismo mes, de la escorrentía subterránea «antigua» Q a la «nueva» Q′ (se contabiliza, sin embargo, como escorrentía directa o superficial)
V = volumen de agua en el embalse subterráneo que corresponde a la escorrentía Q
V' = ídem, correspondiente a Q′
D = variación en el contenido de agua del embalse subterráneo entre el final y el principio de cada mes.

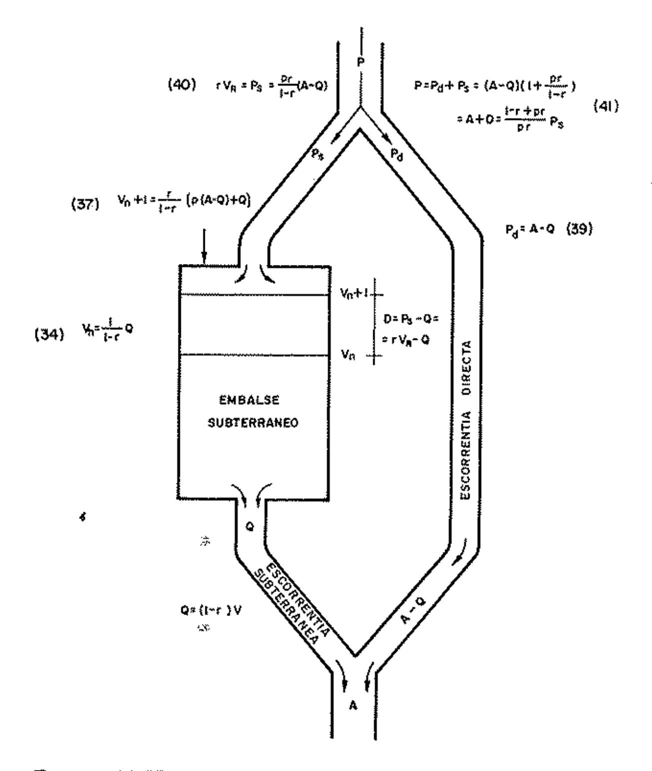


FIGURA 11.35
Relaciones entre la precipitación eficaz, la escorrentía superficial y subterránea y el almacenamiento subterráneo en una cuenca. (Según Wemelsfelder, 1963.)

Se supone que el caudal Q_{n+1} del mes n + 1, debido al desagüe del volumen de agua existente en el embalse subterráneo al comienzo del mes n + 1, sigue la ecuación

$$Q_{n+1} = r\,Q_n \qquad (11.33)$$

Se admite que

$$R = p\,(A - Q) \qquad (11.34)$$

en la que p es un coeficiente que Wemelsfelder denomina factor de almacenamiento (no hay que confundirlo con S, coeficiente de almacenamiento). El significado físico de la fórmula (11.34) es admitir que el aumento de la escorrentía subterránea producida por las lluvias del mes, es proporcional a la escorrentía directa (A − Q) del mes.

$$Q' = Q + R = Q + p\,(A - Q) \qquad (11.35)$$

Admite el autor que R no se contabiliza en el mes n como escorrentía subterránea, sino como escorrentía directa; influye, sin embargo, en la escorrentía subterránea del mes siguiente. Por tanto,

$$Q_{n+1} = r\,Q_n' = r\,[Q_n + p\,(A_n - Q_n)] \qquad (11.36)$$

Esta ecuación permite obtener toda una serie de valores de Q en función de los valores de A (medidas en una estación de aforos) y supuesto conocido un primer valor de Q y los valores de r y p.

El volumen contenido en el embalse subterráneo correspondiente a una escorrentía Q se deduce integrando los caudales a que daría lugar, hasta su agotamiento o vaciado, si no hubiese recarga.

$$V = Q\,(1 + r + r^2 + r^3 \ldots) = \frac{Q}{1 - r} \qquad (11.37)$$

El aumento de volumen originado por la recarga en el mes, será:

$$V_R = \frac{R}{1-r} = \frac{P\,(A-Q)}{1-r} \qquad (11.38)$$

$$V' = \frac{Q'}{1-r} = V + V_R = \frac{1}{1-r}\,[Q + p\,(A-Q)] \qquad (11.39)$$

$$V_{n+1} = r \cdot V' = \frac{Q_n + 1}{1-r} =$$

$$= \frac{r}{1-r}\,[Q_n + p\,(A_n - Q_n)] \qquad (11.40)$$

Por consiguiente:

$$D = V_{n+1} - V_n = \frac{p\,r}{1-r}\,(A_n - Q_n) - Q_n =$$

$$= r\,V_R - Q_n = P_s - Q_n \qquad (11.41)$$

Por definición:

$$P_d = A - Q \qquad (11.42)$$

pero se ha supuesto que cada mes la escorrentía subterránea R producida en ese mes por la lluvia del propio mes, se incluía en la escorrentía superficial, por consiguiente, de acuerdo con la fórmula (11.31):

$$P_s = p\,(A-Q)\,(r + r^2 + r^3 \ldots) =$$

$$= \frac{p\,r}{1-r}\,(A-Q) = r\,V_R \qquad (11.43)$$

de donde se deduce,

$$P = P_d + P_s = (A-Q)\left(1 + \frac{p\,r}{1-r}\right) = A + D \qquad (11.44)$$

que no es otra cosa que la ecuación de conservación de masa.

Las fórmulas anteriores no exigen que se consideren p y r constantes. Al aplicarlo al caso del Rhin considera Wemelsfelder $r = 0{,}8$ para el conjunto de la cuenca, que equivale a $\alpha = 0{,}21$ (meses^{-1}) o $\alpha = 0{,}0068$ (días^{-1}). El valor de p es considerado constante e igual a 1/3 para A inferior a 3000 m^3/seg (85 % de los meses); P se reduce a 1/3,5, 1/4, 1/4,5, etc., por cada aumento de caudal de 1000 m^3/seg pues se estima que el porcentaje de infiltración disminuye con el aumento de lluvia.

La determinación y verificación de estos valores se realizó por tanteos, teniendo en cuenta que $A - Q$ nunca puede ser negativo y también que la tendencia de la curva A con respecto al tiempo no podía diferir mucho de la curva Q respecto al tiempo. Admite el autor que el procedimiento no está libre de subjetividad, pero considera que los resultados obtenidos son suficientemente convincentes para justificar su presentación. Los resultados más significativos son los siguientes:

a) La relación entre la lluvia eficaz o total y la que alimenta la escorrentía subterránea, es según (11.43):

$$\frac{P_s}{P} = \frac{p\,r}{1 - r + p\,r}$$

y oscila entre 0,57 y 0,42, según que

$p = 1/3$ o $p = 1/5{,}5$

b) La relación Q/A cada mes oscila entre 100 % y 12 %, pero el valor medio de Q/A correspondiente a todo el período es 0,55, es decir, igual al valor medio de P_s/P, como era de esperar.

c) En la figura 11.36 se reproduce un ejemplo de

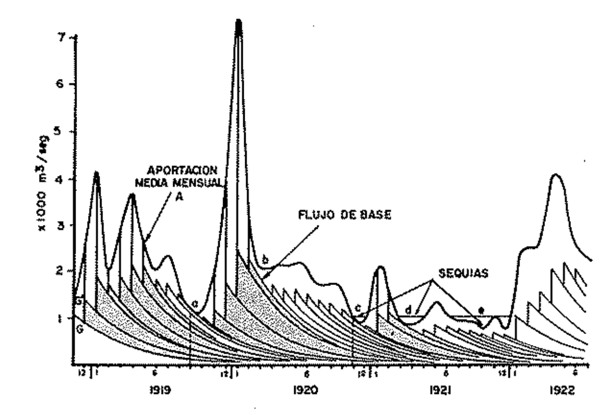


FIGURA 11.36
Separación de la escorrentía subterránea del río Rhin en los años 1919 a 1922. (Según Wemelsfelder, 1963.)

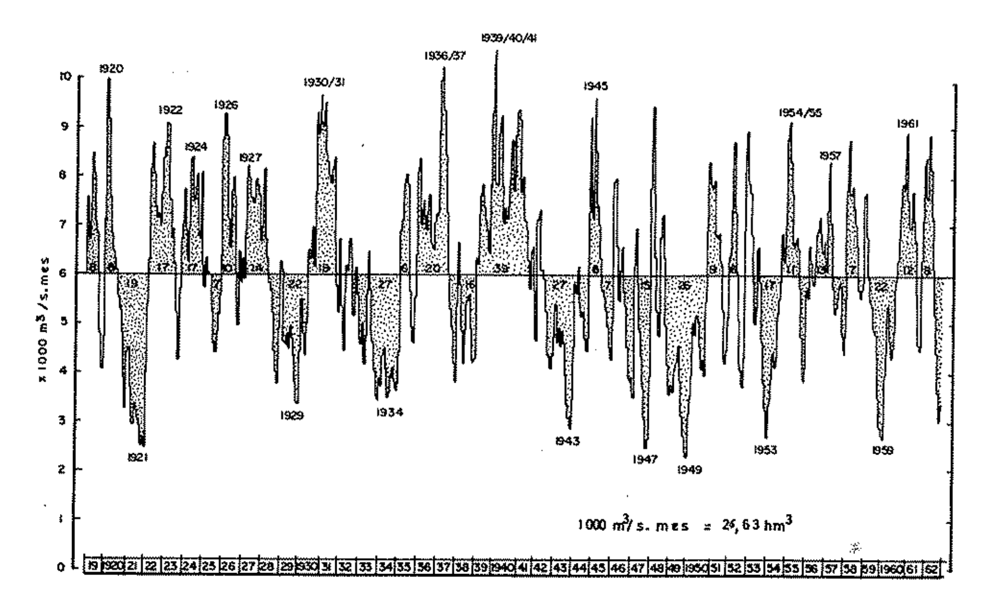


FIGURA 11.37
Evaluación mensual de las variaciones del volumen de agua almacenada en los embalses subterráneos de la cuenca del río Rhin, desde 1919 a 1962. (Según Wemelsfelder, 1963.)

la separación de las aportaciones mensuales a lo largo de tres años de características hidrológicas bastante diferentes. Puede apreciarse cómo la recarga del invierno puede tener alguna influencia hasta el otoño siguiente, pero no más allá, pues a los diez meses la escorrentía subterránea de ese mes queda reducida al 10 % aproximadamente de su valor inicial. De todas formas, queda claro que es imposible que se produzcan caudales muy bajos después de un invierno con caudales elevados, aún cuando las precipitaciones en el verano sean muy reducidas.

d) En la figura 11.37 se expresan los volúmenes de agua útil contenida en los embalses subterráneos mes por mes, desde el año 1919 a 1962. El volumen medio es de 6000 m^3/seg/mes, equivalente a 16 000 Hm^3. Si se tiene en cuenta que el área de la cuenca son 165 000 km^2, esto equivale a una lámina de agua de 100 mm de altura, cifra que parece razonable.

Durante los últimos veinte años los hidrólogos rusos parecen haber dedicado bastante atención al tema de la separación de los componentes de la escorrentía total (cfr. Kudelin y Popov, 1964; Chernaya, 1964 y 1967; Boronov et alt., 1967). Como consecuencia de análisis realizados con base en el procedimiento al que corresponde la figura 11.31, han obtenido valores regionales representativos de la escorrentía subterránea media de las diversas cuencas estudiadas. Estos valores han sido luego extrapolados a todo el país y se han representado en un mapa a escala 1:5 000 000, publicado en 1964 bajo la dirección de Kudelin. En dicho mapa, junto con los acuíferos principales, se representan las líneas con iguales valores anuales medios de precipitación, escorrentía total y escorrentía subterránea (en l/seg/km^2).

Dentro de este grupo de métodos parece poder incluirse, en parte, el seguido recientemente por el Instituto Geológico y Minero de España para el análisis de la escorrentía subterránea de 100 cuencas distintas. El método (cfr. Álvarez, 1971; Coma et alt., 1971) se basa en el establecimiento de una curva caudales-tiempo, tomando como caudales los valores mensuales medios de 17 años. La escorrentía subterránea se asimila en una primera etapa al caudal mensual mínimo. Para lograr una mayor aproximación, los autores han contrastado y modificado los valores obtenidos, de acuerdo con un método gráfico-analítico basado en la curva teórica de agotamiento de cada cuenca; no se especifica en las mencionadas publicaciones en qué consiste dicho método. Los porcentajes de la escorrentía subterránea respecto de la total, obtenidos con el citado procedimiento, oscilan entre el 87 % en la estación número 5 en la cuenca del río Mijares y el 5 % en la estación 79 de la cuenca del río Guadalquivir.

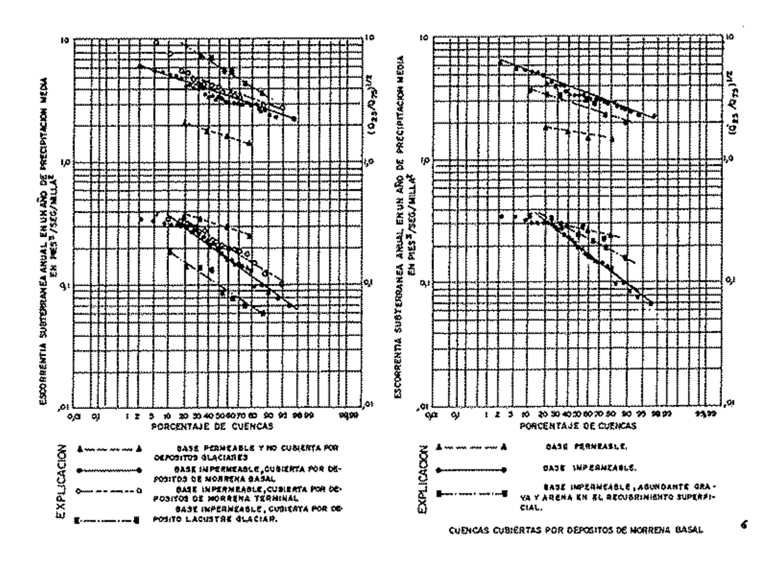


FIGURA 11.38
Relación entre la escorrentía subterránea anual, la frecuencia de caudales y las características geológicas de 109 cuencas de Illinois. (Según Walton, 1965.)

2.7.2 Análisis de la duración de caudales

Este análisis es frecuente en los estudios de hidrología superficial y se suele expresar mediante una curva que tiene en ordenadas los caudales y en abscisas el tanto por ciento de días en el que un caudal fue igual o superior al de la ordenada correspondiente.

La forma de esa curva depende, en parte, de las características de los embalses subterráneos de la cuenca. En igualdad de régimen climático puede considerarse que cuanto más horizontal sea dicha curva, mayor importancia tiene el efecto regulador de los embalses subterráneos o superficiales de la cuenca. Si no existen lagos o embalses de superficie, puede atribuirse este efecto regulador exclusivamente a los acuíferos.

Algunos investigadores han estudiado la relación entre la geología de una cuenca y la forma de la curva de frecuencias (cfr. Kunkle, 1962; Cöntürk y Bayar, 1967). Quizás el trabajo más completo sea el ya mencionado en el apartado 2.3, de Walton (1965) en el que hace un análisis estadístico de las escorrentías subterránea unitaria y de las pendientes de la curva de frecuencias de caudales correspondientes a 105 cuencas de Illinois. Q_{25} es el caudal de la curva de frecuencias que es superado el 25 % del tiempo y Q_{75} el 75 % del tiempo; considera Walton que el parámetro $(Q_{25}/Q_{75})^{1/2}$ es representativo de la pendiente de la curva de frecuencias. En la figura 11.38 se presentan los resultados obtenidos en el estudio de Illinois; puede verse que existe una correlación aceptable entre la escorrentía subterránea y el parámetro $(Q_{25}/Q_{75})^{1/2}$ y que, a su vez, la distribución de ambos da una buena relación con las características geológicas de cada cuenca.

Otro procedimiento para tener una primera impresión cualitativa de la importancia que en una cuenca pueden tener los embalses subterráneos, podría ser el estudio de la correlación que existe entre la escorrentía total de un año y la del año siguiente. La base del método se apoya en el hecho de que la correlación existente entre las precipitaciones de un año y del año siguiente, es prácticamente nula. Si la correlación existente entre las aportaciones naturales anuales sucesivas no es nula, quiere decir que existe un cierto almacenamiento de bastantes meses de duración de la escorrentía natural total de cada año. Si en la cuenca no existen lagos o zonas pantanosas, es lógico atribuir este almacenamiento a la acción de los embalses subterráneos que tendrán tanta mayor importancia cuanto mayor sea el coeficiente de correlación.

2.7.3 Métodos geohidrometeorológicos

En los casos en los que no se dispone de datos sobre los caudales del río, se puede hacer primero una estimación de la escorrentía total como una diferencia entre la pluviometría y la evapotranspiración real; esta última puede ser calculada con alguna de las fórmulas clásicas, en el caso de no disponer de datos más exactos.

Después, habida cuenta de las características geológicas y topográficas de la cuenca, se aplica a la escorrentía subterránea un cierto porcentaje de la escorrentía total. Por ejemplo, estos porcentajes pueden variar entre un 5 % para una cuenca con pendientes fuertes y materiales poco permeables, hasta un 75 % para una cuenca con claro predominio de formaciones permeables y con un relieve no muy fuerte.

Evidentemente, estos procedimientos constituyen sólo una primera aproximación, pero, si se hacen con criterio, los resultados obtenidos suelen compensar con creces el esfuerzo que suponen. Así, por ejemplo, hace unos años (Llamas, 1966) se presentó un balance hidráulico de la España peninsular en el que, por primera vez, se cuantificaba la escorrentía subterránea, por el procedimiento indicado; su realización supuso, aproximadamente, una semana de trabajo[8].

[8] Posteriormente, con motivo de la realización del Mapa Hidrogeológico Nacional, Álvarez et alt. (1971) efectuaron un trabajo más sofisticado como se ha dicho en el apartado 7.2.1; sin embargo las cifras de conjunto apenas difieren de las obtenidas con el método simplificado.

2.8 INTERÉS PRÁCTICO DE LA DETERMINACIÓN DE LA ESCORRENTÍA SUBTERRÁNEA

Parece claro de todo lo anteriormente expuesto que la cuantificación de la escorrentía subterránea presenta un neto interés científico para un mejor conocimiento del ciclo hidrológico. Cabe, sin embargo, preguntarse, si también aporta datos de valor para la inmediata política hidráulica del país. La opinión del autor es afirmativa, pero sin caer en excesivos entusiasmos.

En general, la escorrentía subterránea media marca un límite superior de los recursos subterráneos aprovechables, mediante captaciones, en la cuenca estudiada. Dicho límite superior puede ser sobrepasado si los bombeos originan una recarga inducida procedente de los cursos de agua próximos o una disminución de la evapotranspiración, como consecuencia de un descenso general de la zona saturada, si ésta quedaba próxima a la superficie del terreno.

Tampoco hay que olvidar que el mismo concepto de recursos hidráulicos subterráneos aprovechables no está exento de ambigüedades, pues varía mucho según que se considere o no, un horizonte temporal y un horizonte económico, junto con la necesidad o la posibilidad de utilizar en mayor o menor proporción las reservas hidráulicas subterráneas almacenadas en los acuíferos en los siglos anteriores.

Por otra parte, en muchas zonas, aunque se quisiese, toda la escorrentía subterránea no puede ser bombeada o desviada de su camino normal hacia los ríos, ya que los acuíferos principales en los que se sitúan las captaciones, son semiconfinados y la recarga vertical inducida que reciben rara vez será capaz de atraer la escorrentía subterránea de los acuíferos superiores. Un caso típico de esta naturaleza lo constituyen los acuíferos profundos calcáreo-dolomíticos de la región próxima a Chicago (cfr. Walton, 1970, pág. 434); otro caso claro es el delta del Llobregat, en el que el acuífero profundo presenta niveles de muchos metros bajo el nivel del mar, en tanto que el superficial continúa descargando agua en el río y en el mar (Llamas, 1969 y Custodio et alt., 1974).

En resumen, si se actúa con buen criterio, casi siempre será posible establecer unas estimaciones preliminares de los recursos hidráulicos subterráneos de una cuenca, con base en la evaluación de la escorrentía subterránea y de las características hidrogeológicas generales de los acuíferos de la cuenca.

Capítulo 11.3

Modificaciones introducidas por la acción del hombre en las relaciones aguas superficiales-aguas subterráneas

3.1 INTRODUCCIÓN

La mutua interferencia entre las aguas superficiales y subterráneas es una consecuencia lógica del carácter unitario del ciclo hidrológico, que constituye un auténtico sistema cuyas variables casi nunca son independientes. Por consiguiente, toda acción sobre una de las variables puede introducir modificaciones en otras variables.

La acción del hombre sobre el ciclo hidrológico natural puede ser de naturaleza muy diversa. Puede, por ejemplo, aumentar la precipitación, mediante las técnicas de la lluvia artificial, como se dice en el capítulo 2 de la sección 23. Es posible influir también, de modo importante, en la reducción de la evaporación de las superficies de los lagos, mediante su recubrimiento con películas finísimas de ciertos productos o con flotadores (cfr. McGuinness, 1963); la eliminación de determinadas especies de freatofitas de escaso valor económico parece que podría también reducir, en cantidades apreciables, la evapotranspiración en las regiones áridas (cfr. McGuinness, 1963). No obstante, la viabilidad económica de estos dos procedimientos no parece todavía haber sido suficientemente aclarada.

La influencia de la repoblación forestal en el régimen de una cuenca, mediante la laminación de crecidas, aumento de la evapotranspiración, disminución de la erosión del suelo, etc., es aún objeto de controversia.

En este capítulo sólo se tratará de dos tipos de acciones del hombre sobre el ciclo hidrológico. El primero, se referirá a los cambios que las obras hidráulicas de superficie (presas y canales especialmente) producen en los embalses subterráneos; el segundo, se referirá a la acción que los bombeos o la recarga artificial pueden producir en el régimen natural de los manantiales o ríos.

No se pretende tratar en este capítulo, siquiera sea brevemente, del problema general de los efectos en la calidad y cantidad del agua de los ríos, debido a los cambios en la agricultura o en la urbanización de su cuenca. Esta cuestión, cuyo interés crece vertiginosamente en todo el mundo (cfr. Kazmann, 1964 y Moore y Morgan, 1969), cae fuera del carácter de este libro[9].

La evaluación cuantitativa de las mutuas relaciones entre las variables del ciclo hidrológico requiere un conjunto de datos básicos espaciales y temporales, de los que, todavía pocas veces se dispone, lo cual exige especial prudencia y buen criterio por parte del hidrólogo. Por ejemplo, si se trata de definir las causas de la disminución de un manantial, es preciso disponer de suficientes datos pues, en caso contrario, quizás podría atribuirse la disminución de caudal a la interferencia de un bombeo próximo, y estar simplemente originada por un período con precipitaciones inferiores a la media.

3.2 INFLUENCIA DE LAS OBRAS HIDRÁULICAS EN EL RÉGIMEN DE LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS

La construcción de presas de embalse tiene una importancia creciente en todo el mundo y en algunos países ha producido cambios muy considerables, no sólo en el régimen de los ríos, sino, incluso, en su geografía. España, con su medio millar de grandes presas construidas (Torán, 1967) es uno de los ejemplos más típicos. Los problemas ecológicos, geomorfológicos, etc., a que han dado lugar estos lagos creados por el hombre, están siendo objeto de intensa investigación en los últimos años. Sin embargo, su influencia sobre el régimen de las aguas subterráneas ha sido aún poco estudiada

[9] Un buen resumen de la situación puede verse en el informe titulado «Man's Influence on the Hydrological Cycle» publicado en 1973 por la FAO (Irrigation and Drainage Paper N.º 17).

(Compte y Custodio, 1969). Los tratados clásicos de Geología aplicada a la ingeniería, prácticamente suelen tratar el tema sólo desde el punto de vista del estudio de la impermeabilidad del vaso o de la cerrada.

3.2.1 Modificaciones debidas a cambios en el régimen de los caudales del río

Todo embalse supone una variación en el régimen natural de los caudales de un río, que como norma general, supone laminación de las crecidas. Esta disminución en los niveles del agua del río conduce a que la recarga producida en los acuíferos conectados hidráulicamente al río (cfr. apartado 2.3 de esta sección), pueda verse sensiblemente afectada. Este efecto puede ser especialmente importante en aquellos acuíferos de países áridos cuya recarga se debe fundamental o exclusivamente a la infiltración o percolación de las aguas del río en los períodos de crecida (cfr. Meyboom, 1961). En cambio, en las regiones húmedas, con ríos efluentes, es probable que el efecto del almacenamiento en las riberas tenga menos importancia en la recarga del acuífero.

Por otra parte, parece un hecho bastante general que, durante las crecidas, se produce una erosión de los materiales finos que se depositan en el cauce del río en los períodos de aguas bajas, y forman una especie de pantalla impermeable entre el río y el acuífero (cfr. Walton, 1965).

Esto puede conducir a que en algunos casos, pudiera resultar contraindicada la creación de embalses de superficie de vaso impermeable en las regiones áridas, donde a la reducción de la recarga subterránea se unen los efectos desfavorables de la fuerte evaporación del agua del embalse y de su vida, probablemente corta, debido a su relleno por los materiales sólidos arrastrados por el río.

Cuando los ríos son «influentes o infiltrantes»; es decir, cuando la zona saturada queda por debajo de su cauce, la derivación de las aguas reguladas o sin regular del río, suele dar también lugar a una disminución de la recarga natural de los embalses subterráneos.

Las derivaciones de agua de los ríos para usos consuntivos son cada vez más importantes y pueden producir reducciones apreciables en los caudales de agua, aguas abajo del punto de derivación. Así, por ejemplo, en España puede estimarse (Llamas, 1967) que en 1966 los usos consuntivos debidos a derivaciones para regadíos o abastecimientos, eran del orden del 10 al 15 % de la aportación que los ríos llevarían al mar (o a Portugal), si no hubiese estas derivaciones. Goda (1968) estima una cifra del mismo orden para los ríos de Hungría.

A nivel mundial el volumen anual de agua derivada para regadíos es unos 2300 km^3 con los cuales se riegan unos 2 millones de km^2 y equivalen al 7 % del flujo medio anual de todos los ríos al mar. Las zonas de regadío sólo suponen el 15 % del total de superficie cultivada (14 millones de km^2) pero en ellas se producen la mitad de los alimentos que consume la humanidad (cfr. Kalinin y Szesztay, 1970).

Con motivo de la regulación y derivación de importantes caudales del río Durance (Francia) para producir energía eléctrica los agricultores de la zona de aguas abajo exigieron que la empresa hidroeléctrica realizase un sistema de recarga artificial que pudiera garantizar que no se produciría una disminución en los niveles piezométricos de los pozos del acuífero aluvial que se consideraba alimentado por el río (cfr. Muller-Feuga, 1961). La realidad parece indicar que la influencia de la derivación de la Durance en los niveles piezométricos ha sido muy pequeña.

Hardt (1968) estudió las relaciones entre inundaciones y recarga de aguas subterráneas en la cuenca del río Mojave en California. Las inundaciones en enero y febrero de 1969 causaron daños por valor de 500 a 1000 millones de pesetas pero también produjeron una recarga de los acuíferos sin ningún costo. La recarga del acuífero procedente de las aguas del río desde febrero de 1967 a marzo de 1969 fue de unos 350 Hm^3; de los que unos 260 Hm^3 se recargaron durante las crecidas de enero a marzo de 1969. El uso consuntivo de aguas subterráneas durante los dos años del estudio fue de unos 240 Hm^3, es decir equivalente a la recarga durante las crecidas. El valor del agua recargada en los dos años por el río fue de unos 1200 millones de pesetas. La solución sugerida consiste en regular las crecidas y utilizar el agua de los embalses para la recarga artificial ya que las crecidas son muy irregulares y no se puede confiar la recuperación del descenso de los niveles piezométricos al proceso natural.

3.2.2 Modificaciones debidas a cambios en el nivel de ríos y lagos

Las modificaciones en el régimen de las aguas subterráneas, debidas a la creación de embalses, suelen estar más frecuentemente asociadas a los cambios originados por la elevación del nivel del río que a las modificaciones mencionadas en los caudales del río.

Los estudios geológicos y geotécnicos para la construcción de presas y embalses son y han sido muy numerosos en todo el mundo, sin embargo, la bibliografía existente sobre este tema concreto es poco numerosa.

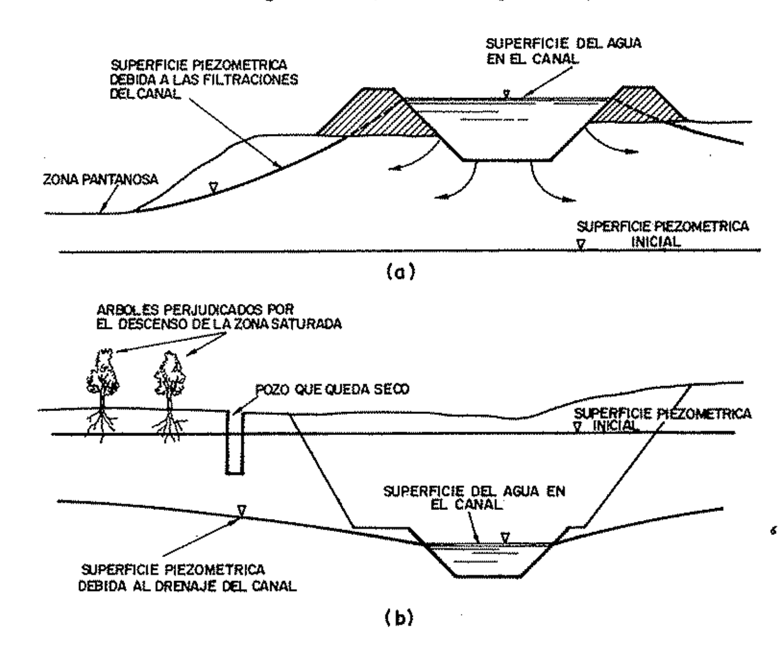


FIGURA 11.39
Efecto de la construcción de un Canal sobre las aguas subterráneas. a) La superficie de agua en el canal queda por encima de la zona saturada; b) la superficie del agua en el canal queda por debajo de la zona saturada.

Gignoux y Barbier (1955, pág. 217) hacen notar que la creación de embalses puede dar lugar a una elevación de la superficie freática en el área próxima, tanto aguas arriba como aguas abajo de la presa. Este ascenso de la superficie freática puede tener importantes consecuencias agrícolas, haciendo el terreno demasiado húmedo para algunos cultivos o incluso anegándolo, o viceversa, mejorando las condiciones de áreas que inicialmente eran demasiado secas. Esto es, con frecuencia, origen de litigios. Con el fin de determinar la responsabilidad de la entidad que construye la presa, es a menudo ventajoso realizar una serie de medidas piezométricas antes de iniciar la construcción. En el caso de embalses con variaciones de nivel importantes, también debe ser investigada la influencia de estas rápidas oscilaciones sobre la estabilidad de las laderas.

La construcción de canales también puede tener efectos análogos a los embalses, cuando están sobre terrenos permeables, especialmente si no están revestidos y su superficie de agua queda más elevada que la zona saturada del terreno (fig. 11.39 a). Por el contrario, cuando su superficie de agua queda más baja que la superficie piezométrica o zona saturada, actúan a modo de drenes y hacen descender la zona saturada de modo que en algunos casos dejan en seco algunos pozos, o perjudican a determinados cultivos (fig. 11.39 b). Un ejemplo de ambos tipos de problemas se ha planteado por la gran obra de canalización del Ródano, conocida como Donzère-Mondragón (cfr. Archambault y Margat, 1967). En algunos tramos de la canalización ha sido preciso producir una recarga artificial del acuífero para compensar los descensos de nivel producidos por la excavación y en otras zonas, por el contrario, ha sido necesario realizar obras de drenaje para hacer descender la zona saturada. Un documentado estudio sobre la teoría de la filtración de los canales puede verse en Bower (1969) y en el capítulo 3 de la sección 19.

El estudio de la influencia de las variaciones del nivel en el embalse en los acuíferos conectados hidráulicamente con él, ha sido tratado, entre otros, por Abutaliev (1962) y Cady (1940), como un caso particular del fenómeno del almacenamiento en las riberas. El estudio del régimen permanente establecido en las inmediaciones de un embalse ha sido estudiado, para un caso teórico sencillo, por Reed y Bedinger (1962), mediante un modelo analógico de papel conductor (figura 11.40). Van Everdigen (1967 y 1968) ha aplicado esa

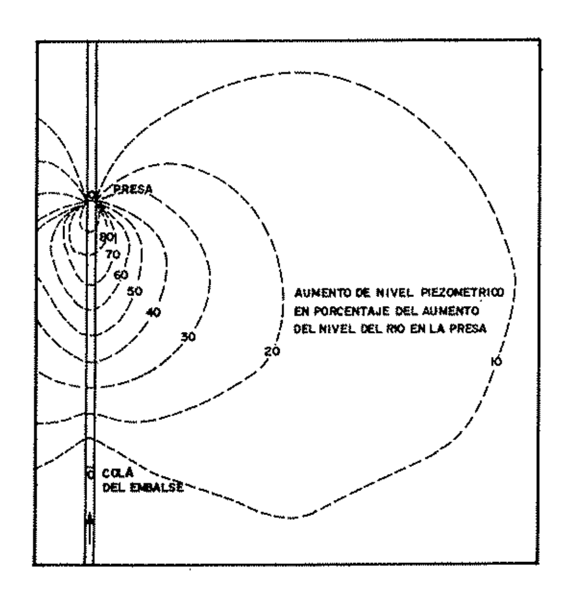


FIGURA 11.40
Influencia de la subida de nivel a lo largo de un río, motivada por una presa, sobre los niveles de un acuífero homogéneo e infinito, en conexión hidráulica con el río. (Según Reed y Bedinger, 1962.)

misma técnica y otras distintas al estudio de la influencia del gigantesco embalse de Saskatchewan (10 000 Hm^3 de capacidad) sobre los diversos acuíferos conectados con él (fig. 11.41).

Casi todos los estudios de las relaciones entre las aguas superficiales y las subterráneas, realizados con motivo de la construcción de embalses, están relacionados con el estudio de la impermeabilidad del vaso y de la cerrada —y su planteamiento se trata en el capítulo 3 de la sección 22— o con las posibles cuestiones legales a que ya se ha hecho referencia. Son muy pocos todavía, sin embargo, los estudios que hacen referencia a la construcción de presas cuya finalidad primordial sea la recarga directa de acuíferos. También son escasos los trabajos que se refieren a embalses con fuertes filtraciones; probablemente, esta escasez de información se debe a que estas situaciones suelen ser consideradas como un fallo o fracaso del que los ingenieros o geólogos responsables prefieren no hablar. El estudio sistemático de los múltiples embalses que en todo el mundo —de modo especial en las regiones kársticas— tienen problemas de filtraciones, sería probablemente de gran interés, pues permitiría, en muchas ocasiones, aprovechar el agua de esas filtraciones aguas abajo de la presa, y al mismo tiempo, reducir o eliminar los gastos en intentos de reducir las filtraciones mediante costosas pantallas de inyección, cuya eficacia, frecuentemente es dudosa (cfr. Llamas y Doménech, 1967)[10].

Un proyecto importante de recarga directa de acuíferos mediante presas, es el del embalse subterráneo de Edwards en Texas (cfr. Green 1965), formado por calizas kársticas y en el que, mediante la construcción de presas se crean pequeños embalses en los que se recargaban en 1965 unos 20 Hm^3/año, existiendo un proyecto para pasar a 265 Hm^3/año. De Wiest (1967) ha propuesto aumentar los recursos hidráulicos de un acuífero cuaternario de New Jersey, elevando el nivel del río mediante la construcción de una pequeña presa de tierra y estima que, con este sistema, se podrían aprovechar 28 Hm^3/año, de los 60 Hm^3/año que el río pierde en el mar, sin ser aprovechados. En Custodio y Compte (1969) pueden verse mencionados otros casos de recarga de acuíferos mediante presas que originan embalses permeables.

Por último, cabe decir que la influencia de la variación de niveles en los embalses de superficie puede alcanzar distancias grandes. Cuando en la zona existen acuíferos confinados, aunque no estén en contacto hidráulico directo con las aguas del embalse, se transmiten las variaciones en la sobrecarga de agua (ver el apartado 7.2 de la sección 8). Trainer y Salvas (1962) dan noticia de cambios en los niveles de pozos y en el régimen de fuentes a varios kilómetros de distancia del lago de San Lorenzo, debidos a las oscilaciones del nivel de dicho lago.

[10] Para más detalle ver capítulo 3 de la sección 22.

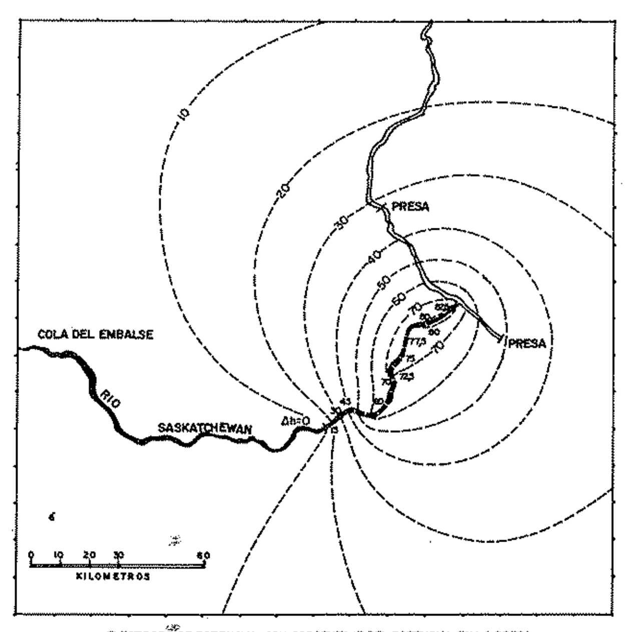


FIGURA 11.41
Distribución teórica de la influencia del embalse del río South Saskatchewan sobre los niveles piezométricos del acuífero confinado de la arenisca Ardkenneth; basado en los resultados de un modelo analógico eléctrico. (Según Van Everdingen, 1968.)

3.3 INFLUENCIA DE LOS BOMBEOS O RECARGAS EN EL RÉGIMEN DE RÍOS Y MANANTIALES

3.3.1 Consideraciones generales

El problema de la influencia de los bombeos o de la recarga artificial (o natural) en la variación de los niveles de un embalse subterráneo y, consiguientemente, en los caudales de los manantiales, puede ser planteado

como un caso particular de la resolución de la ecuación de la continuidad de los fluidos, aplicada a los medios porosos (cfr. el capítulo 3 de la sección 8), que tiene la forma:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x h \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y h \frac{\partial h}{\partial y}\right) + + W(x, y, t) = S \frac{\partial h}{\partial t} \qquad (11.46)$$

En la que k_x y k_y representan las permeabilidades en cada punto en las direcciones x e y. Los demás símbolos ya fueron definidos previamente. Cuando el acuífero es homogéneo, isótropo y cautivo la ecuación (11.64) se transforma en

$$T\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right] + W = S\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (11.33)$$

ya estudiada en el apartado 1.5 de esta sección.

La ecuación (11.33) solamente puede ser resuelta matemáticamente en unos pocos casos de condiciones iniciales y de contorno sencillas. La forma cada vez más usual de resolver estos problemas es mediante el uso de computadores digitales que exigen poner la ecuación en diferencias finitas, tanto para el espacio como para el tiempo, o mediante el uso de modelos analógicos eléctricos R-C que exigen una discretización del espacio mientras que el tiempo permanece continuo. Los modelos matemáticos y analógicos son tratados en la sección 16. En este capítulo únicamente se expondrán algunos casos o problemas sencillos que tienen fundamentalmente un interés pedagógico o conceptual, pero también un inmediato interés práctico por sus repercusiones administrativas, económicas y legales.

En efecto, el artículo 23 de la vigente Ley de Aguas española, promulgada en 1879 dice así: «El dueño de cualquier terreno puede alumbrar aguas y apropiarse plenamente por medio de pozos artesianos y por socavones o galerías, de las aguas que existen debajo de la superficie de su finca, con tal de que no distraiga o aparte aguas públicas o privadas de su corriente natural». Sin embargo, la jurisprudencia española, de modo casi unánime, no reconoce que el bombeo de un pozo «distraiga o aparte aguas de su corriente natural» si está a más de 100 m de un cauce o de otro pozo.

Con relativa frecuencia, desde una posición radicalmente opuesta, se ha invocado a la unidad funcional del agua o del ciclo hidrológico para asegurar que toda extracción o captación de aguas subterráneas es una merma casi inmediata del caudal del río al que estas aguas van a parar, y por consiguiente, muchas veces se hacía con perjuicios de terceros, salvo en las zonas costeras o «cuencas abiertas», donde esas aguas van directamente al mar. Son todavía escasos los estudios cuantitativos o semicuantitativos sobre casos reales en los que se tenga en cuenta el retraso que suele existir entre la extracción de aguas de un pozo y la correspondiente afección a los caudales de un río. Esta consideración puede aconsejar técnicamente la explotación de los acuíferos conectados a los ríos, para obtener de este modo un mejor aprovechamiento de sus caudales. Los conceptos básicos que se exponen a continuación pueden facilitar el análisis de los importantes y cada vez más frecuentes problemas de esta naturaleza, que presenta la utilización integral de las cuencas hidrográficas.

3.3.2* Variación del caudal del río debida a la recarga o descarga inducida mediante pozos en los sistemas acuífero-río

Muchos de los acuíferos más explotados del mundo están formados por depósitos aluviales cuaternarios, conectados hidráulicamente a ríos. En los apartados 1.4, 1.5 y 2.3 de la presente sección se han estudiado las leyes teóricas de descarga de acuíferos de este tipo, homogéneos e isótropos, y con condiciones de contorno relativamente sencillas. En la sección 9 —principalmente en su capítulo 7—, se expone la teoría de la influencia de los ríos en el comportamiento de las captaciones próximas. En el presente apartado se describen algunos casos reales y se ponen dos ejemplos hipotéticos. El objetivo perseguido no es repetir de nuevo la teoría, sino insistir en los conceptos básicos y hacer ver el valor actual y futuro de los sistemas acuífero-río como una pieza importante de la Ingeniería de Recursos Hidráulicos.

Quizás, uno de los lugares donde más se ha investigado la cuestión sea en el acuífero aluvial del Arkansas River, del Estado de Colorado (EEUU) (cfr. Moulder y Jenkins, 1963 y 1969; Bittinger 1964). Los estudios no pueden considerarse terminados, pero puede adelantarse que la conclusión es que el mejor aprovechamiento de los recursos hidráulicos totales sólo se puede conseguir mediante un uso integrado de las aguas superficiales y las subterráneas[11]; los efectos desfavorables que tienen

[11] Véase como información más amplia y reciente: Taylor O. J. y Luckey R. R.: *Water Management Studies of a Stream-Aquifer System, Arkansas River Valley, Colorado*, Groundwater vol. 12, n.º 1, 1974, págs. 22-38.

los bombeos al disminuir el caudal del río, al que tienen un derecho prioritario los regantes de aguas abajo, pueden ser minimizados e incluso eliminados, si los volúmenes y tiempos de bombeo se programan adecuadamente en el tiempo y en el espacio. La optimización de estos sistemas de uso integrado de aguas superficiales y subterráneas exige, junto a estudios hidrológicos detallados, las consiguientes reformas legales o administrativas.

No debe pensarse, sin embargo, que estos problemas sean exclusivos de zonas áridas; por ejemplo Houdaille y Marsily (1969) informan del comienzo de estudios análogos en la cuenca del Loire, a causa de los problemas planteados por la disminución de los caudales de estiaje de dicho río, motivada, al parecer, por el aumento de los bombeos en la zona de aguas arriba.

En la figura 11.42 se representa un esquema idealizado del flujo del agua en un sistema acuífero-río suponiendo que se trata de un régimen permanente, es decir, que no varía el almacenamiento subterráneo y que los volúmenes de agua bombeados del acuífero son muy pequeños. Las cifras del balance corresponden al estudio de Moulder y Jenkins (1963) de un tramo del río Arkansas, de unos 40 km de longitud y unos 5 km de anchura media. Antes de iniciarse los regadíos, el río Arkansas era «influente», pero ha pasado a ser «efluente» debido a las filtraciones del canal y a los excedentes de riego.

Las pérdidas de agua debidas a la evapotranspiración de las freatofitas (plantas con poco valor económico cuyas raíces alcanzan la zona saturada), son muy importantes, pues equivalen al 60 % del agua aplicada a los cultivos procedente de los canales. La superficie regada es de unas 7500 Ha; el consumo anual de agua se estima que ha pasado desde 1940 a 1960, de 40 Hm^3 a 65 Hm^3. El aumento del consumo ha sido posible en gran parte, gracias a que el caudal aportado por los canales se ha incrementado con los bombeos del acuífero aluvial. En 1960 la capacidad de bombeo era de unos 25 Hm^3/año. Estiman los autores que la recarga media anual del acuífero es del mismo orden de magnitud y que, por consiguiente, un caudal medio de bombeo análogo prácticamente no alteraría el almacenamiento subterráneo de agua, sino que simplemente reduciría o anularía la descarga del acuífero al río. En los años secos el volumen de bombeo podría casi duplicarse, contando con que en los períodos húmedos se disminuiría el bombeo y recobraría su nivel medio el embalse subterráneo.

El esquema anterior presupone que los usuarios de aguas abajo no pueden oponerse a que disminuya el caudal del río a consecuencia de los bombeos; considera

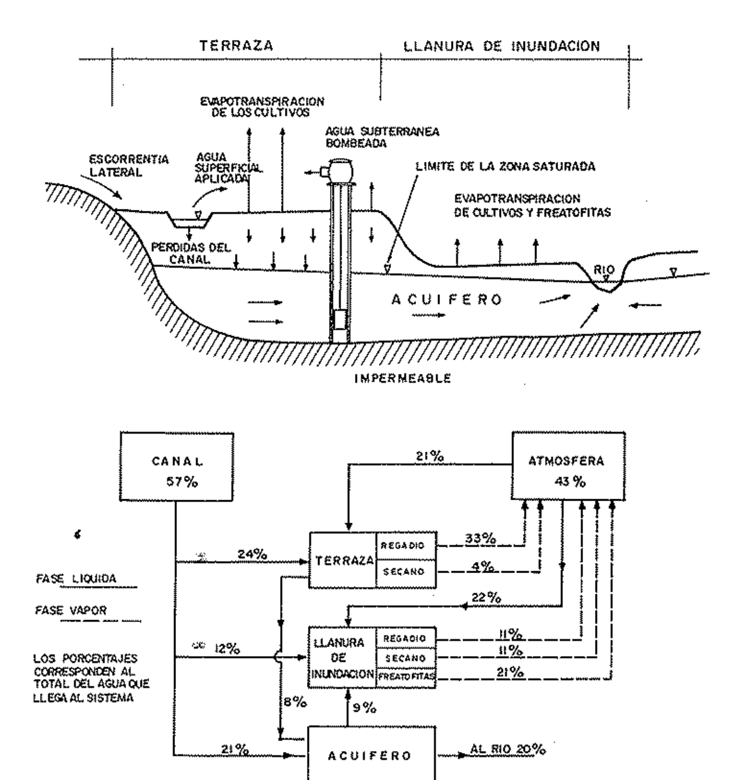
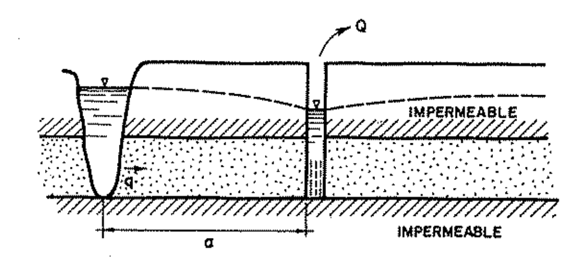


FIGURA 11.42

Esquema del flujo en régimen permanente en un sistema acuífero-río. (Modificado de Moulder y Jenkins, 1963.)

—como primera aproximación— que la reducción de caudal del río sólo afecta a los caudales procedentes de la infiltración de la lluvia y de los excedentes de riego en la propia zona.

Bittinger (1964) estudió cuantitativamente la influencia que la recarga por los riegos y los bombeos tienen en el caudal del río, en un hipotético sistema acuífero-río en el que hay tres presas de derivación y en el que los regantes de aguas abajo tienen prioridad sobre los regantes de aguas arriba. Demuestra el autor que, efectivamente, el bombeo de los regantes de aguas arriba disminuye sensiblemente los caudales, que podrían derivar del río los usuarios de aguas abajo. Expone también el modo como pueden compensarse esas disminuciones de caudal del río mediante bombeos suplementarios, y obtener el máximo aprovechamiento de los recursos hidráulicos totales. Longenbaugh (1967) con base en los datos del Río Arkansas obtenidos por Moulder y Jenkins



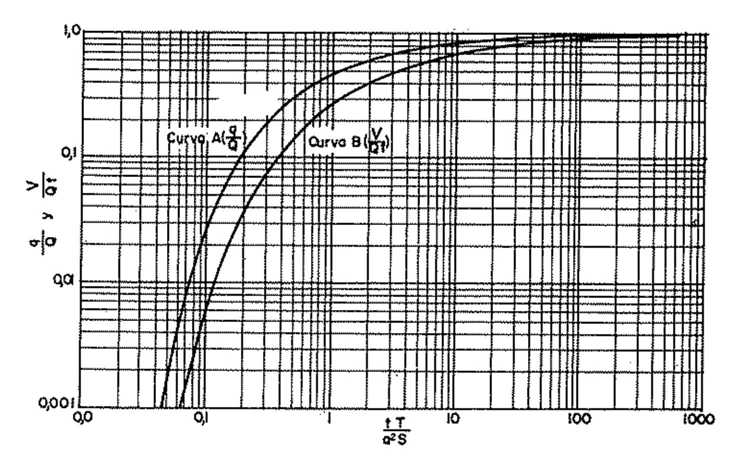


FIGURA 11.43

Curvas para determinar la disminución de caudal de un río, debido a la influencia de un bombeo próximo. (Según Jenkins, 1968.)

(1963) programa un modelo matemático para estudiar las relaciones acuífero-río durante un año hidrológico, y llega a la conclusión de que el procedimiento es adecuado para llegar a decisiones administrativas que permitan el mejor aprovechamiento de los recursos hidráulicos.

En el capítulo 7 de la sección 9 se dan las fórmulas que permiten calcular la disminución de caudal que provoca el bombeo de un pozo en un acuífero cautivo semiinfinito, homogéneo e isótropo, hidráulicamente conectado a un río rectilíneo y totalmente penetrante. Se exponen también los efectos de la penetración parcial del río, la imperfección en la conexión hidráulica, la existencia de una barrera impermeable paralela al río, o la forma no rectilínea del cauce del río, y se demuestra que son equivalentes a que la distancia entre el pozo y el río sea mayor o menor que la real. La aplicación de esas fórmulas permite resolver de modo rápido algunos casos prácticos sencillos y es la base para la resolución de problemas más complejos con ayuda de modelos analógicos y computadores digitales.

Por ello, primero se va a exponer el planteamiento y solución de dos problemas sencillos para luego pasar a casos más complejos.

Ejemplo 1

Un pozo para abastecimiento va a ser realizado en un acuífero aluvial próximo a un río. Las concesiones de aguas abajo exigen que la disminución de la aportación del río durante la estación seca, que dura normalmente 200 días, no sea superior a 5000 m³. El pozo va a ser bombeado a un caudal de 60 l/s durante doce horas cada día. Los parámetros hidrológicos del acuífero: $T = 300$ m²/día; $S = 0{,}20$. Calcular la distancia mínima que debe haber entre el pozo y el río.

Se supone que el río es perfectamente penetrante y que los descensos producidos son pequeños en relación con el espesor saturado de agua, por lo cual, son aplicables las fórmulas deducidas para el caso de acuífero cautivo (cfr. cap. 7 de la sección 9), cuyos valores se consignan en las figuras 11.43 y en la tabla 11.1, en las que:

Q = caudal constante de bombeo en el pozo ($L^3 T^{-1}$)
q = disminución de caudal en el río ($L^3 T^{-1}$)
t = tiempo desde que comenzó el bombeo (T)
V = volumen del agua bombeada que procede del río, durante el tiempo t (L^3)
a = distancia del pozo al río (L)
sdf = factor de disminución del río (término definido por Jenkins, 1968 a)

$$\text{sdf} = \frac{a^2 S}{T} \quad \text{de dimensiones (T)}$$

El valor del parámetro sdf coincide con el tiempo necesario para que el 28 % del volumen total de agua bombeada por el pozo proceda del río.

En el caso propuesto, $Q = 0{,}03$ m³/s $= 2600$ m³/día, pues los efectos de un bombeo alternativo son equivalentes a un bombeo continuo con un caudal total igual.

$V = 5000$ m³; $Q \cdot t = 2600 \cdot 200 = 520\,000$ m³; por tanto:

$$\frac{V}{Q \cdot t} = 0{,}01$$

de la curva B de la figura 11.40 se deduce $tT/a^2S = 0{,}12$

$$a^2 = \frac{200 \cdot 300}{0{,}2 \cdot 0{,}12} = 2{,}5 \cdot 10^6$$

$a = 1581$ m

TABLA 11.1 *Valores de* q/Q, V/(Q t) *y* v V/(Q a² S) *correspondientes a valores de* t T/a² S *o* t/sdf *(según Jenkins, 1968 a).*

tT/a²S	q/Q	v/(Qt)	vT/(Qa²S)	tT/a²S	q/Q	v/(Qt)	vT/(Qa²S)
0	0	0	0	1,6	0,576	0,375	0,600
0,07	0,008	0,001	0,0001	1,7	0,588	0,387	0,658
0,10	0,025	0,006	0,0006	1,8	0,598	0,398	0,716
0,15	0,068	0,019	0,003	1,9	0,608	0,409	0,777
0,20	0,114	0,037	0,007	2,0	0,617	0,419	0,838
0,25	0,157	0,057	0,014	2,2	0,634	0,438	0,964
0,30	0,197	0,077	0,023	2,4	0,648	0,455	1,09
0,35	0,232	0,097	0,034	2,6	0,661	0,470	1,22
0,40	0,264	0,115	0,046	2,8	0,673	0,484	1,36
0,45	0,292	0,134	0,060	3,0	0,683	0,497	1,49
0,50	0,317	0,151	0,076	3,5	0,705	0,525	1,84
0,55	0,340	0,167	0,092	4,0	0,724	0,549	2,20
0,60	0,361	0,182	0,109	4,5	0,739	0,569	2,56
0,65	0,380	0,197	0,128	5,0	0,752	0,587	2,94
0,70	0,398	0,211	0,148	5,5	0,763	0,603	3,32
0,75	0,414	0,224	0,168	6,0	0,773	0,616	3,70
0,80	0,429	0,236	0,189	7	0,789	0,640	4,48
0,85	0,443	0,248	0,211	8	0,803	0,659	5,27
0,90	0,456	0,259	0,233	9	0,814	0,676	6,08
0,95	0,468	0,270	0,256	10	0,823	0,690	6,90
1,0	0,480	0,280	0,280	15	0,855	0,740	11,1
1,1	0,500	0,299	0,329	20	0,874	0,772	15,4
1,2	0,519	0,316	0,379	30	0,897	0,810	24,3
1,3	0,535	0,333	0,433	50	0,920	0,850	42,5
1,4	0,550	0,348	0,487	100	0,944	0,892	89,2
1,5	0,564	0,362	0,543	600	0,977	0,955	573

Una vez que el bombeo ha parado, si no se produce una recarga por la lluvia o los excedentes de riego, el acuífero tendrá que recuperar toda el agua bombeada procedente de su propio almacenamiento a costa del río. Por tanto, después de parado el bombeo, q continúa teniendo un cierto valor y V continúa aumentando, tendiendo asintóticamente al valor $Q \cdot t_p$, siendo t_p el tiempo que duró el bombeo. Los valores de q y v pueden ser calculados para cualquier tiempo t_i después de la parada, suponiendo que el bombeo continúa y que en el momento de la parada entra en funcionamiento un pozo de recarga con el mismo caudal Q.

En la figura 11.44 se representan los valores de V en relación con el tiempo para cinco valores de t_p. La obtención de los valores de V para otros valores de t_p es sencilla en función de los datos de la tabla 11.1.

Ejemplo 2

Cada año, durante el período de riegos que dura 140 días, se bombea un pozo situado a 1000 m del río, con un caudal constante de 4000 m³/día. T = 500 m²/día y S = 0,1. Calcular:

1) ¿Qué efecto tendrá el pozo sobre el río durante el tiempo de bombeo?
2) ¿Cuál será el efecto 226 días después de que el bombeo fue parado?
3) ¿Cuál hubiera sido el efecto si el bombeo hubiera durado durante los 365 días?

En este caso,

$$\frac{a^2 S}{T} = \text{sdf} = \frac{10^6}{5 \cdot 10^3} = 200 \text{ días}$$

1) El caudal q y el volumen V seguirán las curvas de la figura 11.43 y de la tabla 11.1; en el momento de parada sus valores son los que corresponden a:

$$\frac{t_p}{\text{sdf}} = \frac{140}{200} = 0,7$$

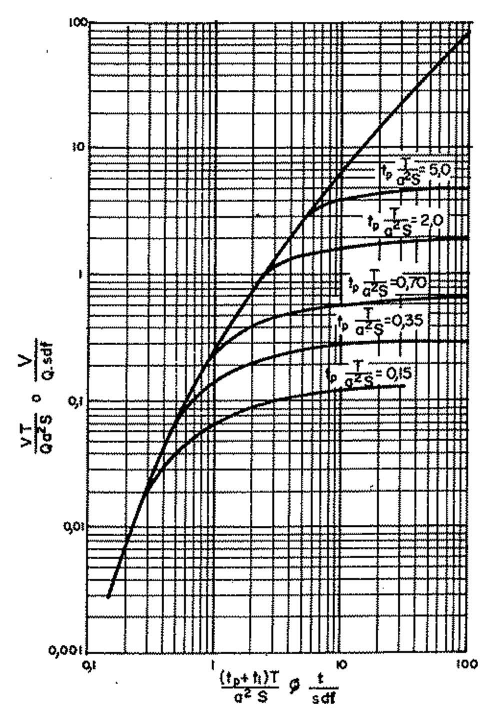


FIGURA 11.44

Curvas para determinar la disminución de la aportación de un río, debida a la influencia de un bombeo próximo, una vez parado el bombeo. (Según Jenkins, 1968.)

q/Q = 0,398 q = 0,398 · 4000 = 1592 m³/día

V/Q t = 0,211 V = 0,211 · 140 · 4000 = 118 160 m³

es decir, que del volumen total de agua bombeada durante el período de riegos, sólo el 21 % procede del río y el resto, de la disminución del almacenamiento del propio acuífero.

2) Los valores de q y V se pueden obtener suponiendo que el día 141 comienza a actuar un poco de recarga que inyecta un caudal de 4000 m³/día. Para el día final del año los valores obtenidos con base en la tabla 11.1, son los siguientes:

a) Efecto del pozo de bombeo t = 365

t/sdf	q/Q	V/Q sdf
1,83	0,601	0,746

b) Efecto del pozo de recarga t = 226

t/sdf	q/Q	V/Q sdf
1,13	0,506	0,346

restando ambos efectos resulta,

q/Q = 0,095 ; V/Q sdf = 0,400

que coincide con el valor correspondiente de la figura 11.44; de donde,

q = 380 m³/día ; V = 800 000 · 0,400 = 320 000 m³

es decir, al cabo de un año —al comienzo del nuevo período de bombeo—, del volumen de agua bombeada en el período anterior (560 000 m³), solamente un 57 % procede de la recarga inducida del río. Si no hubiera recarga durante los inviernos, el almacenamiento de agua en el acuífero disminuiría cada año en un 43 % del volumen bombeado. Ahora bien, si como suele suceder, excepto en los climas áridos, el acuífero se recarga por lluvias o excedentes de riego, resultará que se ha obtenido un volumen de agua útil de algo más de medio millón de metros cúbicos, a cambio de provocar —durante el período de riegos— una disminución del caudal aportado por el río, de unos 100 000 m³.

3) Si el bombeo dura todo el año, las cifras correspondientes se obtienen aplicando la primera serie de valores obtenida en el caso 2.°.

t/sdf = 0,183

q = 0,601 · 4000 = 2400 m³/día

V = 0,746 · 800 000 m³, que supone el 40 % del volumen total bombeado por el pozo.

El ejemplo anterior pone de manifiesto que en aquellos casos en los que el acuífero tiene un período con recarga y otro seco y el factor de disminución del río sdf tiene una duración análoga o superior a la del período seco, puede estar muy indicada la explotación de los acuíferos conectados a los ríos, ya que el volumen de agua que se obtiene en los períodos secos es varias veces superior a la disminución del caudal que experimentan los usuarios de aguas abajo, y si es necesario, se les podría compensar devolviendo al río la parte correspondiente del agua bombeada o enviándola a los usuarios mediante acueductos.

En muchos de los acuíferos libres aluviales que tengan una extensión y espesor no demasiado reducidos, puede conseguirse que sdf sea superior a 100 días con tal de alejar el pozo suficientemente del río. En efecto, si se suponen dos casos extremos (T = 10 000 m²/día y S = 0,04; T = 200 m²/día y S = 0,2) resulta a = 5000 y 316 m respectivamente para que sdf = 100 días.

Jenkins (1968 b) estudió en un modelo analógico eléctrico R-C las relaciones de acuífero-río para aquellos

casos más complejos en los que varían los parámetros S, T, el río no es rectilíneo y el acuífero tiene unos límites que tampoco son rectilíneos ni paralelos al río. Pudo comprobar que, como norma general, las curvas que relacionan V y t eran muy similares a las de las figuras 11.43 y 11.44, en las que se sustituía el valor $a^2 S/T$ por el factor de disminución del río (sdf), que se define como el tiempo necesario para que el volumen de disminución de la aportación del río sea el 28 % del volumen bombeado por el pozo a caudal constante.

Este hecho ha permitido a Moulder y Jenkins (1969) idear un doble sistema de modelos analógicos R-C y matemáticos digitales para preparar el estudio de la explotación óptima del sistema acuífero-río del río Arkansas, en un tramo de varios centenares de kilómetros, que a su vez se subdivide en varios segmentos o subsistemas.

Aceptando el principio de que las desviaciones de la relación teórica de la figura 11.43 son tolerables, se puede preparar un modelo simplificado del sistema acuífero-río que facilita mucho su manejo para los programas de computador digital. La figura 11.45 muestra un mapa de un hipotético sistema acuífero-río similar a un tramo del valle del río Arkansas, en el que se indica la cuadrícula del modelo R-C. Produciendo descargas o recargas eléctricas en 266 puntos se determinó la relación entre V y t y de ella el factor sdf de cada punto. En la figura 11.46, se representan las líneas de igual sdf obtenidas por este procedimiento. Por ejemplo, un bombeo o recarga a caudal constante producido en un punto cualquiera de la línea de 120 días, quiere decir que la disminución o aumento de la aportación del río durante esos 120 días sería igual al 28 % del volumen bombeado o recargado y en los tiempos anteriores o posteriores seguirían los valores que se indican en la figura 11.43 y en la tabla 11.1. La zona se puede dividir en bandas

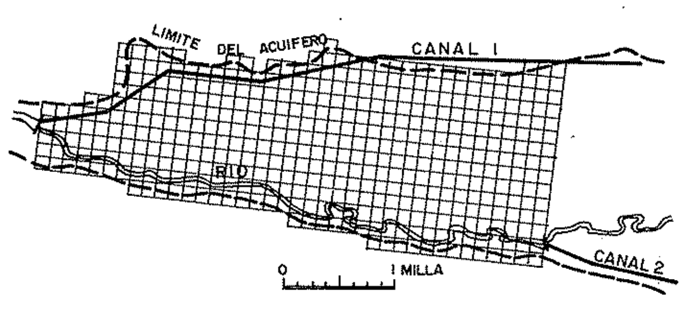


FIGURA 11.45
Red de nudos de un sistema acuífero-río hipotético. (Según Moulder y Jenkins, 1969.)

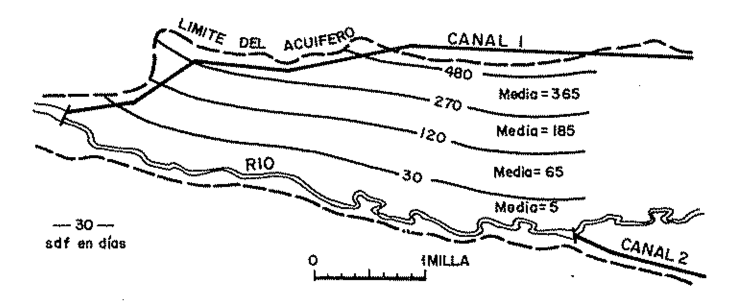


FIGURA 11.46
Líneas de igual factor de disminución del río, correspondientes al sistema acuífero-río de la figura 11.45. (Según Moulder y Jenkins, 1969.)

del mismo sdf y el efecto del bombeo o recarga producidos en cada banda es equivalente al que produciría un único pozo con el mismo caudal. Esto permite sustituir el modelo de los 400 nodos de la figura 11.45 por el modelo de 4 bandas de la figura 11.46. En el modelo operativo del conjunto del río Arkansas cada uno de los 26 tramos o subsistemas considerados, generalmente, corresponde a la zona de acuífero comprendida entre dos presas de derivación y en él se consideran 20 bandas de igual sdf.

La finalidad última del modelo es conocer el volumen de agua disponible en cada presa de derivación y los cambios en el volumen de agua almacenado en cada acuífero, de acuerdo con las distintas hipótesis de bombeo y recarga (lluvia, excedentes de riego, etc.). Los datos obtenidos se comparan con los datos históricos de oscilaciones de nivel y aforos y se corrige el modelo hasta conseguir su ajuste. El modelo está entonces preparado para predecir los resultados en las distintas hipótesis de bombeo. En la figura 11.47 se exponen los resultados correspondientes a un caso sencillo. Los datos de entrada son los bombeos y las recargas, los de salida el caudal disponible en la presa de derivación del canal 2 y los cambios en el volumen de agua subterránea. Se supone que el caudal del río inmediatamente después de la presa de derivación del canal 1 es constante e igual a 50 pies^3/seg equivalentes a 1,3 m^3/seg. En el caso 1 el bombeo se supone uniformemente distribuido en las tres bandas en las que existen pozos. Los datos de salida del computador indican que el río queda prácticamente seco en la entrada del canal 2 en mayo y septiembre.

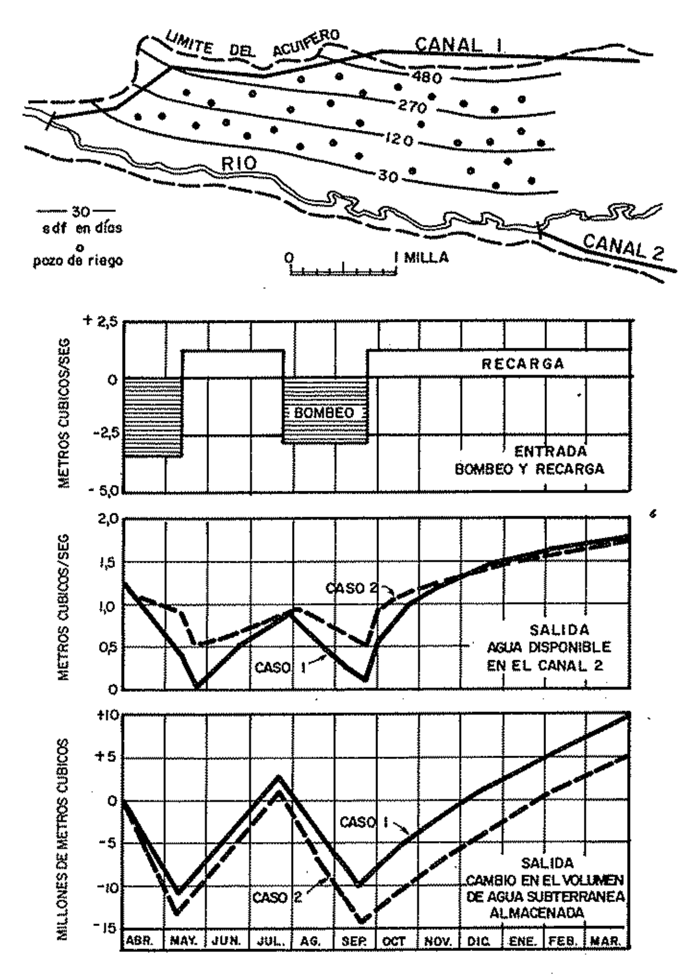


FIGURA 11.47

Gráfico con los resultados del análisis con computadora digital de un sistema hipotético acuífero-río. (Según Moulder y Jenkins, 1969.)

En el caso 2 se obtiene el mismo caudal pero bombeando sólo de la banda más alejada del río; puede observarse como la disminución del caudal del río producida por los bombeos, queda más amortiguada a costa de una mayor extracción de agua del embalse subterráneo.

La aplicación de estos métodos a casos reales puede requerir tener además en cuenta otros condicionamientos legales y físicos; entre los físicos uno importante es la relativa degradación de la calidad química de las aguas como consecuencias de su recirculación.

Livingston (1969) informa acerca de un plan para incrementar el caudal de estiaje del río Támesis, con agua subterránea bombeada de unos 250 pozos perforados en las calizas cretácicas de la cuenca del Támesis. El caudal bombeado sería del orden de 20 m³/seg y permitiría reducir notablemente la contaminación. Se considera también que el descenso de los niveles piezométricos aumentaría la infiltración en los períodos invernales e, incluso, reduciría las crecidas.

Otro ejemplo del estudio de la influencia de los bombeos en los manantiales, es el proyecto del río Cobre (Williams y Hunter, 1969) para el abastecimiento de Kingston (Jamaica). Los autores consideran la conveniencia de aprovechar para el abastecimiento las aguas del manantial Tulloch (caudal comprendido entre 22 000 y 40 000 m³/día), cuyas aguas afluyen al río Cobre (caudal entre 250 000 y 900 000 m³/día). La cuenca del río Cobre está formada fundamentalmente por calizas kársticas muy permeables. Las concesiones de agua existentes son unos 400 00 m³/día, por lo cual, en los años secos, la derivación de las aguas del manantial Tulloch suponía una lesión de los derechos adquiridos por los anteriores concesionarios. La solución propuesta consiste en realizar unos pozos en el embalse subterráneo calcáreo que permitan, en los años secos, compensar el caudal derivado del manantial, mediante bombeo.

Para demostrar la viabilidad técnica de la solución se ha realizado un estudio hidrogeológico que incluye un modelo R-C del acuífero, que, según los autores, permite comprobar que los bombeos necesarios no afectan prácticamente la descarga natural del embalse subterráneo. Esto no era difícil de prever, pues, dado el escaso volumen que suponen las cantidades bombeadas, éstas pueden proceder de las reservas y si el cono de influencia de los bombeos no alcanza a la zona de los manantiales es lógico que no se acusen modificaciones apreciables en su caudal.

Conviene hacer notar que la conexión hidráulica río-acuífero puede quedar muy reducida o incluso anulada, por la interposición de capas más o menos impermeables, entre ambos. Este hecho ha sido puesto de manifiesto en algunos bombeos próximos a ríos en los que el cono de depresión del pozo ha quedado ampliamente por debajo del cauce del río, que, sin embargo, continúa llevando agua. La disminución de su caudal, al pasar por encima del cono de depresión producido por el bombeo, puede suponer sólo un reducido porcentaje de los caudales bombeados (cfr. Moore y Jenkins, 1966; Rahn, 1968).

En ocasión de sequías fuertes, los ríos pueden quedar prácticamente secos aun cuando la cuenca tenga un importante sistema de embalses superficiales de regula-

ción. Esto puede suponer un fuerte perjuicio para los cultivos de regadío. Sin embargo frecuentemente en las vegas o valles bajos de muchos ríos existen importantes acuíferos aluviales que si no son explotados con pozos, suelen quedar llenos hasta el fondo del cauce del río; los volúmenes de agua útil almacenada en esos acuíferos frecuentemente suponen centenares o miles de millones de metros cúbicos. Difícilmente podría considerarse adecuada una política hidráulica que impidiera la utilización controlada de estas aguas subterráneas, si bien en muchos países, sería previamente preciso realizar reformas de tipo legal o administrativo.

3.3.3 Variaciones del caudal de un manantial debidas a los bombeos

En el apartado 1.5 se han expuesto las leyes que rigen la variación del caudal de un manantial cuando el acuífero que lo alimenta recibe una recarga o descarga uniforme y constante en el espacio y según leyes sencillas en el tiempo.

En la naturaleza, los acuíferos pocas veces tienen las condiciones supuestas de sencillez geométrica, constancia en los parámetros hidrológicos (S y T), y ritmo de recarga y descarga uniformes o sencillos en el espacio y en el tiempo. La solución de los problemas reales complejos suele aconsejar la realización de un modelo matemático o analógico, cuya verificación se hace contrastando su respuesta con los datos históricos conocidos. En el modelo, el manantial queda definido como un punto de potencial fijo en el que se produce flujo hacia el exterior, siempre que los potenciales próximos sean mayores que el potencial fijo del manantial. Las peculiaridades y teoría de los distintos tipos de modelos de embalses subterráneos, se tratan en la sección 16 y por consiguiente, no se va a exponer ahora su aplicación a este problema. Posiblemente, uno de los acuíferos o embalses subterráneos del mundo que ha sido más estudiado, es el formado por las calizas cretácicas de la zona costera de Israel, del que se ha realizado un modelo eléctrico R-C (cfr. Anom, 1966), que ha permitido predecir con adecuada precisión las variaciones de los caudales de los grandes manantiales que lo drenan, en función de las variables de decisión (bombeos y recarga artificial) y de las variables probabilísticas (recarga debida a las precipitaciones).

No obstante, la realización de modelos es un procedimiento que requiere unas inversiones en tiempo, dinero y especialistas, de las que muchas veces no se podrá disponer, o no estará justificado utilizar, al menos en las primeras etapas del estudio. En bastantes de esos

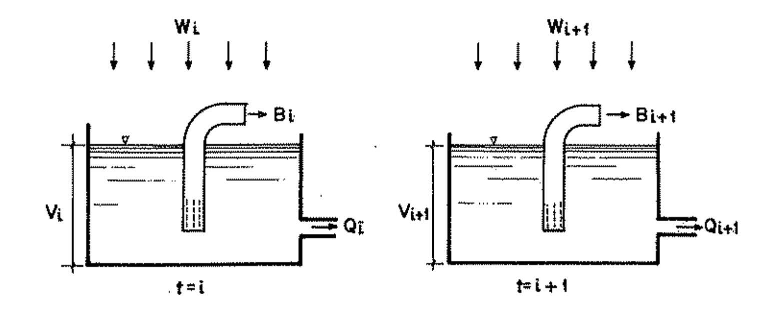


FIGURA 11.48
Variación del caudal de un manantial (Q) *en función de la recarga* (W), *del volumen bombeado* (B) *y del volumen almacenado* (V).

casos, estará indicado aplicar solamente métodos más sencillos que con frecuencia darán una exactitud sobradamente suficiente para tomar decisiones técnicamente razonables.

Cuando la recarga (W) y los bombeos (B) no siguen una ley sencilla y se desea conocer las variaciones del volumen de agua almacenado en el acuífero (V) y del caudal del manantial (Q) se puede seguir el procedimiento que a continuación se indica, que se basa en la aplicación de la ecuación (11.24) $Q = C V^n$ y de la ecuación de la continuidad de una manera discreta y sucesiva, a los intervalos de tiempo $t = i, i + 1, i + 2$, etcétera. Por lo general la unidad de tiempo es el mes.

En la figura 11.48 se representa esquemáticamente la situación del embalse subterráneo en dos unidades de tiempo sucesivas. Se supone que la recarga (W_i) y el bombeo (B_i) de la unidad de tiempo i, se producen, al final de la unidad; en cambio, V_i representa el volumen de agua almacenado al comienzo de la unidad, Q_i el caudal al comienzo de la unidad. El valor Q_{i+1} al comienzo de la unidad de tiempo siguiente, será:

$$Q_{i+1} = C V_{i+1}{}^n = C (V_i - Q_i + W_i - B_i)^n \qquad (11.65)$$

Si se conocen C y n (ley del manantial en régimen no influenciado) y los sucesivos valores de W_i y B_i, puede deducirse Q_{i+1}, en función de Q_i. Si $n = 1$ se aplican las fórmulas (11.27) y (11.28) $Q = Q_o e^{-\alpha t}$ y $Q = \bar{V} \alpha$ y la ecuación (11.65) pasa a ser:

$$Q_{i+1} = \alpha \left(Q_i \frac{1 - \alpha}{\alpha} + W_i - B_i \right) \qquad (11.66)$$

Conviene no olvidar que α tiene la dimensión (T^{-1}) y que la fórmula (11.66) supone que las unidades en que se mide α son las mismas que se utilizan para los intervalos de tiempo i.

Mero (1958 y 1963) aplica un método análogo al estudio de las variaciones de dos importantes manantiales de Israel y consigue correlaciones muy aceptables entre los valores calculados y los reales.

Análogamente que en el caso de los sistemas acuífero-río, la influencia de los bombeos en el caudal de los manantiales, puede ser muy beneficiosa si está debidamente planeada. Por lo general, no servirá para obtener a muy largo plazo unos recursos hidráulicos anuales superiores a la recarga media anual del acuífero, pero puede permitir adecuar los bombeos a las variaciones estacionales de la demanda y también bombear en los años secos volúmenes superiores a la recarga de ese año, contando con su reposición en los años húmedos. Además, hay que prever que se puede contar con las reservas utilizables una sola vez, cuyo volumen dependerá de la diferencia entre los niveles medios inicial y final, y del tiempo que se tarde en llegar al nivel medio final (cfr. capítulo 3 de la sección 5).

En los acuíferos cautivos es fácil que los bombeos repercutan de un modo rápido en una disminución de los caudales del manantial. En los acuíferos libres, en cambio, la influencia de los bombeos puede tardar años en manifestarse en la disminución de los caudales.

En algunas ocasiones, los bombeos realizados en zonas relativamente alejadas del manantial, han permitido obtener aguas de calidad muy superior a la del manantial, al reducir su trayecto subterráneo y evitar que atravesasen materiales con sustancias relativamente solubles. Un caso de este tipo, según Mandel (1963), se ha producido en la explotación del acuífero que alimenta el manantial Tanninim en Israel.

Sahuquillo (1971) ha analizado los caudales del importante manantial que origina el río de Los Santos, en el Sureste español. Este análisis, unido a un estudio hidrogeológico convencional ha permitido al autor proponer la explotación de dicho manantial mediante la construcción de pozos de bombeo y no mediante la construcción de un embalse de superficie, como inicialmente estaba previsto.

3.3.4 Problemas debidos a los excedentes de riego

Cuando el nivel saturado del terreno está más profundo que el fondo de los valles y vaguadas, la recarga producida por los excedentes de riego produce una progresiva elevación del nivel piezométrico, hasta que este nivel alcanza una vaguada u otros puntos bajos del terreno, dando origen a un manantial o a una zona de rezume. En zonas extensas y llanas, puede suceder que el ritmo de la recarga que producen los excedentes de riego sea superior a la descarga de los manantiales o drenajes naturales, y entonces, la subida de la zona saturada continúa hasta que alcanza la superficie del terreno, dando lugar a zonas encharcadas o una salinización del suelo por la evaporación de las aguas de la zona capilar, que dejan en el suelo las sales que llevan disueltas. En cualquiera de los dos casos se produce un deterioro agrícola de esa zona y su recuperación requiere, *a)* la realización y operación de una red de drenaje suficiente y *b)* el lavado de los suelos salinizados.

Este problema se ha planteado en diversas regiones con mayor o menor importancia. Probablemente, el caso más espectacular es el de la llanura del río Indus, cuyos datos más significativos se exponen a continuación, siguiendo a Barnes y Clarke (1969) y Peterson (1968).

La llanura del Indus ocupa una superficie de unos 310 000 km², con una longitud de unos 1500 km y una anchura máxima del orden de 650 km y se extiende desde la desembocadura del río Indus en el mar Arábigo, hasta las primeras estribaciones del Himalaya. Esta gigantesca llanura está formada por sedimentos no consolidados del Terciario y Cuaternario, cuyos espesores alcanzan varios centenares de metros. Su origen geológico parece deberse al relleno de una amplia zona de subsidencia relacionada con el levantamiento del Himalaya. Los sedimentos están formados esencialmente por arenas, limos y arcillas; las arenas son el material predominante.

El clima de la región es árido o semiárido con lluvias que oscilan desde 100 mm en la desembocadura, hasta 750 mm en las zonas montañosas limítrofes, siendo inferiores a 350 mm en casi toda la zona llana.

La práctica del regadío en esta región se remonta a la civilización Harappa (2300 a 1500 a. C.), pero los regadíos intensivos mediante presas de derivación y canales comenzaron a mediados del siglo pasado.

Las filtraciones del agua de riego han dado lugar a que la zona saturada situada inicialmente unos 10 a 30 m bajo la superficie del terreno, haya subido de modo constante, hasta llegar a producir zonas encharcadas o la salinización del suelo (fig. 11.49). Se estima que cada año, unas 50 000 Ha de regadío dejan de ser cultivadas por esta causa. La velocidad media de subida de nivel anual es de unos 25 cm en una de las zonas estudiadas, cuya superficie es superior a 2 millones de

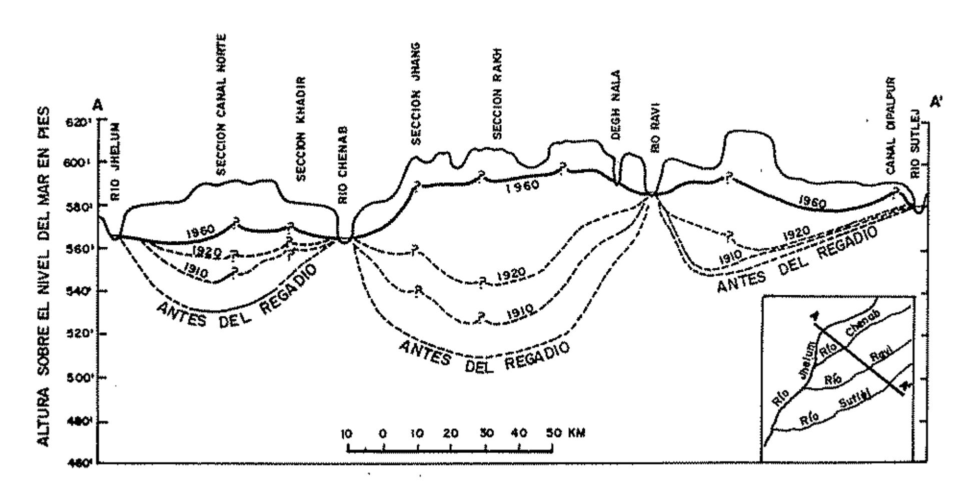


FIGURA 11.49
Subida de los niveles piezométricos en la llanura del río Indus a consecuencia de las filtraciones del agua aplicada a los regadíos. (Según Clarke y Barnes, 1969.)

Ha. Sin embargo, según Peterson (1968), las dotaciones de riego son escasamente la mitad de las necesarias para obtener un rendimiento agrícola mínimamente aceptable en cualquier otro sitio del mundo. Considera el mismo autor que la eventual amenaza de anegamiento y/o salinización alcanza a unos 10 millones de Ha (casi cinco veces la superficie de todos los regadíos españoles).

Con objeto de hacer descender de nuevo la zona saturada, se inició ya en 1940 la construcción de conjuntos de pozos de los que se bombea agua que se vierte en los canales y en los cursos de agua para su evacuación o eventual reutilización. El procedimiento parece eficaz y, según Clarke y Barnes (1969) es el método más económico y efectivo de sanear unos terrenos con las condiciones hidrogeológicas de la llanura del Indus. En estos momentos, hay varios proyectos de este tipo, el más importante, es el Salinity Control and Reclamation Project 1 (SCARP-1) que incluye doce zonas que totalizan medio millón de Ha, en las que se van a construir 2000 pozos de drenaje. El principal problema técnico que plantea este procedimiento es el de la corrosión e incrustación de los pozos, debido a la calidad de las aguas.

Con objeto de impulsar el desarrollo de las aguas subterráneas en la década del 60, el gobierno pakistaní instaló unos 4000 pozos cuyo caudal medio fue de unos 180 l/seg. Esta operación sirvió para estimular la iniciativa privada, que en el mismo período instaló más de 30 000 pozos, lo que ha contribuido de forma sustancial a la recuperación de las zonas anegadas y a una mayor productividad en las cosechas. La facilidad con que las aguas subterráneas son utilizadas por los particulares sin necesidad de largas y costosas inversiones por parte del gobierno, es una de las facetas económicas más interesantes para la política hidráulica.

Según Peterson (1968), mediante una extracción intensiva de aguas subterráneas —que incluiría el bombeo cada año del 1 ó 2 % de las reservas—, podrían regarse de modo adecuado unos 10,5 millones de Ha y eliminar el peligro de encharcamiento y salinización. Parece incluso que podría pasarse a 12 millones de Ha mediante la construcción de nuevos embalses de superficie y alguna recarga artificial en los embalses subterráneos. La cantidad total de agua subterránea que debería ser bombeada cada año, será del orden de 70 000 Hm^3.

Bibliografía

ABD EL AL, J.: *Statique et Dynamique des Eaux dans les Massifs Calcaires Libano-Syriens,* Colloque Ankara Hydrologie Zones Arides, Unesco, París, 1953, págs. 60-76.

ABUTALIEV, F. B., UMAROV, U. y ARTYKOVA, N.: *Calculating the Prognosis of the Levels Changes of Groundwater using Electronic Computers, Soviet* Hydrology, n.° 5, 1962, páginas 553-557.

ÁLVAREZ, C.: *Balance Hídrico de España.* Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica, Sec. 3, tomo 1, págs. 15-29. Madrid, 1971.

ÁLVAREZ, C., COMA, Y., LUCENA, C., PORRAS, Y. y TRAC, N. Q.: *Metodología para el Establecimiento de un Programa Nacional de Investigación de Aguas Subterráneas.* Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Sec. 3, tomo 1, págs. 103-116. Madrid, 1971.

ANÓNIMO: *Preliminary Investigations of Storage Operations in the Yarkon-Tanninim Limestone Aquifer,* Water Planning for Israel Ltd., P. N. 656, 1966, 32 págs.

ARCHAMBAULT, J. y MARGAT, J.: *L'Alimentation Artificielle des Nappes en France,* Symposium of Haifa, Pub. n.° 72, International Assoc. Scien. Hydrol., 1967, págs. 213-217.

BARNES, B. S.: *Discussion of Analysis of Runoff by O. H. Meyer,* ASCE Transactions, vol. 105, 1940, págs. 104-106.

BARNES, J. y CLARKE, F. E.: *Chemical Properties of Ground Water and Their Corrosion and Incrustation Effects on Wells.* U. S. Geol. Survey Profesional Paper 498-D, 1969, 58 págs.

BERKALOFF, E.: *Limite de Validité des Formules Courantes de Tarissement du Debit,* Service d'Hydrogeologie, DS66, A29, Bureau Rech. Geol. Minières, París, 1966, 22 págs.

BITTINGER, M. W.: *The Problem of Integrating Groundwater and Surface Water Use,* Ground Water, vol. 2, n.° 3, 1964, págs. 33-38.

BORONOV, V. A., PETERSON, Z. I. y POPOV, L. N.: *Maps of Minimum Streamflow in the Assiatic URSS,* Transactions of the State Hydrology Institute, n.° 139, págs. 24-35. (Versión inglesa en Soviet Hydrology, 1967, n.° 1, páginas 16-25.)

BOUSSINESQ, J.: *Recherches Theoriques sur l'Ecoulement des Nappes d'Eau Infiltrées dans le Soil et sur le Debit des Sources,* Journ. Math. Pures et Appliquées, T. 10, 1904, págs. 5-58 y 303-394.

BOWER, H.: *Theory of Seepage from Open Channels,* Advances in Hydroscience, n.° 5, Academic Press, 1969, páginas 121-172.

BURDON, D. J. y SAFADI, C.: *Ras-El-Ain: The Great Karst Spring of Mesopotamia,* Journ. Hydrol., vol. 1, n.° 1, 1963, págs. 58-95.

BUTLER, S. S.: *Free-Aquifer Groundwater Depletion Hydrographs,* Journ. Irrig. and Drainage Division, ASCE., vol. 93, n.° IR6, March, 1967, págs. 65-81.

CADY, R. C.: *Effect upon Groundwater Levels of Proposed Surface-Water Storage in Flathead Lake, Montana,* U.S. Geological Survey Water Supply Paper 849-B, 1941, páginas 59-81.

CASTANY, G.: *Prospección y Explotación de las Aguas Subterráneas,* Ediciones Omega, S. A., Barcelona 1975, 738 páginas.

COMPTE, J. M. y CUSTODIO, E.: *Influence of Impouding Reservoirs on the Quality and Quantity of Underground Water,* Congress of Vienna, International Water Supply Association, 1969, págs. F-1-F-18.

CÖNTÜRK, H. y BAYAR, O.: *Influence of Geology on the Flow Duration Curves in the Upper Firat Basin,* Memoires du Congress d'Istanbul, Assoc. Intern. Hydrogeologues, 1967, págs. 317-322.

COOPER, H. H. y RORABAUGH, M. J.: *Ground-Water Movements and Bank Storage Due to Flood Stages in Surface Streams.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 1536-Y, 1963, págs. 343-366.

COUTAGNE, A.: *Les Variations de Debit en Periode non Influencée par les Precipitations,* L'Houille Blanche, Septembre-Octobre, 1968, págs. 416-436.

CURTIS, W. R.: *Response of Springflow to Some Climatic Variables in Southern Wisconsin,* Water Resources Research, vol. 2, n.° 2, 1966, págs. 311-314.

CUSTODIO, E., CUENA, J. y BAYÓ, A.: *Planteamiento, ejecución y utilización de un modelo matemático de dos capas para los acuíferos del delta del Llobregat (Barcelona).* Primer Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Sección 3, Madrid, 1971, págs. 171-198.

CHERNAYA, T. M.: *Comparative Evaluation of Graphical Methods of Separation of Groundwater Components of Streamflow Hydrographs.* Versión inglesa en Soviet Hydrology, n.° 5, 1964, págs. 454-465.

CHOW, V. T.: *Runoff* en Secc. 14 de *Handbook of Applied Hydrology* (editor Chow) McGraw-Hill Co., 1964, 54 páginas.

DAVIS, S. N. y DE WIEST, R. J. M.: *Hydrogeology,* Wiley, New York, 1966, 463 págs.

DE WIEST, R. J.: *Artificial Recharge through augmented Bank Storage,* Symposium of Haifa, Pub. n.° 72, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1967, págs. 53-68.

FARVOLDEN, Q. N.: *Methods of Study of the Groundwater Budget in Nortl America,* General Assembly of Bern, Pub. n.° 77, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1968, págs. 108-125.

FERRIS, J. T., KNOWLES, D. B., BROWN, R. H. y STALLMAN, R. W.: *Theory of Aquifer Test.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 1536-E, 1962, 148 págs.

FORKASIEWICZ, J. y PALOC, H.: *Le Regime de Tarissement de la Foux de la Vis, Etude Preliminaire,* Proceedings of the

Dubronik Simposium, 1965, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., Pub. n.° 73, págs. 213-226.

GIGNOUX, M. y BARBIER, R.: *Géologie des Barrages et des Aménagements Hydrauliques,* Masson, Paris, 1955, 343 páginas.

GODA, L.: *Influence de l'Activité Humaine sur les Elements du Bilan Hydrologique,* General Assembly of Bern, Pub. n.° 76, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1968, págs. 23-30.

GREEN, M. G.: *Artificial Recarge to the Edward's Limestone Aquifer in South Texas,* Symposium of Dubronik, Pub. n.° 74, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., págs. 465-481.

HALL, F. R.: *Base-Flow Recessions — A Review,* Water Resources Research, vol. 4 n.° 5, 1968, págs. 973-83.

HARDT, W. C.:*Mojave River Basin Ground Water Recharge with Particular Reference to California Floods of January and February, 1969,* U.S. Geological Survey Open File Report, December, 1969.

HEATH, R. C. y TRAINER, F. W.: *Introduction to Ground Water Hydrology,* Wiley, 284 págs.

HOUDAILLE, A. y DE MARSILY, E.: *Debits Soustraités à une Rivière par un Pompage Effectué dans une Nappe Alluviale. Application aux Periodes d'Etiage,* L'Eau, Janvier, 1969, págs. 19-23.

JACOB, C. E.: *Correlation of Ground Water Levels and Precipitation of Long Island, New York,* Transactions of Am. Geophysical Union, 1943 y 1944, págs. 564-573 y 928-939.

JENKINS, C. T.: *Techniques for Computing Rate and Volume of Stream Depletion by Wells,* Ground Water, vol. 6, n.° 2, 1968-a, págs. 37-46.

JENKINS, C. T.: *Electric-Analog and Digital Computer Model Analysis of Stream Depletion by Wells,* Ground Water, vol. 6, n.° 6, 1968-b, págs. 27-34.

KALININ, G. P. y SZESZTAY, K.: *Surface Waters as element of the World Water Balance,* Symposium on World Water Balance, Intern. Assoc. Scien. Hydrol. Pub. n.° 92, 1970, págs. 102-115.

KAZMANN, R. G.: *New Problems in Hydrology,* Journal of Hydrology, vol. 2, n.° 2, 1964, págs. 92-100.

KUDELIN, B. I.: *The Principles of Regional Stimation of Underground Water Natural Resources and the Water Balance Problem,* Assembly of Toronto, Pub. n.° 44, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1958, págs. 150-167.

KUDELIN, B. I. y POPOV, O. V.: *An Experience of Underground Flow Evaluation on the Territory of the URSS,* Pub. n.° 64, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1964, págs. 372-375.

KULANDAISWAMY, V. C. y SEETHARAMAN, S.: *A Note on Barne's Method of Hydrograph Separation,* Journ. of Hydrology, vol. 9, n.° 2, 1969, págs. 222-229.

KUNKLE, G. R.: *The Base-Flow Duration Curve, a Technic for the Study of Groundwater Discharge from a Drainage Basin,* Journ. Geophysical Research, vol. 67, 1962, páginas 1543-1554.

LA SALA, A. M.: *New Approaches to Water Resources Investigations in Upstate New York,* Ground Water, vol. 5, n.° 4, 1967, págs. 6-11.

LATHOM, B.: *On the Influence of Barometric Pressure in the Discharge of Water from Springs,* Brit. Assoc. Advance Sci. Rept. 1881, pág. 614 and Rept. 1883, págs. 495-496.

LINSLEY, R. K., KOHLER, M. A. y PAULHUS, J. L.: *Hydrology for Engineers,* McGraw-Hill, edición española: Hidrología para Ingenieros, Ediciones Castilla, 1958, págs. 19-67.

LIVINSTONE, F. C.: *Natural Storage Tanks Used to Refill Thames River,* Water and Sewage, vol. 116, n.° 6, 1969, págs. 208-212.

LONGENBAUGH, R. A.: *Mathematical Simulation of a Stream-Aquifer System,* Proceedings of the American Water Resources Assoc., Symposium, n.° 3, 1967, págs. 74-83.

LLAMAS, M. R., VILARÓ, F., CUSTODIO, E. y otros: *Estudio de los Recursos Hidráulicos Totales de las Cuencas de los Ríos Besós y Bajo Llobregat,* 2.° Informe, Comisaría de Aguas del Pirineo Oriental y Servicio Geológico de Obras Públicas, Barcelona 1966.

LLAMAS, M. R.: *Los Embalses Subterráneos en la Planificación Hidráulica,* Revista de Obras Públicas, agosto, 1966, págs. 591-604.

LLAMAS, M. R.: *Sobre el Papel de las Aguas Subterráneas en España,* Agua, julio-agosto, 1967, págs. 1-19.

LLAMAS, M. R. y DOMÉNECH, J.: *Study of Seepage from a Reservoir Situated on Calcareous Land,* Memoires of the Congress of Istanbul, Intern. Assoc. Hydrogeologists, 1967, págs. 208-216.

LLAMAS, M. R. y VILARÓ, F.: *Die Rolle der Grundwasser-Speicher bei der Wasserversorgung von Barcelona,* Das Gas-und Wasserfach, 108 Jahrgang, Heft, 34, págs. 945-953.

LLAMAS, M. R.: *Combined Use of Surface and Ground Water for the Water Supply to Barcelona (Spain),* Bull. Intern. Assoc. Scien. Hydrol., vol. 14, n.° 3, 1969, páginas 119-136.

LLAMAS, M. R. y DOMÉNECH, J.: *Tercer Informe sobre los Recursos Hidráulicos Totales de la Cuenca del Río Ridaura (Gerona).* Servicio Geológico de Obras Públicas. Madrid, 1971.

LOHMAN, S. W. et alt.: *Definitions of Ground Water Terms. Revisions and Conceptual Refenements.* U.S. Geological Survey. Open File Report, 1970, 54 págs.

MAILLET, O. E.: *Essais d'Hydraulique Souterraine et Fluviale,* Herfmann, París, 1905, 218 págs.

MANDEL, S.: *The Mechanism of Sea-Water Intrusion into Calcareous Aquifers,* General Assembly of Berkeley, Pub. n.° 64, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 127-131.

MARKOVA, O. L.: *Water Balance Peculiarities of karst Areas.* Symposium of Reading on World Water Balance, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., Pub. n.° 93, 1970, págs. 524-530.

MCGUINNESS, C. L.: *The Role of Ground Water in the National Water Situation,* U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1800, 1963, 1121 págs.

MEINZER, O. E.: *Outline of Ground-Water Hydrology with Definitions.* U.S. Geological Survey Water-Supply Paper, 494, 1923, 71 págs.

MEINZER, O. E.: *Ground Water,* en Hydrology (editor Meinzer), McGraw-Hill Co., 1942, págs. 443-484.

MERO, F.: *Hydrological Investigation of the Na'Amon Spring*

Region, Water Planning for Israel, Tel-Aviv, P. N. 45, 1958, 32 págs.

MERO, F.: *Application of the Groundwater Depletion Curves in Analysing and Forcasting Spring Discharges Influenced by Well Fields*, Assoc. Intern. Hydrol. Scien. Pub. n.° 63, 1963, págs. 107-117.

MERRIAM, C. F.: *Analysis of Natural Fluctuations in Ground Water Elevations*, Transactions Amer. Geophys. Union, vol. 24, 1942, págs. 598-603.

MERRIAM, C. F.: *Ground Water Records in Riverflow forecasting*, Transactions Amer. Geophys. Union, vol. 29, n.° 3, 1948, págs. 384-386.

MERRIAM, C. F.: *Evaluation of Two Elements Affecting the Characteristics of the Recession Curve*, Transactions Amer. Geophys. Union, vol. 32, n.° 4, 1951, págs. 597-600.

MEYBOOM, P.: *Estimating Ground Water Recarge from Stream Hydrographs*, Journal of Geophysical Research, vol. 66, n.° 4, 1961, págs. 1203-1214.

MOORE, J. G. y JENKINS, C. T.: *An Evaluation of the Effect of Groundwater Pumpage on the Infiltration Rate of a Semipervious Streambed*, Water Recources Research vol. 2, n.° 4, 1966, págs. 691-696, págs. 11-42.

MOORE, W. L. y MORGAN, C. W.: *Effects of Watershed Changes on Streamflow*, Water Resources Symposium, Center for Research in Water Resources, The University of Texas, Austin, 1969, 289 págs.

MOULDER, E. A. y JENKINS, C. T.: *Methods for Controlling the Groundwater Regime Exploitation and Conservation*, Assembly of Berkeley, Pub. n.° 64, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 329-342.

MOULDER, E. A. y JENKINS, C. T.: *Analog-Digital Models of Stream-Aquifer Systems*, Ground Water, vol. 7, n.° 5, 1969, págs. 19-24.

MULLER-FEUGA, R. y RUBY, P.: *Realimentation de la Nappe des Alluvions de la Basse Durance*, Memoires Reunion General de Rome, International Association of Hydrogeologists, 1961, págs. 169-178.

OLMSTED, F. H. y HELY, A. G.: *Relation between Ground Water and Surface Water in Brandywine Creek, Pennsylvania*, U.S. Geological Survey Prof. Paper 417-A, 1962.

PINDER, G. F. y JONES, J. F.: *Determination of the Groundwater Component of Peak Discharge from Chemistry of Total Runoff*, Water Resources Research, vol. 5, n.° 2, 1969, págs. 438-445.

POCHET, P.: *Note sur la Fontaine de Vancluse*, Bull. Hydraul. Agricole, Fasc. Y, 1901, págs. 190-195.

RAHN, P. H.: *The Hydrogeology of an Induced Streambed Infiltration Area*, Ground Water, vol. 6, n.° 3, 1968, páginas 21-32.

RASSMUSSEN, W. C. y ANDREASEN, G. E.: *Hydrologic Budget of Beaverdam Creek Basin, Maryland*, U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1472, 1959, 106 págs.

REED, J. E. y BEDINGER, M. S.: *Stimating the Effects of Stream Impoundement on Groundwater Levels*, U.S. Geological Survey, Proff. Paper 450-B, 1962, págs. 88-89.

RIGGS, H. C.: *The Base Flow Recession Curve as an Indicator of Ground Water*, Pub. n.° 63, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1964, págs. 352-363.

RORABAUGH, M. I.: *Use of Water Levels in Estimating Aquifer Constants in Finite Aquifer*, Assoc. Intern. Hydrol. Scien. Pub. n.° 53, 1960, págs. 314-323.

RORABAUGH, M. I.: *Estimating Changes in Bank Storage and Groundwater Contribution to Streamflow*, General·Assembly of Berkeley, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., Pub. n.° 63, 1963, págs. 432-441.

SAHUQUILLO, A.: *Estudio Hidrogeológico del Río de los Santos*. I Congreso Hispano-Luso-Americano de Geología Económica. Sección 3, tomo II, 1971, págs. 633-644.

SCHICHT, R. J. y WALTON, W. C.: *Hydrologic Budgets in three Small Watersheds in Illinois*, Illinois State Water Survey, Report of Investigation 40, 1961, 35 págs.

SCHOELLER, H.: *Hydrodinamique dans le Karst, Hydrologie des Roches Fissurées*, Colloque du Dubronik, octobre 1965, Assoc. Intern. Hydrol. Scien., vol. I, págs. 3-20.

SINGH, K. P.: *Theoretical Base-Flow Curves*, Journ. of Hydraul. Div. ASCE, vol. 95, n.° HY6, 1969, págs. 2029-2048.

SOPPER, W. E. y LULL, H. W.: *Streamflow Characteristics of Physiographic Units in the Northeast*, Water Resources Research, vol. 1, 1965, págs. 115-124.

STALLMAN, en FERRIS et alt.: *Theory of Aquifer Test*, U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1536-E, 1962, 171 páginas.

SUBBOTIN, A. I.: *Relationship between Surface and Underground Waters and the Use of Well Observations in River Flow Forecasting*, Pub. n.° 63, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 513-519.

SZESZTAY, K.: *Einige Methodem der Vorhersage der Abfluss Verhältnisse*, Publications of the Water Resources Research Institute in Foreign Languages, n.° 1, Budapest, 1961, 99 págs.

TISON, G.: *Fluctuations des Nappes Aquifers de Types Divers et Particulierment des Nappes d'Alluvions*, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., Pub n.° 41, 1956, págs. 210-221.

TODD, D. K.: *Groundwater Flow in Relation to a Flooding Stream*, Proc. Amer. Soc. Civil Engin. Vol. 81, sept. 1955, 20 págs.

TODD, D. K.: *Ground Water Hydrology*, Wiley, 1959, 336 páginas.

TOEBES, C. y OURYVAEV (Editores): *Representative and Experimental Basins. In International guide for Research and Practice*. Studies and Reports in Hydrology, n.° 4. Unesco, 1970, 348 págs.

TOLMAN, C. F.: *Ground Water*, McGraw-Hill, 1937, 593 págs.

TORÁN, J.: *Las Grandes Presas en España*, Revista de Obras Públicas, agosto, 1967, págs. XI-XXIII.

TRAINER, F. W. y SALVAS, E. H.: *Groundwater Resources of the Massena-Waddington Area, S. Lawrence County, New York*, New York Water Resources Commission, Bull. G. W.-47, 1962, 227 págs.

UBELL, K.: *Surface and Ground Water Relationships along the Hungarian Reach of the Danube River*, Pub. n.° 63, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 502-512.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY: *General Introduction and Hydro-*

logic Definitions, Water Supply Paper 1541-A, 1960, 29 páginas.

VAN EVERDINGEN, R. O.: *Influence of the South Saskatchewan Reservoir (Canada) on Piezometric Levels in Underlying Bedrock Aquifers,* Journal of Hydrology, vol. 5, 1967, págs. 351-359.

VAN EVERDINGEN, R. O.: *The Influence of the South Saskatchewan Reservoir (Canada) on the Local Groundwater Regime, A Prognosis,* Geological Survey of Canada Paper 65-39, 1968, 85 págs.

WALTON, W. C.: *Estimating the Infiltration Rate of a Streambed by Aquifer-test Analysis,* General Assembly of Berkeley, Pub. n.° 63, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 409-420.

WALTON, W. C.: *Ground Water Recharge and Runoff in Illinois,* Report of Investigation 58, Illinois State Water Survey, 1965, 55 págs.

WALTON, W. C.: *Ground Water Resources Evaluations* McGraw-Hill, 1970, 664 págs.

WEMELSFELDER, P. J.: *The Persistency of River Discharges and Ground Water Storage,* Pub. n.° 63, Intern. Assoc. Scien. Hydrol., 1963, págs. 99-106.

WERNER, P. W. y SUNDQUIST, K. J.: *On the Groundwater Recession Curve for Large Watersheds,* Intern. Assoc. Scien. Hydrol., Pb. n.° 33, vol. 2, págs. 202-212.

WILLIAMS, J. D. y HUNTER BLAIR, A.: *Baseflow Wells: Rio Cobre Project,* Journ. Institution Water Engin. Vol. 23, n.° 7, 1969, págs. 449-463.